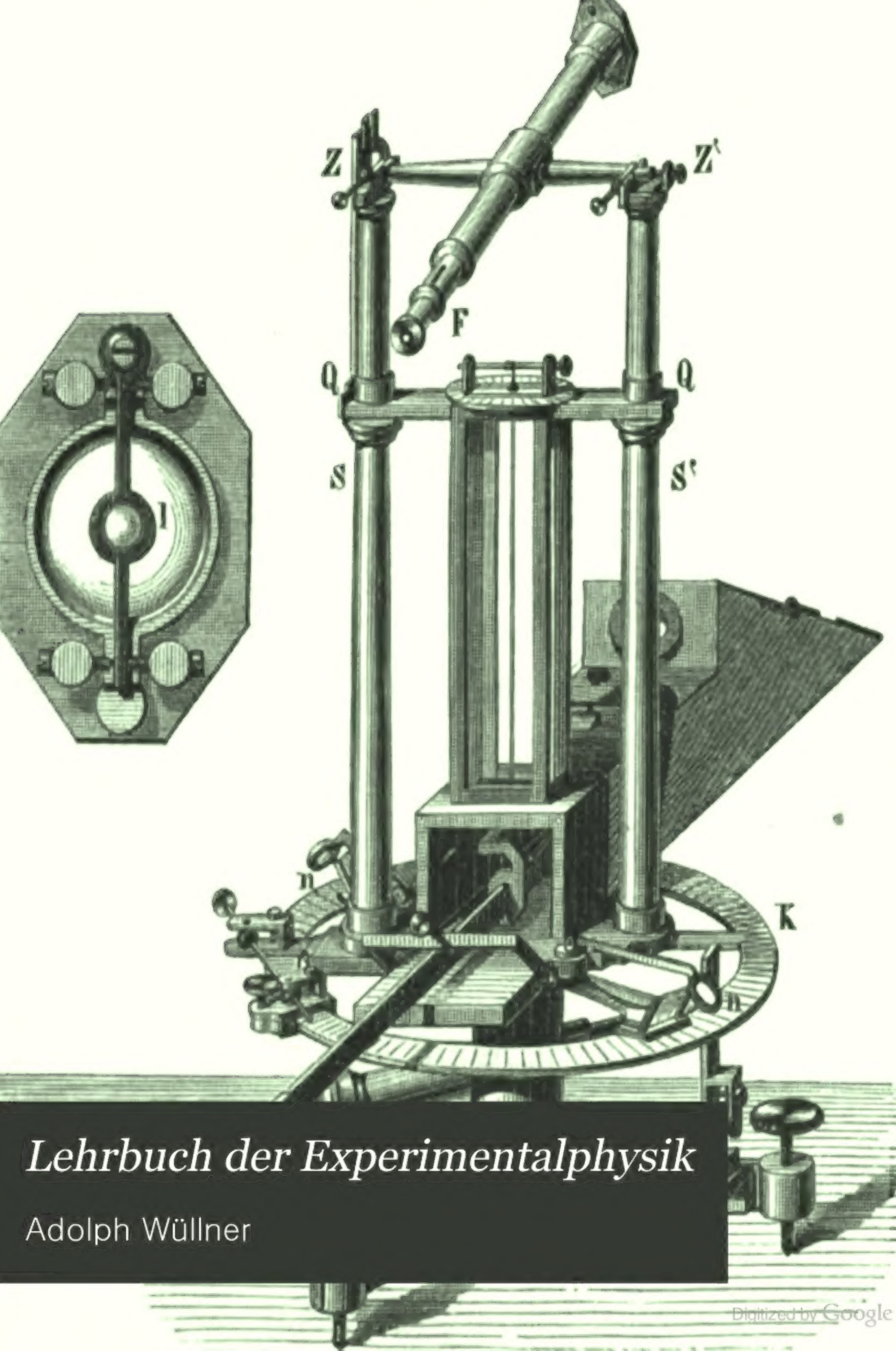
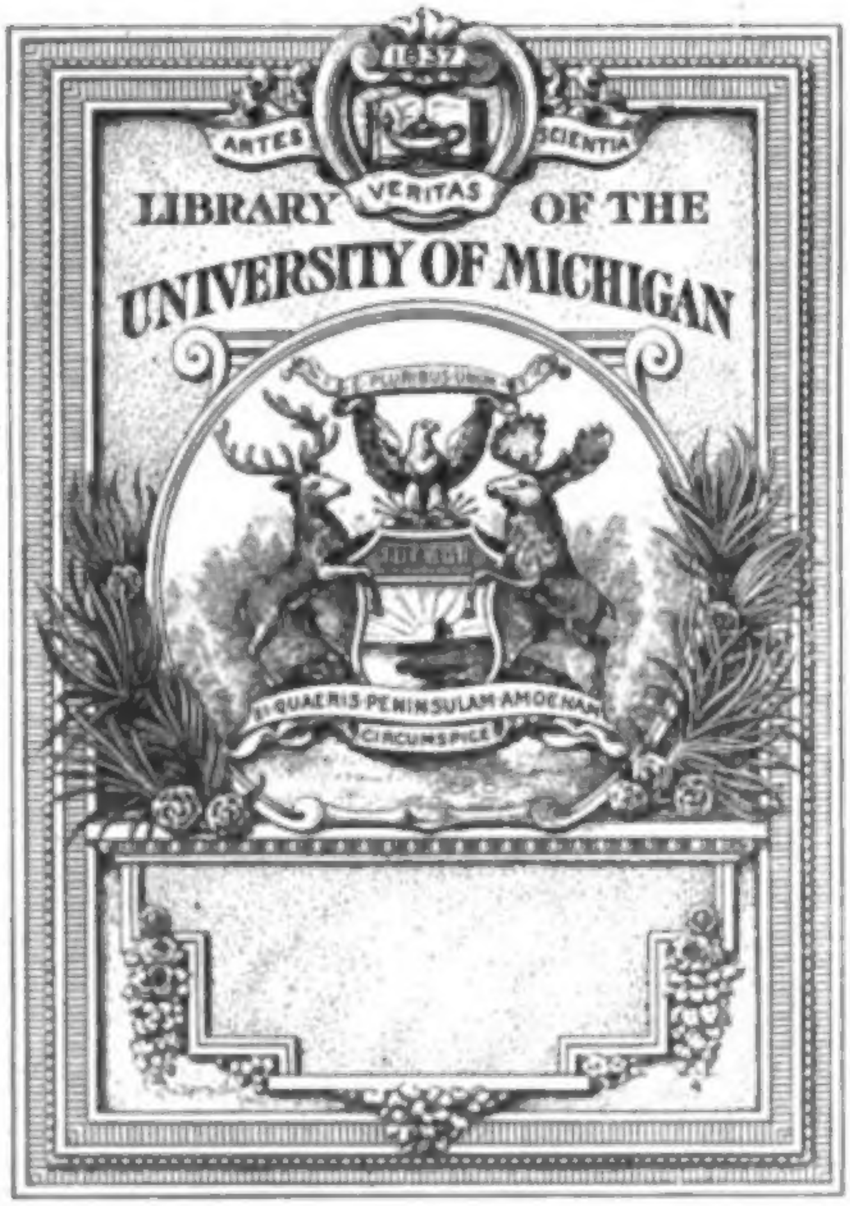


Lehrbuch der Experimentalphysik

Adolph Wüllner

Digitized by Google



Digitized by Google

QC
21
.W95
1882

Digitized by Google

28045

LEHRBUCH

DER

EXPERIMENTALPHYSIK

VON

DR. ADOLPH WÜLLNER,

PROFESSOR DER PHYSIK AN DER KÖNIGL. TECHNISCHEN HOCHSCHULE ZU AACHEN.

VIERTER BAND.

DIE LEHRE VOM MAGNETISMUS UND VON DER ELEKTRICITÄT
MIT EINER EINLEITUNG „GRUNDZÜGE DER LEHRE VOM POTENTIAL."

VIERTE VIELFACH UMGEARBEITETE UND VERBESSERTE AUFLAGE.

LEIPZIG,
DRUCK UND VERLAG VON B. G. TEUBNER.
1886.

Digitized by Google

Verfasser und Verleger behalten sich das Recht der Übersetzung in alle moderne Sprachen vor.

Digitized by Google

Inhaltsverzeichnis des vierten Bandes.

Die Lehre vom Magnetismus und von der Elektricität.

Einleitung.

Grundzüge der Lehre vom Potential.

		Seite
§. 1.	Die Potentialfunktion	1
§. 2.	Die Potentialfunktion einer räumlich ausgedehnten Menge eines Agens	7
§. 3.	Die Potentialfunktion einer homogenen Kugel	11
§. 4.	Niveauflächen	15
§. 5.	Bedeutung des zweiten Differentialquotienten der Potentialfunktion	18
§. 6.	Potentialfunktion und ihre Differentialquotienten in einer Fläche	21
§. 7.	Bestimmung der Menge des in einem rings geschlossenen Raume oder auf dessen Oberfläche vorhandenen Agens	25
	Greenscher Satz	26
§. 8.	Das Potential; Potential einer gegebenen Menge Agens auf eine andere Menge; Potential einer Menge auf sich selbst	30
§. 9.	Bestimmung der Arbeit bei Verschiebung von gegebenen Mengen eines Agens aus dem Potential	34
	Princip der Erhaltung der Arbeit	38

Erster Abschnitt.

Vom Magnetismus.

Erstes Kapitel.

§. 10.	Beschreibung der magnetischen Eigenschaft	40
§. 11.	Konstitution der Magnete	47
§. 12.	Verfertigung permanenter Magnete	54
§. 13.	Tragkraft der Magnete	59
§. 14.	Direktionskraft der Magnete; magnetische Axe	63
	Magnetische Pole; magnetisches Moment	68
§. 15.	Messung der magnetischen Direktionskraft	70
	Magnetometer von Gaufs	73
	Experimentelle Bestimmung des Trägheitsmomentes eines Magnetes	79
	Absolutes Mafs der Direktionskraft	82
§. 16.	Wirkung magnetischer Massen auf einander aus der Ferne; Untersuchungen von Coulomb	84
	Absolutes Mafs des Magnetismus; Dimensionen desselben	90
	Untersuchung von Gaufs	91

Digitized by Google

		Seite
§. 17.	Versuche von Gaufs	102
	Messung des Magnetismus nach absolutem Mafs	106
	Dimensionen des Mafses der erdmagnetischen Intensität	107
§. 18.	Verteilung des Magnetismus im Innern der Magnete	108
	Theorie von Biot; Theorie von van Rees	109
§. 19.	Einflufs mechanischer Kräfte auf den Magnetismus eines Stabes	113
	Beziehung zwischen Magnetismus und Torsion	116
§. 20.	Einflufs der Wärme auf den Magnetismus	121
	Wärmeerregung durch magnetisieren	126
§. 21.	Einflufs des Lichtes auf den Magnetismus	126

Zweites Kapitel.

Vom Erdmagnetismus.

§. 22.	Nachweis des magnetischen Zustandes der Erde	128
	Magnetismus der Lage	130
§. 23.	Bestimmung der Deklination	131
	Reisetheodolith von Lamont	136
§. 24.	Bestimmung der Inklination	138
	Methode von Lloyd	142
§. 25.	Bestimmung der Intensität der erdmagnetischen Kraft	144
	Bifilarmagnetometer von Gaufs	147
§. 26.	Der magnetische Zustand der Erde	152
	Theorie von Gaufs	156
§. 27.	Variationen des Erdmagnetismus	160

Zweiter Abschnitt.

Die Lehre von der Reibungselektricität.

Erstes Kapitel.

Die Elektricität im Zustande der Isolation.

§. 28.	Erkennung des elektrischen Zustandes; positive und negative Elektricität; Elektroskope	165
§. 29.	Mitteilung und Leitung der Elektricität; Leiter und Nichtleiter	171
§. 30.	Erregung der Elektricität; durch Reibung	175
	Durch Schaben, Feilen und Druck	178
	Pyroelektricität; Aktinoelektricität	179
§. 31.	Mafs des elektrischen Zustandes	182
	Absolutes Mafs; Dimensionen desselben	184
§. 32.	Gesetze der elektrischen Anziehung und Abstofsung	185
§. 33.	Messung der Elektricitätsmenge mit der Torsionswage	193
	Messung in absolutem Mafse	195
§. 34.	Schwächung des elektrischen Zustandes mit der Zeit; Zerstreuung	197
	Abflufs über die isolierenden Stützen	201
§. 35.	Die elektrische Verteilung oder Influenz	207
§. 36.	Der elektrische Zustand der neutralen Körper	213
§. 37.	Potentialfunktion einer Elektricitätsmenge	219
§. 38.	Sitz des elektrischen Zustandes	221
	Elektrische Dichtigkeit	225
	Spannung der freien Elektricität	227
§. 39.	Verteilung der Elektricität auf einzelnen Leitern	227
	Elektrische Kapacität	229
	Verteilung auf der Kugel; dem Ellipsoid	230

Digitized by Google

		Seite
	Verteilung auf der elliptischen und kreisförmigen Platte	232
	Elektrische Energie eines geladenen Leiters	235
	Untersuchung der elektrischen Verteilung mit Prüfungskörpern	236
§. 40.	Verteilung der Elektricität auf mehreren leitend verbundenen Leitern	240
§. 41.	Elektrisches Verhalten paralleler leitender Flächen	245
	Konzentrische Kugeln	246
	Parallele Ebenen	248
	Allgemeine Behandlung paralleler Leiter	251
	Cylinder mit gemeinschaftlicher Axe	253
§. 42.	Elektrisierte Leiter in Hohlräumen anderer Leiter	255
§. 43.	Verteilung der Elektricität auf getrennten Leitern	257
	W. Thomsons Methode der elektrischen Bilder	260
§. 44.	Eigenschaften der Spitzen	264
§. 45.	Messung der elektrischen Potentialfunktion; Torsionselektrometer von Kohlrausch	268
§. 46.	Sinuselektrometer von Kohlrausch	272
§. 47.	Elektrometer von W. Thomson	276
	Elektrometer von Kirchhoff, Mascart, Hankel	284
§. 48.	Elektrische Polarisation in Nichtleitern	285
	Specifisches Induktionsvermögen	287
	Dielektricitätskonstante und Elektrisierungskonstante	292
§. 49.	Messung der Dielektricitätskonstante; I. Durch Kapacitätsmessungen	295
	II. Messung der Anziehung einer dielektrischen Kugel	300
	III. Messung der Anziehung zweier Kondensatorplatten in verschiedenen dielektrischen Medien	305
	Satz von v. Helmholtz über die Anziehungen zweier elektrischer Mengen in dielektrischen Medien	305
	Absolutes Elektrometer von W. Thomson	310
	Dielektricitätskonstanten einiger fester und flüssiger Körper	311
	IV. Messung der Dielektricitätskonstanten der Gase	312
§. 50.	Leitung in dielektrischen Medien	319
	Untersuchung der mit der Zeit wachsenden Influenz	320
§. 51.	Mechanische und optische Erscheinungen bei der Influenz auf Dielektrica	334
§. 52.	Faraday-Maxwellshe Theorie der elektrischen Fernewirkung	341
§. 53.	Die Elektrisiermaschine	346
	Die Dampelektrisiermaschine	350
§. 54.	Der Elektrophor	354
§. 55.	Die Influenzmaschine	359
§. 56.	Der elektrische Ansammlungsapparat	363
§. 57.	Der Kondensator	366
§. 58.	Der Ladungsapparat; Leydner Flasche; Franklinsche Platte	369

Zweites Kapitel.

Die Entladung der Elektricität und deren Wirkungen.

§. 59.	Die Entladung der Elektricität	374
	Entladung in der Schlagweite; Beziehung zwischen der Schlagweite und der elektrischen Dichtigkeit	376
§. 60.	Messung der elektrischen Dichtigkeit einer Batterie; Ladungsstativ und Maßflasche	386
§. 61.	Dauer der Entladung	388
	Partialentladungen	391
	Oscillierende Entladungen	397
	Theorie von v. Helmholtz, W. Thomson, Kirchhoff	399
§. 62.	Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Elektricität	401
§. 63.	Der elektrische Rückstand in der Batterie	405
	Theorie des Rückstandes von Kohlrausch und Clausius	408

Digitized by Google

		Seite
	Bestätigung der Theorie durch die Versuche von Wüllner	411
	Theorie der Rückstandsbildung von Maxwell	414
§. 64.	Wärmeerregung durch die elektrische Entladung	417
	Elektrisches Luftthermometer	419
	Versuche von Riess	423
	Theorie der Wärmeentwicklung durch die Entladung	428
§. 65.	Mechanische Wirkungen der Entladung	431
§. 66.	Lichtwirkung der elektrischen Entladung	434
§. 67.	Übersicht über die weitern Wirkungen des Entladungsstromes	438
	Der elektrische Rückschlag	440

Dritter Abschnitt.

Der Galvanismus.

Erstes Kapitel.

Die Entstehung des galvanischen Stromes und die Gesetze der Stromstärke.

§. 68.	Elektricitätserregung bei Berührung zweier Metalle; Entdeckung des Galvanismus	441
	Voltas Fundamentalversuche	443
	Elektromotorische Kraft	445
§. 69.	Die elektrische Spannungsreihe	449
	Gesetz der elektrischen Spannungsreihe; Spannungsgesetz	451
	Messung der elektrischen Differenzen von Kohlrausch	453
	Messungen von Gerland, Clifton, Hankel, Pellat	457
§. 70.	Elektricitätserregung bei Berührung von Metallen und Flüssigkeiten	461
	De la Rives Erklärung der Voltaschen Fundamentalversuche	466
	Elektromotorische Kraft zwischen Metallen und Wasser	469
§. 71.	Spannungsreihe der Metalle in Flüssigkeiten	471
	Entstehung des Stromes	472
	Poggendorffs elektromotorisches Gesetz	477
§. 72.	Elektricitätserregung bei Berührung zweier Flüssigkeiten	479
§. 73.	Elektricitätserregung bei Berührung von Metallen und Gasen	483
§. 74.	Die Voltasche Säule	486
§. 75.	Trockene Säulen	491
§. 76.	Verschiedene Formen der Voltaschen Säule	493
§. 77.	Die konstanten Ketten; Element von Daniell	498
	Element von Grove, von Bunsen	502
	Element von Warren de la Rue und H. Müller oder Pincus	505
	Bunsens Chromsäureelement	506
§. 78.	Das Ohmsche Gesetz, Ableitung desselben aus den Gesetzen der elektrischen Verteilung	507
	Das Gefälle der Elektricität	513
	Leitungswiderstand	515
§. 79.	Experimentelle Bestätigung des Ohmschen Gesetzes durch die Versuche von Kohlrausch; Messung des elektrischen Gefälles	521
§. 80.	Experimentelle Bestätigung des Ohmschen Gesetzes durch Messung der Stromstärke	525
	Voltameter; Chemische Einheit der Stromstärke	526
	Tangentenbussole; Reduktionsfaktor	527
	Maximum der Stromstärke	532
§. 81.	Stromverzweigung	534
	Kirchhoffs Sätze über die Stromverzweigung	536
	Stromverzweigung mit einer Brücke	538
	Poggendorffs Stromverzweigung	539

Digitized by Google

Seite
§. 82. Ströme in ungeschlossenen Leitern 540
Versuche von Siemens, Ladung eines Kondensators 541
Ströme bei stationärem Zustande eines nicht geschlossenen langen Leiters 544
§. 83. Widerstandseinheiten, Rheostaten und Rheochorde 549
Prüfung des Rheostaten 556
§. 84. Widerstandsmessungen durch Beobachtung von Stromstärken . . . 557
Methoden von Ohm und Lenz 558
Methode von Bosscha, Schröder van der Kolk, Sirks 559
Messung der Potentialdifferenz 561
§. 85. Widerstandsmessungen durch Stromverzweigungen 562
Methode von Pouillet und Becquerel 562
Methode von Wheatstone mit der Brücke 564
Wheatstone-Kirchhoffsche Brücke 565
Graduierung der Brücke 567
Methode von W. Thomson zur Messung kleiner Widerstände . . . 569
Methode von Kirchhoff zur Messung kleiner Widerstände 573
§. 86. Leitungsfähigkeit fester Körper 574
Leitungsfähigkeit der Legierungen 576
Einfluſs des physikalischen Zustandes auf die Leitungsfähigkeit . . 577
Einfluſs der Temperatur 578
Beziehung zwischen der Leitungsfähigkeit für Elektricität und für Wärme 580
§. 87. Leitungsfähigkeit der Flüssigkeiten; Methoden zur Bestimmung derselben 583
Einfluſs der Temperatur auf die Leitungsfähigkeit 585
Abhängigkeit der Leitungsfähigkeit von der Konzentration bei Lösungen 588
Einfluſs des Lösungsmittels 596
§. 88. Bestimmung der elektromotorischen Kraft 597
Kompensationsmethode von Poggendorff 598
Modifikation der Poggendorffschen Methode durch Bosscha 600
Durch E. Du Bois-Reymond 601
Methoden von Fechner und Wheatstone 603
Bestimmung der elektromotorischen Kraft durch Messung der Potentialdifferenz 605
Elektromotorische Kraft der konstanten Elemente 609
Elektromotorische Kraft der Gassäulen 613
§. 89. Bestimmung des Widerstandes in den Elementen 614
§. 90. Thermoströme 618
Thermoelektrische Spannungsreihe 620
Abhängigkeit der thermoelektromotorischen Kraft von der Temperaturdifferenz der Lötstellen 622
Neutraler Punkt 625
Gröſse der thermoelektromotorischen Kraft 631

Zweites Kapitel.

Die Wirkungen des galvanischen Stromes in dem Schliessungskreise.

§. 91. Wärmeentwicklung im Schlieſsungskreise 633
Gesetz von Joule; Prüfung desselben für feste Leiter 634
Prüfung des Jouleschen Gesetzes für Flüssigkeiten 637
Folgerung aus dem Jouleschen Gesetze betreffend die im ganzen Stromkreise entwickelte Wärme 638
§. 92. Beziehung zwischen der im Strome entwickelten zu der durch die chemischen Prozesse im Element entwickelten Wärme 639
Satz von Favre; Versuche von Favre, Raoult, J. Thomsen 640
Theorie von F. Braun 646

Digitized by Google

Seite
§. 93. Ableitung des Jouleschen Gesetzes aus dem Ohmschen Gesetze . 647
§. 94. Temperaturänderungen an Berührungsstellen heterogener Leiter . 651
Versuche von Edlund und Le Roux 654
Theorie der Temperaturänderungen an Berührungsstellen 660
§. 95. Theorie der Thermoströme 665
Elektromotorische Kraft in den einzelnen Leitern 668
Theorie der Thermoströme von F. Kohlrausch 674
§. 96. Galvanisches Glühen von Drähten 677
Glühlampen 682
§. 97. Der elektrische Flammbogen 683
Widerstand bezw. elektromotorische Kraft des Flammbogens . . 692
§. 98. Elektrolyse binärer Verbindungen 695
Elektrolyse von Lösungen 698
Elektrolyse der Sauerstoffsalze 702
§. 99. Faradays Gesetz der festen elektrolytischen Aktion 705
Elektrolytische Leitung der Flüssigkeiten 708
§. 100. Sekundäre Aktionen bei der Elektrolyse 710
Zersetzung des Wassers 711
Entstehung von Ozon und Wasserstoffsuperoxyd 712
§. 101. Elektrolyse zusammengesetzter Verbindungen 717
§. 102. Wanderung der Ionen 721
§. 103. Elektrische Endosmose 724
Fortführung der Flüssigkeit in kapillaren Röhren 728
Fortführung suspendierter Flüssigkeitsteilchen 729
§. 104. Elektrolyse von Lösungsgemischen 731
§. 105. Chemische Wirkung der Reibungselektricität 734
§. 106. Theorie der Elektrolyse; Auffassung von Grotthus 737
Theorie von Magnus, Ampère, De la Rive, Berzelius, Fechner . . 739
Satz von Hittorf über die Elektrolysierbarkeit von Verbindungen 741
Theorie der Elektrolyse von Salzlösungen nach Hittorf, Wiedemann, Quincke 742
Theorie von Clausius 749
§. 107. Theorie der Leitung der Lösungen 751
Leitungsfähigkeit und Flüssigkeitsreibung 752
Theorie von F. Kohlrausch 753
§. 108. Polarisation und Übergangswiderstand 759
Übergangswiderstand 760
Untersuchungen von Fechner und Lenz 765
Abhängigkeit der elektromotorischen Kraft der Polarisation von der Stromstärke 769
Elektrolytische Konvektion 770
Abhängigkeit der Polarisation vom Metall der Elektroden . . . 774
Polarisation durch verschiedene Gase 777
§. 109. Sekundäre Elemente; Accumulatoren 778
§. 110. Passivität des Eisens 780
§. 111. Mechanische Wirkungen des Stromes 782
Galvanische Ausdehnung 783
§. 112. Diaphragmenströme 785
Strömungsströme 787
Theorie der elektrischen Fortführung und der Strömungsströme von v. Helmholtz 789
§. 113. Theorieen des Galvanismus 790
Kontakttheorie 791
Chemische Theorie 796
Theorie von Schönbein 797

Digitized by Google

Vierter Abschnitt.

Die Wirkungen des Stromes ausserhalb des Stromkreises.

Erstes Kapitel.

Elektrodynamik.

		Seite
§. 114.	Anziehung und Abstofsung zweier galvanischer Ströme	799
	Ampèresches Gestell	800
	Elektrodynamische Rotationen	807
§. 115.	Elektrodynamisches Grundgesetz	809
	Bestimmung der Konstanten des elektrodynamischen Grundgesetzes	814
§. 116.	Wirkung eines geschlossenen Stromes auf ein Element	823
	Bestimmung der Wirkung durch die Direktrix	825
§. 117.	Das Potential zweier geschlossener Ströme auf einander	827
§. 118.	W. Webers experimentelle Prüfung des elektrodynamischen Grundgesetzes	831
	Drehungsmoment zweier Kreisströme	832
	Elektrodynamometer	836
	Messungen W. Webers	842
§. 119.	W. Webers elektrisches Grundgesetz	844
	Einwürfe von W. Thomson und Tait gegen das Webersche Gesetz	851
	Widerlegung der Einwürfe durch den Nachweis, dafs nach dem Weberschen Gesetze für die Wirkung zweier elektrischer Teilchen eine Potentialfunktion existiert	852
	Einwürfe von v. Helmholtz	854
	Webers Erwiderung gegen den ersten Einwurf	857
	Zweiter Einwurf von v. Helmholtz und Webers Erwiderung	858
	v. Helmholtzs elementares Potentialgesetz und Zurückziehung desselben	860
	Einwurf von Clausius; elektrisches Grundgesetz von Clausius	861
	Würdigung des Clausiusschen Einwurfes und dessen Grundgesetzes	862
§. 120.	Richtung der Ströme unter dem Einflusse der Erde	863
§. 121.	Verhalten der Solenoide und elektrodynamischen Cylinder	867
	Wirkung eines unendlich kleinen Stromes auf ein Element	868
	Wirkung eines Solenoidpoles	871
	Wirkung eines geradlinigen Stromes auf ein Solenoid	874
	Wirkung eines Kreisstromes auf einen Solenoidpol	876

Zweites Kapitel.

Elektromagnetismus und Diamagnetismus.

§. 122.	Ablenkung der Magnetnadel durch den Strom	880
	Gesetz von Biot und Savart	882
	Ableitung einzelner Fälle aus dem Biot-Savartschen Gesetz	884
§. 123.	Ampères Theorie des Magnetismus	887
§. 124.	Rotation von Strömen unter dem Einflufs von Magneten	891
§. 125.	Rotation von Magneten unter dem Einflufs eines Stromes	896
§. 126.	Ablenkung eines Stromes in einem Leiter; Phänomen von Hall	899
§. 127.	Ablenkung einer Magnetnadel durch einen Kreisstrom; Bussolen	901
	Tangentenbussole von Pouillet und W. Weber	903
	Tangentenbussole von Obach	905
	Tangentenbussole von Wiedemann; Spiegelbussolen	905

Digitized by Google

		Seite
	Tangentenbussole von W. Weber	907
	Tangentenbussole von v. Helmholtz und Gaugain	908
	Sinusbussole	910
	Der Multiplikator	912
§. 128.	Messung der Stromstärke nach absolutem Maße	916
	Absolutes elektromagnetisches Maß	917
	Elektrochemisches Äquivalent des Wassers	921
	Dimensionen des Strommaßes; Definition des Ampère	922
	Absolutes elektrodynamisches Maß	923
§. 129.	Magnetisierung durch den galvanischen Strom	925
	Elektromagnete	929
§. 130.	Abhängigkeit des Magnetismus von der Stromstärke; Versuche von Lenz und Jacobi	931
	Versuche von Müller und von Waltenhofen	935
	Theorie der Magnetisierung von W. Weber	940
	Versuche von Wiedemann und von Quintus Icilius	945
§. 131.	Abhängigkeit des magnetischen Momentes von der Beschaffenheit der Stäbe	947
	Theorie der Magnetisierung von Poisson	949
	Magnetisierung des Rotationsellipsoides	952
	Magnetisierungsfunktion	954
	Magnetisierung cylindrischer Stäbe; empirische Sätze über die Abhängigkeit des Magnetismus von der Dicke und Länge der Stäbe	957
	Satz von W. Thomson	960
	Verteilung des Magnetismus im Querschnitt des Elektromagnetes	963
	Verteilung des Magnetismus nach der Länge des Elektromagnetes	965
§. 132.	Anziehung und Tragkraft der Elektromagnete	969
§. 133.	Magnetische Wirkung der Reibungselektricität	975
§. 134.	Magnetisches Verhalten nicht eisenhaltiger Körper, Diamagnetismus	977
	Diamagnetismus und Magnetismus der Flüssigkeiten	981
	Abhängigkeit der diamagnetischen Abstoßung von der Umgebung	982
	Diamagnetismus der Gase	984
§. 135.	Diamagnetische Polarität	985
	Diamagnetometer von W. Weber	987
	Archimedisches Princip im Magnetfelde	991
§. 136.	Abhängigkeit des Diamagnetismus von der magnetisierenden Kraft	992
	Specifischer Magnetismus verschiedener Substanzen	996
	Magnetisierungskonstante des Wismut	998
	Magnetismus der Salze und deren Lösungen; Molekularmagnetismus	998
§. 137.	Magnekrystallkraft	1001
§. 138.	Drehung der Polarisationsebene durch Magnete und den Strom	1006
	Beobachtungen von Faraday; Unterschied der magnetischen und optischen Drehung	1008
	Nachweis der Drehung für die Wärmestrahlen	1011
	Untersuchung von Bertin	1012
	Untersuchung von Verdet	1014
	Abhängigkeit der Drehung von der Wellenlänge	1016
	Positive und negative Drehung	1017
	Drehung der Polarisationsebene bei Reflexion im magnetischen Feld	1019

Drittes Kapitel.

Elektrische Induktion.

§. 139.	Induktion in linearen Leitern durch entstehende und verschwindende Ströme	1020
	Induktion in den Leitern durch Annähern oder Entfernen eines Stromes	1024
	Gesetz von Lenz über die Stromerregungen durch Induktion	1024
	Induktion durch Magnete	1025

Digitized by Google

Seite
§. 140. Gesetze der Induktionsströme . . . 1027
Messungen von Lenz . . . 1027
Messungen von W. Weber . . . 1031
Vergleich der Induktion durch Ströme und derjenigen durch Magnete . . . 1035
§. 141. Extrastrom . . . 1039
Messungen von Edlund . . . 1042
§. 142. Ströme induziert durch Reibungselektricität . . . 1045
§. 143. Unipolare Induktion . . . 1047
§. 144. Induktion durch den Erdmagnetismus . . . 1051
Bestimmung der Inklination mit dem Erdinduktor von W. Weber 1053
§. 145. Induktionsströme höherer Ordnung . . . 1055
§. 146. Theorie der Induktion von F. E. Neumann . . . 1057
Induktion in Leitern mit Gleitstellen . . . 1061
§. 147. W. Webers Theorie der Induktion . . . 1063
Induktion in einem linearen Leiter durch Annäherung an einen Strom . . . 1065
Induktion in einem linearen Leiter durch Entstehen eines Stromes in einem benachbarten Stromkreise . . . 1070
Messungen von Buff über die Induktion in einem geradlinigen Leiter . . . 1074
§. 148. Induktion in körperlichen Leitern, Rotationsmagnetismus . . . 1076
§. 149. Anwendung der Dämpfung bei der Galvanometrie . . . 1083
Theorie der aperiodischen Galvanometer . . . 1084
Messung konstanter Ströme durch den ersten Ausschlag bei gedämpften Galvanometern . . . 1087
Messung der Induktionsströme durch den ersten Ausschlag . . . 1088
Multiplikationsmethode . . . 1089
§. 150. Dauer der Induktionsströme . . . 1090
§. 151. Magnetelektrische und dynamoelektrische Induktionsapparate . . 1096
Induktionsapparat von Stöhrer . . . 1097
Grammescher Ring . . . 1100
Induktionstrommel von v. Hefner-Alteneck . . . 1102
Maschine von Gramme . . . 1104
Maschine von Siemens . . . 1105
§. 152. Theorie der Dynamomaschinen . . . 1107
Das Telephon . . . 1111
§. 153. Elektromagnetische Induktionsapparate . . . 1112
§. 154. Spannungserscheinungen an geöffneten Induktionsspiralen . . . 1117
§. 155. Entladungen durch mit verdünnten Gasen gefüllte Räume . . . 1121
Das positive Büschellicht . . . 1124
Das negative Licht . . . 1130
Elektrische Leitung der Gase . . . 1132
§. 156. Einfluſs des Magnetes auf das elektrische Licht . . . 1135
§. 157. Zurückführung der elektromotorischen Kraft und des Widerstandes auf absolutes Maſs . . . 1138
Absolutes elektromagnetisches Maſs . . . 1139
Dimensionen der absoluten elektromagnetischen Maſse . . . 1141
Volt, Ohm, Ampère, Coulomb, Farad . . . 1142
Methoden zur Vergleichung der Quecksilbereinheit mit dem Ohm 1143
Wert des Ohm in Quecksilbereinheiten . . . 1150
§. 158. Absolutes elektrodynamisches Maſs der Konstanten . . . 1151
§. 159. Absolutes mechanisches Maſs der Konstanten . . . 1153
Dimensionen des mechanischen Maſses verglichen mit den Dimensionen des elektromagnetischen Maſses . . . 1155
Bestimmung der Geschwindigkeit v . . . 1156
Andeutung betreffs der elektromagnetischen Lichttheorie . . . 1160
§. 160. Vergleichungen der Arbeiten des Stromes mit der mechanischen Wärmetheorie . . . 1161
Bestimmung der Konstanten in der Gleichung für die entwickelte Wärmemenge . . . 1162

Digitized by Google

Seite
Versuche von v. Quintus Icilius; Joule u. Fr. Weber 1163
Thomsonscher Satz über das Verhältnis der elektromotorischen Kraft zur chemisch in den Ketten entwickelten Wärmemenge. 1166
Theorie von Braun über die Beziehung der elektromotorischen Kraft zur chemisch in den Ketten entwickelten Wärmemenge. 1166
Satz von v. Helmholtz über die Abhängigkeit der elektromotorischen Kraft von der Temperatur entwickelt aus der Theorie von Braun 1168
Bestätigung des Satzes durch die Messungen von Czapski, Gockel, Jahn 1169
Elektrolyse 1172
Induktion 1174

Digitized by Google

Einleitung.

Grundzüge der Lehre vom Potential.

§. 1.

Die Potentialfunktion. Die magnetischen und elektrischen Erscheinungen, deren Behandlung die Aufgabe des vorliegenden Bandes ist, sind meist abhängig von den Anziehungen und Abstofsungen, welche getrennte Magnetismen oder Elektricitäten auf einander ausüben. Dabei kommt es häufig, ja bei den elektrischen Erscheinungen in der Regel vor, dafs die auf einander einwirkenden Agentien nicht in zwei Punkten konzentriert sind, dafs vielmehr eine ausgedehnte Menge auf einen Punkt oder dafs zwei ausgedehnte Mengen auf einander einwirken. Die direkte Berechnung der Anziehungen oder Abstofsungen ist in den letzteren Fällen eine ziemlich komplizierte, weil die Richtungen, nach welchen die einzelnen Punkte der auf einander einwirkenden Mengen einander anziehen und abstofsen, sehr verschieden sind.

Die Berechnung dieser Wirkungen wird äufserst erleichtert durch Einführung einer Funktion, aus welcher sich die Anziehung oder Abstofsung, welche irgend ein das wirksame Agens enthaltender Punkt, von einem andern dieses Agens ebenfalls enthaltenden Punkte, oder von mehreren solchen Punkten oder auch von einer ausgedehnten Menge des Agens erfährt, direkt berechnen läfst. Eine solche Funktion nennt man im allgemeinen Kräftefunktion[1]); in dem speciellen von uns zu besprechenden Falle, in welchem sich zwei in je einem Punkte konzentrierte Mengen des Agens mit einer Kraft anziehen oder abstofsen, welche der Gröfse dieser Mengen direkt, dem Quadrate ihres Abstandes umgekehrt proportional ist, die Potentialfunktion oder auch schlechtweg das Potential. Erstere Bezeichnung wurde von Green gewählt, der zuerst diese Funktion ausführlicher behandelte und ihre Eigenschaften darlegte[2]); letztere Bezeichnung wählte Gauss, der ohne die Arbeit von Green zu kennen in seiner Abhandlung: „Allgemeine Lehrsätze in Beziehung auf die im verkehrten Verhältnisse des Quadrats der Entfernung wirkenden Anziehungs- und Abstofsungskräfte“ die Theorie der Funktion schon vollständig ent-

1) *Clausius*, Die Potentialfunktion und das Potential. 3. Aufl., Leipzig 1877. §. 4 gemäfs der von Hamilton gewählten Bezeichnung force function.

2) *Green*. An essai on the application of mathematical analysis to the theories of electricity and magnetisme. Nottingham 1828; wieder abgedruckt in Crelles Journal Bd. XLIV und XLVII.

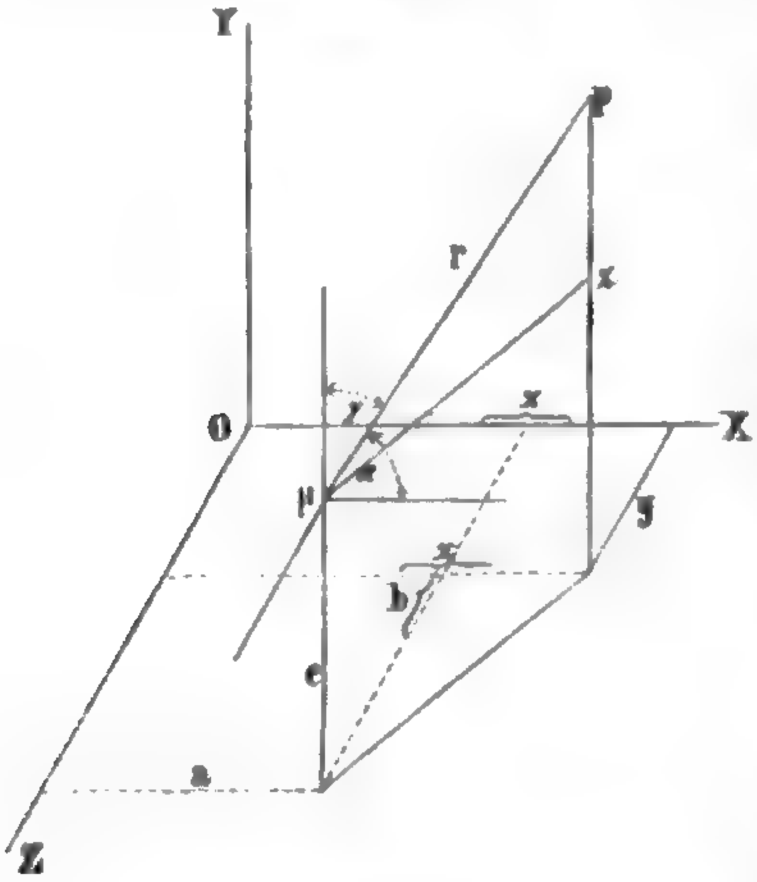
Digitized by Google

wickelte[1]). Clausius hat später[2]) die Greensche Bezeichnung wieder aufgenommen und einen Unterschied zwischen Potentialfunktion und Potential gemacht, der später hervortreten wird.

Gleich an dieser Stelle wollen wir schon hervorheben, dafs wir vorhin zwar von Kräften gesprochen haben, mit denen Agentien sich anziehen oder abstofsen mit einer Stärke, welche dem Quadrate ihres Abstandes umgekehrt proportional ist, dafs die Potentialfunktion indes von ihrer Bedeutung gar nichts einbüfst, wenn wir eine direkte Fernewirkung durch den Raum gar nicht annehmen. Ob die von einem Punkte des Raumes auf einen andern ausgehende Wirkung direkte Fernewirkung ist, oder ob sie durch Vermittelung eines Zwischenmittels von Punkt zu Punkt fortschreitend zustande kommt, ist ganz gleichgiltig; die unsern Untersuchungen zu Grunde liegende Voraussetzung ist nur die, dafs die Wirkung des einen Punktes auf den andern abnimmt, wie die Quadrate der Entfernung wachsen. Wir bemerken das schon hier, weil wir sehen werden, dafs man in neuerer Zeit versucht hat, die elektrischen Erscheinungen ohne Annahme einer Fernewirkung verständlich zu machen.

Zur Definition der Potentialfunktion, um die Greensche Bezeichnung beizubehalten und mit Clausius Potentialfunktion und Potential von einander zu unterscheiden, denken wir uns in einem Punkte p des Raumes, der durch seine drei auf ein rechtwinkliges Koordinatensystem bezogenen Koordinaten x, y, z, Fig. 1, gegeben ist, die Menge eins des wirksamen Agens konzentriert. In einem andern Punkte μ des Raumes, der durch die Koordinaten a, b, c gegeben ist, sei die Menge m des wirksamen Agens konzentriert. Die Kraft, mit welcher die im Punkte μ vorhandene Menge m die im Punkte p vorhandene Menge eins anzieht oder abstöfst, oder allgemeiner ausgedrückt, durch welche von der im Punkte μ vorhandenen Menge ausgehend in p die Wirkung erfolgt, ist, wenn $\mu p = r$ gesetzt wird,

Fig. 1.



$$\pm k \frac{m}{r^2}.$$

Das Vorzeichen ist unbestimmt, da infolge der Wirkung sowohl ein Antrieb von p gegen m hin, als von m fort eintreten, oder kurz ausgedrückt, da die Kraft eine anziehende oder abstofsende sein kann. Wir wollen die abstofsenden Kräfte, welche den Abstand r zu vergröfsern suchen, mit dem positiven, die anziehenden mit dem negativen Vorzeichen versehen.

Die in dem Ausdrucke stehende Konstante k hängt von dem Mafse

1) *Gauss*, Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins im Jahre 1839.

2) *Clausius* a. a. O. §. 12. Die Schrift von Clausius giebt eine sehr übersichtliche Darstellung der Lehre von der Potentialfunktion.

Digitized by Google

ab, mit welchem wir die Menge des wirksamen Agens messen. Wir können dieselbe gleich 1 setzen, wenn wir jene Menge des Agens gleich der Einheit setzen, welche auf eine ihr gleiche aus der Einheit der Entfernung die Einheit der Anziehung oder Abstofsung ausübt. Denn in dem Falle wird für $m = 1$ und $r = 1$ die Wirkung gleich eins, demzufolge mufs $k = 1$ gesetzt werden.

Die Wirkung der Masse m ist nach der Verbindungslinie μp gerichtet. Sind aufser der Masse m im Punkte μ noch andere Mengen $m_1, m_2 \ldots$ in Punkten $\mu_1, \mu_2 \ldots$ vorhanden, welche von dem Punkte p nach irgend welchen Richtungen um $r_1, r_2 \ldots$ entfernt sind, so erhält der Punkt p von dieser die jedesmal nach der Richtung der Verbindungslinie gehenden Antriebe

$$\pm \frac{m_1}{r_1^{\,2}}, \qquad \pm \frac{m_2}{r_2^{\,2}} \cdots$$

Um die Gröfse und Richtung der resultierenden auf die Menge eins des im Punkte p konzentrierten Agens, oder wie wir kurz sagen wollen, auf den Punkt p wirkenden Kraft zu erhalten, müssen wir jede dieser Kräfte in ihre Komponenten parallel X, Y, Z zerlegen. Die Summe der Komponenten parallel einer der Axen giebt die auf den Punkt p überhaupt nach dieser Richtung wirkende Kraft, so dafs wir in den drei den Axen parallelen Komponenten drei auf den Punkt p wirkende Kräfte erhalten, aus denen wir nach dem Satze vom Kräfteparallelogramm die Gröfse und Richtung der Resultierenden berechnen können. Die Komponenten dieser Kräfte parallel den Axen erhalten wir, indem wir die Kräfte mit dem Cosinus der Winkel multiplizieren, welche die Richtungen r mit den Axen bilden. Bezeichnen wir diese Winkel mit α, β, γ, so werden die Komponenten, wenn wir, um nicht doppelte Vorzeichen schreiben zu müssen, voraussetzen, die Kraft sei eine abstofsende für die Menge m des Agens

$$\xi = \frac{m}{r^2} \cos \alpha, \qquad \eta = \frac{m}{r^2} \cos \beta, \qquad \zeta = \frac{m}{r^2} \cos \gamma.$$

Ganz ebensolche Ausdrücke erhalten wir für die andern Kräfte.

In diesen Ausdrücken können wir sowohl r als die drei Cosinus durch die Koordinaten der beiden Punkte ausdrücken; es ist zunächst

$$r^2 = (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2.$$

Legen wir durch μ ein mit dem gegebenen paralleles Koordinatensystem, so erkennt man ferner, wenn man die Verbindungslinie r auf dieses neue Koordinatensystem projiziert, dafs

$$\cos \alpha = \frac{x-a}{r}, \qquad \cos \beta = \frac{y-b}{r}, \qquad \cos \gamma = \frac{z-c}{r},$$

somit, dafs die drei Komponenten werden

$$\xi = \frac{m(x-a)}{r^3}, \qquad \eta = \frac{m(y-b)}{r^3}, \qquad \zeta = \frac{m(z-c)}{r^3}.$$

Diese drei Komponenten ergeben sich unmittelbar als die drei partiellen Differentialquotienten der Funktion

Digitized by Google

$$-\frac{m}{r} = -\frac{m}{\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2}}$$

nach x, y und z, das heifst der drei Differentialquotienten dieser Funktion, wenn wir einmal nur x, dann nur y und schliefslich nur z als veränderliche Gröfsen betrachten. Denn es ist zunächst

$$\frac{\partial - \frac{m}{r}}{\partial x} = \frac{m}{r^2}\,\frac{\partial r}{\partial x},$$

und da

$$r = \left\{(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2\right\}^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{\partial r}{\partial x} = \frac{x-a}{\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2}} = \frac{x-a}{r},$$

somit wird

$$\frac{\partial - \frac{m}{r}}{\partial x} = \frac{m}{r^3}(x-a) = \xi.$$

Ganz in derselben Weise ist

$$\frac{\partial - \frac{m}{r}}{\partial y} = -\frac{\partial \frac{m}{r}}{\partial y} = \frac{m}{r^3}(y-b) = \eta,$$

und

$$-\frac{\partial \frac{m}{r}}{\partial z} = \frac{m}{r^3}(z-c) = \zeta.$$

Die drei partiellen Differentialquotienten der Funktion $-\frac{m}{r}$ oder die negativ genommenen Differentialquotienten der Funktion $\frac{m}{r}$ nach den Veränderlichen x, y, z geben uns somit die den Koordinatenaxen parallelen Komponenten der von der Menge des Agens m auf den Punkt p wirkenden abstofsenden Kraft.

Würden wir die Differentialquotienten anstatt von $-\frac{m}{r}$ von $\frac{m}{r}$ gebildet haben, oder was dasselbe ist, hätten wir nicht die negativ genommenen Differentialquotienten von $\frac{m}{r}$, sondern von $-\frac{m}{r}$ gebildet, so hätten unsere Ausdrücke für ξ, η, ζ das negative Vorzeichen bekommen, wir hätten also die Komponenten der von m auf den Punkt p wirkenden Anziehungen erhalten. Wir können demnach die Komponenten der von m aus auf p ausgeübten Wirkungen allgemein setzen

$$\xi = -\frac{\partial\left(\pm\frac{m}{r}\right)}{\partial x}, \quad \eta = -\frac{\partial\left(\pm\frac{m}{r}\right)}{\partial y}, \quad \zeta = -\frac{\partial\left(\pm\frac{m}{r}\right)}{\partial z},$$

wo in der Klammer das positive Vorzeichen für abstofsende, das negative für anziehende zwischen m und p thätige Kräfte zu setzen ist.

Diese Funktion $\pm\frac{m}{r}$, deren Kenntnis somit genügt, um die von

Digitized by Google

der Menge m eines wirksamen Agens im Punkte p ausgeübte Wirkung zu berechnen, nennt man die Potentialfunktion der Menge m, dieselbe ist somit für die in einem Punkte des Raumes konzentrierte Menge eines Agens m nichts anders als der mit dem positiven oder negativen Vorzeichen versehene Quotient aus der gegebenen Menge m und dem Abstande r des Punktes p, für welchen die Potentialfunktion gebildet wird. Das Vorzeichen ist positiv zu nehmen, wenn die Wirkung zwischen m und dem Punkte p abstofsend, negativ, wenn sie anziehend ist.

Wir wollen hier schon bemerken, dafs bei Verwendung der Potentialfunktion bei Behandlung der magnetischen und elektrischen Erscheinungen das Vorzeichen unmittelbar gegeben ist. Wir werden nämlich sehen, dafs es zwei verschiedene Magnetismen und zwei verschiedene Elektricitäten giebt; zwei Mengen gleicher Magnetismen und zwei Mengen gleicher Elektricitäten stofsen sich ab, zwei Mengen verschiedener Magnetismen oder verschiedener Elektricitäten ziehen sich an. Geben wir in unseren Rechnungen den verschiedenen Magnetismen und den verschiedenen Elektricitäten verschiedene Vorzeichen und setzen dabei voraus, dafs in dem Punkte p immer die Einheit des positiven Agens konzentriert sei, so wird die Potentialfunktion in ihrem Vorzeichen durch das Vorzeichen der Menge m von selbst bestimmt. Indem wir also das Vorzeichen der Potentialfunktion durch das Vorzeichen des Agens m sich bestimmen lassen, können wir einfach den Quotienten

$$\frac{m}{r} = v$$

als die Potentialfunktion definieren, und erhalten die den Koordinatenaxen parallelen Wirkungen

$$\xi = -\frac{\partial v}{\partial x}, \quad \eta = -\frac{\partial v}{\partial y}, \quad \zeta = -\frac{\partial v}{\partial z}$$

in den drei mit dem negativen Vorzeichen versehenen Differentialquotienten des Quotienten v.

Sobald wir anstatt der Wirkung nur einer Menge m auf den Punkt p jene einer Anzahl Quantitäten auf denselben Punkt zu berechnen haben, tritt die Bedeutung der Potentialfunktion für die Vereinfachung der Rechnung deutlich hervor. Sind die Mengen m_1, m_2 . . . in den nach irgend welchen Richtungen liegenden Abständen r_1, r_2 . . . von dem durch seine Koordinaten x, y, z gegebenen Punkte p vorhanden, so sind die in gleicher Weise gebildeten Quotienten

$$\frac{m_1}{r_1}, \quad \frac{m_2}{r_2} \; . \; . \; . \; \frac{m_n}{r_n}$$

die Potentialfunktionen der einzelnen Quantitäten im Punkte p. Die der Axe der X parallele Komponente der auf den Punkt p ausgeübten Wirkungen ist

$$X = \Sigma \xi = -\left\{ \frac{\partial \frac{m_1}{r_1}}{\partial x} + \frac{\partial \frac{m_2}{r_2}}{\partial x} + \cdots \frac{\partial \frac{m_n}{r_n}}{\partial x} \right\} = -\Sigma \frac{\partial \frac{m}{r}}{\partial x},$$

dieselbe ist somit die Summe der sämtlichen partiellen Differentialquotienten nach x, jeder für die einzelne der gegebenen Mengen gebildet.

Digitized by Google

Wie wir nun wissen und wie sich unmittelbar aus dem Begriffe der Summe ergiebt, ist die Summe dieser Differentialquotienten gleich dem Differentialquotienten der Summe der einzelnen Funktionen, oder

$$\Sigma \frac{\partial \frac{m}{r}}{\partial x} = \frac{\partial \Sigma \frac{m}{r}}{\partial x}.$$

Somit folgt

$$X = \Sigma \xi = -\frac{\partial \Sigma \frac{m}{r}}{\partial x}.$$

Die Summe aller Quotienten $\frac{m}{r}$ ist demnach für die Berechnung der von den verschiedenen Mengen m auf den Punkt p ausgeübten Wirkungen dasselbe, was der Quotient $\frac{m}{r}$ für die einzelne Menge ist. Diese Summe ist somit die Potentialfunktion der gegebenen Mengen m; setzen wir

$$\Sigma \frac{m}{r} = V,$$

so werden die den Koordinatenaxen parallelen Komponenten der Wirkung dieser Mengen auf den Punkt dargestellt durch

$$X = -\frac{\partial V}{\partial x} \quad Y = -\frac{\partial V}{\partial y} \quad Z = -\frac{\partial V}{\partial z}.$$

Es wird gut sein, wenn wir an dieser Stelle uns die Bedeutung dieser Differentialquotienten noch etwas faſslicher machen. Die Funktionen v und V sind von den drei veränderlichen Gröſsen x und y und z nur dadurch abhängig, daſs sie sich auf den Punkt p beziehen, dessen Lage im Raum eben durch diese Koordinaten gegeben ist, so daſs, sobald wir diesen Koordinaten bestimmte Werte beilegen, der Punkt p ein ganz bestimmter wird. Das Zeichen ∂v oder ∂V in den betreffenden Differentialquotienten bedeutet diejenige Veränderung, welche v oder V erfahren, wenn die in dem Nenner des betreffenden Quotienten vorkommende Veränderliche sich dadurch ändert, daſs der Punkt p in der Richtung dieser Veränderlichen etwas verschoben wird, wenn der Punkt sich also in der Richtung x um ∂x, oder in der Richtung y um ∂y, oder in der Richtung z um ∂z verschiebt. Die Lage der einzelnen mit dem Agens versehenen Punkte bleibt dabei ganz ungeändert, dieselbe ist eine durchaus gegebene. Der Quotient $\frac{\partial v}{\partial x}$ bedeutet deshalb die Veränderung, welche v erfahren würde, wenn der betrachtete Punkt p in der Richtung x um die Längeneinheit verschoben würde, vorausgesetzt, daſs sich auf dieser ganzen Strecke die Funktion durch Verschiebung des Punktes p um jedesmal ∂x um die gleiche Gröſse ändern würde. Gleiches gilt für die andern Quotienten. Wir können demnach die Potentialfunktion einer gegebenen Menge eines wirksamen Agens als jene Funktion definieren, welche für einen bestimmten Punkt des Raumes einen bestimmten Wert hat, und deren mit dem negativen Vorzeichen versehene Änderung, wenn sich der betrachtete Punkt nach der Richtung einer der Axen um die Längeneinheit verschiebt, uns die Gröſse der Kraftkomponente giebt, welche der

Digitized by Google

Richtung dieser Axe parallel ist, dabei vorausgesetzt, daſs die Veränderung der Potentialfunktion bei der Veränderung der betreffenden Entfernung um die gleiche Gröſse auch immer die gleiche wäre. Festzuhalten ist dabei immer, daſs eine Änderung der Funktion überhaupt nur durch eine Verschiebung des Punktes eintritt, auf den sich die Potentialfunktion der gegebenen Agentien bezieht.

§. 2.

Die Potentialfunktion einer räumlich ausgedehnten Menge eines Agens. Wenn wir anstatt einer Anzahl einzelner, in verschiedenen Punkten konzentrierter Mengen eines Agens irgend einen mit dem Agens stetig gefüllten Raum haben, so können wir durch ganz dieselbe Überlegung die Potentialfunktion der so gegebenen Menge zunächst auf einen auſserhalb derselben gelegenen Punkt erhalten. Ist die in einem Volumelement des Raumes vorhandene Menge des Agens gleich dm und der Abstand dieses Volumelementes von dem betrachteten Punkte gleich r, so ist die Potentialfunktion dieser Menge dm gleich

$$\frac{dm}{r}.$$

Die Potentialfunktion der ganzen Menge ist die Summe aller der unendlich vielen Mengen dm, welche in dem gegebenen Raume vorhanden sind, jede dividiert durch ihren Abstand von dem betrachteten Punkte. Die Summe wird hier das über den ganzen mit dem Agens ausgefüllten Raum ausgedehnte Integral

$$V = \int \frac{dm}{r},$$

dessen Berechnung nur möglich ist, wenn man weiſs, wie das Agens im Raume verteilt ist. Die Kraftkomponenten sind gerade so zu bestimmen, wie bei getrennten Massen, es ist die X-Komponente

$$X = \int - \frac{\partial \frac{dm}{r}}{\partial x} = - \frac{\partial \int \frac{dm}{r}}{\partial x} = - \frac{\partial V}{\partial x},$$

und die gleichen Ausdrücke bekommen wir für die beiden andern Komponenten.

Bei dem Übergange von getrennten in einzelnen Punkten konzentrierten Mengen zu einem mit dem Agens stetig gefüllten Raume haben wir angenommen, der betrachtete Punkt liege auſserhalb des mit dem Agens gefüllten Raumes. Es kann indessen auch der Fall eintreten, daſs man die Kraft bestimmen will, welche von diesem Agens auf eine im Innern des mit ihm ausgefüllten Raumes befindlichen Punkt resp. auf die in diesem gedachte Einheit des Agens wirkt. Es fragt sich, können wir auch für einen solchen Punkt die Potentialfunktion bilden und durch Differentiation nach den Koordinatenaxen die Kraftkomponenten erhalten. Es bedarf das einer besondern Untersuchung, denn wenn der betrachtete Punkt innerhalb des von dem Agens gefüllten Raumes sich befindet, ist für die Elemente dm, welche in unmittelbarer Nähe desselben liegen, der Wert r unendlich klein; für diese Elemente wird somit der Wert $\frac{dm}{r}$

Digitized by Google

durchaus unbestimmbar. Das gleiche gilt dann auch von der Summe resp. dem Integral, welches diese unbestimmbaren Glieder enthält.

Es bedarf indes nur einer leichten Umformung unseres Ausdruckes für die Potentialfunktion, um zu zeigen, sowohl dafs die Potentialfunktion, in derselben Weise gebildet einen bestimmten angebbaren Wert hat, als auch dafs ihre drei partiellen Differentialquotienten die Komponenten der auf den betrachteten Punkt wirkenden Kraft geben.

Um das erstere nachzuweisen, sei du ein Element des von dem wirksamen Agens ausgefüllten Raumes und $\varkappa$ die Dichtigkeit des Agens an dieser Stelle, welche für die verschiedenen Stellen des Raumes indes verschieden sein kann, nur an allen Stellen einen endlichen angebbaren Wert haben soll. Die Ordinaten des Elementes seien a, b, c, jene des im Innern des Raumes liegenden Punktes p, in bezug auf welchen die Potentialfunktion gebildet werden soll, x, y, z, so dafs der Abstand dieses Punktes von dem Elemente $\varkappa du$ gegeben ist durch

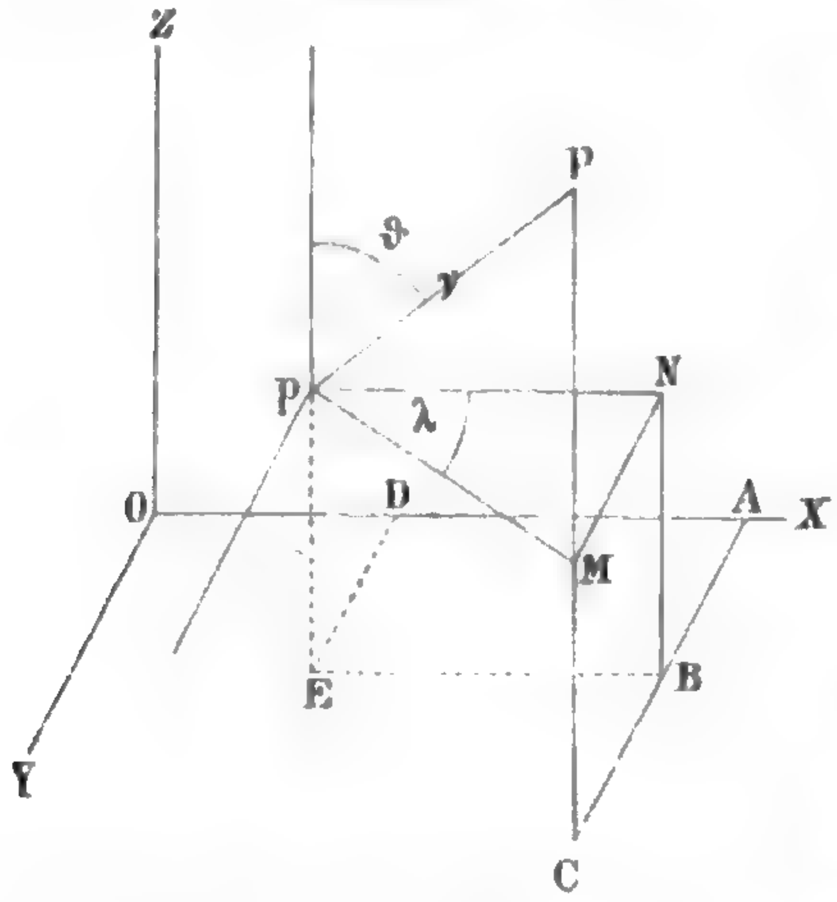
$$r^2 = (a - x)^2 + (b - y)^2 + (c - z)^2;$$

die Potentialfunktion ist dann das über den ganzen mit dem Agens gefüllten Raum u ausgedehnte Integral

$$V = \int \frac{\varkappa du}{r},$$

in welchem bei der Integration a, b, c die Veränderlichen sind, da diese nach und nach alle für den Raum u möglichen Werte annehmen müssen, während x, y, z konstant sind, da es die Koordinaten des Punktes im Raume sind, in bezug auf welchen die Potentialfunktion gebildet werden soll.

Fig. 2.



Die Umformung, die wir vornehmen, ist die, dafs wir die Werte von a, b, c durch Polarkoordinaten ausdrücken. Ist Fig. 2 p der Punkt mit den Koordinaten x, y, z in dem Koordinatensystem, dessen Mittelpunkt in O liegt, und P der Punkt mit den Koordinaten a, b, c, wo das Element du liegt, so dafs

$$PC = c, \quad CA = b, \quad OA = a$$

ist, und legen wir durch den Punkt p das dem ersten parallele Koordinatensystem, so können wir zunächst schreiben, wenn pM die Projektion von pP oder r auf die XY-Ebene des durch p gelegten, dem ursprünglichen parallelen Koordinatensystemes ist,

$$PC = MC + PM = z + PM,$$
$$CA = AB + BC = AB + MN = y + MN,$$
$$OA = OD + DA = OD + EB = OD + pN = x + pN.$$

Bezeichnen wir den Winkel, welchen $pP = r$ mit der Z-Axe bildet, mit ϑ, den Winkel, welchen die Projektion von r oder pM mit der X-Axe bildet, mit λ, so ist

$$PM = r\cos\vartheta, \quad pN = r\sin\vartheta\cos\lambda, \quad MN = r\sin\vartheta\sin\lambda,$$

somit werden

$$a = x + r\sin\vartheta\cos\lambda, \quad b = y + r\sin\vartheta\sin\lambda, \quad c = z + r\cos\vartheta.$$

Um das Volumelement du durch die Veränderlichen r, ϑ, λ auszudrücken, denken wir uns um p als Mittelpunkt zwei Kugelflächen, beschrieben mit dem Radius r und dem Radius $r + dr$, zwischen denen das Element du liegt. Die Kugelschale denken wir uns durch zwei in der Axe der Z sich schneidende Ebenen geschnitten, deren eine durch den Punkt P geht, und welche den unendlich kleinen Winkel $d\lambda$ mit einander bilden, und weiter durch zwei Ebenen senkrecht zur Z-Axe, welche einander unendlich nahe liegen und deren eine durch den Punkt P geht. Diese vier Ebenen schneiden aus der Kugelschale das Element du aus. Auf der Kugelfläche mit dem Radius r scheiden die vier Ebenen ein Viereck aus; das eine Seitenpaar dieses Vierecks liegt auf den Kreisen, in welchen die zur Z-Axe senkrechten Schnitte die Kugelfläche schneiden. Da der Radius dieser Kreise gleich $r\sin\vartheta$ ist, und da die beiden durch die Z-Axe gelegten Schnitte, welche dieses Seitenpaar begrenzen, den Winkel $d\lambda$ mit einander bilden, so ist die Länge des Seitenpaares $r\sin\vartheta\, d\lambda$. Das andere Seitenpaar liegt in den in der Z-Achse sich schneidenden Ebenen, es sind also Bögen gröfster Kreise auf der mit dem Radius r beschriebenen Kugel. Ihre Länge ist im Bogenmafs $d\vartheta$, somit im Längenmafs $r\,d\vartheta$. Die Fläche des Vierecks ist somit $r^2 \sin\vartheta\, d\vartheta\, d\lambda$. Das Produkt aus dieser Fläche und der Dicke dr der durch die beiden Kugelflächen mit den Radien r und $r + dr$ gegebenen Kugelschale ist das Volumelement du oder

$$du = r^2 \sin\vartheta\, d\vartheta\, d\lambda\, dr.$$

Die Potentialfunktion wird demnach

$$V = \int \frac{\varkappa r^2 \sin\vartheta\, d\vartheta\, d\lambda\, dr}{r} = \int \varkappa r \sin\vartheta\, d\vartheta\, d\lambda\, dr,$$

und die drei variabeln Gröfsen, nach denen die Integration auszuführen ist, sind r, ϑ, λ.

Durch diese Umformung ist die Gröfse r, welche für die unmittelbar bei dem Punkte p liegenden Elemente unendlich klein wird, aus dem Nenner des zu integrierenden Ausdrucks verschwunden, die Gröfse r steht vielmehr als Faktor darin. Daraus folgt, dafs für diejenigen Elemente, welche in unendlich kleinem Abstande von p liegen, die Potentialfunktion selbst unendlich klein wird, oder dafs diese zum Werte der Summe nur unendlich wenig beitragen. Es ergiebt sich somit, dafs das Integral resp. die Potentialfunktion einen bestimmten endlichen Wert hat, der nur von der Verteilung des Agens in dem gegebenen Raume, sowie von der Ausdehnung und der Form der Begrenzung des Raumes abhängig ist. Ist $\varkappa$ durch den ganzen Raum konstant, so läfst sich die Integration nach R ausführen. Ist R der Abstand des Punktes, in welchem r die Begrenzung

Digitized by Google

des Raumes trifft, von p, so können wir das Integral, wenn wir entsprechend der dreifachen Integration auch drei Integralzeichen anwenden, schreiben

$$V = \varkappa \int d\lambda \int \sin\vartheta\, d\vartheta \int_0^R r\, dr$$

oder

$$V = {}^1\!/_2\, \varkappa \int d\lambda \int \sin\vartheta\, R^2\, d\vartheta\,.$$

Nehmen wir das Integral nach ϑ von 0 bis 2π, so ist es nach λ noch von 0 bis π zu nehmen. Der Wert des Integrals hängt wesentlich davon ab, welche Funktion R von ϑ und von λ ist, welche Form somit die Begrenzung der Menge hat und an welcher Stelle derselben der Punkt p liegt, denn von diesen beiden Umständen hängen die Werte der nach den verschiedenen Richtungen des Raumes gezogenen R ab.

In ganz gleicher Weise ergiebt sich, dafs die nach den drei Veränderlichen x, y, z genommenen partiellen Differentialquotienten einen endlichen Wert haben und uns die Kraftkomponenten liefern. Es ist die X-Komponente

$$X = -\frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{\partial \int \frac{dm}{r}}{\partial x} = -\int \frac{\partial \frac{dm}{r}}{\partial x}\,,$$

somit, da

$$\frac{\partial \frac{dm}{r}}{\partial x} = \frac{dm\,(a-x)}{r^3}\,,$$

$$X = \int \frac{dm\,(a-x)}{r^3}\,.$$

Auch jetzt ist die Integration wieder über a, b, c zu nehmen, und bei derselben sind x, y, z konstant. Den Wert von X erhalten wir wieder, wenn wir $dm = \varkappa du$ setzen und du sowie u durch dieselben Polarkoordinaten ausdrücken. Es ist

$$dm = \varkappa du = \varkappa r^2 \sin\vartheta\, d\vartheta\, d\lambda\, dr$$

$$a - x = r \sin\vartheta \cos\lambda\,,$$

somit

$$X = \int \varkappa \sin^2\vartheta \cos\lambda\, d\vartheta\, d\lambda\, dr\,.$$

Ebenso werden

$$Y = \int \frac{dm\,(b-y)}{r^3} = \int \varkappa \sin^2\vartheta \sin\lambda\, d\vartheta\, d\lambda\, dr$$

$$Z = \int \frac{dm\,(c-z)}{r^3} = \int \varkappa \sin\vartheta \cos\vartheta\, d\vartheta\, d\lambda\, dr\,.$$

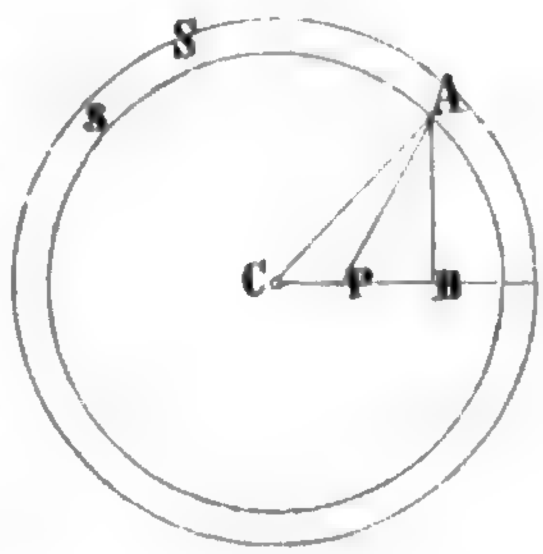
Auch hier steht die Gröfse r nicht mehr im Nenner, wir gelangen somit auch für die Kraftkomponenten zu endlichen Werten, und dieselben lassen sich durch die Differentiation der Potentialfunktion nach den Gröfsen x, y, z berechnen, welche die Lage des Punktes, in bezug auf welchen die Potentialfunktion gebildet ist, bestimmen.

Digitized by Google

§. 3.

Die Potentialfunktion einer homogenen Kugel. Ehe wir in der Untersuchung der Eigenschaften der Potentialfunktion weiter gehen, wird es gut sein, einen speciellen Fall zu behandeln, der als Beispiel der im vorigen Paragraphen abgeleiteten allgemeinen Sätze dienen soll, um so mehr, da wir diesen Fall bei unserer weitern Untersuchung doch zu benutzen haben. Wir wollen die Potentialfunktion einer homogenen Kugel berechnen, sowohl auf einen aufserhalb als innerhalb der Kugel liegenden Punkt. Es sei Fig. 3 s ein Durchschnitt der Kugel mit dem Radius R und P der betrachtete Punkt in dem Abstande $CP = a$ von dem Mittelpunkte entweder innerhalb der Kugel, wie in der Figur, wenn $a < R$ oder aufserhalb derselben, wenn $a > R$. Wir bestimmen zunächst die Potentialfunktion einer beliebigen Kugelschale vom Radius ϱ und der Dicke $d\varrho$. Auch für diese Kugelschale kann ϱ gröfser oder kleiner sein als a. Anstatt der Potentialfunktion eines Elementes der Kugelschale s können wir sofort diejenige eines Ringes der Schale angeben, den wir senkrecht zu CP aus der Schale herausgeschnitten denken. Ist A ein Punkt dieses Ringes, dessen Lage dadurch bestimmt ist, dafs die Verbindungslinie CA mit CP den Winkel ϑ bildet, und ist $d\vartheta$ ein Bogenelement des Durchschnittes s der innern Fläche der Kugelschale, dessen Länge somit $\varrho d\vartheta$ ist, so ist

Fig. 3.



$$2\pi AB\varrho d\vartheta = 2\pi\varrho^2 \sin\vartheta d\vartheta$$

die Fläche der Kugelzone, deren Breite gleich ist der Länge des Elementes $d\vartheta$; multiplizieren wir diesen Wert mit $d\varrho$, der Dicke der Kugelschale s, so erhalten wir das Volumen des Ringes der Schale, dessen eines Element A ist, und multiplizieren wir schliefslich mit $\varkappa$ der Dichtigkeit des Agens in der Schale, das ist der in der Volumeinheit enthaltenen Menge derselben, so ist

$$2\pi\varkappa\varrho^2 \sin\vartheta\, d\vartheta\, d\varrho$$

die in dem Ringe vorhandene Menge des Agens. Alle Punkte dieses Ringes befinden sich in der gleichen Entfernung $r = PA$ von dem Punkte P, somit ist die Potentialfunktion des Ringes in bezug auf den Punkt P

$$\frac{2\pi\varkappa\varrho^2 \sin\vartheta\, d\vartheta\, d\varrho}{r}.$$

Die Summe der Potentialfunktionen aller Ringe der Schale, die wir erhalten, indem wir ϑ alle Werte von $\vartheta = 0$ bis $\vartheta = \pi$ beilegen und die entsprechenden Werte von r einsetzen, giebt uns die Potentialfunktion der Kugelschale. Um diese Summe bilden zu können, drücken wir am bequemsten ϑ durch r aus. Es ist

$$r^2 = \varrho^2 + a^2 - 2ar\cos\vartheta.$$

Digitized by Google

Wächst hierin ϑ um $d\vartheta$, so wächst r um dr, es ist deshalb

$$r\,dr = a\varrho \sin\vartheta\, d\vartheta$$

$$\frac{dr}{a} = \frac{\varrho \sin\vartheta\, d\vartheta}{r}.$$

Damit wird die Potentialfunktion des Ringes

$$\frac{2\pi\varkappa\varrho\, d\varrho\, dr}{a}.$$

Die Summation über die ganze Kugelschale ist jetzt durch die Integration nach r auszuführen, es sind für r nach und nach alle möglichen Werte einzusetzen.

Die Grenzwerte von r sind verschieden, je nachdem der Punkt P im Innern der Schale liegt oder aufserhalb derselben. Liegt der Punkt im Innern der Schale, so kann r alle Werte zwischen $\varrho - a$ und $\varrho + a$ annehmen, die Potentialfunktion der Kugel für einen innern Punkt wird somit

$$v_i = \int_{\varrho - a}^{\varrho + a} \frac{2\pi\varkappa\varrho\, d\varrho\, dr}{a} = 4\pi\varkappa\varrho\, d\varrho$$

Befindet sich der Punkt P aufserhalb der Kugelschale, so ist der kleinste Wert, welchen r annehmen kann, gleich $a - \varrho$, der grösste gleich $a + \varrho$, die Potentialfunktion für einen solchen Punkt wird somit

$$v_a = \int_{a-\varrho}^{a+\varrho} \frac{2\pi\varkappa\varrho\, d\varrho\, dr}{a} = \frac{4\pi\varkappa\varrho^2\, d\varrho}{a}.$$

Der Zähler dieses letztern Ausdruckes ist die Menge des in der Kugelschale vorhandenen wirksamen Agens, setzen wir diese gleich m, so wird die Potentialfunktion der Schale für einen aufserhalb liegenden Punkt

$$v_a = \frac{m}{a}$$

gleich dem Quotienten aus der in der Schale vorhandenen Menge dividiert durch den Abstand des betrachteten Punktes von dem Mittelpunkte der Kugelschale.

Auch die Potentialfunktion der Schale für den innern Punkt können wir auf die entsprechende Form bringen, indem wir setzen

$$v_i = 4\pi\varkappa\varrho\, d\varrho = \frac{4\pi\varkappa\varrho^2\, d\varrho}{\varrho} = \frac{m}{\varrho};$$

die Potentialfunktion einer Kugelschale für einen innern Punkt ist gleich dem in der Schale vorhandenen Agens dividiert durch den Radius der innern Fläche der Schale. Für alle Punkte im Innern einer Kugelschale hat somit die Potentialfunktion denselben Wert, durch keinerlei Verschiebung im Innern der Schale erhält deshalb die Potentialfunktion eine Änderung; es folgt somit, dafs eine homogene Kugelschale auf Punkte, welche sich in dem Hohlraum der Schale befinden, keinerlei Kraftwirkung ausüben kann. Wir gelangen demnach so unmittelbar zu dem Satze, den

Digitized by Google

wir im §. 43 des ersten Bandes bewiesen haben, dafs eine homogene Schale nach dem für die ponderabele Materie gültigen Newtonschen Anziehungsgesetz auf einen in ihrem Innern befindlichen Massenpunkt keine Anziehung ausübt.

Den Wert der Potentialfunktion einer Kugel, welche mit einem Agens von überall gleichförmiger Dichte ausgefüllt ist, auf einen aufserhalb der Kugel liegenden Punkt erhalten wir aus dem für v_a gefundenen Werte, indem wir die Summe der v_a für alle Werte von ϱ zwischen $\varrho = 0$ und $\varrho = R$ bilden, also in dem Integral

$$V_a = \int_0^R \frac{4\pi\varkappa\varrho^2 d\varrho}{a} = \frac{4/_3\pi\varkappa R^3}{a} = \frac{M}{a}.$$

Dieselbe ist somit gleich der Menge des in der Kugel eingeschlossenen Agens dividiert durch den Abstand des betrachteten Punktes von dem Mittelpunkte der Kugel.

Um die Potentialfunktion für einen im Innern der Kugel liegenden Punkt zu berechnen, ist zu beachten, dafs für alle Kugelschalen, für welche $\varrho < a$ ist, der Punkt ein äufserer, für diejenigen, für welche $\varrho > a$ ist, dagegen ein innerer ist. Die Potentialfunktionen dieser beiden Teile der Kugel sind daher gesondert zu berechnen, und die Summe dieser beiden Teile ist die Potentialfunktion der Kugel für den in ihrem Innern liegenden Punkt.

Der erste Teil dieser Summe ist durch Integration des für v_a erhaltenen Ausdruckes von $\varrho = 0$ bis $\varrho = a$ zu erhalten, derselbe ist somit

$$V_1 = \frac{4/_3\pi\varkappa a^3}{a} = 4/_3\pi\varkappa a^2.$$

Zur Berechnung des zweiten Teils ist der für v_i gefundene Ausdruck zu benutzen und zwar ist derselbe von $\varrho = a$ bis $\varrho = R$ zu integrieren, so dafs

$$V_2 = \int_a^R 4\pi\varkappa\varrho\, d\varrho = 2\pi\varkappa(R^2 - a^2)$$

wird. Die Summe beider giebt die Potentialfunktion V_i

$$V_i = 2\pi\varkappa(R^2 - 1/_3 a^2)$$

für einen im Innern der Kugel im Abstande a vom Mittelpunkte derselben liegenden Punkt.

Die Potentialfunktion hat demnach ihren gröfsten Wert für $a = 0$, also für den Mittelpunkt der Kugel; mit wachsendem a nimmt sie ab; ist $a = R$, so wird dieselbe

$$V_i = 4/_3\pi\varkappa R^2 = \frac{4/_3\pi\varkappa R^3}{R}.$$

Den gleichen Wert der Potentialfunktion erhalten wir, wenn wir in der Gleichung für V_a den Abstand des Punktes $a = R$ setzen; es folgt somit, dafs die Potentialfunktion einer Kugel bei Änderung des Abstandes a des betrachteten Punktes vom Mittelpunkte der Kugel sich stetig ändert, dafs bei dem Übergange des Punktes aus dem Innern der Kugel

Digitized by Google

nach aufsen keine sprungweise Änderung des Wertes der Potentialfunktion eintritt.

Um die Kraftkomponenten aus der Potentialfunktion abzuleiten legen wir ein dreiaxiges rechtwinkeliges Koordinatensystem mit seinem Mittelpunkte in den Mittelpunkt der Kugel; damit ist

$$a^2 = x^2 + y^2 + z^2.$$

Für einen äufsern Punkt wird

$$X = -\frac{\partial V_a}{\partial x} = \frac{{}^4/_3 \pi \varkappa R^3}{a^3} x; \quad Y = -\frac{\partial V_a}{\partial y} = \frac{{}^4/_3 \pi \varkappa R^3}{a^3} y;$$

$$Z = -\frac{\partial V_a}{\partial z} = \frac{{}^4/_3 \pi \varkappa R^3}{a^3} z.$$

Die resultierende Kraft wird

$$K = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} = \frac{{}^4/_3 \pi \varkappa R^3}{a^3} \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \frac{M}{a^2}.$$

Für einen im Innern der Kugel vom Radius R im Abstande a vom Mittelpunkte liegenden Punkt wird aus

$$V_i = 2\pi\varkappa(R^2 - {}^1/_3 a^2) = 2\pi\varkappa(R^2 - {}^1/_3(x^2 + y^2 + z^2))$$

$$X = -\frac{\partial V_i}{\partial x} = {}^4/_3 \pi \varkappa x; \quad Y = -\frac{\partial V_i}{\partial y} = {}^4/_3 \pi \varkappa y;$$

$$Z = -\frac{\partial V_i}{\partial z} = {}^4/_3 \pi \varkappa z,$$

somit wird

$$K = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} = {}^4/_3 \pi \varkappa \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = {}^4/_3 \pi \varkappa a.$$

wofür wir auch schreiben können

$$K_i = \frac{{}^4/_3 \pi \varkappa a^3}{a^2} = \frac{M_i}{a^2},$$

wenn M_i die Menge des in der Kugel vom Radius a eingeschlossenen Agens bedeutet.

Wir gelangen somit zu dem Satze, dafs, wenn ein Agens nach aufsen abstofsend oder anziehend wirkt, so dafs die Wirkung nach dem Quadrate der Entfernung abnimmt, eine homogene Kugel auf einen aufserhalb liegenden Punkt gerade so wirkt, wie wenn die Menge des Agens im Mittelpunkte der Kugel konzentriert wäre, auf einen innern Punkt so, wie wenn die Schale, welche im Innern von der Kugelfläche begrenzt ist, auf welcher der Punkt liegt, also die Schale von der Dicke $R - a$ nicht vorhanden und die Menge des in der Kugel vom Radius a vorhandenen Agens im Mittelpunkte der Kugel konzentriert wäre. Wir finden also unmittelbar die Sätze, welche wir im §. 39 und 43 des ersten Bandes schon für die allgemeine Massenanziehung bewiesen haben.

Nimmt in dem Ausdrucke für die auf den äufsern Punkt wirkende Kraft a bis $a = R$ ab, oder wächst in dem Ausdrucke für K_i der Wert von a bis $a = R$, so nehmen beide Ausdrücke den gleichen Wert

$$K = \frac{M}{R^2}$$

Digitized by Google

an. Es folgt somit, dafs auch die Kraft, welche von einer homogenen Kugel auf einen Punkt ausgeübt wird, sich stetig ändert, wenn der Punkt aus dem Innern der Kugel nach aufsen rückt, dafs bei dem Durchtritte des Punktes durch die äufsere Kugelfläche keine sprungweise Änderung eintritt.

§. 4.

Niveauflächen. Wenn wir die Potentialfunktion einer gegebenen Menge eines wirksamen Agens kennen, so geben uns, wie wir sahen, deren partielle Differentialquotienten nach den drei Koordinaten die den Axen parallelen Komponenten der Wirkung der Menge auf die in einem Punkte des Raumes vorhandene Einheit des Agens, indem wir in die Differentialquotienten die Koordinaten des betreffenden Punktes einsetzen. Die Wurzel aus der Summe der Quadrate der drei Differentialquotienten giebt uns die Gröfse der auf den betrachteten Punkt wirkenden Kraft

$$K = \sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)^2}.$$

Die Richtung der resultierenden Kraft erhalten wir aus der Bedeutung der den Axen parallelen Komponenten, als dem Produkt aus der Gröfse der Kraft und dem Cosinus des Winkels, den ihre Richtung mit der betreffenden Axe bildet. Ist der Winkel zwischen der Richtung der resultierenden Kraft und der X-Axe gleich α, so ist

$$K \cos \alpha = X; \quad \cos \alpha = \frac{X}{K} = \frac{-\frac{\partial V}{\partial x}}{K};$$

die gleichen mit den beiden andern Differentialquotienten gebildeten Quotienten geben uns die Cosinus der Winkel β und γ, welche die Richtung der Kraft mit den beiden andern Koordinatenaxen bildet.

Die Komponente der Kraft nach irgend einer Richtung s, welche mit der Richtung der Kraft einen Winkel φ bildet, ist gleich dem Produkte $K \cdot \cos \varphi$. Bildet diese Richtung mit den Axen die Winkel $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$, so ist nach einem bekannten Satze der analytischen Geometrie des Raumes

$$\cos \varphi = \cos \alpha \cdot \cos \alpha_1 + \cos \beta \cdot \cos \beta_1 + \cos \gamma \cdot \cos \gamma_1.$$

Denken wir uns den betrachteten Punkt in der Richtung s um das unendlich kleine Stück ds verschoben, so ist

$$\cos \alpha_1 = \frac{dx}{ds}, \quad \cos \beta_1 = \frac{dy}{ds}, \quad \cos \gamma_1 = \frac{dz}{ds}.$$

Setzen wir diese und die vorhin für $\cos \alpha \cdot \cdot$ erhaltenen Ausdrücke in die Gleichung für $\cos \varphi$ und multiplizieren mit K, so wird

$$K \cos \varphi = -\left\{\frac{\partial V}{\partial x}\frac{dx}{ds} + \frac{\partial V}{\partial y}\frac{dy}{ds} + \frac{\partial V}{\partial z}\frac{dz}{ds}\right\}.$$

Die in der Klammer eingeschlossene Summe ist nichts anders als die Änderung, welche V erfährt, wenn der betrachtete Punkt in der Richtung s um die Strecke ds verschoben gedacht wird, dividiert durch die Strecke ds, so dafs

Digitized by Google

$$K \cos \varphi = -\frac{dV}{ds}$$

der Differentialquotient der Potentialfunktion nach der gegebenen Richtung uns die in dieser Richtung fallende Komponente der Kraft giebt. Es folgt dieser Satz auch unmittelbar aus dem Wesen der Potentialfunktion, als jener Funktion, deren nach den drei Koordinaten x, y, z genommenen Differentialquotienten uns die den Axen parallelen Komponenten liefert. Denn da über die Richtung der Axen gar keine Voraussetzung gemacht ist, dieselbe vielmehr jede beliebige sein kann, so folgt schon notwendig, dafs die Veränderung der Potentialfunktion durch Verschiebung des betrachteten Punktes nach einer beliebigen Richtung dividiert durch die unendlich kleine Verschiebung die in diese Richtung fallende Komponente der Kraft geben mufs.

So giebt uns die Potentialfunktion der Kugel in bezug auf einen äufsern im Abstande a vom Mittelpunkt gelegenen Punkt, durch Bildung des Differentialquotienten der Funktion nach a die auf den Punkt wirkende Kraft, da die Richtung der Resultierenden mit der Richtung a zusammenfällt, es ist

$$-\frac{d\frac{M}{a}}{da} = \frac{M}{a^2}.$$

Die Richtung und Gröfse der von einer gegebenen Menge eines Agens auf einen Punkt wirkenden Kraft können wir aus der Potentialfunktion noch in einer andern übersichtlichen Weise darstellen. Die Gleichung

$$V = C$$

liefert uns nicht nur die Potentialfunktion für den einzigen Punkt, für den sie berechnet ist, sondern gleichzeitig für alle Punkte einer Fläche, für welche die Potentialfunktion den gleichen Wert hat. Es folgt das aus den Sätzen der analytischen Geometrie, nach denen jede Gleichung von der Form

$$f(x, y, z) = \text{constans}$$

eine bestimmte Fläche darstellt. Für die Potentialfunktion der Kugel, z. B.

$$V = \frac{M}{a} = \frac{M}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

für einen aufserhalb der Kugel im Abstande a vom Mittelpunkte liegenden Punkt, ist der Wert für alle jene Punkte der gleiche, welche gleichen Werten von a entsprechen. Diese Punkte liegen auf einer um den Mittelpunkt von M mit dem Radius a beschriebenen Kugelfläche, so dafs also diese Kugelfläche oder überhaupt jede mit einem beliebigen Radius um den Mittelpunkt von M beschriebene Kugelfläche eine solche ist, auf welcher die Potentialfunktion überall denselben Wert hat. In andern Fällen haben die Flächen gleicher Werte der Potentialfunktion andere Formen.

Die Verschiebung des betrachteten Punktes auf einer solchen durch ihn gelegten Fläche kann deshalb keine Änderung der Potentialfunktion bewirken, deshalb kann auch keine Komponente der auf den Punkt ausgeübten Wirkung in diese Fläche fallen, oder die gesamte auf den Punkt vorhandene Wirkung mufs in die Richtung der von der betreffenden Stelle

Digitized by Google

zu dieser Fläche gezogenen Senkrechten, in die Normale der Fläche fallen. Diese Flächen verhalten sich somit gerade so, wie die freien Oberflächen von Flüssigkeiten, welche auch an jedem Punkte senkrecht zu der an der betreffenden Stelle wirksamen Kraft sind. Man bezeichnet deshalb diese Flächen als Niveauflächen. Damit können wir kurz die Richtung der Resultierenden der auf einen Punkt wirkenden Kraft dahin angeben, dafs sie in die Richtung der Normale der durch den betreffenden Punkt gehenden Niveaufläche fallen mufs. Für die von einer homogenen Kugel auf irgend einen aufserhalb derselben liegenden Punkt ausgeübte Wirkung ergiebt sich auch so wieder unmittelbar, dafs die Richtung derselben in den Radius der Kugel fallen mufs.

Die Gröfse der auf den betrachteten Punkt und überhaupt auf einen Punkt der Niveaufläche, zu welcher der betrachtete Punkt gehört, wirkenden Kraft, erhalten wir demnach, wenn wir uns den Punkt in der Richtung der Normalen der Niveaufläche um die Gröfse dn verschoben denken; ist dV die dieser Verschiebung entsprechende Änderung der Potentialfunktion, so ist

$$K = -\frac{dV}{dn}$$

die Gröfse der auf den betrachteten Punkt der Niveaufläche wirkenden Kraft.

Hieran schliefst sich sofort noch eine Bemerkung über die Niveauflächen. Ebenso wie die Gleichung

$$V = C$$

einer Niveaufläche entspricht, so auch die Gleichung

$$V + dV = C + \zeta.$$

Dieselbe ist die Gleichung einer der ersten unendlich nahen Niveaufläche. Der Abstand der zweiten Niveaufläche von der ersten ist auf der Normale der beiden Flächen überall gleich $dn = \varepsilon$. Wie sich der Abstand der beiden Flächen, die dadurch gegeben sind, dafs die Gleichung der zweiten von der der ersten durch die konstante Gröfse ζ verschieden ist, an den verschiedenen Stellen der Niveauflächen ändert, das hängt von der Natur der Niveauflächen ab. Sind im speciellen die Niveauflächen Kugeln, so ist für ein konstantes ζ auch ε überall dasselbe; haben die Niveauflächen andere Gestalt, so ändert sich der Abstand der beiden Flächen von Punkt zu Punkt. Da nun in dem die Gröfse der Kraft an einer Stelle der Niveaufläche bestimmenden Quotienten, den wir ohne Rücksicht auf das Vorzeichen schreiben können

$$K = \frac{\zeta}{\varepsilon}$$

der Abstand der beiden Niveauflächen im Nenner steht, so folgt, dafs die an einem Punkte der ersten Fläche wirksame Kraft dem Abstand der beiden Flächen an der betreffenden Stelle umgekehrt proportional ist.

Es folgt hieraus weiter, dafs zwei Niveauflächen sich niemals schneiden können, denn für die Schnittpunkte würde $\varepsilon = 0$, somit die dort wirksame Kraft unendlich grofs.

Digitized by Google

§. 5.

Bedeutung der zweiten Differentialquotienten der Potentialfunktion. Mit Hilfe der Potentialfunktion einer gegebenen Menge eines Agens können wir nicht nur die in einem beliebigen Punkte des Raumes wirksame Kraft erhalten, wir können aus derselben auch die Verteilung des wirksamen Agens im Raume bestimmen.

Es sei ein gewisses Quantum des Agens, M, gegeben; sei dm ein Element desselben, so dafs die Potentialfunktion des Elementes in bezug auf einen im Abstande r von dem Element befindlichen Punkt gleich

$$\frac{dm}{r},$$

somit dasjenige der ganzen Menge in bezug auf denselben Punkt

$$V = \int \frac{dm}{r}$$

ist, worin die Integration über den ganzen mit dem Agens ausgefüllten Raum auszudehnen ist.

Die Differentialquotienten, welche die Kraftkomponenten liefern, sind

$$\frac{\partial V}{dx} = \frac{\partial \int \frac{dm}{r}}{\partial x} = \int dm \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x} = -\int dm \frac{1}{r^2} \frac{x-a}{r},$$

da bei der Differentiation nur r veränderlich und dm als konstanter Faktor zu betrachten ist, und ebenso

$$\frac{\partial V}{\partial y} = -\int dm \frac{1}{r^2} \frac{y-b}{r}, \quad \frac{\partial V}{\partial z} = -\int dm \frac{1}{r^2} \frac{z-c}{r}.$$

Wir bilden von jedem dieser Differentialquotienten den zweiten Differentialquotienten, indem wir bei dieser Differentiation wieder nur jene Gröfse als veränderlich betrachten, nach welcher auch die erste Differentiation vorgenommen ist, also die Quotienten

$$\frac{\partial\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)}{\partial x} = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2}, \quad \frac{\partial\left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)}{\partial y} = \frac{\partial^2 V}{\partial y^2}, \quad \frac{\partial\left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)}{\partial z} = \frac{\partial^2 V}{\partial z}.$$

Diese werden

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = \int dm \left\{-\frac{1}{r^3} + 3\frac{(x-a)^2}{r^5}\right\}$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = \int dm \left\{-\frac{1}{r^3} + 3\frac{(y-b)^2}{r^5}\right\}$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = \int dm \left\{-\frac{1}{r^3} + 3\frac{(z-c)^2}{r^5}\right\}$$

Setzen wir zunächst voraus, dafs der betrachtete Punkt aufserhalb der wirksamen Menge des Agens liegt, so hat r für alle Elemente dm einen endlichen Wert, und damit haben auch die in den Klammern unter dem Integralzeichen stehenden Ausdrücke für ein gegebenes dm einen bestimmten von der Lage des Punktes abhängigen Wert. Wir können

Digitized by Google

demnach, anstatt die einzelnen Integrationen auszuführen, zunächst unter dem Integralzeichen die drei Ausdrücke summieren und erhalten

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = \int dm \left\{ -\frac{3}{r^3} + 3\,\frac{(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2}{r^5} \right\}.$$

Der Zähler des zweiten Ausdruckes in der Klammer unter dem Integralzeichen ist gleich r^2, somit wird der Ausdruck

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = \int dm \left\{ \frac{3}{r^3} - \frac{3}{r^3} \right\} = 0,$$

denn da jedes einzelne Glied der zu bildenden Summe, jedes Element des Integrals gleich null ist, so ist notwendig das Integral gleich null. Es folgt somit, dafs die Summe der drei zweiten partiellen Differentialquotienten der Potentialfunktion, einerlei, welche Form die wirksame Menge des Agens hat, für jeden aufserhalb desselben gelegenen Punkt gleich null ist. Man hat für diese Summe das kurze Zeichen $\varDelta V$ eingeführt, wodurch obige Gleichung die Gestalt erhält

$$\varDelta V = 0$$

für jeden aufserhalb des wirksamen Agens liegenden Punkt.

Liegt der Punkt innerhalb des wirksamen Agens, so ist die obige Schlufsfolge nicht mehr zulässig. Für eine Anzahl Elemente dm, welche dem betrachteten Punkte unendlich nahe liegen, wird dann r und ebenso $x - a$, $y - b$ und $z - c$ unendlich klein. Wir können deshalb für diese Glieder der Summe keinen bestimmten Wert angeben, da das erste Glied der Klammer einen unendlich kleinen Nenner, das zweite einen unendlich kleinen Nenner und einen unendlich kleinen Zähler enthält. Es bedarf demnach gerade wie bei der Berechnung der Kraftkomponenten und der Potentialfunktion für einen innern Punkt einer besondern Untersuchung, welches der Wert der Summe $\varDelta V$ in diesem Falle wird.

Um diese Untersuchung führen zu können, denken wir uns die gegebene Menge des Agens in zwei Teile geteilt, von denen der eine eine Kugel von endlichem Radius sein soll, innerhalb welcher irgendwo nur in endlicher Entfernung von der Oberfläche der Kugel der betrachtete Punkt liegen soll. Die Potentialfunktion der gegebenen Menge des wirksamen Agens ist dann gleich der Summe der beiden Potentialfunktionen, jener der Kugel und jener der übrigen Menge; sei die erstere V_1, die letztere V_2, so ist also

$$V = V_1 + V_2.$$

Damit wird auch

$$\varDelta V = \varDelta V_1 + \varDelta V_2.$$

Von diesen beiden Teilen des Wertes von $\varDelta V$ ist

$$\varDelta V_2 = 0,$$

da der betrachtete Punkt von jedem Elemente der die Kugel umgebenden Menge in endlicher Entfernung ist. Somit ist

$$\varDelta V = \varDelta V_1.$$

Machen wir jetzt die Voraussetzung, dafs innerhalb des von der gedachten Kugelfläche umgebenen Raumes die Dichtigkeit des Agens überall

Digitized by Google

die gleiche und zwar gleich $\varkappa$ sei, so können wir nach §. 3 die Potentialfunktion der Kugel in bezug auf den betrachteten Punkt sofort angeben. Ist l der Radius der gedachten Kugel und ϱ der Abstand des betrachteten Punktes von dem Mittelpunkte der Kugel, so ist die Potentialfunktion

$$V_1 = 2\pi\varkappa\left(l^2 - \frac{\varrho^2}{3}\right).$$

Setzen wir die Koordinaten des Mittelpunktes der Kugel x_1, y_1, z_1, so ist

$$\varrho^2 = (x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2.$$

Mit diesem Werte von ϱ^2 wird

$$\frac{\partial V_1}{\partial x} = -\,{}^4/_3\,\pi\varkappa x, \quad \frac{\partial V_1}{\partial y} = -\,{}^4/_3\,\pi\varkappa y, \quad \frac{\partial V_1}{\partial z} = -\,{}^4/_3\,\pi\varkappa z,$$

und hieraus

$$\frac{\partial^2 V_1}{\partial x^2} = -\,{}^4/_3\,\pi\varkappa, \quad \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = -\,{}^4/_3\,\pi\varkappa, \quad \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = -\,{}^4/_3\,\pi\varkappa.$$

Die Addition der drei Werte giebt

$$\varDelta V_1 = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = -\,4\pi\varkappa,$$

und damit schliefslich

$$\varDelta V = \varDelta V_1 = -\,4\pi\varkappa; \quad -\frac{\varDelta V}{4\pi} = \varkappa.$$

Es folgt somit, dafs für einen im Innern des wirksamen Agens liegenden Punkt die Summe der drei zweiten partiellen Differentialquotienten nicht gleich null ist, dafs vielmehr die mit dem negativen Vorzeichen versehene Summe dividiert durch 4π gleich ist der Dichtigkeit des Agens an der Stelle, wo sich der betrachtete Punkt befindet[1]).

Die vorstehende Ableitung des Satzes hat die Voraussetzung gemacht, dafs das wirksame Agens bis zu einer endlichen Entfernung von dem betrachteten Punkte, eben innerhalb der gedachten Kugel überall die gleiche Dichtigkeit hat. Diese Voraussetzung ist indes nicht erforderlich, der abgeleitete Satz gilt auch dann, wenn die Dichtigkeit des Agens nicht überall die gleiche ist, wenn sie eine beliebig sich ändernde ist[2]). Bezeichnen wir die Dichtigkeit an irgend einer Stelle im Innern des Agens mit $\varkappa_p$, so ist der Quotient

$$-\frac{\varDelta V}{4\pi} = \varkappa_p,$$

wenn in den Ausdruck $\varDelta V$ die Koordinaten des betreffenden Punktes eingesetzt werden, immer die Dichtigkeit des Agens in dem betreffenden Punkte. Mit Hilfe dieses Satzes können wir somit die Verteilung eines wirksamen Agens im Raume unmittelbar angeben, wenn wir die Potentialfunktion desselben kennen.

1) Die Ableitung des Satzes in dieser Form ist nach *Briot*. Man sehe dessen mechanische Wärmetheorie, deutsch von H. Weber, Leipzig 1871.

2) *Gauss*, Allgemeine Lehrsätze etc. Resultate aus den Beob. d. magn. Vereins für 1839. *Clausius*, die Potentialfunktion etc. 3. Aufl. Leipzig 1877. §. 15 bis §. 26.

Digitized by Google

§. 6.

Potentialfunktion und ihre Differentialquotienten in einer Fläche. Bisher haben wir vorausgesetzt, dafs das wirksame Agens in einzelnen Punkten konzentriert oder in einem gewissen begrenzten Raume enthalten sei. Aufserdem kann auch der Fall eintreten, und wir werden gerade dort, wo wir am meisten von den Sätzen der Potentialtheorie Gebrauch machen, diese Art des Vorkommens des wirksamen Agens realisiert finden, in der Elektricitätslehre, dafs das wirksame Agens auf einer Fläche verbreitet ist, ohne dafs wir für die Schicht irgend welche Dicke angeben können. In dem Falle kann von einer Dichtigkeit des Agens in dem frühern Sinne, dafs es die in der Volumeinheit vorhandene Menge des Agens bedeutet, vorausgesetzt in dieser Volumeinheit wäre die Dichtigkeit überall dieselbe, nicht mehr die Rede sein. Wir können indes die Menge des Agens auf einer Fläche und die Verteilung des Agens auf derselben angeben durch Einführung des Begriffes der Flächendichtigkeit. Wir gelangen zu dem Begriff auf folgende Weise. Ist $\varkappa$ die Dichtigkeit des Agens in dem frühern Sinne, so ist die im Volumen dv vorhandene Menge $\varkappa\, dv$. Nun sei $d\sigma$ ein Element der mit dem Agens bedeckten Fläche, und bezeichnen wir die normale Dicke der darauf befindlichen Schicht mit ε, so ist das Volumen des auf dem Flächenelement vorhandenen Agens gleich $\varepsilon\, d\sigma$, und ist $\varkappa$ die Dichtigkeit des Agens in dem frühern Sinne, so ist

$$\varkappa\, dv = \varkappa\, \varepsilon\, d\sigma\,.$$

Können wir für ε keinen Wert angeben, so können wir auch für $\varkappa$ keinen angeben, wohl aber für $\varkappa\varepsilon = h$, wenn, gleichförmige Verteilung vorausgesetzt, auf der Flächeneinheit eine angebbare Menge des Agens vorhanden ist. Diese Gröfse h, welche also unter Voraussetzung gleichförmiger Verteilung die auf der Flächeneinheit der Fläche vorhandene Menge des Agens bedeutet, nennt man die Flächendichtigkeit.

Wir haben zu untersuchen, in wie weit wir durch die Potentialfunktion und ihre Differentialquotienten imstande sind auch in diesem Falle die Verteilung des wirksamen Agens zu bestimmen.

Wir wollen die Frage durch Behandlung zweier specieller Fälle beantworten, von denen der erste schon durch früher abgeleitete Ausdrücke gelöst werden kann. Wir denken uns auf einer Kugelfläche das Agens ganz gleichförmig verbreitet, so dafs dasselbe überall die Dichtigkeit h besitze.

Wir erhielten früher, §. 3, die Potentialfunktion einer Kugelschale vom Radius ϱ und der Dicke $d\varrho$, in welcher überall die Dichtigkeit $\varkappa$ ist, in bezug auf einen Punkt, welcher um a vom Mittelpunkte der Kugel entfernt ist,

wenn $a < \varrho$: $$V_i = 4\pi\varkappa\varrho\, d\varrho = 4\pi h\varrho\,;$$

wenn $a > \varrho$: $$V_a = 4\pi\varkappa\, d\varrho\, \frac{\varrho^2}{a} = 4\pi h\, \frac{\varrho^2}{a}\,,$$

wenn h jetzt die Flächendichtigkeit $\varkappa d\varrho$ auf der Kugel vom Radius ϱ bedeutet. Rückt der Punkt in die Fläche der Kugel, wird also $a = \varrho$, so wird

$$V_i = V_a = 4\pi h\varrho\,.$$

Digitized by Google

Es hat somit, wie wir es schon früher fanden, die Potentialfunktion auch in der Fläche einen bestimmten Wert, und bei Annäherung an die Fläche nähert sich der Wert stets dem für die Fläche selbst giltigen.

Wir wissen, dafs für eine homogene Kugelschale die Niveauflächen Kugeln sind, welche mit der gegebenen konzentrisch sind; die Verbindungslinie a des betrachteten Punktes ist somit als Radius der Niveauflächen gleichzeitig die Normale. Der Differentialquotient nach a, wenn $a > \varrho$, giebt uns somit die resultierende auf den betrachteten Punkt wirkende Kraft. Wir erhalten

$$\frac{\partial V_a}{da} = -4\pi h \frac{\varrho^2}{a^2}.$$

Für einen Punkt der gegebenen Kugelfläche selbst ist $a = \varrho$, somit

$$\left(\frac{dV_a}{da}\right)_{a=\varrho} = -4\pi h.$$

Rechnen wir den Abstand des betrachteten Punktes von der Oberfläche der Kugel, und setzen, da die Richtung a mit der Normalen zur Kugelfläche zusammenfällt,

$$a - \varrho = n,$$

so können wir obige Gleichung schreiben:

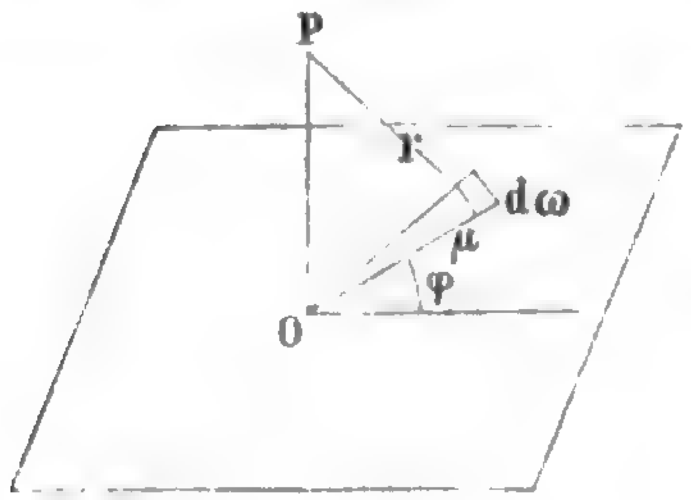
$$\left(\frac{dV_a}{dn}\right)_{+0} = -4\pi h,$$

worin das Zeichen $+0$ unten rechts bedeuten soll, dafs wenn der Wert von $+n$ bis zur Null abnimmt, der Differentialquotient sich dem angegebenen Werte nähert. Für einen negativen Wert von n, welcher Werten $a < \varrho$ entspricht, ist obiger Differentialquotient gleich null, weil die Potentialfunktion der Kugelfläche im Innern des von der Fläche umschlossenen Hohlraumes überall denselben Wert hat.

Bei der Kugelfläche liefert uns somit der nach der Normale genommene Differentialquotient für $n = 0$ die Flächendichte.

Eine ganz ähnliche Beziehung erhalten wir für eine gleichförmig mit dem Agens belegte Ebene. Wir suchen zu dem Zwecke zunächst die Potentialfunktion in bezug auf einen Punkt aufserhalb der Ebene, der so liegt, dafs eine von ihm auf die Ebene herabgelassene Senkrechte die Ebene trifft. Irgend einen Punkt der Ebene nehmen wir als Mittelpunkt eines rechtwinkligen Koordinatensystems, deren x- und y-Axe in der Ebene, deren z-Axe somit in der zur Ebene normalen Richtung liegt. Die Flächendichtigkeit des Agens sei überall auf der Ebene gleich h. Ist $d\omega$ Fig. 4 ein Flächenelement und r die Entfernung des Punktes P von demselben, so dafs

Fig. 4.



$$v = \frac{h\,d\omega}{r}$$

die Potentialfunktion des Elementes im Punkte P ist, so können wir die Potentialfunktion der Ebene schreiben

$$V = h \int \frac{d\omega}{r},$$

worin die Summation über die ganze Ebene auszudehnen ist.

Um die Summation wenigstens teilweise ausführen zu können, setzen wir den Abstand des Elementes $d\omega$ vom Fuſspunkte des Punktes P, also von O gleich u, so daſs, wenn x und y die Koordinaten des Punktes O und ξ, η jene des Elementes $d\omega$ sind,

$$u^2 = (\xi - x)^2 + (\eta - y)^2.$$

Ist z der Abstand des Punktes P von der Ebene, so ist

$$r^2 = z^2 + u^2.$$

Ist φ der Winkel, welchen die Richtung u mit der X-Axe bildet, so können wir das Element $d\omega$ setzen

$$d\omega = u\, d\varphi\, du.$$

Damit wird

$$\frac{d\omega}{r} = \frac{u\, du\, d\varphi}{\sqrt{u^2 + z^2}},$$

und hieraus erhalten wir die Potentialfunktion, wenn wir diesen Ausdruck zunächst nach u von $u = 0$ bis $u = U$, wenn wir mit U den Abstand der Grenze der Ebene in der Richtung φ von O bezeichnen, und dann nach φ integrieren von 0 bis 2π, bei welcher Integration wir beachten müssen, daſs der Wert von U abhängig von φ ist, das heiſst daſs in den verschiedenen Richtungen φ der Abstand der Grenze vom Punkte O ein verschiedener ist. Es wird somit

$$V = h \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^U \frac{u\, du}{\sqrt{u^2 + z^2}}.$$

Die Integration nach u läſst sich ausführen; es ist

$$\frac{u\, du}{\sqrt{u^2 + z^2}} = d\left(\sqrt{u^2 + z^2}\right).$$

somit

$$\int_0^U \frac{u\, du}{\sqrt{u^2 + z^2}} = \sqrt{U^2 + z^2} - \sqrt{z^2}.$$

Damit wird

$$V = h \int_0^{2\pi} d\varphi \left\{\sqrt{U^2 + z^2} - \sqrt{z^2}\right\}.$$

Da z bei der Integration nach φ konstant ist, so erhalten wir weiter

$$V = -2\pi h \sqrt{z^2} + h \int_0^{2\pi} d\varphi \sqrt{U^2 + z^2}.$$

Im ersten Gliede setzen wir nicht $z = \sqrt{z^2}$, um anzudeuten, daſs $\sqrt{z^2}$ unter allen Umständen positiv zu setzen ist, daſs es den Wert der Entfernung des Punktes P von der Oberfläche bedeutet, ohne Rücksicht darauf, an welcher Seite derselben der Punkt P liegt.

Digitized by Google

Zur Bestimmung des Wertes von V mufs man hiernach die Gestalt der Umgrenzung der Ebene kennen, da der Wert des zweiten Integrals davon abhängt; auch für den Wert des Integrals, wenn der Punkt, für welchen die Potentialfunktion gebildet werden soll, in der Ebene liegt, für welchen $z = 0$, ist die Gestalt der Umgrenzung mafsgebend.

Den Differentialquotienten der Potentialfunktion nach z können wir bilden, ohne die Integration des zweiten Gliedes von V auszuführen; da z bei der Integration eine konstante Gröfse ist, so können wir zur Berechnung des Differentialquotienten von V den Ausdruck unter dem Integralzeichen nach z differentiieren und dann die Summation von 0 bis 2π vornehmen. Damit wird

$$\frac{\partial V}{\partial z} = -2\pi h \frac{z}{\sqrt{z^2}} + h\int_0^{2\pi} z \frac{d\varphi}{\sqrt{U^2 + z^2}}.$$

Der Wert dieses Differentialquotienten hängt hiernach im allgemeinen ebenfalls von der Gestalt der Umgrenzung der Ebene ab, da der Wert des zweiten Gliedes von U abhängt. Für die Punkte der Ebene ist das nicht mehr der Fall, denn für diese wird mit $z = 0$ das zweite Glied der rechten Seite null. Für die Punkte der Ebene beschränkt sich der Differentialquotient auf das erste Glied.

Da, wie wir sahen, $\sqrt{z^2}$ wesentlich positiv ist, so ist das erste Glied für ein positives z negativ, für ein negatives z dagegen positiv. Für ein positives z wird daher

$$\frac{\partial V}{\partial z} = -2\pi h + h\int_0^{2\pi} z \frac{d\varphi}{\sqrt{U^2 + z^2}},$$

für ein negatives dagegen

$$\frac{\partial V}{\partial z} = 2\pi h - h\int_0^{2\pi} z \frac{d\varphi}{\sqrt{U^2 + z^2}}.$$

Für einen der Ebene unendlich nahen Punkt, für den $z = 0$ gesetzt werden kann, ergiebt sich hiernach

$$\left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)_{+0} = -2\pi h, \quad \left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)_{-0} = 2\pi h,$$

oder

$$\left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)_{+0} - \left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)_{-0} = -4\pi h.$$

Wir erhalten somit für die Ebene zur Bestimmung der Flächendichtigkeit ganz denselben Ausdruck, wie für die Kugel, denn da für die letztere der Differentialquotient der Potentialfunktion für einen im Innern liegenden Punkt, somit für einen negativen Wert von n gleich null ist, können wir der für die Kugel gefundenen Gleichung ganz die gleiche Form geben.

Ganz der gleiche Satz gilt für jede beliebige Fläche, auch dann, wenn die Dichtigkeit des Agens auf derselben nicht überall die gleiche ist. Setzen wir in die nach der Normale der Fläche genommenen Diffe-

Digitized by Google

rentialquotienten der Potentialfunktion die Koordinaten des betreffenden Punktes der Fläche ein, so giebt uns die Differenz

$$\left(\frac{\partial V}{\partial n}\right)_{+0} - \left(\frac{\partial V}{\partial n}\right)_{-0} = -4\pi h$$

die Dichtigkeit des Agens in dem betreffenden Punkte der Fläche.

Den Beweis dieses Satzes zu geben, würde uns hier zu weit führen, wir verweisen deshalb auf die schon erwähnte Schrift von Clausius[1]).

Die Untersuchung der andern Differentialquotienten der Potentialfunktion bietet für uns kein Interesse.

§. 7.

Bestimmung der Menge des in einem rings geschlossenen Raume oder auf dessen Oberfläche vorhandenen Agens. Mit Hilfe der Potentialfunktion können wir nach den beiden letzten Paragraphen für jeden Punkt eines mit einem Agens erfüllten Raumes die Dichtigkeit $\varkappa$ des Agens berechnen, ebenso die Flächendichte h für jeden Punkt einer mit Agens bedeckten Fläche. Die Integrale

$$M = \int \varkappa\, dv \quad \text{oder} \quad M = \int h\, d\omega,$$

worin dv ein Element des Raumes, $d\omega$ ein Element der Fläche bedeutet, ersteres über den Raum, letzteres über die Fläche ausgedehnt, giebt uns demnach die Menge des vorhandenen wirksamen Agens. Wir können indes auch direkt aus der Potentialfunktion die Menge des in einem ringsgeschlossenen Raume oder des auf der Oberfläche desselben vorhandenen Agens ableiten, und zwar unabhängig davon, ob das Agens den Raum stetig erfüllt oder nur an einzelnen Stellen, oder etwa nur an der Oberfläche desselben sich befindet. Man erhält dieselbe aus dem Satze, dafs die Summe der auf die verschiedenen Elemente der Oberfläche des Raumes senkrecht zur Oberfläche wirkenden Komponenten der Kraft, dieselben berechnet unter der Voraussetzung, dafs sich in den Punkten, wo die Elemente liegen, die Einheit des Agens befinde, dividiert durch 4π, gleich ist der von der Oberfläche umschlossenen oder der auf ihr vorhandenen Menge des Agens.

Für eine Kugel ergiebt sich dieser Satz unmittelbar. Sei die von einer Kugel vom Radius R umschlossene Menge gleich M. Ist diese Menge auf der Oberfläche verbreitet oder füllt sie den Raum der Kugel entweder mit gleichförmiger Dichtigkeit aus, oder so, dafs die Dichtigkeit in allen Punkten einer im Innern der Kugel gedachten konzentrischen Schale überall dieselbe, von Schale zu Schale aber verschieden ist, so ist die Potentialfunktion der gegebenen Menge in der Oberfläche der Kugel

$$V = \frac{M}{R}.$$

Die zur Oberfläche senkrechte Wirkung an einer Stelle, wo das Element $d\omega$ liegt, vorausgesetzt, dafs dort die Einheit des Agens sich befinde, erhalten wir, da die Radien überall senkrecht zur Oberfläche sind, in

1) Man sehe *Clausius*: Die Potentialfunktion. 3. Aufl. §. 33 bis §. 36.

Digitized by Google

$$-\frac{dV}{dR}=\frac{M}{R^2}.$$

Multiplizieren wir diesen Quotienten mit $d\omega$, so giebt uns die Summe

$$\int\frac{M}{R^2}\,d\omega,$$

ausgedehnt über die Fläche der Kugel die Summe der zur Oberfläche in allen Punkten senkrechten Komponenten der Wirkung der von der Kugel vom Radius R umschlossenen Menge des Agens. Diese Summe ist einfach, da M und R gegebene Konstanten sind,

$$\frac{M}{R^2}\int d\omega=\frac{M}{R^2}\,4\pi R^2,$$

da die Summe aller $d\omega$ die Oberfläche der Kugel ist. Für die Kugel ergiebt sich somit unmittelbar

$$-\frac{1}{4\pi}\int\frac{dV}{dn}\,d\omega=M,$$

wenn $\frac{dV}{dn}$ den Differentialquotienten der Potentialfunktion senkrecht zur Oberfläche im Elemente $d\omega$ bedeutet.

Die allgemeine Giltigkeit dieser Gleichung läfst sich mit Hilfe eines von Green[1]) abgeleiteten mathematischen Satzes, des sogenannten Greenschen Satzes, nachweisen. Bei der grofsen Bedeutung unserer Gleichung und der vielfachen Anwendung des Greenschen Satzes wollen wir den Beweis desselben hier einschalten. Der Satz ist folgender:

Sind U und V irgend zwei innerhalb eines rings geschlossenen Raumes endliche und stetige Funktionen der Koordinaten, und sind gleichzeitig deren erste und zweite Differentialquotienten innerhalb desselben Raumes stetige Funktionen der Koordinaten, und schreiben wir

$$\Delta V=\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 V}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 V}{\partial z^2},$$

so kann das über den ganzen geschlossenen Raum ausgedehnte Integral

$$\iiint U\,\Delta V\,dx\,dy\,dz$$

ersetzt werden durch die beiden Integrale

$$\int U\frac{dV}{dn}\,d\omega-\iiint\left(\frac{\partial U}{\partial x}\frac{\partial V}{\partial x}+\frac{\partial U}{\partial y}\frac{\partial V}{\partial y}+\frac{\partial U}{\partial z}\frac{\partial V}{\partial z}\right)dx\,dy\,dz,$$

wenn in dem ersten Integral $\frac{dV}{dn}$ den nach der Normale der Fläche dort, wo das Flächenelement der Oberfläche $d\omega$ liegt, genommenen Differentialquotienten der Funktion V bedeutet, und dieses erste Integral über die ganze Oberfläche des Raumes zu nehmen ist, während das zweite Integral, wie das ursprünglich gegebene über den ganzen gegebenen rings geschlossenen Raum auszudehnen ist.

---

1) *Green*, An essay of the application of mathematical analysis to the theory of Electricity and Magnetism. art. 3. Crelles Journal Bd. XLIV.

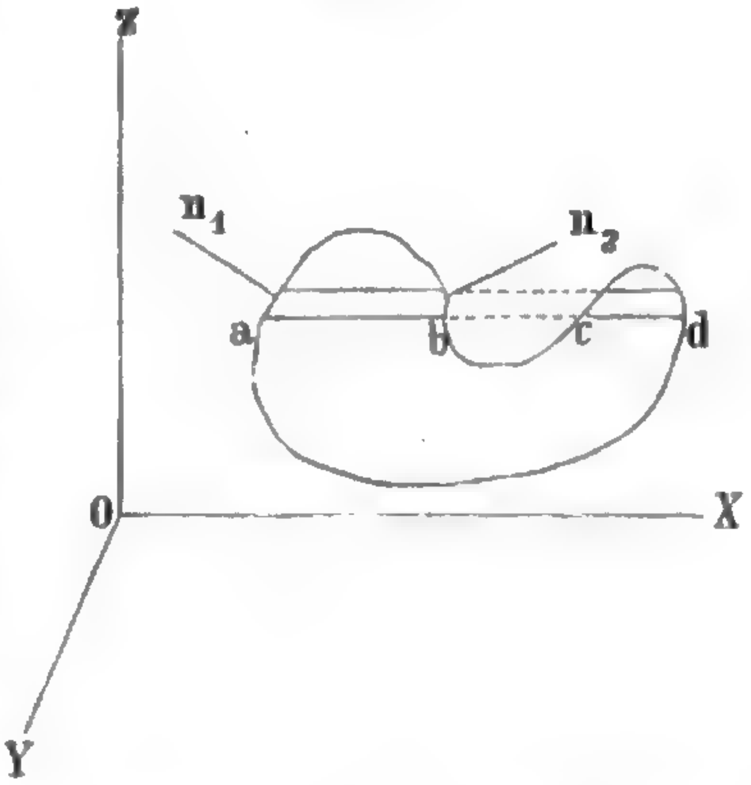
Digitized by Google

Nach der Bedeutung des Zeichens ΔV ist das ursprünglich gegebene Integral die Summe dreier Integrale

$$\int\int\int U\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}\,dx\,dy\,dz+\int\int\int U\frac{\partial^2 V}{\partial y^2}\,dx\,dy\,dz+\int\int\int U\frac{\partial^2 V}{\partial z^2}\,dx\,dy\,dz.$$

Wir betrachten von diesen das erste Integral; die Auswertung desselben verlangt eine dreifache Integration, und zwar nach x, y und z. Wenn wir zunächst die Integration nach x durchführen, dabei also y und z als konstant ansehen, so bekommen wir die Summe aller Werte des zu integrierenden Ausdrucks für ein unendlich dünnes Parallelepiped ab Fig. 5, dessen Querschnitt gleich $dy\,dz$ ist, welches der X-Axe parallel ist, und an der Stelle des gegebenen Raumes liegt, welcher durch die angenommenen Werte y und z bestimmt ist. Das Integral nach x ist zu nehmen von dem Werte x_1, welcher der Stelle a entspricht, wo dieses Parallelepiped die Oberfläche trifft, bis x_2, welcher der Stelle b entspricht, wo das Parallelepiped wieder die Oberfläche trifft.

Fig. 5.



Hat der Raum eine Form, wie die Figur zeigt, so daſs das Parallelepiped bei b den Raum verläſst, bei c wieder eintritt und bei d wieder austritt, so müſste ebenfalls von x_3 bis x_4 integriert werden. Da indes die Betrachtung des einfachen Falles vollständig ausreicht, nehmen wir an, die Oberfläche des Raumes würde nur bei a und b getroffen. Das zu bildende Integral können wir zunächst schreiben

$$\int\int dy\,dz\int_{x_1}^{x_2} U\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}\,dx.$$

Die Integration nach x läſst sich teilweise ausführen. Es ist nämlich nach der Regel E II der Einleitung (Bd. I S. 33)

$$\frac{\partial\left(U\frac{\partial V}{\partial x}\right)}{\partial x}=U\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}+\frac{\partial U}{\partial x}\frac{\partial V}{\partial x},$$

somit

$$U\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}=\frac{\partial\left(U\frac{\partial V}{\partial x}\right)}{\partial x}-\frac{\partial U}{\partial x}\frac{\partial V}{\partial x},$$

so daſs wir das zu bildende Integral schreiben können

$$\int\int dy\,dz\int_{x_1}^{x_2}\frac{\partial\left(U\frac{\partial V}{\partial x}\right)}{\partial x}\,dx-\int\int\int\frac{\partial U}{\partial x}\frac{\partial V}{\partial x}\,dx\,dy\,dz.$$

Digitized by Google

Da unter dem letzten Integralzeichen des ersten Integrals ein vollständiges Differential nach x steht, können wir im ersten Integral die Integration nach x vornehmen und für dasselbe schreiben

$$\int\int dz\,dy\left\{\left(U\frac{\partial V}{\partial x}\right)_{x_2}-\left(U\frac{\partial V}{\partial x}\right)_{x_1}\right\},$$

wo die Indices x_1 und x_2 unten bedeuten, dafs im ersten Ausdruck der Wert x_2, im zweiten x_1 eingesetzt werden mufs. Das Produkt $dy\,dz$ bedeutet den Querschnitt des Parallelepipeds ab; wir können denselben durch das Element $d\omega$ bei a oder $d\omega_1$ der Oberfläche bei b ausdrücken. Der Querschnitt des Parallelepipeds ist nämlich gleich dem Produkte aus der schiefen Basis desselben mit dem Cosinus des Winkels, welchen dieselbe mit dem Querschnitte bildet. Ist der Winkel bei a gleich α_1, der bei b gleich α_2, so ist

$$dy\,dz = d\omega_1 \cos\alpha_1 = d\omega_2 \cos\alpha_2.$$

Die Winkel α_1 und α_2 sind jene, welche die Oberflächenelemente mit der YZ-Ebene bilden, somit sind dieselben gleich den Winkeln, welche die Normalen n zu den Elementen mit der X-Axe bilden. Rechnen wir die Normalen nach aufsen hin, so können wir schreiben

$$\cos\alpha_2 = \left(\frac{\partial x}{\partial n}\right)_2 \qquad \cos\alpha_1 = -\left(\frac{\partial x}{\partial n}\right)_1,$$

wo wir dem zweiten Quotienten das negative Vorzeichen geben müssen, weil dem nach aufsen genommenen Elemente der Normale dn ein negatives dx entspricht. Es ist demnach

$$dz\,dy\left\{\left(U\frac{\partial V}{\partial x}\right)_{x_2}-\left(U\frac{\partial V}{\partial x}\right)_{x_1}\right\}=\left(U\frac{\partial V}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial n}\right)_{x_2}d\omega_2+\left(U\frac{\partial V}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial n}\right)_{x_1}d\omega_1.$$

Die Integration dieses Ausdruckes nach y und z heifst, es sollen nach und nach für alle Parallelepipede ab, welche den ganzen Raum zusammensetzen, die gleichen Ausdrücke gebildet und diese alle summiert werden. Indem wir nun den Ausdrücken, welche jedem der einzelnen den Raum bildenden Parallelepipede entsprechen, die auf der rechten Seite der letzten Gleichung stehende Form geben, erkennt man, dafs die zu bildende Summe nichts anders ist als die Summe

$$\int U\frac{\partial V}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial n}\,d\omega,$$

also die Summe aller der für alle Elemente der Oberfläche des Raumes zu bildenden Werte des unter dem letzten Integralzeichen stehenden Ausdrucks. Die Integration des letzten Ausdruckes ist somit über die ganze Oberfläche des gegebenen Raumes zu nehmen. Damit wird

$$\int\int\int U\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}\,dx\,dy\,dz=\int U\frac{\partial V}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial n}\,d\omega-\int\int\int\frac{\partial U}{\partial x}\frac{\partial V}{\partial x}\,dx\,dy\,dz.$$

Ganz die gleiche Betrachtungsweise läfst sich für die andern beiden Integrale durchführen, indem wir uns Parallelepipede parallel der Y-Axe und parallel der Z-Axe gelegt denken, so dafs wir bekommen

Digitized by Google

$$\int\!\!\int\!\!\int U \frac{\partial^2 V}{\partial y^2}\, dx\, dy\, dz = \int U \frac{\partial V}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial n}\, d\omega - \int\!\!\int\!\!\int \frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial V}{\partial y}\, dx\, dy\, dz$$

$$\int\!\!\int\!\!\int U \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}\, dx\, dy\, dz = \int U \frac{\partial V}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial n}\, d\omega - \int\!\!\int\!\!\int \frac{\partial U}{\partial z} \frac{\partial V}{\partial z}\, dx\, dy\, dz.$$

Summieren wir diese drei Gleichungen, so wird zunächst

$$\int\!\!\int\!\!\int U \Delta V\, dx\, dy\, dz = \int U \left\{\frac{\partial V}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial n} + \frac{\partial V}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial n} + \frac{\partial V}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial n}\right\} d\omega$$
$$- \int\!\!\int\!\!\int \left\{\frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial U}{\partial z} \frac{\partial V}{\partial z}\right\} dx\, dy\, dz.$$

In dem ersten Integral auf der rechten Seite ist

$$\frac{\partial V}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial n} + \frac{\partial V}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial n} + \frac{\partial V}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial n} = \frac{dV}{dn}$$

nichts anders als die Änderung, welche V erfährt, wenn man an dem betrachteten Elemente $d\omega$ sich in der Richtung der Normale um dn entfernt, dividiert durch dn, oder mit andern Worten nichts anders als der Differentialquotient der Funktion V nach der Normalen der Fläche.

Damit ist der Beweis des Greenschen Satzes geliefert, es ist

$$\int\!\!\int\!\!\int U \Delta V\, dx\, dy\, dz = \int U \frac{dV}{dn}\, d\omega -$$
$$- \int\!\!\int\!\!\int \left\{\frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial U}{\partial z} \frac{\partial V}{\partial z}\right\} dx\, dy\, dz.$$

Mit Hilfe dieses Satzes ergiebt sich der in diesem Paragraph zu beweisende und vorhin für den speciellen Fall der Kugel bewiesene Satz unmittelbar. U und V sind ganz beliebige Funktionen, die nur innerhalb des Raumes endlich und stetig sein müssen. Für U machen wir die Annahme, es sei innerhalb des Raumes überall gleich eins, und V sei die Potentialfunktion des von der Oberfläche umschlossenen wirksamen Agens. In dem Falle sind alle Differentialquotienten von U gleich null, und es wird

$$\int\!\!\int\!\!\int \Delta V\, dx\, dy\, dz = \int \frac{dV}{dn}\, d\omega.$$

Da

$$\Delta V = -4\pi\varkappa,$$

wenn $\varkappa$ die Dichtigkeit des Agens in dem Volumelemente $dx\, dy\, dz$ ist, so ist das über den ganzen Raum, innerhalb dessen das Agens vorhanden ist, zu nehmende erste Integral gleich $-4\pi M$, wenn M die Menge dieses Agens bedeutet, somit allgemein

$$M = -\frac{1}{4\pi} \int \frac{dV}{dn}\, d\omega.$$

Es sei noch besonders darauf hingewiesen, dafs es dabei gleichgiltig ist, ob der Raum ganz oder nur zu einem beliebigen Teil mit dem Agens angefüllt ist, da ΔV für alle diejenigen Volumelemente, welche kein Agens enthalten, gleich null wird.

Dafs die Gleichung ganz ebenso gilt, wenn die Menge M in einem

Digitized by Google

Punkte konzentriert ist, ergiebt folgende Überlegung. Denken wir uns zunächst um den Punkt eine Kugel mit endlichem Radius und die in dem Punkte konzentrierte Masse gleichmäfsig in dieser Kugel verteilt, so ist die Wirkung dieser Kugel an allen Stellen des Raumes aufserhalb der Kugel genau so, wie wenn die ganze Menge M in dem Mittelpunkte konzentriert wäre. Dafs im Falle der Kugel die rechte Seite der Gleichung für M uns die Menge M liefert, haben wir soeben bewiesen. Da nun die Wirkung der Masse M in der Kugel genau dieselbe ist, wie die in dem Mittelpunkte konzentrierte Masse M, so folgt, dafs die rechte Seite unserer Gleichung genau denselben Wert behält, wenn die Masse M wirklich im Mittelpunkte der Kugel konzentriert ist, oder dafs auch in dem Falle unser Integral uns die Masse M liefert.

Daraus, dafs unsere Gleichung für in einem Punkte konzentrierte Mengen gilt, folgt ohne weiteres, dafs es auch gilt, wenn das wirksame Agens nur auf einer Fläche im Innern des Raumes vorhanden ist, oder auch wenn die Oberfläche des Raumes selbst mit dem Agens bedeckt ist. Denn die Wirkung des auf einem unendlich kleinen Flächenelemente vorhandenen Agens ist dieselbe, wie wenn das Agens in einem Punkte des Flächenelementes konzentriert wäre; die vorhin gemachte Überlegung zeigt, dafs die Gleichung für jeden Punkt gilt, somit auch für die Summe derselben oder für das auf der Fläche vorhandene Agens. Den direkten Beweis für die Kugel haben wir im Anfange dieses Paragraphen geführt.

Wir können also in allen Fällen die im Innern eines Raumes oder die auf der Oberfläche desselben befindliche Menge eines Agens aus der Summe der zur Oberfläche senkrechten Komponenten der Kraft berechnen, welche von den gegebenen Mengen des Agens auf die Punkte der Oberfläche ausgeübt wird, vorausgesetzt, dafs in der Oberfläche überall die Dichtigkeit eins ist.

§. 8.

Das Potential einer gegebenen Menge des Agens auf eine andere und auf sich selbst. Mit Hilfe der Potentialfunktion können wir die Kraft, welche irgend eine gegebene Menge eines Agens in irgend einem Punkte des Raumes ausübt, in welchem wir uns die Einheit des Agens konzentriert denken, berechnen. Ebenso kann man mit Hilfe derselben eine Funktion ableiten, welche uns die Wirkung einer gegebenen Menge eines Agens auf eine irgendwo gegebene Menge desselben Agens zu berechnen gestattet, indem wir von der Potentialfunktion zu dem Potential der gegebenen Menge auf diejenige übergehen, auf welche dieselbe wirkt.

Bezeichnen wir wie früher die Potentialfunktion einer gegebenen Menge des Agens in bezug auf einen Punkt P des Raumes mit V, so sind die den Koordinatenaxen parallelen Komponenten der Kraft

$$X = -\frac{\partial V}{\partial x} \quad Y = -\frac{\partial V}{\partial y} \quad Z = -\frac{\partial V}{\partial z}.$$

Befindet sich in dem Punkte P anstatt der Menge eins des Agens die Menge m, so werden die Komponenten, da nach unserer Voraussetzung die Wirkung des Agens der Menge desselben proportional ist,

Digitized by Google

$$X = -m\frac{\partial V}{\partial x} \quad Y = -m\frac{\partial V}{\partial y} \quad Z = -m\frac{\partial V}{\partial z}.$$

Setzen wir nun

$$mV = w,$$

so wird

$$\frac{\partial w}{\partial x} = m\frac{\partial V}{\partial x} \quad \frac{\partial w}{\partial y} = m\frac{\partial V}{\partial y} \quad \frac{\partial w}{\partial z} = m\frac{\partial V}{\partial z}.$$

Aus der Funktion w läfst sich somit die von der gegebenen Menge auf die Menge m ausgeübte Wirkung ganz ebenso ableiten, wie aus der Funktion V die Wirkung auf irgend einen Punkt, in welchem die Einheit des Agens sich befindet. Wir nennen deshalb die Funktion w das Potential der gegebenen Menge auf die Menge m.

Wirkt die gegebene Menge des Agens auf eine Anzahl verschiedener Mengen $m_1, m_2, m_3 \ldots m_n$, und sind die Werte der Potentialfunktion der ersten an den verschiedenen Stellen, wo sich diese Mengen befinden, $V_1, V_2, V_3 \ldots V_n$, so ergiebt sich in derselben Weise, dafs das Potential der gegebenen Menge auf alle diese Mengen zusammen gegeben ist durch die Summe

$$W = m_1 V_1 + m_2 V_2 + m_3 V_3 + \cdots m_n V_n = \Sigma m V \tag{1}$$

also durch die Summe der einzelnen Potentiale auf die einzelnen verteilt liegenden Mengen.

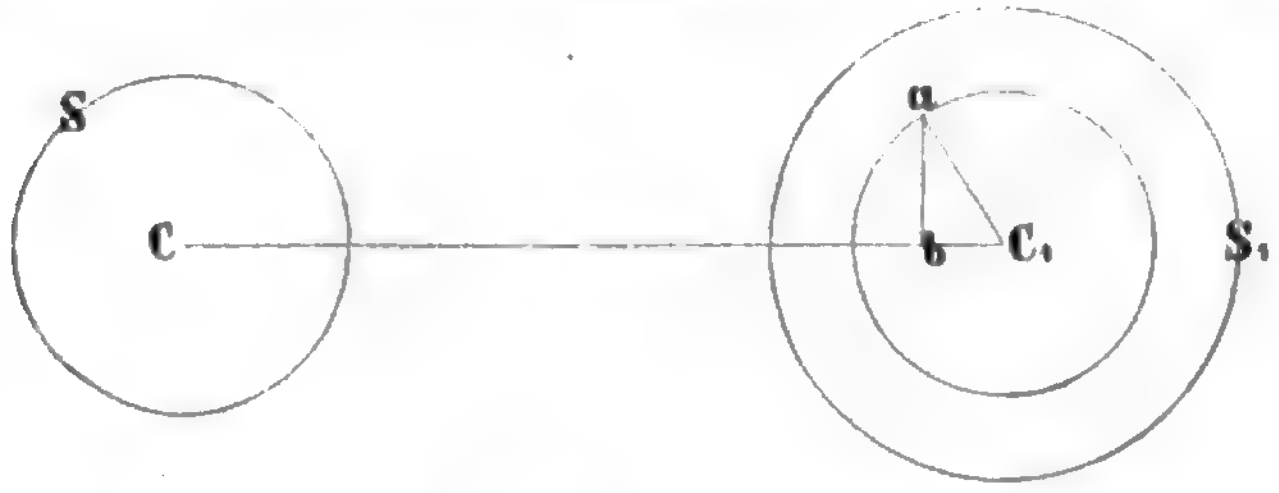
Wirkt die gegebene Menge des Agens auf eine andere ebenfalls einen gewissen Raum ausfüllende, so sei dm' die in irgend einem Elemente dieses Raumes vorhandene Menge. Das Potential der gegebenen Menge auf dieses Element ist Vdm', und damit wird das Potential der ersten Menge auf die zweite

$$W = \int V dm', \tag{2}$$

worin die Integration sich über den ganzen Raum zu erstrecken hat, welcher mit der zweiten Menge des Agens ausgefüllt ist, und für jedes Element des Raumes der entsprechende Wert von V einzusetzen ist.

Um zu erkennen, in welcher Weise diese Rechnungen zu führen sind, wollen wir das Potential einer homogenen Kugel auf eine andere ebenfalls homogene Kugel berechnen. Der Abstand der Mittelpunkte der beiden

Fig. 6.



Kugeln sei gleich R. Sei S Fig. 6 ein Durchschnitt durch die erste, S_1 ein solcher durch die zweite Kugel, deren Radius gleich r sei. In der

zweiten Kugel denken wir uns zunächst eine Kugelschale vom Radius ϱ, deren Dicke gleich $d\varrho$ sei; wir bestimmen das Potential der Kugel S auf diese Schale. Sei bei a, dessen Lage durch den Winkel $CC_1 a = \varphi$ gegeben ist, ein Bogenelement $d\varphi$, dessen Länge also $\varrho\, d\varphi$ ist, dann ist, wenn $\varkappa$ die Dichtigkeit des Agens in der zweiten Kugel bezeichnet, die Menge des in einem zu CC_1 senkrechten Ringe, dessen Durchschnitt das Element $d\varphi$ bei a ist, vorhandene Menge des Agens

$$\varkappa \,.\, 2\pi\varrho^2 \sin\varphi\, d\varphi\, d\varrho.$$

Ist M die Menge des Agens in der ersten Kugel, so ist die Potentialfunktion derselben in jedem Punkte dieses Ringes

$$V = \frac{M}{Ca} = \frac{M}{e},$$

da alle Punkte dieses Ringes von dem Mittelpunkte der ersten Kugel gleich weit entfernt sind. Für das Potential der Kugel auf diesem Ringe erhalten wir deshalb nach unserer Definition

$$\frac{M}{e}\varkappa 2\pi\varrho^2 \sin\varphi\, d\varphi\, d\varrho.$$

Es folgt das einfach aus der Gleichung (2), da wenn V für alle in Betracht kommenden Elemente dm' denselben Wert hat, nach dem Begriffe der Summe

$$\int V\, dm' = V\int dm' \quad \text{ist.}$$

Um das Potential der Kugel S auf die Kugelschale ϱ zu erhalten, schreiben wir

$$e^2 = R^2 + \varrho^2 - 2R\varrho\cos\varphi,$$

woraus folgt

$$e\, de = R\varrho\sin\varphi\, d\varphi$$

$$\frac{de}{R\varrho} = \frac{\sin\varphi\, d\varphi}{e}.$$

Das zu bildende, über die Schale auszudehnende Integral wird dadurch

$$\int \frac{M 2\pi\varkappa\varrho\, d\varrho}{R}\, de.$$

Dasselbe ist nach e zu nehmen, da wir dieses an Stelle von φ als Veränderliche eingeführt haben und zwar von $e = R - \varrho$ bis $e = R + \varrho$, und liefert den Wert

$$\frac{M\cdot 4\pi\varrho^2 d\varrho\varkappa}{R}.$$

Das Potential der Kugel S auf die Kugel S_1 ist die Summe der Potentiale auf alle Schalen von der Dicke $d\varrho$, welche zwischen $\varrho = 0$ und $\varrho = r$ liegen, da diese Schalen die Kugel S_1 bilden; es ist somit das Integral

$$W = \int_0^r \frac{M 4\pi\varkappa}{R}\varrho^2 d\varrho,$$

und dasselbe ist

$$W = \frac{M\, {}^4\!/_3\, r^3\pi\varkappa}{R}.$$

Digitized by Google

Das Produkt $$\frac{4}{3} r^3 \pi \varkappa = M'$$
ist die in der zweiten Kugel vorhandene Menge des Agens, so daſs wir schlieſslich setzen können

$$W = \frac{MM'}{R}.$$

Das Potential zweier Kugeln auf einander ist gleich dem Produkte der in den beiden Kugeln vorhandenen Menge des Agens dividiert durch den Abstand ihrer Mittelpunkte. Für die Wirkung der beiden Kugeln auf einander parallel der Verbindungslinie der Mittelpunkte erhalten wir

$$A = -\frac{dW}{dR} = \frac{MM'}{R^2}$$

den schon früher bewiesenen Satz, daſs zwei Kugeln bei dem hier vorausgesetzten Anziehungs- resp. Abstoſsungsgesetze gerade so auf einander wirken, wie wenn die in jeder wirksame Menge in dem Mittelpunkte der betreffenden Kugel konzentriert wäre.

Ebenso wie wir in Gleichung (1) oder (2) das Potential einer gegebenen Menge auf eine zweite durch

$$W = \int V dm',$$

also durch die Summe der Potentiale der ersten auf die verschiedenen Elemente der zweiten dargestellt haben, können wir dasselbe auch durch

$$W = \int V' dm \ldots \qquad (3)$$

durch die Summe der Potentiale der zweiten Menge auf die einzelnen Elemente der ersten darstellen. Daſs der durch die Gleichung (3) dargestellte Ausdruck derselbe ist, wie der in Gleichung (2) gegebene, folgt aus dem Begriffe des Potentials. Das Potential einer Menge auf eine andere ist die Summe aller Produkte aus je einem Elemente der ersten und jedem Elemente der zweiten Menge, jedes Produkt dividiert durch die Entfernung der zwei in einem Produkte vereinigten Elemente. Ganz dieselbe Summe erhalten wir aber, wenn wir die Summe aller Produkte aus je einem Elemente der zweiten Menge mit jedem Elemente der ersten Menge, jedes Produkt dividiert durch die Entfernung der in dem Produkte vereinigten Elemente bilden. Die letztere Summe ist aber durch die Form der Gleichung (3) gegeben, da der unter dem Integralzeichen stehende Ausdruck das Produkt eines einzelnen Elementes der ersten Menge mit allen Elementen der zweiten Menge bedeutet, jedes der einzelnen dabei zu bildenden Produkte dividiert durch die Entfernung des Elementes dm von dem betreffenden Elemente der zweiten Menge.

In seiner allgemeinen Form ist das Potential zweier Mengen auf einander gegeben durch die Doppelsumme

$$W = \int\int \frac{dm\, dm'}{r}.$$

Das Element dieser Summe ist das Produkt eines Elementes der ersten und eines Elementes der zweiten Menge dividiert durch die Entfernung der beiden Elemente, und die Doppelsumme bedeutet eben, daſs wir die

Digitized by Google

Summe für jedes Element der ersten und für jedes Element der zweiten Menge bilden müssen, oder dafs die Integration über beide Mengen auszuführen ist.

Wir haben im §. 2 gezeigt, dafs die Potentialfunktion einer gegebenen Menge auf einen in ihrem Innern liegenden Punkt einen bestimmten endlichen Wert hat, und dafs die Differentialquotienten uns die Kraft geben, welche von der Menge auf diesen Punkt ausgeübt wird, unter der Voraussetzung, dafs in ihm die Einheit des Agens konzentriert sei. Sind die einzelnen Elemente des Agens gegen einander beweglich, so wird infolge dieser Wirkung so lange eine Verschiebung im Innern der Menge stattfinden, bis die Potentialfunktion im Innern überall denselben Wert hat. Befindet sich in dem betrachteten Punkte im Innern der Menge nicht die Einheit, sondern die Menge dm des Agens, so wird das Potential der ganzen Menge auf dieses ihr eigenes Element $V dm$, und die Kraft, mit welcher dieses Element nach irgend einer Richtung s getrieben wird,

$$S = -dm\,\frac{dV}{ds}.$$

Wie für dieses Element, können wir für alle Elemente der gegebenen Menge des Agens das Potential bilden und alle diese Potentiale summieren; diese Summe

$$W' = \tfrac{1}{2}\int V' dm$$

bezeichnet man als das Potential der Menge auf sich selbst. Dafs der Faktor $\tfrac{1}{2}$ vor dem Integralzeichen stehen mufs, erkennt man, wenn man das Potential in der Form schreibt

$$W' = \tfrac{1}{2}\int\!\!\int \frac{dm\,dm_1}{r}$$

als die Doppelsumme der Produkte von jedem Elemente mit allen übrigen, jedes Produkt dividiert durch die betreffende Entfernung der Elemente. Werden nach und nach unter dem Integralzeichen für dm alle verschiedenen Elemente der gegebenen Menge eingesetzt und ebenso für dm_1, so kommt jedes Produkt $dm\,dm_1$ doppelt vor. Denn bilden wir zunächst einmal die Summe für ein bestimmtes dm_1, so enthält diese einmal das Produkt $dm\,dm_1$; setzen wir dann nach und nach, um die ganze Summe zu bilden, für dm_1 alle übrigen Elemente, so kommt auch einmal dm an die Reihe, und bilden wir für dieses alle Produkte, so findet sich unter den Elementen auch einmal dm_1, so dafs das Produkt $dm\,dm_1$ zum zweitenmale auftritt. Da indes in dem Potentiale jedes Produkt nur einmal vorkommen darf, müssen wir die Gesamtsumme mit $\tfrac{1}{2}$ multiplizieren.

§. 9.

Bestimmung der Arbeit bei Verschiebung von gegebenen Mengen eines Agens aus dem Potential. Aus dem Potential einer gegebenen Menge eines Agens auf eine andere und auf sich selbst läfst sich unmittelbar die Arbeit ableiten, welche bei einer Verschiebung der Mengen gegen einander oder der einzelnen Teile einer der Mengen durch die wirksamen Kräfte geleistet wird, wenn die Verschiebungen im Sinne der wirk-

Digitized by Google

samen Kräfte erfolgen, oder welche zu diesen Verschiebungen aufgewandt werden müssen, wenn die Verschiebungen den wirksamen Kräften entgegen stattfinden sollen[1]).

Es seien zwei Mengen M und M_1 eines Agens gegeben, die Menge M wollen wir uns fest, die Menge M_1 beweglich denken; ein Element der erstern sei dm, der letztern dm_1, ihr Abstand sei r. Die Kraft, mit der diese Elemente auf einander wirken, ist

$$\frac{dm\, dm_1}{r^2}.$$

Wenn infolge dieser Wirkung die zweite Masse so bewegt wird, dafs der Abstand der beiden Elemente um dr verändert wird, wobei es gleichgiltig ist, ob die Bewegung des Elementes in der Verbindungslinie r oder nach einer andern Richtung, aber so erfolgt, dafs sich der Abstand r um dr ändert, so ist die von der wirksamen Kraft geleistete Arbeit

$$\frac{dm\, dm_1}{r^2}\, dr = -d\, \frac{dm\, dm_1}{r},$$

oder diese Arbeit ist gleich dem negativ genommenen Differential des Potentials der beiden Elemente.

Bestimmen wir so die Arbeit für alle Elemente der beiden Mengen, so ist die bei der Verschiebung der zweiten Menge gegen die erste geleistete Arbeit gleich der Summe der Arbeiten für alle Elemente, oder gleich

$$-\int\int d\, \frac{dm\, dm_1}{r}.$$

Diese Summe bedeutet die Summe aller Änderungen, welche alle einzelnen Glieder der Summe

$$\int\int \frac{dm\, dm_1}{r}$$

erfahren, wenn in jedem Gliede dieser letzten Summe an Stelle von r der Wert $r + dr$ gesetzt wird. Die Summe aller dieser Änderungen ist aber nichts anders, als die Änderung, welche die Summe selbst dadurch erfährt, so dafs wir einfach schreiben können

$$\int\int d\, \frac{dm\, dm_1}{r} = d \int\int \frac{dm\, dm_1}{r}.$$

Dieser letztere Ausdruck ist die Änderung des Potentials der beiden Mengen auf einander, welche der Verschiebung der beiden Massen gegen einander entspricht, oder das Differential des Potentials; es ist somit

$$dW = d \int\int \frac{dm\, dm_1}{r}.$$

Bezeichnen wir die Arbeit, welche der Verschiebung der zweiten Menge gegen die erste durch die Änderung von r um dr entspricht, mit dL, so ist

$$dL = -dW,$$

1) *Helmholtz*, Erhaltung der Kraft. Berlin 1847. Man sehe auch *Clausius*, die Potentialfunktion und das Potential. 3. Aufl. Leipzig 1877.

Digitized by Google

oder die Arbeit, welche einer unendlich kleinen Verschiebung der zweiten Menge gegen die erste entspricht, ist gleich dem mit dem negativen Vorzeichen versehenen Differentiale des Potentials, welches durch diese Verschiebung bestimmt wird. Wenn durch die Verschiebung der Menge das Potential kleiner wird, so wird dW negativ und damit dL positiv, es ist somit durch diese Verschiebung Arbeit geleistet worden, welche als lebendige Kraft in das bewegte Agens übergegangen ist; ist durch die Verschiebung der Wert des Potentials gröſser geworden, so ist dW positiv, dL negativ, es muſste zur Hervorbringung dieser Verschiebung Arbeit aufgewendet werden.

Wenn eine endliche Verschiebung der zweiten Menge des Agens gegen die erste eintritt, so wird dadurch eine endliche Arbeit bedingt; diese endliche Arbeit L ist gleich der Summe aller der unendlich vielen unendlich kleinen Arbeiten, welche bei den unendlich kleinen Verschiebungen geleistet wird, deren Summe gleich der endlichen Verschiebung ist. Jede dieser elementaren Arbeiten ist gleich dem negativen Zuwachs des Potentials, welche der unendlich kleinen Verschiebung entspricht, die gesamte Arbeit ist somit gleich der mit dem negativen Vorzeichen versehenen Summe aller dieser Differentialien, und diese Summe ist einfach gleich der Differenz der beiden Werte des Potentials im Anfange und am Ende der Verschiebung. Bezeichnen wir den Wert des Potentials am Anfange der Verschiebung mit W_1, am Ende derselben mit W_2, so folgt demnach

$$L = -(W_2 - W_1) = W_1 - W_2.$$

Wir gelangen somit zu dem Satze, daſs die Arbeit, welche bei der Verschiebung zweier Mengen eines Agens gegen einander geleistet wird, gleich ist der Differenz ihrer Potentiale auf einander in der ersten und der zweiten Lage.

Auſser dieser durch eine Verschiebung der beiden Mengen zwischen denselben geleisteten Arbeit kann auch Arbeit innerhalb der Agentien geleistet werden. Nehmen wir an, daſs die einzelnen Mengen des wirksamen Agens gegen einander beweglich sind, so ist für jede der auf einander wirkenden Mengen die Bedingung des Gleichgewichts, daſs die Potentialfunktion der gesamten vorhandenen Agentien innerhalb des Raumes, der die einzelnen Mengen umschlieſst, konstant sei. Die Potentialfunktion der überhaupt gegebenen Massen hängt von ihrer gegenseitigen Lage ab, deshalb wird der Wert der Potentialfunktion innerhalb der von den einzelnen Mengen der Agentien erfüllten Räume durch eine Verschiebung der Agentien gegen einander geändert, und zwar für die einzelnen Stellen dieser Räume im allgemeinen in verschiedenem Maſse geändert. Infolge dessen muſs in jedem Raume die Verteilung des Agens eine andere werden, damit an allen Stellen des einzelnen Raumes die Potentialfunktion wieder den gleichen Wert erhält. Diese anderweitige Verteilung des Agens erfordert ebenfalls eine gewisse Arbeit oder leistet eine Arbeit, da die einzelnen Mengen des Agens sich unter Wirkung von Kräften bewegen. Ganz dieselbe Betrachtungsweise, welche wir oben für die durch Verschiebung der Mengen gegen einander geleistete Arbeit angestellt haben, ergiebt für die im Innern der einzelnen Mengen geleistete Arbeit, daſs einer Verschiebung der Elemente innerhalb der einzelnen Mengen um dr eine Arbeit

entspricht, welche dem negativen Zuwachs des Potentials der einzelnen Menge auf sich selbst gleich ist, oder dafs

$$dL = - dW',$$

wenn wir mit W' das Potential der betrachteten Menge auf sich selbst bezeichnen. Die einer endlichen Änderung der Verteilung der betreffenden Menge des Agens entsprechende Arbeit ist demnach gerade so

$$L = -(W_2' - W_1') = W_1' - W_2',$$

wenn W_1' das Potential im Anfangszustande, W_2' im Endzustande bedeutet.

Wird durch die Verschiebung der beiden Mengen gegen einander gleichzeitig in beiden Mengen eine Änderung der Verteilung bewirkt, und bezeichnen wir das Potential der zweiten Menge auf sich selbst vor der Änderung der Verteilung mit W_1'', nach derselben mit W_2'', so wird die ganze bei der Verschiebung geleistete oder aufzuwendende Arbeit, die Summe der Arbeiten in den einzelnen Mengen und jener zwischen den Mengen; dieselbe ist somit

$$L = (W_1' + W_1'' + W_1) - (W_2' + W_2'' + W_2).$$

Die in den Klammern enthaltenen Ausdrücke sind jedesmal die Summe der Potentiale der beiden gegebenen Mengen auf sich selbst und auf einander; sehen wir die gegebenen Mengen als ein System an, so können wir diese Summe als das Potential des Systemes auf sich selbst bezeichnen und können damit für das ganze System den vorhin für die einzelne Menge ausgesprochenen Satz aufstellen, dafs die Änderung des Potentiales eines Systemes auf sich selbst die bei dem Übergange aus dem einen Zustande in den andern geleistete Arbeit ist.

Dafs der gleiche Satz gilt, wenn beliebig viele Mengen Agens in einem Systeme vorhanden sind, bedarf wohl keines Nachweises, ebenso braucht wohl kaum erwähnt zu werden, dafs der gleiche Satz gilt, wenn die einzelnen Agentien durch Verschiebung der Mengen gegen einander nicht geändert werden. Denn in dem Falle bleiben die Potentiale der einzelnen Mengen auf sich selbst ungeändert, fallen also bei der Bildung der Differenz fort.

Für zwei unveränderliche Mengen eines Agens ist die bei einer Verschiebung derselben gegen einander geleistete Arbeit

$$L = W_1 - W_2.$$

Rücken die Massen bis in unendliche Entfernung von einander, so wird $W_2 = 0$, somit

$$L = W_1.$$

Es folgt somit, dafs das Potential einer Menge auf eine andere gleich der Arbeit ist, welche geleistet werden mufs, um die beiden Mengen aus unendlicher Entfernung in die Lage zu bringen, in welcher ihr Potential den angegebenen Wert hat, oder welche geleistet wird, wenn die beiden Mengen sich von einander bis ins Unendliche entfernen. Stofsen die beiden Mengen sich ab, so ist W_1 positiv, das System leistet also Arbeit, wenn die Massen sich entfernen, es mufs Arbeit in dasselbe übertragen werden, wenn die beiden Mengen genähert werden. Ziehen die beiden Mengen

Digitized by Google

einander an, so ist das Potential negativ, das System leistet Arbeit, wenn die Massen sich nähern, es mufs in das System Arbeit übertragen werden, wenn sich dieselben von einander entfernen.

Gleiches gilt für das Potential einer Menge auf sich selbst. Ändert sich die Verteilung des gegebenen Agens, so dafs das Potential der Menge auf sich selbst von W_1' in W_2' übergeht, so ist

$$L = W_1' - W_2'.$$

Denken wir uns die Menge in einen solchen Zustand gebracht, dafs $W_2' = 0$ wird, ein Zustand, der eine Verbreitung dieses Agens über einen unendlich grofsen Raum bedeuten würde, so ist

$$L = W_1'.$$

Das Potential einer Menge auf sich selbst ist somit die Arbeit, welche die gegebene Menge bei Verteilung ins Unendliche leisten kann, wenn W'_1 positiv ist, oder welche, wenn W_1' negativ ist, aufgewandt werden mufs, um die Menge ins Unendliche zu zerteilen. Im ersten Falle giebt uns also das Potential der Menge auf sich selbst die Arbeit, welche die zwischen den Elementen derselben wirksamen Kräfte leisten können, also den in derselben vorhandenen Arbeitsvorrat, im andern Falle die von den Kräften bei Entwicklung des gegebenen Zustandes aus unendlicher Zerteilung geleistete Arbeit, welche als lebendige Kraft bewegter Massen in derselben vorhanden sein mufs. In dem einen wie in dem andern Falle können wir das Potential der Menge auf sich selbst als den Arbeitsvorrat in dem gegebenen Zustande, beziehungsweise als die Energie der gegebenen Menge bezeichnen.

Nach der vorhin gegebenen Definition des Potentials eines gegebenen Systems verschiedener Mengen auf sich selbst können wir diesen Satz sofort auch für ein beliebiges System aussprechen, das Potential eines Systems auf sich selbst ist die Energie des Systems.

Wir können den Begriff der Energie eines Systemes noch etwas allgemeiner fassen, um sofort zu erkennen, dafs bei Kräften, deren Wirkung durch die Potentialfunktion bestimmt ist, das Princip von der Erhaltung der Arbeit besteht. Sei in einem gegebenen Zustande das Potential eines Systemes auf sich selbst gleich ΣW_1, wo wir das Zeichen Σ schreiben, um anzudeuten, dafs dieses Potential aus dem der einzelnen Mengen auf sich selbst und der einzelnen Mengen auf einander besteht. Es mögen ferner die mit den Agentien verbundenen Massen gewisse Geschwindigkeiten haben, so dafs in dem System eine gewisse lebendige Kraft vorhanden ist, welche wir mit $\frac{1}{2} \Sigma m v_1^2$ bezeichnen wollen, und welche dem System irgendwie erteilt ist. Nun sei aber das System nur der Wirkung der innern Kräfte überlassen, und durch diese gehe das Potential desselben auf sich selbst in ΣW_2 über, so dafs die Arbeit $\Sigma W_1 - \Sigma W_2$ geleistet sei. Da diese Arbeit auf die Massen des Systems übertragen ist, so mufs dieselbe ganz als lebendige Kraft derselben vorhanden sein; ist also $\frac{1}{2} \Sigma m v_2^2$ die lebendige Kraft in dem Systeme nach der Änderung, so mufs

$$\Sigma W_1 - \Sigma W_2 = \frac{1}{2} \Sigma m v_2^2 - \frac{1}{2} \Sigma m v_1^2$$

sein, oder es mufs

Digitized by Google

$$\Sigma W_1 + \frac{1}{2} \Sigma m v_1^2 = \Sigma W_2 + \frac{1}{2} \Sigma m v_2^2.$$

Die auf beiden Seiten dieser Gleichung stehenden Summen sind die Energie des Systemes in dem allgemeinern Sinne, indem sie auch den Fall umfassen, dafs in dem gegebenen Zustande von aufsen in das System eine gewisse Arbeitsmenge übertragen ist, und diese Gleichung ist der Ausdruck des Satzes, dafs in einem gegebenen, nur der Wirkung innerer Kräfte unterworfenen System die Energie konstant ist. Denn dieselbe sagt aus, dafs der gesamte Arbeitsvorrat des Systems nach jeder nur durch innere Kräfte bewirkten Veränderung der gleiche ist, wie vor dem Eintreten der Änderung. Man nennt häufig das Glied ΣW die potentielle, das Glied $\frac{1}{2} \Sigma m v^2$ die kinetische Energie des Systemes, so dafs wir obige Gleichungen auch kurz dahin aussprechen können, dafs bei einer durch innere Kräfte bewirkten Änderung eines Systems potentielle Energie in kinetische verwandelt wird oder umgekehrt, dafs aber die Summe beider stets konstant ist, wenn nicht von aufsen in das System Arbeit übertragen oder ihm solche entzogen wird.

Digitized by Google

Erster Abschnitt.

Vom Magnetismus.

Erstes Kapitel.

§. 10.

Beschreibung der magnetischen Eigenschaft. Unter den Eisenerzen findet sich ein nach der Formel $Fe_3 O_4$ zusammengesetzes Oxyd, das Eisenoxydoxydul, welches häufig die Eigenschaft besitzt Eisenteile, Feilspäne, kleine Stückchen anzuziehen und festzuhalten. Legt man ein Stück dieses Erzes in Eisenfeilicht, so bleiben an vielen Stellen desselben ziemliche Quantitäten der Späne haften, wenn man den Stein aus dem Feilicht heraushebt. Ausser dem Eisen wird von diesen Erzen, jedoch in viel geringerem Mafse, auch Nickel und Kobalt angezogen; von einigen anderen Metallen, so Chrom, Mangan[1]), ist es noch zweifelhaft. Diese eigentümliche Eigenschaft wurde schon im Altertume an den Eisenerzen, welche bei der kleinasiatischen Stadt Magnesia gefunden wurden, zuerst beobachtet, sie wurde daher zunächst die Eigenschaft der magnetischen Steine und später die magnetische Eigenschaft oder kurz Magnetismus genannt. Körper, welche diese Eigenschaft zeigen, haben den Namen Magnete und das erwähnte Eisenerz den Namen Magneteisenstein erhalten.

Ein magnetisches Stück des Magneteisensteins zieht keineswegs an allen Stellen der Oberfläche das Eisen gleichmäfsig an; legt man ein solches Stück in Eisenspäne, so bleiben dieselben nur an zwei oder mehreren Stellen vorzugsweise haften, während ausgedehnte Teile der Oberfläche keine Spur von Eisen festhalten. Jene Stellen, an denen das Eisen haften bleibt, bezeichnet man als die Polargegenden oder die magnetischen Pole des Magnets.

Wenn man dem Pole eines Magnets ein Stäbchen weichen Eisens nähert, oder das eine Ende desselben an den Pol anlegt und dann das Eisenstäbchen in Eisenfeile taucht, so zeigt sich auch dieses Eisenstäbchen mag-

1) Man sehe *Pouillet,* Elemens de Physique Tome II und *Faraday,* Philosophical Magazin III. Ser. Vol. VIII und IX. 1836. Poggend. Ann. Bd. LXV, Bd. LXVII, Bd. LXIX, Bd. LXX. Auch *Lamont,* Handbuch des Magnetismus (Karstens Encyklopädie Bd. XV) p. 31 ff.

Digitized by Google

netisch und zwar so lange, als es sich in der Nähe des Poles befindet; entfernt man es von demselben, so hat es im allgemeinen seinen Magnetismus wieder verloren. An einem solchen Eisenstäbchen erkennt man schon viel deutlicher, daſs die magnetische Eigenschaft keineswegs an allen Stellen des Magnets gleich stark ist; man sieht vielmehr, daſs das von dem Magnete entfernte Ende und das ihm nächste am meisten Eisenfeile festhalten, und daſs um so weniger an dem Eisen haften, je mehr man sich der Mitte nähert. In der Mitte des Stäbchens findet sich eine breite Zone, an welcher durchaus keine Feilspäne haften, welche also nicht magnetisch ist.

Nur weiches Eisen zeigt die eben erwähnte Eigenschaft, sofort durch Berührung eines Magnetpoles zum Magnet zu werden und sofort nach Entfernung des Magnetpoles fast augenblicklich den Magnetismus zu verlieren; legt man gehärteten Stahl an den Pol eines Magnets, so zeigt derselbe anfangs kaum eine Spur von Magnetismus, jedoch nach einiger Zeit wird auch der Stahl magnetisch, und sein Magnetismus nimmt bis zu einer gewissen Grenze zu, je länger er sich mit dem Magnete in Berührung befindet. Besser noch läſst sich ein Stahlstab magnetisch machen, wenn man ihn mit einem Magnetpole wiederholt in einer und derselben Richtung streicht.

Ein auf die eine oder die andere Weise magnetisierter Stahlstab zeigt dann aber die Eigentümlichkeit, daſs er den ihm erteilten Magnetismus nicht, wie das Eisen, verliert, wenn man den erregenden Magnet fortnimmt; er behält vielmehr den ihm erteilten Magnetismus fast ungeschwächt bei, er ist bleibend zum Magnet geworden. Derartige künstliche Magnete, cylindrische oder parallelepipedische Stäbe von Stahl, wendet man daher am besten zur Untersuchung der magnetischen Eigenschaften an, da sie vor den natürlichen Magneten den Vorzug einer bequemern Form haben, im übrigen aber ganz dieselben Eigenschaften zeigen.

An einem Stabmagnete erkennt man sofort, daſs der Magnetismus nur an den Enden hervortritt, daſs er um so schwächer wird, je mehr man sich der Mitte des Magnets nähert. Hängt man ein eisernes Kügelchen auf und nähert demselben einen Magnet, so wird dasselbe von den Enden desselben angezogen und festgehalten, die Mitte des Stabes vermag dagegen nicht das Kügelchen aus seiner Gleichgewichtslage zu entfernen. Der eben schon erwähnte Versuch, das Einlegen eines Magnets in Eisenspäne, zeigt die Verteilung des Magnetismus am deutlichsten; die Eisenspäne legen sich (Fig. 7) vorzugsweise an die Enden des Stabes an, von denen sie büschelförmig hervorstehen. An den Seiten legen sie sich ebenfalls an, jedoch an den der Mitte näheren Stellen immer weniger; in der Mitte bleibt eine bei den verschiedenen Magneten verschieden breite Zone, welche gar keine Feilspäne trägt.

Fig. 7.

Man bezeichnet daher die Enden des Magnets, wo sich der Magnetismus vorzugsweise zeigt, als die Pole des Magnets und nennt die mittlere Zone, welche keine magnetische Eigenschaften zeigt, die Indifferenzzone.

Wie sich aus dem Vorigen ergiebt, ist der Magnetismus keine den

Digitized by Google

magnetischen Substanzen als solchen zukommende Eigenschaft, denn es giebt Magnetsteine, welche keine Spur von Magnetismus zeigen, ebenso wie das weiche Eisen und der Stahl im allgemeinen nicht magnetisch sind; die Magneteisensteine sind nur zuweilen unter nicht näher gekannten Umständen magnetisch, weiches Eisen ist nur magnetisch, wenn es sich unter dem Einflusse eines Magnets befindet, und Stahl nur dann, wenn er eine Zeit lang dem Einflusse des Magnets ausgesetzt war. Der Magnetismus ist daher den Substanzen, welche magnetisch sein können, nicht wesentlich, da dieselben Substanzen magnetisch sein können oder nicht, er ist demnach eine Kraft, der ein unbekannter Träger zu Grunde liegt. Um diesen Träger kurz bezeichnen zu können, spricht man von einem magnetischen Fluidum, welches, wenn es in den Körpern enthalten ist, dieselben fähig macht Magnetismus zu zeigen. Man dachte sich früher dieses Fluidum als eine äusserst feine, den Körper durchdringende Flüssigkeit, etwa wie den Äther, welche der Schwere nicht unterworfen ist, da das Gewicht eines Stahlstabes ganz genau dasselbe ist, ob er magnetisch ist oder nicht. Die Flüssigkeit wurde daher eine imponderabele genannt und mit dem Licht und Wärmestoff, welchen man früher annahm, zu den Imponderabilien gezählt.

Da wir vorhin sahen, dafs Stahl oder Eisen magnetisch werden, wenn sie mit einem Magnete in Berührung sind, so könnte es auf den ersten Blick den Anschein haben, als ob das magnetische Fluidum von einem Körper zu dem andern übertragen würde, und als ob durch die Aufnahme dieses Fluidums ein Körper zum Magnet würde. Dieser Annahme widersprechen aber mehrere Erfahrungen; zunächst würde es dann höchst auffallend sein, dafs nur so wenige Substanzen magnetisch werden können, besonders dafs nicht alle Metalle, welche sonst in ihrem physikalischen Verhalten die gröfste Ähnlichkeit zeigen, in Magnete verwandelt werden können. Ferner ist klar, dafs wenn das Magnetisieren Folge des Überfliefsens des magnetischen Fluidums aus dem Magnete in die zu magnetisierenden Körper wäre, dafs dann der Magnet an Kraft um so mehr abnehmen müfste, je mehr Körper mit demselben magnetisiert werden, ja dafs schliefslich der Magnetismus des Magnets sich ganz verlieren müfste. Das ist jedoch durchaus nicht der Fall; man mag mit einem Magnete soviel Stahlstäbe magnetisieren als man will, der Magnetismus desselben bleibt immer derselbe, da beim Einlegen in Eisenfeilspäne immer dieselbe Quantität Eisenfeilicht an ihm hängen bleibt.

Weiter spricht gegen diese Annahme die Erfahrung dafs die Wirkung eines Magnets nicht nur in die Ferne reicht, sondern dafs sie auch sämtliche nicht magnetische Substanzen zu durchdringen vermag, ohne dafs letztere eine Spur von Magnetismus zeigen. Von dieser Thatsache kann man sich leicht durch einen einfachen Versuch überzeugen. Man befestige ein Stäbchen weichen Eisens vertikal in einem Stativ und lasse dessen unteres Ende in Eisenfeile tauchen. Man befestige dann etwa in dem Abstande von 1 Cm. über demselben den Pol eines Magnets, so wird der Eisenstab sofort eine gewisse Menge Feilspäne anziehen, welche haften bleibt, wenn man die darunter stehende Schale fortnimmt. Man halte dann zwischen dem Magnetpole und dem Eisenstabe eine Platte von Glas oder Holz oder irgend einer unmagnetischen Substanz, so wird von den Feilspänen nichts herabfallen, der Eisenstab bleibt also magnetisch. Wie vorhin erwähnt,

Digitized by Google

ist aber das Eisen nur so lange magnetisch, als es sich unter dem Einflusse eines Magnets befindet, die Wirkung des Magnets geht also durch die unmagnetische Substanz hindurch. Ebenso deutlich erkennt man das, wenn man den Magnet fortnimmt und ihn dann wieder in die frühere Lage bringt; sobald man ihn fortnimmt, fallen alle Eisenfeilspäne ab, bringt man ihn wieder zurück und nähert dem untern Ende des Stabes wieder die Feilspäne, so werden dieselben sofort wieder angezogen und bleiben an dem Stabe haften. Nähert man nun aber der Glasscheibe unter dem Magnet Eisenfeilicht, so zeigt dieselbe keine Spur von Magnetismus, die Feilspäne werden von ihr nicht angezogen.

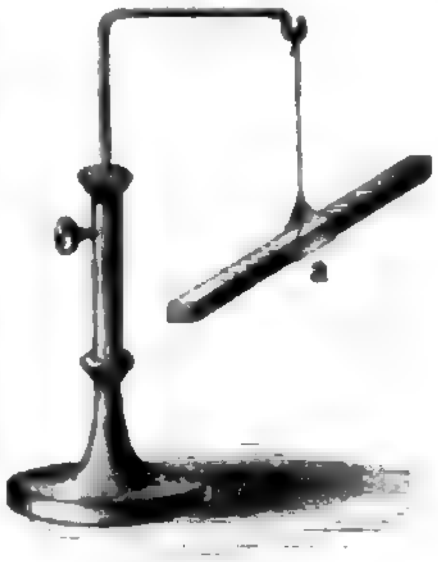
Da somit die Wirkung des Magnets durch Körper hindurchdringt, ohne dieselben zu Magneten zu machen, so folgt, dafs das Magnetisieren nicht durch das überfliefsende magnetische Fluidum hervorgebracht werden kann. Denn dann müfste das Fluidum die Glasscheibe durchdringen und dieselbe wenigstens so lange magnetisch sein, als Fluidum hindurchgeht oder darin ist.

Wir müssen daraus schliefsen, dafs das magnetische Fluidum bereits in den Körpern, welche die magnetische Eigenschaft anzunehem imstande sind, enthalten ist, in einer Weise aber, welche die Körper unfähig macht den Magnetismus zu zeigen, und dafs der Akt des Magnetisierens nur in einer Belebung oder Erweckung des Magnetismus, in einer Zustandsänderung des vorhandenen magnetischen Fluidums besteht. Die Wirkung eines angenäherten Magnets bestände dann eben nur in jener Belebung, ohne dafs von ihm etwas in den magnetisierten Körper übergeht.

Die Art und Weise, wie man sich das magnetische Fluidum in magnetisierbaren nicht magnetischen Körpern denken kann, ergiebt sich aus einer genauern Untersuchung der magnetischen Eigenschaft der Magnete.

Wenn man einen Magnetstab horizontal an einem Faden, der nur eine geringe Torsionskraft hat, aufhängt, etwa so, dafs man ihn in ein Papierschiffchen (Fig. 8) *a* einschiebt, so nimmt der Stab nach einigen Schwingungen immer eine bestimmte Lage an, so dafs seine Längsrichtung mit dem astronomischen Meridian einen gewissen Winkel bildet. Bezeichnen wir, wenn der Stab seine Gleichgewichtslage angenommen hat, den einen der beiden Pole, etwa den nach Norden zeigenden, und bringen dann den Stab aus seiner Ruhelage, so kehrt er nach einigen Schwingungen in dieselbe zurück und zwar stets so, dafs der bezeichnete Pol wieder nach Norden zeigt. Geben wir dem Magnete in einer andern Weise eine horizontale Lage, so dafs er in der Horizontalebene sich frei drehen kann, indem wir ihn auf eine Spitze aufsetzen oder indem wir ihn auf einen schwimmenden Kork legen, so tritt ganz dasselbe ein, er nimmt schliefslich eine Ruhelage an, in welcher der bezeichnete Pol nach Norden zeigt.

Fig. 8.



Die beiden Magnetpole zeigen daher eine Verschiedenheit, indem ein in horizontaler Ebene drehbarer Magnet sich immer so stellt, dafs der eine Pol des Magnetes nach Norden, der andere nach Süden zeigt. Man unterscheidet daher die beiden Pole, indem man den nach Norden zeigenden den

Digitized by Google

Nordpol, oder da er gewöhnlich auf den Magneten bezeichnet wird, den bezeichneten Pol nennt, während der andere Pol der Südpol oder nicht bezeichnete Pol genannt wird.

In ihrem Verhalten gegen magnetisierbare Körper zeigen die beiden Pole keine Verschiedenheit, beide ziehen dieselben an, beide verwandeln Eisenstäbe vorübergehend, Stahlstäbe dauernd in Magnete. Nähern wir z. B. dem in angegebener Weise aufgehängten Magnete einen Stab weichen Eisens, so wird er von letzterem angezogen und dem entsprechend aus seiner Ruhelage abgelenkt, sowohl wenn der Eisenstab dem Nordpole als wenn er dem Südpole genähert wird.

In dem Verhalten der beiden Pole gegen andere Magnete zeigt sich dagegen eine bedeutende Verschiedenheit. Nähern wir dem in der eben angegebenen Weise aufgehängten, in der Ruhelage befindlichen Magnete den Pol eines zweiten Magnets, so wird der hängende Magnet nicht mehr unter allen Umständen angezogen, sondern bald angezogen, bald abgestofsen. Wurde durch den genäherten Magnet der Südpol angezogen, so wird der hängende Magnet so lange angezogen, als sich der genäherte Pol an der Südhälfte jenes befindet; überschreitet der genäherte Magnet die Indifferenzzone und nähert er sich dem Nordpole des hängenden Magnetes, so wird letzterer abgestofsen und zwar um so stärker, je näher die beiden Pole sich kommen. Bestimmt man durch Aufhängen des genäherten Magnetes die Pole desselben, so findet man, dafs der genäherte Pol ein Nordpol war. Nähert man darauf dem aufgehängten Magnete den Südpol eines zweiten, so wird der Südpol abgestofsen wie vorhin der Nordpol, und der Nordpol angezogen wie vorhin der Südpol. Es zeigt sich also darin ein entschiedener Gegensatz der beiden Pole, den wir kurz dahin aussprechen können, dafs die gleichnamigen Pole zweier Magnete, Nord und Nord oder Süd und Süd, sich abstofsen, dafs aber die ungleichnamigen Pole, Nord und Süd, sich anziehen.

Nach Erkennung dieser Verschiedenheit der beiden Magnetpole läfst sich nun auch leicht zeigen, dafs das gleiche Verhalten der beiden Pole gegen magnetisierbare nicht magnetische Körper doch in verschiedener Wirkung derselben seinen Grund hat. Wie wir sahen, werden von den Magneten nur magnetisierbare Körper angezogen, und wie wir ferner sahen, werden die magnetisierbaren Körper unter Einwirkung der Magnete selbst magnetisch. Wir werden daher schliefsen, dafs die Anziehung der magnetisierbaren Körper eben in dem Magnetischwerden derselben ihren Grund hat, und dann weiter, dafs der Magnetismus so erregt wird, dafs dem Magnetpole zunächst in dem angezogenen Körper ein mit demselben ungleichnamiger Pol induziert wird. Nähern wir also dem Nordpole eines Magnetes einen Stab weichen Eisens, so wird in dem genäherten Ende des Stabes ein Südpol und in dem fernern Ende ein Nordpol induziert. Nähern wir dagegen den Eisenstab einem Südpole, so wird in dem genäherten Ende ein Nordpol, in dem fernern Ende ein Südpol induziert. Die Pole in dem Eisenstabe würden also in beiden Fällen entgegengesetzt liegen, oder allgemein, ein Magnetpol würde in dem nähern Ende eines genäherten Eisenstabes einen ungleichnamigen, in dem fernern einen gleichnamigen Pol induzieren.

Dafs diese Schlüsse in der That richtig sind, läfst sich durch mehrere

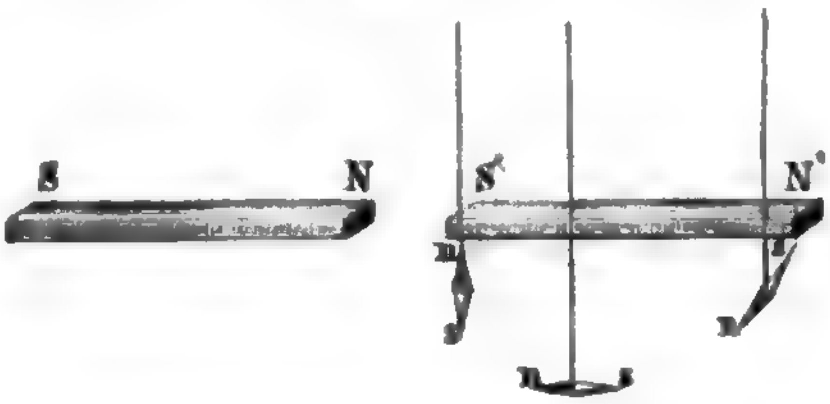
Digitized by Google

Versuche beweisen. Wenn man an einen Pol eines kräftigen Magnetstabes, etwa an den Nordpol, ein Stück weichen Eisens gehängt hat, und nähert dann dem Nordpole in der Art, wie es Fig. 9 zeigt, den Südpol S' eines zweiten, ebenso kräftigen Magnetes, so fällt das Eisenstück herab, sobald der Südpol S' sich über dem Nordpol N befindet. Der Magnet SN trägt das Eisenstück, indem er es so magnetisiert, dafs oben bei N ein Südpol erzeugt wird, bei b ein Nordpol; er trägt es, weil die ungleichnamigen Pole zweier Magnete sich anziehen. Der genäherte Südpol S' des obern Magnetes induziert in dem weichen Eisen bei N einen ebenso starken Nordpol. Da nun die beiden Pole entgegengesetzte Eigenschaften haben, so hebt der eine den andern auf, und das Eisen wird unmagnetisch; das Herabfallen desselben beweist, dafs das Eisen nur deshalb angezogen und getragen wird, weil es zum Magnet wird und zugleich, dafs die Pole in der ebenangeführten Weite erzeugt werden.

Fig. 9.

Wir können das noch direkter zeigen; legen wir einen nicht zu kurzen Stab $S'N'$ weichen Eisens in der Fig. 10 angegebenen Weise vor den Nordpol eines kräftigen Magnetstabes NS und führen an dem Stabe eine kleine Nadel ns vorüber, welche so magnetisiert ist, dafs ihr Nordpol sich in n, ihr Südpol sich in s befindet, und welche in der Horizontalebene drehbar aufgehängt ist, so wird der Nordpol der Nadel angezogen, der Südpol abgestofsen, wenn die Nadel sich bei dem Ende S' des Eisenstabes befindet; dagegen wird umgekehrt der Südpol der Nadel von dem Eisenstabe angezogen, der Nordpol abgestofsen, wenn die Nadel sich näher bei N' befindet, in gleicher Entfernung von beiden Enden stellt sich die Nadel dem Stabe parallel, so dafs der Südpol nach der Seite N', der Nordpol nach der Seite S' zeigt. Aus alle dem ergiebt sich, dafs der weiche Eisenstab durch den Nordpol des Magnetes SN so magnetisiert ist, dafs das Ende S' zum Südpol, das andere vom Nordpol am weitesten entfernte Ende dagegen ein Nordpol geworden ist. Kehren wir den Magnet NS um, so dafs der Südpol sich jetzt an der Stelle befindet, wo vorher der Nordpol war, so kehrt sich auch sofort, wie ein ebensolcher Versuch zeigt, der Magnetismus des Stabes $S'N'$ um, bei S' entsteht ein Nordpol, bei N' ein Südpol.

Fig. 10.



Die Wirkung der beiden Pole auf das magnetisierbare weiche Eisen ist also in sofern dieselbe, dafs beide das Eisen zum Magnet machen, in sofern aber verschieden, dafs die Lage der Pole im weichen Eisen entgegengesetzt ist, wenn der nächste Pol ein Nordpol ist, als wenn er ein Südpol ist.

Wenden wir bei dem vorigen Versuche anstatt des weichen Eisens einen Stahlstab an, so ist das schliefsliche Resultat in einer Beziehung dasselbe; der Stahlstab wird so magnetisiert, dafs das dem Nordpole des Magnetes nächste Ende ein Südpol, das entgegengesetzte ein Nordpol wird; in einer andern Beziehung dagegen zeigt der Stahl ein wesentlich anderes

Digitized by Google

Verhalten. Während nämlich das Eisen momentan zum Magnet wird, wenn es der Einwirkung des Magnetes unterworfen wird, und momentan seinen Magnetismus fast vollständig verliert, wenn es der Einwirkung des Magnetes entzogen wird, dauert es beim Stahl eine geraume Zeit, ehe er magnetische Eigenschaften zeigt, ja es ist notwendig, denselben eine Zeit lang an den Magnet anzulegen oder mit einem Pole desselben nach einer Richtung mehrfach zu streichen, ehe er merklichen Magnetismus zeigt. Ist der Stahlstab aber einmal zum Magnet geworden, so bleibt er dauernd magnetisch, und verliert seinen Magnetismus nur wieder, wenn er in demnächst zu besprechender Weise behandelt wird.

Die zuletzt beschriebenen Eigenschaften der Magnete sind imstande, uns eine Vorstellung davon zu liefern, wie das magnetische Fluidum, um zunächst noch an dieser Vorstellungsweise festzuhalten, in den magnetisierbaren Körpern vorhanden ist. Wenn die magnetischen Eigenschaften der Körper auf der Anwesenheit eines Fluidums beruhen, so sind wir nach dem Vorigen genötigt, zwei solcher Fluida anzunehmen, eines, welches den Nordmagnetismus, eines, welches den Südmagnetismus bedingt. Denn der Magnetismus des Nordpoles ist von jenem des Südpoles verschieden, er ist ihm gewissermaſsen entgegengesetzt, so daſs, was dieser abstöſst, jener anzieht und umgekehrt. Sind die beiden Fluida vereinigt, so können sie keine Wirkung nach auſsen hin zeigen. An der Nordhälfte eines Magnetes herrscht der Nordmagnetismus vor, an der Südhälfte der andere, in der Mitte, wo der eine in den andern übergeht, in der Indifferenzzone, sind beide gleich stark vorhanden, deshalb besitzt diese Stelle keine magnetische Eigenschaften.

Da der Nordpol den Nordpol, der Südpol den Südpol des Magnetes abstöſst, der Nordpol den Südpol anzieht, so müssen wir nach unserer Vorstellungsweise annehmen, daſs die gleichnamig magnetischen Fluida sich abstoſsen, die ungleichnamigen sich anziehen, denn nach unserer Anschauungsweise sind die magnetischen Fluida die Träger der anziehenden und abstoſsenden Kräfte.

Beachten wir, daſs bei dem Magnetisieren des Eisens oder Stahles nichts aus dem Magnete in den zu magnetisierenden Körper übergeht, und zugleich, daſs bei dem Magnetisieren stets, wie erwähnt, beide Pole und, soweit wir bis jetzt erkennen können, beide in gleicher Stärke auftreten, so werden wir auf die Annahme geführt, daſs in den magnetisierbaren Substanzen beide magnetische Fluida vorhanden sind, und zwar beide in gleicher Menge und beide gleichmäſsig durch die Substanz verteilt. Ist das der Fall, so können diese Substanzen zunächst nach auſsen durchaus keine magnetische Eigenschaft zeigen, ebensowenig wie die Indifferenzzone des Magnetes, denn an jeder Stelle wirken beide Fluida mit gleicher Stärke, was das eine anzieht, stöſst das andere ab. Wird aber eine solche Substanz der Einwirkung eines Magnetes unterworfen, so werden die Verhältnisse andere; wirke z. B. ein Nordpol auf einen Eisenstab in der Lage Fig. 10. Das nordmagnetische Fluidum des Nordpoles stöſst das nordmagnetische Fluidum des Eisens von sich und zieht das südmagnetische an; ersteres flieſst in das entfernte Ende N' des Stabes, letzteres in das dem Magnete nähere nach S'. Da jetzt die beiden Fluida von einander wenigstens zum Teil getrennt sind, so muſs der Stab magnetische Eigen-

Digitized by Google

schaften zeigen, und zwar das Ende S' südmagnetische, das Ende N' nordmagnetische. Wird dann der Magnet wieder entfernt, so fliefsen die beiden Fluida, da sie sich anziehen, wieder zusammen und der Stab wird wieder unmagnetisch.

Auch im Stahl, als einem magnetisierbaren Körper, sind die beiden magnetischen Fluida in gleicher Menge vorhanden; da indefs im Stahl nicht sofort, sondern nur durch fortgesetzte Wirkung des Magnetes die magnetischen Fluida getrennt werden, und da weiter nach Entfernung des Magnetes die beiden Fluida nicht der gegenseitigen Anziehung folgen, sondern von einander getrennt bleiben, so sind wir zu der Annahme genötigt, dafs der Stahl der Bewegung der magnetischen Fluida einen gewissen Widerstand leistet. Dieser Widerstand verhindert, dafs die magnetischen Fluida der anziehenden und abstofsenden Wirkung des genäherten Magnetpoles sofort folgen und im Stahle sich trennen. Er verhindert zugleich, dafs die einmal getrennten Fluida, ihrer gegenseitigen Anziehung folgend, sich wieder vereinigen. Man bezeichnet diesen Widerstand, welchen der Stahl der Bewegung der magnetischen Fluida entgegensetzt, als Koercitivkraft.

Mit Hilfe der Annahme zweier magnetischer Fluida von den beschriebenen Eigenschaften, sind wir daher imstande, uns eine Vorstellung über das Wesen des Magnetismus zu bilden; einen andern theoretischen Wert kann diese Annahme nicht beanspruchen, eine Erklärung der magnetischen Erscheinungen, wie uns z. B. die Undulationstheorie eine Erklärung der Lichterscheinungen bot, liefert sie uns in keiner Weise. Die Übereinstimmung dieser Hypothese mit den weiteren Beobachtungen kann selbst nicht dazu dienen, uns von der realen Existenz dieser Fluida zu überzeugen, da sie in der That nur der Ausdruck jener Erfahrung sind, dafs nicht die magnetisierbaren Substanzen selbst die Träger des Magnetismus sein können, und da die einzelnen Beobachtungen mit dieser Annahme nur dadurch übereinstimmen, dafs wir diesen hypothetischen Fluiden eben die Eigenschaften beilegen, welche die Magnete uns darbieten. Es ist diese Hypothese im Grunde nur eine Umschreibung der beobachteten Thatsachen, wir behalten sie zunächst bei, weil sie uns gestattet, denselben einen kurzen, präcisen Ausdruck zu geben, ohne dafs wir damit die wirkliche Existenz solch eigentümlicher Flüssigkeiten annähmen[1]).

§. 11.

Konstitution der Magnete. Das Verhalten des Magnetes gegen Eisen und andere Magnete zeigt, dafs derselbe in zwei, durch eine Indifferenzzone getrennte Teile zerfällt, deren einer nordmagnetische Eigenschaften zeigt, während der andere südmagnetische zeigt. Denn nähern wir einem horizontal aufgestellten Magnete einen andern, so wird dessen Nordpol an der ganzen Nordhälfte des festen Magnetes bis zur Indifferenzzone abgestofsen, auf der ganzen Südhälfte angezogen. Die Gruppierung der Feilspäne an den Magneten zeigt dann schon, dafs der Magnetismus von der Mitte aus

1) Das Historische über die Beobachtung der magnetischen Eigenschaften und die Hypothese über die Fluida findet sich in *Gehlers* Physik. Wörterbuch II. Aufl. Bd. V, 2. Abtlg. Artikel Magnetismus. *Lamont*, Handbuch des Magnetismus (Karstens Encyklopädie Bd. XV).

Digitized by Google

zu den Enden hin stetig zunimmt. Diese Beobachtung führt zu der Vermutung, dafs in dem Magnete die beiden Fluida vollständig von einander getrennt seien, dafs die eine Hälfte nur nordmagnetisches, die andere nur südmagnetisches Fluidum enthalte.

Diese Vermutung bestätigt sich aber nicht; wäre sie richtig, so würde folgen, dafs eine Zerteilung eines Magnetes in seiner Mittellinie uns zwei halbe Magnete, ein nordmagnetisches und ein südmagnetisches Stück liefern müfste. Das ist nicht der Fall, denn eine Teilung des Magnetes liefert uns stets wieder zwei vollständige Magnete mit Nordpol und mit Südpol; die Trennungsstelle der Nordhälfte des Magnetes wird nämlich sofort zum Südpol, und diejenige der Südhälfte zum Nordpol. Wie weit man auch die Zerteilung des Magnetes fortsetzt, und wo man auch dieselbe vornimmt, ob man ein Stück der Nordhälfte oder der Südhälfte des Magnetes nimmt, immer erhält man einen vollständigen Magnet. Der Versuch gelingt am besten mit einer Stahlnadel, einer Stricknadel etwa, welche man, um später alle fremden Einflüsse fern zu halten, vor dem Magnetisieren mit einer Anzahl von Feilstrichen versieht an den Stellen, wo man sie später brechen will.

Diese Beobachtung macht eine andere Annahme über die Konstitution der Magnete notwendig, sie fordert, da jedes Fragment eines Magnetes als vollständiger Magnet erscheint, dafs in jedem Moleküle desselben die beiden magnetischen Fluida vorhanden und von einander getrennt sind. Jedes Molekül wird dadurch zu einem Elementarmagnete, und jeder Magnet ist demnach aus einer grofsen Anzahl solcher Elementarmagnete zusammengesetzt, deren Pole gleichgerichtet sein müssen. Denn denken wir uns eine Reihe von magnetischen Molekülen ns, $n's'$, ... (Fig. 11), so wird diese nur dann magnetische Eigenschaften haben können, wenn jedes Molekül nach derselben Seite seinen Nordpol und nach der andern Seite seinen Südpol hinwendet.

Fig. 11.

Denn wäre das nicht der Fall, wäre z. B. die Polarität des Moleküles $n''s''$ derjenigen der vor und hinter ihm befindlichen entgegengesetzt, so würde durch die Wirkung des südlichen Fluidums in n'' die Verteilung in $n'''s'''$ derartig sein, dafs s''' ein Nordpol, n''' ein Südpol würde; die Wirkung des nördlichen Fluidums in s'' auf dasselbe Molekül würde dort allerdings entgegengesetzte Polarität herzustellen suchen; da aber das südliche Fluidum in n'' dem Moleküle $s'''n'''$ näher liegt, so würde die erstere Verteilung überwiegen und $s'''n'''$ in der Weise Polarität annehmen, dafs die Pole mit denjenigen des Moleküles $n''s''$ gleichgerichtet sind.

Ebenso würde das Molekül $n''s''$ auf das Molekül $n's'$ einwirken, auch dieses würde durch die Verteilung von $n''s''$ in n' einen Südpol, in s' einen Nordpol erhalten.

Ganz entgegengesetzten Einflufs auf die betrachteten Moleküle würden aber die Moleküle ns und $n^{IV}s^{IV}$ ausüben, und da dieselben in den gleichen Abständen von den betrachteten Molekülen sich befinden, so würden an denselben Stellen entgegengesetzte Pole von derselben Stärke auftreten, oder die Moleküle würden ihre magnetischen Eigenschaften verlieren.

Auf das Molekül $n''s''$ würden ferner die Moleküle ns und $n^{IV}s^{IV}$

einwirken; und zwar, wie sich aus dem Vorigen ergiebt, so, dafs jedes in $n''s''$ eine Verteilung des magnetischen Fluidums bewirken würde, welche der vorhandenen entgegengesetzt ist. Die magnetische Polarität des Moleküles $n''s''$ würde somit, wenn nicht ganz vernichtet, so doch wesentlich geschwächt werden müssen; es kann somit in einer solchen Reihe der Magnetismus nur dann bestehen, wenn die Polaritäten der einzelnen Moleküle gleich gerichtet sind.

Diese Gleichrichtung der Moleküle folgt ebenso aus der soeben angeführten Erfahrung, dafs jede Zerteilung eines Magnetes wieder vollständige Magnete liefert, und dafs die Pole an den Trennungsstellen den Polen an den anderen Enden der abgetrennten Stücke entgegengesetzt sind. Denn der Magnetismus an dem Ende eines Magnetes wird von der Polarität der letzten Molekülschicht bestimmt; wäre nun die Polarität einer Schicht z. B. $n''s''$, umgekehrt als bei der andern, so würde eine Zerteilung des Stabes bei n'' einen Magnet liefern, dessen beide Enden gleiche Polarität hätten, also einen Magnet, der nach aufsen hin nur als die eine Hälfte eines vollständigen Magnetes aufträte.

Es fragt sich, in welcher Weise der Magnetismus in der Molekülreihe verteilt sein mufs, das heifst wie sich die Intensität des Magnetismus oder, was dasselbe ist, die Menge der getrennten Fluida verhalten mufs, damit der Magnet die bisher beschriebenen Wirkungen nach aufsen hin zeigen kann. Wir sind zwar noch nicht imstande, den Magnetismus zu messen, das zeigt aber, wie erwähnt, schon die Gruppierung der Eisenfeilspäne, dafs die anziehende Wirkung der Magnete von den Enden an, wo sie am stärksten ist, nach der Mitte zu stetig und rasch abnimmt, und dafs sie in der Indifferenzzone gleich 0 ist.

Wir werden in der magnetischen Molekülreihe, da die Moleküle sowohl selbst als ihre Abstände von einander unendlich klein sind, anstatt der wirklichen Verteilung des Magnetismus in jedem Moleküle, uns denken können, dafs die magnetischen Fluida jeder Art in einem Punkte zwischen je zwei benachbarten Molekülen angesammelt seien, dafs also der Nordmagnetismus des Moleküles ns in einem Punkte mitten zwischen den Polen n und s' angesammelt sei, und dafs eben dort sich das südmagnetische Fluidum des Teilchens $n's'$ befinde; dafs ebenso die Fluida von n' und s'' u. s. f. in dem Mittelpunkte zwischen den beiden Polen angesammelt seien. Denn da die Abstände der entgegengesetzt polaren Molekülhälften unendlich klein sind, so wird deren Gesammtwirkung nach aufsen hin ganz dieselbe sein, als wenn die Magnetismen dieser Hälften in einem und demselben mitten zwischen ihnen liegenden Punkte vereinigt wären.

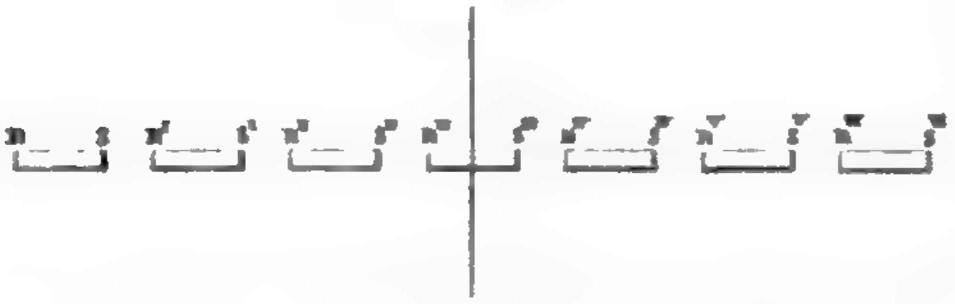
Dieses angenommen, mufs die magnetische Wirkung dieser Punkte nach aufsen hin ganz dieselbe sein, als befände sich in ihnen nur die Differenz der beiden magnetischen Fluiden, welche wir soeben dort angenommen haben. Denn was das nordmagnetische Fluidum dieser Punkte abstöfst, das wird von dem südmagnetischen Fluidum ganz ebenso angezogen und umgekehrt. Nur die Differenz der Anziehungen kann deshalb beobachtet werden. Oder in bezug auf die Wirkung nach aufsen hin wird in den einzelnen Punkten das magnetische Fluidum der einen Art durch eine ebenso grofse Menge des magnetischen Fluidums der andern Art neutralisiert, und die Wirkung ist derart, als wenn nur die Differenz der beiden Fluida in

Digitized by Google

dem Punkte vorhanden wäre. Man bezeichnet diese Differenz als den freien Magnetismus dieses Punktes.

Die Verteilung dieses freien Magnetismus beobachten wir direkt an den magnetischen Wirkungen des Stabes; wir erkennen daraus, dafs die Menge desselben von den Enden gegen die Mitte hin stetig abnimmt. Damit das aber der Fall sein kann, mufs die wahre Verteilung des Magnetismus eine ganz andere sein, die Menge der getrennten Fluida mufs um so gröfser sein, je näher die Moleküle der Indifferenzzone liegen. Denn bezeichnen wir in der Molekülreihe Fig. 12 die Mengen der in jedem Moleküle getrennten Fluida mit n, s, n', s' . . ., so sind die Mengen des freien Magnetismus von den beiden Enden an

Fig. 12.



$$n, \quad n' - s, \quad n'' - s', \quad n''' - s''.$$
$$s^{VI}, \quad s^{V} - n^{VI}, \quad s^{IV} - n^{V}, \quad s^{III} - n^{IV}.$$

Die obere Reihe liefert den freien Magnetismus der nördlichen, die untere denjenigen der südlichen Hälfte der Molekülreihe; wie man sieht, liefert aber die obere Reihe nur dann freien Nordmagnetismus, wenn

$$n' > s, \quad n'' > s' \ldots,$$

die untere nur dann freien Südmagnetismus, wenn

$$s^{V} > n^{VI}, \quad s^{IV} > n^{V} \ldots.$$

Aus der beobachteten Verteilung des freien Magnetismus folgt also, dafs die magnetische Polarität der einzelnen Moleküle um so stärker sein mufs, je näher sie der Mitte der Reihe liegen[1]).

Einen Magnet können wir uns aus einer sehr grofsen Anzahl solcher Molekülreihen zusammengesetzt denken; jeder zu seiner Längsrichtung senkrechte Schnitt entspricht dann einer Schicht von Molekülen, deren jedes einzelne zu einer solchen Reihe gehört. Die Verteilung des freien Magnetismus fordert daher, dafs die magnetische Polarität der einzelnen Schichten um so stärker ist, je näher sie der Mitte des Magnetes liegen.

Dafs das in der That der Fall ist, läfst sich auch durch einen einfachen Versuch zeigen. Magnetisiert man eine Stahlnadel und zerbricht sie dann in mehrere Stücke, so haften an den mittleren Stücken stets gröfsere Mengen von Feilspänen als an den Stücken, welche den Enden näher waren. Oder legt man eine Anzahl von Nadeln in eine Reihe und magnetisiert dieselben, so sind die mittleren Nadeln der Reihe stets stärker magnetisch als die äufseren.

Auch unsere Vorstellung über den Akt des Magnetisierens mufs, den letzten Erfahrungen entsprechend, eine andere werden; nach diesen kann dasselbe nicht darin seinen Grund haben, dafs die den Stab gleichmäfsig anfüllenden Fluida verteilt und das eine derselben in die eine, das andere

1) *Van Rees,* Poggendorffs Annalen Bd. LXX.

Digitized by Google

in die andere Hälfte des Stabes gebracht wird. Es ist indes leicht, unsere Annahmen nach den soeben gemachten Erfahrungen zu modifizieren, ja wir können uns von denselben leicht zwei Vorstellungen machen. Nach der ersten kann man sich denken, dafs im unmagnetischen Zustande in jedem Moleküle eines magnetisierbaren Körpers die beiden Fluida ganz gleichmäfsig verteilt sind, und dafs nun beim Magnetisieren dieselben von einander getrennt und das eine in der einen, das andere in der andern Hälfte des Moleküles angesammelt werde. Dieses ist die ältere Annahme, welche der Theorie des Magnetismus, wie sie von Poisson entwickelt wurde[1]), zu Grunde liegt. Nach derselben würde die Scheidung der magnetischen Fluida um so gröfser sein, je weiter nach der Mitte des Stabes zu die Moleküle lägen; die Notwendigkeit dieser Verteilung läfst sich leicht erkennen. Wir haben nach dem Vorigen dieselbe nur für eine Reihe von Molekülen nachzuweisen. Betrachten wir eine solche Reihe wie Fig. 12, und nehmen an, dafs dieselben zunächst alle gleich stark magnetisiert seien, so wird durch die Wechselwirkung der Moleküle auf einander diese Verteilung eine andere werden müssen.

Auf die in ns getrennten Fluida wirken nämlich auch die in dem benachbarten Moleküle getrennten Fluida derart ein, dafs n und n' sowohl als die Fluida s und s' sich abstofsen; diese Wechselwirkung kann keine Änderung in der Gruppierung der Fluida hervorbringen, da n und n' sich ebenso stark abstofsen als s und s'. Ferner aber zieht das in n' angesammelte Fluidum s an und stöfst n ab; die Wirkung sucht demnach eine weitere Scheidung der Fluida hervorzubringen. Gerade entgegengesetzt wirkt das Fluidum in s', da es aber weiter von dem Moleküle ns entfernt ist als n', so wird die Einwirkung von n' überwiegen und in der That eine weitere Scheidung der beiden magnetischen Fluida bewirken. Einen der Art nach gleichen Einflufs auf das Molekül ns üben $n''s''$ und die folgenden Moleküle aus, nur ist derselbe schwächer und um so schwächer, je weiter die Moleküle von ns entfernt sind. Die Folge dieser Wechselwirkung der Moleküle auf ns wird also eine Verstärkung der Polarität desselben sein. Auf das Molekül $n's'$ wirken von der einen Seite her dieselben Einflüsse ein, und zwar auch mit fast oder ganz derselben Gröfse; denn es wirkt zwar im ganzen ein Molekül weniger auf dasselbe ein, indes wird bei einiger Länge der Molekülreihe der Einflufs der entferntesten Moleküle nur verschwindend klein sein. Zu diesen Einwirkungen kommt dann aber diejenige des Moleküles ns hinzu, welches die Scheidung der Fluida in demselben Sinne zu vergröfsern sucht als die übrigen, und welche ebenso kräftig auf $n's'$ einwirkt, wie dieses auf jenes. Infolge dessen mufs die Polarität in $n's'$ viel bedeutender werden als in ns. Eine ganz gleiche Überlegung zeigt, dafs in den folgenden Molekülen bis zur Mitte hin ein Zuwachs der magnetischen Verteilung stattfinden mufs. Denn an der einen Seite nimmt zwar immer die Anzahl der wirkenden Moleküle ab, dafür nimmt sie an der andern Seite aber stets um ebensoviel zu, und zwar ist, so lange nicht die Mitte überschritten ist, der Abstand der auf der einen Seite hinzukommenden Moleküle kleiner als derjenige auf der andern fehlenden; die Wirkung der hinzukommenden mufs daher überwiegen.

1) *Poisson*, Mémoires de l'Acad. des sciences etc. T. V.

Digitized by

Zugleich erkennt man, wie hiernach die Menge der magnetischen Fluida in den einzelnen Molekülhälften anfangs viel rascher zunehmen mufs als näher bei der Mitte, oder dafs

$$n' - s > n'' - s' > n''' - s''$$

sein mufs. Denn auf das zweite Molekül wirken alle rechts liegenden fast ebenso stark als auf das erste, und aufserdem noch das in unmittelbarer Nähe liegende Molekül *ns*; auf das dritte wirken dieselben Kräfte ein wie auf das zweite und aufserdem das Molekül *ns*; da dieses aber von dem dritten entfernter ist als von dem zweiten, so ist seine Einwirkung auch nicht so stark. Die Differenz der auf das erste und zweite Molekül wirkenden Kräfte ist also gröfser als diejenige der auf das zweite und dritte wirkenden Kräfte.

Wenn nun auch, wie wir sehen, diese Annahme imstande ist uns eine Vorstellung von der Konstitution der Magnete zu liefern, welche die magnetischen Eigenschaften, wie sie an einem Magnete sich zeigen, verstehen lassen, so sprechen doch später zu entwickelnde Erfahrungen gegen dieselbe. Man hat daher eine andere Vorstellung sich gebildet, welche mit den bisher erkannten Eigenschaften ebenso im Einklang ist. Nach dieser ist jedes Molekül eines magnetisierbaren Körpers für sich schon ein vollständiger Magnet; in den nicht magnetisierten Körpern sind aber diese einzelnen Molekularmagnete ganz beliebig gerichtet, das heifst, der eine wendet seinen Nordpol nach dieser, der andere nach jener Richtung. Da nun im allgemeinen nach jeder Richtung ebensoviele Nordpole als Südpole gewandt sein werden, so wird ein magnetisierbarer Körper im allgemeinen ohne weiteres keine Polarität zeigen. Möglich ist es allerdings, dafs in einem Körper einmal mehr Moleküle den Nordpol nach einer Seite wenden als andere den Südpol nach derselben Seite; ein solcher Körper würde dann auch ohne magnetische Einwirkung magnetisch erscheinen. In den natürlich vorkommenden Magneten kann man diesen Fall für realisiert halten. Wirkt aber auf einen solchen Körper ein Magnet ein, so werden unter dem Einflufs desselben die Moleküle des Körpers sich drehen und zwar mehr oder weniger je nach der Kraft des einwirkenden Magnetes so, dafs die Pole der Molekularmagnete gleich gerichtet sind. Die Seite, nach welcher die Molekularmagnete ihren Nordpol wenden, wird der Nordpol des Magnetes, der andere der Südpol. In den mit Koercitivkraft begabten Substanzen, also vorzugsweise im Stahl, stellt der Zusammenhang der Moleküle dieser Drehung ein Hindernis in den Weg, deshalb erfolgt sie nur unter dauernder Einwirkung des Magnetes; ist aber die Drehung einmal erfolgt, so verhindert ebenso der Zusammenhang der Moleküle eine Rückkehr derselben in ihre frühere Lage, deshalb bleiben diese Substanzen, einmal magnetisiert, dauernde Magnete. Bei denjenigen Körpern, welche keine Koercitivkraft haben, erfolgt die Drehung der Moleküle unter dem Einflusse eines Magnetes augenblicklich, und sofort nach dem Aufhören dieses Einflusses kehren die Moleküle wieder in die frühere Lage zurück.

Die Polarität der einzelnen Moleküle mufs natürlich nach dieser Anschauungsweise überall dieselbe sein; und ein stärkerer oder schwächerer Magnetismus kann nur darin seinen Grund haben, dafs die Moleküle in einem Magnete mehr oder weniger dieselbe Lage oder Richtung der Pole

Digitized by Google

haben. Der vorhin abgeleitete Satz, nach welchem aus der Verteilung des freien Magnetismus folgt, dafs die Schichten eines Stabes um so stärker magnetisch sind, je näher sie der Indifferenzzone liegen, würde also nach dieser Anschauungsweise heifsen, dafs die Moleküle in den einzelnen Schichten um so mehr gleich gerichtet sind, je näher dieselben der Indifferenzzone liegen. So gefafst ist aber auch nach dieser Anschauungsweise die angegebene Verteilung des Magnetismus im Stabe eine notwendige Folge der Wechselwirkung zwischen den Molekülen, wie eine Überlegung zeigt, welche der vorhin angewandten ganz gleich ist.

Nehmen wir nämlich wieder zunächst an, dafs in allen Schichten eines gegebenen Stabes zunächst die gleiche Anzahl der Moleküle gleich gerichtet ist, so werden auf die Moleküle der einen Endschicht die folgenden einwirken müssen und in dieser noch weiteren Molekülen dieselbe Lage erteilen. Auf die zweite Schicht wirken dann ebenso die folgenden und aufserdem die Endschicht, sie werden daher in derselben einer noch gröfseren Zahl von Molekülen dieselbe Lage erteilen. Auf die dritte Schicht wirken die folgenden vielleicht schon etwas schwächer ein, dagegen wirken die beiden vorhergehenden bedeutend stärker ein, dort mufs also eine noch gröfsere Zahl von Molekülen dieselbe Lage erhalten. Und so fort, so dafs man sieht, dafs eine der vorigen analoge Überlegung zu demselben Resultate führt, dafs die magnetische Polarität der einzelnen Molekülschichten um so gröfser sein mufs, je näher sie der Indifferenzzone liegen.

Diese beiden Annahmen über die Konstitution der Magnete lassen sich allerdings erst in einem der späteren Abschnitte gegen einander abwägen; durch einen einfachen Versuch indessen kann man schon zeigen, dafs der Magnetismus in einer bestimmten Lagerung der Moleküle begründet ist. Wenn man eine Glasröhre mit Eisenfeilspänen anfüllt, sie mit einem Korke verschliefst und sie dann nach einer der sofort anzugebenden Methoden magnetisiert, so wird sie, obwohl das Eisen sonst keine Koercitivkraft hat, bleibend magnetisch, indem das eine Ende der Röhre ein Nordpol, das andere ein Südpol wird. Man kann sich davon überzeugen, indem man die Röhre einer an einem feinen Faden aufgehängten kleinen magnetischen Nadel nähert; das eine Ende der Röhre stöfst den Nordpol der Nadel ab, das andere zieht ihn an. Die Röhre bleibt magnetisch, so lange die Feilspäne die unter dem Einflusse des Magnetes angenommene Lagerung beibehalten, sie verliert den Magnetismus sofort, wie durch Schütteln die Lagerung der Feilspäne eine andere geworden ist. Dieser Versuch spricht gegen die erste Annahme. Denn bestände das Magnetisieren in einer Scheidung der Fluida in den einzelnen Eisenteilchen, so ist gar kein Grund vorhanden, weshalb sie nach dem Aufhören der magnetischen Einwirkung nicht ebenso gut wieder zusammenfliefsen sollten als in einem massiven Eisenstücke. Dagegen ist es mit der zweiten Annahme vereinbar, dafs die Röhre dauernd magnetisiert wird, da unter dem Einflusse des Magnetes die ganzen Späne eine regelmäfsige Lagerung annehmen, welche sie nicht wieder verlassen können; erst durch das Schütteln wird die Lagerung wieder ganz unregelmäfsig, deshalb verliert die Röhre dann wieder den Magnetismus[1]).

---

1) Die zweite Annahme ist, wenn man, wie es oben geschehen ist, nicht von magnetischen Fluiden in den permanenten Molekularmagneten spricht, was

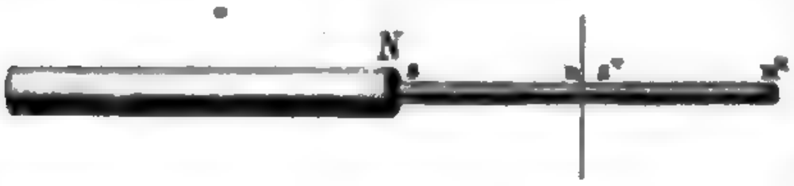
Digitized by

§. 12.

Verfertigung permanenter Magnete. Die Manipulationen, welche anzuwenden sind, um einen Stahlstab in einen Magnet zu verwandeln, lassen sich nach dem, was wir über die Konstitution der Magnete erkannt haben, leicht übersehen; man mufs stets auf das zu magnetisierende Stahlstück einen kräftigen Magnet so einwirken lassen, dafs die Moleküle im Stahl gleich gelagert werden.

Die einfachste Methode ist das Anlegen des einen Endes eines Stahlstabes an den einen Pol eines Magnetes. Legt man z. B. einen Stahlstab an den Nordpol eines Magnetes, so wird das angelegte Ende des Stabes ein Südpol, das entferntere Ende ein Nordpol. Es darf jedoch in dem Falle der zu magnetisierende Stab nicht zu lang sein, da sonst die Magnetisierung unregelmäfsig wird und sogenannte Folgepunkte entstehen. Das heifst, wird das Ende s (Fig. 13) des an den Nordpol N angelegten Stabes ein Südpol, so bildet sich der Nordpol nicht immer an dem andern Ende des Stabes bei n'', sondern häufig schon in der Mitte oder noch näher bei s; in dem Falle bildet sich dann immer noch ein zweiter Südpol, entweder bei n'', so dafs beide Enden des Stabes südpolar werden und die Mitte nordpolar; oder vielleicht bei s'', wo dann auch noch ein zweiter Nordpol sich bildet, so dafs in dem Stabe mehrere vollständige Magnete sich ausbilden.

Fig. 13.



Ist das auch nicht der Fall, so ist der entstandene Magnet meistens doch insofern unregelmäfsig, dafs der angelegte Pol stärker wird als der entfernte Pol des Stabes und dafs die Indifferenzzone dem stärkeren Pole näher liegt als dem schwächeren.

Die Unregelmäfsigkeiten verschwinden zwar allmählich, wenn man den angelegten Stab länger an dem Magnete läfst; indes kann man doch nach dieser Methode immer nur kurze dünne Stäbe und diese nur schwach magnetisieren.

Die erste Verbesserung der Methode war, dafs man den zu magnetisierenden Stahlstab mit einem und demselben Pole eines Magnetes mehrfach in derselben Richtung strich, indem man den Magnet auf das eine Ende des Stabes aufsetzte und über den ganzen Stab hinzog. Statt dessen kann man auch von der Mitte aus den Stab nach der einen Seite mit dem einen Pole des Magnetes und dann ebenfalls von der Mitte aus mit dem andern Pole nach der andern Seite streichen, oder gleichzeitig mit dem Nordpole eines und dem Südpole eines zweiten Magnetes von der Mitte aus nach entgegengesetzten Seiten streichen. Man bezeichnet letzteres Verfahren, welches wahrscheinlich Duhamel zuerst angewandt hat, als den

---

übrigens auch, wie W. Weber zeigt (Elektrodynamische Mafsbestimmungen insbesondere über Diamagnetismus §. 22), eigentlich eine contradictio in adjecto ist, diejenige, welche W. Weber zuerst deutlich ausgesprochen hat; Weber schreibt sie Ampère zu, dessen Ansicht sich indes mehr an die erstere anschliefst. Man sehe im 4. Abschnitt.

Digitized by Google

getrennten Strich. Die beiden Magnetstäbe werden dabei so gehalten, dafs sie einen Winkel von 25°—30° mit der Horizontalen bilden.

Gut ist es, wenn man bei dieser Methode den zu magnetisierenden Stab nach und nach an verschiedenen Seiten streicht.

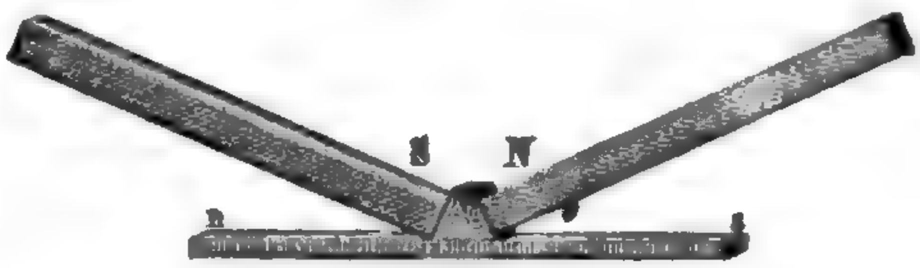
In welcher Weise nach dieser Methode der Magnetismus des Stabes erregt wird, ist leicht zu sehen. Ist (Fig. 14) *ns*, *n's'* eine Molekülreihe, über welche ein Südpol von der Mitte nach links, ein Nordpol von der Mitte nach rechts hin bewegt wird, so werden die Pole der Molekularmagnete in der Reihe sich stets so legen, dafs dem Nordpole *N* die Südpole der Mole-

Fig. 14.

küle, über welche *N* sich bewegt, und dem Südpole *S* die Nordpole der Moleküle zugewandt sind. Bewegt sich daher der Nordpol nach rechts hin und wird er rechts von der Molekülreihe abgezogen, so werden auf dieser Hälfte der Reihe die Moleküle alle ihre Südpole nach rechts hinwenden, das Ende rechts wird also ein Südpol werden. Auf der anderen Hälfte der Reihe werden die Moleküle gerade ebenso gelagert sein, weil der Südpol *S* über dieselben nach links hin bewegt wird, die Moleküle ihren Nordpol also nach links hinwenden. Das Ende, über welches der Südpol abgezogen wird, mufs nach dieser Methode ein Nordpol werden.

Eine von der vorigen sehr verschiedene Methode zum Magnetisieren hat zuerst Michell und später in etwas anderer Form Aepinus angewandt. Man nennt sie die Methode des Doppelstriches. Man setzt nach derselben zwei Magnete mit ihren ungleichnamigen Polen in der Weise wie Fig. 15 auf die Mitte des zu magnetisierenden Stabes, so dafs sie ungefähr 20° gegen die Horizontale geneigt sind, und dafs sich die Pole eben nicht berühren. Sehr bequem kann man sie auf ein passendes hölzernes Prisma aufsetzen.

Fig. 15.



Man streicht dann mit beiden Magneten zusammen, während man sie immer in derselben Weise hält, von der Mitte aus erst nach der einen Seite, dann wieder zurück über den ganzen Stab, wieder zurück und so mehrfach hin und her. Schliefslich hebt man die Magnete zusammen wieder von der Mitte ab.

Der Magnetismus in dem Stabe *ns* wird nach dieser Methode dadurch erregt, dass die Moleküle des Stabes, welche unter dem Zwischenraume der beiden Pole liegen, so gelagert werden, dafs ihr Südpol nach *N*, ihr Nordpol nach *S* hin zeigt. Auf die entfernteren Moleküle haben die Magnete so gut wie gar keinen Einflufs, da wegen der Nähe der beiden Pole die

Wirkung des einen von dem andern aufgehoben wird. Die Seite des Stabes, an welcher sich der Südpol der verbundenen Magnete befindet, wird daher zum Nordpol, die entgegengesetzte zum Südpol.

Ganz dieselben Streichmethoden zum Magnetisieren lassen sich auch anwenden, wenn die Magnete eine andere als die Stabform, wenn sie z. B. die ebenso häufig angewandte Hufeisenform haben. Man streicht das Hufeisen mit einem Pole eines Magnetes, indem man denselben auf das Ende des einen Schenkels aufsetzt, dann in ganz kontinuierlicher Bewegung über das ganze Hufeisen hinführt und ihn über das Ende des andern Schenkels abzieht, und diese Manipulation wiederholt. Oder man streicht mit dem Südpole eines Magnetes von der Biegung des Hufeisens aus gegen das Ende des einen Schenkels hin und gleichzeitig mit dem Nordpole eines zweiten Magnetes von der Biegung des Hufeisens gegen das Ende des andern Schenkels hin. Ebenso kann man auch umgekehrt mit dem Südpole eines Magnetes von dem Ende des einen, mit dem Nordpole eines andern von dem Ende des zweiten Schenkels gegen die Mitte hin streichen.

Es bedarf wohl keines besondern Nachweises, dafs die Pole des Hufeisens entgegengesetzt liegen, wenn man von der Mitte gegen die Enden, als wenn man von den Enden gegen die Mitte streicht. Im ersten Falle wird der mit dem Südpole gestrichene Schenkel nordpolar, im zweiten Falle südpolar.

Statt der einzelnen Magnete kann man zur Magnetisierung eines Hufeisens auch sehr bequem einen Hufeisenmagnet von gleicher Schenkelweite anwenden. Liegt das zu magnetisierende Hufeisen horizontal, so setzt man den Magnet vertikal entweder auf die Enden der Schenkel und streicht gegen die Mitte, oder man setzt den Magnet nahe der Biegung auf und streicht gegen die Enden hin.

In allen den Fällen ist es zur Verstärkung des Magnetismus gut, wenn man die zu magnetisierenden Stäbe oder Hufeisen an den verschiedenen Seiten, also oben und unten streicht.

Bedeutend kräftiger werden die Magnetismen in den zu magnetisierenden Stäben, wenn man dieselben nicht isoliert hinlegt, sondern gewissermafsen zu dem mittleren Teile eines Stabes macht, wie sich schon aus den Entwickelungen des vorigen Paragraphen ergiebt. Man legt daher an die Enden eines zu magnetisierenden Stahlstabes entweder Stäbe weichen Eisens oder auch schon fertige Magnete; oder man legt selbst den zu magnetisierenden Stab auf zwei Magnete, welche dem Stabe parallel liegen, so dafs das eine Ende des Stabes auf den einen Pol, das andere auf den entgegengesetzten Pol des andern Magnetes zu liegen kommt. Dafs dasjenige Ende des Stabes, welches Nordpol werden soll, auf den Südpol des andern gelegt werden mufs, bedarf wohl keiner besondern Erwähnung.

Bei der Verfertigung der Hufeisenmagnete durch Streichen ist es vorteilhaft, vor die Pole desselben einen Anker, das ist eine Platte weichen Eisens zu legen, oder mit dem zu magnetisierenden Hufeisen ein zweites zu verbinden, so dafs die Pole an einander zu liegen kommen und die beiden Hufeisen eine geschlossene Kurve bilden. In beiden Fällen magnetisiert man dann durch den sogenannten Kreisstrich; man setzt den Pol eines kräftigen Magnetes auf die Biegung des zu magnetisierenden Hufeisens und streicht gegen das Ende des einen Schenkels hin über dieses

Digitized by Google

hinaus entweder auf der weichen Eisenplatte oder auf dem vorgelegten Hufeisen fort, über das ganze hin zum Ende des andern Schenkels, dann auf diesem weiter immer in derselben Richtung und so mehrfach über die ganze geschlossene Kurve. Man hebt schliefslich den streichenden Magnet dort wieder ab, wo man ihn aufgesetzt hat. Man wiederholt dann die Operation, nachdem man das Hufeisen umgelegt hat.

Weshalb diese Anordnung eine Verstärkung des Magnetismus hervorbringt, ergiebt sich aus der Überlegung, dafs bei dem Magnetisieren der vorgelegte Anker oder das zweite Hufeisen ebenfalls und zwar so magnetisch wird, dafs vor dem Südpol des herzustellenden Magnets ein Nordpol und vor dem Nordpol ein Südpol liegt. Aufser der Wirkung des Streichmagnetes kommt daher die verteilende Wirkung dieser anliegenden Magnete hinzu, welche in demselben Sinne erregend wirkt.

Eine ähnliche Anordnung läfst sich auch zur Verfertigung von Stabmagneten mit gutem Erfolge anwenden. Man legt zwei Stahlstäbe von gleicher Länge in einiger Entfernung parallel neben einander und verbindet die Enden durch zwei Stäbe weichen Eisens, so dafs diese vier Stäbe ein geschlossenes Rechteck bilden. Bei dem Magnetisieren verfährt man dann so, dafs man den einen Pol eines kräftigen Magnetes auf die Mitte des einen Stahlstabes aufsetzt und dann immer in derselben Richtung mehrfach über das ganze Rechteck hinführt und schliefslich wieder dort abhebt, wo man den Pol zuerst aufgesetzt hatte.

Bei Anwendung dieser verschiedenen Methoden und Beachtung der angegebenen Vorsichtsmafsregeln hängt die Stärke der erhaltenen Magnete wesentlich ab von der Stärke der Streichmagnete und von der Güte des Stahles. Je stärker der Streichmagnet ist, um so stärker wird unter sonst gleichen Umständen bis zu einer gewissen Grenze der Magnetismus des gestrichenen Stahles.

Mit der Gröfse der Dimensionen eines Magnetes nimmt bei völligem Magnetisieren im allgemeinen auch sein Magnetismus zu, wie wir demnächst sehen werden. Indes lassen sich Magnete von sehr grofsen Dimensionen nur sehr schwierig magnetisieren. Deshalb wendet man zur Herstellung starker Magnete magnetische Bündel an, indem man mehrere fertige Magnete als ein Bündel zusammenlegt, so dafs die gleichnamigen Pole bei einander liegen. Gut ist es dabei, wenn die Stäbe nach der Mitte des Bündels zu immer länger werden. Besonders bei Hufeisenmagneten wendet man diese Zusammensetzung an, indem man (Fig. 16) 3 oder 5 Lamellen, welche vorher fertig magnetisiert sind, zusammenlegt. Die Schenkel der äufsersten Hufeisen sind dann am kürzesten, diejenigen des mittleren am längsten. Die einzelnen Lamellen werden aneinandergeschraubt.

Fig. 16.

Der Magnetismus eines solchen Bündels ist aber nicht einfach gleich der Summe der Magnetismen der einzelnen Bündel, sondern viel kleiner. Der Grund dieser Schwächung liegt darin, dafs die Pole der einzelnen Magnete einander stören, indem jeder Pol in dem benachbarten Stabende einen ihm ungleichnamigen Pol induziert. In einem Bündel von 16 Stäben gleicher Länge, welche vor dem Zusammenlegen alle gleich stark magnetisch waren,

Digitized by Google

fand Coulomb nach dem Auseinandernehmen, dafs die Magnetismen der inneren Stäbe sehr stark geschwächt waren, ja dafs einige ihren Magnetismus ganz verloren hatten.

Die Wirkung eines solchen Bündels ist, besonders bei Anwendung von Stabmagneten, bedeutend zu kräftigen, wenn man die Enden desselben mit sogenannten Armaturen versieht. Dieselben bestehen aus Stücken weichen Eisens *A*, *B* (Fig. 17), in welche die Magnetstäbe an beiden Enden eingeschoben werden. Besteht das Magnetbündel aus mehreren, 3 oder 5 Lagen, so läfst man auch dann die mittleren Stäbe etwas länger, in derselben Weise wie es vorhin angegeben wurde. Die Wirkung dieser Armaturen besteht darin, dafs sie unter dem Einflusse der Magnetpole selbst zu Magneten werden, und zwar so, dafs die an den Polen anliegenden Teile eine den Polen entgegengesetzte Polarität annehmen. Durch die gegenseitige Einwirkung der erregten Pole und der ursprünglichen tritt daher eine Verstärkung des Magnetismus ein.

Fig. 17.

Die Stärke des erregten Magnetismus hängt ferner wesentlich von der Güte des Stahles ab, das heifst Stahlstücke von gleicher Gröfse werden unter Einwirkung derselben Magnete nicht gleich stark dauernd magnetisch. Den hauptsächlichsten Einflufs auf die Stärke des dauernden Magnetismus hat die Härte des Stahles; je härter derselbe ist, um so schwieriger wird er zwar magnetisiert, um so gröfser ist aber die Stärke des dauernden Magnetismus. Um kräftige Magnete zu erhalten, muss man daher den Stahl so hart machen, dafs er nur eben nicht zu spröde wird, was man bekanntlich dadurch erreicht, dafs man ihn glühend in kaltem Wasser ablöscht. Je höher die Temperatur war, bei welcher man ihn ablöschte, um so härter wird der Stahl, um so stärker wird auch der dauernde Magnetismus. Durch Anlassen des Stahles, das heifst durch Erwärmen und folgendes langsames Abkühlen kann man demselben einen Teil seiner Härte wieder nehmen, so dafs er um so weicher wird, je höher seine Temperatur beim Anlassen war. Man hat es daher in der Hand, dem Stahle einen bestimmten Härtegrad zu geben. Man läfst jetzt den gehärteten Stahl nur eben so weit an, dafs er nicht mehr gar zu spröde ist.

Aus diesem Verhalten des Stahles folgt, dafs die Koercitivkraft desselben wesentlich von der Härte des Stahles abhängt. Wir bezeichneten als die Koercitivkraft das Vermögen desselben, einer Richtung der magnetischen Moleküle einen gewissen Widerstand entgegenzusetzen und die gerichteten Moleküle zum Teil in ihrer Lage zu halten. Diese Kraft ändert sich mit der Härte des Stahles; denn jeder Strich mit einem Magnete wird in einem zu magnetisierenden Stabe eine Anzahl Moleküle in der früher angegebenen Weise gruppieren; diese Zahl wird um so kleiner sein, je gröfser die Koercitivkraft des Stahles ist; wenn aber die Wirkung des streichenden Magnetes aufhört, wird von den gerichteten Molekülen ein je nach der Koercitivkraft gröfserer oder kleinerer Teil wieder in seine gewöhnliche Gleichgewichtslage zurückkehren. Jeder neue Strich fügt nun wieder zu den infolge der Koercitivkraft durch den vorigen Strich bleibend gerichteten Molekülen eine

Digitized by Google

Anzahl anderer dauernd gerichteter Moleküle hinzu, und die stärkste Magnetisierung wird dann erreicht sein, wenn entweder alle Moleküle eines Stabes bleibend gerichtet sind, oder so viele, wie durch die gerade vorhandene Koercitivkraft bleibend in ihrer Lage erhalten werden können. Die erstere Grenze kann, wie wir später sehen werden, dauernd niemals erreicht werden; denn man findet bei der Magnetisierung auch der härtesten Stahlstäbe durch den elektrischen Strom, dafs der permanente Magnetismus derselben immer kleiner ist als der augenblickliche, das heifst als jener, welchen der Stab besitzt, so lange er unter dem Einflusse des Stromes sich befindet[1]).

§. 13.

Tragkraft der Magnete. Die erste Eigenschaft, durch welche Magnete sich zu erkennen geben, ist die Fähigkeit, weiches Eisen anzuziehen und der Schwere entgegen zu tragen. Das Gewicht, welches ein Magnet in dieser Weise tragen kann, bezeichnet man als die Tragkraft des Magnetes.

Um die Tragkraft eines Magnetes zu untersuchen, mufs man, wenn die angehängte Last nicht aus weichem Eisen besteht, ein Stück weichen Eisens als sogenannten Anker anwenden, und an dieses erst die Last hängen, da, wie wir sahen, Magnete nur magnetische Körper selbst anziehen. Am besten verfährt man nach Häcker[2]) so, dafs man eine Seite des auf seine Tragkraft zu untersuchenden Stabmagnetes von dem Ende an ungefähr 1 cm weit vollkommen ebnet und dann den Magnet, die geebnete Seite nach unten gekehrt, horizontal an einem Tische befestigt, so dafs der Magnet einige Centimeter darüber hervorragt. Man hängt die Last mit einem Anker, welcher etwas breiter ist als der Magnet und dessen Fläche ebenfalls möglichst vollkommen geebnet ist, an den Magnet, indem man den Anker an die geebnete Fläche anlegt und dann gegen das Ende des Magnetes und selbst über das Ende hin verschiebt, bis er nur mehr mit einer schmalen Fläche an dem Magnet haftet, und bis man fühlt, dafs die Last getragen wird. Hat man an den Anker eine kleine Wagschale gehängt, so erhält man die Tragkraft des Magnetes, indem man auf die Wagschale vorsichtig so lange Gewichte legt, bis der Anker abgerissen wird. Die Summe der Gewichte des Ankers, der Wagschale und der aufgelegten Gewichte ist die Tragkraft des einen Magnetpoles. Die Tragkraft des ganzen Magnetes ist dann, da bei vollkommenen Magneten, wie wir sahen, beide Pole gleiche Stärke haben müssen, gleich dem doppelten Gewichte.

Die Tragkraft des Magnetes wird uns im allgemeinen ein Mafs für die Stärke desselben geben können, insoweit, dafs wir einen Magnet für den stärkeren halten müssen, welcher imstande ist ein gröfseres Gewicht zu tragen. Man würde indes sehr irren, wenn man die Stärke des Magnetismus der Tragkraft einfach proportional setzen würde, das heifst wenn man einem Magnete die doppelte Stärke beilegen wollte, wenn er imstande ist das doppelte Gewicht zu tragen. Es läfst sich nämlich leicht zeigen, dafs,

1) Über die verschiedenen Magnetisierungsmethoden findet man ausführliche Referate in Gehlers Physik. Wörterbuch Bd. VI. 2. Abt. Artikel: Magnetisieren des Stahles, ferner in Doves Repertorium Bd. II. *Lamont*, Handbuch des Magnetismus §. 41.

2) *Häcker*, Poggend. Ann. Bd. LXII.

Digitized by Google

selbst wenn wir die Tragkraft als Mafs des Magnetismus benutzen wollen, derselbe der Quadratwurzel aus der Tragkraft proportional gesetzt werden mufs. Denn, wie wir bereits mehrfach sahen, wird ein Stück Eisen bei Annäherung an einen Magnet selbst zum Magnet, so zwar, dafs das dem Pole zugewandte Ende desselben einen ungleichnamigen Pol erhält. Diese ungleichnamigen Pole ziehen sich an, und ist diese Anziehung bei Berührung der Pole stark genug, so wird das weiche Eisen getragen. Wenn nun plötzlich durch irgend einen Umstand die magnetische Kraft des Stabes doppelt so stark würde, so würde zunächst infolge dieser Verstärkung das Eisen doppelt so fest gehalten werden müssen, das heifst, es würde ein doppeltes Gewicht erforderlich sein, um das Eisen abzureifsen. Zugleich würde aber auch durch die Verdoppelung der magnetischen Kraft in dem ursprünglichen Magnete die magnetische Kraft des weichen Eisens zunehmen müssen, und zwar würde auch dort dieselbe verdoppelt werden. Auch infolge dieser Verstärkung würde der angelegte Anker doppelt so fest haften. Im ganzen ergiebt sich also, dafs wenn der Magnetismus des Stabes sich verdoppelt, die Tragkraft die vierfache, oder allgemein wenn der Magnetismus des Stabes der $n$fache wird, die Tragkraft die n^2fache werden mufs. Man würde also die Stärke des Magnetismus der Quadratwurzel aus der Tragkraft proportional setzen müssen.

Dieses Gesetz würde jedoch nur unter der Voraussetzung giltig sein, dafs durch die Annäherung und Berührung des weichen Eisens keine Änderung in der magnetischen Konstitution des Stabes hervorgebracht würde. Zu dieser Voraussetzung sind wir indes nicht berechtigt, und wie wir später[1]) ausführlich sehen werden, trifft sie auch nicht zu, so dafs wir in der That nicht den Magnetismus eines Stabes der Quadratwurzel aus der Tragkraft proportional setzen dürfen.

Sehr auffallend zeigt sich das schon, wenn man die Tragkraft eines Stabmagnetes mit der eines im übrigen gleichen Hufeisenmagnetes oder die Tragkraft eines Poles eines Hufeisenmagnetes mit derjenigen vergleicht, welche man findet, wenn der Anker vor beiden Magnetpolen liegt. Jenes Gesetz als richtig vorausgesetzt, müfste die Tragkraft eines Hufeisenmagnetes die doppelte derjenigen jedes einzelnen Poles sein; das ist sie aber nicht, sondern sie ist bedeutend gröfser, wie man sich durch einfache Versuche überzeugen kann. Der Grund dafür ist leicht einzusehen, er liegt darin, dafs in dem an dem Nordpole des Hufeisens liegenden Ende des Ankers nicht allein durch die Wirkung des Nordpoles ein Südpol erregt wird, sondern auch durch den Südpol, welcher im andern Endes des Ankers einen Nordpol erregt. Ebenso ist es mit dem andern Pole. Die Polarität des Ankers, die an jedem Pole stärker ist, als wenn der Anker nur der Wirkung des bestimmten Poles unterläge, wirkt dann wieder erregend ein auf den Pol des Magnetes und verstärkt ihn, so dafs der Anker fester haften mufs, als berührte er nur die einzelnen Pole.

Aus den entwickelten Gründen ergiebt sich, dafs man auch nicht der Quadratwurzel aus der Tragkraft die magnetische Kraft eines Magnetes proportional setzen darf, ja dafs man keine allgemein giltige Beziehung zwischen Tragkraft und Stärke des Magnetismus aufstellen kann. Man wird vielmehr

1) Man sehe Abschnitt IV. Elektromagnetismus.

Digitized by Google

je nach der Form des Ankers und den Umständen des Versuches eine stets verschiedene Beziehung zwischen der Tragkraft und der Stärke des Magnetismus annehmen müssen.

Im Vorigen haben wir vorausgesetzt, dafs die auf ihren Magnetismus verglichenen Stäbe gleicher Art und von gleichen Dimensionen seien; noch weniger läfst sich von der Tragkraft ohne weiteres auf die Stärke verschiedener Magnete schliefsen, wenn dieselben verschiedene Dimensionen haben, wenn insbesondere ihre Querschnitte verschieden sind. Die Tragkraft giebt uns nämlich nur Aufschlufs über den magnetischen Zustand der Enden des Magnetes. Wir werden nach den bisherigen Vorstellungen, welche wir uns über den magnetischen Zustand gebildet haben, zwei beliebigen Stäben gleiche magnetische Kraft zuschreiben, wenn in beiden die gleiche Anzahl von Molekülen in magnetischer Beziehung parallel, das heifst so gelagert sind, dafs die gleichnamigen Pole nach derselben Seite hin liegen. Denken wir uns nun z. B. zwei Stäbe von gleichem Gewichte, deren einer nur die halbe Länge des andern, dafür aber einen doppelten Querschnitt hat, so ist klar, dafs in jedem Querschnitte des kürzeren, wenn in beiden Magneten gleich viel Moleküle magnetisch gerichtet sind, eine gröfsere Anzahl magnetisch gleich gelagerter Moleküle vorhanden sein mufs, dafs also in jedem Querschnitt, somit auch an den Polen, eine gröfsere Quantität freien Magnetismus vorhanden sein mufs. Damit mufs dann auch die Tragkraft des Magnetes wachsen, so dafs zwei Stäbe, die gleich stark magnetisiert sind, eine sehr verschiedene Tragkraft haben können.

Ohne auf alle diese Punkte näher einzugehen, welche wir bei Behandlung des Elektromagnetismus ausführlich besprechen werden, sieht man, dafs die Untersuchung und Vergleichung der Tragkraft uns kein Mafs für die magnetische Kraft der Magnete zu liefern imstande ist. Sie wird deshalb auch nicht als solches angewandt, sondern dient im allgemeinen nur dazu, die Stärke eines Magnetes annähernd zu schätzen, indem man, wie bereits vorhin gesagt wurde, immer berechtigt ist, einem Magnete von gröfserer Tragkraft einen stärkeren Magnetismus beizulegen.

Einer interessanten Anwendung müssen wir jedoch erwähnen, welche Häcker[1]) von der Untersuchung der Tragkraft der Magnete gemacht hat, nämlich zu bestimmen, welche Tragkraft überhaupt einem Magnete erteilt werden kann. Er magnetisierte zu dem Ende eine Anzahl verschiedener Magnete, Hufeisen- und Stabmagnete, so vollständig als möglich, und untersuchte dann, ob nicht eine Beziehung zwischen dem Gewichte der Magnete und deren Tragkraft vorhanden sei.

Um bei den Hufeisen konstante und regelmäfsige Resultate zu erhalten, war es notwendig, wenn dieselben bei vorgelegtem Anker magnetisiert worden waren, den Anker vor den Versuchen mehrmals abzureifsen. Untersucht man die Tragkraft nämlich gleich nach dem Magnetisieren, ohne vorher den Anker abgerissen zu haben, so ist sie viel gröfser als nachher, wenn der Anker abgerissen war, und erst nach mehrmaligem Abreifsen desselben wird die Tragkraft konstant.

Bezeichnet man nun das Gewicht eines Hufeisens mit P, mit q den Quotienten aus der Tragkraft und dem Gewichte des Magnetes, so fand

1) *Häcker*, Poggend. Ann. Bd. LVII.

Digitized by Google

Häcker für seine möglichst gehärteten und möglichst stark magnetisierten Hufeisen, dafs

$$q \cdot \sqrt[3]{P} = a,$$

worin a eine für alle von ihm untersuchten Magnete konstante Gröfse und zwar, wenn P in bayerischen Loten gegeben ist,

$$a = 40$$

ist.

Bezeichnet man nun die Tragkraft mit T, so ergiebt sich

$$T = a \cdot \frac{P}{\sqrt[3]{P}} = a \cdot \sqrt[3]{P^2},$$

so dafs also die einem Magnete zu erteilende Tragkraft der dritten Wurzel aus dem Quadrate seines Gewichtes proportional ist.

Folgende kleine Tabelle enthält eine Anzahl von Häckers Versuchen mit Hufeisenmagneten.

P Lote	T Lote	$\frac{T}{P}$	log a
$^1/_{120}$	$^{50}/_{32}$	190	1,581
$^1/_{64}$	2,5	160	1,602
$^1/_{32}$	4	128	1,605
$^7/_{48}$	13	89	1,647
3,5	98	28	1,625
13	240	18,5	1,638
104	800	7,7	1,558
224	1344	6	1,561
		Mittel	1,602 = log 40.

Ist das Gewicht P in Kilogrammen gegeben, so wird

$$a = 10{,}33.$$

Aus dieser Gleichung ergiebt sich, dafs die Tragkraft der Magnete viel langsamer zunimmt als das Gewicht derselben, dafs das Verhältnis $\frac{T}{P}$ mit steigendem Gewichte P stets kleiner wird. Bei einem bestimmten Werte von P wird dieses Verhältnis gleich 1, wir erhalten diesen Wert aus der Gleichung

$$\log a = {}^1/_3 \log P.$$

Derselbe wird

$$P = 1102 \text{ kg}.$$

Wird ein Magnet von diesem Gewichte bis zur Sättigung magnetisiert, so vermag er gerade sein eigenes Gewicht zu tragen.

Interessant ist es, dafs Häcker dieselbe Beziehung auch giltig fand für Hufeisen, welche aus einzelnen vorher magnetisierten Lamellen zusammengesetzt waren, so dafs also zusammengesetzte Magnete vor einfachen gleicher Masse nur den Vorzug haben, dafs sie sich leichter herstellen lassen, während es sehr schwierig ist, grofse massive Magnete bis zur Sättigung zu magnetisieren.

Digitized by Google

Auch für Stabmagnete fand Häcker dieselbe Beziehung zwischen Tragkraft und Gewicht der Magnete[1]), und zwar ergaben seine Versuche das auffallende Resultat, dafs für seine Stabmagnete die Konstante a fast denselben Wert hatte als die früher untersuchten Hufeisen, wenn er als Tragkraft der Magnete das Doppelte des von einem Pole getragenen Gewichtes setzte. Er findet nämlich

$$\log a = 1{,}588; \quad a = 38{,}7.$$

Nach der Erfahrung, dafs ein Hufeisen mit vorgelegtem Anker mehr als das Doppelte jedes Poles trägt, ist man zu der Annahme genötigt, dafs die Stabmagnete stärker magnetisiert waren als die Hufeisenmagnete. Zu dieser Annahme berechtigt auch die Angabe Häckers, dafs bei den Stabmagneten der erteilte Magnetismus die gröfste Stärke gehabt hätte, welche nur schwierig zu erreichen gewesen wäre.

Dafür spricht auch die Thatsache, dafs es Elias nicht nur gelungen ist Hufeisenmagnete von stärkerer Tragkraft herzustellen, sondern dafs er auch einem von Häcker dargestellten Hufeisenmagnete eine gröfsere Tragkraft gegeben hat[2]). Er gab einem Häckerschen Magnete, dessen Gewicht 0,657 kg war, eine Tragkraft von 10 kg. Als Wert für a ergiebt sich daraus 13,23, wärend nach Häcker, wenn P in Kilogrammen gegeben ist, $a = 10{,}3$ ist. Eine noch gröfsere Tragkraft gelang es Logemann den Magneten zu erteilen, ein Magnet von 0,5125 kg erhielt eine Tragkraft von 14,75 kg[3]).

Noch einer eigentümlichen Erfahrung betreffs der Tragkraft müssen wir Erwähnung thun, welche zu erklären wir indes hier nicht imstande sind. Wenn man nämlich einen Hufeisenmagnet so stark belastet, dafs die Grenze der Tragkraft fast erreicht ist, und ihn dann eine Zeit lang, etwa 24 Stunden, belastet hängen läfst, so kann man ihn aufs neue und zwar über die Grenzen der früheren Tragkraft hinaus belasten. Wieder nach 24 Stunden kann man ihn aufs neue belasten und so jeden Tag mehr bis zu einer Grenze, welche wohl das Doppelte der ursprünglichen Tragkraft beträgt. Überschreitet man diese Grenze, so fällt das Gewicht ab; belastet man ihn dann aufs neue, so findet man, dafs die Tragkraft wieder die frühere geworden ist.

§. 14.

Direktionskraft der Magnete. Die Tragkraft der Magnete kann den vorigen Entwickelungen gemäfs nicht als ein genaues Mafs des Magnetismus dienen; wir haben aber bereits noch eine andere Äufserung der magnetischen Eigenschaft kennen gelernt, nämlich die, dafs der Magnet sich stets einer bestimmten Richtung parallel stellt und wieder in diese Richtung zurückkehrt, wenn man ihn daraus gebracht hat und dann wieder sich selbst überläfst. Diese Eigenschaft wird uns zu einem Mafse der magnetischen Kraft verhelfen können, da bei dieser keine fremden auf den Magnet einwirkenden Kräfte ins Spiel kommen.

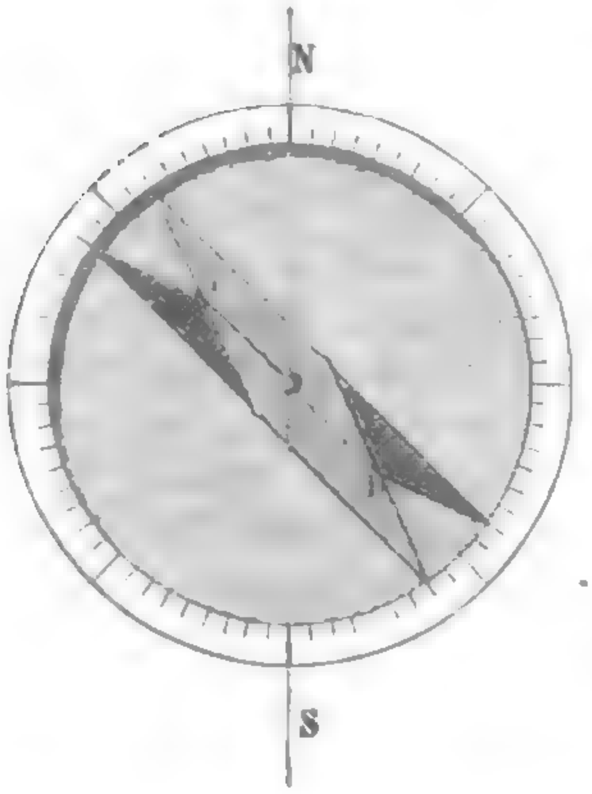
---

1) *Häcker*, Poggend. Ann. Bd. LXII.
2) *Elias*, Poggend. Ann. Bd. LXVII.
3) *Poggendorff*, Poggend. Ann. Bd. LXXX.

Hängen wir einen Magnetstab an einem Faden auf, der nur eine geringe Torsionskraft besitzt, so stellt er sich stets so, daſs seine Längsrichtung mit dem astronomischen Meridian einen gewissen Winkel bildet, daſs das eine Ende des Stabes nahezu nach Norden, das andere nahezu nach Süden zeigt; der Winkel, welchen der Magnet mit dem Meridian bildet, ist an verschiedenen Orten verschieden, bei uns beträgt er jetzt ungefähr 16^0, und zwar so, daſs der Nordpol sich westlich von dem Meridiane befindet. Die Richtung der Nadel bezeichnet man als den magnetischen Meridian.

Bestimmt man nach irgend einer Methode den Winkel, welchen die geometrische Längsaxe eines Stabes oder einer Nadel, welche in der angegebenen Weise aufgehängt ist, mit dem Meridian bildet, und hängt man dann die Nadel um, so daſs die vorher untere Seite der Nadel jetzt zur oberen wird, so wird man im allgemeinen finden, daſs die geometrische Axe der Nadel, nachdem sie ihre Gleichgewichtslage angenommen hat, mit dem Meridian einen etwas andern Winkel bildet als vorher. Man findet aber stets eine andere Richtung in der Nadel *ab* (Fig. 18), welche mit dem astronomischen Meridiane denselben Winkel bildet. Man findet diese Richtung, indem man den halben Winkel, welchen die geometrische Axe des Stabes in den beiden Lagen mit einander bildet, an der betreffenden Seite auf dem Stabe aufträgt. Markiert man diese Linie, so wird man immer bei aufeinanderfolgenden Versuchen finden, daſs dieselbe mit dem astronomischen Meridiane genau denselben Winkel bildet, mag man die Nadel aufhängen wie man will. Man nennt diese Richtung, deren in jedem Magnete eine ist, die magnetische Axe des Stabes.

Fig. 18.



Daraus, daſs die magnetische Axe eines Stabes sich stets in den Meridian einstellt, daſs sie dahin nach einigen Schwankungen zurückkehrt, wenn sie aus ihm entfernt ist, folgt, daſs sobald die Axe dem Meridian nicht parallel ist, Kräfte auf die Nadel einwirken, welche ihr ein bestimmtes Drehungsmoment erteilen. Dieses Drehungsmoment ist gleich 0, wenn die Axe sich im Meridiane befindet, es nimmt zu, wenn der Winkel zunimmt, welchen die Axe mit dem Meridiane bildet.

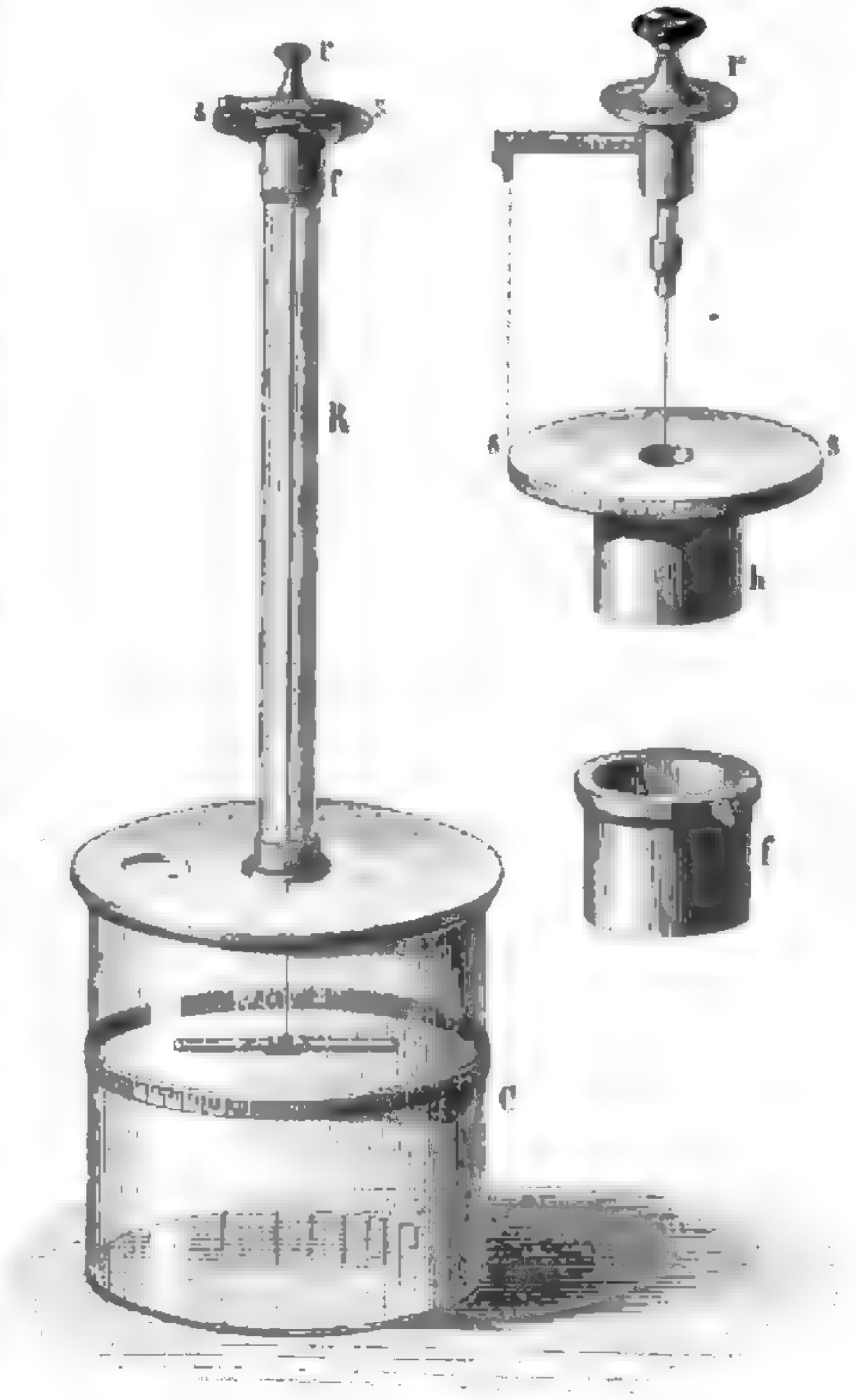
Welcher Art die Kräfte sind, welche auf den Magnet einwirken, und nach welcher Richtung hin sie thätig sind, das zeigt uns eine Untersuchung des Drehungsmomentes bei verschieden starker Ablenkung des Stabes. Ein bequemes Mittel dazu haben wir in der Torsion eines Fadens, an welchem wir den Magnetstab aufhängen, da wir imstande sind, durch dieselbe dem Stabe ein beliebiges genau bestimmbares Drehungsmoment zu erteilen. Der am besten dazu geeignete Apparat ist die Drehwage von Coulomb.

Die Drehwage, welche Coulomb zuerst zur Messung magnetischer und

Digitized by Google

elektrischer Kräfte konstruierte[1]), besteht in ihrer einfachsten Form aus einem Glascylinder C (Fig. 19) von ca. 3 Decimeter Höhe und ungefähr demselben Duchmesser, welcher mit einer in der Axe des Cylinders durchbohrten Glasplatte bedeckt ist; in dieser Durchbohrung ist eine etwa 5 Decimeter lange Röhre R von 2 Centimeter Durchmesser eingekittet, in deren Axe, welche zugleich die Axe des unteren Cylinders ist, ein dünner Silberdraht oder Kupferdraht sich befindet, welcher bis ungefähr in die Mitte des unteren Cylinders hinabreicht. Der Draht ist in der Mitte einer Messingscheibe ss in einem Knopfe r, man sehe die Nebenfigur, befestigt. An seinem unteren Ende trägt der Draht ein Schiffchen von Messing, welches den Magnetstab aufnimmt, so daſs dieser nur in der Horizontalebene sich drehen kann. Der Knopf r ist konisch in die mittlere Öffnung der Scheibe ss eingeschliffen und kann um die Axe der Röhre R mit dem Drahte gedreht werden, so daſs man dem Drahte in bezug auf die Torsion jede Gleichgewichtslage geben kann. Die Messingscheibe ss, welche der Torsionskreis heiſst, ist auf ihrer hohen Kante mit einer Gradteilung versehen; ein an dem Knopfe r vorhandener Zeiger steht auf dieser Teilung ein, so daſs man die Drehung des Knopfes auf der Teilung ablesen kann. An dem Torsionskreise findet sich unten eine Messingröhre h, welche genau in die Messingfassung f der Röhre R paſst und mit sanfter Reibung in derselben gedreht werden kann. An der Fassung f befindet sich ebenfalls ein auf die Kreisteilung an der Scheibe ss weisender Index, welcher die Drehung der Scheibe zu bestimmen gestattet.

Fig. 19.



Rund um den Glascylinder C ist in der Höhe, in welcher der Magnetstab schwebt, ein Messingstreifen gelegt, welcher in 360 gleiche Teile geteilt ist, welcher also die Lage des Magnetstabes, den Winkel, welchen er in einer bestimmten Stellung mit dem magnetischen Meridian bildet, zu bestimmen gestattet.

Da dieser Apparat die Aufgabe hat, die Drehungsmomente, welche den magnetischen Stab in den Meridian zurückführen, wenn er um verschiedene

1) *Coulomb*, Mémoires de l'acad. des sciences, Paris, année 1785.

Digitized by Google

Winkel aus demselben abgelenkt ist, durch die Torsion des Drahtes mit einander zu vergleichen, so ist es zunächst notwendig, den Apparat so einzurichten, dafs der Faden ganz ohne Torsion ist, wenn der Magnetstab sich im magnetischen Meridian befindet.

Man stellt daher zunächst den ganzen Apparat so auf, dafs der die Punkte 0 und 180 der unteren Teilung verbindende Durchmesser des Cylinders C dem vorher bestimmten magnetischen Meridiane parallel ist. Darauf legt man in das an dem Drahte hängende Schiffchen einen dünnen Kupferstab und bewirkt durch Drehung des Knopfes r, welche dem Faden, wenn er unten fest wäre, eine Torsion erteilen würde, dafs dieser Kupferstab sich genau in den magnetischen Meridian einstellt und sich selbst überlassen dort stehen bleibt. Da das nur der Fall ist, wenn der Faden in dieser Lage ohne Torsion ist, so wird nachher, wenn der Kupferstab durch den Magnetstab ersetzt wird, auch dieser dem magnetischen Meridiane parallel sein, wenn der Faden ohne Torsion ist. Schliefslich stellt man den Torsionskreis ss so, dafs der an dem Knopfe r befindliche Index auf den Nullpunkt der am Torsionskreise befindlichen Teilung zeigt, wenn der Kupferstab in dem magnetischen Meridiane einsteht.

Jetzt ersetzt man den Kupferstab durch einen Magnetstab, so dafs sein Nordende nach Norden zeigt, dafs er sich also ohne jegliche Torsion des Fadens im magnetischen Meridiane im Gleichgewicht befindet. Um die den Stab in den Meridian zurückführenden Drehungsmomente zu vergleichen, erteilt man dem Faden durch Drehung des Knopfes r um einen Winkel ϑ eine bestimmte Torsion. Der Magnetstab folgt der dem Faden erteilten Drehung und kommt nach einigen Schwankungen zur Ruhe, wenn er um einen Winkel α abgelenkt ist. Auf den abgelenkten Magnetstab wirken zwei Kräfte ein, erstens die Torsion des Drahtes, welche ihn von dem magnetischen Meridiane zu entfernen sucht, und zweitens die magnetischen Kräfte, welche ihn in den Meridian zurückzuführen suchen; er befindet sich somit im Gleichgewicht, wenn beide drehenden Kräfte einander gleich sind. Bezeichnen wir daher den Torsionskoefficient des Drahtes mit T und das Drehungsmoment der magnetischen Kräfte mit M', so haben wir die Gleichung

$$T\,.\,(\vartheta - \alpha) = M'.$$

Man erteilt dem Drahte eine andere Torsion um einen Winkel ϑ' und beobachtet dann einen andern Winkel α', welchen der Magnetstab im Zustande des Gleichgewichts mit dem magnetischen Meridiane bildet. Bezeichnen wir das Drehungsmoment der magnetischen Kräfte jetzt mit M'', so besteht die Gleichung

$$T\,.\,(\vartheta' - \alpha') = M''.$$

Aus diesen beiden Gleichungen folgt

$$\frac{M'}{M''} = \frac{\vartheta - \alpha}{\vartheta' - \alpha'},$$

oder die den Magnetstab in den Meridian zurückführenden Drehungsmomente sind direkt den Winkeln proportional, um welche man den Draht tordieren mufste, damit der Stab in die betreffenden Lagen kam.

Vergleicht man die Torsionswinkel $\vartheta - \alpha$ und $\vartheta' - \alpha'$ und die

Digitized by Google

Winkel α und α', um welche der Stab abgelenkt wurde, mit einander, so findet man, dafs

$$\vartheta - \alpha : \vartheta' - \alpha' = \sin \alpha : \sin \alpha',$$

also auch dafs

$$M' : M'' = \sin \alpha : \sin \alpha'$$

oder, dafs die den Stab in den magnetischen Meridian zurückführenden Kräfte dem Sinus des Winkels proportional sind, um welchen der Stab aus dem magnetischen Meridian abgelenkt ist.

Ist daher D das Drehungsmoment, welches die Nadel zurückzuführen sucht, wenn der Stab senkrecht zu dem magnetischen Meridiane steht, so ist allgemein das Drehungsmoment M, wenn er mit dem Meridiane den Winkel α bildet,

$$M = D . \sin \alpha .$$

Auf einem andern noch einfacheren Wege können wir den Nachweis liefern, dafs das den Magnetstab in den Meridian zurückführende Drehungsmoment dem Sinus des Ablenkungswinkels proportional ist. Wendet man nämlich in der Torsionswage einen so dünnen Draht oder Faden an, dafs die Torsionskraft desselben gegen das Drehungsmoment des magnetischen Stabes verschwindend klein ist, und versetzt den Magnetstab, indem man ihm einen andern Magnet nähert, in kleine Schwingungen, so findet man, dafs dieselben ebenso wie jene des Pendels isochron sind, das heifst, dafs die Schwingungsdauer, so lange die Amplituden überhaupt nur klein sind, von der Amplitude unabhängig ist, dafs überhaupt die Schwingungen genau denselben Gesetzen folgen, wie ein unter der Wirkung der Schwere schwingendes Pendel. Ebenso wie diese letztere Bewegung hat deshalb auch die schwingende Bewegung der Magnete Kräfte zur Voraussetzung, welche dem Magnete ein dem Sinus des Ablenkungswinkels proportionales Drehungsmoment erteilen. Da nun ein so pendelnder Magnetstab nur infolge seines Magnetismus in den Meridian zurückgeführt wird, so folgt, dafs der Magnetismus einem nicht im magnetischen Meridiane befindlichen Stabe ein Drehungsmoment erteilt, welches dem Sinus des Ablenkungswinkels proportional ist[1]).

Aus diesem Satze folgt weiter, dafs die auf den magnetisierten Stab einwirkenden Kräfte einander und dem magnetischen Meridiane parallel sind, dafs diese Kräfte die Nordhälfte der Nadel $C\mathcal{N}$ (Fig. 13) nach dem magnetischen Nordpol parallel CN, dagegen die Südhälfte der Nadel $C\mathcal{S}$ nach dem magnetischen Süden parallel CS ziehen. Denn in dem Falle ist das Drehungsmoment der Nadel dem Sinus des Ablenkungswinkels proportional, da das Drehungsmoment, welches eine Kraft auf einen Körper ausübt, gleich ist dem Produkte aus jener Kraft und dem in der Drehungsebene genommenen senkrechten Abstande der Richtung der Kraft von der Drehungsaxe.

Da wir gerade in dem Magnetismus eines Stabes die Ursache einer

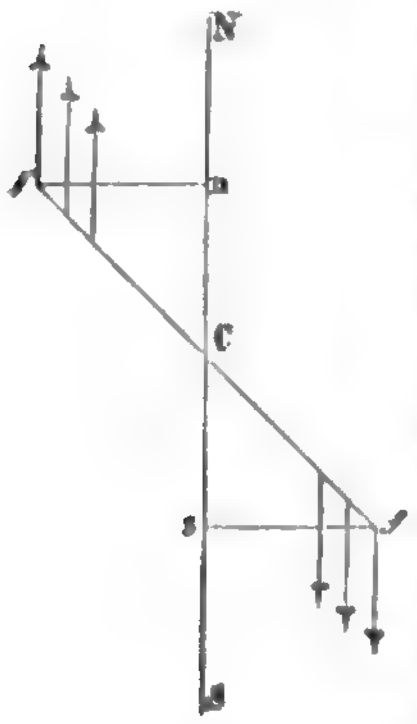
1) Dieser Satz wurde zuerst von *Lambert* abgeleitet; man sehe *Gehlers* Wörterbuch Bd. VI. 2. Abtl. p. 746 ff., später von *Coulomb* durch die angeführten Methoden strenger bewiesen. *Coulomb* a. a. O.

5*

Digitized by Google

solchen drehenden Kraft erkennen, so folgt, dafs an allen Punkten eines Stabes, welche freien Magnetismus enthalten, derartige Kräfte angreifen.

Fig. 20.



An jedem Punkte der Nordhälfte eines Stabes, welcher freien Nordmagnetismus enthält, greift eine Kraft an, welche den Stab nach Norden zieht; an jedem Punkte der Südhälfte, der freien Südmagnetismus enthält, greift eine ebensolche Kraft an, die ihn nach Süden zieht; je zwei solcher an symmetrisch zur Drehungsaxe liegenden Punkten angreifender Kräfte bilden ein Kräftepaar, welches den aus dem Meridiane gebrachten Stab zurückzudrehen sucht. An jeder Hälfte des Stabes greift also ein System von parallelen Kräften an. Diese parallelen Kräfte haben eine bestimmte, ihrer Summe gleiche Mittelkraft, welche an einem bestimmten Punkte, dem Mittelpunkte der parallelen Kräfte, angreift und in jeder Beziehung anstatt der verteilten Kräfte als wirksam gedacht werden kann. Die Angriffspunkte dieser Kräfte an dem Magnete sind die eigentlichen magnetischen Pole. In dieser Weise definiert liegen die Pole also keineswegs an den Enden der Stäbe, wo der freie Magnetismus am stärksten ist, sondern an irgend welchen Punkten im Innern der Stäbe, deren Lage abhängig ist von der Verteilung der am magnetischen Stabe wirksamen Kräfte.

Gerade so wie ein Pendel im Gleichgewicht ist, wenn sein Schwerpunkt mit der Drehungsaxe des Pendels in derselben Vertikalebene sich befindet, so wird der Magnetstab, das magnetische Pendel im Gleichgewicht sein, wenn die Verbindungslinie der beiden Pole sich im magnetischen Meridiane befindet, da dann die an beiden Polen angreifenden Kräfte gerade nach entgegengesetzten Richtungen wirken, ihre Hebelarme also gleich null sind. Die Verbindungslinie der beiden Pole ist also jene Richtung, der wir vorher den Namen der magnetischen Axe gaben. Steht sie senkrecht zum Meridian, so erhält das Drehungsmoment des Stabes seinen gröfsten Wert.

Da aus der durchgeführten Untersuchung folgt, dafs auf die Magnete Parallelkräfte wirken, welche die Nordhälfte der Nadel nach dem magnetischen Norden, die Südhälfte nach dem magnetischen Süden ziehen, so wird man sofort zu der Frage geführt, was es denn sei, was diese Zugkräfte auf den Magnet ausübt. Wir werden diese Frage zwar später ausführlicher untersuchen, zur Klärung der Vorstellungen bemerken wir aber hier schon vorgreifend, dafs dieses Verhalten auf die Annahme geführt hat, dafs die Erde selbst ein magnetischer Körper sei, dessen Nordhälfte nach unserer Bezeichnungsweise südlichen Magnetismus enthält, während die Südhälfte Nordmagnetismus enthält. Es ist leicht zu zeigen, wie durch diese Annahme die betrachteten Erscheinungen ihre Erklärung finden. Denken wir uns z. B. nur einen Südpol in grofser Entfernung in der Richtung des magnetischen Meridians vor dem Nordpole unseres Stabes, so wird derselbe alle Teile des aufgehängten Magnetstabes, welche freien Nordmagnetismus enthalten, nach Norden ziehen, alle diejenigen, welche freien Südmagnetismus enthalten, nach dem magnetischen Süden hin abstofsen. Ganz ebenso wird ein Nordpol wirken, welcher in grofser Entfernung an der Südseite

unseres Stabes sich befindet; er wird ebenfalls den Stab dem Meridiane parallel und so zu stellen suchen, dafs der Nordpol nach Norden zeigt. Wenn demnach die Erde ein grofser Magnet ist, dessen Pole in grofser Entfernung in der Richtung des magnetischen Meridianes von uns entfernt sind, so mufs ein sich selbst überlassener Magnet immer dem Meridiane parallel gestellt werden, da durch die Einwirkung der magnetischen Erdpole auf den freien Magnetismus des Stabes dem nicht im Meridiane befindlichen Stabe ein Drehungsmoment erteilt wird, welches ihn in den Meridian zurückführt.

In dieser Direktionskraft eines Magnetstabes erhalten wir gleichzeitig ein Mafs für den Magnetismus desselben, indem wir diesen, oder strenger genommen das magnetische Moment des Stabes seiner Direktionskraft proportional setzen können. Denn denken wir uns zunächst einen Magnet von der Länge l, an dessen Enden gewisse Quantitäten freien Magnetismus, an dem einen Ende Nord-, an dem andern Südmagnetismus vorhanden seien. Der Nordmagnetismus wird nach Norden, der Südmagnetismus nach Süden hin getrieben. Gerade so wie wir in der Mechanik die Masse eines Körpers dem Gewichte desselben, das heifst der Kraft, mit welcher er frei fallend gegen den Mittelpunkt der Erde getrieben wird, proportional setzen, können wir auch die Menge des Nord- oder Südmagnetismus der Kraft proportional setzen, mit welcher dieselbe gegen Norden oder Süden getrieben wird. Nennen wir die Kraft, mit welcher die als Einheit angenommene Menge Nord- oder Südmagnetismus nach Norden oder Süden getrieben wird, T, so wird jene Menge Magnetismus gleich m sein, bei welcher die in der Richtung des Meridians wirkende Kraft gleich $m \cdot T$ ist. Setzen wir an den Enden des vorhin angenommenen Magnetes von der Länge l die so gemessenen Mengen m Nord- resp. Südmagnetismus voraus, so ist die Direktionskraft dieses Magnetes

$$D = T m l.$$

Die Direktionskraft ist somit dem Produkte aus den an den Enden eines Magnetes der gedachten Beschaffenheit vorhandenen Magnetismen und der Länge des Magnetes direkt proportional. Dieses Produkt ml bezeichnet man als das magnetische Moment des Stabes. Die Direktionskraft ist also gleich dem magnetischen Momente multipliziert mit einer Konstanten, T, deren Wert abhängig ist von der als Einheit gewählten Menge des Magnetismus, und welche uns gleichzeitig die Stärke des Erdmagnetismus mifst; nach obiger Gleichung wird dieselbe gemessen durch die Direktionskraft eines Stabes, dessen magnetisches Moment gleich der Einheit ist.

Unsere Entwicklung hat zunächst einen einfachen Magnet, d. h. einen solchen vorausgesetzt, der lediglich an seinen Enden freien Magnetismus besitzt; dafs dieselbe indes auch für vollständige Magnete von der im §. 11 erkannten Beschaffenheit gilt, ersieht man leicht. Denken wir durch die Mitte der Axe eines solchen Magnets eine Drehungsaxe, und befinden sich an der einen Seite der Drehungsaxe in den Entfernungen $\frac{l}{2}, \frac{l'}{2}, \frac{l''}{2} \ldots$ die Nordmagnetismen $m, m', m'', \ldots$ an der andern Seite in den gleichen Entfernungen die gleichen Mengen Südmagnetismen, so ist die Direktionskraft dieses Magnetes

Digitized by Google

$$D = Tml + Tm'l' + Tm''l'' + \cdots,$$

oder da die Konstante T in allen Gliedern denselben Wert hat,

$$D = T\{ml + m'l' + m''l''\} = T\Sigma ml,$$

worin dann Σml die Summe der Momente aller einzelnen in dem Stabe vorhandenen freien Magnetismen, also das magnetische Moment des ganzen Stabes bedeutet.

Wir können demnach stets die magnetischen Momente der Magnete durch die Direktionskraft messen, zwei Magnete gleicher Direktionskraft haben gleiche Momente und allgemein verhalten sich die Momente der Magnetstäbe wie deren Direktionskräfte.

§. 15.

Messung der magnetischen Direktionskraft. Dieselben Methoden, durch welche man die Natur der auf einen in horizontaler Ebene drehbar aufgehängten Magnet wirkenden Kräfte auffindet, sind auch geeignet, die Gröfse des Drehungsmomentes, welches den Magnet in den Meridian zurückführt, zu messen.

Um das Drehungsmoment mit der Torsionswage zu bestimmen, verfährt man nach Coulomb[1]) so, dafs man in die Torsionswage, welche in der im vorigen Paragraphen angegebenen Weise vorgerichtet ist, einen Magnetstab legt. Wenn sich derselbe in dem magnetischen Meridiane befindet, so ist der Faden zugleich ohne Torsion. Man tordiert den Faden um einen bestimmten Winkel, etwa um zwei ganze Umdrehungen, und beobachtet die Ablenkung des Magnetstabes aus dem Meridiane. Betrage die Ablenkung z. B. 20^0, wenn der Magnetstab seine Gleichgewichtslage angenommen hat.

Auf den Magnetstab wirken dann zwei Kräfte ein, nämlich die magnetische Direktionskraft, welche ihn in den Meridian zurückzuführen sucht, und zweitens das Drehungsmoment infolge der Torsion des Aufhängefadens, welches den Stab vom Meridiane fortzuführen strebt. Beide Kräfte halten sich das Gleichgewicht. Sei D die magnetische Direktionskraft, wenn der Stab senkrecht zum Meridiane steht, und α der Ablenkungswinkel, welchen er infolge der Torsion um ω^0 erhalten hat, sei ferner F der Torsionskoefficient des Fadens, wenn er um 1^0 tordiert ist, so besteht die Gleichung

$$D \,.\, \sin\alpha = F \,.\, \omega,$$

somit

$$D = F \cdot \frac{\omega}{\sin\alpha}\,.$$

In dem angeführten Beispiele ist der Faden um zwei Umdrehungen, also 720^0 gedreht und der Stab dieser Torsion 20^0 gefolgt; der Torsionswinkel ist also $\omega = 700$ und

$$D = F \cdot \frac{700}{\sin 20^0}\,.$$

1) *Coulomb*, Mémoires de l'académie. Paris 1785.

Digitized by Google

Hat man den Wert von F vorher auf dem bekannten Wege[1]) bestimmt, so erhält man für D einen ganz bestimmten Wert; derselbe giebt an, dafs das Drehungsmoment, welches den Magnetstab, wenn er senkrecht zum magnetischen Meridiane steht, infolge seines Magnetismus in den Meridian zurückzuführen sucht, gleich dem Drehungsmomente einer wirksamen Kraft an dem Endpunkte eines der Einheit gleichen Hebelarmes sei, welche den Faden, der um $\frac{\omega}{\sin\alpha}$ Grade tordiert ist, vom Zurückdrehen abhält.

Auf diese Weise bestimmen wir also das Drehungsmoment, welches den Magnetstab in den Meridian zurückführt, direkt durch ein anderes, dem wir es gleich machen; diese Methode gestattet es daher, ohne weiteres die Direktionskräfte zweier Magnetstäbe und damit die magnetischen Momente zu vergleichen. Ist nämlich bei einem andern Stabe eine Torsion von ω'^0 notwendig, um den Magnetstab aus seiner Gleichgewichtslage um α^0 zu entfernen, so besteht für diesen die Gleichung:

$$D' = F \cdot \frac{\omega'}{\sin\alpha},$$

und somit

$$D : D' = \omega : \omega'.$$

Die Direktionskräfte zweier beliebiger Magnetstäbe verhalten sich somit direkt wie die Winkel, um welche wir den Draht der Torsionswage tordieren müssen, um den Magnetstäben gleiche Ablenkungen aus dem magnetischen Meridiane zu erteilen. Da wir nun die Direktionskraft D als Mafs des magnetischen Momentes erkannt haben, so folgt zugleich, dafs die magnetischen Momente zweier Stäbe sich verhalten wie die Winkel, um welche der Draht der Torsionswage tordiert werden mufs, damit die beiden Stäbe gleiche Ablenkung aus dem magnetischen Meridiane erhalten.

Um die magnetische Direktionskraft nach der zweiten Methode, nach derjenigen der Oscillationen in einem bestimmten Mafse auszudrücken[2]), haben wir auf die Schwingungen des Magnetstabes die Gesetze der Pendelbewegung anzuwenden. Ein Magnetstab, welcher in horizontaler Ebene drehbar an einem Faden aufgehängt ist, dessen Torsionskraft wir als verschwindend klein ansehen können, vollführt, wie wir sahen, Schwingungen um seine Gleichgewichtslage. Die Dauer dieser Schwingungen hängt bekanntlich ab von der Gröfse der bewegenden Kraft und der Gröfse der zu bewegenden Masse. Wie wir im ersten Teile nachgewiesen haben, ist die Schwingungsdauer eines Pendels direkt proportional der Quadratwurzel aus dem Abstande des Angriffspunktes der bewegenden Kraft von der Drehungsaxe und umgekehrt proportional der Quadratwurzel aus der Beschleunigung, welche die bewegende Kraft derjenigen Masse erteilt, welche in dem Angriffspunkte der Kraft die Masse des ganzen Pendels ersetzt. Da nun die Schwingungen der Magnetstäbe denselben Gesetzen folgen wie die Schwingungen gewöhnlicher Pendel, so mufs auch die Schwingungsdauer ganz ebenso von der bewegenden Kraft und der bewegten Masse abhängen.

---

1) Man sehe I. Teil §. 51.
2) *Coulomb*, Mémoires de l'académie. Paris 1785.

Die bewegende Kraft ist beim Magnete die Kraft, welche die Nordhälfte des Stabes dem Meridiane parallel nach dem magnetischen Norden, die Südhälfte nach dem magnetischen Süden treibt, die Angriffspunkte dieser Kraft sind die magnetischen Pole, und das Drehungsmoment, welches diese Kraft auf den Stab ausübt und welches wir bisher mit D bezeichneten, giebt uns jene Kraft, welche in der Abstandseinheit von der Drehungsaxe dem Stabe dasselbe Drehungsmoment erteilen würde.

Die Masse, welche in demselben Punkte, in der Abstandseinheit von der Drehungsaxe, die Masse des ganzen Magnetstabes ersetzt, ist durch das Trägheitsmoment des Stabes in bezug auf die Drehungsaxe gegeben. Bezeichnen wir dieses Trägheitsmoment mit K, so ist die Beschleunigung, welche die auf den Magnet wirkende Kraft der Masse des Magnetes bei konstanter Wirkung erteilen würde, gleich

$$\frac{D}{K}.$$

Wir haben auf diese Weise sowohl den Angriffspunkt der Kraft, als auch die Masse des Magnetstabes in die Abstandseinheit von der Drehungsaxe versetzt; die Schwingungsdauer t eines solchen Stabes ist daher gegeben durch die Gleichung

$$t = \pi \sqrt{\frac{K}{D}}.$$

Ist daher durch die Beobachtung die Schwingungsdauer t eines Magnetes bekannt, so erhält man daraus

$$D = \frac{\pi^2 . K}{t^2}$$

für die magnetische Direktionskraft. Dieselbe ist hier gegeben durch Gewichte, welche in der Abstandseinheit von der Drehungsaxe dasselbe Drehungsmoment ausüben, welches die magnetischen Kräfte dem Magnetstabe erteilen.

Haben K', t', D' für einen andern Magnetstab dieselbe Bedeutung, so ist für diesen

$$D' = \frac{\pi^2 . K'}{t'^2},$$

somit

$$D : D' = K t'^2 : K' t^2.$$

Ist $t = t'$, so wird

$$D : D' = K : K',$$

oder bei gleicher Schwingungsdauer verhalten sich die Direktionskräfte zweier Magnete direkt wie die Trägheitsmomente der Stäbe. Ist $K = K'$, so wird

$$D : D' = t'^2 : t^2,$$

oder die Direktionskräfte zweier Magnetstäbe gleicher Masse verhalten sich umgekehrt wie die Quadrate der Schwingungsdauer derselben. Die Schwingungszahlen der beiden Stäbe in gleichen Zeiten verhalten sich nun umgekehrt wie die Schwingungsdauer. Bezeichnen wir die Schwingungszahlen mit n und n', so erhalten wir

Digitized by Google

$$D : D' = n^2 : n'^2,$$

oder die magnetischen Direktionskräfte zweier Stäbe gleicher Trägheitsmomente verhalten sich direkt wie die Quadrate der Schwingungszahlen.

Um nach dieser Methode die Direktionskraft D zu bestimmen, bedarf es vor allem einer genauen Bestimmung der Schwingungsdauer t und des Trägheitsmomentes K. Beides läfst sich mit astronomischer Genauigkeit nach der von Gauss angegebenen Methode[1]) bestimmen.

Wir beschreiben den von Gauss zu diesem Zwecke angegebenen Apparat, das Magnetometer, ausführlich, da er aufser zur Bestimmug von D noch zu andern Zwecken gebraucht wird. Das Magnetometer von Gauss besteht aus zwei getrennten Teilen, dem aufgehängten Magnetstabe und einem Theodoliten zur Beobachtung der Schwingungen.

Der zu untersuchende Magnetstab wird an einem Faden, der aus mehreren Coconfäden zusammengelegt ist, aufgehängt. Der Faden ist durch eine besondere Vorrichtung, welche ihn zu heben und zu senken gestattet, an der Decke des Beobachtungszimmers befestigt. Er trägt an seinem unteren Ende ein Schiffchen ss (Fig. 21) von Messing, in welches der Magnetstab

Fig. 21.

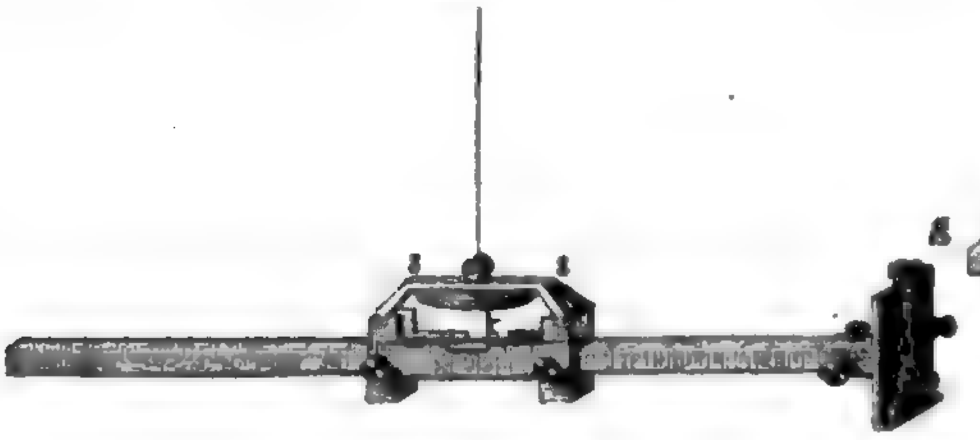


Fig. 22.

hineingelegt wird. Das Schiffchen ist so eingerichtet, dafs man durch Drehung eines Kreises k, in dessen Axe der Faden befestigt ist, den Faden an seinem unteren Ende tordieren kann, ohne dafs bei dieser Torsion der Magnetstab mitgedreht wird. Der Magnetstab ist mit einem Spiegel versehen, welcher genau senkrecht zur magnetischen Axe gestellt ist. Der Spiegel ist entweder an dem einen Ende des Magnetstabes, Fig. 21 S oder, je nach den Umständen, an dem Träger desselben, Fig. 22 S, befestigt. Ist das letztere der Fall, so ist der Träger mit einer doppelten Aufhängevorrichtung versehen, so dafs man den aufgehängten Magnetstab umhängen kann, das heifst die jetzt obere Seite zur unteren machen kann. An der Befestigung des Spiegels Fig. 21 sind einige Korrektionsschrauben angebracht, welche gestatten, die Spiegelebene in horizontaler sowie in vertikaler Richtung etwas zu drehen, damit man so den Spiegel genau senkrecht zur magnetischen Axe stellen kann.

Der Magnetstab hängt in einem sechseckigen Kasten von Holz oder von Pappe Fig. 23 K, welcher bis auf zwei Öffnungen rings geschlossen

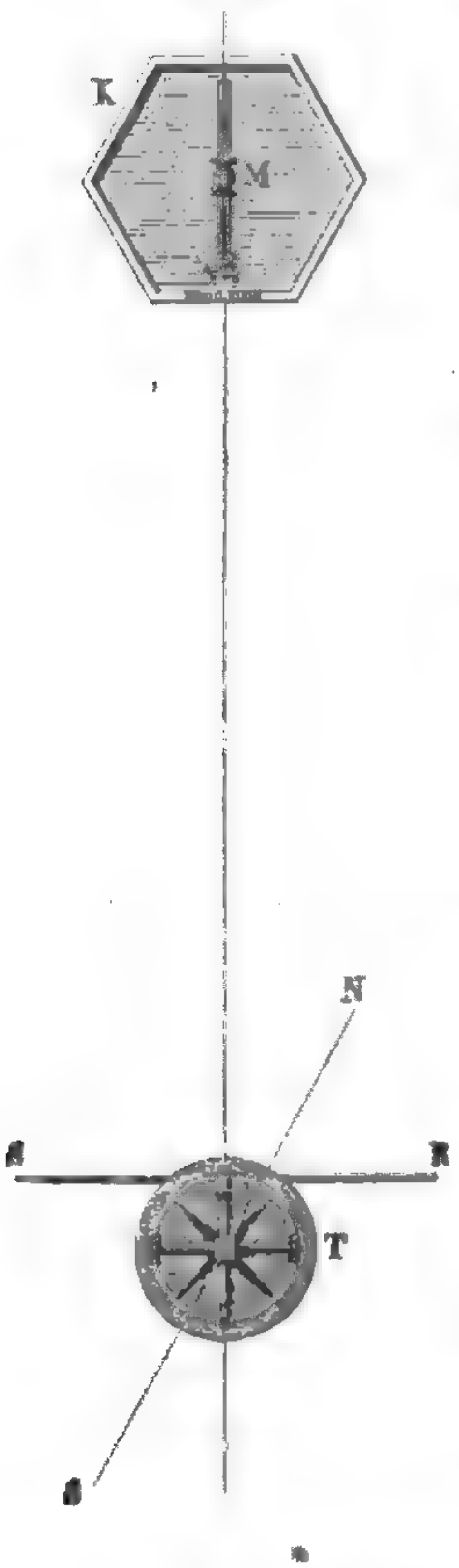
---

1) *Gauss*, Intensitas vis magneticae terrestris in mensuram absolutam revocata. Göttingen 1833. Poggend. Ann. Bd. XXVIII. Die detaillierte Beschreibung des Apparates findet sich in: Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins. I. Bd. Göttingen 1836.

Digitized by Google

ist. Die eine Öffnung befindet sich in dem Deckel des Kastens, sie dient zum Durchlassen des Aufhängefadens. Die andere ist dem mit dem Spiegel versehenen Ende des Magnetstabes gegenüber angebracht und etwas gröfser als der Spiegel selbst. In einiger Entfernung von dem Magnetstabe, in der Richtung des magnetischen Meridianes, und zwar dem Spiegel gegenüber, ist ein Theodolit aufgestellt. Die Vertikalebene, welche die vertikale Axe des Theodoliten und den Aufhängefaden aufnimmt, ist die Ebene des magnetischen Meridianes. Fig. 23 zeigt die Aufstellung von oben gesehen, T ist der Theodolit, M der mit dem Spiegel versehene Magnetstab, von dem wir annehmen, seine magnetische Axe befinde sich genau im magnetischen Meridiane und der Spiegel sei senkrecht zur magnetischen Axe des Stabes befestigt.

Fig. 23.



Die optische Axe des Theodolitfernrohrs ist etwas höher als der Magnetstab und in der Vertikalebene des magnetischen Meridianes so abwärts geneigt, dafs sie gegen die Mitte des Spiegels an dem Stabe gerichtet ist.

An dem Stative des Theodoliten ist eine etwa 1 Meter lange, in Millimeter geteilte horizontale Skala SR befestigt, welche mit dem magnetischen Meridiane einen rechten Winkel bildet. Der Nullpunkt der Skala befindet sich an dem einen Ende des Stabes und die Teilung ist von da aus aufgetragen. Der Mittelpunkt der Skala befindet sich mit der optischen Axe des Theodolitfernrohrs in derselben Vertikalebene. Die Lage des Mittelpunktes wird dadurch bestimmt, dafs ein vor der Mitte des Objektivs herabhängender feiner Faden, der durch ein kleines Gewicht gespannt ist, denselben deckt.

Die Skala ist ferner so tief unter dem Fernrohr angebracht, dafs das Bild eines Teiles derselben im Spiegel durch das Fernrohr gesehen werden kann; das Fernrohr ist zu dem Ende auf die doppelte Entfernung des Spiegels eingestellt.

Befindet sich in der That die magnetische Axe des Stabes genau im magnetischen Meridiane, ist der Spiegel zu dieser Axe genau senkrecht gestellt und der Theodolit nebst Skala in der angegebenen Weise orientiert, so mufs der durch den feinen Faden markierte Mittelpunkt der Skala im Spiegelbild gerade am vertikalen Faden des Fadenkreuzes des Fernrohrs erscheinen. Untersuchen wir zunächst die Mafsnahmen, welche dazu führen.

Damit die magnetische Axe des Stabes sich genau im Meridiane befinde, ist es erforderlich, dafs der Aufhängefaden ohne Torsion sei, wenn der Magnetstab sich in der Gleichgewichtslage befindet. Man bestimmt dazu mit dem vorgerichteten Magnete zunächst den Meridian annähernd, indem man

Digitized by Google

ihn in der angegebenen Weise aufhängt. Da die Torsionskraft der angewandten Fäden nur sehr klein gegen das Drehungsmoment des Magnetes ist, so wird selbst bei starker Torsion des Fadens nur eine geringe Abweichung des Magnetes vom Meridian vorhanden sein. Man stellt den Theodoliten dem Spiegel gegenüber und merkt den Teilstrich der Skala, welcher am Fadenkreuz des Fernrohrs erscheint. Man ersetzt darauf den Magnetstab durch einen genau ebenso eingerichteten Messingstab, in welchem nur, um die Schwingungen infolge der Torsionselasticität etwas abzukürzen, ein kleines, schwach magnetisiertes Magnetstäbchen eingelegt ist. War der Faden vorher ohne Torsion, so wird sich dieser Stab genau so stellen, als der Magnetstab vorher; war das nicht der Fall, so nimmt er eine andere Stellung ein und dann verdreht man den Faden mit dem am Schiffchen befindlichen Torsionskreis so lange, bis der Stab genau die Stellung des Magnetstabes hat. Ersetzt man diesen Torsionsstab wieder durch den Magnetstab, so wird die Lage desselben jetzt eine etwas andere als vorher, jedenfalls aber dem Meridiane nähere sein, wenn nicht ihn schon erreichen. Man merkt seine Stellung wieder, ersetzt ihn durch den Torsionsstab und dreht den Faden wieder so weit, dafs die Lage des letztern Stabes derjenigen des Magnetes genau gleich ist. Ist bei dann folgendem Einsetzen die Lage des Magnetes noch etwas geändert, so verfährt man noch einmal gerade so, bis die Lage des magnetischen Stabes und des Torsionsstabes genau dieselbe ist. Hat man das erreicht, so kann man sicher sein, dafs der Faden, wenn der Magnet in der Gleichgewichtslage sich befindet, ohne Torsion ist, dafs also die magnetische Axe des Stabes bei der Ruhelage des letztern genau im magnetischen Meridiane ist.

Um zu untersuchen, ob der Spiegel genau senkrecht zur magnetischen Axe ist, merkt man sich zunächst den am Fadenkreuz erscheinenden Teilstrich der Skala, nimmt den Magnetstab aus dem Schiffchen heraus und hängt ihn um, so dafs seine vorher untere Seite zur obern wird. Bildet der Spiegel mn (Fig. 24) mit der magnetischen Axe NS des Stabes einen andern Winkel α als einen rechten, so ist nach dem Umlegen die Lage des Spiegels eine andere geworden $m'n'$, was man daraus erkennt, dafs ein anderer Teilstrich der Skala in das Fernrohr reflektiert wird. Mit Hilfe der Korrektionsschrauben wird der Spiegel in die richtige Lage gebracht. War vorher z. B. der Teilstrich 10 rechts vom Mittelpunkte und nach dem Umlegen der Teilstrich 20 links vom Mittelpunkte am Fadenkreuz sichtbar, so mufs man die Stellung des Spiegels soweit korrigieren, dafs der Teilstrich 5 links vom Mittelpunkte am Fadenkreuz erscheint. Nach nochmaligem Umlegen wird derselbe Teilstrich am Fadenkreuz sichtbar sein. Indem man den Magnetstab um 90° und 270° dreht, verfährt man gerade so, um auch den Vertikaldurchschnitt des Spiegels senkrecht zur magnetischen Axe zu stellen.

Fig. 24.

Schliefslich hat man noch, um das Magnetometer ganz vollständig einzurichten, dem Theodoliten die richtige Stellung zu geben, d. h. ihn so aufzustellen, dafs, wenn der Magnet in seiner Gleichgewichtslage sich

befindet, der Mittelpunkt der Skala, welcher durch den vor der Mitte des Objektivs herabhängenden Faden bestimmt ist, im Spiegel nach dem Fadenkreuz des Fernrohrs hin reflektiert wird.

Hiermit ist das Magnetometer ein für allemal nicht nur zu den Schwingungsversuchen, sondern noch zu einer Anzahl demnächst ausführlich mitzuteilender Beobachtungen eingerichtet. Bei Einsetzung verschiedener Magnetstäbe hat man nur dafür Sorge zu tragen, dafs bei jedem der Spiegel senkrecht zur magnetischen Axe des Stabes ist.

Um mit diesem Apparate die Schwingungsdauer eines Magnetstabes genau zu bestimmen[1]), versetzt man denselben durch Annäherung eines Magnetstabes, der dann aber wieder entfernt wird, in kleine Schwingungen. Die Schwingungszeit eines Pendels oder eines Magnetstabes ist die Zeit, welche derselbe braucht, um von einer äufsersten Stellung zur entgegengesetzten zu gelangen, welche also zwischen zwei auf einander folgenden Elongationen verstreicht. Da es jedoch äufserst schwierig ist, den Zeitpunkt der Elongationen, d. h. den Moment genau zu bestimmen, in welchem der Stab genau seine äufserste Lage erreicht, so ist es besser, die Schwingungsdauer aus korrespondierenden Beobachtungen zu bestimmen. Man beobachtet zu dem Ende genau den Moment, wann ein bestimmter Teilstrich der Skala sowohl beim Hingange als bei der Rückkehr das Fadenkreuz des Fernrohrs passiert, und nimmt dann das Mittel aus den beobachteten Zeiten für den Zeitpunkt der betreffenden Elongation. Am besten wählt man einen Teilstrich, welcher der Mitte der Schwingungen möglichst nahe liegt, wenn die Amplituden nicht zu grofs sind, da dort die Bewegung am schnellsten ist, also der Zeitpunkt des Durchgangs des Teilstriches am genauesten bestimmt werden kann. Zu dem Ende ist es am besten, in der Nähe des Theodoliten eine Sekunden schlagende Pendeluhr aufzustellen, und es so einzurichten, dafs der Vorübergang des Teilstriches mit einem Sekundenschlage zusammenfällt. Man hat dann von einem bestimmten Durchgange an die Sekunden bis zu dem folgenden nach der gleichen Richtung geschehenden Durchgange zu zählen. So beobachte man z. B. den ersten Durchgang eines bestimmten Teilstriches 1 Uhr 10 Minuten 12 Sekunden, den folgenden beim Rückgange des Pendels $1^h\ 10'\ 54''$ und den dritten $1^h\ 11'\ 37''$, dann folgt aus der ersten und zweiten Beobachtung, dafs der Stab um $1^h\ 10'\ 33''$ seine äusserste Lage nach der einen Seite erreicht hatte, aus der zweiten und dritten, dafs er um $1^h\ 11'\ 15{,}5''$ in der äufsersten Lage an der andern Seite der Bahn war. Daraus ergiebt sich die Schwingungsdauer

$$1^h\ 11'\ 15{,}5'' - 1^h\ 10'\ 33'' = 42{,}5''.$$

Sollte der Durchgang des Teilstrichs nicht genau mit einem Sekundenschlage zusammenfallen, so beobachtet man, welcher Teilstrich bei dem Sekundenschlage vor dem Durchgange und bei dem Schlage nach dem Durchgange am Fadenkreuz ist, und bestimmt den Bruchteil der Sekunde nach dem Verhältnis der Entfernungen dieser beiden Teilstriche von dem gewählten Teilstriche, indem man annimmt, dafs während einer Sekunde die Bewegung des Stabes gleichförmig ist. So sei der gewählte Teilstrich

1) *Gauss*, Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins. II. Bd. Göttingen 1837.

Digitized by Google

z. B. der Teilstrich 500, und man finde, dafs bei dem vorhergehenden Sekundenschlage der Teilstrich 512, bei dem folgenden 494 am Fadenkreuze erscheine, so fand der Durchgang 0,66″ nach dem ersten Sekundenschlage statt.

Man wird niemals durch eine einzige solche Beobachtung die Schwingungszeit bestimmen wollen, sondern stets mehrere anstellen. Es ist dazu nicht erforderlich, dafs man während der ganzen Dauer des Versuches den Bewegungen des Stabes folge, man hat nur die Zeiten der ersten und letzten Elongation zu bestimmen, sobald man durch eine Anzahl Beobachtungen die Schwingungsdauer so weit kennt, dafs über die Zahl der in jener Zwischenzeit stattfindenden Schwingungen kein begründeter Zweifel sein kann. Ein Beispiel wird das noch klarer machen. Wir nehmen an, dafs man wieder den Teilstrich 500 beobachte und dafs man den ersten Durchgang desselben um $9^h\ 55'\ 26{,}9''$ beobachtet habe. Wir wollen die Durchgänge, bei denen auf den Teilstrich 500 die tieferen, also 490, 480 etc. folgen, mit dem Zeichen — versehen, die anderen mit dem Zeichen +; der erste beobachtete Durchgang sei einer nach der negativen Seite gewesen; man habe dann folgende Beobachtungen gemacht:

$9^h\ 55'\ 26{,}9''$ —	$9^h\ 56'\ 8{,}4''$ +
$56'\ 51{,}2''$ —	$57'\ 33''$ +
$58'\ 15{,}5''$ —	$58'\ 57{,}4''$ +

Nach einer längeren Unterbrechung seien folgende Beobachtungen gemacht worden:

$11^h\ 38'\ 49{,}2''$ +	$11^h\ 39'\ 31{,}5''$ —
$40'\ 13{,}6''$ +	$40'\ 56''$ —
$41'\ 38{,}1''$ +	$42'\ 20{,}3''$ —

Aus den ersten sechs Beobachtungen berechnet man in der angegebenen Weise folgende Elongationszeiten:

0	$9^h\ 55'\ 47{,}65''$
1	$56'\ 29{,}80''$
2	$57'\ 12{,}10''$
3	$57'\ 54{,}25''$
4	$58'\ 36{,}45''$

Die Differenz jeder nachfolgenden und vorhergehenden Zahl, oder die Summe der vier Differenzen, geteilt durch 4, giebt uns die Schwingungsdauer des Stabes mit grofser Annäherung; dieselbe wird daraus 42,2″.

Für den Zeitpunkt der ersten Elongation bei den folgenden sechs Beobachtungen findet man $11^h\ 39'\ 10{,}35''$. Seit der Elongation 4 sind also verstrichen 1 Stunde 40 Minuten 33,9 Sekunden oder 6033,9 Sekunden. Durch Division dieser Zahl mit der Schwingungsdauer findet man für die Anzahl der in dieser Zeit stattgefundenen Elongationen 142,983. Da eine ganze Anzahl von Schwingungen stattgefunden haben mufs, und da weiter diese Zahl eine ungerade sein mufs, wie aus dem Vorzeichen der ersten der späteren Beobachtungen hervorgeht, so unterliegt es keinem Zweifel, dafs die Zahl der Schwingungen in dieser Zeit 143 ist. Denn nähme man 141 Schwingungen, so würde als Schwingungsdauer sich ergeben

Digitized by Google

42,7936″, nähme man 145 an, so würde dafür folgen 41,613″; beide Zahlen weichen von der gefundenen 42,2″ zu sehr ab. Aus der Zahl 143 ergiebt sich 42,195, und diese Zahl werden wir daher als die wahrscheinlich richtigste annehmen dürfen.

Hat man keine schlagende Sekundenuhr, so mufs man von einem bestimmten Momente an die Anzahl der gleichgerichteten Vorübergänge in einer längern Zeit beobachten, und dann die Zeit durch die doppelte Anzahl der Vorübergänge dividieren, um die Schwingungsdauer zu erhalten, da zwischen zwei gleichnamigen Vorübergängen Hin- und Hergang stattfindet, also zwei Schwingungen zwischen dieselben fallen.

Hat man so die Schwingungsdauer möglichst genau beobachtet, so mufs man, um die in unsere Gleichung eingehende Dauer t zu erhalten, an der beobachteten noch zwei Korrektionen anbringen. Die erste ist die Korrektion wegen der Amplitude der Schwingungen, da, wie wir im ersten Teile sahen, der Ausdruck für die Schwingungsdauer strenge genommen nur für unendlich kleine Amplituden gilt. Wegen dieser Korrektion, welche man aus der Gröfse des Schwingungsbogens berechnen kann, verweisen wir auf §. 28 des ersten Teiles. Wir erhielten dort für die Oscillationsdauer, wenn wir die halbe Amplitude mit α, die beobachtete Oscillationsdauer mit t' und die auf unendlich kleine Amplituden reduzierte mit t bezeichnen,

$$t' = t\left\{1 + \tfrac{1}{4}\sin^2 \tfrac{1}{2}\alpha\right\}.$$

Bezeichnen wir die an der Skala beobachtete halbe Amplitude mit a, und den Abstand der Skala von dem Spiegel mit r, so ist, wie wir §. 10 des zweiten Teiles sahen,

$$\frac{a}{r} = \operatorname{tang} 2\alpha,$$

und da wir wegen der geringen Gröfse der Bögen die Tangente mit dem Sinus vertauschen können und die Sinus den Bögen proportional setzen dürfen,

$$\frac{a}{r} = \sin 2\alpha; \quad \frac{a}{4r} = \sin \tfrac{1}{2}\alpha.$$

Daraus wird

$$t' = t\left\{1 + \frac{a^2}{64 r^2}\right\}$$

und mit hinreichender Annäherung für die auf unendlich kleine Amplituden berechnete Schwingungsdauer t

$$t = t'\left\{1 - \frac{a^2}{64 r^2}\right\}.$$

Die so aus der unmittelbar beobachteten Schwingungsdauer t' abgeleitete t mufs nun noch, wenn die äufserste Genauigkeit erreicht werden soll, deshalb korrigiert werden, weil die Torsion des Fadens einen wenn auch nur sehr kleinen Einflufs auf die Schwingungsdauer hat. Die Torsion des Fadens ist selbst eine den Stab treibende Kraft, sobald derselbe seine Gleichgewichtslage verlassen hat; sie sucht ebenfalls den Stab in die Gleichgewichtslage zurückzuführen. Die Schwingungsdauer ist also unter ihrem Einflusse kleiner, als sie sein würde, wenn nur die magnetische Direktionskraft den Stab zurückführte. Bezeichnen wir den Torsions-

Digitized by Google

koefficient mit ϑ, so ist das Drehungsmoment, welches den Stab bei einer Abweichung α vom Meridian, infolge der Torsion zurückzuführen sucht, gleich $\vartheta \cdot \alpha$; die gesamte auf den Stab wirkende Kraft ist also

$$(D + \vartheta)\,\alpha,$$

und die bereits auf unendlich kleine Amplituden reduzierte Schwingungsdauer t deshalb nicht, wie wir vorher annahmen,

$$t = \pi \sqrt{\frac{K}{D}}, \quad \text{sondern} \quad t = \pi \sqrt{\frac{K}{D + \vartheta}}.$$

Bezeichnen wir die beobachtete und auf unendlich kleine Amplituden reduzierte Schwingungsdauer mit t_1, die gesuchte, welche der Stab haben würde, wenn der Faden ganz ohne Torsionskraft wäre, mit t, so ist deshalb

$$\frac{t^2}{t_1^2} = \frac{D + \vartheta}{D} = 1 + \frac{\vartheta}{D}$$

$$t^2 = t_1^2 \left(1 + \frac{\vartheta}{D}\right).$$

Die Gröfse $\frac{\vartheta}{D}$ läfst sich durch einen einfachen Torsionsversuch bestimmen. Man tordiere den Faden um den Winkel v, so wird der Stab der Torsion durch den kleinen Winkel u folgen und in der abgelenkten Lage im Gleichgewicht sein. Nach den Ableitungen im Anfange dieses Paragraphen ist

$$D \sin u = \vartheta\,(v - u),$$

oder da u jedenfalls nur sehr klein ist

$$D u = \vartheta\,(v - u)$$

$$\frac{D}{\vartheta} = \frac{v}{u} - 1.$$

Bezeichnen wir den Quotienten $\frac{D}{\vartheta}$ mit n, so wird die gesuchte Schwingungsdauer aus der beobachteten erhalten durch die Gleichung

$$t = t_1 \sqrt{\frac{n + 1}{n}}.$$

Zwischen dem so gefundenen Werte von t und der Direktionskraft D besteht die Gleichung

$$t^2 = \pi^2 \frac{K}{D}; \quad D = \frac{\pi^2 K}{t^2}.$$

Um D zu erhalten, bedarf es demnach noch der Kenntnis des Trägheitsmomentes K der unter dem Einflufs der magnetischen Direktionskraft schwingenden Masse. Dasselbe ist bei der beschriebenen Versuchsanordnung nicht zu berechnen, da die schwingenden Massen, Schiffchen, Stab und Spiegel eine unregelmäfsige Gestalt haben. Deshalb hat Gauss eine experimentelle Methode angegeben[1]), welche zur Kenntnis desselben führt.

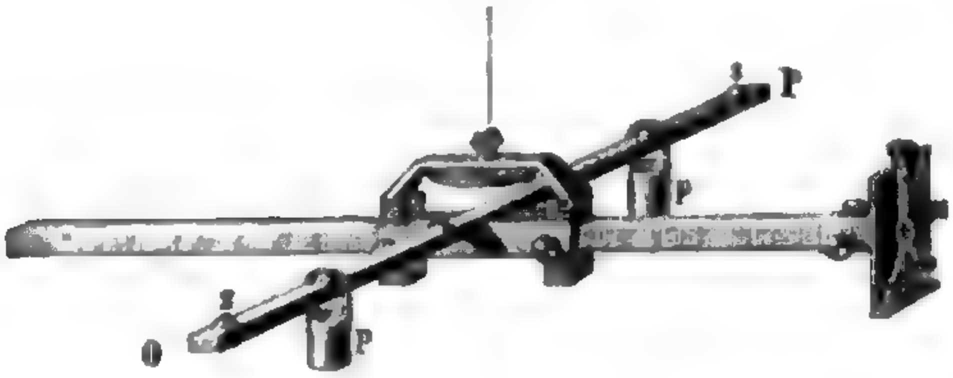
1) *Gauss*, Intensitas etc. Göttingen 1833. Poggend. Ann. Bd. XXVIII.

Digitized by Google

Man wird gut thun, diese Methode, auf welche wir bereits §. 32 des ersten Bandes hinwiesen, auch dann anzuwenden, wenn es sich nicht um die äufserste Genauigkeit handelt, wenn man einen Magnetstab einfach an einer Fadenschlinge aufhängt und ohne Spiegel beobachtet. Denn man wird selten annehmen dürfen, dafs die Gestalt des Magnetstabes geometrisch ganz genau bestimmbar und seine Masse ganz regelmäfsig in dem Raume des Magnetes verteilt ist. Beides wird aber bei Berechnung des Trägheitsmomentes vorausgesetzt.

Um das Trägheitsmoment experimentell zu bestimmen, verfährt Gauss folgendermafsen. Über den Magnetstab, gerade unter dem Aufhängefaden, wird eine hölzerne Querleiste OP (Fig. 25) gelegt, welche in eine Vertiefung des Magnetstabes eingepafst ist. Die Leiste ist an ihrer obern Seite mit sechs Spitzen s versehen, welche alle in einer geraden Linie und so liegen, dafs die durch diese Linie hindurchgelegte Vertikalebene den Aufhängefaden in sich aufnimmt. Die Spitzen sind ferner so verteilt, dafs die an beiden Seiten entsprechend liegenden genau gleich weit von der Aufhängeaxe des Magnetes entfernt sind. Sei der Abstand der ersten Spitzen an jeder Seite gleich r_1. Auf je eine dieser Spitzen an jeder Seite wird ein Gewicht p gehängt.

Fig. 25.



Läfst man den jetzt so vorgerichteten Stab wieder schwingen, so wird seine Schwingungsdauer eine ganz andere als vorher, weil die träge Masse desselben eine ganz andere geworden ist. Sei die wegen der Amplitude und der Torsion des Fadens korrigierte Schwingungsdauer jetzt t_1. Bezeichnen wir das Trägheitsmoment der Holzleiste mit C, bezeichnen wir ferner die Masse der Gewichte mit q und das Trägheitsmoment jedes der einander ganz gleichen Gewichte in bezug auf die vertikale durch die Spitze und den Schwerpunkt der Gewichte gehende Axe mit qa^2, wodurch nach §. 20 des ersten Bandes das Trägheitsmoment jedes der Gewichte in bezug auf den Aufhängefaden wird $q(a^2 + r_1^2)$, so wird

$$Dt_1^2 = \pi^2 \{K + C + 2q(r_1^2 + a^2)\}$$

oder setzen wir, da qa^2 bei Anwendung derselben Gewichte stets denselben Wert behält,

$$C + 2qa^2 = C_1,$$

$$Dt_1^2 = \pi^2 \{K + C_1 + 2qr_1^2\}.$$

Man hängt dieselben Gewichte auf die zweiten Spitzen s, welche von der Aufhängeaxe um r_2 entfernt sind, beobachtet die Schwingungsdauer t_2 und erhält die Gleichung

$$Dt_2^2 = \pi^2 \{K + C_1 + 2qr_2^2\}.$$

Fügen wir als dritte die für den unbelasteten Stab geltende Gleichung hinzu

$$Dt^2 = \pi^2 K,$$

Digitized by Google

so genügen diese Gleichungen, um die drei unbekannten Gröfsen K, D und C_1 zu bestimmen. Man erhält unmittelbar

$$D = \pi^2 \frac{2q(r_1^2 - r_2^2)}{t_1^2 - t_2^2} \quad \ldots \ldots \quad (A)$$

und

$$K = t^2 \frac{2q(r_1^2 - r_2^2)}{t_1^2 - t_2^2} \quad \ldots \ldots \quad (B)$$

Die Gleichung (A) liefert direkt den Wert von D, die Gleichung (B) den Wert von K. Handelt es sich nur um einen einzelnen Versuch zur Messung der Direktionskraft, so ist es darnach gar nicht erforderlich, K zu berechnen. Da indes, wie wir sehen werden, D mit der Zeit sich ändert, während K bei unverändertem schwingenden System konstant bleibt, so thut man immer gut, wenn man K bestimmt, da man dann zu einer neuen Bestimmung von D nur einen einfachen Schwingungsversuch anzustellen hat.

Damit sind durch den Versuch alle Gröfsen gegeben, welche zur Kenntnis der Direktionskraft D erforderlich sind. Ehe wir nun an einem bestimmten Zahlenbeispiele die Bedeutung des so erhaltenen Wertes von D etwas näher betrachten, müssen wir betreffs der Versuche noch eine Bemerkung hinzufügen. Wie schon erwähnt, erfährt der Wert von D mit der Zeit eine Änderung, und die Änderung ist, wie wir demnächst sehen werden, zuweilen schon in kurzen Zeiten merklich. Da nun zu diesen Versuchen eine Zeit von mehreren Stunden gebraucht wird, so geschehen die Schwingungen mit dem belasteten Stabe vielleicht unter einer anderen Direktionskraft. Die Zeiten t_1, t_2 sind also mit der Zeit t nicht direkt vergleichbar. Um diese allenfallsigen Änderungen mit in Rechnung zu ziehen, also diese Werte vergleichbar zu machen, macht man gleichzeitig an einem anderen ähnlich aufgehängten Stabe, den man zugleich den gleichen Temperaturverhältnissen aussetzt, vergleichende Schwingungsbeobachtungen. Ändern sich die Schwingungszeiten dieses Stabes nicht, so kann man sicher sein, dafs auch D sich nicht geändert hat, da die Direktionskraft des Hauptstabes sich jedenfalls in demselben Verhältnisse ändert, als die des Kontrollstabes. Findet man aber, dafs derselbe die Schwingungsdauer u hatte, während der untersuchte Stab die Schwingungsdauer t hatte, dafs sich ebenso u' und t_1, u'' und t_2 entsprechen, so müssen wir, da infolge der gleichmäfsigen Änderungen der beiden Direktionskräfte

$$t : u = t_1 : u',$$

für t_1 einsetzen

$$\frac{u \cdot t_1}{u'}$$

und in gleicher Weise den Wert für t_2 berechnen.

Gauss teilt[1]) folgendes Beispiel eines am 11. Sept. 1832 angestellten Versuches mit.

---

1) *Gauss*, Intensitas etc. Göttingen 1833. Poggend. Ann. Bd. XXVIII.

Belastung $2p$	Gleichzeitige Schwingungen		
	des Hauptstabes		des Kontrollstabes
	r	Oscillationsdauer	Oscillationsdauer
206,5144 g	18 cm	24,63956″	17,32191″
dieselbe	13 „	20,77576	17,32051
dieselbe	8 „	17,66798	17,31653
dieselbe	3 „	15,80310	17,30529
ohne Belastung	—	15,22990	17,31107

Die Schwingungsdauern sind schon auf unendlich kleine Amplituden reduziert, eine Reduktion, welche indes äufserst klein ist, da die Amplituden nur etwas mehr als $0{,}5^0$ betrugen.

Die Zeit wurde an einer Uhr bestimmt, welche innerhalb eines Tages mittlerer Zeit 14,24″ zurückblieb. Um daher die angegebenen Sekundenzahlen in wirklichen Sekunden 86400 auf einen mittlern Tag gerechnet auszudrücken, müssen dieselben mit $\frac{86400}{86385{,}76}$ multipliziert werden.

$\frac{D}{\Theta}$ wurde durch besondere Versuche in der angegebenen Weise bestimmt und fand sich für den belasteten Stab gleich 424,8, für den unbelasteten 597,4. Darin liegt zugleich der Beweis, dafs, wie im ersten Teil erwähnt wurde, die Torsionskraft ungedrehter Seidenfäden von der Belastung abhängig ist.

Mit den dadurch bedingten Korrektionen und mit Hilfe des Kontrollstabes auf die Schwingungsdauer des unbelasteten Stabes reduziert, werden die Oscillationsdauern

$t = 15{,}24515$ Sekunden
$t_1 = 24{,}65717$ „ für $r_1 = 18$ cm
$t_2 = 20{,}79228$ „ „ $r_2 = 13$ „
$t_3 = 17{,}68610$ „ „ $r_3 = 8$ „
$t_4 = 15{,}82958$ „ „ $r_4 = 3$ „

Wenden wir absolutes Mafs und zwar die Einheiten des CGS-Systemes (Centimeter, Gramm, Sekunde) an, setzen also die Massen q der Gewichte gleich den in Grammen gegebenen Gewichten, so erhalten wir aus t_1 und t_3 in Verbindung mit t nach (B)

$$K = 42302{,}82$$

und aus der Gleichung (A)

$$D = 1796{,}4107.$$

Das Trägheitsmoment K bedeutet sonach die Anzahl Gramme, welche im Abstande 1 cm von der Drehungsaxe die Masse des schwingenden Magnets mit seinem Spiegel etc. ersetzen, das Drehungsmoment D giebt uns die im Abstande 1 cm von der Drehungsaxe angreifende Zahl von Druckeinheiten, deren jede der Masse eines Gramm in der Sekunde die Beschleunigung 1 cm erteilt, welche den Magnet in der zum Meridian senkrechten Lage gegen die zum Meridian parallele Lage hintreibt.

Digitized by Google

Gauss, welcher bei seinen magnetischen Untersuchungen zum erstenmale die absoluten Mafse anwandte, nahm das Milligramm und Millimeter als Mafs der Masse und Länge. Da die Dimension des Trägheitsmomentes nach Seite 551 des ersten Bandes Masse mal Quadrat einer Länge ist, und da das Gramm gleich 1000 Milligramm, das Centimeter gleich 10 Millimeter ist, so erhalten wir das Trägheitsmoment in Gaussschen Einheiten, indem wir obige Zahl für K mit 100 000 multiplizieren.

Die Dimension eines Drehungsmomentes im absoluten Mafssystem ist Masse mal Quadrat einer Länge mal der minus zweiten Potenz einer Zeit

$$D = z\,[\mu\,\lambda^2\,\tau^{-2}],$$

wir müssen daher auch die Zahl von D mit 100 000 multiplizieren, um das Drehungsmoment in den Einheiten von Gauss zu erhalten.

Wollen wir das Drehungsmoment in den gewöhnlichen Druckeinheiten der Mechanik, den Druck eines Grammes am Beobachtungsort ausdrücken, so ist der Wert von D durch die für Göttingen gültige Zahl für g in Centimeter ausgedrückt zu dividieren. Die Länge l des Sekundenpendels fand sich in Göttingen gleich 99,4126 cm. Daraus folgt

$$g = \pi^2 l = 981{,}163 \text{ cm}.$$

Demnach wird D in Grammen, welche am Hebelarm ein Centimeter angreifen,

$$D = 1{,}83089.$$

Das so bestimmte Drehungsmoment des Magnetstabes ist nach den Bemerkungen am Schlusse des vorigen Paragraphen gleich dem magnetischen Momente des Stabes multipliziert mit dem als T bezeichneten Drehungsmomente eines Stabes, der in der Abstandseinheit die Einheiten des freien Magnetismus hat, dessen magnetisches Moment also gleich der Einheit ist.

Auf den ersten Blick könnte es passend erscheinen, dieses Drehungsmoment auch in dem Sinne als direktes Mafs des magnetischen Momentes zu nehmen, dafs man einem Stabe die Einheit des magnetischen Momentes beilegte, wenn das Drehungsmoment in der einen oder andern Einheit ausgedrückt gleich 1 ist, so zwar, dafs man dem oben untersuchten Stabe in der erstern Einheit das magnetische Moment 1796,417 beilegte. Wir würden in dieser Weise für den Magnetismus ein Mafs wählen, welches ganz analog ist dem früher bestimmten Kraftmafs, nach welchem wir als solches den Druck von einem Liter Wasser, das Kilogramm einsetzten. Der gleiche Grund, der Veranlassung war von diesem Mafse zu dem absoluten Mafssystem überzugehen, bestimmte Gauss die Einheit des Magnetismus nicht so zu definieren, ja wurde, weil er sich bei Messung des Magnetismus in so hohem Grade fühlbar machte, Veranlassung zur Einführung der absoluten Mafse überhaupt. Das Drehungsmoment, welches einen Magnet aus der zu dem Meridiane senkrechten Lage in den Meridian zurückzuführen sucht, hängt nicht allein von dem Magnetismus des Stabes, sondern auch, wie wir bereits bemerkten, von der Gröfse des Erdmagnetismus ab, der, wie wir später nachweisen werden, von Ort zu Ort sich ändert, und zwar in viel erheblicherem Mafse, als es die Anziehung der Erde mit der geographischen Breite thut. Wollten wir den Magnetismus eines Stabes durch

Digitized by Google

seine Direktionskraft messen, so würde die denselben darstellende Zahl an den verschiedenen Orten ganz erheblich verschieden sein. Wir können deshalb mit demselben wohl die Magnetismen zweier Stäbe an einem und demselben Ort vergleichen; um aber ein exaktes Mafs für das magnetische Moment zu erhalten, müssen wir erst den Erdmagnetismus ausscheiden, resp. wenn wir das magnetische Moment des Stabes gleich M und

$$D = TM$$

setzen, wir müssen das Drehungsmoment T bestimmen können, welches die Erde einem Magnete vom magnetischen Momente eins erteilt, welche Einheit wir erst noch festzusetzen haben.

§. 16.

Wirkung magnetischer Massen auf einander aus der Ferne. Zu dem gewünschten Mafse des Magnetismus gelangen wir durch die genauere Untersuchung der dritten von uns bereits erkannten Äufserung der magnetischen Kraft, durch die Untersuchung der Anziehungen und Abstofsungen, welche die Magnetismen aus der Ferne auf einander ausüben, je nachdem sie ungleichnamig oder gleichnamig sind.

Die Untersuchung der Wechselwirkung zweier magnetischen Körper auf einander hat uns über zwei Fragen Auskunft zu geben, nämlich wie hängt die Stärke der Anziehung der magnetischen Körper ab erstens von der Stärke des Magnetismus jedes derselben, und zweitens von der Entfernung der magnetischen Körper von einander.

Es ist nun wohl ohne weiteres klar, dafs, je nachdem wir diese Fernewirkung auffassen, dieselbe und das Gesetz, wie sie sich mit der Entfernung ändert, verschieden sein mufs, d. h. je nachdem wir die Wirkung zweier gleichnamiger oder ungleichnamiger magnetischer Massen auf einander untersuchen, oder die Wirkung zweier vollständiger Magnete auf einander. Denn im ersteren Falle wirken dieselben nur anziehend oder nur abstofsend auf einander, in letzterem dagegen wirkt der in dem einen vorhandene Nordmagnetismus auf den Nordmagnetismus des anderen abstofsend, auf den Südmagnetismus anziehend und umgekehrt der Südmagnetismus des einen anziehend auf den Nordmagnetismus, abstofsend auf den Südmagnetismus des anderen. Die Gesammtwirkung der beiden Magnete ist die Resultierende aus den vier Einzelwirkungen. Es ist indes ferner klar, dafs sich das Gesetz der Einwirkung zweier Magnete auf einander aus der Wirkung zweier magnetischer Massen wird ableiten lassen, da, wie erwähnt wurde, die Wirkung zweier Magnete auf einander sich aus derjenigen von vier magnetischen Massen zusammensetzt. Umgekehrt wird sich aber das Grundgesetz der magnetischen Fernewirkung, das zweier magnetischer Massen auf einander, aus der bekannten Wirkung zweier Magnete auf einander ableiten lassen.

Da wir nun das Gesetz der Fernewirkung nur durch Versuche erhalten können, so kann es eigentlich nicht zweifelhaft sein, welchen Weg wir bei der experimentellen Untersuchung dieser Frage einzuschlagen haben. Denn wenn auch jedenfalls das Gesetz der Einwirkung zweier magnetischer Massen das einfachere ist, so können wir doch strenge genommen

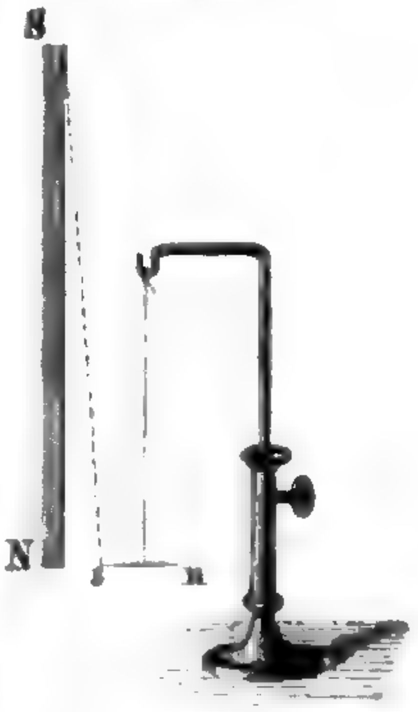
Digitized by Google

nur den komplizierteren Fall experimentell realisieren, da wir nicht imstande sind, freie magnetische Massen gesondert herzustellen.

Die Ersten indes, welche das Gesetz der Fernewirkung der Magnete auf einander untersuchten, wandten diese Versuchsmethode nicht an, sie suchten vielmehr direkt die Wirkung zweier magnetischer Massen auf einander zu bestimmen. Wir erwähnen von den älteren Versuchen nur diejenigen von Coulomb[1]), da es diesem zuerst gelang, das Grundgesetz richtig auszusprechen.

Wie wir bereits früher sahen, kann man in Bezug auf die Wirkung eines Magnetes nach aufsen hin annehmen, dafs die eine Hälfte desselben nur Nordmagnetismus, die andere Hälfte nur Südmagnetismus enthält. Wie wir weiter sahen, nimmt der freie Magnetismus von den Enden eines Magnetes gegen die Mitte hin sehr rasch ab; durch später näher zu beschreibende Versuche überzeugte sich Coulomb, dafs man bei einem 67 cm langen, 3,5 mm dicken Magnetstabe annehmen dürfe, dafs freier Magnetismus überhaupt nur bis 5,7 cm von jedem Ende des Stabes vorhanden sei, und dafs die Mittelpunkte ihrer Wirkungen nach aufsen hin, also die magnetischen Pole ungefähr 2 cm vom Ende des Stabes sich befänden. Da man nun in Bezug auf die Wirkung nach aufsen annehmen darf, dafs der gesamte Magnetismus eines Stabes in den beiden Polen konzentriert ist, so kann man einen solchen Magnet betrachten als aus zwei magnetischen Massen bestehend, einer nordmagnetischen und einer südmagnetischen, welche in einem Abstande 63 cm von einander angesammelt sind. Stellt man diesen Stab vertikal auf, den Nordpol nach unten, *NS* Fig. 26, und hängt in der Richtung des magnetischen Meridians in nicht zu grofser Entfernung von dem Stabe eine Nadel so auf, dafs sie mit dem Nordpole sich in derselben Horizontalebene befindet, so wird die horizontale Komponente der von dem Südpole auf die Nadel wirkenden Anziehung und Abstofsung äufserst klein sein, so dafs sie gegen die Wirkung des Nordpoles vernachlässigt werden kann.

Fig. 26.



Wenn die Nadel aus dem magnetischen Meridiane gedreht wird, so wird sie in denselben zurückgeführt, einmal durch die ihr innewohnende Direktionskraft D, und dann durch die anziehende Wirkung A des Nordpols N, der sie ebenfalls dem Meridiane parallel zu stellen sucht. Ist die Nadel sehr klein, so wird die Anziehung des Nordpols ebenfalls als ein System einander und dem Meridiane paralleler Kräfte angesehen werden können, sie wird also die Direktionskraft der Nadel verstärken. Das die Nadel in den Meridian zurückführende Drehungsmoment wird also sein

$$D + A.$$

Lassen wir die Nadel schwingen, so wird ihre Schwingungsdauer sein

$$t' = \pi \sqrt{\frac{K}{D + A}},$$

1) *Coulomb*, Mémoires de l'Académie 1785.

während ihre Schwingungsdauer t, wenn der Stab NS auf sie nicht einwirkt, sein wird

$$t = \pi \sqrt{\frac{K}{D}}.$$

Daraus ergiebt sich, wenn wir die Schwingungszahlen der Nadel in beiden Fällen mit n' und n bezeichnen,

$$\frac{n^2}{n'^2} = \frac{D}{D + A}$$

$$A = \frac{D}{n^2}(n'^2 - n^2).$$

Lassen wir die Nadel in verschiedenen, aber immer noch so kleinen Entfernungen vom Stabe schwingen, dafs die über die Wirkung von S gemachte Voraussetzung gültig bleibt, so liefert uns eine Vergleichung der Schwingungszahlen die Stärke der Wirkung des Nordpoles auf die Nadel.

Bei Durchführung dieser Versuche fand Coulomb die Schwingungszahlen einer kleinen 27 mm langen Magnetnadel in der Minute, als sie oscillierte

ohne Stab	15	17,6 cm entfernt	24
8,8 cm entfernt	41	35,2 „ „	17.

Die drei Werte von A, welche sich hieraus ergeben, sind

Abstand	8,8	17,6	35,2
	$A = \frac{D}{(15)^2}(41^2 - 15^2)$;	$\frac{D}{(15)^2}(24^2 - 15^2)$;	$\frac{D}{(15)^2}(17^2 - 15^2)$;

dieselben verhalten sich also

$$A' : A'' : A''' = 1456 : 351 : 64.$$

Die beiden ersten dieser Zahlen verhalten sich fast genau wie 4 : 1, so dafs das Drehungsmoment A'', welches der Stab auf die Nadel im Abstand 17,6 cm ausübt, 0,25 desjenigen A' ist, welches er in dem halben Abstande derselben erteilt. Diese beiden Drehungsmomente verhalten sich also umgekehrt wie die Quadrate der Abstände der Nadel von dem Pole des festen Magnetes. Das dritte Drehungsmoment pafst nicht in die Reihe, denn es müfste dann demselben die Zahl 88 entsprechen. Coulomb glaubte aber trotzdem schliefsen zu dürfen, dafs die magnetischen Anziehungen ungleichnamiger, die Abstofsungen gleichnamiger magnetischer Pole in verschiedenen Entfernungen sich verhalten umgekehrt wie die Quadrate der Entfernungen. Der Abstand 35,2 cm der Nadel von dem Stabe ist nämlich nicht mehr so klein, dafs man den Einflufs des oberen Poles auf die Nadel vernachlässigen darf. Die horizontale Komponente derselben wirkt der Anziehung und Abstofsung des unteren Poles gerade entgegen, so dafs wir in der That nur die Differenz der beiden Wirkungen beobachten. Die Richtigkeit jenes Gesetzes vorausgesetzt, können wir leicht berechnen, ein wie grofser Bruchteil der Wirkung des unteren Poles diejenige des oberen Poles ist. Der obere Pol wirkt auf die Nadel in der Richtung der Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen Katheten 35,2 cm und der Abstand der beiden Pole des Stabes, oder 63 cm sind. Diese Hypotenuse ist zugleich der Abstand des oberen Poles von der Nadel. Nach dem

Digitized by Google

angenommenen Gesetze verhält sich also die Wirkung der beiden Pole auf die Nadel überhaupt wie

$$\frac{1}{(35,2)^2} : \frac{1}{(35,2)^2 + (63)^2}.$$

Von letzterer kommt hier nur die horizontale Komponente in Betracht, welche wir erhalten, wenn wir die Gesamtwirkung des oberen Poles mit dem Cosinus des Winkels multiplizieren, welchen die Hypotenuse mit der Horizontalen bildet. Die Einwirkungen der beiden Pole auf die Nadel verhalten sich also wie

$$\frac{1}{(35,2)^2} : \frac{35,2}{\{(35,2)^2 + (63)^2\}^{3/2}},$$

oder wie

$$x : \frac{(35,2)^3}{\{(35,2)^2 + (63)^2\}^{3/2}} x = x : 0,12\, x.$$

Da wir die Differenz dieser beiden Einwirkungen beobachtet und durch die Zahl 64 ausgedrückt haben, so erhalten wir x aus der Gleichung

$$x - 0,12\, x = 64$$

$$x = \frac{64}{0,88} = 73,$$

eine Zahl, welche der von jenem Gesetz geforderten schon viel näher kommt, so dafs man dasselbe aus diesen Versuchen in der That als das wahrscheinlich richtige anzunehmen berechtigt ist.

Zu ähnlichen Resultaten gelangte Coulomb[1]) mit Hilfe der Drehwage. In eine Drehwage, deren unteres Gefäfs aus einem viereckigen Kasten bestand, dessen eine Wand halb cylinderförmig gebogen war, wurde ein Magnetstab von circa 65 cm Länge aufgehängt und zunächst die magnetische Direktionskraft der Nadel bestimmt. Es fand sich, dafs bei so kleinen Ablenkungen, bei welchen es gestattet ist, den Sinus eines Bogens mit dem Bogen selbst zu vertauschen, jeder Grad der Ablenkung des Stabes eine Torsion des Fadens von 35° verlangte, dafs also z. B. eine ganze Umdrehung des Fadens den Stab um 10° aus dem Meridian ablenkte.

Nachdem der Stab im magnetischen Meridian sich ins Gleichgewicht gestellt hatte, wurde durch eine Öffnung im Deckel des Kastens dem Nordpole des Stabes der Nordpol eines anderen ebenso langen, in vertikaler Stellung gehaltenen Stabes genähert. Der hängende Stab wurde durch die Abstofsung der beiden gleichnamigen Pole aus dem magnetischen Meridiane abgelenkt und kam in der Lage zur Ruhe, in welcher sein magnetisches Moment, sowie die Torsion des Fadens, welche beide ihn in den Meridian zurückzuführen suchten, ebenso grofs waren, als die abstofsende Kraft der Pole. Die Ablenkung betrug 24°.

Darauf wurde durch Torsion des Fadens der abgelenkte Stab dem festen genähert und die Torsion des Fadens bestimmt, welche erforderlich war, um den abgelenkten Stab in bestimmten kleinern Abständen von dem festen zu halten. Es fand sich, dafs 3 ganze Umdrehungen des Fadens

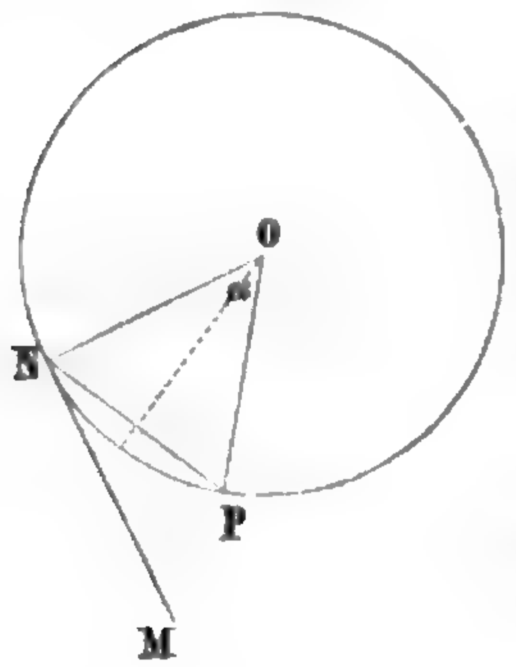
1) *Coulomb*, Mémoires de l'Académie 1785.

Digitized by Google

erforderlich waren, um die Ablenkung auf 17^0, und 8 ganze Umdrehungen notwendig waren, um sie auf 12^0 zu vermindern.

Um an diesen Versuchen das Gesetz, nach welchem die Abstofsung der Pole dem Quadrate der Entfernung umgekehrt proportional sein soll, zu prüfen, müssen wir die Bedingungen des Gleichgewichts des abgelenkten Stabes ableiten. Sei zu dem Ende Fig. 27 ein Horizontalschnitt der Wage, sei P die Stelle des abstofsenden Magnetpoles und sei ON dieLage des abgelenkten Magnetes, so dafs $NOP = \alpha$ der Ablenkungswinkel sei.

Fig. 27.



Ist die Kraft, mit welcher die Magnetpole sich in der Einheit der Entfernung abstofsen, f, so ist die Abstofsung, welche sie im Abstande NP auf einander ausüben, wenn das vorhin aufgestellte Gesetz richtig ist,

$$\frac{f}{(PN)^2}$$

oder, wenn wir die Länge des abgelenkten Magnetes $2\,ON$ mit $2l$ bezeichnen,

$$\frac{f}{4l^2 \sin^2 {}^1\!/_2\,\alpha}.$$

Das Drehungsmoment, welches diese Kraft dem Magnete vom Meridian fort erteilt, ist somit

$$\frac{f}{4l^2 \sin^2 {}^1\!/_2\,\alpha} \cdot \cos PNM \cdot l = \frac{f}{4l^2 \sin^2 {}^1\!/_2\,\alpha} \cdot \cos {}^1\!/_2\,\alpha \cdot l.$$

Diesem Drehungsmomente hält das Gleichgewicht erstens das magnetische Drehungsmoment $D \,.\, \sin\alpha$, wenn D die magnetische Direktionskraft des Stabes bezeichnet, zweitens das Drehungsmoment der Torsion, welches, wenn T die einem Grade entsprechende Torsionskraft und ϑ die dem Drahte durch Drehung des obern Torsionskreises erteilte Torsion ist, gleich $T(\vartheta + \alpha)$ ist.

Die Gleichgewichtsbedingung ist somit

$$\frac{f}{4l^2 \sin^2 {}^1\!/_2\,\alpha} \cos {}^1\!/_2\,\alpha \cdot l = D \cdot \sin\alpha + T(\vartheta + \alpha).$$

Wir können zunächst noch D durch T ausdrücken, denn, wie vorhin angegeben wurde, hält eine Torsion von 350^0 dem magnetischen Drehungsmomente von 10^0 das Gleichgewicht, somit ist

$$D \cdot \sin 10^0 = T \cdot 350$$

$$D = T \cdot \frac{350}{\sin 10^0}.$$

Damit wird

$$\frac{f}{4l^2 \sin^2 {}^1\!/_2\,\alpha} \cdot \cos {}^1\!/_2\,\alpha \cdot l = T\left(\frac{350}{\sin 10^0} \cdot \sin\alpha + \vartheta + \alpha\right)$$

oder

$$\frac{f}{4l} = T\left(\frac{350}{\sin 10^0} \cdot \sin\alpha + \vartheta + \alpha\right) \sin {}^1\!/_2\,\alpha \cdot \operatorname{tang} {}^1\!/_2\,\alpha.$$

Digitized by Google

Da bei diesen Versuchen stets dieselben Magnete angewandt wurden, so ist die linke Seite der Gleichung konstant, es mufs deshalb auch die rechte Seite für die angegebenen Versuche einen und denselben Wert haben.

Bei dem ersten Versuche war $\vartheta = 0$, $\alpha = 24^0$, es wird

$$\frac{f}{4l} = T \cdot 37{,}65\,;$$

bei dem zweiten Versuche war $\vartheta = 3 \cdot 360^0 = 1080^0$, $\alpha = 17^0$, es wird

$$\frac{f}{4l} = T \cdot 37{,}17\,;$$

und bei dem dritten war $\vartheta = 8 \cdot 360^0 = 2880^0$, $\alpha = 12^0$, es wird somit

$$\frac{f}{4l} = T \cdot 36{,}38.$$

Die auf der rechten Seite der Gleichungen sich ergebenden Werte sind in der That so annähernd gleich, dafs man als das wahrscheinlich richtige Gesetz der magnetischen Fernewirkung daraus ableitet, dafs die abstofsenden Kräfte in demselben Verhältnisse abnehmen, wie die Quadrate der Entfernungen wachsen. Dafs die Werte mit abnehmender Entfernung etwas kleiner werden, rührt daher, dafs wir die anziehende Wirkung auf den entfernten Pol des Magnetes aufser Acht gelassen haben, welche, wie man leicht ableitet, in den gröfseren Entfernungen das ablenkende Drehungsmoment etwas vergröfsert.

Durch analoge Versuche wies Coulomb dasselbe Gesetz für die Anziehung ungleichnamiger Pole nach.

Diese beiden von Coulomb angewandten Methoden sind auch sehr geeignet, um zu untersuchen, wie bei konstantem Abstande zweier Magnetpole die anziehenden und abstofsenden Kräfte mit der Stärke des Magnetismus der einzelnen Stäbe sich ändern.

Wir magnetisieren, um zunächst die Methode der Oscillationen anzuwenden, den festen Stab und bestimmen die Stärke seines Magnetismus nach der im vorigen Paragraphen ausgeführten Methode. Habe man auf diese Weise dem Stabe nach einander die Magnetismen 1, 2, 3 erteilt. Bringt man dem unteren Pole immer in derselben Entfernung von etwa 10 cm dieselbe Nadel gegenüber und berechnet die von uns mit A bezeichnete Gröfse aus den beobachteten Schwingungszahlen, so findet man, dafs die Werte von A sich in diesen drei Fällen verhalten wie 1 : 2 : 3. Verdoppelt man ebenfalls den Magnetismus der Nadel, so findet man auf die gleiche Weise, dafs sich die Werte von A verdoppelt haben. Es ergiebt sich also daraus, dafs die magnetischen Anziehungen und Abstofsungen dem Produkte der auf einander einwirkenden Magnetismen proportional sind.

Ganz zu demselben Resultate gelangt man mit Hilfe der Drehwage; man findet, wenn man den Magnet der Drehwage an einem feinen Faden aufhängt, so dafs die Torsion des Fadens gegen die Direktionskraft des Magnetes vernachläfsigt werden darf, dafs die Ablenkung nur von dem Magnetismus des ablenkenden, nicht von dem des abgelenkten Stabes abhängig ist. Auch daraus ergiebt sich, dafs die Anziehungen und Abstofsungen dem Produkte der Magnetismen proportional sind; denn wäre das nicht der Fall, so müfste, da das den abgelenkten Stab gegen den

Digitized by Google

Meridian zurückführende Drehungsmoment dem Magnetismus des Stabes proportional ist, die Ablenkung von dem Magnetimus des abgelenkten Stabes ebenfalls abhängig sein.

Nennen wir daher die Abstofsung zweier gleichnamiger magnetischer Massen, deren jede der Quantität 1 entspricht, in der Abstandseinheit a, so erhalten wir für die Abstofsung zweier Massen m und m' in der Entfernung r

$$A = a\frac{m m'}{r^2}.$$

Hiermit sind wir sofort imstande, ein Mafs des Magnetismus aufzustellen, welches durchaus unabhängig ist. Wir nennen jene Menge des Magnetismus eins, welche eine andere ihr gleiche und gleichnamige in der Entfernung eins mit der Kraft eins abstöfst. Messen wir A mit unserer Einheit der Kraft, r mit unserer Längeneinheit, so drücken wir die Magnetismen in dieser Einheit aus, wenn wir in dem letzten Ausdrucke die Konstante a gleich 1 setzen, somit schreiben

$$A = \frac{m m'}{r^2}.$$

Im $[C, G, S]$ System ist also jene Quantität Magnetismus gleich eins, welche eine andere ihr gleiche im Abstande 1 cm mit einer Kraft abstöfst, welche der Masse 1 g die Beschleunigung 1 cm erteilt.

Um den Magnetismus leicht auch in anderen Einheiten ausdrücken zu können, wird es gut sein, gleich hier sich klar zu werden, von welcher Dimension die aufgestellte Einheit des Magnetismus ist. Die linke Seite obigen Ausdruckes bedeutet eine Kraft, wir können demnach schreiben, wenn wir voraussetzen, dafs zwei gleiche Mengen m des Magnetismus auf einander wirken,

$$A = z\,[\mu\,\lambda\,\tau^{-2}] = \frac{m^2}{r^2}$$

$$A r^2 = z\,[\mu\,\lambda^3\,\tau^{-2}] = m^2$$

$$m = z\,[\mu^{1/2}\,\lambda^{3/2}\,\tau^{-1}],$$

worin z irgend eine Zahl, μ die Einheit der Masse, λ der Länge, τ der Zeit bezeichnen soll.

Die Einheit des Magnetismus ist also in Bezug auf die Masse von der Dimension $^1/_2$, die Länge von derjenigen $^3/_2$ und die Zeit von der minus ersten. Wir gehen demnach vom $[C, G, S]$ System in das Gausssche, welchem Milligramm, Millimeter, Sekunde zu Grunde liegen, über, indem wir, da das Gramm 1000 Milligramm, das Centimeter 10 Millimeter ist, setzen

$$z_1 = z \cdot 1000^{1/2} \cdot 10^{3/2} = 10^3 = 1000.$$

Im Gaussschen System wird also die gleiche Quantität des Magnetismus durch die 1000fache Zahl bezeichnet.

Das magnetische Moment ist gleich dem Produkte aus Magnetismus und einer Länge, demnach

$$m l = z\,[\mu^{1/2}\,\lambda^{5/2}\,\tau^{-1}].$$

Die Resultate der Coulombschen Versuche können aus den vorhin angegebenen Gründen nur angenähert und nicht strenge beweisend sein.

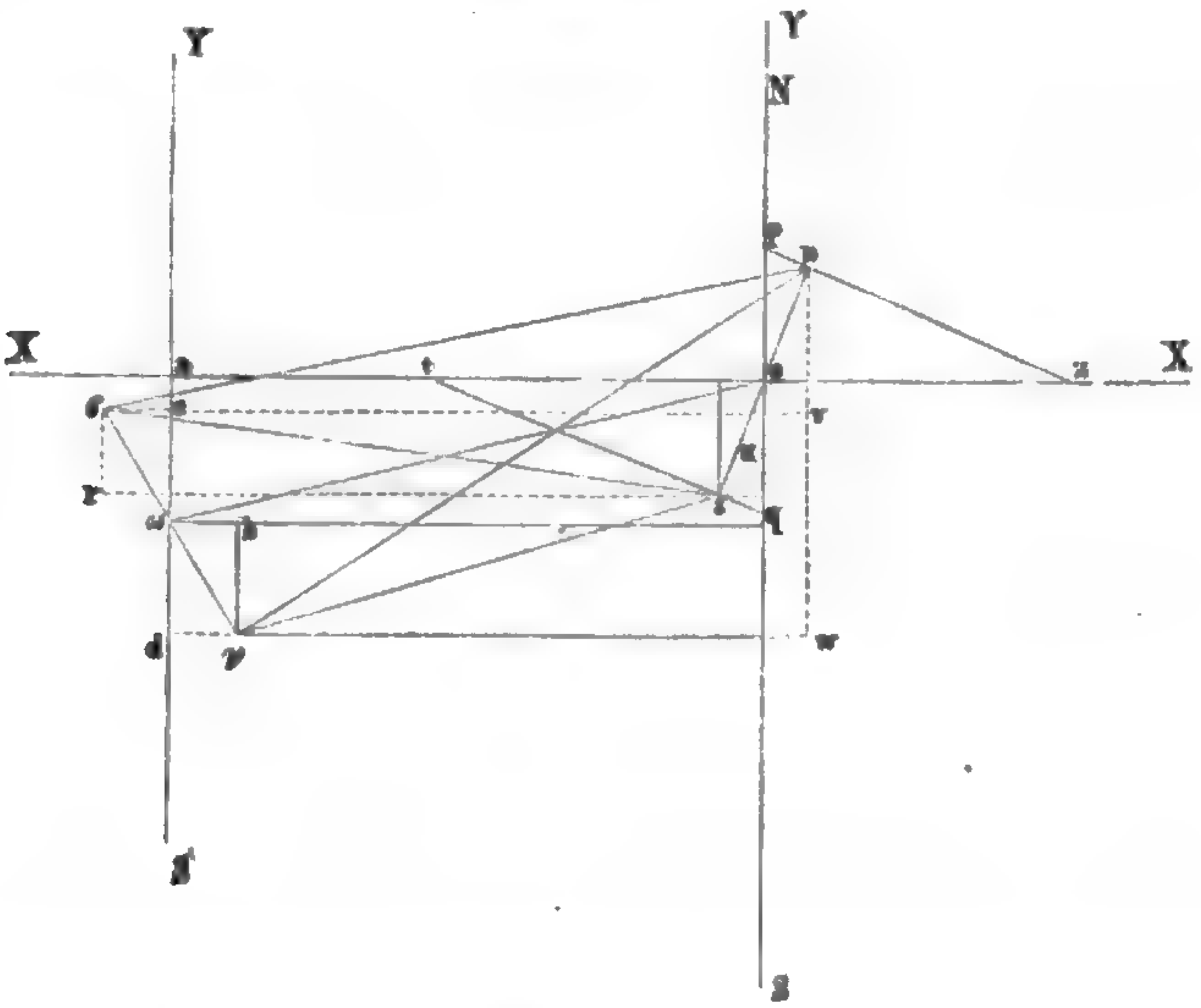
Digitized by Google

Deshalb schlug zuerst Hansteen[1]) und später Gauss[2]) den anderen von uns angeführten Weg der Untersuchung ein; sie untersuchten theoretisch und experimentell die Einwirkung zweier Magnete auf einander und leiteten daraus das Gesetz der Fernewirkung ab.

Wir wollen an der Hand von Gauss, dessen klassische Arbeit die Frage zum Abschlufs brachte, diese Untersuchung hier ebenfalls durchführen.

Sei zu dem Ende ns, Fig. 28, ein kleiner drehbarer Magnet, dessen Nordmagmagnetismus sämtlich im Punkte n, dessen Südmagnetismus im Punkte s konzentriert gedacht werden soll. Der Abstand dieser magnetischen

Fig. 28.



Massen sei gleich $2a$, und jede der magnetischen Massen sei gleich m, oder um Nordmagnetismus vom Südmagnetismus unterscheiden zu können, wollen wir ersteren mit $+m$, letzteren, der dem ersteren gerade entgegengesetzte Wirkungen auf andere Magnete hat, mit $-m$ bezeichnen. In einiger Entfernung von diesem Magnete, jedoch in derselben Horizontalebene, befinde sich ein anderer kleiner, fester Magnet $\nu\sigma$, der in einem Abstande $2b$ die Magnetismen μ und $-\mu$ hat. Durch die Einwirkung des Magnetes $\nu\sigma$ auf den drehbaren Magnet kann demselben keine translatorische Bewegung gegeben werden, da die gleichnamigen Magnetismen in beiden Magneten sich gegenseitig abstofsen; die Bewegung, welche ns durch $\nu\sigma$ erhält, kann nur eine drehende sein. Der bewegliche Magnet ns wird durch den festen im allgemeinen aus dem magnetischen Meridian abgelenkt werden, und sich in einer neuen Gleichgewichtslage befinden, wenn er um einen solchen Winkel u aus dem magnetischen Meridiane abgelenkt ist, dafs das Drehungs-

1) *Hansteen*, Untersuchungen über den Magnetismus der Erde. Christiania 1819.

2) *Gauss*, Intensitas etc. Göttingen 1833. Poggend. Ann. Bd. XXVIII.

moment, welches infolge seiner magnetischen Direktionskraft ihn in den Meridian zurückzuführen sucht, gleich ist dem Drehungsmomente, welches aus der Einwirkung der beiden Magnete auf einander hervorgeht und ihn von dem Meridian fortzudrehen sucht.

Bezeichnen wir die magnetische Direktionskraft des beweglichen Magnetes mit D, so folgt, dafs das Moment, welches ihn bei einer Ablenkung u in den Meridian zurückzuführen sucht, gleich ist

$$D \cdot \sin u .$$

Um das Drehungsmoment zu berechnen, welches der feste Magnet $\nu\sigma$ dem beweglichen nach entgegengesetzter Richtung erteilt, machen wir über die Einwirkung zweier magnetischer Massen auf einander folgende zwei Annahmen:

1) Zwei magnetische Massen wirken auf einander ein proportional ihrem Produkte. Haben wir in der Entfernung 1 zwei magnetische Massen m und μ in der schon vorhin festgesetzten Einheit, so ist

$$m \cdot \mu$$

das Mafs ihrer Abstofsung oder Anziehung.

2) Die Anziehung oder Abstofsung von zwei magnetischen Massen ist in verschiedenen Entfernungen irgend einer negativen Potenz der Entfernung proportional; sie ist also in der Entfernung r

$$\frac{m \cdot \mu}{r^n} .$$

Betreffs des Wertes von n machen wir nur die Voraussetzung, dafs es eine ganze Zahl sei.

Mit Hilfe dieser beiden Annahmen erhalten wir für die anziehenden und abstofsenden, zwischen den beiden Magneten thätigen Kräfte folgende Werte:

1) Der Südpol σ stöfst den Südpol s ab; bezeichnen wir den Abstand beider Pole mit r_1, so ist diese abstofsende Kraft

$$\frac{m \cdot \mu}{r_1^n} .$$

2) Der Südpol σ zieht den Nordpol n an; befinden sich die Pole im Abstande r_2, so ist die anziehende Kraft

$$- \frac{m \cdot \mu}{r_2^n} .$$

3) Der Nordpol ν zieht den Südpol s aus der Entfernung r_3 an mit der Kraft

$$- \frac{m \cdot \mu}{r_3^n} .$$

4) Der Nordpol ν stöfst den Nordpol n aus der Entfernung r_4 ab mit der Kraft

$$\frac{m \cdot \mu}{r_4^n} .$$

Die negativen Vorzeichen bei 2 und 3 bedeuten, dafs diese Kräfte den beiden anderen entgegengesetzt wirken, dafs sie die betreffenden Pole zu nähern suchen, während die anderen die Pole zu entfernen streben.

Digitized by Google

Zur Berechnung dieser vier Kräfte müssen wir zunächst die vier Abstände r bestimmen.

Legen wir durch den Mittelpunkt o des drehbaren Magnetes ein ebenes, rechtwinkliges Koordinatensystem, dessen Axe der y mit dem magnetischen Meridian zusammenfällt, dessen Axe der x in der durch beide Magnete bestimmten Horizontalebene auf dem Meridiane senkrecht ist, so ist der Abstand r irgend zweier Punkte in dieser Ebene, deren Koordinaten x, y und ξ, η sind, gegeben durch die Gleichung

$$r^2 = (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2.$$

Nun seien die Koordinaten von σ gleich x_1, y_1, von ν gleich x_2 und y_2; ferner von s gleich ξ_1 und η_1, von n gleich ξ_2 und η_2. Bezeichnen wir den Abstand ωo der Mittelpunkte der beiden Magnete mit R, den Winkel, welchen R mit dem magnetischen Meridiane bildet, von der Südseite des Meridians nach Westen gerechnet, also $So\omega$ mit ψ und den Winkel, welchen der feste Magnet mit dem Meridiane bildet, ebenfalls wie den Winkel ψ von der Südseite des Meridians nach links hin gerechnet, also $S'\omega\sigma$ mit U, so wird

$$x_1 = oa + c\sigma = R \cdot \sin\psi + b \cdot \sin(180^0 - U) = R \cdot \sin\psi + b \cdot \sin U$$
$$y_1 = \omega a - \omega c = R \cdot \cos\psi - b \cdot \cos(180^0 - U) = R \cdot \cos\psi + b \cdot \cos U$$
$$x_2 = oa - \omega b = R \cdot \sin\psi - b \cdot \sin(180^0 - U) = R \cdot \sin\psi - b \cdot \sin U$$
$$y_2 = a\omega - \omega d = R \cdot \cos\psi + b \cdot \cos(180^0 - U) = R \cdot \cos\psi - b \cdot \cos U$$
$$\xi_1 = a \cdot \sin u; \quad \eta_1 = a \cdot \cos u; \quad \xi_2 = - a \cdot \sin u; \quad \eta_2 = - a \cdot \cos u.$$

Drücken wir mit Hilfe der so durch R, a, b; ψ, U, u bestimmten Koordinaten der vier Magnetpole die Abstände r_1 etc. aus, so erhalten wir für die vier Kräfte folgende Ausdrücke:

1. $$\frac{m \cdot \mu}{r_1^n} = \frac{m\mu}{\left\{(R \cdot \sin\psi + b \cdot \sin U - a \cdot \sin u)^2 + (R \cdot \cos\psi + b \cdot \cos U - a \cdot \cos u)^2\right\}^{\frac{n}{2}}}$$

2. $$-\frac{m \cdot \mu}{r_2^n} = \frac{-m\mu}{\left\{(R \cdot \sin\psi + b \cdot \sin U + a \cdot \sin u)^2 + (R \cos\psi + b \cdot \cos U + a \cdot \cos u)^2\right\}^{\frac{n}{2}}}$$

3. $$-\frac{m \cdot \mu}{r_3^n} = \frac{-m\mu}{\left\{(R \cdot \sin\psi - b \cdot \sin U - a \cdot \sin u)^2 + (R \cdot \cos\psi - b \cdot \cos U - a \cdot \cos u)^2\right\}^{\frac{n}{2}}}$$

4. $$\frac{m \cdot \mu}{r_{4^n}} = \frac{m\mu}{\left\{(R \cdot \sin\psi - b \cdot \sin U + a \cdot \sin u)^2 + (R \cdot \cos\psi - b \cdot \cos U + a \cdot \cos b)^2\right\}^{\frac{n}{2}}}$$

Diese vier Kräfte können, wie erwähnt, nur eine drehende Bewegung erzeugen, wir haben daher zunächst der Richtung und Gröfse nach die Drehungsmomente zu bestimmen, welche diese Kräfte der beweglichen Nadel erteilen.

Um die Momente zu erhalten, welche diese Kräfte der Nadel erteilen, haben wir von den an s und n angreifenden Kräften zunächst die zu ns senkrechten Komponenten zu bilden, also die Kräfte mit dem Cosinus des Winkels zu multiplizieren, den ihre Richtung mit der zur Nadel senkrechten, oder mit dem Sinus des Winkels, den ihre Richtung mit der

Digitized by Google

Richtung der Nadel selbst bildet. Diese zur Richtung der Nadel senkrechten Komponenten haben wir dann mit dem Abstande ihres Angriffspunktes von der Drehungsaxe, also mit a zu multiplizieren.

Die nach σs wirkende abstofsende Kraft bildet mit der zur Stabrichtung ns senkrechten Richtung ts den Winkel σst. Ziehen wir rs parallel der x-Axe senkrecht zum Meridian, so wird

$$\sigma st = rst - rs\sigma = u - rs\sigma,$$

$$\cos \sigma st = \cos u \cdot \cos rs\sigma + \sin u \cdot \sin rs\sigma.$$

Nun ist

$$\cos rs\sigma = \frac{rs}{\sigma s} = \frac{x_1 - \xi_1}{r_1} = \frac{R \cdot \sin\psi + b \cdot \sin U - a \cdot \sin u}{r_1}$$

$$\sin rs\sigma = \frac{r s}{s\sigma} = \frac{\eta_1 - y_1}{r_1} = \frac{a \cdot \cos u - R \cdot \cos\psi - b \cdot \cos U}{r_1}.$$

Demnach

$$\cos \sigma st = \frac{\cos u\,(R \cdot \sin\psi + b \cdot \sin U) - \sin u\,(R \cdot \cos\psi + b \cdot \cos U)}{r_1}.$$

Das aus der Wirkung der beiden Pole σ und s auf einander hervorgehende Drehungsmoment ist demnach, da der Abstand des Angriffspunktes s von der Drehungsaxe o gleich a ist,

$$\text{I.} + \frac{a \cdot m \cdot \mu \left\{\cos u\,(R \cdot \sin\psi + b \cdot \sin U) - \sin u\,(R \cdot \cos\psi + b \cdot \cos U)\right\}}{\left\{(R \cdot \sin\psi + b \cdot \sin U - a \cdot \sin u)^2 + (R \cdot \cos\psi + b \cdot \cos U - a \cdot \cos u)^2\right\}^{\frac{n+1}{2}}}$$

Die nach σn wirkende Kraft bildet mit der zur Richtung des Stabes ns senkrechten Richtung np den Winkel σnp, oder mit der Richtung des Stabes den Winkel σno. Ziehen wir nun durch n parallel mit NS die Linie nv und durch σ mit der Axe der x parallel σv, so ist

$$\sigma no = \sigma nv - vno = \sigma nv - u$$

$$\cos \sigma np = \sin \sigma no = \sin \sigma nv \cdot \cos u - \cos \sigma nv \cdot \sin u$$

$$\sin \sigma nv = \frac{\sigma v}{\sigma n} = \frac{x_1 - \xi_2}{r_2} = \frac{R \cdot \sin\psi + b \cdot \sin U + a \cdot \sin u}{r_2},$$

$$\cos \sigma nv = \frac{nv}{\sigma n} = \frac{y_1 - \eta_2}{r_2} = \frac{R \cdot \cos\psi + b \cdot \cos U + a \cdot \cos u}{r_2}.$$

Demnach

$$\cos \sigma np = \frac{\cos u\,(R \cdot \sin\psi + b \cdot \sin U) - \sin u\,(R \cdot \cos\psi + b \cdot \cos U)}{r_2}.$$

Das aus der gegenseitigen Wirkung der beiden Pole σ und n hervorgehende Drehungsmoment ist demnach

$$\text{II.} - \frac{a \cdot m \cdot \mu \left\{\cos u\,(R \cdot \sin\psi + b \cdot \sin U) - \sin u\,(R \cdot \cos\psi + b \cdot \cos U)\right\}}{\left\{(R \cdot \sin\psi + b \cdot \sin U + a \cdot \sin u)^2 + (R \cdot \cos\psi + b \cdot \cos U + a \cdot \cos u)^2\right\}^{\frac{n+1}{2}}}$$

Die in der Richtung νs wirkende Kraft bildet mit st den Winkel

$$\nu st = rst + \nu sr = u + \nu sr,$$

$$\cos \nu st = \cos u \cos \nu sr - \sin u \sin \nu sr.$$

Digitized by Google

$$\cos vsr = \frac{x_2 - \xi_1}{r_3} = \frac{R \cdot \sin\psi - b \cdot \sin U - a \cdot \sin u}{r_3},$$

$$\sin vsr = \frac{y_2 - \eta_1}{r_3} = \frac{R \cdot \cos\psi - b \cdot \cos U - a \cdot \cos u}{r_3},$$

somit

$$\cos vst = \frac{\cos u\,(R \cdot \sin\psi - b \cdot \sin U) - \sin u\,(R \cdot \cos\psi - b \cdot \cos U)}{r_3}.$$

Das Drehungsmoment, welches die von s nach v wirkende Kraft hervorbringt, ist demnach

$$\text{III.} - \frac{a \cdot m \cdot \mu \left\{\cos u\,(R \cdot \sin\psi - b \cdot \sin U) - \sin u\,(R \cdot \cos\psi - b \cdot \cos U)\right\}}{\left\{(R \cdot \sin\psi - b \cdot \sin U - a \cdot \sin u)^2 + (R \cdot \cos\psi - b \cdot \cos U - a \cdot \cos u)^2\right\}^{\frac{n+1}{2}}}.$$

Die vierte zwischen v und n wirksame abstofsende Kraft bildet mit der zur Stabrichtung senkrechten Richtung np den Winkel $vnp = wnp - wnv$; demnach ist

$$\cos vnp = \cos wnp \cdot \cos wnv + \sin wnp \cdot \sin wnv,$$

$$wnp = 90^0 + u; \quad \cos wnp = -\sin u; \quad \sin wnp = \cos u,$$

$$\cos vnw = \frac{wn}{nv} = \frac{y_2 - \eta_2}{r_4} = \frac{R \cdot \cos\psi - b \cdot \cos U + a \cdot \cos u}{r_4},$$

$$\sin vnw = \frac{vw}{vn} = \frac{x_2 - \xi_2}{r_4} = \frac{R \cdot \sin\psi - b \cdot \sin U + a \cdot \sin u}{r_4}.$$

Darnach ist

$$\cos vnp = \frac{\cos u\,(R \cdot \sin\psi - b \cdot \sin U) - \sin u\,(R \cdot \cos\psi - b \cdot \cos U)}{r_4}.$$

Das letzte der vier Drehungsmomente ergiebt sich somit

$$\text{IV.} + \frac{a \cdot m \cdot \mu \left\{\cos u\,(R \cdot \sin\psi - b \cdot \sin U) - \sin u\,(R \cdot \cos\psi - b \cdot \cos U)\right\}}{\left\{(R \cdot \sin\psi - b \cdot \sin U + a \cdot \sin u)^2 + (R \cdot \cos\psi - b \cdot \cos U + a \cdot \cos u)^2\right\}^{\frac{n+1}{2}}}.$$

Die Vorzeichen $+$ und $-$ vor den einzelnen Ausdrücken bedeuten nicht, dafs die Richtungen, nach welchen die betreffenden Momente den Stab zu drehen suchen, einander entgegengesetzt sind, sie bedeuten vielmehr, dafs die zu der Richtung ns senkrechten Komponenten der vier Kräfte nach entgegengesetzten Richtungen des Raumes wirken. Da nun aber I und II an entgegengesetzten Seiten der Drehungsaxe angreifen, so ist die Richtung, nach welcher sie den Stab ns zu drehen suchen, dieselbe, und zwar drehen sie den Stab nach dem Meridian zurück. Aus demselben Grunde drehen III und IV den Stab nach gleicher Richtung, und zwar vom Meridian fort. Geben wir den Momenten, welche den Stab nach derselben Richtung drehen, dasselbe Vorzeichen, und bezeichnen diejenigen als positiv, welche den Winkel u zu vergröfsern suchen, so erhalten III und IV das positive, I und II das negative Vorzeichen.

Aus der Gesamtwirkung der vier Pole resultiert dann ein Drehungsmoment, welches den Stab vom Meridiane fort zu drehen sucht und welches gleich ist

$$\text{III} + \text{IV} - \text{I} - \text{II}.$$

Digitized by Google

Wie wir sahen ist die Gleichgewichtslage des Stabes ns diejenige, in welcher die Wirkung des Magnetes $\nu\sigma$ ihn ebenso stark vom Meridian wegzudrehen sucht, als ihn seine magnetische Direktionskraft in den Meridian zurückzuführen sucht. Die Gleichgewichtsbedingung ist also

$$D \cdot \sin u = \mathrm{III} + \mathrm{IV} - \mathrm{I} - \mathrm{II}.$$

Ehe wir diese Gleichgewichtsbedingung näher untersuchen, wird es gut sein, den Ausdrücken für die vier Momente eine bequemere Form zu geben.

Die Zähler der Ausdrücke I und II können wir schreiben

$$R \cdot (\cos u \cdot \sin \psi - \sin u \cdot \cos \psi) + b\,(\cos u \sin U - \sin u \cos U) =$$
$$R \cdot \sin(\psi - u) + b \cdot \sin(U - u).$$

Die Zähler von III und IV werden dann ebenso

$$R \cdot \sin(\psi - u) - b \cdot \sin(U - u).$$

Führen wir die angedeutete Quadrierung der in der Klammer des Nenners I befindlichen Ausdrücke durch, so erhalten wir

$$(R \cdot \sin \psi + b \sin U - a \cdot \sin u)^2 + (R \cdot \cos \psi + b \cdot \cos U - a \cdot \cos u)^2 =$$
$$R^2 \sin^2 \psi + 2\,Rb \sin \psi \cdot \sin U - 2\,Ra \sin \psi \cdot \sin u + b^2 \sin^2 U -$$
$$2\,ab \cdot \sin U \sin u + a^2 \sin^2 u + R^2 \cos^2 \psi + 2\,Rb \cdot \cos \psi \cdot \cos U -$$
$$2\,Ra \cos \psi \cdot \cos u + b^2 \cos^2 U - 2\,ab \cdot \cos U \cdot \cos u + a^2 \cos^2 u =$$
$$R^2 + 2R\{b \,.\cos(\psi - U) - a \cdot \cos(\psi - u)\} + b^2 - 2ab\cos(u - U) + a^2.$$

Bezeichnen wir den Faktor von $2R$ mit q und setzen

$$b \cdot \sin(\psi - U) - a \cdot \sin(\psi - u) = l,$$

so können wir für obige Quadratsumme setzen, wie man leicht findet,

$$(R + q)^2 + l^2,$$

und somit den Nenner von I

$$\{(R + q)^2 + l^2\}^{\frac{n+1}{2}}.$$

Behandeln wir den Nenner von II ganz ebenso, dann erhalten wir zunächst

$$R^2 + 2R\{b \cdot \cos(\psi - U) + a\cos(\psi - u)\} + b^2 + 2ab\cos(u - U) + a^2,$$

und setzen wir hier den Koefficienten von $2R$ gleich q' und

$$b \cdot \sin(\psi - U) + a \cdot \sin(\psi - u) = l',$$

so wird der Nenner

$$\{(R + q')^2 + l'^2\}^{\frac{n+1}{2}}.$$

Aus dem Nenner von III erhalten wir bei der gleichen Behandlungsweise zuerst

$$R^2 - 2R\{b \cdot \cos(\psi - U) + a\cos(\psi - u)\} + b^2 + 2ab \cdot \cos(u - U) + a^2.$$

Digitized by Google

Der Koefficient von $2R$ ist also hier wieder q', hat daher l' wieder dieselbe Bedeutung wie eben, so wird der Nenner von III

$$\{(R - q')^2 + l'^2\}^{\frac{n+1}{2}}.$$

Der Nenner des Ausdruckes IV schliefslich wird, wie man leicht durch ganz ebensolche Rechnungen findet,

$$\{(R - q)^2 + l^2\}^{\frac{n+1}{2}}.$$

Setzen wir die so gefundenen Werte für Zähler und Nenner in unsere Ausdrücke ein, so wird die Bedingung des Gleichgewichts, für welche wir eben fanden

$$D \cdot \sin u = \text{III} + \text{IV} - \text{I} - \text{II},$$

folgende Gestalt annehmen:

$$D \cdot \sin u = a \cdot m \cdot \mu \left\{ \frac{R \cdot \sin(\psi - u) - b \cdot \sin(U - u)}{\{(R - q')^2 + l'^2\}^{\frac{n+1}{2}}} + \frac{R \cdot \sin(\psi - u) - b \cdot \sin(U - u)}{\{(R - q)^2 + l^2\}^{\frac{n+1}{2}}} \right.$$
$$\left. - \frac{R \cdot \sin(\psi - u) + b \cdot \sin(U - u)}{\{(R + q')^2 + l'^2\}^{\frac{n+1}{2}}} - \frac{R \cdot \sin(\psi - u) + b \cdot \sin(U - u)}{\{(R + q)^2 + l^2\}^{\frac{n+1}{2}}} \right\}.$$

Jeden der vier Nenner auf der rechten Seite unserer Gleichung können wir in eine Reihe entwickeln, welche nach steigenden negativen Potenzen von $(R \pm q)$ und nach Potenzen von l fortschreitet. Der erste dieser Nenner liefert so die Reihe

$$\frac{1}{\{(R - q')^2 + l'^2\}^{\frac{n+1}{2}}} = \frac{1}{(R - q')^{n+1}} - \frac{n+1}{2} \cdot \frac{l'^2}{(R - q')^{n+3}} +$$
$$+ \frac{(n+1)(n+3)}{8} \cdot \frac{l'^4}{(R - q')^{n+5}} \cdots$$

Wenn wir voraussetzen, dafs der Abstand R der beiden Magnete gegen deren Gröfse $2a$ und $2b$ sehr grofs ist, so konvergiert die Reihe sehr rasch, so zwar, dafs wir Glieder mit höheren Potenzen als der $n + 3$ vernachlässigen dürfen.

Die Reihen, welche die drei anderen Nenner liefern, sind dieser analog, sie unterscheiden sich nur dadurch, dafs im zweiten Nenner q und l an die Stelle von q' und l' treten. Die Reihe des ersten Nenners verwandelt sich in die des dritten, wenn wir für $-q'$ einsetzen $+q'$, und die des vierten erhalten wir aus der ersten, wenn wir $-q'$ mit $+q$ und l' mit l vertauschen.

Jedes Glied der vier Reihen läfst sich nochmals in eine Reihe verwandeln, und zwar erhalten wir aus dem ersten Gliede der ersten Reihe

$$\frac{1}{(R - q')^{n+1}} = \frac{1}{R^{n+1}} + (n+1)\frac{q'}{R^{n+2}} + \frac{(n+1)(n+2)}{1 \cdot 2} \cdot \frac{q'^2}{R^{n+3}}$$
$$+ \frac{(n+1)(n+2)(n+3)}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot \frac{q'^3}{R^{n+4}} + \cdots.$$

Das erste Glied der Reihe für den dritten Nenner dagegen liefert, da dort für $-q'$ einzusetzen ist $+q'$, die Reihe

Digitized by Google

$$\frac{1}{(R+q')^{n+1}} = \frac{1}{R^{n+1}} - (n+1)\frac{q'}{R^{n+2}} + \frac{(n+1)(n+2)}{1\cdot 2}\frac{q'^2}{R^{n+3}}$$
$$- \frac{(n+1)(n+2)(n+3)}{1\cdot 2\cdot 3}\cdot\frac{q'^3}{R^{n+4}} + \cdots - \cdots$$

Die Glieder dieser Reihe und ebenso der aus dem ersten Gliede der vierten Reihe hervorgehenden Reihe haben also abwechselnde Vorzeichen. Das erste Glied der dem zweiten Nenner entsprechenden Reihe dagegen liefert eine Reihe, deren Glieder wieder alle das positive Vorzeichen haben.

Die folgenden Glieder dieser Reihe enthalten alle nur Potenzen von R, welche höher sind als die $n+4$.

Die zweiten Glieder der vier Reihen geben ähnliche Reihen, das zweite der ersten Reihe folgende:

$$-\frac{n+1}{2}\cdot\frac{l'^2}{(R-q')^{n+3}} = -\frac{n+1}{2}\cdot\frac{l'^2}{R^{n+3}} - \frac{(n+1)(n+3)}{2}\cdot\frac{l'^2\cdot q'}{R^{n+4}} - \cdots.$$

Das zweite Glied der dritten Reihe dagegen liefert die Reihe

$$-\frac{n+1}{2}\cdot\frac{l'^2}{(R+q')^{n+3}} = -\frac{n+1}{2}\cdot\frac{l'^2}{R^{n+3}} + \frac{(n+1)(n+3)}{2}\cdot\frac{l'^2\cdot q'}{R^{n+4}} - \cdots + \cdots$$

Für die anderen Reihen haben wir nur q' und l' mit q und l zu vertauschen.

Außer den hier in Betracht gezogenen Gliedern brauchen wir keine zu entwickeln.

Setzen wir jetzt die so erhaltenen Werte für die Nenner in unsere vier Ausdrücke für die Drehungsmomente ein, so wird der erste, wenn wir zugleich nach steigenden Potenzen von R in den Nennern ordnen:

$$\left\{R\cdot\sin(\psi-u) - b\cdot\sin(U-u)\right\}\left\{\frac{1}{R^{n+1}} + (n+1)\frac{q'}{R^{n+2}}\right.$$
$$+\left(\frac{(n+1)(n+2)}{2}\cdot q'^2 - \frac{n+1}{2}l'^2\right)\frac{1}{R^{n+3}} + \left(\frac{(n+1)(n+2)(n+3)}{1\cdot 2\cdot 3}q'^3 -\right.$$
$$\left.\left.-\frac{(n+1)(n+3)}{2\cdot 2}\cdot l'^2\cdot q'\right)\frac{1}{R^{n+4}} + \cdots\right\}$$

Der dritte wird

$$-\left\{R\cdot\sin(\psi-u) + b\cdot\sin(U-u)\right\}\left\{\frac{1}{R^{n+1}} - (n+1)\frac{q'}{R^{n+2}}\right.$$
$$+\left(\frac{(n+1)(n+2)}{2}q'^2 - \frac{n+1}{2}l'^2\right)\frac{1}{R^{n+3}} - \left(\frac{(n+1)(n+2)(n+3)}{1\cdot 2\cdot 3}q'^3 -\right.$$
$$\left.\left.-\frac{(n+1)(n+3)}{2\cdot 2}\cdot l'^2 q'\right)\frac{1}{R^{n+4}} + \cdots\right\}$$

Der zweite Ausdruck wird

$$\left\{R\cdot\sin(\psi-u) - b\cdot\sin(U-u)\right\}\left\{\frac{1}{R^{n+1}} + (n+1)\frac{q'}{R^{n+2}}\right.$$
$$+\left(\frac{(n+1)(n+2)}{2}\cdot q^2 - \frac{(n+1)}{2}l^2\right)\frac{1}{R^{n+3}} + \left(\frac{(n+1)(n+2)(n+3)}{1\cdot 2\cdot 3}q^3 -\right.$$
$$\left.\left.-\frac{(n+1)(n+3)}{2\cdot 2}\cdot l^2 q\right)\frac{1}{R^{n+4}} + \cdots\right\}$$

Digitized by Google

und schliefslich der vierte

$$-\left\{R\cdot\sin(\psi-u)+b\cdot\sin(U-u)\right\}\left\{\frac{1}{R^{n+1}}-(n+1)\frac{q}{R^{n+2}}\right.$$
$$+\left(\frac{(n+1)(n+2)}{2}q^2-\frac{n+1}{2}l^2\right)\frac{1}{R^{n+3}}+\left(\frac{(n+1)(n+2)(n+3)}{1\cdot 2\cdot 3}\cdot q^3-\right.$$
$$\left.\left.-\frac{(n+1)(n+3)}{2\cdot 2}\cdot l^2 q\right)\frac{1}{R^{n+4}}\right\}.$$

Ziehen wir jetzt die für den ersten und dritten Teil der rechten Seite unserer Gleichgewichtsbedingung erhaltenen Reihen zusammen, und ordnen zugleich nach steigenden negativen Potenzen von R, so erhalten wir

$$\left\{(n+1)2q'\cdot\sin(\psi-u)-2b\cdot\sin(U-u)\right\}\frac{1}{R^{n+1}}+\left\{2\sin(\psi-u)\left[\frac{(n+1)(n+2)(n+3)}{1\cdot 2\cdot 3}q'^3-\right.\right.$$
$$\left.\left.-\frac{(n+1)(n+3)}{2\cdot 2}\cdot l'^2 q'\right]-2b\sin(U-u)\left[\frac{(n+1)(n+2)}{2}q'^2-\frac{n+1}{2}l'^2\right]\right\}\frac{1}{R^{n+3}}.$$

Ziehen wir ebenso den Ausdruck für das zweite und vierte Glied zusammen, so erhalten wir

$$\left\{(n+1)2q\cdot\sin(\psi-u)-2b\cdot\sin(U-u)\right\}\frac{1}{R^{n+1}}+\left\{2\sin(\psi-u)\left[\frac{(n+1)(n+2)(n+3)}{1\cdot 2\cdot 3}\cdot q^3-\right.\right.$$
$$\left.\left.-\frac{(n+1)(n+3)}{2\cdot 2}\cdot l^2 q\right]-2b\cdot\sin(U-u)\left[\frac{(n+1)(n+2)}{2}q^2-\frac{n+1}{2}l^2\right]\right\}\frac{1}{R^{n+3}}.$$

Summieren wir diese beiden Ausdrücke, so erhalten wir, wenn wir zugleich den Koefficienten des mit der $(n+3)$ Potenz von R behafteten Gliedes einfach mit f bezeichnen,

$$\left\{2(n+1)(q'+q)\cdot\sin(\psi-u)-4b\cdot\sin(U-u)\right\}\frac{1}{R^{n+1}}+\frac{f}{R^{n+3}}.$$

Nun ist

$$q+q'=2b\cdot\cos(\psi-U),$$

wodurch unser Ausdruck wird

$$\left\{(n+1)\cdot\cos(\psi-U)\cdot\sin(\psi-u)-\sin(U-u)\right\}\frac{4b}{R^{n+1}}+\frac{f}{R^{n+3}}.$$

Nun ist weiter

$$\sin(U-u)=\cos(\psi-U)\cdot\sin(\psi-u)-\cos(\psi-u)\cdot\sin(\psi-U),$$

und setzen wir diesen Wert in unsern Ausdruck ein, so wird derselbe

$$\left\{n\cdot\sin(\psi-u)\cdot\cos(\psi-U)+\cos(\psi-u)\cdot\sin(\psi-U)\right\}\cdot\frac{4b}{R^{n+1}}+\frac{f}{R^{n+3}}.$$

Damit wird schliefslich die Bedingung des Gleichgewichts für die drehbare Nadel

$$D\cdot\sin u=$$
$$\frac{2am\cdot 2b\mu}{R^{n+1}}\left\{n\cdot\sin(\psi-u)\cdot\cos(\psi-U)+\cos(\psi-u)\cdot\sin(\psi-U)\right\}+\frac{f'}{R^{n+3}}.$$

Um hieraus das Gesetz der magnetischen Fernewirkung, d. h. die Abhängigkeit derselben von der Entfernung der Magnete von einander,

Digitized by Google

ihrer gegenseitigen Lage und Stärke zu erhalten, müssen wir den Ablenkungswinkel u in seiner Abhängigkeit von R, ψ, U darstellen. Entwickeln wir daher in dem ersten Gliede der rechten Seite die Sinus und Cosinus, in welchen u vorkommt, bringen alle Glieder, welche dann sin u enthalten, auf die linke Seite und dividieren die Gleichung durch cos u, so erhalten wir, wenn wir den Zähler des zweiten Gliedes auf der rechten Seite dann mit F bezeichnen:

$$\left\{D + 2am\cdot 2b\mu\cdot R^{-(n+1)}[n\cdot\cos(\psi - U)\cdot\cos\psi + \sin(\psi - U)\cdot\sin\psi]\right\}\cdot \operatorname{tang} u =$$

$$= 2am\cdot 2b\mu\cdot R^{-(n+1)}\left\{n\cdot\cos(\psi - U)\cdot\sin\psi + \sin(\psi - U)\cdot\cos\psi\right\} + \frac{F}{R^{n+3}},$$

und daraus

$$\operatorname{tang} u = \frac{2am\cdot 2b\mu\cdot R^{-(n+1)}\{n\cdot\cos(\psi - U)\cdot\sin\psi + \sin(\psi - U)\cdot\cos\psi\}}{D + 2am\cdot 2b\mu\cdot R^{-(n+1)}\{n\cdot\cos(\psi - U)\cdot\cos\psi + \sin(\psi - U)\cdot\sin\psi\}} + \frac{F'}{R^{n+3}}.$$

Bezeichnen wir den Zähler des ersten Gliedes mit Z, den Nenner mit $D + N$, so können wir obige Gleichung auch schreiben

$$\operatorname{tang} u = Z(D + N)^{-1} + F'\cdot R^{-(n+3)}.$$

Entwickeln wir den Koefficienten $(D + N)^{-1}$ in eine Reihe, so wird die Gleichung

$$\operatorname{tang} u = Z\cdot\{D^{-1} - D^{-2}\cdot N + D^{-3}N^2 - \cdots\} + F'\cdot R^{-(n+3)}.$$

Von der Reihe, in welche wir das erste Glied aufgelöst haben, ist nur das erste Glied zu beachten, da das zweite schon wegen des Faktors $Z\cdot N$ den Nenner $R^{2(n+1)}$ enthält, und die folgenden im Nenner noch höhere Potenzen von R enthalten.

Darnach erhalten wir den der Gleichgewichtslage entsprechenden Wert von u aus der Gleichung

$$\operatorname{tang} u = \frac{2am\cdot 2\mu b}{D}\cdot\frac{\{n\cdot\cos(\psi - U)\cdot\sin\psi + \sin(\psi - U)\cdot\cos\psi\}}{R^{n+1}} + \frac{F'}{R^{n+3}}.$$

Die soeben entwickelte Gleichgewichtsbedingung gilt zunächst unserer Voraussetzung nach nur unter der Annahme, dafs wir zwei kleine Magnete auf einander einwirken lassen, welche jeder nur aus zwei magnetischen Teilchen bestehen, die sich im Abstande $2a$ und $2b$ von einander befinden. Wir können indes sofort diese Rechnung auf vollständige Magnete anwenden. Wie wir nämlich sahen, können wir in Bezug auf die Wirkung eines Magnetes nach aussen hin annehmen, dafs die eine Hälfte des Magnetes nur freien Nordmagnetismus, die andere nur freien Südmagnetismus enthält. Diese Magnetismen sind in den Magneten, wenigstens theoretisch, symmetrisch verteilt, d. h. in gleichen parallel der magnetischen Axe genommenen Abständen von der Mitte des Magnetes finden sich genau gleiche Mengen Nord- und Südmagnetismus.

Nehmen wir nun an, dafs sowohl der ablenkende, als der abgelenkte Magnet die eben angenommene Beschaffenheit haben, so werden in dem erstern an der einen Seite in den parallel der magnetischen Axe genommenen Abständen von der Mitte:

Digitized by Google

$b\,b'\,b''\cdots\cdot b^n$ sich die freien Magnetismen

$\mu\,\mu'\,\mu''\cdots\cdot\mu^n$ befinden, und an der andern Seite in denselben Abständen die freien Magnetismen $-\mu-\mu'-\mu''\cdots\cdot-\mu^n$. Wir können daher den ablenkenden Magnet ansehen als zusammengesetzt aus einer grofsen Anzahl von Magneten, welche die in unserer Rechnung vorausgesetzte Beschaffenheit haben, d. h. welche bestehen aus den Magnetismen $+\mu^n$ und $-\mu^n$, welche sich im Abstande $2b^n$ befinden und alle parallel dem Magnete $\nu\sigma$ liegen.

Ganz ebenso können wir den abgelenkten Stab aus solchen Elementarmagneten zusammengesetzt ansehen, welche alle aus den um $2a^n$ entfernten Magnetismen $+m^n$ und $-m^n$ bestehen und welche alle dem Magnete ns parallel liegen.

Bezeichnen wir das vorhin gefundene Drehungsmoment, welches der Magnet $\nu\sigma$ auf ns ausübt, mit

$$\frac{2am\cdot 2\mu b\cdot C}{R^{n+1}}+\frac{f'}{R^{n+3}},$$

setzen wir der Einfachheit wegen zunächst voraus, dafs R so grofs ist, dafs das zweite Glied schon nicht mehr beachtet zu werden braucht, und nehmen wir an, dafs der abgelenkte Magnet ein vollständiger Magnetstab wäre, so würde, da sowohl C als R für alle diesen zusammensetzenden Elementarmagnete konstant wären, das Drehungsmoment, welches der feste Magnet dem beweglichen erteilt, sein

$$(2am+2a'm'+2a''m''+\cdots\cdot 2a^nm^n)\cdot\frac{2\mu b\cdot C}{R^{n+1}}=\frac{\Sigma 2am\cdot 2\mu b\cdot C}{R^{n+1}},$$

wo also die Summe $\Sigma 2am$ sich über alle Werte von a und m erstreckt. Man nennt diese Summe der Produkte aller magnetischen Teilchen eines Stabes in ihre parallel der magnetischen Axe genommenen Abstände von der Mitte, wie schon erwähnt wurde, das magnetische Moment des Stabes. Bezeichnen wir dasselbe mit M, so wird das Drehungsmoment, welches der Elementarmagnet $\nu\sigma$ auf den drehbaren Magnet ausübt,

$$\frac{M\cdot 2\mu b\cdot C}{R^{n+1}}.$$

Ist der ablenkende Magnet ebenfalls aus einer grofsen Zahl solcher Elementarmagnete zusammengesetzt, so wird jeder dem drehbaren Stab ein Drehungsmoment erteilen, und da auch jetzt wieder C und R für alle konstant sind, wird das Drehungsmoment werden

$$\frac{M\cdot\Sigma 2\mu b\cdot C}{R^{n+1}}=\frac{M\cdot M'}{R^{n+1}}\cdot C,$$

wenn M' das magnetische Moment des ablenkenden Stabes ist.

Bezeichnet daher jetzt D die Direktionskraft des abgelenkten Stabes, so wird, wie man unmittelbar sieht, der Wert von u, welcher der Gleichgewichtsbedingung entspricht, gegeben durch die Gleichung

$$\operatorname{tang} u=\frac{M\cdot M'}{D}\cdot\frac{n\cos(\psi-U)\cdot\sin\psi+\sin(\psi-U)\cdot\cos\psi}{R^{n+1}}+\frac{Q}{R^{n+3}},$$

wenn Q den Wert bezeichnet, den F' annimmt, wenn an die Stelle der

Digitized by Google

Elementarmagnete vollständige Magnete treten. Der Versuch hat sowohl über den Wert von n als über die Zulässigkeit der Hypothese zu entscheiden, dafs die magnetischen Anziehungen und Abstofsungen dem Produkte $M \cdot M'$ proportional seien.

§. 17.

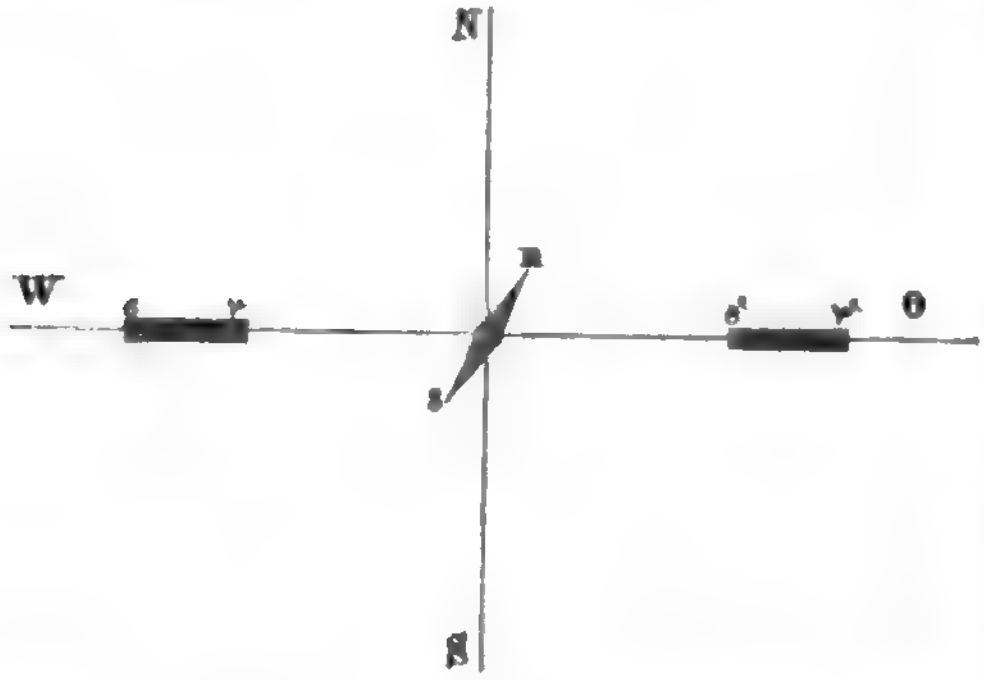
Versuche von Gauss[1]). Um durch den Versuch über den Wert von n zu entscheiden, gab Gauss den Winkeln ψ und U solche Werte, welche am leichtesten mit Genauigkeit gemessen werden konnten, und bei welchen die unvermeidlichen Ungenauigkeiten den geringsten Einflufs auf das schliefsliche Resultat haben. Die Theorie ergiebt, dafs zu dem letztern Zwecke der ablenkende Stab so gelegt werden mufs, dafs der Winkel u entweder den gröfsten möglichen oder den kleinsten möglichen Wert erhält, und die Rechnung ergiebt, dafs die Werte von ψ und U, welche diese Bedingung erfüllen, zugleich diejenigen sind, welche sich am leichtesten mit Genauigkeit messen lassen.

Der Winkel u erhält den gröfstmöglichen Wert, wenn wir setzen

$$\psi = 90^0 \qquad U = 90^0.$$

Wir haben den Winkel ψ vom Meridian aus nach Westen gerechnet, der Winkel ψ ist also gleich 90^0, wenn der ablenkende Magnetstab sich westlich vom Meridian und in einer solchen Lage befindet, dafs die Verbindungslinie der Mittelpunkte der beiden Magnete senkrecht ist zum magnetischen Meridiane. Den Winkel U haben wir gleich 0 gesetzt, wenn der Magnetstab dem Meridiane parallel liegt mit seinem Nordende nach Norden, und ihn dann ebenfalls von der Südseite des Meridians nach Westen gerechnet, so dafs $U = 90^0$ ist, wenn der Magnetstab senkrecht zum Meridiane mit der Nordseite nach Osten liegt. Fig. 29 $\sigma\nu$ stellt also die Lage des festen Magnetes diesen Werten von ψ und U entsprechend dar.

Fig. 29.



Setzen wir diese Werte von ψ und U in unsere Gleichung für tang u ein, so wird

$$\operatorname{tang} u = \frac{n \cdot M \cdot M'}{D} \cdot \frac{1}{R^{n+1}} + \frac{Q'}{R^{n+3}}.$$

Genau denselben Wert mufs u erhalten, wenn man dem ablenkenden Magnetstabe die Lage $\nu'\sigma'$ (Fig. 29) giebt, wenn man also bei ungeän-

1) *Gauss*, Intensitas etc. Göttingen 1833. Poggend. Ann. Bd. XXVIII.

Digitized by Google

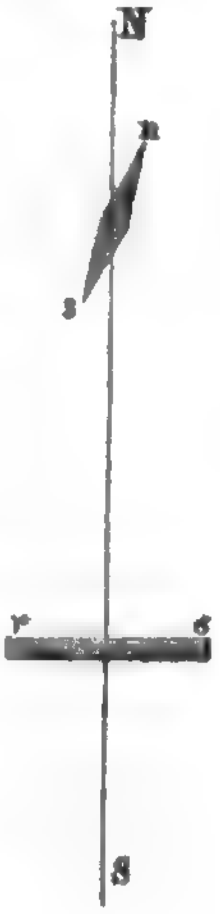
dertem Werte von U und R den Magnetstab auf die Ostseite des Meridianes bringt; ψ erhält dann den Wert 270^0.

Absolut genommen denselben, dem Zeichen nach aber einen entgegengesetzten Wert erhält u, wenn man in beiden Lagen den Magnetstab umkehrt, so dafs der Nordpol nach Westen zeigt. U erhält dann den Wert 270^0. Diese vier Lagen des ablenkenden Magnetes nennt man nach Gauss die erste Hauptlage.

Um deshalb die Beobachtungsfehler möglichst zu eliminieren, werden für jede Entfernung R diese vier Beobachtungen kombiniert, indem das arithmetische Mittel aus den vier so gefundenen Werten von u als der wahre Wert der Ablenkung angenommen wird. Bezeichnen wir diesen Mittelwert mit v, so gilt natürlich auch für diesen die Gleichung

$$\operatorname{tang} v = \frac{n \cdot M \cdot M'}{D} \cdot \frac{1}{R^{n+1}} + \frac{Q'}{R^{n+3}}.$$

Fig. 30.



Der Winkel u erhält seinen kleinsten Wert, wenn man den Winkel $\psi = 0$ und $U = 270^0$ macht, wenn man also (Fig. 30) den festen Magnetstab senkrecht gegen den Meridian mit dem Nordende nach Westen und so legt, dafs die Verbindungslinie der beiden Mittelpunkte der Magnete mit dem Meridiane zusammenfällt; die Verbindungslinie fällt also mit der Verlängerung der nicht abgelenkten Nadel zusammen, sie ist senkrecht zu dem ablenkenden Magnete, während in dem vorigen Falle die Verbindungslinie der Mittelpunkte mit der Verlängerung des festen Magnetes zusammenfiel und senkrecht war zu der nicht abgelenkten Nadel.

Setzen wir diese Werte von ψ und U in unsere Gleichung für tang u, so erhalten wir

$$\operatorname{tang} u = \frac{M \cdot M'}{D} \cdot \frac{1}{R^{n+1}} + \frac{Q''}{R^{n+3}}.$$

Auch für diesen Fall hat man den Wert von u nicht aus einer, sondern aus vier Beobachtungen zu bestimmen, nämlich

$\psi = 0$	$U = 270$	Ablenkung	$= u$
$\psi = 0$	$U = 90$	"	$= -u$
$\psi = 180$	$U = 270$	"	$= u$
$\psi = 180$	$U = 90$	"	$= -u.$

Das Mittel aus diesen vier beobachteten Werten wird von den unvermeidlichen Beobachtungsfehlern möglichst befreit sein, dem wahren Werte der Ablenkung also am nächsten kommen. Bezeichnen wir das Mittel als v', so gilt für diese Lage, die zweite Hauptlage,

$$\operatorname{tang} v' = \frac{M \cdot M'}{D} \cdot \frac{1}{R^{n+1}} + \frac{Q''}{R^{n+3}}.$$

Giebt man nun dem Abstande R einen solchen Wert, dafs das zweite Glied schon vernachlässigt werden darf, so mufs hiernach

$$\operatorname{tang} v = n \cdot \operatorname{tang} v'$$

Digitized by Google

sein, so dafs man aus der Vergleichung der Ablenkungen in den beiden Hauptlagen schon den Wert von n bestimmen kann.

Die Versuche, welche Gauss hiernach anstellte, sind in folgender Tabelle zusammengestellt; sie wurden mit dem Magnetometer angestellt; die erste Kolumne enthält die Abstände des ablenkenden Stabes von der Magnetometernadel, die zweite mit v überschriebene enthält die Ablenkungen für $\psi = 90^0$, und die dritte mit v' überschriebene die Ablenkungen für $\psi = 0$. Die angegebenen Werte sind in der soeben entwickelten Weise als Mittelwerte aus vier Beobachtungen bestimmt.

R	v	v'	R	v	v'
1,1 m	—	1° 57′ 24,8″	1,9 m	0° 43′ 21,8″	0° 22′ 9,2″
1,2	—	1 29 40,5	2,0	0 37 16,2	0 19 1,6
1,3	2° 13′ 51,2″	1 10 19,3	2,1	0 32 4,6	0 16 24,7
1,4	1 47 28,6	0 55 58,9	2,5	0 18 51,9	0 9 36,1
1,5	1 27 19,1	0 45 14,3	3,0	0 11 0,7	0 5 33,7
1,6	1 12 7,6	0 37 12,2	3,5	0 6 56,9	0 3 28,9
1,7	1 0 9,9	0 30 57,9	4,0	0 4 35,9	0 2 22,2
1,8	0 50 52,5	0 25 59,5			

Ferner ergab sich, dafs die Werte von v und v' unabhängig waren von der Beschaffenheit der abgelenkten Nadel, dafs, so lange der ablenkende Magnet ungeändert blieb, auch die Ablenkungen des beweglichen Magnetes unter sonst gleichen Umständen konstant waren.

Aus der letzten Beobachtung folgt zunächst die Richtigkeit der ersten, unseren Rechnungen zu Grunde gelegten Hypothese. Denn in unserem Ausdrucke für tang u kommt in allen Gliedern der Koefficient

$$\frac{M \cdot M'}{D}$$

vor, worin D die Direktionskraft des beweglichen Magnetes bedeutet. Diese Direktionskraft, welche das Produkt aus den an den einzelnen Punkten des sich selbst überlassenen Magnetes angreifenden Kräften und den parallel der magnetischen Axe gemessenen Abständen der Angriffspunkte von der Drehungsaxe bedeutet, ist aber, wie wir bereits bei der Messung der magnetischen Direktionskraft und Zurückführung derselben auf absolutes Mafs auseinandersetzten, dem magnetischen Moment des Stabes proportional. Wir können daher setzen

$$D = M \cdot T,$$

und somit wird jener allen Gliedern gemeinsame Koefficient

$$\frac{M \cdot M'}{D} = \frac{M'}{T},$$

das heifst die Ablenkung des beweglichen Magnetes ist direkt proportional dem magnetischen Momente des ablenkenden Stabes und unabhängig von demjenigen des abgelenkten Stabes, wie es die Beobachtung bestätigt.

Über den Wert von n giebt schon ein flüchtiger Überblick über die Zahlen der obigen Tabelle sichern Aufschlufs. Denn für die gröfseren

Digitized by Google

Werte von R sind die Werte v' fast genau halb so grofs als die Werte v, und ebenso sind in beiden Reihen die Ablenkungen den dritten Potenzen der Entfernung fast genau umgekehrt proportional. Da nun die Ablenkungswinkel stets so klein sind, dafs wir die Tangenten den Winkeln proportional setzen dürfen, so kann kein Zweifel bestehen, dafs $n = 2$ ist, dafs also die magnetischen Anziehungen und Abstofsungen dem Quadrate der Entfernungen umgekehrt proportional sind.

Um indes die Richtigkeit des Gesetzes an den einzelnen Versuchen noch deutlicher zu zeigen, berechnete Gauss aus den Beobachtungen die Werte der vier Koefficienten in den Gleichungen für tang v und für tang v', und dann mit den so erhaltenen Zahlenwerten die den einzelnen Entfernungen R entsprechenden Ablenkungen. Es ergaben sich auf diese Weise folgende Zahlenwerte für die Koefficienten der Gleichung

$$\operatorname{tang} v = \frac{0{,}086870}{R^3} - \frac{0{,}002185}{R^5}$$

$$\operatorname{tang} v' = \frac{0{,}043435}{R^3} + \frac{0{,}002449}{R^5}.$$

Die hiernach berechneten Werte von v und v' stimmten bis auf wenige Sekunden mit den beobachteten überein. Daraus ergiebt sich mit aller Strenge, dafs $n = 2$ ist, einmal weil die beobachteten Werte in beiden Fällen sich durch Gleichungen berechnen lassen, deren Glieder R^3 und R^5 zu Nennern haben, dann aber auch weil der Koefficient des ersten Gliedes in der Gleichung für tang v genau doppelt so grofs ist, als der Koefficient des ersten Gliedes in der Gleichung für tang v'.

Mit Hilfe der zuletzt gegebenen Entwickelungen sind wir auch imstande, den Magnetismus eines Stabes in absolutem Mafse auszudrücken.

Das Drehungsmoment, welches ein Magnetstab, dessen magnetisches Moment M' ist, in der Fig. 30 dargestellten Lage, welche Gauss die zweite Hauptlage nennt, in der Entfernung R einem andern erteilt, dessen magnetisches Moment gleich M ist und welcher sich in dem magnetischen Meridian befindet, ist nach §. 16

$$\frac{M \cdot M'}{R^3} + \frac{f'}{R^5}.$$

Ist die Entfernung R sehr grofs gegen die Dimensionen der Magnete, so verschwindet das zweite Glied, und das Drehungsmoment wird der dritten Potenz aus dem Abstande der Stäbe umgekehrt proportional. In solchen Entfernungen ist also das Produkt aus dem Kubus der Entfernungen und dem Drehungsmomente eine konstante Gröfse und zwar gleich $M \cdot M'$. Dieses Produkt giebt uns das Drehungsmoment, welches der feste Stab auf den beweglichen in der Entfernungseinheit ausüben würde, wenn jenes einfache Gesetz der Abnahme der Wirkung zweier Magnete auf einander, welches für grofse Entfernungen giltig ist, bis zu den kleinsten Entfernungen seine Giltigkeit behielte. Dieses Produkt nennt Weber daher das auf die Entfernungseinheit reduzierte Drehungsmoment[1]); dasselbe ist einfach gleich dem Produkte der beiden magnetischen Momente der Stäbe.

1) *W. Weber*, Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereines. Göttingen 1836.

Digitized by Google

Dieses reduzierte Drehungsmoment, welches nur von den magnetischen Momenten der beiden auf einander wirkenden Stäbe abhängig ist, ist für uns das Mittel, das magnetische Moment eines Magnetstabes in absolutem Mafse zu messen. Das magnetische Moment eines Stabes ist gleich dem reduzierten Drehungsmomente, welches der Stab einem andern erteilt, dessen magnetisches Moment der Einheit gleich ist.

Die vorhin beschriebenen Ablenkungsversuche liefern uns zwar nicht direkt das Moment, welches ein Stab einem andern erteilt, aber sie geben uns das Verhältnis des Drehungsmomentes, welches ein Stab einem andern erteilt, zu der Direktionskraft des andern Stabes. Da nun aber sowohl jenes Drehungsmoment, als auch die Direktionskraft des abgelenkten Stabes dem magnetischen Momente des letztern proportional sind, so ist das aus den Ablenkungsversuchen gefundene Verhältnis

$$\frac{M \cdot M'}{D} = \frac{M \cdot M'}{M \cdot T} = \frac{M'}{T},$$

also gleich dem Quotienten aus dem Drehungsmomente, welches der ablenkende Stab einem andern erteilt, dessen magnetisches Moment der Einheit gleich ist, und der Direktionskraft T des mit der Einheit des magnetischen Momentes begabten Stabes.

Nun haben wir bereits §. 15 ein Mittel kennen gelernt, um die Direktionskraft des mit dem Magnetismus M' begabten Magnetes, also das Produkt aus seinem in den gewählten Einheiten ausgedrückten Magnetismus und der Direktionskraft des mit der Einheit des freien Magnetismus begabten, in seiner sonstigen Beschaffenheit ihm ganz gleichen Magnetes, vollständig zu bestimmen. Bestimmen wir daher durch Schwingungsversuche die Direktionskraft des soeben zu den Ablenkungsversuchen benutzten ablenkenden Magnetes, so können wir entweder T eliminieren und M' direkt berechnen, oder sowohl M' als T bestimmen. Denn in der That, die Ablenkungsversuche geben uns für das Verhältnis $\frac{M'}{T}$ einen bestimmten Zahlenwert

$$\frac{M'}{T} = a;$$

die Schwingungsversuche mit dem Magnete M' liefern uns in bestimmten Einheiten ausgedrückt die Direktionskraft

$$M' \cdot T = b.$$

Beide Gleichungen zusammen liefern uns

$$M' = \sqrt{a \cdot b} \qquad T = \sqrt{\frac{b}{a}}.$$

Für den im §. 15 untersuchten Magnetstab fand Gauss in den von ihm gewählten Einheiten am 18. September 1832

$$M' \cdot T = 179770600.$$

Mit demselben Stabe wurde dann in der ersten Hauptlage, in welcher $\psi = 90$, $U = 90$ war, die Nadel des Magnetometers abgelenkt und gefunden für:

Digitized by Google

$$R = 1200 \text{ mm} \qquad v = 3^0\,42'\,19{,}4''$$
$$R_1 = 1600 \text{ mm} \qquad v_1 = 1^0\,34'\,19{,}4''.$$

Dieser Hauptlage entspricht die Gleichung

$$\operatorname{tang} v = 2\,\frac{M'}{T} \cdot \frac{1}{R^3} + \frac{Q'}{R^5}$$

$$\operatorname{tang} v_1 = 2\,\frac{M'}{T} \cdot \frac{1}{R_1^{\,3}} + \frac{Q'}{R_1^{\,5}}.$$

Multiplizieren wir die erste Gleichung mit R^5, die zweite mit $R_1^{\,5}$, und subtrahieren von der zweiten die erste, so erhalten wir

$$R_1^{\,5} \cdot \operatorname{tang} v_1 - R^5 \operatorname{tang} v = 2\,\frac{M'}{T}\,(R_1^{\,2} - R^2),$$

und somit

$$\frac{M'}{T} = \frac{1}{2} \cdot \frac{R_1^{\,5} \operatorname{tang} v_1 - R^5 \operatorname{tang} v}{R_1^{\,2} - R^2} = 56606437.$$

Mit diesen Zahlen wird

$$M' = 100876331 \qquad T = 1{,}782088.$$

Legen wir die Einheiten des $[CGS]$ Systems zu Grunde, so wird nach §. 15

$$M'T = 1797{,}06.$$

Da das reduzierte Drehungsmoment in dem Falle auf das Centimeter als Einheit der Länge zu berechnen ist, in das reduzierte Drehungsmoment aber die dritte Potenz der Länge als Faktor eingeht, so ist der Wert von $\frac{M'}{T}$ durch 1000 zu dividieren, so daſs

$$\frac{M'}{T} = 56606{,}437$$

wird. Aus diesen beiden Zahlen erhalten wir

$$M' = 10087{,}633 \qquad T = 0{,}1782088.$$

Um die Richtigkeit dieser Zahlen zu erkennen, gehen wir auf die Dimension des magnetischen Moments zurück

$$M' = z\,[\mu^{1/2}\,\lambda^{5/2}\,\tau^{-1}].$$

Da die Einheit der Masse nach Gauss 10^{-3}, die Länge 10^{-1} der Einheiten unseres Systemes ist, so müssen wir, um den Zahlenwert in unsern Einheiten auszudrücken, die Zahlen von Gauss mit $10^{-3/2} \cdot 10^{-5/2} = 10^{-4}$ multiplizieren.

Die Dimension von T ergiebt sich daraus, daſs das Produkt $M'T$ ein Drehungsmoment ist, somit ist

$$M'T = z\,[\mu\,\lambda^2\,\tau^{-2}]$$

oder, wenn wir an der rechten Seite das Zeichen für M' herausschreiben,

$$M'T = z_1\,[\mu^{1/2}\,\lambda^{5/2}\,\tau^{-1}] \quad z_2 \quad [\mu^{1/2}\,\lambda^{-1/2}\,\tau^{-1}],$$

so folgt

$$T = z_2\,[\mu^{1/2}\,\lambda^{-1/2}\,\tau^{-1}].$$

Digitized by Google

Es mufs demnach der Gausssche Wert von T mit $10^{-\frac{1}{2}} \cdot 10^{\frac{1}{4}}$ oder mit 10^{-1} multipliziert werden, wie es auch bei der obigen Zahl für T sich ergab.

§. 18.

Verteilung des Magnetismus im Innern der Magnete. Bei der Beschreibung der magnetischen Eigenschaft und der sich daranschliefsenden Betrachtung über die Konstitution des Magnetes haben wir bereits im allgemeinen gesehen, dafs der freie Magnetismus eines Stabes von den Enden gegen die Indifferenzzone hin rasch abnimmt. Wir haben nun in den letzten Paragraphen die Mittel kennen gelernt, die magnetischen Kräfte nach Mafs und Zahl zu vergleichen; zur Vervollständigung unserer Betrachtung über die Konstitution der Magnete und zugleich zum Erweise der Richtigkeit der schon mehrfach gemachten Annahme, dafs der freie Magnetismus eines Stabes schon in geringer Entfernung von den Enden desselben unmerklich sei, wird es daher notwendig sein, die Verteilung des freien Magnetismus in einem Stabe genauer zu untersuchen.

Wir besprechen an dieser Stelle nur die Versuche von Coulomb[1]), da wir bei Besprechung des Elektromagnetismus auf diese Frage nochmals zurückkommen. Coulomb wandte zu dem Zwecke die schon früher erwähnte Methode der Oscillationen an. Eine kleine ungefähr 15 mm lange Magnetnadel von sehr hartem Stahl, und möglichst kräftig magnetisiert, wurde an einem dünnen Seidenfaden in horizontaler Ebene drehbar aufgehängt und ihre Schwingungsdauer bestimmt, wenn die Nadel sich selbst überlassen war.

Dieser Nadel wurde in der Richtung des magnetischen Meridians ein langer Magnetstab in vertikaler Stellung bis auf einen kleinen Abstand genähert und wieder die Schwingungsdauer der Nadel bestimmt, wenn die verschiedenen Querschnitte des Stabes mit dem Pole der Nadel in gleicher Höhe waren. Bezeichnen wir die Schwingungszahl der sich selbst überlassenen Nadel mit n, diejenige, wenn irgend ein um die Länge x von der Mitte des Stabes entfernter Querschnitt des Stabes mit der Nadel sich in derselben Horizontalebene befindet, mit n', so erhalten wir für die anziehende Wirkung A des Stabes auf die Nadel nach §. 16 den Ausdruck

$$A = \frac{D}{n^2}\left(n'^2 - n^2\right),$$

wenn D wie immer die Direktionskraft der Nadel bezeichnet, welche sie in den Meridian zurückführt, wenn sie sich selbst überlassen ist.

Befindet sich, bei gleichem Abstande des Stabes von der Nadel, ein anderer um x' von der Mitte des Stabes entfernter Querschnitt mit der Nadel in gleicher Höhe, so wird man eine andere Schwingungszahl n'' beobachten und daraus eine andere anziehende Wirkung des Stabes auf die Nadel erhalten, nämlich

$$A' = \frac{D}{n^2}\left(n''^2 - n^2\right),$$

1) *Coulomb*, Delamétherie observat. sur la physique. T. XLIII. *Gehlers* physik. Wörterbuch Bd. VI.

Digitized by Google

und daraus für das Verhältnis A zu A'

$$\frac{A}{A'} = \frac{n'^2 - n^2}{n''^2 - n^2}.$$

Da wir wissen, dafs die magnetischen Anziehungen und Abstofsungen den Magnetismen selbst proportional sind, so würde uns dieser Quotient zugleich das Verhältnis der freien Magnetismen der beiden Querschnitte geben, wenn eben nur diese Querschnitte anziehend auf die Nadel wirkten. Das ist nun zwar nicht der Fall, sondern auf die Nadel wirkt der ganze Magnetstab ein; indessen zeigt eine der im §. 16 angestellten analoge Betrachtung, dafs, wenn man den Abstand des Stabes von der Nadel nur klein genug wählt, die horizontale Komponente der Anziehungen, welche die nicht mit der Nadel in gleicher Horizontalebene liegenden Querschnitte auf die Nadel ausüben, vernachlässigt werden darf, so dafs man in der That die Anziehungen A als von den mit der Nadel in gleicher Höhe befindlichen Schichten ausgeübt betrachten kann. Man kann daher auch die Stärke der in den betreffenden Querschnitten vorhandenen Magnetismen den Anziehungen proportional setzen, welche beobachtet werden, wenn diese Querschnitte mit der Nadel in gleicher Höhe sind. Coulomb wandte zu seinen Versuchen einen Magnetstab an, welcher bei einem Durchmesser von circa 5 mm eine Länge von 70 cm hatte, und brachte denselben in einen Abstand von 20 mm von der Nadel. Die Originalbeobachtungen Coulombs sind nicht vorhanden, man weifs daher nicht, welche Schwingungsdauern die Nadel hatte. Die von Coulomb erhaltenen Resultate sind folgende:

Abstand des einwirkenden Querschnittes vom Ende des Stabes	Stärke des freien Magnetismus		Unterschied.
	beobachtet	berechnet	
0 cm	165	173,76	— 8,76
2,6 „	90	90,00	0,00
5,2 „	48	46,62	+ 1,38
7,8 „	23	24,14	— 1,14
11,7 „	9	9,00	0,00
15,6 „	6	3,35	+ 2,65

Die Zahlen der zweiten Kolumne sind wahrscheinlich wohl die Werte $n'^2 - n^2$.

Die Zahlen der dritten Kolumne sind nach einer Formel berechnet, welche Biot[1]) aus der Theorie des Magnetismus für die Verteilung des freien Magnetismus in einem Stabe ableitete.

Bei dieser Ableitung machte Biot die Voraussetzung, dafs der magnetische Zustand eines Stabes genau derselbe wäre, wenn man den beiden Enden den in der That dort vorhandenen freien Magnetismus erteilt hätte,

1) *Biot*, Traité de physique. Tom. III. p. 76.

Digitized by Google

und wenn dann nur durch die Wirkung dieser Magnetismen im Innern des Stabes eine Magnetisierung stattgefunden hätte, indem jedes Molekül von dem benachbarten dem Pole näher liegenden affiziert wäre. Man wird dann weiter annehmen dürfen, dafs der Magnetismus jedes Moleküls in dem benachbarten eine ihm proportionale Menge Magnetismus infolge der magnetischen Anziehung und Abstofsung frei macht, indem er den ungleichnamigen Magnetismus gewissermafsen bindet, d. h. ihn nach aufsen unwirksam macht. Sei nun der Magnetismus des äufsersten Querschnittes eines Stabes gleich $+ A$, so wird derselbe in der benachbarten Schicht die Magnetismen $+ A\mu$ und $- A\mu$ trennen, worin μ ein ächter Bruch ist. In der zweiten Schicht wird durch den Magnetismus $A\mu$ der vorhergehenden Schicht $\pm A\mu^2$ geschieden werden und in der n Schicht $\pm A\mu^n$.

Setzen wir voraus, dafs in der Längeneinheit des Stabes m Querschnitte vorhanden sind, so werden wir den Abstand ξ des n Querschnittes setzen können $\xi = \frac{n}{m}$, und dadurch wird der geschiedene Magnetismus ausgedrückt werden können durch $\pm A \cdot \mu^{m\xi}$, oder wenn wir $\mu^m = M$ setzen, durch AM^ξ. Setzen wir die Länge des Magnetes gleich $2l$, so wird an derselben Stelle, wo durch den Einflufs des Endes A der Magnetismus $+ AM^\xi$ frei geworden ist, durch den Einflufs des andern Poles, der den Magnetismus $- B$ enthalte, der Magnetismus $- B \cdot M^{2l-\xi}$ frei werden; oder da in einem regelmäfsig magnetisierten Stab die Magnetismen beider Pole gleich stark sind, so wird $B = A$ und

$$- B \cdot M^{2l-\xi} = - A \cdot M^{2l-\xi}$$

sein.

Der von dem Pole B aus frei gewordene Magnetismus wird an dieser Stelle eine ihm an Gröfse genau gleiche Menge des von A aus frei gewordenen Magnetismus neutralisieren, so dafs an der um ξ von A entfernten Stelle der wirklich dort vorhandene freie Magnetismus sein wird

$$y = A\left(M^\xi - M^{2l-\xi}\right).$$

Nennen wir den Abstand des um ξ von dem Ende A entfernten Stabes von der Mitte x, so wird

$$\xi = l - x, \qquad 2l - \xi = l + x,$$

und setzen wir diese Werte in unsere Gleichung ein, so wird

$$y = A \cdot M^l\left(M^{-x} - M^x\right).$$

Aus der zweiten und vorletzten Beobachtung von Coulomb berechnete Biot die beiden Konstanten A und M, und mit diesen die Magnetismen an den übrigen Punkten des Stabes, an welchen beobachtet worden war. Wie die dritte Kolumne zeigt, stimmen Beobachtung und Rechnung bis auf die Enden des Stabes hinlänglich mit einander überein.

Die Beobachtung an dem Ende des Stabes kann indes auch nicht direkt mit dem andern verglichen werden; denn es ist nach dem Vorigen klar, dafs nicht nur der freie Magnetismus, welcher in dem der Nadel gerade gegenüberliegenden Querschnitte enthalten ist, auf die Nadel wirkt,

Digitized by Google

sondern dafs die unmittelbar über und unter diesem liegenden Querschnitte ebenfalls einwirken. An dem Ende des magnetisierten Drahtes fehlen aber entweder die unterhalb oder die oberhalb des gerade beobachteten liegenden Querschnitte, und deshalb ist der dort gefundene Magnetismus gegen die Magnetismem der anderen Querschnitte viel zu klein. Coulomb nahm an, dafs der Magnetismus der Enden etwa um die Hälfte zu klein sei, und darnach wurde die direkte Beobachtung korrigiert; die Zahl 165 ist die korrigierte Beobachtung.

Die Beobachtungen Coulombs, sowie die Gleichung Biots, geben uns keinen Aufschlufs über die wirkliche Verteilung des Magnetismus in dem der Untersuchung unterworfenen magnetischen Stabe, sondern nur über die Verteilung des freien Magnetismus. Letztere ist indes, wie wir bereits früher sahen, eine ganz andere als erstere.

Aus der Formel von Biot, deren Zulässigkeit nach den Versuchen von Coulomb angenommen wurde, hat Rees[1]) die Verteilung des Magnetismus in einem Stabe, dessen Dicke gegen seine Länge sehr klein ist, folgendermafsen entwickelt.

Wie wir §. 11 sahen, können wir einen linearen Magnet als zusammengesetzt ansehen aus einer sehr grofsen Anzahl parallel gelegter sehr kleiner sogenannter Elementarmagnete, deren eine Hälfte nur freien Nord-, deren andere Hälfte nur freien Südmagnetismus enthält. Ist die unendlich kleine Länge eines solchen Elementarmagnetes gleich dx und das magnetische Moment dieses Elementarmagnetes gleich v, so können wir anstatt der wirklichen Verteilung des Magnetismus auf dem Elementarmagnete annehmen, dafs in seinen Endpunkten die Magnetismen

$$n = \pm \frac{v}{dx}$$

angehäuft seien; denn das magnetische Element des so beschaffenen Elementarmagnetes ist genau gleich demjenigen des wirklichen Elementarmagnetes, und wie wir §. 16 sahen, hängt die Wirkung eines Magnetes nach aufsen nur ab von seinem magnetischen Moment, so dafs zwei Magnete von gleichem Moment sich vollständig ersetzen können.

Der betrachtete Elementarmagnet liege nun um x von der Mitte des Magnetes nach der Nordseite hin entfernt. Der nach der Nordseite neben ihm liegende Elementarmagnet liegt dann um $x + dx$ von der Mitte entfernt; sei sein magnetisches Moment gleich $v + dv$, wo dv jedenfalls unendlich klein ist, so können wir uns diesen ersetzt denken durch einen idealen Elementarmagnet, an dessen Enden die Magnetismen

$$n' = \pm \frac{v + dv}{dx}$$

angehäuft sind.

Die Südseite des letztern Elementarmagnetes stöfst an die Nordseite des erstern; der am Ende desselben vorhandene Nordmagnetismus wird also zum Teil durch den Südmagnetismus des anliegenden Südendes neutralisiert, und der übrigbleibende Nordmagnetismus ist der freie an dem

1) *van Rees*, Poggend. Ann. Bd. LXX.

um x von der Mitte entfernten Querschnittes des Magnetes vorhandene Magnetismus. Diese Differenz ist

$$n - n' = \frac{v}{dx} - \frac{v + dv}{dx}$$

$$m = -\frac{dv}{dx},$$

so dafs der freie Magnetismus eines solchen linearen Magnetes im Abstande x von der Mitte gleich ist dem Quotienten aus der unendlich kleinen Differenz dv des magnetischen Momentes des im Abstande x und des um die unendlich kleine Gröfse dx weiter von der Mitte nach dem Pole hin gelegenen Elementarmagnetes dividiert durch die Entfernung dx. Was von dem linearen Magnete gilt, läfst sich sofort auf einen Magnetstab übertragen, dessen Dicke so klein ist, dafs wir alle in einem zur Axe senkrechten Querschnitte vorhandenen Elementarmagnete als gleich stark magnetisch betrachten können. Der in dem Querschnitte x geschiedene Magnetismus ist

$$\Sigma n = \pm \frac{\Sigma v}{dx},$$

worin Σv die Summe der magnetischen Momente aller in dem betrachteten Querschnitte liegenden Elementarmagnete ist; in dem nebenliegenden Querschnitte ist geschieden

$$\Sigma n' = \pm \frac{\Sigma v + d\Sigma v}{dx}.$$

Der freie Magnetismus ist daher

$$\Sigma n - \Sigma n' = y = -\frac{d\Sigma v}{dx} = -\frac{dz}{dx},$$

er ist somit gleich dem nach der Stabaxe genommenen Differentialquotienten des magnetischen Momentes der betreffenden Stelle des Stabes.

Aus den Versuchen von Coulomb ergiebt sich, wie wir sahen, der Wert von y

$$y = A \cdot M^l (M^{-x} - M^x).$$

Es mufs daher zwischen dem magnetischen Momente z eines Querschnittes und dessen Abstande x von der Mitte eine solche Beziehung bestehen, dafs

$$y = -\frac{dz}{dx} = A \cdot M^l (M^{-x} - M^x);$$

das uns den Wert von z als Funktion von x liefernde allgemeine Integral dieses Ausdruckes ist

$$z = C + B (M^x + M^{-x}),$$

wenn C eine aus den Versuchen zu bestimmende Konstante und

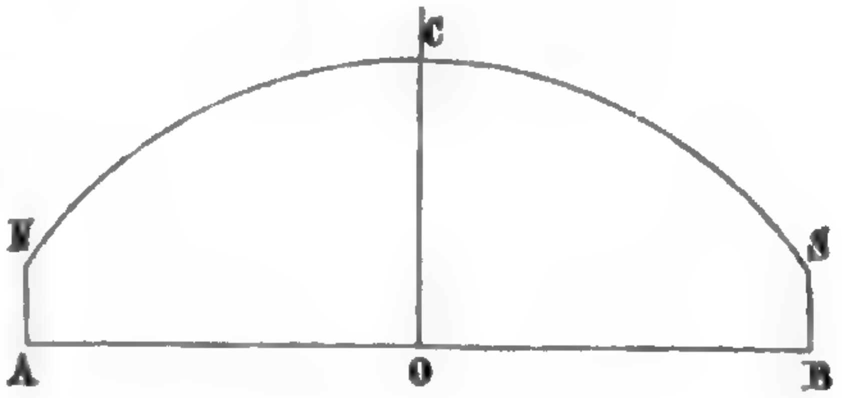
$$B = A \cdot M^l \cdot \frac{\log e}{\log M}$$

bedeutet. Der Buchstabe e in diesem Ausdrucke ist die Grundzahl des natürlichen Logarithmensystems. Man überzeugt sich davon leicht durch Differentiation des Ausdruckes für z.

Digitized by Google

Dieser Ausdruck für z ist die Gleichung der Kettenlinie, wie sie Fig. 31 darstellt. Die magnetischen Momente der einzelnen Querschnitte sind in der Mitte am gröfsten und nehmen stetig nach beiden Seiten ab bis zu den Enden des Stabes, wo sie am kleinsten sind. Man erkennt das auch sofort aus der Gleichung für z, wenn man sich daran erinnert, dafs M ein ächter Bruch ist. Das magnetische Moment des mittlern Querschnittes, für welchen $x = 0$ ist, wird

Fig. 31.



$$z = C + 2B = C + 2A \cdot \frac{\log e}{\log M}.$$

Je gröfser x wird, um so kleiner wird der Koefficient von B; an den Enden des Stabes wird er

$$z = C + \left(M^l + \frac{1}{M^l}\right) \cdot B = C + \{M^{2l} + 1\} \cdot A \frac{\log e}{\log M};$$

dies ist der kleinste Wert, welchen der Ausdruck auf dem Stabe von der Länge $2l$ erhalten kann.

Die Übereinstimmung dieses Ausdrucks mit der Erfahrung hat Rees[1]) durch Versuche nachgewiesen, auf welche wir indes erst an einer spätern Stelle eingehen können.

Die hier durchgeführte Untersuchung bestätigt die Ansicht über die Konstitution der Magnete, welche wir im §. 11 vorläufig entwickelten; die Gesetze, welche wir erhielten, gelten indes nur für Magnete von der vorausgesetzten Form, für sehr dünne geradlinige Magnete, welche regelmäfsig und bis zur Sättigung magnetisiert sind. Schon für Stabmagnete, deren Dicke nicht sehr klein ist, gelten sie nicht mehr, da für diese die Voraussetzung nicht mehr zutrifft, dafs alle Elementarmagnete eines und desselben Querschnittes gleich starke magnetische Momente haben.

Für solche, und noch mehr für Magnete anderer Formen, bedarf es daher einer allgemeinen Untersuchung der Verteilung des Magnetismus im Innern derselben. Diese Untersuchung ist von Poisson[2]), Green[3]), Neumann[4]) und anderen theoretisch durchgeführt worden; wir werden auch auf diese, sowie auf die Experimentaluntersuchungen, welche zur Aufklärung der hierbei sich darbietenden Fragen ausgeführt sind, bei der Lehre vom Elektromagnetismus ausführlicher zurückkommen.

§. 19.

Einflufs mechanischer Kräfte auf den Magnetismus eines Stabes. Betreffs des Verhaltens der Magnete erübrigt jetzt noch eine Frage, nämlich

1) *van Rees* a. a. O. und Poggend. Ann. Bd. LXXIV.

2) *Poisson,* Mémoires de l'académie. T. V. Annales de chim. et de phys. T. XXV und XXVIII.

3) *Green,* Crelles Journal für reine und angewandte Mathematik. Bd. XLVII.

4) *Neumann*, Crelles Journal. Bd. XXXVII.

Digitized by Google

die, ob andere Kräfte, mechanische Einwirkungen oder Wärme auf den Magnetismus eines Stabes von Einfluſs sind.

Was zunächst die Einwirkung mechanischer Kräfte betrifft, so ist es schon lange bekannt, daſs Erschütterungen eines Stabes seinen Magnetismus bedeutend zu ändern imstande sind.

Erschüttert man einen Stab, während er magnetisiert wird, so wird sein Magnetismus bedeutend stärker, als wenn er ohne solche Erschütterungen magnetisiert wird; es ist daher auch eine schon alte Vorschrift, einen Magnet, den man durch Aufsetzen auf die Pole eines kräftigen Hufeisens herstellt, zu klopfen oder zu stoſsen, damit sein Magnetismus möglichst stark wird.

Wenn man dagegen einen fertigen Magnet stark erschüttert, ihn stöſst oder fallen läſst, so wird sein Magnetismus dadurch bedeutend geschwächt; so ist es eine schon lange bekannte Thatsache, daſs ein Magnet einen groſsen Teil seines Magnetismus verliert, wenn man ihn aus einiger Höhe auf den Boden fallen läſst.

Einen eigentümlichen Einfluſs der Erschütterungen auf das magnetische Verhalten hat Wiedemann[1]) beobachtet; wenn man einem magnetischen Stab durch entgegengesetztes Magnetisieren seinen Magnetismus zum Teil oder ganz nimmt, oder ihm sogar entgegengesetzten Magnetismus erteilt, so nimmt er durch Erschüttern einen Teil seines frühern Magnetismus wieder an. Man kann auf diese Weise einen ganz unmagnetischen Stab herstellen, welcher durch Erschütterungen magnetisch wird.

Alle diese Erscheinungen sind leicht zu verstehen unter der Voraussetzung, daſs die magnetisierbaren Körper aus Elementarmagneten bestehen, welche im unmagnetischen Zustande lediglich unter dem Einflusse der im Innern der Körper thätigen Molekularkräfte alle möglichen Lagen haben, welche aber durch den Akt des Magnetisierens sämtlich parallel gerichtet werden. Dieser Parallelstellung wirken beim Magnetisieren die Molekularkräfte entgegen, welche die Moleküle in der ursprünglichen Gleichgewichtslage erhalten wollen; wenn nun aber die Moleküle durch Erschütterungen bereits in Bewegung sind, so werden sie dem Einflusse der magnetisierenden Kraft leichter folgen als ohnedem. Man kann, um dieses leichter zu übersehen, den Vorgang sehr gut, wie Wiedemann[2]) thut, mit der Bewegung einer Last auf horizontaler Grundlage vergleichen, wo nur die Reibung zu überwinden ist. Es bedarf dort einer viel gröſsern Kraft, um die Last in Bewegung zu setzen, um die sogenannte Reibung der Ruhe zu überwinden, als um die bewegte Last in Bewegung zu erhalten.

Ebenso ist es mit der Erschütterung eines fertigen Magnetes. In demselben befinden sich die Moleküle nicht in ihrer stabilen Gleichgewichtslage, d. h. nicht in derjenigen, welche sie lediglich unter dem Einflusse der Molekularkräfte annehmen würden. Sind nun die Moleküle in Bewegung versetzt, so folgen sie dem Einflusse der stetig wirkenden Molekularkräfte leichter, als wenn sie ruhig in der Lage sind, welche sie unter dem Einflusse der magnetischen Kräfte angenommen haben.

---

1) *Wiedemann,* Poggend. Ann. Bd. C. Die Lehre von der Elektricität. Braunschweig. Bd. III. p. 668. (3. Aufl. 1883.)

2) *Wiedemann* a. a. O.

Digitized by Google

Von besonderem Interesse ist der in neuester Zeit ausführlich untersuchte Einfluſs der Torsion auf den magnetischen Zustand der Magnete. Nachdem von Matteucci[1]) und Wertheim[2]) der Einfluſs der Torsion auf den Magnetismus eines Stabes auſser Zweifel gesetzt war, hat Wiedemann[3]) durch ausgedehnte Experimentaluntersuchungen die innigsten Beziehungen zwischen Magnetismus und Torsion nachgewiesen, welche viel zum Verständnis der Magnetisierungserscheinungen beitragen. Es wird daher gerechtfertigt sein, die Arbeiten Wiedemanns über Magnetismus und Torsion etwas ausführlicher zu betrachten.

Um den Einfluſs der Torsion auf den Magnetismus eines Stabes zu untersuchen[4]), wurden Stahlstäbe von 227 Millimeter Länge, 2 Millimeter Dicke und circa 7 Millimeter Breite verschieden stark magnetisiert und dann mit dem einen Ende in eine starke Zwinge von Messing eingeschraubt. Eine zweite Zwinge von Messing diente zur Befestigung der anderen Stabenden. Diese zweite Zwinge setzte sich in einem Cylinder von Messing fort, welcher in einem am Stativ des Apparates angebrachten Lager lag und in demselben mit einem Hebel um seine Axe gedreht werden konnte. Der Hebel konnte in verschiedenen Lagen festgestellt werden. Der Cylinder trug ferner einen Teilkreis, auf welchen ein am Stativ befestigter Zeiger eingestellt war, so daſs man die dem Stabe erteilte Torsion daran ablesen konnte. Der Magnetstab lenkte einen anderen Magnet ab, dessen Ablenkung dann das magnetische Moment des tordierten Stabes bestimmte. Der abgelenkte Magnet war eine spiegelnde Stahlplatte, die Bestimmung der Ablenkung geschah in der bei den Versuchen von Gauss beschriebenen Methode mit Skala und Fernrohr.

Aus Versuchen von Wertheim und Wiedemann ergiebt sich zunächst, daſs eine Torsion während des Magnetisierens folgenden Einfluſs hat. Wird ein Stab während des Magnetisierens vielfach hin und her tordiert, so erhält er im Zustande der Detorsion bald einen konstanten Magnetismus, welcher durch gleiche Drehungen nach links und rechts gleich stark vermindert wird. Tordiert man einen Stahlstab während des Magnetisierens immer nach einer und derselben Richtung, so wächst zunächst bei schwacher Torsion der Magnetismus und nimmt bei stärkerer wieder ab.

Tordiert man dagegen einen fertigen Magnetstab, so nimmt mit jeder Torsion sein Magnetismus zunächst ab, auch bei der Detorsion erleidet er einen kleinen Verlust. Eine wiederholte Torsion nach derselben Seite vermindert den Magnetismus des Stabes noch ganz wenig. Wird der Stab indessen nach der entgegengesetzten Seite gedreht, so tritt plötzlich eine neue starke Verminderung des Magnetismus ein.

Diese Sätze ergeben sich aus folgenden Beobachtungen Wiedemanns. Die erste Kolumne der Tabelle enthält den Torsionswinkel nach rechts mit dem Vorzeichen +, nach links mit dem Zeichen —; die mit *m* über-

1) *Matteucci,* Comptes Rendus. T. XXIV.

2) *Wertheim,* Comptes Rendus. T. XXXV. Annales de chim. et de phys. III. Ser. T. L.

3) *Wiedemann,* Poggend. Ann. Bd. CIII und CVI, ferner Elektricität etc. Bd. III. p. 671 ff. (3. Aufl. 1883.)

4) *Wiedemann,* Poggend. Ann. Bd. CIII und a. a. O.

Digitized by Google

schriebenen die beobachteten Magnetismen, und die mit α überschriebenen die Quotienten der auf einander folgenden Magnetismen.

Torsion	m	α	m	α	m	α	m	α
0	42,2	—	56	—	95,2	—	156,8	—
+ 20	39	0,924	51,5	0,919	88,6	0,930	150	9,959
+ 40	36	0,922	48,5	0,941	84,8	0,957	143,2	0,954
+ 60	33,8	0,939	46	0,949	81,2	0,958	138,5	0,967
0	33,2		45,5		80,3		136,5	
— 60	29		41,3		74		126,5	
0	29		42		75		128,5	

Wie man sieht, nahm der Magnetismus bei der Torsion nach rechts stetig und bei gleicher Drehung fast den ursprünglichen Magnetismen der Stäbe proportional ab, auch die Detorsion auf 0 zeigt eine kleine Schwächung, während die Torsion nach links wieder eine bedeutende Schwächung bewirkt.

Der zuletzt untersuchte Stab wurde nun wiederholt nach rechts und links um 60° gedreht; es zeigten sich folgende Magnetismen:

Torsion	0	+ 60	0	— 60	0	+ 60	0
m	128	123,6	123,8	120,2	122	120,5	121.

Eine wiederholte Hinundherdrehung bewirkt also, daſs der Magnetismus des Stabes einer konstanten Gröſse sich nähert. Das zeigen noch deutlicher folgende Resultate. Der ursprüngliche Magnetismus des Stabes war gleich 496,4. Derselbe wurde nun wiederholt um 30° hinundhergedreht. Im Zustande der Detorsion zeigte er dann

nach Drehungen	0	10	20	30	40	50	60	80	100	120
Magnetismen	496,4	68,2	60,2	59	57,7	57,5	56,8	55,9	54,9	54,5

Wurde jetzt der Stab je um 30° abwechselnd nach rechts und nach links gedreht, so fand sich in diesen beiden Lagen (r, l) oder im Zustande der Detorsion sein Magnetismus wie folgt:

Torsion	r	0	l	0	r	0	l	0	r	0
Magnetismus	59,4	57,1	53	54,4	59,4	57,2	53	54,5	59,4	57,1.

Wird demnach ein Stab so vielfach hin und her gedreht, daſs sein Magnetismus konstant geworden war, wenn er im Zustande der Detorsion ist, so bewirkt jede Torsion nach der einen Seite eine Zunahme, nach der anderen Seite eine Abnahme des Magnetismus. Der Magnetismus des Stabes, wenn er nicht tordiert ist, steht zwischen beiden, er ist gröſser, wenn der Stab aus der Lage des Maximums, als wenn er aus der Lage des Minimums in die Gleichgewichtslage zurückkehrt.

Wurde ein Stahlstab erst magnetisiert, dann ihm ein Teil seines Magnetismus entzogen und darauf nach einer Seite immer stärkeren Drehungen ausgesetzt, so zeigte sich ein sehr auffallendes Verhalten, wie folgende Tabelle zeigt. In der ersten Kolumne ist der ursprüngliche, in der zweiten der Magnetismus angegeben, welchen die Stäbe nach dem

Digitized by Google

Entmagnetisieren noch hatten, in den folgenden der Magnetismus, welchen sie zeigten, wenn sie um die an der Spitze jeder Kolumne angegebene Anzahl von Graden tordiert waren:

M	*m*	10°	20°	30°	40°	50°	60°
205	**174**	154	137	126	118	111	109
209	91	**92,5**	89,7	84,3	80,2	78	76
185	71,1	**73,6**	72,5	69,5	66,3	64,6	63,5
190	51,5	57	**59,5**	58	57,5	57,0	56,5
180	37,5	41,8	45,6	46,8	**47**	46,8	46,5
185	29	34,5	39,5	42	42,6	**43,5**	43,5
180	5	14,5	20,8	23,2	25,6	28,2	29
180,5	1	1,8	14	18	21,6	22,3	—.

Ein Magnetstab, welchem durch entgegengesetztes Magnetisieren ein Teil seines Magnetismus entzogen ist, verliert demnach durch Torsion noch Magnetismus; ein Magnetstab aber, dem durch entgegengesetztes Magnetisieren ein grofser Teil seines Magnetismus entzogen ist, zeigt bei der Torsion erst einen stärkern Magnetismus als untordiert. Der Magnetismus wächst bis zu einem Maximum und nimmt bei weiterer Torsion wieder ab. Je gröfser die Menge des entzogenen Magnetismus ist, um so stärker mufs die Drehung sein, damit das Maximum erreicht wird. War der Stab ganz entmagnetisiert, so nimmt er durch die Torsion wieder Magnetismus an, der mit der Torsion wächst, aber langsamer als diese.

Ein einigermafsen ähnliches Verhalten zeigt sich nach den Versuchen von Wertheim und Wiedemann, wenn man einen Eisenstab oder Stahlstab vor dem Magnetisieren stark tordiert und dann während des Wirkens oder nach dem Aufhören der magnetisierenden Kräfte detordiert.

Giebt man einem Eisenstabe, bevor er den magnetisierenden Einflüssen ausgesetzt ist, eine starke Torsion, magnetisiert ihn sodann und detordiert ihn bei stetem Einwirken der magnetisierenden Kraft, so nimmt der Magnetismus zu, bis der Stab in der Gleichgewichtslage ist, selbst wenn man vor der Detorsion den Stab anhaltend und kräftig erschüttert hat. Tordiert und detordiert man den Stab unter dem Einflusse der magnetisierenden Kräfte, so findet sich das Maximum des Magnetismus, ehe der Stab seine Gleichgewichtslage erreicht. Bei vollständiger Detorsion nimmt dann der Magnetismus des Stabes wieder ab. Beim weichen Eisen bedarf es einer viel bedeutenderen Torsion, um das magnetische Maximum aus der Gleichgewichtslage zu entfernen, als bei hartem Eisen.

Bei Stahlmagneten ist das Verhalten ähnlich; magnetisiert man einen stark tordierten Stab und läfst dann die magnetisierenden Kräfte aufhören zu wirken, so wächst bei der Detorsion der Magnetismus bis zu einem Maximum. Das Maximum wird bei einer um so geringeren Detorsion erreicht, je weicher der Stahl ist. Der Abstand des Maximums von der Gleichgewichtslage ist also bei permanenten Magneten um so gröfser, bei temporären um so kleiner, je weicher das angewandte Material der Magnete ist.

Vom gröfsten Interesse ist es nun, dafs Wiedemann ganz analoge Einflüsse des Magnetismus auf die Torsion eines Stabes aufgefunden hat. Wir begnügen uns hier damit, die Resultate der Wiedemannschen Unter-

Digitized by Google

suchungen mitzuteilen; betreffs der Methode der Untersuchung und der einzelnen Beobachtungen verweisen wir auf die Originalarbeiten[1]).

Magnetisiert man einen tordierten Eisendraht, so wird derselbe infolge des Magnetisierens zum Teil aufgedreht; diese Detorsion wird stärker, je stärker die Drähte magnetisiert werden, jedoch nicht in demselben Verhältnisse, als der Magnetismus wächst, sondern in einem schwächern.

Magnetisiert man einen Eisendraht schwach, so daſs er um ein weniges detordiert wird, läſst dann die magnetisierenden Kräfte aufhören, aber nach einiger Zeit wieder ebenso wirken als vorher, so tritt keine Zunahme der Detorsion ein; magnetisiert man dann aber den Draht ganz ebenso stark in entgegengesetzter Richtung, so wird er weiter detordiert. Ist durch den zuletzt erteilten Magnetismus der Stab so weit aufgedreht, als es geschehen kann, so bewirkt jetzt eine dieser entgegengesetzte Magnetisierung wieder eine Zurückdrehung, eine gleichgerichtete Magnetisierung wieder eine Detorsion. Um das letztere Resultat leichter verstehen zu können, teilen wir hier zwei Beobachtungsreihen von Wiedemann mit.

I. Draht 0,8 Millimeter dick, tordiert um 303°.

Magnetismus	+ 7	0	+ 7	0	− 7	0	+ 7	0	− 7	0
Detorsion	6,4	4,7	6,4	4,7	13,8	12,1	10,6	10,4	13,5	12,6.

II. Draht 0,8 Millimeter dick, tordiert um 530°.

Magnetismus	− 7,8	0	+ 7,8	0	− 7,8	0	+ 7,8	− 7,8
Detorsion	5,5	5,2	14	13,7	10,3	9,8	13,5	10,3.

Man ersieht daraus deutlich, wie die durch Magnetisierung in dem einen Sinne + erreichte Detorsion durch Magnetisierung in entgegengesetztem Sinne bedeutend verstärkt wird, und wie dann durch Magnetisierung in dem frühern Sinne die Detorsion wieder abnimmt.

Die bisherigen Untersuchungen beziehen sich auf Drähte, welche einfach durch eine starke Drehung eine gewisse dauernde Torsion erlangt hatten. Den Versuchen mit Magneten analog untersuchte Wiedemann dann auch den Einfluſs des Magnetismus auf Drähte, welche erst eine gewisse permanente Torsion nach einer Seite erhalten hatten und dann durch entgegengesetzte Drehung zum Teil wieder detordiert waren. Die Resultate stellte er in folgenden Sätzen zusammen.

Magnetisiert man einen Eisendraht, der eine bestimmte permanente Torsion erhalten hat, so wird die Torsion vermindert. Hat man einem tordierten Eisendraht durch entgegengesetzte Drehung einen kleinen Teil seiner Torsion genommen, so bewirkt eine Magnetisierung noch eine Verminderung der Torsion; ist die durch entgegengesetzte Drehung erzeugte Detorsion des Drahtes gröſser gewesen, so bewirken schwache Magnetisierungen zunächst eine Vermehrung der Torsion bis zu einem Maximum. Stärkere Magnetisierungen vermindern dieselbe wieder. Je stärker die Detorsion war, desto stärker muſs auch die Magnetisierung sein, damit jenes Maximum erreicht wird.

Schlieſslich untersuchte Wiedemann den Einfluſs der Magnetisierung

1) *Wiedemann*, Poggend. Ann. Bd. CVI und Lehre von der Elektricität etc. a. a. O.

auf nicht permanent tordierte Drähte, sondern auf solche, welche durch Anwendung spannender Gewichte in einer bestimmten abgelenkten Lage erhalten wurden. Es zeigte sich, daſs dann die Drähte bei schwacher Magnetisierung stärker tordiert wurden, und daſs die stärkere Torsion auch nach Aufhören der magnetisierenden Kräfte fortdauerte. Bei stärkerer Magnetisierung detordiert sich der Draht indes und kehrt nach Aufheben der Magnetisierung in seine frühere Gleichgewichtslage zurück.

Vergleicht man den Einfluſs der Torsion auf den Magnetismus und den des Magnetismus auf die Torsion, so zeigt sich in beiden die vollständigste Analogie so sehr, daſs man in den die dargelegten Resultate aussprechenden Sätzen einfach die Wörter Magnetismus und Torsion mit einander vertauschen kann, wie z. B. folgende Zusammenstellung einiger Sätze zeigt:

Torsion.	Magnetismus.
1) Die permanente Torsion der Eisendrähte nimmt durch ihre Magnetisierung ab, und zwar langsamer, als der Magnetismus wächst.	1) Der permanente Magnetismus der Stahlstäbe nimmt durch ihre Torsion ab, und zwar langsamer, als die Torsion wächst.
2) Wiederholte Magnetisierungen in gleichem Sinne vermindern die Torsion kaum noch. Eine Magnetisierung im entgegengesetzten Sinne wie die erste bewirkt aber eine neue Verminderung der Torsion.	2) Wiederholte Torsionen in gleichem Sinne vermindern den Magnetismus kaum noch. Eine Torsion im entgegengesetzten Sinne wie die erste bewirkt aber eine neue Verminderung des Magnetismus.

Ganz dasselbe gilt von den übrigen vorhin mitgeteilten Sätzen.

Es würde schwer sein, dieses ganz analoge Verhalten des Magnetismus und der Torsion aus der Hypothese zu erklären, daſs die Ursache des Magnetismus in zwei magnetischen Fluidis bestände, welche bei dem Akte des Magnetisierens von einander geschieden werden, während dagegen Wiedemann zeigt, daſs sie sich aus der Annahme drehbarer Elementarmagnete ableiten lassen. Es würde zu weit führen, die Theorie von Wiedemann hier vollständig darzulegen; wir beschränken uns daher darauf, die Grundzüge derselben mitzuteilen und dieselbe auf einzelne der gefundenen Sätze anzuwenden.

Die Torsion eines permanent magnetischen Stabes hat eine dauernde und eine vorübergehende Wirkung. Zunächst wirkt die Torsion wie jede Erschütterung, da bei der Torsion die Moleküle des Stabes ebenfalls in Bewegung versetzt werden; die Torsion muſs daher zunächst eine dauernde Verminderung des Magnetismus zur Folge haben. Zweitens hat sie aber eine Wirkung, welche nur so lange wie die Torsion selbst dauert. Werden nämlich durch Magnetisieren eines senkrecht gestellten Stabes die Axen der Elementarmagnete mehr oder weniger senkrecht gerichtet, so können dieselben in allen möglichen senkrechten Ebenen liegen, von denen eine gewisse Anzahl zugleich die Axe des Stabes in sich aufnehmen, während die anderen nur der Axe parallel sind. In diesen letzteren Ebenen werden ebensoviele Elementarmagnete ihre Nordpole von der Vertikalen aus zur Linken als zur Rechten liegen haben. Bei der Torsion werden daher in diesen Ebenen ebensoviele Axen in die Höhe der magnetischen Axe parallel

Digitized by Google

gerichtet als durch Senkung des Nordpoles von ihr fort gerichtet werden. Durch die Drehung dieser Moleküle kann daher der magnetische Zustand des Stabes nicht geändert werden. Anders aber ist es mit den Elementarmagneten, deren Axen sämtlich in solchen Vertikalebenen sich befinden, welche die Axe des Stabes in sich aufnehmen. Bei jeder Torsion werden die Axen dieser Magnete aus den betreffenden Ebenen nach der gleichen Richtung heraus gedreht und der Horizontalen mehr genähert. Auch aus diesem Grunde wird daher eine Verminderung des Magnetismus infolge der Torsion eintreten. Um das in einigen Fällen verschiedene Verhalten des Eisens und Stahles zu erklären, reicht es hin anzunehmen, daſs die Eisenmoleküle, wie sie dem magnetisierenden Einflusse leichter folgen, so auch der Torsion leichter folgen als die Moleküle des Stahles, daſs sie überhaupt leichter beweglich sind als die Moleküle des Stahles. Daraus erklären sich z. B. die Erscheinungen, welche ein Eisenstab oder ein Stahlstab zeigen, wenn sie während des Magnetisierens tordiert und detordiert werden, wie Wiedemann im einzelnen nachweist.

Die beiden vorhin zusammengestellten Sätze, daſs der Magnetismus eines Stahlstabes mit der Torsion, aber langsamer als diese abnimmt und daſs wiederholte Torsionen nach derselben Seite ihn nur wenig mehr schwächen, dagegen eine Torsion nach entgegengesetzter Seite ihn wieder bedeutender schwächt, sind sofort aus der obigen Theorie abzuleiten. Daſs ersteres der Fall sein muſs, ergiebt sich aus der Überlegung, daſs bei Neigungen der Axen der Elementarmagnete um gleiche Winkel die erste Neigung von der Vertikalen aus den Magnetismus des Stabes mehr schwächen muſs, als wenn die Axen bereits in einer geneigten Lage sind. Daraus ergiebt sich auch, daſs eine wiederholte Torsion nach derselben Seite den Magnetismus nur wenig schwächt. Daſs dann eine Torsion nach der entgegengesetzten Seite den Stab wieder stärker schwächt, folgt daraus, daſs die bei der früheren Torsion nach der einen Seite geneigten Axen der Elementarmagnete wegen der geringen Beweglichkeit der Moleküle nicht wieder in die Vertikalebene zurückkehren, sondern nur ein wenig aufgerichtet werden, daſs aber gleichzeitig noch in der Vertikalebene befindliche Axen um ebensoviel aus der Vertikalebene nach der entgegengesetzten Seite geneigt werden.

Da somit die Magnetisierung wie die Torsion in einer Drehung der Moleküle des Drahtes ihren Grund hat, so wird man umgekehrt ebenso den Einfluſs des Magnetisierens auf die Torsion einsehen. In einem permanent tordierten Drahte sind die Moleküle ebensowenig in der durch die Molekularkräfte bedingten Gleichgewichtslage, als in einem Magnete. Die Bewegung, welche das Magnetisieren den Molekülen erteilt, wird daher bewirken, daſs sie leichter den Molekularkräften folgen, welche sie in die Gleichgewichtslage zurückzuführen streben. Deshalb muſs die Torsion des Drahtes abnehmen.

In ähnlicher Weise leitet Wiedemann die vorhin angeführten Beziehungen zwischen Torsion und Magnetismus im einzelnen aus seiner Theorie ab, so daſs wir in diesen Erscheinungen eine bedeutende Stütze für die Annahme drehbarer Elementarmagnete in den magnetisierbaren Substanzen erkennen.

Man wird aus dem zuletzt Entwickelten zugleich schlieſsen, daſs ähn-

Digitized by Google

liche Einwirkungen wie die Torsion auf Magnete ebenfalls von Einflufs sein müssen, dafs also die Biegung, welche auch mit einer Erschütterung und Drehung der Moleküle verbunden ist, den magnetischen Zustand eines Stabes ändern mufs. Das ist in der That auch von Wertheim nachgewiesen worden, er zeigte[1]), dafs durch Biegung von Stäben, während sie magnetisiert wurden, ihr temporärer Magnetismus, und dafs bei Biegung von Magneten der dauernde Magnetismus geändert wurde. Die Gesetze dieser Änderungen sind indes noch nicht genauer bekannt, da es äufserst schwierig ist, den Magnetismus eines Stabes bei der Biegung mit Genauigkeit zu messen, weil mit der Biegung stets eine Veränderung der Lage des magnetischen Stabes gegen die Mefsinstrumente verbunden ist.

Ebenso ist umgekehrt nachgewiesen worden, dafs ein gebogener Stab infolge des Magnetisierens wieder gerader wird. Guillemin[2]) bog einen Eisenstab durch ein kleines, an seinem freien Ende angehängtes Gewicht ein wenig nach unten hin und magnetisierte ihn dann; er wurde gerader und blieb es, so lange der magnetische Zustand dauerte; nach dem Aufheben desselben bog er sich wieder wie früher.

Auch Verlängerungen oder Verkürzungen der Eisenstäbe oder Stahlstäbe haben Einflufs auf den Magnetismus, wie umgekehrt die Magnetisierung Einflufs auf die Länge der Stäbe hat. Diese Einflüsse sind sehr verwickelt und je nach den Umständen des Versuches sehr verschieden. So mufs ein Eisenstab, welcher so zwischen zwei ungleichnamige Pole gelegt wird, dafs seine Längsaxe der Verbindungslinie parallel ist, schon dadurch eine Verlängerung erfahren, dafs er von den beiden Polen einen Zug erfährt. Es ist deshalb sehr schwierig, bei derartigen Versuchen von einander zu trennen, was durch einen solchen Zug oder ähnliche Umstände rein mechanisch und was durch den Übergang in den magnetischen Zustand bewirkt wird[3]).

§. 20.

Einflufs der Wärme auf den Magnetismus. Bei der Betrachtung des Einflusses der Wärme auf den magnetischen Zustand der Körper mufs man mehr noch als bei der Betrachtung der mechanischen Einwirkungen den temporären und permanenten Magnetismus, d. h. die Fähigkeit der Körper, unter dem Einflusse magnetisierender Kräfte Magnetismus anzunehmen, und den Magnetismus, welchen die Körper nach dem Magnetisieren besitzen, von einander trennen, da der Einflufs der Wärme auf die Magnetisierbarkeit und somit auf den Magnetismus, den ein Körper während der Wirkung der magnetisierenden Kräfte annimmt, ein ganz anderer ist, als auf den magnetischen Zustand fertiger Magnete.

Der temporäre Magnetismus oder die Magnetisierbarkeit des weichen Eisens nimmt nach älteren Versuchen bei Erhöhung der Temperatur bis zu

---

1) *Wertheim*, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. XXIII. Poggend. Ann. Bd. LXXVII.

2) *Guillemin*, Comptes Rendus. T. XXII.

3) Man sehe die Zusammenstellung der hierher gehörigen Versuche, *Wiedemann*, Die Lehre von der Elektricität, III. Band, p. 698 ff. (1883).

Digitized by Google

gewissen Grenzen zu. Schon für Temperaturänderungen, welche weniger als 100° betragen, ist nach den Versuchen von Kupfer[1]) diese Zunahme merklich. Kupfer legte einen Stab von weichem Eisen, auf welchen magnetisierende Kräfte einwirkten, in ein Wasserbad, welches von der Temperatur der Umgebung bis auf 100° erwärmt und wieder abgekühlt wurde. Über der Mitte des Stabes wurde eine Magnetnadel aufgehängt und aus deren Schwingungszahl in der früher angegebenen Weise auf den Magnetismus des Stabes geschlossen. Es zeigte sich, daſs der Magnetismus des Eisens bei 100° gröſser war als vor dem Erwärmen und nach dem Erkalten.

Scoresby hat gezeigt[2]), daſs diese Zunahme der Magnetisierbarkeit bis zur dunklen Rotglühhitze des Eisens und Stahles geht. Er stellte neben einer Magnetnadel Stangen von verschiedenem Eisen und Stahl auf, welche einer magnetisierenden Kraft ausgesetzt waren, und beobachtete die Ablenkung der Nadel, wenn die Stäbe kalt oder glühend waren. Die Ablenkungen waren bei dem Stabe von

	kalt	dunkelrot
Guſseisen	21° 30′	62°
Schmiedeeisen	40°	55°
Weichem Eisen	15° 10′	41° 11′
Weichem Stahl	11° 8′	48°
Hartem Stahl	8°	47° 30′.

Bei allen Stäben ist also die Ablenkung stärker, wenn sie glühend sind, als wenn sie kalt sind; die Zunahmen sind aber bei den verschiedenen Stäben verschieden.

Nach einigen Versuchen von Wiedemann[3]) scheint indes dieser Satz nur auf die erste Erwärmung des Eisens beschränkt, und dann zugleich dahin erweitert werden zu müssen, daſs nicht nur die Erwärmung, sondern jede erste Temperaturänderung den temporären Magnetismus verstärkt. Er fand, daſs Eisenstäbe unter dem Einfluſs magnetisierender Kräfte stets bei der ersten Temperaturänderung an Magnetismus gewannen, mochte diese erste Temperaturänderung eine Erwärmung von 16° auf 100° sein oder eine Abkühlung von 100° auf 16°. Bei wiederholten Erwärmungen und Erkältungen zwischen 20° und 100° änderte sich der Magnetismus des Stabes kaum mehr.

Denselben Satz könnte man vielleicht schon aus einer Beobachtung von Seebeck[4]) schlieſsen, der fand, daſs die Magnetisierbarkeit des Eisens nach dem Abkühlen von der Rotglühhitze ungefähr dieselbe war, als bei der Rotglühhitze. Ein horizontal gelegter Stab wurde dadurch magnetisiert, daſs nahe seinem einen Ende ein Magnet hingelegt wurde, und dann seinem andern Ende eine Magnetnadel genähert, welche von ihm abgelenkt wurde.

---

1) *Kupfer*, Kastners Archiv. Bd. VI.
2) *Scoresby*, Gehlers physikalisches Wörterbuch. Bd. VI. 2. Abtlg.
3) *Wiedemann*, Poggend. Ann. Bd. CXXII; Lehre von der Elektricität, III. Bd. p. 741 ff.
4) *Seebeck*, Poggend. Ann. Bd. X.

Digitized by Google

Die Ablenkungen betrugen

ohne Eisen, unter alleiniger Wirkung des Magnets	17°
Eisen kalt	64°
Eisen dunkelrot	77°
Eisen wieder abgekühlt	75°.

Das Verhalten von Stahlstäben ist in einer Beziehung nach Versuchen von Wiedemann[1]) etwas anders. Bei der ersten Temperaturänderung wächst auch bei ihnen stets der temporäre Magnetismus um ein Geringes, mag die Temperaturänderung in einer Erwärmung oder Abkühlung bestehen. Nach oftmaligem Erwärmen und Abkühlen wird indes der temporäre Magnetismus von Stahlstäben nicht von der Temperatur unabhängig, sie erhalten vielmehr bei jeder Temperatur einen bestimmten Magnetismus, den sie jedesmal auf dieselbe Temperatur gebracht wieder annehmen. Bei harten Stahlstäben entspricht dann der höhern Temperatur der stärkere, bei weichen Stahlstäben der niedern Temperatur der stärkere Magnetismus.

Geht die Erwärmung des Eisens über die dunkle Rotglühhitze hinaus, so nimmt die Magnetisierbarkeit wieder ab. Bei der Weiſsglühhitze ist nach den Versuchen von Scoresby sowohl als von Seebeck das Eisen durchaus nicht mehr magnetisierbar. Nach Becquerel soll die Magnetisierbarkeit des Eisens und Stahles schon bei der hellen Rotglühhitze verschwinden, Mauritius bestimmte diese Temperatur bei etwa 1000°, indem er vorher weiſsglühend gemachte Stäbe in dem Momente, in welchem sie anfingen auf einen Magnet zu wirken, in Wasser ablöschte[2]). Nach den Versuchen von Baur[3]) steigt die Temperatur, bei welcher die Magnetisierbarkeit aufhört, mit der Gröſse der magnetisierenden Kraft. Die magnetischen Metalle Nickel und Kobalt verlieren ebenfalls ihren Magnetismus in höheren Temperaturen, Nickel im siedenden Mandelöl bei 350°, Kobalt in der Weiſsglühhitze.

So weit erhitzte Körper verlieren indes ihre Magnetisierbarkeit nicht dauernd, sondern nur so lange, als diese hohe Temperatur dauert; sobald die Temperatur wieder niedriger geworden ist, haben die Körper ihre Magnetisierbarkeit und oft in erhöhtem Grade wieder erhalten. Man kann sich davon leicht durch einen einfachen Versuch überzeugen. Man mache einen Würfel von Nickel, der kalt von dem Magnete angezogen wird, mit der Flamme eines Bunsenschen Brenners glühend; er folgt dem Magnete nicht mehr. Wenn er sich dann aber abkühlt, so erreicht er bald eine Temperatur, wo er wieder wie früher dem Magnete folgt.

Der Magnetismus eines Magnetstabes, also der permanente Magnetismus, wird durch eine Steigerung der Temperatur teils dauernd, teils vorübergehend, das heiſst nur für die Zeit der Temperaturerhöhung geschwächt.

Eine bedeutende Temperaturerhöhung vernichtet den Magnetismus eines Magnetes vollständig und dauernd, und zwar tritt dieser Verlust schon bei Temperaturen ein, welche bedeutend niedriger sind als jene, bei welchen die Körper die Fähigkeit verlieren Magnetismus anzunehmen.

---

1) *Wiedemann*, Poggend. Ann. Bd. CXXII. Man sehe auch *Wassmuth*, Wiener Berichte, Bd. LXXXII und Bd. LXXXIII.
2) *Mauritius*, Poggend. Ann. Bd. CXX.
3) *C. Baur*, Wiedem. Ann. Bd. XI.

Digitized by Google

Magnetische Magneteisensteine verlieren ihren Magnetismus schon unterhalb der Glühhitze, Stahlmagnete sogar schon bei der Temperatur des siedenden Mandelöles, also unterhalb 400^0 [1]).

Geringere Temperaturänderungen schwächen den Magnetismus ebenfalls, und zwar ist hier die Schwächung teilweise dauernd, teils vorübergehend, d. h. beim Abkühlen nimmt der Magnetismus des Stabes wieder zu, jedoch nicht bis zu der Stärke, welche er vor dem Erwärmen besass. Dabei zeigt sich jedoch ein Unterschied, jenachdem der Stab zum ersten Male innerhalb der Temperaturgrenzen des Versuches erwärmt worden ist, oder ob er schon mehrfach erwärmt und abgekühlt ist. Bei der ersten Erwärmung und folgenden Abkühlung ist der Verlust am gröſsten. Erwärmt man den Stab ein zweites Mal, so ist bei nachfolgendem Abkühlen allerdings noch eine Verminderung des permanenten Magnetismus vorhanden, dieselbe ist aber viel geringer als bei dem ersten Erwärmen. Bei wiederholtem Erwärmen nehmen die dauernden Schwächungen immer mehr ab, und schlieſslich wird der Stab durch Erwärmen nur mehr vorübergehend geschwächt, so daſs er nach der Abkühlung wieder ebenso stark magnetisch ist, wie er vor dem Erwärmen war. Es ergiebt sich das aus älteren Beobachtungen von Coulomb[2]), Kupfer[3]) und anderen.

Sowohl der dauernde Verlust bei oftmaligem Erwärmen und folgendem Abkühlen, als auch der vorübergehende Verlust solcher Magnete, welche nicht mehr dauernd geschwächt werden, hängt von sehr vielen Umständen ab.

Der dauernde Verlust ist unter übrigens gleichen Umständen nach Versuchen von Dufour[4]) um so gröſser, je höher die Temperatur ist, zu welcher der Stab erwärmt war.

Bei gleicher Temperaturerhöhung ändert sich nach den Versuchen von Moser und Riess[5]) der dauerde Verlust mit der Gestalt und den Dimensionen des Magnetes, mit der Beschaffenheit des Stahles und besonders mit der Härte desselben. Die Art der Erwärmung, ob länger oder kürzer dauernd, ist ohne Einfluſs. Strouhal und Barus fanden indessen doch, daſs die Dauer der Erwärmung nicht ganz ohne Einfluſs sei; der Magnetismus einer glasharten Stahlnadel nahm ab, bis die Erwärmung auf 100^0 eine Stunde gedauert hatte, erst dann trat bei längerem Erwärmen keine weitere Abnahme ein[6]).

Die wenigen allgemeinen Sätze, zu denen Moser und Riess gelangten, sind folgende.

Der dauernde Verlust nimmt zu mit der Dicke des Stabes, er ist gröſser bei hohlen Magnetstäben als bei massiven, ferner gröſser bei kürzeren als bei längeren. Harte Stäbe verlieren bedeutend mehr als weiche. Der temporäre Verlust, den Magnetstäbe nach oftmaligem Erwärmen und Abkühlen bei jeder Temperaturerhöhung zeigen, nimmt unter übrigens

---

1) *Faraday*, Poggend. Ann. Bd. XXXVII.
2) *Coulomb*, Biot Traité de physique. T. III.
3) *Kupfer*, Kastners Archiv. Bd. VI.
4) *Dufour*, Archive de sciences physiques etc. de Genève. T. XXXIV.
5) *Moser* und *Riess*, Poggend. Ann. Bd. XVII.
6) *Strouhal* und *Barus*, Über den Einfluſs der Härte des Stahles auf die Magnetisierbarkeit. Würzburg 1882.

Digitized by Google

gleichen Umständen mit der Temperatur zu. Bezeichnet man den Magnetismus eines Stabes bei der Temperatur t mit M, so wird er bei der Temperatur t' sich darstellen lassen durch die Gleichung

$$M' = M\{1 - a(t' - t) - b(t' - t)^2\}.$$

Die Konstanten a und b in dieser Gleichung hängen ebenfalls von vielen Umständen, von der Stärke des Magnetismus M, von der Beschaffenheit des Stabes etc. ab; es fehlen darüber noch genauere Untersuchungen. In vielen Fällen scheint man b gleich null setzen zu können, so daſs

$$M' = M\{1 - a(t' - t)\},$$

der Verlust also der Temperaturerhöhung proportional ist[1]).

Wir kommen auf diese Fragen bei Besprechung des Elektromagnetismus nochmals zurück.

Der Einfluſs der Temperaturänderungen auf den magnetischen Zustand der Körper läſst sich mit der Hypothese der drehbaren Elementarmagnete leicht verstehen[2]).

Zunächst werden nämlich die Moleküle durch die Temperaturerhöhung gelockert, die zwischen ihnen thätigen Molekularkräfte werden kleiner, sie werden daher leichter beweglich. Die leichtere Beweglichkeit bewirkt dann, daſs sie dem Einfluſs der magnetisierenden Kräfte leichter folgen können, deshalb wächst zunächst der temporäre Magnetismus mit der Temperatur. Sind die Stäbe zum ersten Male erwärmt, so werden sie durch die Erwärmung weicher, deshalb bleibt auch nach der Abkühlung die Magnetisierbarkeit gröſser als früher; sind sie aber schon mehrfach erwärmt gewesen, so nehmen beim Abkühlen die Molekularkräfte wieder bis zu der Gröſse zu, welche sie vor dem Erwärmen hatten, die Magnetisierbarkeit wird daher nach dem Abkühlen wieder dieselbe wie vor dem Erwärmen.

Zu dieser Zunahme des temporären Magnetismus tritt dann noch, wie aus dem vollständigen Verschwinden der Magnetisierbarkeit in der Weiſsglühhitze hervorgeht, eine Abnahme des Magnetismus der Elementarmagnete selbst. Diese ist indes nur vorübergehend, da nach dem Erkalten die Magnetisierbarkeit wieder die frühere wird.

Die Wirkung der Temperaturänderung auf die permanenten Magnete ergiebt sich daraus, daſs durch die Temperaturänderung die Moleküle in Bewegung versetzt werden; die Magnete müssen daher ebenso an Magnetismus verlieren wie durch Erschütterungen. Deshalb verliert auch z. B. ein bei 100° magnetisierter Stab nicht mehr beim Abkühlen an Magnetismus, wenn er vor dem Abkühlen erschüttert worden ist.

Den vorübergehenden Verlust an Magnetismus bei jeder Temperaturerhöhung scheint man aus der durch die Temperaturerhöhung bedingten Schwächung der Elementarmagnete herleiten zu können, wobei es indes unerklärt bleibt, daſs permanente Magnete schon in viel niedrigeren Temperaturen ihren Magnetismus vollständig und dann dauernd verlieren, als

1) *Moser* und *Riess* a. a. O. *Wiedemann*, Die Lehre von der Elektricität. Bd. III S. 754 ff. (1883).

2) *Wiedemann*, Galvanismus. Bd. II. 1. Abt. S. 623. (II. Aufl.).

Digitized by Google

jene sind, in welchen die Körper ihre Magnetisierbarkeit verlieren, wie es überhaupt vollkommen dunkel bleibt, worin der Grund liegt, daſs die Elementarmagnete durch Erwärmung geschwächt werden.

Ebenso wie die Wärme Einfluſs auf den magnetischen Zustand der Körper hat, so auch das Magnetisieren auf den Wärmezustand. Die Magnetisierung des Eisens, sowie jede Änderung seines magnetischen Zustandes bewirkt eine Erwärmung desselben. Nach den Versuchen von Joule[1]) ist die durch Magnetisieren entwickelte Wärme dem Quadrate des erregten Magnetismus proportional. Joules Versuche waren folgendermaſsen eingerichtet.

In eine Glasröhre, welche horizontal an einer vertikalen drehbaren Axe befestigt war, wurde ein Eisenstäbchen fest eingelegt, und die Röhre dann mit Wasser angefüllt. Diese Vorrichtung wurde zwischen die Pole eines sehr starken Hufeisenmagnetes so aufgestellt, daſs wenn die Glasröhre von Pol zu Pol stand, der Eisenstab gewissermaſsen den Anker des Magnets bildete. Wurde nun die Axe in sehr rasche Rotation versetzt, so änderte sich sehr rasch die Polarität des Magnetismus im Eisen, indem, wenn die Glasröhre von Pol zu Pol stand, jedes Ende des Stabes in raschem Wechsel südpolar und nordpolar wurde. Ein in das Wasser der Röhre eingetauchtes Thermometer zeigte die Temperaturerhöhung an. Der Magnetismus des Hufeisens konnte in später zu beschreibender Weise beliebig geändert werden, und es zeigte sich, daſs die Temperaturerhöhung dem Quadrate des dem Hufeisen erteilten Magnetismus, und somit auch dem Quadrate des im Eisenstabe erregten Magnetismus proportional war.

Die Wärmeerregung beim Magnetisieren erklärt sich ebenfalls leicht aus der Hypothese der drehbaren Molekularmagnete, indem dann jede Magnetisierung mit einer Drehung der Moleküle aus der Gleichgewichtslage, und jede Entmagnetisierung mit einer Zurückdrehung der Moleküle in die Gleichgewichtslage verbunden ist. Die mit diesen Drehungen notwendig verbundene Reibung ist die Ursache der Wärmeentwicklung; oder man kann auch annehmen, daſs diese Drehungen selbst, da bei der Ankunft in die jeweilige Gleichgewichtslage die Bewegung der Moleküle nicht sofort aufhören wird, Oscillationen der Moleküle zur Folge haben, welche als Wärme erscheinen.

Eine genauere Untersuchung dieser Frage können wir erst in den Schluſsparagraphen dieses Bandes durchführen.

§. 21.

Einfluſs des Lichtes auf den Magnetismus. Die Frage, ob das Licht direkten Einfluſs auf den magnetischen Zustand eines magnetisierbaren Körpers habe, wurde zuerst durch die Behauptung Morichinis[2]) angeregt, daſs es ihm gelungen sei, durch die Einwirkung des blauen und violetten Lichtes Stahlnadeln zu magnetisieren. Die Versuche Morichinis erregten begreiflicherweise ein sehr groſses Aufsehen und wurden deshalb von sehr vielen wiederholt; die Resultate dieser Wiederholungen waren jedoch sehr widersprechend. Morichini hatte angegeben, daſs eine

1) *Joule*, Philosophical Magazin. Vol. XXIII. 1843.
2) *Morichini*, Gilberts Annalen. Bd. XLIII.

Digitized by Google

Stahlnadel magnetisch werde, wenn man die eine Hälfte derselben mit blauem oder violettem Lichte beleuchte. Andere[1]) konnten auf diese Weise keinen Magnetismus hervorrufen, wohl aber wenn man die Nadeln mit einem Bündel blauen Lichtes von dem Nordende gegen die Mitte strich; wieder anderen gelang es durchaus nicht, die Nadeln unter Einwirkung des Lichtes zu magnetisieren. Dennoch wurde eine Zeit lang die Wirkung des Lichtes auf den Magnetismus angenommen, als Mss. Mary Sommerville[2]) und Baumgartner[3]) in sehr einfacher Weise zu zeigen glaubten, daſs Nadeln durch Wirkung des Lichtes magnetisiert würden.

Mss. Sommerville gab nämlich an, daſs man eine allen magnetisierenden Einflüssen entzogene Nadel zur einen Hälfte mit einem blauen Bande umwickelt nur kurze Zeit der direkten Sonnenstrahlung auszusetzen brauche, um an dem umwickelten Ende einen Nordpol zu erhalten, und Baumgartner behauptete, daſs eine Stahlnadel, welche zur Hälfte poliert war, nur dem Tageslicht ausgesetzt zu werden brauche, um magnetisch zu werden.

Dadurch wurden Moser und Riess[4]) veranlaſst diese Frage aufzunehmen, und in einer ausgedehnten, mit der gröſsten Sorgfalt ausgeführten Experimentaluntersuchung wiesen sie auf das überzeugendste nach, daſs die früheren Versuche, welche eine Magnetisierung durch das Licht erkennen lieſsen, auf Täuschung beruhen müssen. Sie wandten das empfindlichste Mittel zur Erkennung etwaiger Änderungen des magnetischen Zustandes an; eine magnetisierte Stahlnadel wurde an einem ungedrehten Seidenfaden in einem der Drehwage ähnlichen Gefäſse, vor allen Luftströmungen geschützt, aufgehängt und ihre Schwingungsdauer beobachtet. Jede Änderung des magnetischen Zustandes der Nadel muſste sich dann durch eine Änderung der Schwingungsdauer zu erkennen geben. Diese Nadel wurde nach den verschiedenen, von den früheren Physikern angegebenen Methoden mit Licht behandelt; es zeigte sich aber weder eine konstante Vergröſserung, noch eine Verringerung der Schwingungsdauer, woraus sich ergiebt, daſs durchaus keine Änderung des magnetischen Zustandes der Nadel eintrat.

Ebenso zeigten sie, daſs keine temporäre Magnetisierung durch das Licht eintrat, indem sie vor einer Stahlnadel eine kleine Magnetnadel schwingen lieſsen und dann das eine Ende der Stahlnadel mit blauem Lichte beleuchteten. Es zeigte sich durchaus keine Änderung der Schwingungsdauer.

Aus allem dem ergiebt sich, daſs eine merkbare direkte Einwirkung des Lichtes auf den Magnetismus nicht existiert.

---

1) Man sehe Gehlers physikalisches Wörterbuch Bd. VI, 2. Abteilung, wo über alle nach dieser Richtung angestellten Versuche ausführlich referiert ist.

2) Miss *Sommerville*, Annales de chim. et de phys. T. XXXI.

3) *Baumgartner*, Zeitschrift für Mathematik und Physik von Baumgartner und Ettinghausen. Bd. 1.

4) *Moser* und *Riess*, Poggend. Ann. Bd. XVI.

Digitized by Google

Zweites Kapitel.

Vom Erdmagnetismus.

§. 22.

Nachweis des magnetischen Zustandes der Erde. Wir haben bereits früher erwähnt, dafs man die Richtkraft, welche einen sich selbst überlassenen, in horizontaler Ebene drehbaren Magnet dem Meridiane parallel zu stellen sucht, aus der Annahme erklärt, dafs die Erde selbst ein Magnet sei, durch dessen Axe die Ebene des magnetischen Meridians hindurchgehe. Da, wie wir ferner sahen, die Untersuchung der magnetischen Eigenschaft wesentlich auf der Richtkraft der Magnete basiert, so wird es gerechtfertigt sein, in einem besonderen Kapitel den Nachweis zu liefern, dafs wir in der That berechtigt sind, die Erde als einen Magnet zu betrachten, und dann den Magnetismus der Erde genauer zu untersuchen.

Wenn die Erde in der That ein grofser Magnet ist, so befinden sich alle der Untersuchung unterworfenen Apparate über einem grofsen Magnete, das Verhalten derselben mufs daher das kleiner magnetischer Körper über einem grofsen Magnete sein.

Denken wir uns nun zunächst eine kleine Magnetnadel über einem grofsen Magnete horizontal drehbar aufgestellt, so wird sie sich immer der Axe des Magnets parallel stellen und von Pol zu Pol zeigen; die sich selbst überlassene Magnetnadel stellt sich nun immer einer bestimmten Richtung parallel, sie verhält sich also in der That so, als wenn die Erde ein Magnet wäre, dessen Axe in der Ebene des magnetischen Meridianes liegt. Gerade diese Beobachtung führte uns zu der Annahme des magnetischen Zustandes der Erde. Da wir die Richtung des magnetischen Meridians durch den Winkel bestimmen, den derselbe mit dem astronomischen Meridiane bildet, so sieht man ferner, da die Erde eine Kugel ist, dafs deshalb der Winkel, den die Richtung der Magnetnadel mit dem astronomischen Meridiane bildet, man nennt ihn die Deklination der Magnetnadel, an den verschiedenen Punkten der Erde sehr verschieden sein mufs. Ist die magnetische Axe ein Durchmesser der Erdkugel, so mufs es, welches auch ihre Richtung sein mag, eine Meridianebene geben, welche die magnetische Axe in sich aufnimmt; in dieser Meridianebene mufs daher die Richtung der Magnetnadel mit derjenigen des astronomischen Meridians zusammenfallen. Aufserhalb dieser Ebene mufs die Deklination um so gröfser sein, je gröfser der Winkel ist, den die Meridianebene des Beobachtungsortes mit jener Meridianebene bildet. Die Untersuchung der Deklination wird darüber entscheiden, ob in der That die Richtung der Magnetnadel dieser Voraussetzung entspricht; hier erwähnen wir nur vorgreifend, dafs in der That die Deklination verschieden ist an den verschiedenen Orten, so dafs sich die Magnetnadeln nahezu einer festen Richtung im Innern der Erde parallel zu stellen scheinen.

Ist die Nadel, welche wir über dem grofsen Magnete aufhängen, nicht blofs in der horizontalen Ebene drehbar, sondern auch in der vertikalen, so wird sie sich an verschiedenen Punkten in der Nähe desselben verschieden stellen. Befindet sie sich dem Nordpole des grofsen Magnets

Digitized by Google

näher als dem Südpole, so wird sich die Nadel neigen, so daſs der Südpol der Nadel nach dem Nordpole des Magnets hinweist; befindet sie sich gerade über der Mittellinie, so wird sie auch dann der Axe des Magnets sich parallel stellen; befindet sich die Nadel dem Südpole des Magnets näher als dem Nordpole, so wird sie sich wieder gegen die Axe des Magnets neigen und zwar so, daſs der Nordpol gegen den Südpol des Stabes hinweist.

Um zu untersuchen, ob auch nach dieser Richtung die Erde sich wie ein groſser Magnet verhält, genügt es nicht, einfach eine Magnetnadel in vertikaler Ebene drehbar aufzuhängen; es ist vielmehr erforderlich, zunächst die horizontale Drehungsaxe genau durch den Schwerpunkt der Nadel zu führen, bevor sie magnetisiert wird, damit man sicher sein kann, daſs sie durch die Schwere selbst durchaus keine Richtkraft erhält. Hat man eine solche Nadel dargestellt und magnetisiert sie sodann, so zeigt sich in der That, daſs sie sich gegen die Horizontale neigt, und zwar, wenn man dafür gesorgt hatte, daſs die vertikale Drehungsebene die Ebene des magnetischen Meridianes ist, soweit, daſs die Axe der Nadel in unseren Gegenden mit den Horizontalen einen Winkel von ungefähr 67^0 bildet, wobei der Nordpol der Nadel nach unten sinkt.

Es läſst sich leicht zeigen, daſs diese Richtung der Nadel nur magnetischen Einflüssen zuzuschreiben ist, nicht etwa einer Verschiebung des Schwerpunktes infolge des Magnetisierens. Verändert man nämlich die Drehungsebene der Nadel, läſst man sie mit der Ebene des magnetischen Meridianes immer gröſsere Winkel bilden, so bleibt die Neigung der Nadel nicht ungeändert, sie nimmt im Gegenteil stets zu, bis schlieſslich die Nadel vertikal steht, wenn die Drehungsebene zur Ebene des magnetischen Meridianes senkrecht ist.

Eine genauere Untersuchung dieser Neigung der Magnetnadel, welche man mit dem Namen der Inklination bezeichnet, wird später zeigen, daſs auch die Inklination an verschiedenen Stellen der Erde sehr verschieden ist, daſs sie, wenn man sich einem gewissen Punkte auf der Nordhälfte der Erde nähert, immer gröſser, dagegen wenn man sich dem Äquator nähert, immer kleiner wird.

In der Nähe des Äquators befindet sich eine rings um die Erde laufende Linie, in welcher die Inklination gleich null ist. Überschreitet man diese Linie nach Süden hin, so kehrt sich die Neigung der Nadel um, der Südpol sinkt unter, der Nordpol erhebt sich über die Horizontale. Auch auf der Südhälfte der Erde giebt es einen Punkt, wo die Nadel sich vertikal stellt mit dem Südpole nach unten.

Es ergiebt sich aus dem Gesagten, daſs das Verhalten von Magneten an der Erdoberfläche in der That so ist, als wenn die Erde ihrer ganzen Masse nach, oder doch zum groſsen Teile ein Magnet wäre, dessen Südpol sich in der Nähe des astronomischen Nordpoles, dessen Nordpol sich in der Nähe des astronomischen Südpoles befindet. Denn aus der Richtung der Magnete an der Erdoberfläche folgt, daſs auf jeden Magnet ein Kräftepaar einwirkt ganz ebenso wie von einem groſsen Magnete auf einen kleinen, dessen Dimensionen gegen den groſsen und gegen den Abstand von den Polen verschwindend klein sind.

Wir können noch einen weitern Beweis dafür liefern, daſs die Erde als ein Magnet betrachtet werden muſs. Wie wir sahen, wird weiches Eisen

Digitized by Google

unter dem Einflusse eines Magnetes vorübergehend und Stahl dauernd zu einem Magnet. Ist demnach die Erde ein Magnet, so mufs unter dem Einflusse der Erde ebenfalls Eisen oder Stahl magnetisch werden. Das ist der Fall. Wenn man einen Stab weichen Eisens parallel dem magnetischen Meridiane, oder vertikal, oder noch besser parallel der Richtung der Inklinationsnadel hält, so wird derselbe sofort magnetisch, so zwar, dafs das untere Ende des Stabes nordpolar, das obere Ende desselben südpolar wird. Nähert man dem untern Ende des Stabes den Nordpol einer Magnetnadel, so wird derselbe abgestofsen, von dem oberen Ende wird er angezogen, der Südpol wird von dem unteren Ende angezogen, von dem oberen abgestofsen.

Kehrt man den Stab um, so wird sein Magnetismus auch sofort umgekehrt, wenn derselbe aus ganz weichem Eisen besteht; ist das nicht der Fall, besitzt der Stab einige Koercitivkraft, so braucht man nur den Stab ein wenig durch Hammerschläge oder Torsion zu erschüttern, um den Magnetismus des Stabes umzukehren. Daraus ergiebt sich schon, dafs mit Koercitivkraft begabte magnetische Substanzen unter dem Einflusse des Erdmagnetismus dauernd zu Magneten werden, besonders wenn man die Magnetisierung durch Erschütterungen unterstützt. Da nun wohl alle eisernen Instrumente nicht aus vollkommen weichem Eisen bestehen, da ferner wohl alle in einer der Ebene des magnetischen Meridianes parallelen Stellung mehrfach erschüttert sind, so findet man fast nie ein eisernes Werkzeug, welches nicht unter dem Einflusse des Erdmagnetismus bleibend magnetisch geworden ist.

Die Untersuchung des Erdmagnetismus hat einen doppelten Zweck; zunächst die Elemente desselben an dem Beobachtungsorte zu bestimmen, da wir derselben zur Untersuchung des magnetischen Zustandes der Körper bedürfen. Die Elemente desselben sind die Richtung der erdmagnetischen Kraft an dem Beobachtungsorte und die Gröfse dieser Kraft. Um die Richtung der erdmagnetischen Kraft zu erhalten, bedarf es der Kenntnis der Deklination, der Richtung des magnetischen Meridianes und der Inklination, der Richtung einer in ihrem Schwerpunkte aufgehängten Magnetnadel, welche um eine zur Ebene des magnetischen Meridianes senkrechte Drehungsaxe sich frei drehen kann.

Um die Gröfse der erdmagnetischen Kraft zu erhalten, bestimmt man am bequemsten die horizontale Komponente derselben, d. h. das Drehungsmoment, welches sie einem Magnetstabe erteilt, der die Einheit des freien Magnetismus enthält, und welcher um eine vertikale Axe drehbar ist. Bezeichnen wir diese horizontale Komponente mit T, und den Winkel der Inklination mit i, so ist das Drehungsmoment, welches der Erdmagnetismus einer in ihrem Schwerpunkt aufgehängten Nadel erteilt, welche nach allen Richtungen frei drehbar ist,

$$S = \frac{T}{\cos i},$$

da die horizontale Komponente gleich ist dem Produkte aus der ganzen Kraft und dem Cosinus des Neigungswinkels.

Der zweite Zweck, den wir bei der Untersuchung des Erdmagnetismus haben, ist mehr ein physikalisch-geographischer, nämlich der, den magne-

Digitized by Google

tischen Zustand der Erde kennen zu lernen, d. h. die Lage der magnetischen Axe und die Stärke des Magnetismus. Zu dem Zwecke ist es erforderlich, für möglichst viele Punkte der Erdoberfläche die oben angeführten Beobachtungen durchzuführen und zusammenzustellen. Daraus wird sich der magnetische Zustand der Erde berechnen lassen, gerade so, wie wir aus den Beobachtungen einer Menge kleiner, in der Nähe eines grofsen Magnets aufgestellter Magnete die Lage und Kraft des grofsen Magnets bestimmen können. Wir werden in einer kurzen Übersicht am Schlusse angeben, wie weit die Wissenschaft in dieser Beziehung vorgeschritten ist.

§. 23.

Bestimmung der Deklination. Die Bestimmung der Richtung des magnetischen Meridianes durch die Deklination, d. h. durch den Winkel, welchen derselbe mit dem astronomischen Meridiane bildet, zerfällt in zwei getrennte Aufgaben; die erste, eine rein astronomische, besteht in der Bestimmung des astronomischen Meridianes an dem Orte der Beobachtung. Betreffs der Lösung derselben verweisen wir auf die Handbücher der Astronomie, und setzen voraus, dafs an dem Orte der Beobachtung diese Richtung vollständig genau bekannt sei. Ist das der Fall, so erhält man die Deklination aus der Beobachtung des Winkels, welchen die Axe eines in der Horizontalebene frei schwingenden Magnetstabes mit dem astronomischen Meridiane bildet.

Die älteren Methoden wandten zu dieser Bestimmung sogenannte Bussolen an, Magnetnadeln oder Stäbe, welche auf einem geteilten Kreise frei um eine vertikale Axe schwingen konnten. Die Nadeln hatten dabei entweder ein Achathütchen in der Mitte und wurden auf einer stählernen Spitze balanciert, oder waren an einem Coconfaden aufgehängt. Der geteilte Kreis war nach dem astronomischen Meridiane orientiert, so dafs etwa die Punkte 0^0 und 180^0 auf demselben lagen, und man beobachtete dann den Winkel, den die Axe des Magnetes in der Ruhelage mit dem astronomischen Meridiane bildet.

Der vorzüglichste ältere Apparat zu diesem Zwecke ist wohl das Deklinatorium von Gambey[1]). Dasselbe besteht (Fig. 32) aus einem mit möglichster Genauigkeit geteilten, mit einem Dreifufse versehenen Kreis K, der durch Stellschrauben genau horizontal gestellt werden kann. Um die vertikale Axe dieses Kreises drehbar trägt derselbe zwei genau gleich lange kupferne Säulen SS, welche unten durch eine kupferne Schiene fest mit einander verbunden sind. In den Zapfenlagern dieser Säulen ZZ' ist eine Axe eingelegt, welche das Fernrohr FF' trägt, das somit in einer vertikalen Ebene drehbar ist. Mit den Säulen fest verbunden sind zwei an den entgegengesetzten Enden eines Durchmessers des Teilkreises befestigte Nonien nn', welche somit die Stellung der Ebene des Rechtecks $SZZ'S$, und deshalb auch der zu dieser senkrechten Drehungsebene des Fernrohres FF' auf dem Teilkreise zu bestimmen gestatten.

Der Apparat wird zunächst so aufgestellt, dafs die vertikale Drehungs-

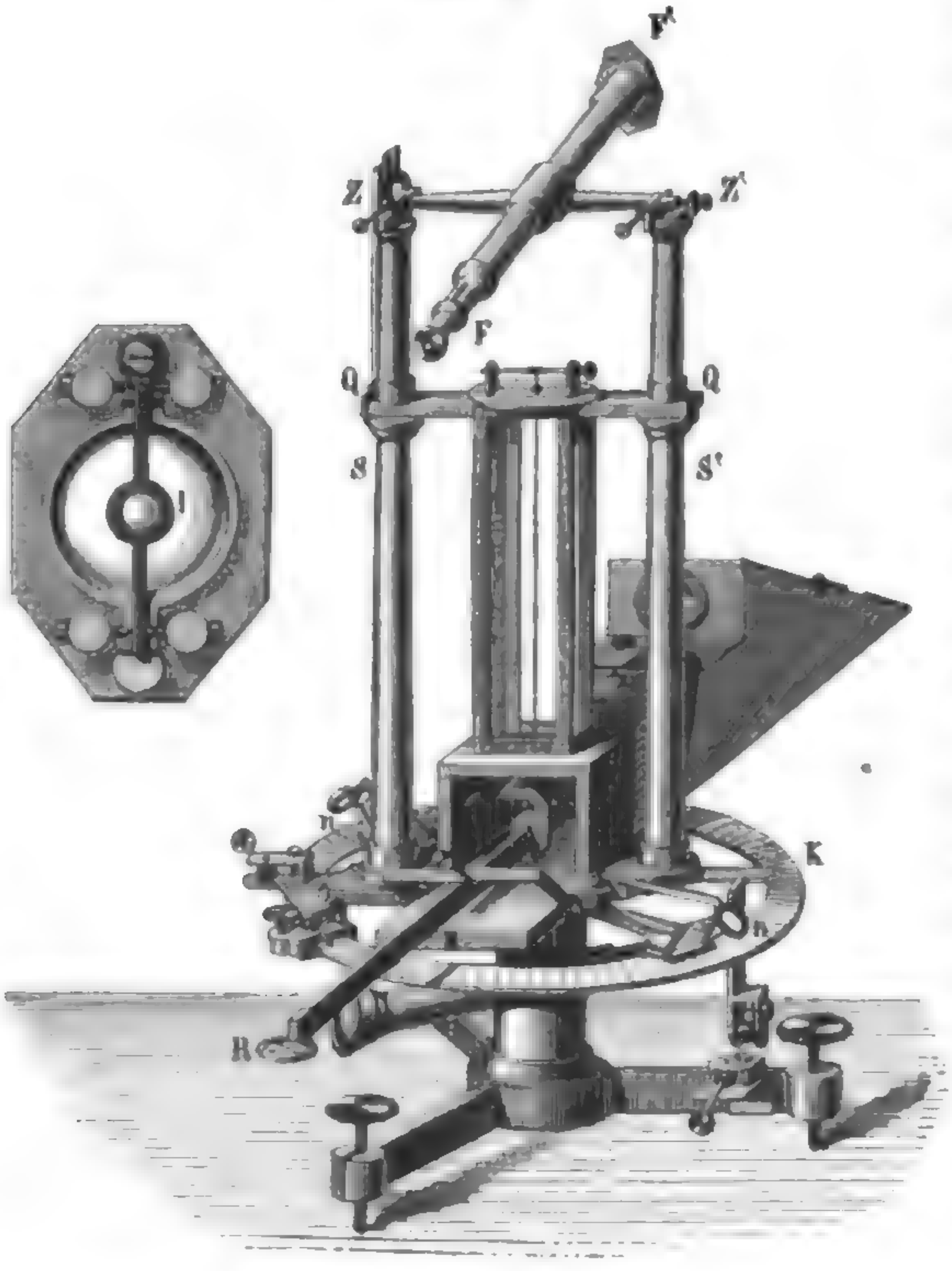
---

1) *Gambey*, Gehlers physik. Wörterbuch. Bd. I. Abweichung der Magnetnadel.

Digitized by Google

ebene des Fernrohrs mit dem astronomischen Meridiane zusammenfällt, oder mit diesem einen genau bekannten Winkel bildet. Man gelangt dazu, indem man das Fernrohr durch Beobachtung eines bekannten Sternes, oder durch Beobachtung fester entfernter Merkzeichen orientiert. Man beobachtet dann die Stellung der Nonien am Teilkreise. Darauf verschiebt man das Rechteck $SZZ'S$ so weit, daſs die vertikale Drehungsebene des Fernrohres mit der vorläufig annähernd bestimmten Ebene des magnetischen Meridianes zusammenfällt.

Fig. 32.



Die Säulen SS sind weiter durch einen horizontalen Querbalken QQ verbunden; von der Mitte desselben, also in der Axe des Teilkreises K, hängt an einer, der bei der Drehwage ähnlichen, Vorrichtung ein Coconfaden herab, der an seinem unteren Ende einen kupfernen Träger hat, in welchen man einen Magnetstab einlegt. Der Magnetstab trägt an seinen beiden Enden einen kupfernen Ring R, in welchem ein Fadenkreuz ausgespannt ist.

Die Richtung der Axe dieses Magnetes ist die Richtung des magnetischen Meridianes, welche gesucht wird. Setzen wir zunächst voraus, daſs die Verbindungslinie der Mittelpunkte der beiden Fadenkreuze die Richtung der magnetischen Axe des Stabes sei.

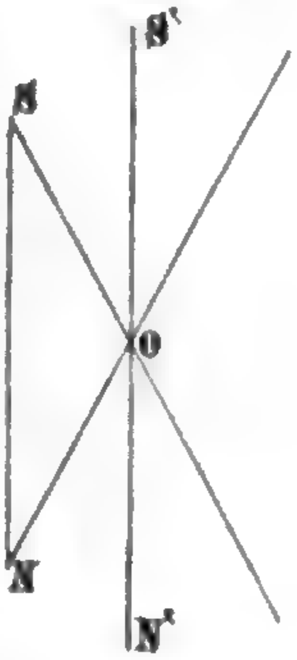
Man erhält die Richtung des magnetischen Meridianes, indem man die Drehungsebene des Fernrohres so weit verschiebt, daſs man den Mittelpunkt der Fadenkreuze R an dem Fadenkreuze des Fernrohres sieht, wenn man, ohne die Drehungsebene zu verrücken, das Fernrohr durch Drehung in seiner vertikalen Ebene nach und nach gegen die beiden Fadenkreuze richtet. Da die Ebene des magnetischen Meridianes die durch die Ruhelage der magnetischen Axe des Stabes gelegte Vertikalebene ist, so ist die Drehungsebene des Fernrohres die Ebene des magnetischen Meridianes. Um diese Beobachtungen mit dem Fernrohre machen zu können, hat Gambey dem Objektive desselben eine äuſserst sinnreiche Einrichtung ge-

Digitized by Google

geben. Die Orientierung des Apparates nach dem astronomischen Meridiane bedarf nämlich Beobachtungen sehr entfernt liegender Punkte, während die Beobachtung der Fadenkreuze R erfordert, dafs man mit demselben Fernrohre fast nach Art eines Mikroskopes sehr nahe liegende Punkte scharf sehen kann. Mit einem und demselben Objektive ist das aber nicht möglich, da die Brennweite eines auf grofse Entfernungen eingerichteten Objektives zu grofs sein mufs, als dafs von so nahen Punkten ein reelles Bild in dem Fernrohre entworfen werden könnte. Um das doch ohne Veränderung des Objektives möglich zu machen, hat Gambey in der Mitte des Objektives, wie es die Nebenfigur zeigt, eine konkavkonvexe Glaslinse l angebracht, und so den mittlern Teil des Objektives in eine Linse von viel kleinerer Brennweite verwandelt. Um die zur Orientierung des Apparates erforderliche Beobachtung sehr entfernter Punkte zu machen, wird durch eine Kappe der mittlere Teil des Objektives bedeckt, und die ringförmige Linse grofser Brennweite liefert das reelle Bild der entfernten Punkte. Zur Beobachtung der Fadenkreuze wird der ringförmige Teil bedeckt, und der mittlere Teil frei gemacht; derselbe liefert dann das reelle Bild der Fadenkreuze.

Wir haben vorhin vorausgesetzt, dafs die Verbindungslinie der beiden Fadenkreuze R die magnetische Axe des Stabes sei, und dafs man ohne Verschiebung der Drehungsebene des Fernrohres beide Fadenkreuze durch Drehung des Fernrohres um seine Axe beobachten könne. Beides wird im allgemeinen nicht der Fall sein, letzteres nicht, weil wohl nie der Punkt, in welchem die optische Axe des Fernrohres die Drehungsaxe desselben schneidet, genau senkrecht über der Richtung der Verbindungslinie der beiden Fadenkreuze liegen wird. Man wird deshalb, nachdem man das eine Fadenkreuz beobachtet hat, die Fernrohrebene ein wenig verschieben müssen, um das andere Fadenkreuz ebenfalls zu sehen. Um dann doch die durch die Verbindungslinie gehende Vertikalebene zu erhalten, hat man nur den Winkel, welchen die Drehungsebene des Fernrohres in den beiden Lagen bildet, zu halbieren, die Halbierungsebene ist die gesuchte Ebene. Denn ist NS (Fig. 33) die Verbindungslinie der Fadenkreuze und O die Projektion des Punktes, in welchem die Fernrohraxe die Drehungsaxe schneidet, auf die durch NS gelegte Horizontalebene, so ist OS die Richtung der Vertikalebene bei der einen, ON bei der andern Beobachtung. Da nun der Magnetstab so gelegt ist, dafs die Punkte S und N gleich weit von der Mitte des Apparates entfernt sind, so ist die Halbierungslinie des von den beiden Richtungen OS und ON gebildeten Winkels $N'S'$ der Richtung NS parallel und ebenso sind die durch beide gelegten Vertikalebenen einander parallel.

Fig. 33.



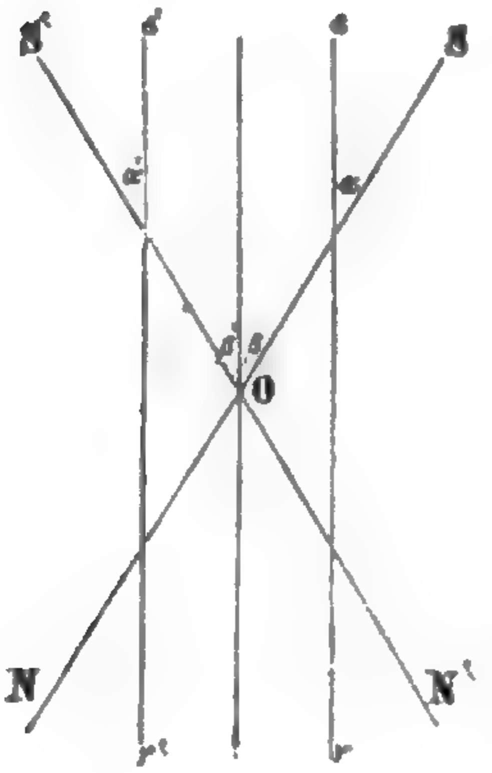
Fällt die so bestimmte Richtung NS nicht mit derjenigen der magnetischen Axe $\nu\sigma$ (Fig. 34) zusammen, so hat man, um diese zu bestimmen, den Stab nur einfach umzulegen, so dafs die obere Seite zur unteren wird, und die Richtung $N'S'$ zu bestimmen, welche die Verbindungslinie der Fadenkreuze dann besitzt; das Mittel der beiden Richtungen ist diejenige der magnetischen Axe des Stabes, somit diejenige des magnetischen Meri-

Digitized by Google

dianes. Denn in dem umgelegten Stabe ist die Richtung der magnetischen Axe $\nu'\sigma'$ der früheren Richtung $\nu\sigma$ derselben parallel. Legen wir nun durch den Punkt O, wo die beiden Richtungen NS sich schneiden, eine mit $\nu\sigma$ parallele, so sind die Winkel $\alpha = \beta$ und $\alpha' = \beta'$, und da $\alpha = \alpha'$, so ist auch $\beta = \beta'$.

Zu den vier nach dem soeben Entwickelten nötigen Beobachtungen kann man noch vier weitere fügen, indem man die Fernrohrebene um 180° dreht; das Mittel aus den beiden so gefundenen Resultaten giebt die Deklination mit noch gröfserer Genauigkeit.

Fig. 34.



Eine bei weitem gröfsere Genauigkeit in der Deklinationsbestimmung ist indes durch die Beobachtung am Gaussschen Magnetometer zu erhalten, dessen einer Zweck gerade die Bestimmung dieses erdmagnetischen Elementes ist. Die Einrichtung und Anordnung des Magnetometers haben wir in §. 15 ausführlich auseinandergesetzt. Wir haben zugleich angegeben, wie man verfährt, um die Axe des zur Untersuchung benutzten Magnetstabes genau in die Richtung des magnetischen Meridianes zu bringen und die optische Axe des Theodolitfernrohres der Axe des Magnetes parallel zu stellen. Es würde zur Bestimmung der Deklination an dem Beobachtungsort weiter nichts erforderlich sein, als eine einmalige Messung des Winkels, den die so gestellte Fernrohraxe mit der für den Beobachtungsort bestimmten Richtung des astronomischen Meridianes bildet, wenn einmal die in §. 15 angenommene Anordnung des Apparates in der That vollständig erreicht wäre, und wenn zweitens der angewandte Magnetstab eine für alle Zeiten feste Ruhelage hätte. Beides ist nie der Fall, und deshalb bedarf es zur Bestimmung der Deklination besonderer Versuche.

Was zunächst die nach der Einrichtung noch vorhandenen Fehler des Apparates und deren Unschädlichmachung betrifft, so verweisen wir deshalb auf eine Abhandlung W. Webers[1]) „Über die Reduktion der Magnetometerbeobachtungen auf absolute Deklinationen“, in welcher die dazu erforderlichen Versuche und Rechnungen ganz ausführlich mitgeteilt sind. Auf den zweiten Umstand müssen wir jedoch etwas näher eingehen.

Beobachtet man nämlich den Magnetometerstab, so findet man zunächst, dafs derselbe selten oder nie in Ruhe ist, und weiter, dafs sich die Lage der magnetischen Axe mit der Zeit nicht unmerklich ändert. Beides zeigt, dafs die Deklination sich mit der Zeit nicht unmerklich ändert, und ersteres besonders, dafs auch in kurzen Fristen eine Veränderung der Deklination eintritt. Denn ändert sich der magnetische Meridian, so wird dadurch der Stab aus seiner bisherigen Ruhelage nach seiner neuen Gleichgewichtslage gezogen und zu Schwingungen um dieselbe

1) *W. Weber*, Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins. Bd. II. 1837.

Digitized by Google

veranlafst, da er in der neuen Gleichgewichtslage mit einer gewissen Geschwindigkeit ankommt, welche bewirkt, dafs er dieselbe überschreitet.

Die Deklination kann daher nicht durch die augenblickliche Lage des Magnets bestimmt werden, sie wird vielmehr gegeben durch die Richtung der magnetischen Axe, wenn dieselbe in der Gleichgewichtslage wäre. Dieselbe direkt zu erhalten ist nicht möglich, sie mufs vielmehr aus der Beobachtung der Schwingungen abgeleitet werden.

Gauss giebt als das beste Mittel zu demselben folgendes an[1]: Man versetzt den Stab, wenn seine Schwingungen zu klein sind, in etwas gröfsere, sorgt aber durch passende Beruhigungsmittel, etwa einen vor den Beobachtungen in die Nähe gebrachten, dann aber wieder entfernten Magnetstab, dafür, dafs die Schwingungen nur eben die zur Beobachtung hinreichende Gröfse haben, etwa 2—3 Skalenteile betragen. Da dann der Widerstand der Luft zu vernachlässigen ist, und die etwaige Änderung der Deklination jedenfalls als gleichförmig angesehen werden darf, so ist das Mittel aus zwei Stellungen der Nadel, die zweien genau um die Dauer einer Schwingung von einander abstehenden Augenblicken entsprechen, jene Lage des magnetischen Meridians, welche für das Mittel dieser Zeiten stattfand, in welche Teile der Schwingungsperiode diese beobachteten Zeiten auch fallen mögen. Man hat daher, um den der Deklination für die Zeit T entsprechenden Stand der Nadel zu erfahren, nur die Stellungen derselben für die Zeit $T - {}^1/_2\, t$ und $T + {}^1/_2\, t$ zu beobachten, wenn t die Schwingungsdauer der Nadel bedeutet, und aus den beiden beobachteten Ständen das Mittel zu nehmen. Der gröfsern Genauigkeit zuliebe wird man gut thun, anstatt dieser zwei Beobachtungen mehrere zu machen, etwa die Gruppe

$$T - {}^5/_2\, t; \quad T - {}^3/_2\, t; \quad T - {}^1/_2\, t; \quad T + {}^1/_2\, t; \quad T + {}^3/_2\, t; \quad T + {}^5/_2\, t$$

zu bestimmen. Bezeichnet man die beobachtete Anzahl der Skalenteile mit a, b, c, d, e, f, so ist ${}^1/_2\,(a + b)$ die Lage der magnetischen Axe zur Zeit $T - 2t$, ebenso liefern ${}^1/_2\,(b + c)$, ${}^1/_2\,(c + d)$, ${}^1/_2\,(d + e)$, ${}^1/_2\,(e + f)$ diese Lage zu den Zeiten $T - t$, T, $T + t$, $T + 2t$, und das Mittel aus diesen fünf Werten giebt mit sehr grofser Genauigkeit die Lage der magnetischen Axe zur Zeit T.

Um auf diese Weise die Lage der magnetischen Axe zu irgend einer Zeit zu erhalten, bedarf es der Kenntnis der Schwingungsdauer des Magnetstabes; wie dieselbe zu erhalten ist, haben wir im §. 15 ausführlich dargelegt; indes ist zu bemerken, dafs eine so genaue Kenntnis der Schwingungsdauer, wie wir sie damals erlangten, hier nicht erforderlich ist, dafs daher die Beobachtung weniger Schwingungen ausreichend ist, und zwar um so eher, je länger die Schwingungsdauer der Nadel überhaupt ist.

Den Winkel, den die so bestimmte Richtung der magnetischen Axe zur Zeit T mit der Fernrohraxe, oder vielmehr die Ebene des magnetischen Meridianes mit der vertikalen Drehungsaxe der optischen Axe des Fernrohres bildet, erhält man aus dem vorher bestimmten Abstande der Skala von dem Spiegel des Magnetes und dem Abstande des beobachteten Skalen-

---

1) *Gauss*, Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins. Bd. I. 1836.

teils von Mittelpunkte der Skala. Bezeichnen wir ersteren Abstand mit d, letzteren mit a und den gesuchten Winkel mit α, so ist, wie wir in der Optik §. 10 nachwiesen,

$$\operatorname{tang} 2\alpha = \frac{a}{d},$$

woraus sofort α zu erhalten ist. In den meisten Fällen ist der Winkel α so klein, dafs man ohne irgend bemerkbaren Fehler setzen kann

$$2\alpha = \frac{a}{d}; \quad \alpha = \frac{1}{2d} \cdot a = c \cdot a.$$

Um schliefslich die Deklination zu erhalten, hat man diesen Winkel zu demjenigen, welchen die Fernrohraxe mit dem astronomischen Meridiane bildet, zu addieren oder von demselben zu subtrahieren; ist derselbe gleich β, so wird die gesuchte absolute Deklination δ,

$$\delta = \beta \pm c \cdot a.$$

Der Winkel β mufs, wie man sieht, auf das genaueste bestimmt sein; hat man ihn daher, wie es bei festen Magnetometern in den Observatorien der Fall ist, ein für allemal gemessen, so mufs man sich vor jeder Beobachtung von dem unverrückten Stande der Fernrohraxe, also auch des Mittelpunktes der Skala überzeugen. Zu dem Ende wird hinter dem Magnetometer, wo es möglich ist, in einem Abstande vom Fernrohr $2d$ eine feste Marke angebracht, auf welche das Fernrohr vor jeder Beobachtung eingestellt wird.

Die Deklination kann nach dieser Methode mit astronomischer Genauigkeit an dem Orte, wo das Magnetometer aufgestellt ist, bestimmt werden; die Methode hat jedoch den Nachteil, dafs sie nur an verhältnismäfsig wenigen Orten angewandt werden kann. Da nun der zweite Zweck, den wir mit dem Studium des Erdmagnetismus verbinden, die Beobachtung der Deklination an möglichst vielen Orten verlangt, so war es sehr erwünscht, einen Apparat herzustellen, der transportabel ist wie die Bussole von Gambey, zugleich aber eine Genauigkeit zu erreichen gestattet, welche ähnlich ist derjenigen, die die Methode von Gauss liefert. Einen solchen Apparat konstruierte Lamont in seinem magnetischen Reisetheodoliten[1]), indem er es durch eine äufserst sinnreiche Vorrichtung möglich machte, an demselben die Spiegelablesung anzubringen. Die wesentlichsten Teile des Lamontschen Apparates sind folgende: Auf einer massiven Bodenplatte von Messing, welche durch Stellschrauben vollkommen horizontal gestellt werden kann, ist der Horizontalkreis eines Theodoliten unverrückbar befestigt, HK (Fig. 35). Derselbe wird von einer vertikalen, mit der Axe des Kreises zusammenfallenden Axe durchsetzt, welche in der Bodenplatte ruht und oben die Scheibe S trägt. Die Scheibe S ist mit dieser Axe unverrückbar fest verbunden und mit ihr drehbar; zwei an ihr befestigte Nonien gestatten auf dem Horizontalkreise die Stellung der Scheibe auf das genaueste zu bestimmen. Die Scheibe S trägt an einer Seite ein Fernrohr, dessen optische Axe verlängert die vertikale Axe des Horizontal-

1) *Lamont*, Doves Repertorium. Bd. VII. Ausführliche Beschreibung des Apparates: *Müller*, Kosmische Physik. Braunschweig 1854.

Digitized by Google

kreises schneidet. Aufser der horizontalen Drehung, welche dem Fernrohr mit der Scheibe *S* erteilt werden kann, kann dasselbe durch Heben oder Senken der Schraube *s* auch in vertikaler Ebene gedreht werden.

Fig. 85.

Ist nun an dem Orte der Beobachtung die Richtung des astronomischen Meridianes durch ein Merkzeichen bestimmt, so ist es leicht, den der Fernrohraxe parallelen Durchmesser des Horizontalkreises in die Richtung des astronomischen Meridianes zu bringen, indem man mit dem Fernrohr nach dem Merkzeichen visiert. Man beobachtet dann den Stand der Nonien am Horizontalkreise.

Darauf setzt man auf die Scheibe *S* das Gehäuse, welches den Magnet trägt. Dasselbe besteht aus einem rechteckigen Kasten *C* von Messing, welcher eine Röhre *R* von Messing trägt. Das Gehäuse wird so aufgesetzt und festgeschraubt, dafs die eine Seite des rechteckigen Kastens senkrecht ist zur optischen Axe des Fernrohrs und die vertikale Axe der Röhre *R* mit der Axe des Horizontalkreises zusammenfällt. In der Axe der Röhre, an ihrem oberen Ende befestigt, befindet sich ein Coconfaden, welcher den Magnet *ns* trägt. Der Magnet durchsetzt die Wände des rechteckigen Kastens und ist durch zwei an den Enden zugeschmolzene Glasröhren, welche in röhrenartige Ansätze des Kastens eingesetzt sind, vor Luftströmungen geschützt. An dem nach unten verlängerten Träger des Magnetes ist ein kleiner Planspiegel befestigt, der möglichst genau senkrecht zur magnetischen Axe des Magnetes gestellt ist. Der Winkel, den die Spiegelnormale etwa noch mit der magnetischen Axe des Stabes bildet, ist durch Versuche in einem Observatorium vorher auf das genaueste bestimmt. Der Spiegel hängt so, dafs er von der verlängerten Fernrohraxe getroffen wird. Ihm gegenüber sind die Wände des rechteckigen Kastens *C* durchbohrt und mit Spiegelglasplatten verschlossen.

Man dreht nun die Scheibe *S* so, dafs der Magnet in dem Gehäuse frei schwingen kann, und hat dann nur noch die Fernrohraxe der Spiegelnormale parallel zu stellen und den Winkel zu beobachten, welchen dieselbe in dieser mit der vorigen Stellung bildet; dieser Winkel ist, korrigiert

Digitized by Google

um den Winkel, den die Spiegelnormale mit der magnetischen Axe bildet, die Deklination des magnetischen Meridianes.

Um die Fernrohraxe mit gröfster Genauigkeit in die Richtung der Spiegelnormale bringen zu können, hat Lamont dem Fernrohr folgende Einrichtung gegeben. An der Stelle des Fadenkreuzes befindet sich dort, wo von unendlich entfernten Gegenständen durch das Objektiv ein reelles Bild entworfen wird, eine Glasscheibe, in welcher ein feines Kreuz eingeritzt ist. Hinter derselben bei *O* ist die Okularröhre zur Hälfte aufgeschnitten, so dafs die Schnittebene mit der Fernrohraxe einen Winkel von 45^0 bildet. In diesen Schnitt wird ein Spiegel gelegt, der das Licht vom hellen Himmel gegen die Glasplatte wirft und diese so beleuchtet. Da die Glasplatte sich im Brennpunkte des Objektivs befindet, so werden die von ihr ausgehenden Strahlen im Objektiv des Fernrohrs einander und der Fernrohraxe parallel gebrochen. Steht der Spiegel am Magnete senkrecht zur optischen Axe des Fernrohres, so treffen diese Strahlen normal auf den Spiegel und werden deshalb in die Einfallsrichtung zurückgeworfen. Die reflektierten Strahlen fallen daher auf das Objektiv, und dieses entwirft an der Stelle der Glasplatte selbst das reelle Bild derselben, so dafs das Bild des eingeritzten Kreuzes das Kreuz selbst deckt.

Man hat daher die Scheibe *S* mit dem Magnete auf dem Fernrohr nur so weit zu drehen, dafs man das Bild des vertikalen Kreuzarmes den Arm selbst decken sieht und weifs dann, dafs das Fernrohr der Spiegelnormale parallel ist. Die Ablesung der Nonien liefert den Winkel, den die Spiegelnormale in ihrer augenblicklichen Stellung mit dem astronomischen Meridiane bildet. Da man die Abweichung der Spiegelnormale von der magnetischen Axe des Stabes kennt, so erhält man nach Anbringen dieser Korrektion den Winkel, den die magnetische Axe des Stabes mit dem astronomischen Meridiane bildet, oder die Deklination des magnetischen Meridianes.

Nach diesen Methoden sind an vielen Orten und zu verschiedenen Zeiten die magnetischen Deklinationen bestimmt, die Resultate derselben werden wir später zusammenstellen, hier wollen wir nur bemerken, dafs die Deklination an den verschiedenen Orten Deutschlands jetzt zwischen 14^0 und 17^0 beträgt, und zwar ist sie westlich, d. h. das Nordende der Nadel weicht um so viel Grade nach Westen vom astronomischen Meridiane ab.

§. 24.

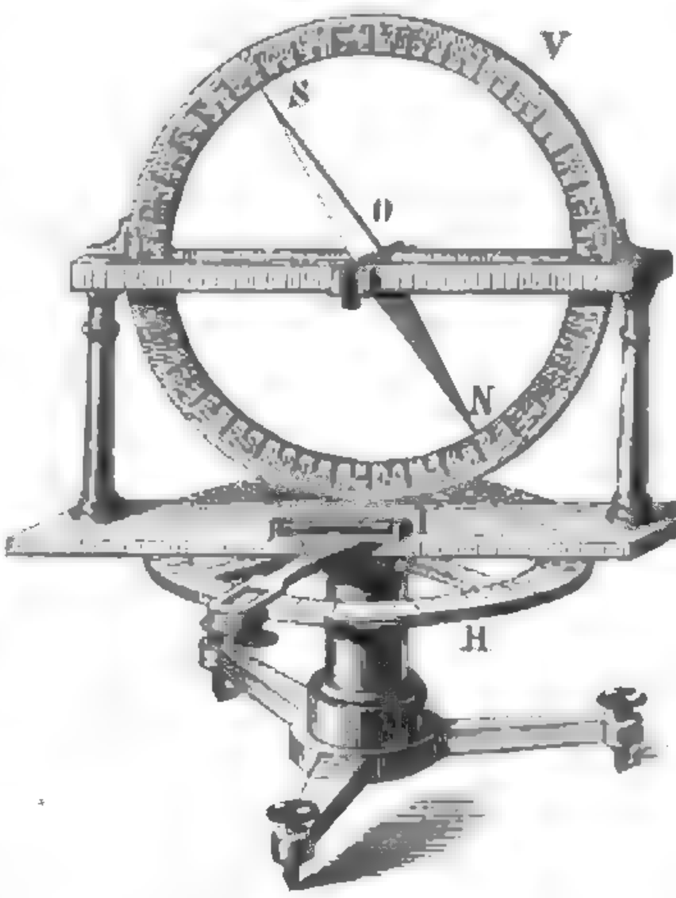
Bestimmung der Inklination. Die Bestimmung der Neigung der magnetischen Axe einer Magnetnadel gegen die Horizontale ist eine weit schwierigere Aufgabe, als die Bestimmung der Deklination, da die notwendigen Bedingungen zu einer genauen Bestimmung hier weit schwieriger zu erfüllen sind. Da die Inklination jene Richtung der Nadel ist, welche sie in der Ebene des magnetischen Meridianes nur unter Einwirkung der magnetischen Kräfte annimmt, so ist zunächst erforderlich, dafs die Nadel sich um eine genau zur Ebene des magnetischen Meridianes senkrechte Drehungsaxe nur unter dem Einflusse der magnetischen Kräfte drehe. Damit letzteres der Fall sei, mufs die Drehungsaxe genau durch

Digitized by Google

den Schwerpunkt der Nadel gehen, eine Bedingung, welche auch der geschickteste Mechaniker nur annähernd erfüllen kann. Da die Drehung in der Vertikalebene erfolgt, so bedarf es ferner bei einem Apparat für die Inklinationsbeobachtungen fester Axen, die auf einer festen Unterlage ruhen; dadurch wird die Beweglichkeit der Nadel durch Reibung vermindert, und man kann deshalb nicht sicher sein, dafs die Einstellung in die Inklinationsrichtung ganz scharf erfolgt ist. Dieses sind Fehlerquellen, welche auch bei den vorzüglichsten Apparaten nicht beseitigt werden können, welche deshalb bei der Inklinationsmessung kaum die Genauigkeit zu erreichen gestatten, die die älteren Beobachtungen der Deklination besafsen.

Um die Inklination zu bestimmen, hängt man die Magnetnadel in einen vertikalen geteilten Kreis, so dafs die Drehungsaxe der Nadel mit der Axe des Kreises zusammenfällt, und dafs die Spitzen der Nadel auf der Teilung des Kreises einspielen (Fig. 36). Bei den vorzüglichen Inklinatorien von Meyerstein in Göttingen ist die Kreisteilung auf einer Scheibe von Spiegelglas eingeschnitten und besitzt einen Durchmesser von ungefähr 300 Millimeter. Ebenso lang sind die Nadeln.

Fig. 36.



Die durch den Schwerpunkt der Nadel geführten Drehungsaxen sind stählerne Cylinder von geringer Dicke; dieselben ruhen auf zwei Achatplatten, deren eine vor, deren andere hinter der Kreisebene auf Trägern von Messing ruhen. Die Ebenen der Platten sind senkrecht zur Kreisebene und in gleicher Höhe etwas unter der Axe des geteilten Kreises angebracht, so dafs die Axe des die Drehungsaxe der Nadel bildenden Cylinders gerade durch den Mittelpunkt des Kreises geht. Der Vertikalkreis *V* ist drehbar auf einem festen Horizontalkreis *H* befestigt, so dafs seine Drehungsaxe mit der Axe des Horizontalkreises zusammenfällt. Der Horizontalkreis ist auf einem mit Stellschrauben versehenen Dreifufs befestigt, so dafs seine Ebene vollkommen horizontal gestellt werden kann. Zur Kontrolle der Horizontalstellung dient die Röhrenlibelle *l*. Die Stellung des Vertikalkreises auf dem Horizontalkreise wird durch einen mit dem Vertikalkreise fest verbundenen Nonius bestimmt.

Zur Beobachtung der Inklination wird zunächst der Horizontalkreis vollkommen horizontal und damit der Vertikalkreis vertikal gestellt, und der letztere so gedreht, dafs seine Ebene möglichst genau der Ebene des magnetischen Meridianes parallel gestellt ist. Der Winkel, den dann die magnetische Axe des Stabes mit dem horizontalen Durchmesser des Kreises macht, ist unter der Voraussetzung, dafs das Instrument ganz vollkommen ist, der Inklinationswinkel. Man erhält ihn durch Beobachtung des Teilstriches, auf welchen die untere Spitze der Nadel zeigt. Zur genauern Beobachtung dieses Teilstriches ist die Kreisteilung an den Meyerstein-

Digitized by Google

schen Inklinatorien spiegelnd; das Auge ist richtig gestellt, wenn es sein eigenes Spiegelbild und die Spitze der Magnetnadel in der Mitte der Pupille desselben sieht.

Diese einfache Beobachtung würde jedoch im allgemeinen nur ein sehr ungenaues Resultat geben; sehr viel genauer wird es, wenn man die Beobachtungen vervielfältigt. Um die Fehler zu eliminieren, die daraus entspringen, dafs die Nadel nicht genau centrisch aufgehängt ist, oder dafs die Kreisteilung kleine Fehler hat, beobachtet man auch den Teilstrich, auf welchen die obere Spitze der Nadel zeigt, also den Winkel OS (Fig. 36). Wenn derselbe, was fast immer der Fall sein wird, von dem Winkel ON, der vorher beobachtet war, verschieden ist, so nimmt man aus beiden Werten das Mittel, und erhält so einen genauern Wert für die Neigung der geometrischen Axe der Nadel. Um den Fehler, der aus der Reibung der Axe entspringt, zu eliminieren, wiederholt man die Beobachtungen mehrere Male, indem man vor jeder Beobachtung die Nadel in Schwingungen versetzt oder abhebt und neu auflegt. Da es wahrscheinlich ist, dafs die Nadel dann ebenso oft und ebenso weit über der richtigen Inklinationsrichtung stehen bleibt als unter derselben, so nimmt man schliefslich aus allen diesen Beobachtungen das Mittel und erklärt so das erste partielle Resultat.

Ein weiterer Fehler kann dadurch entstehen, dafs der als horizontal angenommene Durchmesser des Vertikalkreises etwas von der Horizontalen abweicht; um denselben zu eliminieren, dreht man den Vertikalkreis um 180° und macht dieselben Beobachtungen wie vorhin. War infolge der nicht ganz richtigen Stellung vorhin die Inklination zu grofs gefunden, so ist sie jetzt um ebensoviel zu klein; das Mittel aus beiden Resultaten wird daher die Richtung der geometrischen Nadelaxe mit grofser Genauigkeit geben.

Um zu untersuchen, ob die geometrische Axe der Nadel auch die Richtung der magnetischen Axe ist, oder einen etwaigen Fehler aus der Nichtkoincidenz der beiden Richtungen zu eliminieren, wird die Nadel umgelegt, so dafs die früher vordere Seite zur hintern wird. Da die magnetische Axe sich immer in die Richtung der Inklination stellt, so wird die geometrische Axe jetzt um ebensoviel zu hoch sich stellen, wie sie sich vorher zu tief stellte. Macht man daher jetzt dieselben Beobachtungen wie vorhin und nimmt schliefslich aus diesen und den früheren das Mittel, so würde man die Inklination richtig erhalten, wenn die Drehungsaxe genau durch den Schwerpunkt der Nadel ginge.

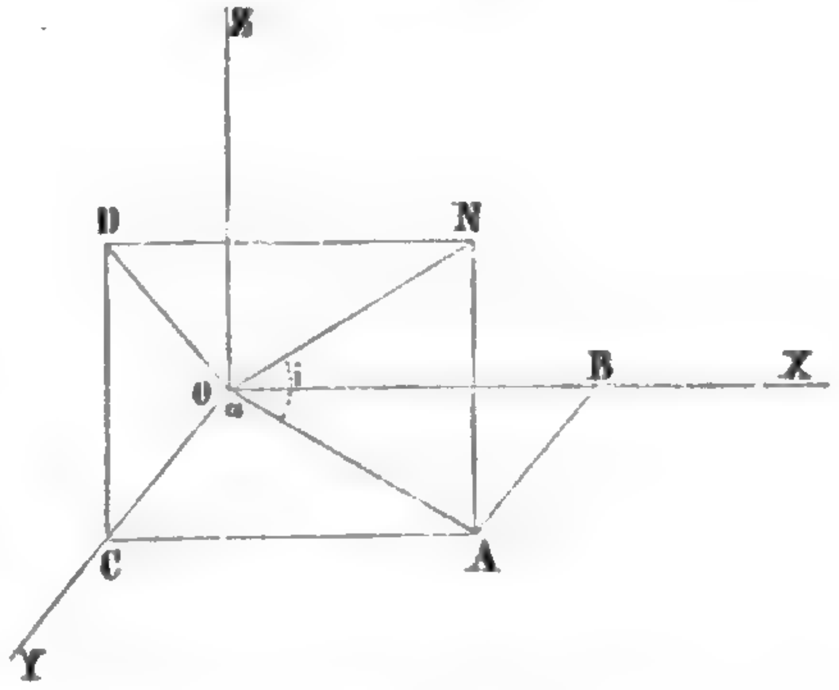
Um dieses zu untersuchen und einen etwaigen Fehler zu eliminieren, der daraus hervorgeht, dafs das nicht der Fall ist, wird die Nadel ummagnetisiert, so dafs das frühere Nordende zum Südende wird. Lag vorher der Schwerpunkt dem Nordende näher, wurde also der Neigungswinkel der Nadel durch die Schwere vergröfsert, so liegt er jetzt dem Südende näher, der Neigungswinkel wird also jetzt verkleinert. Die Differenzen zwischen der beobachteten und wahren Neigung sind in beiden Fällen gleich grofs, wenn die Nadel in beiden Fällen gleich stark magnetisiert ist. Ist das der Fall, wovon man sich durch Schwingungsversuche überzeugen mufs, so stellt man ganz dieselben Beobachtungen an wie vorher, als die Nadel noch nicht ummagnetisiert war, nimmt dann aus allen Beob-

Digitized by Google

achtungen das Mittel und erhält in diesem mit sehr grofser Annäherung den wahren Wert der Inklination.

Wir haben bisher vorausgesetzt, dafs die Ebene des Vertikalkreises mit derjenigen des magnetischen Meridianes übereinstimmte; ist die Richtung des Meridianes vorher an dem Beobachtungsorte nicht bestimmt, so kann man dieselbe mit Hilfe des Inklinatoriums ohne andere Hilfsmittel erhalten, da, wie wir vorhin schon bemerkten, die Neigung der Magnetnadel am kleinsten ist, wenn ihre Drehungsebene dem Meridiane parallel, am gröfsten, und zwar gleich 90^0 ist, wenn die Drehungsebene senkrecht zum magnetischen Meridiane ist. Ist nämlich ON (Fig. 37) die Richtung und Gröfse der erdmagnetischen Kraft am Orte der Beobachtung, so ist die durch ONA gelegte Ebene die des magnetischen Meridianes. Wir können in derselben die Kraft ON in eine horizontale Komponente OA und in eine vertikale AN zerlegen. Diese letztere ist es, welche die in der Meridianebene um eine horizontale Axe schwingende Nadel in die Inklinationsrichtung dreht, während die horizontale Komponente sie der Horizontalen parallel zu stellen sucht. Ist die Gröfse der erdmagnetischen Kraft gleich I und der Inklinationswinkel gleich i, so sind die beiden Komponenten

Fig. 37.



$$OA = I \cos i; \quad NA = I \sin i,$$

und der Inklinationswinkel AON ist gegeben durch

$$\operatorname{tang} AON = \frac{NA}{OA} = \frac{I \sin i}{I \cos i}.$$

Ist die Inklinationsnadel in einer anderen Ebene ZOY drehbar, welche mit der Meridianebene den Winkel α bildet, so bleibt die vertikale auf sie wirkende Komponente dieselbe, die horizontale wird eine andere; wir erhalten sie, wenn wir OA nach OY und OX zerlegen, in der OY parallelen Komponente $OC = I \cos i \cos \alpha$. Der Neigungswinkel der Nadel $DOC = i'$ ist dann gegeben durch

$$\operatorname{tang} i' = \frac{I \sin i}{I \cos i \cdot \cos \alpha} = \frac{\operatorname{tang} i}{\cos \alpha}.$$

Wächst α, so wächst auch i' und ist $\alpha = 90^0$, so wird $\cos \alpha = 0$, somit $\operatorname{tang} i' = \infty$ und $i' = 90^0$.

Um daher die Ebene des magnetischen Meridianes zu erhalten, hat man nur die Stellung des Vertikalkreises aufzusuchen, bei welcher die Nadel vertikal steht, und dann den Vertikalkreis um 90^0 zu drehen.

Indes kann diese Bestimmung keine sehr genaue sein, da dieselbe mit allen den Fehlern behaftet sein mufs wie die Beobachtung der Inklination selbst; man wendet daher, wenn man die Richtung des Meridianes nicht genau genug kennt, besser ein anderes Verfahren an, welches

Digitized by Google

die Kenntnis dieser Richtung nicht verlangt. Ist nämlich in der Ebene ZOY die Neigung der magnetischen Axe i' gegeben durch

$$\operatorname{tang} i' = \frac{\operatorname{tang} i}{\cos \alpha},$$

so ist sie in der zu ihr senkrechten Ebene ZOX gegeben durch

$$\operatorname{tang} i' = \frac{\operatorname{tang} i}{\sin \alpha},$$

und aus diesen beiden Gleichungen ergiebt sich unmittelbar

$$\frac{1}{\operatorname{tang}^2 i} = \frac{1}{\operatorname{tang}^2 i'} + \frac{1}{\operatorname{tang}^2 i''}.$$

Man hat daher nur in zwei beliebigen, zu einander senkrechten Ebenen die soeben beschriebenen Beobachtungen durchzumachen, um die Inklinationsbestimmung von der Richtung der Vertikalebene, in der die Nadel sich dreht, unabhängig zu machen.

Wie man durch eine genaue Untersuchung des Inklinatoriums für diese Beobachtungen eine noch gröſsere Genauigkeit erhalten kann, hat Gauss bei der Beobachtung der Inklination zu Göttingen im Jahre 1842 gezeigt[1]). Wir verweisen deshalb auf diese musterhafte Experimentaluntersuchung.

Die mannigfachen Schwierigkeiten der genauen Inklinationsbestimmungen und besonders der Umstand, daſs das Inklinatorium dieselbe nicht für einen bestimmten Augenblick, sondern nur den Mittelwert eines ziemlich groſsen Zeitraums liefert, hat Lloyd veranlaſst, ein anderes Mittel zur Beobachtung der Inklination zu wählen[2]), welches auf dem Satze beruht, daſs das magnetische Moment, welches ein weicher Eisenstab unter dem Einflusse eines Magnetes erhält, dem Magnetismus des Magnetes selbst proportional ist. Ein vertikal gehaltener weicher Eisenstab wird daher, die Richtigkeit jenes Satzes in aller Strenge vorausgesetzt, in jedem Augenblicke ein der augenblicklichen vertikalen Komponente der erdmagnetischen Kraft proportionales magnetisches Moment haben. Sei dieses gleich M, so wird, wenn I die totale erdmagnetische Kraft am Beobachtungsorte und i die Inklination ist,

$$M = a I \sin i$$

sein, worin a ein durchaus konstanter Faktor ist, nämlich das magnetische Moment des Stabes, welches die Einheit des freien Magnetismus in der Abstandseinheit erzeugt.

Wirkt der Stab aus dem Abstande R in irgend einer Lage auf eine in horizontaler Ebene drehbare Nadel, deren magnetisches Moment gleich m ist, so wird er die Nadel um einen Winkel v ablenken, welcher, wenn wir die Glieder, welche höhere als die dritten Potenzen von R enthalten, vernachlässigen, nach §. 16 und 17 gegeben ist durch die Gleichung

1) *Gauss*, Beobachtungen der Inklination zu Göttingen im Sommer 1842. Resultate aus den Beobachtungen etc. Bd. VI.

2) *Lloyd*, Account of the magnetical Observatory of Dublin etc. By the Rev. Humphrey Lloyd. Dublin 1842.

Digitized by Google

$$m I \cos i \cdot \sin v = \frac{m\,a\,I \sin i}{R^3} C \cos v,$$

denn $I \cos i$ ist die horizontale Komponente des Erdmangnetismus, und $m I \cos i$ die Direktionskraft der abgelenkten Nadel; daraus folgt

$$\operatorname{tang} i = \frac{R^3}{Ca} \operatorname{tang} v.$$

Die Konstante C hängt ab von der Lage des Eisenstabes und der abgelenkten Nadel, d. h. von den Winkeln, welche die Verbindungslinie ihrer Mittelpunkte mit der Ebene des magnetischen Meridianes und in dieser mit der Horizontalen macht. Sie läſst sich bei Kenntnis dieser Winkel nach §. 16 berechnen. Kennt man daher a, so läſst sich aus der Beobachtung von v der Wert von i berechnen.

Lloyd wandte diese Methode nicht zur Bestimmung von i an, sondern nur zur Beobachtung der Veränderlichkeit von i mit der Zeit; dazu braucht man a nicht zu kennen. Denn läſst man denselben Eisenstab immer in derselben Weise auf die Magnetnadel wirken, so ändert sich i nur mit v und zwar in demselben Sinne; aus der beobachteten Änderung von v kann man daher auf eine Veränderung von i zurückschlieſsen. Hat man einmal durch genaue Beobachtungen am Inklinatorium den Wert von i und durch gleichzeitige Beobachtungen mit dem Eisenstabe v bestimmt, so kann man aus

$$\frac{\operatorname{tang} i}{\operatorname{tang} v} = \frac{R^3}{Ca} = B$$

den Faktor von tang v erhalten und durch

$$\operatorname{tang} i = B \cdot \operatorname{tang} v$$

die Änderungen der Inklinationsrichtung ihrer Gröſse nach berechnen.

In dieser Weise hat Lamont diesen Satz benutzt, um mit seinem magnetischen Reisetheodoliten die Inklinationen zu beobachten[1]). An demselben wird nach den Deklinationsbeobachtungen ein Messingring befestigt, welcher in vertikaler Stellung zwei Eisenstäbe trägt, einen in östlicher, den anderen in westlicher Richtung von dem Magnetgehäuse entfernt. Befindet sich an der Ostseite der Nordpol des Stabes mit der Nadel in gleicher Horizontalebene, so befindet sich an der Westseite der Südpol des Stabes dort, und umgekehrt. Der Messingring ist mit dem Magnetgehäuse drehbar und ist so gestellt, daſs die Verbindungslinie der beiden Stabpole durch die Mitte der Nadel geht und senkrecht ist zur magnetischen Axe der Nadel. Durch Beobachtungen an der Münchener Sternwarte ist für das Instrument ein für allemal B bestimmt; an dem Orte, an welchem die Inklination der Nadel gefunden werden soll, hat man daher nur v zu beobachten, um i zu erhalten.

Es ist dabei nur zu beachten, daſs der temporäre Magnetismus des weichen Eisens mit der Temperatur sich ändert, daſs also a eine Funktion der Temperatur ist. Auch diese, welche nach dem Früheren von der Form

$$a' = a(1 + mt + nt^2)$$

1) *Lamont*, Doves Repertorium. Bd. VII. *Müller*, Kosmische Physik. Braunschweig 1854.

Digitized by Google

ist, mufs bestimmt sein und bei jeder Beobachtung zur Korrektion benutzt werden.

Diese Beobachtungsmethode beruht vollständig auf dem Satze, dafs der temporäre Magnetismus im Eisen dem induzierenden Magnetismus unter allen Umständen proportional sei; dafs also das Eisen ganz ohne Koercitivkraft sei. Das ist bekanntlich nicht der Fall, sondern alles Eisen besitzt, einmal magnetisiert, einen wenn auch geringen permanenten Magnetismus. Diesen kann man zwar unschädlich machen, indem man nach den ersten Beobachtungen die Stäbe umkehrt, so dafs der Nordpol dort entsteht, wo vorhin der Südpol war, und aus den in beiden Fällen erhaltenen Werten von v das Mittel nimmt. Da in der einen Lage der Stäbe die Summe des temporären und permanenten Magnetismus, in der anderen Lage die Differenz beider wirkt, so giebt das Mittel die Ablenkung unter dem Einflusse des temporären Magnetismus allein.

Aber da das Vorhandensein des permanenten Magnetismus zeigt, dafs das Eisen nicht frei ist von Koercitivkraft, so sind wir keineswegs sicher, dafs der temporäre Magnetismus des Eisens der augenblicklichen erdmagnetischen Kraft proportional ist, da jedenfalls dann eine gewisse Zeit vergeht, ehe der magnetische Zustand des Eisens dem magnetischen Zustande der Erde folgt. Auf die Methode von Lamont hat dieser Umstand natürlich keinen störenden Einflufs, da dort die Eisenstäbe der Einwirkung des Erdmagnetismus hinlänglich lange ausgesetzt sind. Ob aber die Variationen der Inklination sich dennoch mit hinreichender Schärfe beobachten lassen, das ist noch nicht entschieden, nach einigen Versuchen von W. Weber[1]) aber einigermafsen zweifelhaft.

§. 25.

Bestimmung der Intensität der erdmagnetischen Kraft. Unter der Intensität der erdmagnetischen Kraft versteht man das Drehungsmoment, welches dieselbe einer mit der Einheit des magnetischen Moments begabten Magnetnadel erteilt, wenn dieselbe zur Richtung der Kraft senkrecht steht. Die direkte Beobachtung derselben ist, wie sich aus dem bei der Untersuchung der Inklination Gesagten ergiebt, nicht leicht ausführbar, sie ist auch nicht erforderlich, da wir die totale Intensität leicht aus ihrer horizontalen Komponente berechnen können.

Über die Bestimmung der horizontalen Komponente der erdmagnetischen Kraft haben wir nach den Entwickelungen des §. 17 wohl kaum noch etwas hinzuzufügen, da wir dort ausführlich gezeigt haben, wie man zu der Konstanten T gelangt, welche wir damals als die Direktionskraft bezeichneten, welche eine in horizontaler Ebene drehbare, mit der Einheit des magnetischen Moments begabte Magnetnadel in den magnetischen Meridiane zurückzuführen sucht, wenn sie senkrecht zum magnetischen Meridiane steht. Diese Konstante T ist die horizontale Komponente der erdmagnetischen Kraft am Beobachtungsorte.

Denn da wir wissen, dafs die magnetischen Anziehungs- und Abstossungskräfte den Magnetismen selbst proportional sind, so folgt, dafs die

1) *W. Weber*, Resultate etc. Bd. VI. p. 85 ff. Man sehe auch *Lamont* in Doves Repertorium. Bd. VII.

Digitized by Google

Direktionskraft, welche einen Stab, dessen magnetisches Moment gleich M ist, in den magnetischen Meridian zurückführt,

$$D = M \cdot T,$$

worin T die horizontale Komponente des Erdmagnetismus bedeutet. Wie man aber sieht, wird $D = T$, wenn $M = 1$ ist.

Um T in absolutem Mafse auszudrücken, bedarf es zweier Messungen. Man mufs einen Magnetstab frei horizontal schwingen lassen, seine Schwingungsdauer beobachten und sein Trägheitsmoment bestimmen. Man erhält so

$$M \cdot T = \frac{\pi^2 \cdot K}{t^2} = b.$$

Man lenkt dann mit dem untersuchten Magnetstab einen anderen ab und erhält aus dem beobachteten Ablenkungswinkel v und v_1 und den Entfernungen R und R_1, aus welchen der untersuchte Stab in der ersten Hauptlage diese Ablenkungen hervorbringt:

$$\frac{M}{T} = \frac{1}{2} \frac{R_1{}^5 \operatorname{tang} v_1 - R^5 \operatorname{tang} v}{R_1{}^2 - R^2} = a.$$

Dividiert man die erste Gleichung durch die zweite und zieht die Wurzel aus, so wird

$$T = \sqrt{\frac{b}{a}}.$$

Wir erhalten in dieser Weise für T eine Zahl, deren Gröfse von der gewählten Einheit abhängt. Behalten wir die in §. 17 angeführte Einheit von Gauss bei, so bedeutet diese Zahl die Anzahl Krafteinheiten, welche an einem Hebelarme von der Länge 1 mm wirkend demselben das gleiche Drehungsmoment erteilen, welches der Erdmagnetismus dem mit der Einheit des magnetischen Momentes begabten Magnete erteilt. Die Einheit der Kraft ist dabei jene, welche der Masse von einem Milligramm die Beschleunigung von einem Millimeter erteilt. Um die Zahlen anstatt in Gaussschen in [C G S] Einheiten auszudrücken, müssen wir nach §. 17 den nach Gauss gegebenen Zahlenwert durch 10 dividieren.

Da wir weiter einem Stabe die Einheit des magnetischen Momentes beilegten, wenn das reduzierte Drehungsmoment, welches er einem gleich stark magnetischen Stabe erteilt, in jenen Einheiten der Kraft und der Länge gleich 1 war, so kann man jene Zahl auch dahin definieren, dafs sie uns in absoluten Einheiten den Magnetismus giebt, welcher in der Abstandseinheit einem mit der Einheit des freien Magnetismus begabten Stabe dasselbe Drehungsmoment erteilt, wie der Erdmagnetismus.

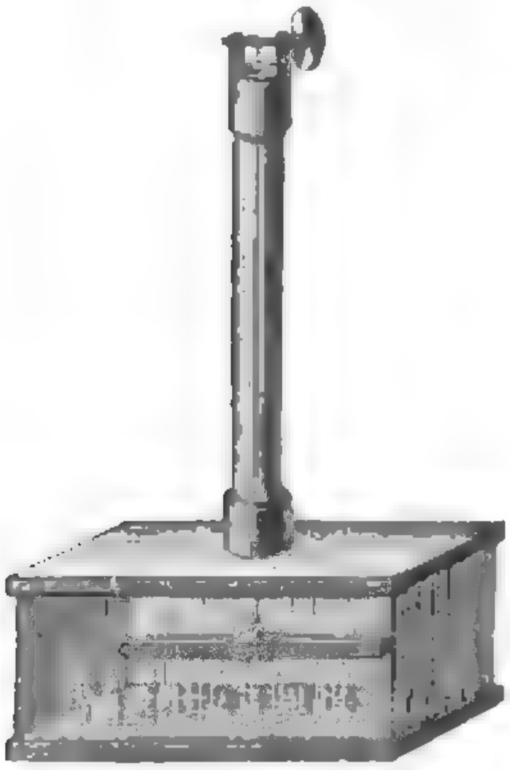
Wie W. Weber gezeigt[1]) hat, bedarf es zu diesen Versuchen nicht notwendig eines Magnetometers, schon ein kleiner von ihm zusammengestellter Apparat gestattet es, in der Bestimmung der horizontalen Intensität eine Genauigkeit bis zu 0,05 des wahren Wertes zu erhalten.

Der Apparat besteht aus einer gewöhnlichen Bussole, deren Nadel eine Länge von 60 mm hat, und deren Kreis nur in ganze Grade geteilt ist. Bei einiger Übung gelangt man leicht dahin, die Stellung der Nadel

1) *W. Weber*, Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereines. Bd. I.

bis auf $0,1^0$ abzulesen. Diese Bussole wird auf die Mitte eines Mafsstabes gesetzt, dessen Länge 1 m ist und der in Millimeter geteilt ist. Aufserdem gehört zu dem Apparate ein kleiner Magnetstab, dessen Länge am besten genau 100 mm, und dessen Breite und Dicke den achten Teil der Länge, also 12,5 mm beträgt. Der Magnet ist am bequemsten genau parallelepipedisch gearbeitet; sein Gewicht mufs genau bekannt sein. Um den Stab schwingen lassen zu können, ist es gut, wenn er in seiner Mitte ein kleines Loch zur Aufnahme einer Nähnadel hat, durch deren Öhr man einen Seidenfaden zieht, an welchem der Stab aufgehängt wird. Auch ist es gut, den Stab zum Schutze gegen Luftströmungen in einen kleinen Kasten von der Form Fig. 38 aufzuhängen, wenn man seine Schwingungsdauer beobachten will.

Fig. 38.



Um mit diesem Apparate die Ablenkungsversuche zu machen, stellt man die Bussole auf die Mitte des Mafsstabes, so dafs sie in der Ruhelage auf die Teilstriche 0 und 180 zeigt, und stellt den Mafsstab senkrecht zum magnetischen Meridian; man legt dann den Magnetstab in zwei oder drei verschiedene Entfernungen, sowohl östlich als westlich, und erhält so, wenn wir die Bezeichnungen des §. 17 beibehalten, zwei oder drei Werte von v, jeden aus vier beobachteten Ablenkungen der Nadel. Der geringste Abstand des Stabes von der Nadel mufs der vierfachen Länge der Nadel gleich sein, so dafs die Mitte des Magnets von der Mitte des Mafsstabes immer wenigtens 300 mm entfernt sein mufs. Bei dem gröfsten Abstande des Stabes von der Nadel, bei welchem die Mitte des Stabes von der Nadel 450 mm entfernt ist, beträgt, wenn der Magnetstab gesättigt ist, die Ablenkung der Nadel in unseren Breiten mehr als 20^0, bei einem Versuche W. Webers $23^0\ 9'$. Bei einer auf $0,1^0$ genauen Ablesung ist also die erreichte Genauigkeit wenigstens 0,05.

Den Wert $\frac{M}{T}$ berechnet man aus den gegebenen Versuchen in der angegebenen Weise, indem man bis zu dem zweiten Gliede der Reihe geht. Hat man drei Beobachtungen angestellt, so kann man dieselben benutzen, indem man je zwei kombiniert und schliefslich das Mittel nimmt, oder in anderer Weise nach den Regeln der Wahrscheinlichkeitsrechnung den wahrscheinlichsten Wert berechnet.

Betreffs der Schwingungsbeobachtungen ist nichts zu bemerken. Um aus denselben MT zu erhalten, mufs man das Trägheitsmoment des Magnetes in Bezug auf die Drehungsaxe kennen, und um dieses leicht zu erhalten, ist dem Stabe möglichst genau die parallelepipedische Form zu geben. Ist nämlich die Länge des Stabes a, seine Breite b, sein Gewicht P, so ist das Trägheitsmoment desselben in Bezug auf die Umdrehungsaxe

$$K = \frac{a^2 + b^2}{12} P.$$

Digitized by Google

Damit erhält man dann $M \cdot T$ und durch Kombination in der angegebenen Weise mit dem gefundenen $\frac{M}{T}$, den Wert von T in absolutem Mafse.

Im Jahrgang 1838 der Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins hat W. Weber auch ein transportables Magnetometer beschrieben, mit welchem natürlich eine gröfsere Genauigkeit erreicht werden kann, als mit dem soeben beschriebenen Apparate.

Um in ähnlicher Weise leicht an verschiedenen Orten Beobachtungen machen zu können, hat Lamont auch an seinem Reisetheodoliten eine Vorrichtung zu Ablenkungsversuchen angebracht.

Diese Methode zur Bestimmung der horizontalen Intensität hat den einen Mangel, dafs sie dieselbe nur im Mittel einer längern Zeit giebt, wenn man nicht etwa an einem zweiten Magnetometer vergleichende Schwingungsbeobachtungen macht, um die Schwingungen auf die Zeit der Ablenkungen zu reduzieren. Das bedarf dann aber noch eines besonderen Versuches. Da es aber von ebenso grossem Interesse ist, zu untersuchen, ob und in welcher Weise Änderungen der horizontalen Komponente der erdmagnetischen Kraft stattfinden, als es war den Deklinationen zu folgen. hat Gauss auch für diese Untersuchung einen Apparat konstruiert[1]), das Bifilarmagnetometer, welches die Intensität ebenso genau zu verfolgen gestattet, als das Unifilarmagnetometer die Deklination.

Zur Konstruktion des Bifilarmagnetometers wandte Gauss die Bifilarsuspension an, deren Theorie wir im ersten Bande Seite 521 gegeben haben. Wir sahen dort, dafs wenn ein Körper an zwei Fäden gleicher Länge l aufgehängt ist, welche oben in einem Abstande $2a$ befestigt und an dem Körper so angeknüpft sind, dafs der Abstand der Anknüpfungspunkte $2b$ ist, derselbe sich in der Gleichgewichtslage befindet, wenn die beiden Fäden sich ihrer ganzen Länge nach in einer Vertikalebene befinden, welche gleichzeitig den Schwerpunkt des aufgehängten Körpers in sich aufnimmt. Wird der Körper durch Drehung um die Mittellinie der beiden Fäden aus dieser Lage gebracht, so entsteht ein Drehungsmoment, welches ihn in diese Lage zurückzubringen sucht, welches, wenn p das Gewicht des Körpers und φ der Winkel ist, um welchen der Körper aus seiner Lage gedreht war, gegeben ist in dem Ausdruck

$$a\,pg\,\frac{h}{l}\cdot\frac{b}{l}\sin\varphi,$$

wenn h den vertikalen Abstand der obern und untern Aufhängepunkte bedeutet. Das Gewicht p ist in dem Ausdrucke mit der Beschleunigung g multipliziert, um absolutes Mafs zu verwenden. Sind die Fäden lang gegen a und b, ist ferner φ nur ein kleiner Winkel, so kann man die eingetretene Hebung des Körpers vernachlässigen und $h = l$ setzen, so dafs das Drehungsmoment gleich wird[2])

$$pg\,\frac{ab}{l}\sin\varphi.$$

1) *Gauss,* Resultate aus den Beobachtungen. Bd. II.

2) Eine Untersuchung über das bifilare Drehungsmoment, bei welcher gleichzeitig die bei der Ablenkung eintretende Biegung und Torsion der Fäden mit berücksichtigt wird, sehe man bei *F. Kohlrausch,* Wiedem. Ann. Bd. XVII, p. 744.

Digitized by Google

Ist mit dem aufgehängten Körper ein Magnet verbunden, so tritt zu der Direktionskraft infolge der Aufhängung noch eine andere, die magnetische Direktionskraft. Je nach der Lage des Magnetes sind drei Fälle zu unterscheiden. Erstens, wenn der Körper infolge der Aufhängung im Gleichgewichte ist, ist er es auch infolge der magnetischen Direktionskraft. Wie man sieht, ist das der Fall, wenn die Vertikalebene, welche die Drähte in ihrer Gleichgewichtslage aufnimmt, senkrecht ist zum magnetischen Meridiane, und der Magnet sich in seiner natürlichen Lage, Nord gegen Nord, im Meridiane befindet. Die Kraft, mit welcher der Körper in seiner Gleichgewichtslage zurückgehalten wird, ist dann gleich der Summe der beiden Direktionskräfte, der magnetischen und derjenigen infolge der Aufhängung.

Der zweite Fall unterscheidet sich von dem ersten nur dadurch, dafs der Magnet, wenn die Fäden in der Gleichgewichtslage sich befinden, anstatt in der natürlichen Lage sich in der verkehrten Lage, Süd gegen Nord, im magnetischen Meridiane befindet. Auch dann ist der Apparat im stabilen Gleichgewicht, wenn die Direktionskraft infolge der Aufhängung gröfser ist als die magnetische; die Kraft, mit welcher der Körper in dieser Lage erhalten wird, ist die Differenz beider Direktionskräfte. Ist die magnetische Direktionskraft die gröfsere, so wäre das Gleichgewicht ein labiles; der Körper würde, einmal aus demselben gebracht, sich umkehren, bis der Magnet sich in der natürlichen Lage im Meridiane befindet.

Der dritte Fall ist der, dafs die magnetische Axe des Stabes irgend einem Winkel mit der immer als senkrecht zum magnetischen Meridiane vorausgesetzten Vertikalebene der beiden Fäden bildet, welcher kleiner ist als ein rechter. Der Magnetstab wird dann eine Lage annehmen, welche abhängt von dem Verhältnis der beiden Direktionskräfte und dem Winkel, den die magnetische Axe des Stabes mit jener Vertikalebene macht. Ändert sich die magnetische Direktionskraft, so ändert sich auch sofort die Stellung des Magnetes; wird sie gröfser, so wird er dem Meridiane näher gebracht, bis die Vergröfserung der Richtkraft infolge der stärkeren Drehung der Fäden der verstärkten magnetischen Kraft das Gleichgewicht hält. Verkleinert sich die magnetische Direktionskraft, so wird der Magnet stärker abgelenkt. Kennt man den Winkel, den der Stab in der Ruhelage mit dem Meridiane bildet, und die Drehung der Fäden, so erhält man nach den Gesetzen der Statik das Verhältnis der beiden Direktionskräfte, und kennt man diejenige infolge der Aufhängung, so kann man die magnetische Direktionskraft daraus berechnen.

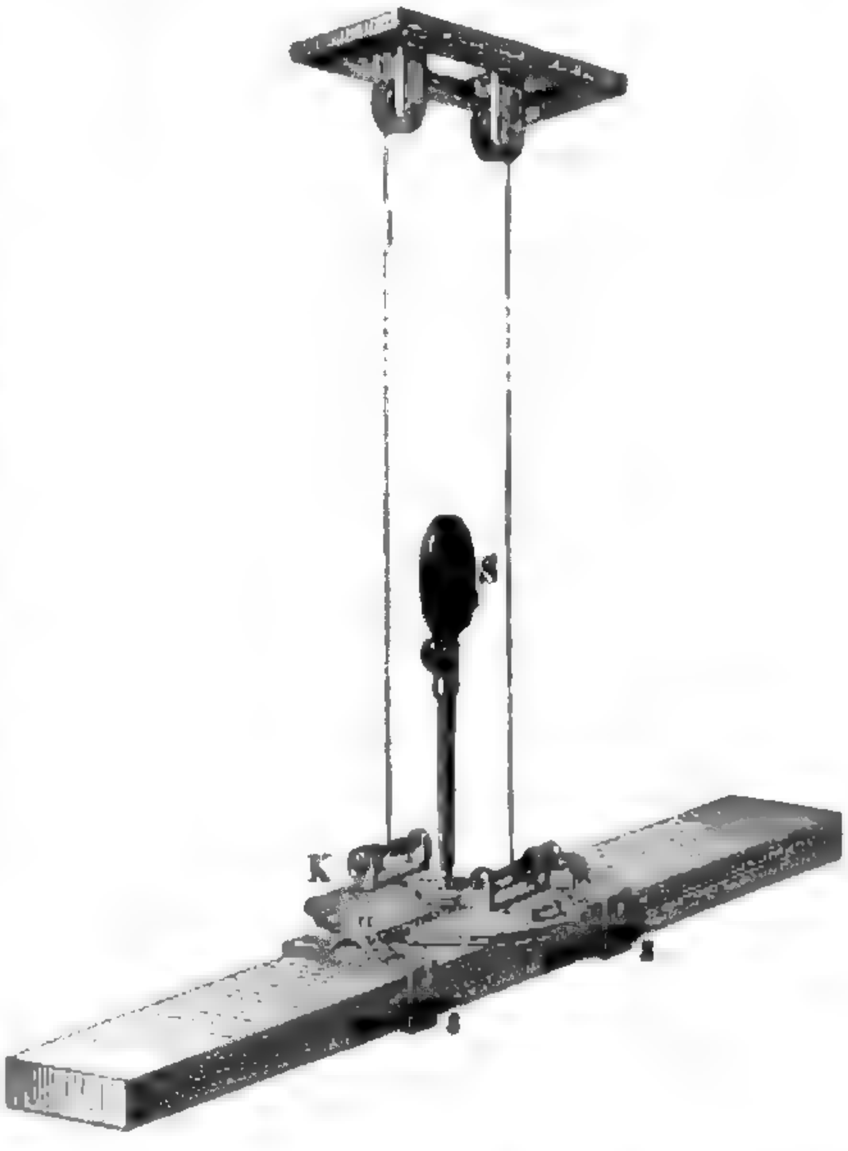
Dieser letzte Fall ist also sehr geeignet die Aufgabe, welche Gauss sich gesetzt hatte, zu lösen, die Veränderungen der erdmagnetischen Kraft zu beobachten, denn wir erhalten den einem bestimmten Momente entsprechenden Wert von $M \cdot T$, und somit auch wenn der Magnetismus des Stabes durch frühere Versuche ein für allemal nach absolutem Mafse gefunden ist, den Wert von T.

Diesen Fall benutzte daher auch Gauss bei Konstruktion seines Bifilarmagnetometers. Der Magnetstab ist ähnlich wie bei dem einfachen Magnetometer in ein Schiffchen *ss* eingelegt, welches von einem geteilten Kreise *K* (Fig. 39) getragen wird. Der Kreis ist an zwei langen Drähten be-

Digitized by Google

festigt, oder besser an den Enden eines einzigen, der oben an der Decke über zwei etwa 4 cm entfernte Cylinder geführt ist; die Enden desselben sind unten an dem Kreise an Schrauben befestigt, so daſs durch Drehung derselben der Apparat etwas gehoben oder gesenkt werden kann. Das Schiffchen ist um das Centrum des Kreises drehbar und mit zwei Nonien versehen, welche an einem der geometrischen Axe des Schiffes parallelen Radius *n* des Kreises befestigt sind, der sich mit dem Schiffchen dreht. Man kann somit an diesen die Stellung des Schiffchens ablesen. In der Axe des Kreises ist ferner ein drehbarer ebenfalls mit einer Alhidade und Nonien versehener Zapfen angebracht, welcher einen kleinen Spiegel *S* trägt. Der Spiegel reflektiert wie bei dem einfachen Magnetometer in ein entferntes Fernrohr einen Teil der unter dem Fernrohr befestigten Skala. Auf diese Weise ist jede horizontale Drehung des Kreises von einer bestimmten Lage auf das genaueste zu messen; kleinere Drehungen an der Skala, indem man die Skalenteile beobachtet, welche an dem Fadenkreuze des Fernrohrs erscheinen, gröſsere, indem man den Spiegel in die Lage zurückdreht, bis wieder der frühere Skalenteil in das Fernrohr reflektiert wird, und die Gröſse der Drehung auf dem geteilten Kreise mit Hilfe der mit dem Zapfen des Spiegels verbundenen Nonien abliest.

Fig. 39.



Zur Beobachtung der Intensitätsvariationen richtet man den Apparat folgendermaſsen ein. Man legt zunächst in das Schiffchen ein dem Magnete gleiches Gewicht; der Apparat wird seine Gleichgewichtslage annehmen, so daſs die Drähte beide in einer Vertikalebene sich befinden. Das Schiffchen wird dann dem magnetischen Meridiane möglichst genau parallel gestellt, was man daran erkennt, daſs der Apparat bei Vertauschung des Gewichts mit dem Magnete seine Stellung durchaus nicht ändert. Der Spiegel wird dann so gestellt, daſs das Bild der Skala in dem entfernten Fernrohre gesehen wird.

Durch Schwingungsbeobachtungen wird die Direktionskraft *S* der Fäden bestimmt, welche etwas gröſser sein muſs als die magnetische Direktionskraft des Magnets. Darauf wird der Magnetstab in das Schiffchen gelegt und zwar in verkehrter Lage, so daſs sein Südpol gegen Norden zeigt, wobei, wie erwähnt, keine Änderung in der Stellung des Apparates eintreten darf. Man beobachtet dann die Schwingungsdauer *t*. Da jetzt die Differenz der Direktionskraft infolge der Aufhängung und der magne-

Digitized by Google

tischen den Apparat zu drehen sucht, so ist, wenn K das Trägheitsmoment des Apparates in Bezug auf die Drehungsaxe, M die magnetische Direktionskraft ist,

$$t^2 = \pi^2 \frac{K}{S - M}.$$

Man legt dann den Magnetstab in natürlicher Lage in das Schiffchen, Nord gegen Nord, und beobachtet die Schwingungsdauer τ. Da jetzt die Summe der magnetischen Direktionskraft und derjenigen infolge der Aufhängung den Apparat richten, so ist

$$\tau^2 = \pi^2 \frac{K}{S + M}.$$

Man erhält daraus das Verhältnis der beiden Kräfte S und M

$$S + M : S - M = t^2 : \tau^2$$

$$2S : S - M = t^2 + \tau^2 : \tau^2$$

$$2M : S - M = t^2 - \tau^2 : \tau^2,$$

und aus den beiden letzten Gleichungen

$$S : M = t^2 + \tau^2 : t^2 - \tau^2.$$

Weicht dieses Verhältnis sehr von der Gleichheit ab, so nähert man die Drähte einander, so dafs etwa $S = 1{,}1\, M$ ist, was durch Versuche oder Rechnung leicht bestimmt werden kann.

Nachdem der Apparat so weit geordnet ist, sucht man dem Magnetstab eine solche Lage zu geben, dafs er senkrecht zum magnetischen Meridiane zu stehen kommt, wenn der Apparat sich selbst überlassen wird, nachdem der Magnet gedreht ist.

Die untere Verbindungslinie der Aufhängepunkte der Drähte ist dann gegen die obere um einen gewissen Winkel z gedreht, und da die Direktionskraft infolge der Aufhängung dem Sinus dieses Winkels proportional ist, so ist die Kraft, mit welcher der Apparat infolgedessen gedreht wird, gleich $S \cdot \sin z$.

Da der Magnet senkrecht zum magnetischen Meridiane stehen soll, so wird derselbe durch das ganze Drehungsmoment M, welches der Erdmagnetismus ihm erteilt, zurückgeführt. Die Gleichgewichtsbedingung ist also

$$S \sin z = M$$

$$\sin z = \frac{M}{S} = \frac{t^2 - \tau^2}{t^2 + \tau^2}.$$

Dreht man daher den Magnetstab aus seiner natürlichen Lage um einen Winkel $90^0 + z$, etwa so, dafs sein Nordpol nach Osten liegt, so wird derselbe wieder in den magnetischen Meridian zurückzukehren suchen, und das ihn zurückführende Drehungsmoment wird zunächst zunehmen, bis der Magnet mit dem magnetischen Meridiane einen rechten Winkel bildet. Dann ist es gleich M.

Der Magnet kann aber, da man nach der Drehung das Schiffchen wieder am Kreise festgeklemmt hat, nur zurückkehren, indem er den Kreis und mit diesem die untere Verbindungslinie der Fäden dreht. Ist der Stab senkrecht zum magnetischen Meridiane geworden, so haben sich die Fäden

Digitized by Google

um den Winkel z gedreht, die Gleichgewichtsbedingung ist dann erreicht, da die magnetische Direktionskraft M den Apparat nach der einen, die Direktionskraft $S \sin z$ ihn nach der andern Seite zu drehen sucht. Dreht man jetzt den Spiegel um den Winkel z nach der Seite, nach welcher der Magnet gedreht war, so sieht man im Fernrohr wieder denselben Punkt der Skala reflektiert wie früher.

In dieser von Gauss die transversale genannten Lage bleibt der Apparat stehen und die Änderungen der Intensität beobachtet man an der Skala. Denn wird M jetzt gröfser, so hält $S \sin z$ nicht mehr der ganzen horizontalen Komponente das Gleichgewicht, der Stab dreht sich gegen seine natürliche Lage, bis der vergröfserte Winkel z der dann noch bleibenden Komponente von M das Gleichgewicht hält. Wird M kleiner, so wird der Magnetstab der verkehrten Lage zugedreht, so weit, bis die Verkleinerung von z der noch übrig bleibenden Komponente das Gleichgewicht hält.

Man beobachtet die Gleichgewichtslage des Bifilarmagnetometers jedenfalls am besten aus den Schwingungen desselben, wie bei der Beobachtung der Deklinationen. Die Schwingungsdauer des Apparates läfst sich leicht folgendermafsen erhalten. Ist der Apparat um einen Winkel α nach der einen Seite gedreht, so ist die Kraft, welche ihn in die frühere Lage zurücktreibt,

$$S \sin (z + \alpha) - M \cos \alpha,$$

oder wenn wir den Sinus der Summe $z + \alpha$ auflösen und beachten, dafs $S \sin z - M = 0$,

$$S \cos z \sin \alpha,$$

so dafs $S \cos z$ die Kraft ist, welche den aus der transversalen Lage um 90^0 gedrehten Apparat in seine Gleichgewichtslage zurücktreibt; daraus folgt für die Schwingungsdauer

$$t_1^2 = \pi^2 \cdot \frac{K}{S \cos z}.$$

Nun ist

$$\cos z = \sqrt{1 - \frac{M^2}{S^2}} = \frac{\sqrt{S^2 - M^2}}{S},$$

deshalb

$$t_1^2 = \pi^2 \cdot \frac{S}{\sqrt{S^2 - M^2}},$$

oder

$$t_1^2 = t \cdot \tau.$$

Die Schwingungsdauer des Apparates bei transversaler Lage des Magnetes ist gleich der mittleren Proportionalen zwischen den Schwingungsdauern des Apparates bei natürlicher und verkehrter Lage des Magnetes.

Wir erhalten die Änderung der Intensität direkt in Teilen der Skala; sucht man daraus den Ablenkungswinkel v aus der transversalen Lage zu bestimmen, so ist nach dem Vorigen, weil $S \cos z$ die Direktionskraft des Apparates in absolutem mechanischem Mafse ist,

$$S \cos z \sin v,$$

oder da wir bei so kleinen Ablenkungen den Sinus mit dem Bogen, den-

Digitized by Google

selben natürlich auch in Teilen des Halbmessers ausgedrückt, vertauschen können

$$v\, S \cos z$$

die Änderung der magnetischen Direktionskraft in absolutem Maſse. Da nun die magnetische Direktionskraft selbst gleich $S \sin z$ ist, so wird

$$v \cdot \frac{S \cos z}{S \sin z} = v \cot z = v \cdot \frac{2 t \tau}{t^2 - \tau^2}$$

die Änderung der magnetischen Direktionskraft in Bruchteilen derselben und somit auch die Änderung der horizontalen Komponente der erdmagnetischen Kraft in Bruchteilen derselben[1]).

Aus der horizontalen Komponente der erdmagnetischen Kraft T und dem Inklinationswinkel i erhält man dann die totale Intensität des Erdmagnetismus I

$$I = \frac{T}{\cos i},$$

und ebenfalls dann aus dieser in

$$V = I \cdot \sin i$$

die vertikale Komponente, so daſs die drei Elemente: Deklination, Inklination und Intensität die erdmagnetische Kraft am Orte der Beobachtung der Gröſse und Richtung nach vollständig bestimmen.

§. 26.

Der magnetische Zustand der Erde. Nach den in den letzten drei Paragraphen beschriebenen Methoden sind an vielen Orten der Erde magnetische Beobachtungen angestellt worden. Für die verschiedensten Punkte der Erde sind die Deklination und Inklination und in neuester Zeit auch die horizontale Intensität bestimmt worden. Wenn auch die Beobachtungen bei weitem noch nicht zahlreich genug sind, um den magnetischen Zustand der Erde mit denselben vollständig zu bestimmen, so reichen sie doch, wie Gauss gezeigt hat, hin, um gewisse Sätze über den magnetischen Zustand der Erde abzuleiten und denselben im allgemeinen zu charakterisieren.

Um einen Überblick über die Resultate der Beobachtungen zu erhalten, hat man schon früh ein graphisches Verfahren angewandt, indem man auf genauen Karten der Erde oder einzelner Teile derselben die beobachteten Deklinationen und Inklinationen, und jetzt auch die Intensitäten eintrug. Auf diese Weise erhielt man die Orte, an welchen sich die Deklinationen oder Inklinationen gleich zeigten, und man fand, jemehr Beobachtungen angestellt wurden, daſs die Orte, an welchen eines der drei Elemente gleichen Wert hatte, durch Linien mit einander verbunden werden konnten, welche im groſsen und ganzen nicht zu vielfach gekrümmt waren. Unter der Voraussetzung, daſs jedes der drei Elemente an der Erdoberfläche sich stetig, nicht sprungweise ändert, eine Voraussetzung,

1) Man sehe auch die Abhandlungen von *W. Weber* in den Resultaten Bd. II, p. 20, und von *Gauss* in den Resultaten Bd. IV, in welcher letzterer das Bifilarmagnetometer ganz allgemein behandelt ist.

Digitized by Google

welche nach der im vorigen Kapitel dargelegten Lehre von dem magnetischen Verhalten der Körper notwendig ist, wenn wir die Erde selbst als einen grofsen Magnet ansehen, erhielten diese Linien eine grofse Bedeutung. Denn dann war man berechtigt anzunehmen, dafs alle von diesen Linien getroffenen Orte auch für jenes Element denselben Wert hätten wie jene Orte, welche man zuerst wegen der Gleichheit dieses Elementes verband.

Auf diese Weise entstanden auf den Karten drei Liniensysteme, deren eines die Orte gleicher Deklination mit einander verbindet, man nennt es das System der Isogonen; das zweite besteht aus jenen Linien, welche die Orte gleicher Inklination verbinden, es ist das System der Isoklinen, und das dritte verbindet die Orte gleicher Intensität und führt den Namen der Isodynamen.

Die Isogonen und Isoklinen reichen noch nicht allein hin, um die Richtung der Magnetnadel im Raume an einem Orte zu bestimmen, da sie von veränderlichen Richtungen aus gerechnet werden, die Isogonen von der Richtung des Meridianes, die Isoklinen von derjenigen der Horizontalen aus. Beide Richtungen sind aber für verschiedene Orte verschieden. Man mufs daher zu den Isogonen noch die geographische Länge, zu den Isoklinen die Breite hinzufügen, um die Richtung der Nadel zu bestimmen.

Anstatt die Richtung der Magnetnadel durch die Deklination und Breite auf den Karten zu verzeichnen, hat Duperrey eine andere Konstruktion angewandt, die Zeichnung magnetischer Meridiane. Ein magnetischer Meridian ist die Verbindungslinie aller der Orte, an welchen die Richtung der horizontalen Magnetnadel im Raume dieselbe ist. Eine Magnetnadel, welche ihn durchläuft, mufs demnach an allen Punkten desselben in derselben Vertikalebene sich befinden. Die Deklination der Magnetnadel ist eben deshalb an den verschiedenen Orten auf demselben magnetischen Meridiane verschieden, so wie die Richtung der Nadel an den Orten gleicher Deklination verschieden ist; denn da die Richtung der verschiedenen astronomischen Meridiane eine verschiedene ist, so mufs dieselbe Richtung mit den verschiedenen Meridianen verschiedene Winkel bilden.

Auf diese Weise sind mehrfach magnetische Karten konstruiert worden, zuerst von Halley für das Jahr 1700, später von Hansteen für das Jahr 1780 und für die Jahre 1600, 1700 und 1800. Letztere sind nur Deklinationskarten. A. Ermann gab später eine Karte der Deklinationen für 1827—1830 und Barlow eine für 1833. Daran schliefst sich die allgemeine Karte von Duperrey mit Meridianen und schliefslich der den Resultaten aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins beigegebene Atlas, den Gauss bei der Durchführung seiner allgemeinen Theorie des Erdmagnetismus hatte ausführen lassen. Die deutsche Seewarte gab schliefslich drei erdmagnetische Karten, welche die Linien gleicher Deklination, Inklination und gleicher Horizontalintensität für 1880 enthalten[1]).

Aus den Deklinationskarten ergiebt sich im allgemeinen, dafs die Deklination an den verschiedenen Orten die verschiedensten Werte hat, dafs sie nahe auf der Hälfte der Erde westlich, auf der andern östlich ist. Beide Hälften sind getrennt durch die Orte ohne Deklination, welche auf einer wahrscheinlich in sich geschlossenen Linie liegen, die jedoch vielfach

1) Annalen der Hydrographie Bd. VIII.

Digitized by Google

gekrümmt ist. Man kennt von dieser Linie bis jetzt zwei getrennte Teile; der eine dieser Teile durchschneidet die Hudsonsbai, den östlichen Teil von Nordamerika, tritt ungefähr bei 73° W. L. von Greenwich und 38° N. Br. in den atlantischen Ocean, zieht sich östlich an den westindischen Inseln vorüber, durchsetzt die Ostspitze von Südamerika und tritt bei ungefähr 40° W. L. von Greenwich und 20° S. Br. wieder ins Meer. Der andere Teil zieht sich zwischen dem 45. und 50. Grad O. L. durch das russische Asien, geht durch das kaspische Meer und wendet sich, nachdem er das östliche Arabien durchzogen, stark nach Osten dem australischen Kontinente zu.

Auf der einen Seite dieser Agone ist die Deklination westlich, nämlich auf der europäischen, auf der anderen ist sie östlich; die Deklination ist um so gröfser, je weiter man sich von den Agonen entfernt. Die Isogonen haben sonst im allgemeinen einen ähnlich gekrümmten Lauf wie die Agone.

Da sich in den astronomischen Polen alle Meridiane schneiden, so müssen sich deshalb auch alle Isogonen dort schneiden, d. h. am Pol hat die Deklination alle möglichen Werte, obwohl die Nadel dort nur eine feste Richtung hat; die Deklination ist verschieden, je nach dem Meridiane, welchen man aus den unendlich vielen im Pole sich schneidenden auswählt, um mit ihm die Richtung der Magnetnadel zu vergleichen.

Die Isogonen schneiden sich aufserdem noch in zwei anderen Punkten, in der Nähe der beiden Pole der Erde, in welchen die horizontale Magnetnadel durchaus keine bestimmte Richtung mehr hat, weil dort die Richtung der erdmagnetischen Kraft vertikal ist. Man nennt diese Punkte die magnetischen Pole der Erde. Der eine derselben, der nördliche magnetische Südpol, befindet sich nach den Beobachtungen des Kapitän Ross bei 70° 5′ nördlicher Breite und bei 96° 46′ westlicher Länge von Greenwich. Der südliche magnetische Pol liegt nach Gauss in der Gegend von 66° südlicher Breite und 146° östlicher Länge von Greenwich. Die beiden Pole liegen also nicht an den entgegengesetzten Enden eines Durchmessers der Erde.

Die Inklination hat ebenfalls an den verschiedenen Punkten der Erde sehr verschiedene Werte, sie ist auf einem Teile der Erde so, dafs der Nordpol, auf dem andern so, dafs der Südpol unter der Horizontalen steht. Auf beiden Teilen durchläuft sie alle Werte von 0° bis 90°. Die beiden Teile sind getrennt durch Orte, an welchen die Magnetnadel horizontal, also ohne Neigung ist. Die Kurve, welche diese Orte verbindet, nennt man die Akline oder den magnetischen Äquator. Derselbe liegt in der Nähe des astronomischen Äquators, welchen sie mehrfach schneidet, nämlich in der Nähe der Westküste von Afrika im atlantischen Ocean und im stillen Ocean. Von dem ersten Schnittpunkte nach Osten durchschneidet die Akline das mittlere Afrika, entfernt sich südlich von Arabien bei ungefähr 50° O. L. von Greenwich bis zum 18° N. Br. vom Äquator, senkt sich dann südlich an Asien vorbeilaufend wieder zum Äquator, schneidet ihn im stillen Ocean und entfernt sich dann nach Süden hin von ihm bis ungefähr 15° S. Br. in der Nähe der Küste von Brasilien.

Südlich vom magnetischen Äquator ist die Inklination eine südliche, nördlich von ihm ist sie nördlich, sie wächst, je weiter man sich von demselben entfernt und wird schliefslich in den magnetischen Polen gleich 90°. An der vertikalen Stellung der Inklinationsnadel geben sich die

Digitized by Google

magnetischen Pole zu erkennen. Die Linien gleicher Neigung umgeben die magnetischen Pole in ähnlicher Weise wie die Parallelkreise die astronomischen, ohne dafs sie jedoch wie diese Kreise wären. Sie sind alle mehrfach gekrümmte Kurven.

Die Linien gleicher Intensität laufen ungefähr wie die Isoklinen; sie zeigen, dafs die Intensität in der Nähe des Äquators am kleinsten ist, und dafs sie zunimmt, je weiter man sich von demselben entfernt. Die Punkte gröfster Intensität fallen nicht mit den magnetischen Polen zusammen, ja es giebt deren mehrere. Auf der nördlichen Halbkugel sind deren zwei bestimmt, der eine in Nordamerika, der andere im nördlichen Asien; die Intensität ist dort ungefähr die doppelte von jener am Äquator[1]).

Es fragt sich nun, welcher ist der magnetische Zustand der Erde, aus dem die oben in groben Zügen dargelegten Erscheinungen hervorgehen, oder mit anderen Worten, wie mufs die Erde magnetisiert sein, wo liegen die Pole dieses Magnetes, in welcher Richtung seine Axe, wo ist seine Mittellinie, schliefslich wie stark ist er magnetisiert, was ist sein magnetisches Moment. Alle diese Fragen kann nur eine mathematische Behandlung lösen, welche von den Grundgesetzen des Magnetismus ausgehend die Lage und Kraft des Magnetes zu berechnen sucht, welcher an der Oberfläche der Erde sich in der durch die Beobachtungen gegebenen Weise äufsert.

Der Erste, welcher den Versuch machte diese Frage zu lösen, war Tobias Mayer[2]). Er schlug dazu folgenden Weg ein. Er nahm an, es befinde sich in der Erde ein kleiner Magnet, dessen Mittelpunkt mit demjenigen der Erde zusammenfällt, und dessen Pole sich in geringer Entfernung von demselben befinden. Er berechnete dann nach den Gesetzen der magnetischen Anziehung und Abstofsung den Einflufs, welchen dieser Magnet auf einen kleinen Magnet an irgend einem Punkte der Erdoberfläche haben würde. Die an diesem Punkte wirksame Kraft kann man in drei Komponenten zerlegen, von denen zwei der Horizontalebene des betreffenden Ortes parallel, die dritte dagegen vertikal ist. Von den beiden horizontalen Komponenten ist die eine dem astronomischen Meridiane parallel, die andere zu ihm senkrecht. Das Verhältnis der beiden letzten Komponenten giebt die Richtung des magnetischen Meridianes, die Wurzel aus der Summe ihrer Quadrate die horizontale Intensität, und das Verhältnis dieser zur vertikalen Komponente die Richtung der Inklination.

Ohne auf diese Theorie weiter einzugehen, die später auch Biot und andere verfolgten, sind einige wesentliche Schlüsse derselben leicht zu übersehen. Es müssen nämlich nach derselben die beiden magnetischen Pole die Punkte sein, wo die verlängerte Axe des kleinen Magnetes die Erdoberfläche trifft. Der magnetische Äquator mufs ein gröfster Kreis sein, welcher senkrecht ist zu der Verbindungslinie der beiden Pole; die magnetischen Meridiane müssen ebenfalls gröfste Kreise und senkrecht zum magnetischen Äquator sein. Die Richtung einer ganz frei schwebenden Magnetnadel mufs auf allen Punkten eines mit dem magnetischen Äquator paral-

1) Man sehe die verschiedenen Atlanten des Erdmagnetismus, besonders den von *Gauss,* welcher den Resultaten aus den Beobachtungen des magnetischen Vereines beigegeben ist, und die Tabelle im Bd. III der Resultate p. 36 ff. und die Karten der deutschen Seewarte für 1880.

2) *Gehlers* Wörterbuch Bd. VI. 2. Erdmagnetismus, Theorie.

Digitized by Google

lelen Kreises dieselbe sein; und schliefslich die Intensität mufs am Äquator am kleinsten, an den Polen am gröfsten und auf den verschiedenen Punkten der magnetischen Parallelen dieselbe sein.

Ein Vergleich dieser Folgerungen mit den Resultaten der Beobachtung zeigt aber sofort, dafs kaum eine einzige bestätigt wird, dafs weder der magnetische Äquator, noch die Meridiane gröfste Kreise, noch auch dafs dieselben zu einander senkrecht sind. Ebenso ist es mit den anderen Folgerungen.

Der magnetische Zustand der Erde ist also nicht derartig, als wenn in dem Innern der Erde ein solcher kleiner Magnet vorhanden wäre.

Die Unzulänglichkeit dieser Theorie führte Hansteen[1]) zu der Annahme, der magnetische Zustand der Erde liefse sich darstellen durch zwei im Innern der Erde vorhandene kleine Magnete von ungleicher Lage und ungleicher Stärke. Um die Folgerungen aus dieser Annahme zu ziehen, hat man die Rechnungen ganz ähnlich zu führen, wie wir sie oben andeuteten. Hansteen hat dieselben durchgeführt, und um die Resultate der Theorie, die sich hier nicht so übersichtlich darstellen lassen, mit der Erfahrung zu vergleichen, für 48 Orte die drei Elemente der erdmagnetischen Kraft berechnet und mit den Beobachtungen zusammengestellt. In dieser Zusammenstellung[2]) zeigen sich aber zwischen Erfahrung und Theorie so bedeutende Unterschiede, dafs man die Theorie nur als unzulänglich bezeichnen kann; die Unterschiede zwischen den berechneten und beobachteten Werten steigen bei der Deklination auf fast 30^0 und bei der Inklination auf fast 13^0.

Bei so bedeutenden Abweichungen wird man zu dem Schlusse geführt, dafs die magnetische Beschaffenheit der Erde keine solche ist, für welche eine Konzentrierung in einen oder in ein paar einzelne kleine Magnete gesetzt werden kann. Es würde nun wohl möglich sein, durch die Annahme einer gröfseren Anzahl von Magneten und deren passende Verteilung im Innern der Erde eine genügende Übereinstimmung zwischen Theorie und Erfahrung herzustellen, indes wird man die so angenommene Beschaffenheit des magnetischen Zustandes der Erde nicht als der Wirklichkeit entsprechend ansehen dürfen, ebensowenig wie wir der Emissionshypothese eine reale Geltung zulegen können, welche durch Häufung von Hypothesen imstande war, eine grofse Anzahl von Lichterscheinungen aus sich abzuleiten.

Deshalb schlug Gauss in seiner allgemeinen Theorie des Erdmagnetismus[3]) einen ganz anderen Weg ein; er legte keine Hypothese über die magnetische Verteilung in der Erde zu Grunde, sondern ging von den durch die Beobachtungen gelieferten Äufserungen der magnetischen Erdkraft aus. Es gelang ihm auf diese Weise nicht nur, die beobachteten Werte der drei Elemente durch eine Formel wiederzugeben, sondern auch die Lage der magnetischen Axe in der Erde und das magnetische Moment der ganzen Erde zu bestimmen. Wir müssen uns hier damit begnügen, die

1) *Hansteen*, Untersuchungen über den Magnetismus der Erde. *Gehlers* Wörterbuch Bd. VI, 2.

2) Die Zusammenstellung findet sich vollständig in *Gehlers* Wörterbuch Bd. VI, 2. p. 1072 ff.

3) *Gauss*, Resultate aus den Beobachtungen etc. Bd. III.

Digitized by Google

Grundzüge dieser Theorie darzulegen, da eine vollständige Behandlung derselben sehr schwierige mathematische Entwickelungen voraussetzt.

Die Grundlage der Gaussschen Untersuchungen ist die Voraussetzung, dafs die erdmagnetische Kraft die Gesamtwirkung der magnetischen Teile des Erdkörpers ist; das Magnetisiertsein stellt sich Gauss als Scheidung der magnetischen Flüssigkeiten vor, so also, dafs die magnetischen Teile der Erde aus Elementarmagneten bestehen. Als Mafs der magnetischen Flüssigkeiten wendet er das absolute von ihm aufgestellte Mafs an, nach welchem als positive Einheit jene Quantität nördlichen Fluidums gedacht wird, welche auf eine ebenso grofse Quantität desselben Fluidums in der zur Einheit angenommenen Entfernung eine bewegende Kraft ausübt, die der zur Einheit angenommenen gleich ist. Südlicher Magnetismus ist demnach mit dem negativen Vorzeichen zu versehen; da nach der Theorie der Scheidung in jedem Elementarmagnete genau ebensoviel Südmagnetismus wie Nordmagnetismus vorhanden ist, mufs die Summe der Magnetismen in der Erde wie in jedem Magnete gleich null sein.

Da die Magnetismen nach dem umgekehrten Quadrate der Entfernungen wirken, können wir für jeden Punkt der Erde die Richtung und Gröfse der magnetischen Kraft, also auch die drei der Beobachtung zugänglichen Gröfsen: Deklination, Inklination und Horizontalintensität berechnen, wenn wir für jeden Punkt der Erde die Potentialfunktion des in der Erde vorhandenen Magnetismus angeben können. Ist $d\mu$ das in einem Raumelement der Erde vorhandene Quantum an freiem Magnetismus und ρ der Abstand desselben von irgend einem Punkte des Raumes, dessen Koordinaten in einem irgend wie gelegten rechtwinkligen Kordinatensystem x, y, z sind, so ist nach §. 2 die Potentialfunktion des Magnetismus der Erde in dem betrachteten Punkte des Raumes

$$V = \int \frac{d\mu}{\rho},$$

wo die Integration über die ganze Erde auszudehnen ist.

Die den Koordinatenaxen parallelen Komponenten der Kraft sind

$$\xi = -\frac{\partial V}{\partial x}, \quad \eta = -\frac{\partial V}{\partial y}, \quad \zeta = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

und die Gröfse der resultierenden Kraft ist

$$\psi = \sqrt{\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2}.$$

Kennt man somit für den betrachteten auf der Oberfläche der Erde liegenden Punkt den Winkel, den die Richtung des Meridians und der Horizontalen mit den Koordinatenaxen bildet, so kann man alle den Erdmagnetismus betreffenden Gröfsen aus dem Werte von V berechnen.

Anstatt die Potentialfunktion in rechtwinkligen Koordinaten auszudrücken, können wir auch andere einführen, und Gauss wählte dafür die Entfernung r des betrachteten Punktes von dem Mittelpunkte der Erde, den Winkel u, welchen die Richtung r mit dem nördlichen Teil der Erdaxe bildet und den Winkel λ, den eine durch r und die Erdaxe gelegte Ebene mit einer festen Meridianebene bildet.

Sind r_0, u_0, λ_0 die Koordinaten eines Elementes $d\mu$ der Erde, sind weiter r, u, λ diejenigen des betrachteten, irgendwo im Raume liegenden Punktes, so wird zunächst in diesen Koordinaten ausgedrückt

$$\varrho^2 = r^2 - 2rr_0\{\cos u \cos u_0 + \sin u \sin u_0 \cos(\lambda - \lambda_0)\} + r_0^2.$$

Man übersieht diese Form für ϱ am leichtesten, wenn man ϱ sich zunächst durch rechtwinklige Koordinaten darstellt, deren Z-Axe mit der Erdaxe, deren Y-Axe mit dem Äquatorialradius der festen Meridianebene zusammenfällt, und deren X-Axe senkrecht zu dieser Ebene ist. Drückt man die rechtwinkligen Koordinaten durch r, u, λ aus, so erhält man den Ausdruck für ϱ unmittelbar. Damit wird

$$V = \int \frac{d\mu}{\sqrt{r^2 - 2rr_0\{\cos u \cos u_0 + \sin u \sin u_0 \cos(\lambda - \lambda_0)\} + r_0^2}}.$$

Gauss setzt nun für die Potentialfunktion eine nach fallenden Potenzen von r fortschreitende Reihe, welcher er die Form giebt

$$-V = \frac{R^2 P^0}{r} + \frac{R^3 P'}{r^2} + \frac{R^4 P''}{r^3} + \frac{R^5 P'''}{r^4} + \cdots,$$

worin R den Radius der Erde, dieselbe als Kugel betrachtet, bedeutet.

Die Koefficienten dieser Reihe sind nur mehr Funktionen von λ und u. Entwickelt man nämlich den Ausdruck im Nenner unter dem Integralzeichen in eine Reihe, so werden z. B. die beiden ersten Glieder dieser Reihe

$$\frac{1}{r} + \frac{r_0}{r^2}\Big\{\cos u \cos u_0 + \sin u \sin u_0 \cos(\lambda - \lambda_0)\Big\} + \frac{r_0^2}{r^3} + \cdots,$$

somit wird

$$R^2 P^0 = -\int d\mu$$

$$R^3 P^1 = -\{\alpha \cos u + \beta \sin u \cos \lambda + \gamma \sin u \sin \lambda\},$$

worin

$$\alpha = \int r_0\, d\mu \cos u_0 \qquad \beta = \int r_0\, d\mu \sin u_0 \cos \lambda_0$$

$$\gamma = \int r_0\, d\mu \sin u_0 \sin \lambda_0$$

bedenten.

Nach der von Gauss angenommenen Verteilungstheorie des Magnetismus ist in der Erde genau soviel nördlicher wie südlicher Magnetismus vorhanden, es ist deshalb $\int d\mu$ und damit $P^0 = 0$. Für die Punkte der Erdoberfläche nimmt in der Reihe für V die Gröfse r den Wert R an, für diese wird daher unter Beachtung dafs $P^0 = 0$,

$$-V = R(P' + P'' + P''' + \cdots),$$

und auch hier sind die Koefficienten P', P'' ·· nur abhängig von u und λ, sie lassen sich, wie das Beispiel für P' zeigt, durch Ausdrücke darstellen, welche aufser konstanten Koefficienten nur Potenzen von sin u, cos u, sin λ, cos λ enthalten. In dieser Weise enthält der Ausdruck für P', wie wir sehen, drei Glieder mit drei konstanten Zahlenkoefficienten, der Ausdruck für P'' enthält fünf, für P''' sieben, für P'''' neun Koefficienten u. s. f. Eine genauere Untersuchung dieser Koefficienten besonders

Digitized by Google

mit Zuhilfenahme der Differentialquotienten von V führte zu dem Resultate, dafs sich dieselben aus einer hinreichenden Anzahl Beobachtungen der Gröfse und Richtung der erdmagnetischen Kraft an der Erdoberfläche ableiten lassen. Auf diese Untersuchung von Gauss näher einzugehen, ist hier nicht möglich.

Die an 84 Orten beobachteten Werte für die Richtung und Gröfse der erdmagnetischen Kraft setzten Gauss in den Stand, die Berechnung der in den vier ersten Gliedern vorhandenen Koefficienten durchzuführen, also einen angenäherten Wert von V zu erhalten. Gauss berechnete dieselben und erhielt so eine Reihe für V, geordnet nach steigenden Potenzen der trigonometrischen Funktionen von u und λ, mit bestimmten Zahlenkoefficienten, welche für jeden Punkt der Erde den Wert von V zu berechnen und aus diesem die Deklination, Inklination und Intensität abzuleiten gestattete. Um diese theoretisch abgeleitete Reihe für V zu prüfen, berechnete er für 91 Orte der Erde, von denen gute Beobachtungen vorlagen, die drei Elemente: Deklination, Inklination und Intensität, und verglich sie mit den beobachteten Werten. Es zeigten sich allerdings noch Unterschiede zwischen Beobachtung und Rechnung, aber nur noch so geringe, dafs man sicher erwarten kann, einen den magnetischen Zustand der Erdoberfläche mit gröfster Genauigkeit darstellenden Ausdruck für V zu erhalten, wenn aus den hinreichenden ferneren Beobachtungen noch die 11 Koefficienten für ein fünftes Glied der Reihe berechnet werden.

Die erste Forderung, welche an eine Theorie des Erdmagnetismus gestellt werden mufs, ist hierdurch erfüllt; die von Gauss gegebene setzt uns in den Stand, den magnetischen Zustand der Erdoberfläche durch Rechnung zu bestimmen, also die Verteilung des freien Magnetismus an der Oberfläche der Erde darzustellen. Es fragt sich nun, wie weit ist sie imstande die zweite Forderung zu erfüllen, uns zu sagen, wie die Erde magnetisiert ist, an deren Oberfläche die gefundene Verteilung stattfindet. Auch das ist der Fall, soweit es überhaupt möglich ist. Nicht möglich ist es, aus der beobachteten Verteilung an der Oberfläche diejenige im Innern der Erde vollständig abzuleiten.

Es läfst sich nämlich, wie Gauss zeigt, beweisen, dafs man anstatt jeder beliebigen Verteilung des Magnetismus im Innern eines körperlichen Raumes allemal eine Verteilung auf der Oberfläche dieses Raumes substituieren kann, so dafs die Wirkung in jedem Punkte des äusseren Raumes genau dieselbe bleibt. Daraus folgt unmittelbar, dafs einerlei Wirkung im ganzen äufseren Raume aus unendlich vielen verschiedenen Verteilungen der magnetischen Flüssigkeiten im Innern abzuleiten ist.

Dagegen aber läfst sich zeigen, dafs der Sitz der konstanten magnetischen Kräfte, deren Theorie in dem Vorigen angedeutet ist, notwendig im Innern der Erde, nicht in der Atmosphäre oder im Raume, sich befinden mufs. Die erdmagnetische Kraft läfst sich an jedem Orte in eine vertikale und zwei horizontale zerlegen, deren letzteren eine parallel dem astronomischen Meridiane, deren andere zu demselben senkrecht ist. Entwickelt man unter Voraussetzung, dafs der Sitz der erdmagnetischen Kraft aufserhalb der Erde ist, die drei Komponenten aus dem dann für jeden Punkt der Erde stattfindenden Werte des magnetischen Potentials, so erhält man für die horizontalen Komponenten dieselben, für die vertikalen

aber andere Werte als unter der Annahme, daſs der Sitz der magnetischen Kräfte in der Erde ist. Daraus ergiebt sich, daſs auch die Richtung der Inklination und die totale Intensität in beiden Fällen eine verschiedene sein muſs. Da nun aber die Übereinstimmung zwischen der Beobachtung und der Rechnung mit der Annahme, daſs der Sitz der Kräfte im Innern der Erde sei, eine sehr nahe ist, so folgt, daſs diese Annahme der Wirklichkeit entspricht. Dabei ist es aber noch möglich, daſs ein kleiner Teil dieser Kräfte seinen Sitz auſserhalb der Erde hat.

Ferner hat Gauss aus seiner Theorie die Richtung der magnetischen Axe der Erde und das magnetische Moment derselben abzuleiten vermocht.

Die magnetische Axe der Erde ist nicht jene Richtung, welche die beiden magnetischen Pole der Erde verbindet, da diese Richtung keineswegs jene Eigenschaften haben muſs, welche die magnetische Axe hat. Dieselbe ist jene Richtung eines Magnetes, in Bezug auf welche das Drehungsmoment MT, welches den Magnet in den Meridian zurückführt, wenn er zu demselben senkrecht steht, seinen gröſsten Wert hat, wie sich daraus ergiebt, daſs der Magnet in Ruhe ist, wenn diese Richtung dem Meridiane parallel ist. Jenes Drehungsmoment MT erhält aber seinen gröſsten Wert, wenn das magnetische Moment M seinen gröſsten Wert erhält. Daraus folgt, daſs die magnetische Axe jene Richtung ist, in Bezug auf welche das magnetische Moment, das ist die Summe aus allen Produkten der magnetischen Elemente und ihrer parallel dieser Richtung gemessenen Abstände von der Mitte des Magnets, seinen gröſsten Wert hat.

Diese Richtung ist für die Erde nach Gauss jener Erddurchmesser, welcher die Punkte 77° 50′ N. Br., 63° 31′ westlicher Länge von Greenwich und 77° 50′ S. Br., 116° 29′ östlicher Länge verbindet.

Das magnetische Moment der Erde ist dann nach absolutem Gaussschen Maſse gleich 853 800 Quadrillionen. Nach demselben Maſse wurde das magnetische Moment eines einpfündigen Magnetstabes gleich 100 877 000 gefunden; es wären also 8464 Trillionen solcher Magnetstäbe mit parallelen Axen erforderlich, um dieselbe magnetische Wirkung im äuſseren Raume hervorzubringen als die Erde. Nimmt man an, daſs der Magnetismus in der Erde gleichförmig verteilt ist, so würde jedes Kubikmeter der Erde in Bezug auf seine magnetische Wirkung durch acht solcher Stäbe mit parallelen Axen ersetzt.

§. 27.

Variationen des Erdmagnetismus. Die numerischen Werte in der allgemeinen Theorie des Erdmagnetismus geben uns die Elemente desselben, abgesehen von lokalen Störungen für eine ganz bestimmte Zeit. Es giebt nämlich zunächst einzelne Orte auf der Erde, wo die Richtung und Stärke der erdmagnetischen Kraft nicht mit der angenommenen Stetigkeit in der Veränderung dieser Kraft übereinstimmt, wo sie nicht als eine Funktion der Lage dieses Ortes auf der Erdoberfläche auftritt, sondern stärker oder schwächer oder anders gerichtet ist, als sie es den benachbarten Orten gemäſs sein sollte. Es ist das z. B. an den Orten der Fall, an denen sich magnetische Gesteine in groſser Menge finden, welche also für sich und auſser ihrem Zusammenhange mit der ganzen Erde, einen magnetischen Einfluſs haben. Diese Einflüsse können natürlich in der Theorie

Digitized by Google

nicht berücksichtigt werden; sie sind Ausnahmefälle und müssen als solche behandelt werden.

Anders ist es dagegen mit den Veränderungen des Erdmagnetismus im Laufe der Zeit, welche, wie wir schon bei der Beobachtung der Elemente angaben, sich an allen Orten zeigen. Man kann diese Veränderungen in drei Gruppen teilen, erstens in die säkularen, zweitens in die täglichen, drittens in die unregelmäfsigen.

Die säkulären Änderungen sind besonders für die Richtung der erdmagnetischen Kraft nachgewiesen, da nur für diese Beobachtungen aus früheren Jahrhunderten vorliegen. Aus den Beobachtungen ergiebt sich, dafs in Europa die Deklination bis gegen die Mitte des siebzehnten Jahrhunderts östlich war, dann westlich wurde, bis zum Anfange dieses Jahrhunderts an dieser Seite zunahm und jetzt wieder kleiner wird. Das zeigen folgende Zahlen der zu Paris beobachteten Deklinationen:

Jahr	Abweichung			Jahr	Abweichung		
1580	11°	30′	östl.	1813	22°	25′	westl.
1618	8	00	„	1814	22	34	„
1663	0	00	„	1818	22	22	„
1678	1	30	westl.	1822	22	11	„
1700	8	10	„	1824	22	23	„
1767	19	16	„	1828	22	6	„
1780	19	25	„	1835	22	4	„
1785	22	00	„	1849	20	34	„
1805	22	5	„	1851	20	25	„

Wie man sieht, sind diese Änderungen durchaus nicht regelmäfsig, etwa der Zeit proportional, denn wollte man z. B. die jährliche Änderung aus den Beobachtungen 1700 und 1767 berechnen, so erhielte man einen ganz anderen Wert, als aus den Beobachtungen 1767 und 1814. Das Maximum der westlichen Abweichung ist 1814 erreicht, auf diesem bleibt sie mit einigen Schwankungen bis 1825 stehen, und seitdem wendet sich der magnetische Meridian wieder dem astronomischen zu.

Ähnliche Änderungen zeigt die Inklination, sie ist, seitdem sie beobachtet wurde, stets kleiner geworden, wie folgende zu Paris gefundene Werte derselben zeigen:

Jahr	Inklination		Jahr	Inklination.	
1661	75°	00	1820	68°	20
1758	72	15	1829	68	41
1780	71	48	1835	67	24
1805	69	12	1851	68	35.
1810	68	50			

Ähnliches zeigt sich an den übrigen Orten Europas, von denen länger fortgesetzte Beobachtungen vorliegen.

Auch die Inklination ändert sich nicht regelmäfsig, sie ändert sich in verschiedenen Zeiten mit verschiedener Geschwindigkeit. Ob auch die Inklination wie die Deklination eine periodische Änderung zeigt, läfst sich noch nicht bestimmen; aus den Pariser Beobachtungen könnte man es vermuten, da die Inklination seit dem Jahre 1829 um 68° schwankt. In Deutschland hat indes während dieser Zeit die Inklination sich noch

Digitized by Google

fortwährend verkleinert, in München z. B. nach den Beobachtungen Lamonts zwischen 1841 und 1852 von 65° 22′ auf 64° 54′, im Durchschnitt jedes Jahr um 2,3 Minuten.

In anderen Gegenden der Erde findet statt der Abnahme eine Zunahme der Inklination statt.

Die Intensität des Erdmagnetismus ist allerdings erst kurze Zeit beobachtet worden, indes ist doch mit Sicherheit zu konstatieren, daſs sie sich ebenfalls ändert. In unsern Breiten ist sie in den letzten 50 Jahren gewachsen. In Göttingen nahm die horizontale Intensität von 1834 bis 1853 allmählich zu von 1,774 auf 1,805; in München von 1841 bis 1852 von 1,9300 auf 1,9519.

In der folgenden Tabelle stellen wir die von Lamont mitgeteilten Werte der drei magnetischen Gröſsen für München bis zum Jahre 1871 zusammen[1]); sie zeigen, daſs auch bis zu diesem Zeitpunkte in München Deklination und Inklination stetig abnahmen, die Intensität dagegen zunahm.

Jahr	Deklination	Inklination	Intensität
1853	15° 27′,00	64° 49′,0	1,9578
1854	19′,45	45,6	1,9614
1855	11,72	43,3	1,9639
1856	15° 5′,41	39,6	1,9680
1857	14° 57′,70	37,2	1,9706
1858	51,08	34,8	1,9730
1859	45,71	32,6	1,9754
1860	37,32	31,1	1,9770
1861	29,53	28,0	1,9798
1862	22,60	26,0	1,9821
1863	15,58	23,5	1,9851
1864	9,30	21,0	1,9878
1865	14° 1,92	18,5	1,9905
1866	13° 54,44	15,2	1,9940
1867	46,67	12,1	1,9973
1868	39,33	8,4	2,0013
1869	32,39	6,5	2,0033
1870	25,12	4,8	2,0051
1871	13° 18,57	64° 0,9	2,0093

Wie schon im vorigen Paragraphen erwähnt wurde, hat die deutsche Seewarte eine Karte für die Elemente des Erdmagnetismus für das Jahr 1880 herausgegeben. Das so für 1880 vorliegende Beobachtungsmaterial benutzte von Quintus Icilius, um das erdmagnetische Potential für 1880 zu berechnen[2]). Die zu diesem Zweck unternommene Rechnung beschränkte sich, wie die von Gauss, auf die vier ersten Koefficienten der Reihe für V, hauptsächlich um die Zahlenreihen der neuen Rechnung mit den alten vergleichbar zu machen, daneben aber auch weil es zweifelhaft erschien, ob das Beobachtungsmaterial ausreiche, um durch Hinzuziehung des fünften Koefficienten eine wesentlich bessere Übereinstimmung zwischen

1) *Lamont*, Carls Repertorium für Experimentalphysik Bd. IX. 1873.
2) *G. von Quintus Icilius*, Archiv der deutschen Seewarte, IV. Jahrgang, 1881.

Digitized by Google

Rechnung und Beobachtung zu erhalten. Auf zwei der Arbeit von von Quintus Icilius beigegebenen Karten sind die Werte von $\frac{V}{R}$, sowohl wie sie sich nach der neuen Rechnung ergeben, als auch die Gaussschen aufgetragen.

Die Karten lassen erkennen, dafs das magnetische Verhalten der Erde besonders in der nördlichen Polargegend sich in den letzten 50 Jahren nicht unerheblich geändert hat; der Wert des magnetischen Potentials ist hier sehr merklich gröfser geworden. An der Stelle des Maximums, welche nur wenig gegen diejenige, die Gauss gefunden hatte, verschoben ist, beträgt die Zunahme etwa 9,3 %.

Das magnetische Moment der Erde ist im Verhältnisse von 1 : 1,02985 gröfser geworden, also um fast 3 %.

Die Richtung der magnetischen Axe der Erde, welche von Gauss für 1830 parallel dem Erddurchmesser

von 77° 50′ nördl. Br. und 296° 29′ östl. L. nach 77° 50′ südl. Br. und 116° 29′ östl. L.

gefunden war, ergiebt sich für 1880 parallel dem Erddurchmesser

von 78° 31′ nördl. Br. und 294° 3′ östl. L. nach 78° 13′ südl. Br. und 114° 3′ östl. L.,

dieselbe hat sich also nicht erheblich geändert.

Die täglichen Variationen des Erdmagnetismus sind mit Sicherheit seit der Einführung der Unifilar- und Bifilarmagnetometer nachgewiesen bei der Deklination und horizontalen Intensität. Dadurch, dafs Gauss und Weber veranlafsten, dafs an vier jährlichen Terminen gleichzeitig während 24 Stunden an den verschiedensten Orten der Erde beobachtet wird, hat sich ergeben, dafs der Gang der Deklinationsnadel während des Tages auf grofsen Gebieten fast ganz übereinstimmend ist. Fast in ganz Europa ist die Deklination des Morgens um 8 Uhr am kleinsten, sie nimmt ziemlich rasch zu bis kurz nach Mittag zwischen 1 Uhr und 2 Uhr, wo sie am gröfsten ist, und sinkt dann erst rasch, dann langsamer bis gegen 8 Uhr. Die Differenz beträgt ungefähr 9 Minuten; sie ist indes nach den Jahreszeiten verschieden; sie ist im Dezember und Januar am kleinsten, im April, Mai und August am gröfsten.

Einen ähnlichen periodischen Gang zeigt die Intensität, sie nimmt von Morgens 10 Uhr bis Abends 10 Uhr zu und dann während der Nacht wieder bis Morgens 10 Uhr ab.

Auch die Inklination ändert sich periodisch im Laufe des Tages, sie schwankt ebenfalls zwischen einem Minimum und Maximum.

Eine vollständige Theorie des Erdmagnetismus müfste diese regelmäfsigen Schwankungen in sich aufnehmen, d. h. sie müfste sie rechnend darstellen und ihren Grund angeben können. Um das Erstere zu können, müfsten die Zahlenkoefficienten in der Reihe für das magnetische Potential als Funktionen der Zeit, und zwar als doppelt periodische gegeben sein. Es ist das aber ebenso unmöglich, wie es ist, den Grund dieser Schwankungen anzugeben. Dazu ist das für eine solche Aufgabe noch sehr geringe Beobachtungsmaterial längst nicht hinreichend. Die Lösung derselben mufs späteren Generationen vorbehalten bleiben.

Bei den Terminsbeobachtungen haben sich ebenfalls unregelmäfsige Änderungen des Erdmagnetismus, magnetische Störungen gezeigt, die sich

Digitized by Google

besonders an einer sprungweisen Änderung des Standes der Deklinationsnadel und des Bifilarmagnetometers erkennen lassen. Sie fehlen selten, zeigen sich aber bei einer Terminsbeobachtung stärker als bei anderen. Die Kurven, welche Gauss und Weber anwandten, um die Terminsbeobachtungen graphisch darzustellen, lassen in der übersichtlichsten Weise erkennen, dafs die magnetischen Störungen fast stets auf sehr weit auseinander liegenden Orten gleichzeitig auftreten, entweder in gleichem oder in entgegengesetztem Sinne. Es ergiebt sich daraus, dafs die Ursachen der magnetischen Störungen keine lokalen, sondern über einen grofsen Teil oder die ganze Erde verbreitete sind.

Eine merkwürdige Beziehung zeigt sich in dieser Weise zwischen den Nordlichtern und dem magnetischen Zustand der Erde, indem Nordlichter stets von heftigen Störungen begleitet sind, so dafs zu vermuten steht, dafs bei den Nordlichtern magnetische Kräfte im Spiele sind. Auch Erdbeben und vulkanischen Ausbrüchen sollen häufig Störungen entsprechen.

Digitized by Google

Zweiter Abschnitt.

Die Lehre von der Reibungselektricität.

Erstes Kapitel.

Die Reibungselektricität im Zustande der Isolation.

§. 28.

Erkennung des elektrischen Zustandes. Wenn man gewisse Körper, wie Glas, Harz, Schwefel, mit Seide oder Wolle oder einem Pelze reibt, so bemerkt man an denselben bald eine eigentümliche Eigenschaft, welche die Körper für gewöhnlich nicht haben; sie ziehen kleine leichte Körperchen, wie Papierschnitzel oder Federbärte, an und halten sie eine Zeit lang fest. Häufig, wenn man recht stark gerieben hat, sieht man auch, dafs die erst angezogenen Körper nach der Berührung sofort wieder abgestofsen werden. Das zeigt sich noch leichter, wenn man eine geriebene Glasröhre einer an einem Seidenfaden aufgehängten Kugel von Hollundermark nähert; dieselbe wird von der Glasröhre angezogen, nach der Berührung wird sie aber abgestofsen, und versucht man dann die Glasröhre der Kugel zu nähern, so flieht dieselbe vor der Röhre.

Nimmt man eine Röhre von bedeutender Länge und reibt sie mit einem Tierfelle, indem man dasselbe unter starkem Drucke rasch an der Röhre entlang führt, so hört man zugleich ein knisterndes Geräusch, und im Dunkeln sieht man zwischen der Röhre und den Haaren des Felles kleine leuchtende Funken überspringen.

Schon diese wenigen Andeutungen genügen, um zu zeigen, dafs die erwähnten Körper durch das Reiben in einen eigentümlichen, ihnen sonst fremden Zustand versetzt werden. Man nennt diesen Zustand den elektrischen und die Körper elektrisiert; den Grund dieses Zustandes bezeichnet man als Elektricität. Der Name rührt daher, dafs diese Eigenschaft zuerst und zwar schon im Altertume am Bernstein (griechisch ἤλεκτρον) beobachtet wurde. Er ist zuerst von dem englischen Physiker William Gilbert, der in der zweiten Hälfte des 16. Jahrhunderts lebte, angewandt worden; er bezeichnete die Eigenschaft des geriebenen Bernsteins als vim electricam.

Die den elektrischen Zustand hauptsächlich charakterisierende und von allem, was wir bisher kennen gelernt haben, hauptsächlich unterscheidende Eigenschaft ist die, dafs ein Körper wie die Kugel von Hollundermark

Digitized by Google

von dem elektrisierten Körper nach der auf die Anziehung folgenden Berührung abgestofsen wird. Wir werden das indes nicht so ansehen dürfen, dafs der elektrische Körper die Hollundermarkkugel erst anziehe und dann ohne weiteres abstofse, sondern werden sofort vermuten müssen, dafs auch die Hollundermarkkugel durch die Berührung verändert, nämlich in den elektrischen Zustand übergeführt worden und dann erst abgestofsen sei. Der Versuch bestätigt das; denn nähern wir der Hollundermarkkugel eine andere, ebenfalls an einem Seidenfaden hängende, so wird diese von der ersten angezogen und nach der Berührung wieder abgestofsen, gerade wie die erste Hollundermarkkugel von der Glasröhre. Es ergiebt sich somit als die charakteristische Eigenschaft der Elektricität, dafs ein elektrisierter Körper einen anderen ebenfalls elektrisierten von sich abstöfst. Ganz dasselbe zeigt sich, wenn man einen Körper, dessen einzelne Teile gegen einander beweglich sind, auf irgend eine Weise in den elektrischen Zustand versetzt.

Man wendet daher auch dieses Kennzeichen stets zur Erkennung des elektrischen Zustandes an; da nun nicht alle Körper so eingerichtet sind, dafs an ihnen bewegliche Teile sich finden, so hat man zur Erkennung der Elektricität besondere Apparate konstruiert, welche den Namen Elektroskope führen. Dieselben beruhen auf der später näher zu untersuchenden Eigenschaft, dafs Metalle unter gewissen Bedingungen den elektrischen Zustand sofort annehmen, wenn man sie mit einem elektrischen Körper berührt. Das einfachste derselben besteht aus einem Messingdrahte, welcher an seinem einen Ende (Fig. 40) mit einer kleinen Kugel versehen, an seinem andern Ende platt geklopft ist. Das plattgeklopfte Ende ist entweder durchbohrt und in der Durchbohrung sind zwei dünne, leicht bewegliche Silberdrähte aufgehängt, welche für gewöhnlich parallel herabhängen, oder es sind, wie in dem abgebildeten Exemplar, zwei Streifen dünnen Goldblattes an dem platten Ende befestigt. Der Messingdraht ist in dem Halse einer Glaskugel mit Schellack so fest gekittet, dafs die Goldblättchen ungefähr in der Mitte der Kugel hängen. Der Apparat steht schliefslich auf einem hölzernen Fufse. Berührt man den Knopf des Apparates mit einer geriebenen Glasstange, so stofsen sich die Silberdrähte oder Goldblättchen sofort ab und bleiben divergent, sie bilden einen Winkel mit einander, welcher je nach den Umständen gröfser oder kleiner ist. Der Winkel ist um so gröfser, je stärker man die Glasstange gerieben hat, oder je rascher man sie nach dem Reiben an den Knopf des Elektroskopes angelegt hat. Da man nun durch Reibung die Körper in den elektrischen Zustand versetzt, so wird derselbe auch je nach der Reibung von gröfserer oder geringerer Stärke sein müssen. Da nun mit stärkerer Reibung die Divergenz der Goldblättchen zunimmt, so

Fig. 40.

Digitized by

folgt, dafs wir aus der gröfseren oder geringeren Divergenz auf die gröfsere oder geringere Stärke des elektrischen Zustandes schliefsen können.

Wenn man die verschiedenen Körper reibt und sie dann am Elektroskop auf ihren elektrischen Zustand untersucht, so zeigt sich zwischen denselben ein auffallender Unterschied. Gewisse Körper, aufser den erwähnten alle Harzarten, Schellack, Kautschuk, Guttapercha, Wachs, trocknes Papier u. v. a., nehmen rasch und bei geringer Reibung den elektrischen Zustand an; andere dagegen, zu denen vorzugsweise die Metalle, Kohle und alle feuchten Körper gehören, nehmen auch bei dem stärksten Reiben den elektrischen Zustand nicht an. Man teilt deshalb die Körper in zwei grofse Gruppen, die elektrisierbaren, welche den Namen der idiolektrischen führen, und die nicht elektrisierbaren oder anelektrischen.

Zwischen den idioelektrischen Körpern zeigt sich nun aber bei der Untersuchung am Elektroskop noch ein anderer merkwürdiger Unterschied. Berühren wir den Knopf des Elektroskopes mit einer mit Wolle geriebenen Siegellackstange, so dafs die Goldblättchen nur schwach divergieren; reiben wir dieselbe Stange stärker und legen sie dann wieder an das Elektroskop, so nimmt die Divergenz der Goldblättchen zu. Denselben Effekt erhalten wir, wenn wir anstatt des Siegellackes Bernstein oder Schellack oder Schwefel anwenden, die Divergenz des durch Siegellack elektrisierten Elektroskopes nimmt zu, wenn wir einen dieser Körper, nachdem wir ihn kräftig gerieben haben, an den Knopf des Elektroskopes anlegen. Reibt man aber eine Glasröhre mit Wolle und legt sie an das mit Siegellack elektrisierte Elektroskop, so wird die Divergenz immer und unter allen Umständen kleiner, ja sie kann ganz und gar aufgehoben werden, so dafs die Goldblättchen wie unelektrisch parallel neben einander herabhängen. Wenn man dann aber die Glasröhre neuerdings reibt und an das Elektroskop anlegt, so divergieren die Goldblättchen wieder und zwar um so stärker, je stärker die Röhre gerieben war. Denselben Effekt wie die geriebene Glasröhre bringt geriebener Diamant, Topas u. m. a. hervor. Wird dann aber an das infolge der Berührung mit Glas divergierende Elektroskop geriebenes Harz angelegt, so wird wieder die Divergenz vermindert und kann ebenso auf null gebracht werden wie vorhin.

Da das Verhalten der für sich am Elektroskop untersuchten Körper unzweifelhaft beweist, dafs alle durch Reibung in den elektrischen Zustand versetzt werden, so zeigt dieser Versuch, dafs die elektrischen Zustände verschiedene sein können, dafs die Körper der einen Gruppe in einen anderen elektrischen Zustand versetzt werden als die anderen. Wir müssen die Elektricitäten der verschiedenen Körper sogar als entgegengesetzte ansehen, welche, zugleich auf einen dritten Körper übertragen, einander aufheben. Denn der elektrische Zustand des durch Harz elektrisierten Elektroskopes verschwindet, wenn geriebenes Glas an dasselbe gelegt wird, und das Elektroskop zeigt erst wieder Elektricität an, wenn nach dem Verschwinden des ersteren Zustandes noch ferner das Elektroskop mit geriebenem Glase berührt wird. Man bezeichnet deshalb die beiden elektrischen Zustände als einander entgegengesetzte, oder nennt den einen positiv, den anderen negativ, da sie sich gerade so wie positive und negative Gröfsen in der Algebra aufheben.

Da die beiden Elektricitäten, jede für sich betrachtet, sich vollständig

gleich verhalten und der Gegensatz nur in ihrem gegenseitigen Verhalten erkennbar ist, so ist es ganz gleichgiltig, welche der beiden man als positiv oder als negativ bezeichnet. Man glaubte früher, daſs ein bestimmter Körper überhaupt nur eine Elektricität annehmen könnte, unterschied deshalb die beiden Elektricitäten als Harzelektricität und als Glaselektricität und nannte, durch theoretische Spekulationen bestimmt, die wir später erwähnen werden, die Harzelektricität negativ, die Glaselektricität positiv. Später stellte sich indes heraus, daſs man alle Körper in die beiden elektrischen Zustände versetzen könne, deshalb genügte es nicht mehr, um die Elektricitäten mit Sicherheit zu erkennen und zu unterscheiden, sie nach Art des geriebenen Körpers zu bestimmen, es bedurfte einer specielleren Angabe. Es hat sich nun gezeigt, daſs Glas, gerieben mit einem Stücke Leder, welches mit einem Zink-Zinn-Amalgam, dem sogenannten Kienmaierschen, bestrichen ist, immer und unter allen Umständen dieselbe Elektricität annimmt. Diese dem Glase erteilte Elektricität nennt man die positive Elektricität, und diejenigen Körper positiv elektrisiert, welche die Divergenz eines schwach mit dieser Elektricität geladenen Elektroskopes vergröſsern, diejenigen negativ, welche die Divergenz vermindern.

Um das Leder mit dem Kienmaierschen Amalgame zu versehen, bestreicht man es auf der einen Seite mit etwas Talg, oder besser noch Knochenöl, und bestreut die eingeriebene Seite mit dem pulverförmigen Amalgam. Um es gleichförmig zu verteilen, reibt man, indem man das Leder zusammenfaltet, die einzelnen Teile der bestrichenen Seite gegen einander.

Harz mit Wolle gerieben nimmt fast unter allen Umständen die dem mit Amalgam geriebenen Glase entgegengesetzte, also negative Elektricität, und ebenso Glas mit Wolle gerieben die positive Elektricität an. Wenn man deshalb nicht das Kienmaiersche Amalgam zur Hand hat, kann man mit einer Siegellackstange und einer Glasröhre ebenfalls leicht und mit ziemlicher Sicherheit die Art des elektrischen Zustandes bestimmen. Um die Art der Elektricität zu bestimmen, ladet man entweder das Elektroskop mit der Elektricität des zu untersuchenden Körpers und versucht, ob die geriebene Glasstange die Divergenz vermehrt, oder ob es die geriebene Siegellackstange thut; oder man ladet das Elektroskop mit einer der beiden Elektricitäten und versucht, ob die Elektricität des betrachteten Körpers die Divergenz vermehrt oder vermindert. Ist letzteres der Fall, so ist es ratsam, das Elektroskop noch mit der anderen Elektricität zu laden und zu untersuchen, ob die Divergenz der Goldblättchen durch den anzulegenden Körper vermehrt wird.

Die entgegengesetzten Elektricitäten sind nicht allein dadurch charakterisiert, daſs ein Körper, welcher erst mit der einen versehen war und dann die andere erhielt, keine Anzeichen von Elektricität mehr liefert, sondern auch darin, daſs gleichartig elektrisierte Körper sich anders zu einander verhalten als ungleichartig elektrisierte Körper.

Wenn wir nämlich an einem Seidenfaden eine Hollundermarkkugel aufhängen, derselben einen positiv elektrischen Körper nähern, bis sie zur Berührung gebracht war, so wird die Kugel, wie wir bereits erwähnten, von dem positiv elektrischen Körper abgestoſsen. Machen wir ganz denselben Versuch mit einem negativ elektrischen Körper, so ist der Erfolg

Digitized by Google

ganz derselbe, die Kugel wird zuerst angezogen bis zur Berührung, dann aber abgestofsen, und die Abstofsung dauert so lange, als auf den beiden Körpern sich noch Elektricität findet. Es ergiebt sich daraus ganz allgemein, dafs gleichartig elektrisierte Körper sich abstofsen.

Wenn man nun aber die Kugel von Hollundermark zunächst durch Berührung mit einem positiv elektrischen Körper elektrisiert und dann derselben einen negativ elektrischen Körper nähert, so wird sie nicht nur nicht von demselben abgestofsen, sondern angezogen, und zwar viel stärker als vorher. Der Erfolg ist derselbe, wenn man der vorher negativ elektrisierten Kugel von Hollundermark einen positiv elektrischen Körper nähert; sie wird von demselben angezogen.

Es ergiebt sich daraus, dafs, während gleichartig elektrisierte Körper sich abstofsen, ungleichartig elektrisierte Körper sich gegenseitig anziehen.

Diese Thatsache führt uns zu dem Satze, dafs, wenn wir den beiden Elektricitäten, d. h. dem, was den elektrischen Zustand bewirkt, eine wirkliche Existenz, eine gewisse Materialität beilegen, dafs dann die an den Körpern vorhandenen Elektricitäten es sind, welche sich anziehen oder abstofsen; man fafst dieselbe dann in dem Satze zusammen: Gleichnamige Elektricitäten stofsen sich ab, ungleichnamige ziehen sich an.

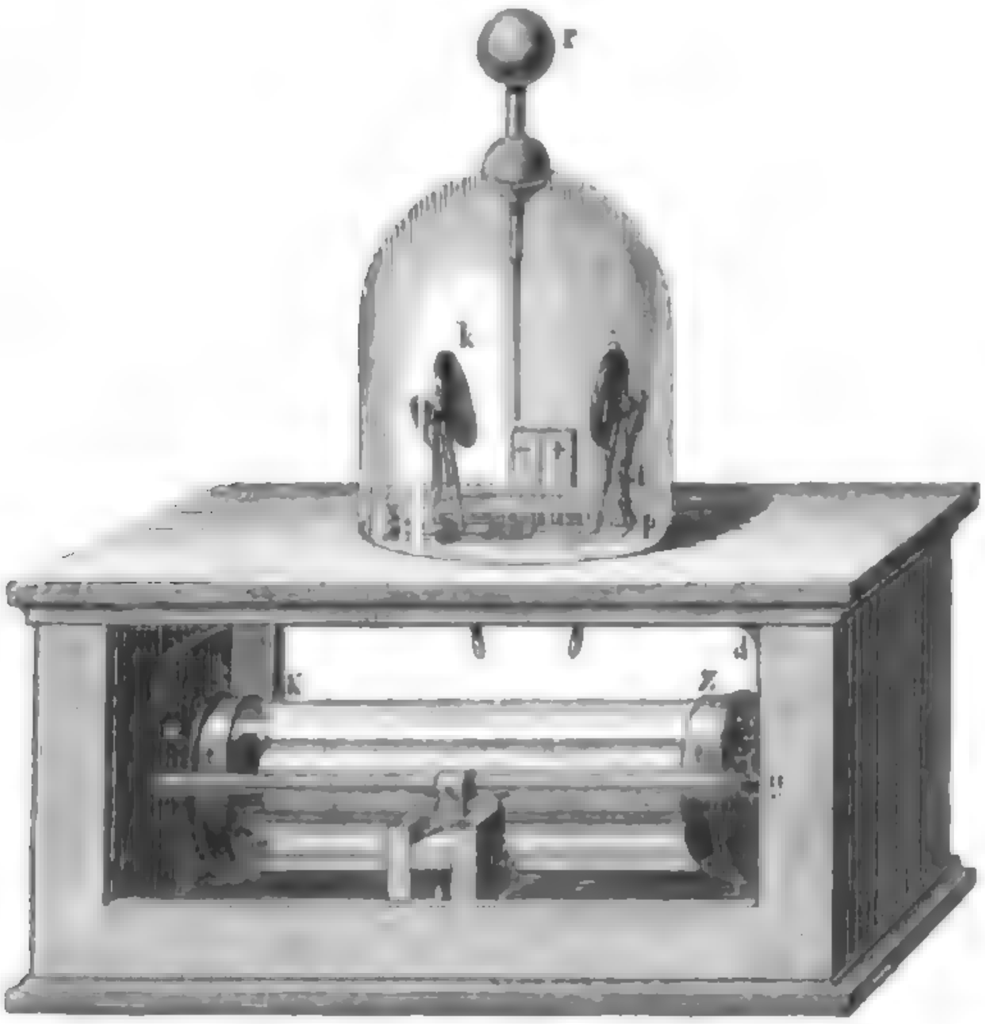
Die Erfahrung, dafs gleichnamig elektrisierte Körper sich abstofsen, ungleichnamig elektrisierte sich anziehen, hat zur Konstruktion eines Elektroskopes geführt, welches imstande ist auch die schwächsten Elektricitäten anzuzeigen; es ist das Elektroskop von Behrens[1]), welchem Riess[2]) eine sehr bequeme und zweckmäfsige Form gegeben hat.

Schichtet man in einer Glasröhre sogenanntes Gold- und Silberpapier in einzelnen Scheiben vom Durchmesser der Röhre derart auf einander, dafs immer ein Goldpapier und ein Silberpapier abwechselt, und dafs die Papiere ihre metallischen Seiten einander zukehren, prefst man dieselben dann fest zusammen und bedeckt schliefslich die beiden Enden der Röhre mit Metallplatten, so dafs diese die letzten Papierscheiben in ihrer ganzen Ausdehnung berühren, so zeigen sich, aus im nächsten Abschnitt zu entwickelnden Gründen, die beiden Metallplatten bleibend elektrisch. Die eine der Metallplatten ist positiv, die andere negativ. Legt man nun zwei solcher Röhren gegen einander, so dafs ihre Längsaxen eine gerade Linie bilden, und dafs die positive Metallplatte der einen der negativ elektrischen der andern Röhre gegenüber liegt, so wird ein Goldblättchen, welches mitten zwischen beiden Platten frei herabhängt, sich weder nach der einen, noch nach der andern Platte hin bewegen, wenigstens dann nicht, wenn die beiden Metallplatten gleich stark elektrisch sind. Das Goldblättchen wird von beiden gleich stark angezogen, es bleibt daher in Ruhe. Wenn aber nun das Goldblättchen auch nur die geringste Spur einer Elektricitätsart erhält, so wird es sich nach der Seite der Platte hin bewegen, welche die entgegengesetzte Elektricität besitzt, und zwar nicht nur, weil diese Platte das Goldblättchen anzieht, sondern auch deshalb, weil die andere Metallplatte das Goldblättchen abstöfst. Behrens hing deshalb bei Konstruktion des nach ihm

1) *Behrens*, Gilberts Annalen. Bd. XXIII.
2) *Riess*, Die Lehre von der Reibungselektricität. Bd. I, S. 18. Berlin 1853.

benannten Elektroskopes ein Goldblättchen zwischen zwei solchen Glasröhren auf. Riess wandte nach dem Vorgange Fechners nur eine solche Röhre an und gab dem Apparate folgende Einrichtung: In einem hölzernen, an seiner vorderen Seite mit einer Thüre versehenen Kasten (Fig. 41) ist eine Glasröhre ZK, welche in der angegebenen Weise gefüllt und eingerichtet ist, auf den Boden, der längeren Seite des Kastens parallel, hingelegt und befestigt. An den Metallplatten, welche die Röhre verschliefsen, sind Gelenke g angelötet, in welchen doppelt gebogene Drähte dd drehbar befestigt sind. Der Deckel des Kastens hat in seiner Mitte eine der längeren Seite parallele Spalte sp von circa 8 cm Länge; dieselbe ist mit Glasstäben ausgekleidet, so dafs ein freier Spalt von 8 mm Breite übrigbleibt. Durch diesen Spalt sind die doppelt gebogenen Drähte hindurchgeführt. An ihrem oberen Ende tragen dieselben runde Platten von Messing, welche durch Drehung der Drähte in ihren Gelenken einander mehr oder weniger genähert werden können. Rings um die Spalte ist auf dem Deckel des Kastens eine kreisförmige Rinne von circa 12 cm Durchmesser eingeschnitten, welche die Glasglocke G aufnimmt und feststellt. Die Glasglocke ist oben durchbohrt, und in der Durchbohrung ist ein Messingdraht mit Schellack festgekittet, von welchem das Goldblättchen herabhängt. In dem oberen Ende des Messingdrahtes ist eine Schraube eingeschnitten, so dafs auf den Draht entweder eine Messingkugel r oder eine Messingplatte aufgeschraubt werden kann.

Fig. 41.



Schliefslich hat Riess in dem Kasten noch, der Röhre ZK parallel, einen Messingstab tt angebracht, welcher etwas vor oder zurück geschoben werden kann, so dafs er die beiden Endplatten der Röhre in metallische Verbindung setzen kann.

In diesem Apparate ist das Ende K der Röhre ZK stets positiv, das Ende Z stets negativ elektrisch. Da nun, wie bereits früher erwähnt wurde, die Metalle unter gewissen hier erfüllten Bedingungen durch Berührung mit elektrischen Körpern selbst elektrisch werden, so sind auch die an den Drähten d befestigten Platten elektrisch und zwar die mit dem Ende K in Verbindung stehende Platte k positiv, die mit Z in Verbindung stehende Platte z negativ elektrisch. Die beiden Elektricitäten sind in z und k gleich stark, oder können doch dadurch immer gleich

Digitized by Google

stark gemacht werden, dafs man mit dem Stabe *tt* eine kurze Zeit die Polplatten *Z* und *K* berührt. Das zwischen den Platten von beiden gleich entfernt herabhängende Goldblättchen hängt daher, wenn es nicht selber elektrisch ist, vertikal herab. Wenn man dann aber demselben die geringste Spur Elektricität mitteilt, so wird es nach einer der Platten hin bewegt, nach *K*, wenn es negativ, nach *Z*, wenn es positiv elektrisch ist. Man kann somit durch diesen Apparat nicht nur den elektrischen Zustand überhaupt, sondern auch die Art desselben unzweideutig erkennen.

§. 29.

Mitteilung und Leitung der Elektricität. Wenn man einen elektrisierten Körper mit einem andern berührt, so wird stets der elektrische Zustand des berührten Körpers geschwächt, und in vielen Fällen wird der berührende Körper elektrisch, dann aber zeigt er immer der Art nach dieselbe Elektricität, welche der berührte Körper besafs. Man kann sich davon leicht durch einfache Versuche überzeugen; elektrisiert man z. B. ein einfaches Goldblattelektroskop und berührt man den Knopf desselben mit irgend einem Körper, so nimmt die Divergenz der Goldblättchen sofort ab; war der berührende Körper z. B. ein zweites Elektroskop, so beweist die Divergenz der Goldblättchen an diesem, dafs es durch die Berührung elektrisch geworden ist. Prüft man das zweite Elektroskop an einem Behrensschen Elektroskop, so beweist die Bewegung des Goldblättchens an letzterem, dafs die Elektricität des berührenden Elektroskopes mit der des berührten gleichnamig ist. Es zeigt sich jedoch in der Mitteilung der Elektricität bei der Berührung bei den verschiedenen Körpern insoweit ein bedeutender Unterschied, dafs einige nur an der Berührungsstelle selbst und in deren nächster Umgebung, andere jedoch sofort in ihrer ganzen Ausdehnung elektrisch werden. Berührt man das elektrisierte Elektroskop mit einer Siegellackstange, so wird die Divergenz des Elektroskopes nur wenig vermindert, und an einem andern geprüft, zeigt sich nur die Berührungsstelle elektrisch. Der Metallstift des zweiten Elektroskopes bei dem vorhin erwähnten Versuche zeigt sich sofort in seiner ganzen Ausdehnung elektrisch, da die an ihm befestigten Goldblättchen sofort nach der Berührung divergieren.

Aus dieser Erfahrung folgt, dafs sich auch in dieser Beziehung die Körper in ihrem Verhalten zur Elektricität in zwei grofse Gruppen einteilen lassen; einige pflanzen den elektrischen Zustand in sich rasch und mit grofser Leichtigkeit fort, andere dagegen gestatten diese Fortpflanzung nicht, oder doch nur in sehr geringem Mafse. Von der Ansicht ausgehend, dafs die Elektricität gewissermafsen eine Flüssigkeit sei, welche durch die Körper, welche leicht in ihrer ganzen Ausdehnung elektrisch werden, fortgeleitet werde und sich in ihnen verbreite, nennt man diese Körper die Elektricität leitende oder Leiter, während man die andere Gruppe Nichtleiter oder Isolatoren nennt. Die Leiter haben demnach die Fähigkeit, die Elektricität von einem Körper abzuleiten, die Isolatoren nicht.

Um zu untersuchen, ob ein fester Körper ein Leiter ist oder nicht, kann man einfach so verfahren, dafs man denselben mit der Hand hält und an ein Elektroskop anlegt. Berührt man ein Elektroskop direkt mit der Hand, so fallen die Goldblättchen sofort zusammen. Daraus folgt, dafs unser

Digitized by Google

Körper ein Leiter ist; dasselbe ergiebt sich weiter daraus, dafs wir dann an dem Körper durchaus keine Spur von Elektricität nachweisen können. Denn einen Leiter nannten wir den Körper, über dessen sämtliche Teile sich sofort die Elektricität ausbreitet. Nun ist unser Körper stets mit der ganzen Erde in Verbindung, also insoweit ein Teil der Erde. Die Elektricität, die wir auf unsern Körper übertragen, teilt sich der ganzen Erde mit und ist deshalb nicht mehr erkennbar. Wenn wir nun einen Körper, den wir in der Hand halten, an das Elektroskop anlegen, so wird die Elektricität am Elektroskop verschwinden, wenn er ein Leiter ist, und zwar um so rascher, ein je besserer Leiter er ist.

Es zeigt sich nämlich, wenn wir diesen Versuch mit verschiedenen Körpern machen, ein Unterschied in der Zeit, welche es dauert, bis das Elektroskop seine Elektricität verliert. Einige, wie die Metalle, eine feuchte Schnur, lebende Vegetabilien, entladen das Elektroskop augenblicklich, andere, wie trocknes Holz, brauchen zur Entladung eine gröfsere, mefsbare Zeit. Man sagt daher, dafs die ersteren Körper ein gröfseres Leitungsvermögen haben als die letzteren, indem man das Leitungsvermögen der Entladungszeit umgekehrt proportional setzt.

Anstatt nach dem Leitungsvermögen gruppiert man die Körper auch wohl nach der entgegengesetzten Eigenschaft, nach dem Leitungswiderstand, man nimmt dann an, dafs alle Körper der Fortbewegung der Elektricität einen gewissen Widerstand entgegensetzen, je besser das Leitungsvermögen ist, um so geringer ist der Leitungswiderstand, und umgekehrt, je gröfser der Leitungswiderstand ist, um so schlechter ist das Leitungsvermögen. Isolierende Körper setzen demnach der Fortleitung der Elektricität einen unübersteiglichen, oder vielmehr, da es keinen Körper giebt, welcher der Elektricität absolut nicht gestattet sich fortzupflanzen, einen sehr grofsen Widerstand entgegen.

Isolierende und leitende Körper sind nämlich nicht qualitativ verschieden, sondern nur quantitativ, d. h. es giebt keinen Körper, welcher der Fortpflanzung der Elektricität absolut keinen Widerstand entgegensetzt, und keinen, der sie absolut nicht leitet. Die leitenden Körper setzen der Fortpflanzung der Elektricität nur einen sehr kleinen, die isolierenden einen sehr grofsen Widerstand entgegen. Der Übergang von Leitern zu Nichtleitern ist ein allmählicher, so dafs sich keine feste Grenze zwischen denselben ziehen läfst. So ist auch folgende Tabelle zu verstehen, in welcher eine grofse Anzahl von festen und flüssigen Körpern nach ihrem Leitungsvermögen in drei Gruppen als Leiter, Halbleiter und Nichtleiter geordnet sind[1]). Als Leiter sind diejenigen bezeichnet, welche beim Anlegen an das Elektroskop dasselbe fast augenblicklich, als Halbleiter solche, welche es in einer mefsbaren, aber kleinen Zeit, einige Sekunden, entladen; als Nichtleiter sind schliefslich diejenigen aufgeführt, welche in der Zeit von einer Minute noch keine Entladung des Elektroskopes bewirken.

---

1) Encyclopaedia metropolitana. London 1830. art. electricity. *Riess*, Reibungselektricität. Bd. I, S. 28.

Digitized by Google

Leiter.

Die Metalle	Seewasser	Lebende animalische Teile
Holzkohle	Quellwasser	Lösliche Salze
Graphit	Regenwasser	Leinen
Säuren	Schnee	Baumwolle.
Salzlösung	Lebende Vegetabilien	

Halbleiter.

Alkohol	Schwefelblumen	Papier
Äther	Trocknes Holz	Stroh
Glaspulver	Marmor	Eis bei 0°.

Nichtleiter.

Trockne Metalloxyde	Ätherische Öle	Seide
Fette Öle	Porzellan	Edelsteine
Asche	Getrocknete Vegetabilien	Glimmer
Eis bei — 25° C.	Leder	Glas
Phosphor	Pergament	Gagat
Kalk	Trocknes Papier	Wachs
Kreide	Federn	Schwefel
Semen Lycopodii	Haare	Harze
Kautschuk	Wolle	Bernstein
Kampher	Gefärbte Seide	Schellack.

Die mitgeteilte Tabelle ist so geordnet, dafs sie von den besten Leitern, den Metallen, allmählich zu den schlechtesten Leitern fortschreitet; indes ist diese Anordnung aus mehrfachen Gründen nicht mit Sicherheit zu erreichen, hauptsächlich deshalb, weil das Leitungsvermögen eines und desselben Körpers keineswegs immer dasselbe ist, sondern sich mit der oberflächlichen Beschaffenheit bedeutend ändert. So giebt Riess an[1]), dafs ein frisch abgespaltetes Glimmerblättchen zu den Halbleitern gehört, während der Glimmer, wenn seine Oberfläche einige Zeit an der Luft gelegen hat, einer der besten Isolatoren ist.

Dazu kommt noch, dafs fast alle Körper mehr oder weniger hygroskopisch sind und dafs niemals die Luft ganz ohne Wasserdampf ist. Deshalb bedecken sich alle Körper in der Luft mehr oder weniger mit einer Wasserschicht, welche dann, da das Wasser die Elektricität zu leiten imstande ist, infolgedessen die Elektricität leiten.

Da nun, wie wir wissen, die Menge des verdichteten Wasserdampfes auf der Oberfläche eines Körpers mit steigender Temperatur geringer wird, so wird man im allgemeinen sagen können, dafs eine Erhöhung der Temperatur den Leitungswiderstand nichtleitender Körper erhöhen und sie mehr

---

1) *Riess*, Reibungselektricität. Bd. I, S. 32.

Digitized by

geeignet machen wird, die Elektricität zu isolieren. Das wird auch durch die Erfahrung bestätigt, indem eine Erhöhung der Temperatur über diejenige der Umgebung das Isolationsvermögen der Körper erhöht.

Bedeutende Erhitzung wirkt dagegen in vielen Fällen gerade umgekehrt; glühendes Glas ist ein guter Leiter der Elektricität und ebenso flüssiges Harz. Man kann ersteres leicht auf folgende Weise zeigen[1]): Man umwickle einen dünnen Glasstab bis ungefähr 3 cm vom Ende mit einem Platindraht und lege den Stab, während man den Platindraht mit der Hand berührt, an ein Elektroskop. Dasselbe wird nicht entladen, selbst dann nicht, wenn der Stab bis gegen 100° erwärmt wird; wenn dagegen der Glasstab bis ungefähr 320° erwärmt wird, so entladet er das Elektroskop in kurzer Zeit.

Ebenso wie eine gelinde Temperaturerhöhung wirkt alles, was die Oberfläche der Isolatoren von dem verdichteten Wasser reinigt oder weniger hygroskopisch macht, auf die Verringerung des Leitungsvermögens. Abwischen mit trockner Seide ist deshalb ein gutes Mittel, um die Isolatoren weniger leitend zu machen. Glas wird deshalb ein besserer Isolator, wenn es mit einem Schellackfirnis bedeckt wird, da Schellack weniger hygroskopisch ist als Glas.

Gase gehören zu den unvollkommenen Leitern der Elektricität. Man kann sich den Vorgang der Leitung in einem mit Gas erfüllten Raume so denken, dafs zunächst die nichtelektrischen Gasteile von dem elektrisierten Körper angezogen und durch Mitteilung elektrisiert werden; die elektrisierten Teilchen werden abgestofsen und machen neuen nicht elektrisierten Gasteilchen Platz. Auf diese Weise wird allmählich den elektrischen Körpern von der sie umgebenden Luft die Elektricität entzogen. Ob man aufserdem noch eine Leitung der gasförmigen Körper anzunehmen hat, ähnlich derjenigen bei den festen Körpern, werden wir an einer andern Stelle besprechen.

Durch den leeren Raum kann sich die Elektricität nicht fortpflanzen, wie durch vielfache Versuche bewiesen ist. So stellte P. Erman[2]) ein gut ausgekochtes Barometer her, dessen leerer Raum eine Länge von circa 15 cm hatte, und in dessen Spitze ein Platindraht eingeschmolzen war, welcher in den leeren Raum hineinreichte. Das Quecksilber des Barometers wurde mit einem Elektroskope in leitende Verbindung gebracht, während dem Platindrahte Elektricität mitgeteilt wurde. Hätte sich die Elektricität durch den leeren Raum ausbreiten können, so hätte das Elektroskop solche anzeigen müssen, da das Quecksilber die Elektricität zu leiten imstande ist. Es war das jedoch nicht der Fall.

Durch einen ähnlichen Versuch wies Riess[3]) dasselbe nach, er stellte unter die Glocke einer Luftpumpe ein Elektroskop, dessen Goldblättchen eine Divergenz von 14 mm besafsen, und fand, als er die Luft nicht ausgepumpt hatte, dafs nach 55 Minuten die Divergenz auf 10 mm gesunken war. Darauf wurde das Elektroskop von neuem elektrisiert, so dafs die Divergenz der Goldblättchen 14 mm betrug, und die Luft dann

1) *Riess*, Reibungselektricität. Bd. I, S. 44.
2) *P. Erman*, Gilberts Annalen. Bd. XI.
3) *Riess*, Doves Repertorium der Physik. Bd. II.

Digitized by Google

bis auf 10 mm Quecksilberdruck ausgepumpt. Nach 68 Minuten zeigten die Goldblättchen noch eine Divergenz von fast 13 mm. Es folgt somit, dafs der luftverdünnte Raum die Elektricität nicht besser leitet als der lufterfüllte, sondern schlechter. Auch daraus folgt, dafs der luftleere Raum die Elektricität nicht leitet.

Auf die Frage nach der Leitung des leeren Raumes kommen wir ebenso wie auf diejenige der Leitung der Gase im letzten Abschnitte nochmals zurück.

§. 30.

Erregung der Elektricität. Nach den im vorigen Paragraphen mitgeteilten Erfahrungen über die Fortpflanzung der Elektricität können wir der Frage über die Erregung der Elektricität näher treten. Es ergiebt sich nämlich daraus, dafs, um zu erkennen ob durch irgend einen Prozefs oder an irgend einem Körper Elektricität erregt ist, es nicht ausreicht, dafs eine Erregung stattgefunden hat, sondern es ist dazu erforderlich, dafs die erregte Elektricität auch an dem Orte der Erregung festgehalten werde. Wenn deshalb die Körper, an denen man Elektricität erregen will, selbst leitend und mit der Erde in leitender Verbindung sind, so wird man aus dem Nichtauftreten von Elektricität bei einem Prozesse durchaus nicht den Schlufs zu ziehen berechtigt sein, dafs eine Erregung überhaupt nicht stattgefunden hat.

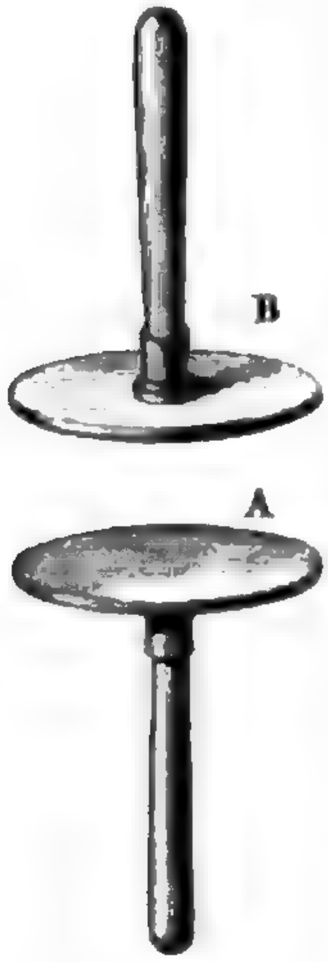
Wie wir im §. 21 sahen, zeigen sich bei der Reibung nicht alle Körper elektrisch, sondern nur die sogenannten idioelektrischen; vergleichen wir aber die Angaben darüber, welche Körper idioelektrisch und welche anelektrisch sind, mit den Angaben, welche nichtleitend und welche leitend sind, so erkennen wir sofort, dafs die idioelektrischen Körper die Elektricität nicht leiten, die anelektrischen dagegen sie leiten. Wir werden deshalb schliefsen, dafs diese Körper keine Elektricität erkennen lassen, weil die erregte sofort abgeleitet wird. Der Versuch bestätigt diesen Schlufs; denn versehen wir die leitenden Körper bei der Reibung mit einer isolierenden Handhabe, so zeigen sie sich alle nach derselben elektrisch. Der elektrische Zustand ist also bei allen Körpern ohne Ausnahme durch Reibung zu erhalten und nachzuweisen, wenn wir dafür sorgen, dafs die erregte Elektricität nicht sofort abgeleitet wird.

Da bei der Reibung sowohl der geriebene als der reibende Körper gerieben wird, so werden wir weiter schliefsen, dafs nicht nur an dem geriebenen, sondern auch an dem reibenden Körper Elektricität auftritt. Auch dieses wird durch den Versuch bestätigt, wenn man dafür sorgt, dafs der reibende Körper mit der Erde nicht in leitender Verbindung ist. Wenn man z. B. an eine Metallscheibe A eine Handhabe von Glas anbringt (Fig. 42), dieselbe auf der einen Seite mit Leder überzieht, welches mit Kienmaierschem Amalgam versehen ist, und mit dieser dann eine ähnliche Glasscheibe B reibt, so weist ein einfaches Goldblattelektroskop auf beiden Scheiben Elektricität nach, und zwar auf beiden Elektricität von ungefähr gleicher Stärke. Wendet man aber, um die Art der auf beiden Scheiben vorhandenen Elektricität zu untersuchen, ein vorher mit einer Elektricität geladenes oder ein Säulenelektroskop an, so beweist die

Digitized by Google

Bewegung der Goldblättchen, dafs die Art derselben auf beiden Scheiben verschieden ist; die Elektricität des Glases ist positiv, die des Amalgames ist negativ. Die durch Reibung dieser beiden Körper erregten Elektricitäten sind also einander entgegengesetzt. Das zeigt sich bei allen derartigen Versuchen. Vertauschen wir das amalgamierte Leder mit Wolle, so wird auch diese elektrisch und zwar negativ, während das Glas positiv wird; vertauschen wir das Glas mit einer Harzscheibe, so wird die Wolle positiv, das Harz negativ elektrisch; reiben wir direkt die Metallscheibe *A* an einer Glasscheibe, so wird das Glas positiv, das Metall negativ elektrisch. Reiben wir die Metallscheibe an einer Harzscheibe, so wird das Metall positiv, das Harz negativ elektrisch.

Fig. 42.



Wir gelangen auf diese Weise zu dem wichtigen Satze, dafs bei der Reibung zweier Körper an einander stets beide Körper elektrisch werden und zwar der eine positiv, der andere negativ.

Ob ein Körper durch Reibung positiv oder negativ elektrisch wird, das hängt, wie sich schon aus diesem Satze mit Notwendigkeit ergiebt, wesentlich davon ab, mit welchem Körper er gerieben wird. Schon die wenigen oben angeführten Beispiele beweisen das. Wolle mit Glas gerieben wird negativ, mit Harz gerieben positiv elektrisch; Metalle mit Glas gerieben werden negativ, mit Harz gerieben positiv elektrisch. Was von diesen Körpern gilt, gilt auch von den anderen; Glas z. B., welches bei der Reibung in den meisten Fällen positiv elektrisch wird, nimmt negative Elektricität an bei der Reibung mit dem Pelze von Raubtieren.

Eine Beziehung zwischen der Art der Elektricität, welche zwei Körper bei gegenseitiger Reibung annehmen, und anderen bekannten Eigenschaften der Körper, hat sich trotz vieler Versuche nicht erkennen lassen. Einige glaubten, dafs die Art der Erregung von dem Leitungsvermögen abhänge, dafs der besser leitende Körper negativ, der schlechter leitende positiv werde, indes hat sich das durchaus nicht bestätigt. Das Einzige, was in dieser Beziehung geleistet werden konnte, ist die Anordnung einer Anzahl von Körpern in eine sogenannte Spannungsreihe, in welcher die Körper derart geordnet sind, dafs jeder vorhergehende Körper mit allen nachfolgenden gerieben positiv, jeder nachfolgende mit den vorhergehenden gerieben negativ elektrisch wird.

Im Folgenden sind zwei solche Spannungsreihen neben einander gestellt, die erste ist von Young aus Versuchen von Lichtenberg[1]), die zweite von Faraday[2]) zusammengestellt.

1) *Th. Young*, Lectures on natural philosophy. London 1807. Vol. II.
2) *Faraday*, Experimental researches in electricity art. 2141. Poggend. Ann. Bd. LX.

Digitized by Google

Reihe von Young.	Reihe von Faraday.
Glas, poliert	Katzen- und Bärenfell
Haare	Flanell
Wolle	Elfenbein
Federn	Federkiele
Papier	Bergkrystall
Holz	Flintglas
Wachs	Baumwolle
Siegellack	Leinwand
Glas, mattes	Weifse Seide
Metalle	Die Hand
Harz	Holz
Seide	Lack
Schwefel	Eisen, Kupfer, Messing, Zinn, Silber, Platin
	Schwefel.

Die beiden Reihen zeigen zwar im allgemeinen eine ziemliche Übereinstimmung, im einzelnen jedoch auch manche Abweichung, so dafs auch solche Reihen keineswegs mit Sicherheit die Art der bei der Reibung erregten Elektricität angeben. Der Grund dafür liegt darin, dafs die Art derselben wesentlich abhängig ist von der Oberflächenbeschaffenheit der geriebenen Körper. Um dieses zu beweisen, erwähnen wir nur die verschiedenen Erscheinungen bei Reibung des Glases. Frische Glasflächen werden durch Reibung nur schwach elektrisch, erst durch längern Gebrauch, wenn die Oberfläche alt geworden ist, nimmt die durch Reibung erregte Elektricität zu. Alte Glasflächen werden mit allen Körpern aufser mit dem Pelze von Raubtieren und einigen Krystallen gerieben positiv elektrisch. Wenn man dagegen Glas mit Schmirgel oder Sand matt schleift, so wird es nur positiv elektrisch mit Wachs, Schwefel, Metallen, Alkohol, Äther und Harzen, dagegen negativ aufser mit dem Pelze der Raubtiere, mit Wolle, Federn, Holz, Papier und mit der Hand[1]).

Unterschiede selbst, welche sonst durch nichts wahrzunehmen sind, lassen sich am Glas durch die Art der Elektrisierung erkennen. Heintz[2]) erwärmte die eine Hälfte eines Glasstabes, welcher durch Reibung mit Wolle, Leder usw. positiv elektrisch wurde, einige Minuten über einer Alkoholflamme. Bei gelindem Reiben mit Wolle oder Leder wurde diese Hälfte negativ, die andere positiv elektrisch. Anhaltendes starkes Reiben, Abwaschen mit Alkohol oder Kalihydrat stellte den früheren Zustand wieder her. Ähnlich wie das Erhitzen über der Alkoholflamme wirkte Eintauchen in konzentrierte Salpetersäure oder Schwefelsäure.

Auch die Art des Reibens kann die erregte Elektricität verändern; nach Péclet[3]) wurde eine Glasstange mäfsig mit Kattun oder Leinwand gerieben positiv, heftig gerieben negativ elektrisch; Faraday[4]) fand eine

1) *Riess*, Reibungselektricität. Bd. II, p. 379.
2) *Heintz*, Poggend. Ann. Bd. LIX.
3) *Péclet*, Annales de chim. et de phys. T. LVII.
4) *Faraday*, Experimental researches in elect. XVIII. Reihe, art. 2141. Poggend. Ann. Bd. LX.

Digitized by Google

Schreibfeder leicht gegen trocknes Segeltuch gestrichen stark negativ elektrisch, unter starkem Drucke durch eine Falte desselben gezogen ebenso stark positiv elektrisch. Wenn man Glas der Länge nach mit Haaren reibt, etwa damit peitscht, so wird es negativ elektrisch, reibt man es der Quere nach, indem man es durch eine Haarschlinge zieht, so wird es positiv elektrisch[1]).

Das Auftreten der Elektricität durch Reibung wird dadurch noch bedeutend verwickelter, daſs auch zwei ganz gleichartige Körper an einander gerieben elektrisch werden, und zwar stets auch der eine positiv, der andere negativ[2]). Wenn man ein Stück einer nichtleitenden Substanz durchbricht, und dann die beiden Stücke an einander reibt, so werden beide elektrisch, das eine positiv, das andere negativ; welches von beiden aber positiv, welches negativ wird, das läſst sich gar nicht vorhersagen. Einige Beobachter gaben an, daſs, wenn man das eine der Stücke als Reibzeug benutzt, also mit demselben so über das andere hinfährt, daſs immer dieselbe Stelle des ersten nach und nach die verschiedenen Stellen des zweiten berührt, der reibende Körper immer dieselbe Elektricitätsart erhalte. Nach Riess[3]) ist das aber nicht der Fall, er fand den reibenden Teil bald positiv, bald negativ.

Die Reibung zweier Körper an einander ist die hauptsächlichste Quelle der Elektricität, deren Verhalten und Gesetze wir in diesem Abschnitte zu untersuchen haben; sie ist aber keineswegs die einzige, sondern alle Vorgänge, welche eine ähnliche Erschütterung der Moleküle der Körper zur Folge haben, erregen Elektricität.

Trennt man von einer isolierenden Substanz durch Feilen oder Schaben kleine Teile ab, so zeigen sich dieselben elektrisch. Um das nachzuweisen, hat man nur das Säulenelektroskop mit einer Platte zu versehen und auf diese eine Metallschale zu setzen; schabt man dann von einer Siegellackstange Späne und läſst sie in die Schale fallen, so erhält man deutliche Bewegungen des Goldblättchens; die abgeschabten Teile habe ich häufig positiv elektrisch gefunden, ein Beweis, daſs nicht die Reibung des Siegellacks, welche stets mit dem Schaben verbunden ist, die Ursache der Elektricitätserregung ist. Volta giebt an[4]), daſs durch die von Harz, Wachs, Talg, Chokolade, Holz, Knochen, Zucker und anderen Stoffen abgeschabten Teile ein isolierter Metallteller kräftig elektrisiert worden sei; auch Feilspäne von Kohle und geschabtes Eis von 0° gaben kräftige Elektricität.

In ähnlicher Weise wie das Schaben, wirkt das Zerschneiden, Zerbrechen oder Auseinanderreiſsen vieler Substanzen. Zerschneidet man einen Kork und läſst die abgeschnittenen Stücke in eine Metallschale fallen, welche auf einem Säulenelektroskope steht, so erhält man deutliche Spuren von Elektricität. Wenn man von Gyps oder Glimmer Blättchen abspaltet, so zeigen die Spaltungsflächen deutliche Spuren von Elektricität, und zwar sind die beiden getrennten Flächen entgegengesetzt

1) *Riess*, Reibungselektricität. Bd. II, p. 386.
2) *Riess*, Reibungselektricität. Bd. II, p. 363 ff.
3) *Riess* a. a. O.
4) Collezione dell' opere I. 2, p. 259.

Digitized by Google

elektrisch. Zerbricht man Siegellack, so sind die Bruchflächen ebenfalls und zwar entgegengesetzt elektrisch.

Eine etwas andere Art der Elektricitätserzeugung ist diejenige durch Druck; dieselbe wurde zuerst von Libes beobachtet, als er auf eine Holzscheibe mehrfach zusammengelegten Wachstaffet legte und diesen mit einer isolierten Metallplatte zusammenpresste. Bei raschem Abheben fand sich die Platte negativ elektrisch, während sie bei Reibung am Wachstaffet positiv elektrisch wurde. Es bedarf, wie eine Wiederholung des Versuches zeigt, nicht einmal eines Säulenelektroskopes, um die Elektricität in diesem Falle nachzuweisen. Becquerel giebt an, dafs zwei Stücke eines Korkes, als ihre Schnittflächen gegen einander gedrückt wurden, entgegengesetzt elektrisch wurden, und weiter, dafs mit der Stärke des Druckes auch diejenige der Elektricität zunahm[1]).

In sehr ausgezeichneter Weise besitzen einige Mineralien das Vermögen, durch Druck elektrisch zu werden. Drückt man isländischen Doppelspat, Arragonit, Flufsspat, Bergkrystall zwischen den Fingern, so werden sie elektrisch, am stärksten der isländische Doppelspat, welcher noch dazu die eigentümliche Eigenschaft besitzt, die einmal durch Druck in ihm erregte Elektricität mehrere Monate zu behalten. Hauy hat diese Eigenschaft des Doppelspates zur Konstruktion eines sehr einfachen und doch empfindlichen Elektroskopes benutzt. An dem einen Ende eines kleinen, in seiner Mitte aufgehängten und um eine vertikale Axe leicht drehbaren Balkens, aus Schellack gezogen, wird ein Stückchen Doppelspat befestigt und an dem anderen Ende ein Gegengewicht angebracht. Der Kalkspat wird dann durch Druck elektrisiert, er wird dabei positiv elektrisch[2]).

Aufser mechanischen Einwirkungen ist auch die Erwärmung der Körper fähig, Elektricität hervorzurufen; eine Art dieser Erregung haben wir bereits erwähnt, die Erwärmung einer Lötstelle zweier verschiedener Metalle; wir werden diese unter dem Namen Thermoelektricität bekannte Erregungsart erst in dem folgenden Abschnitte näher betrachten. Wir erwähnen hier nur, dafs die Erwärmung der paaren und unpaaren Lötstellen, wenn man eine grofse Anzahl Stäbchen zweier Metalle in der im dritten Teil §. 21 angegebenen Weise zusammensetzt, Elektricität hervorbringt, welche man an einem Elektroskope nachweisen kann[3]).

Aber noch in einer andern Weise kann man durch Erwärmung Elektricität erhalten, nämlich durch Erwärmung einer Anzahl von Krystallen. Man begreift die elektrischen Erscheinungen an den Krystallen unter dem Namen der Pyroelektricität. Dieselbe wurde zuerst, und zwar schon im Altertume, am Turmalin beobachtet, aber erst Bergmann und Wilcke haben die häufig sehr verwickelten Erscheinungen aus einem schon von Canton entdeckten Satze abzuleiten vermocht[4]). Wir wollen die sich darbietenden Erscheinungen kurz am Turmalin beschreiben.

Ein Turmalinkrystall ist in einer Umgebung, welche mit ihm die gleiche Temperatur besitzt, nicht elektrisch. Bringt man ihn aber in eine

---

1) *Becquerel*, Traité de l'électricité. Paris 1834. T. II. §. XIII ff.

2) *Hauy*, Annales de chimie par Guyton de Morveau etc. T. V. *Riess*, Reibungselektricität. Bd. II, p. 403.

3) *Kohlrausch*, Poggend. Ann. Bd. LXXXII.

4) Man sehe *Riess*, Reibungselektricität. Bd. II, p. 464 ff.

Digitized by Google

Umgebung anderer Temperatur, die entweder wärmer oder kälter ist, so dafs sich der Krystall erwärmt oder abkühlt, so treten an demselben zwei elektrische Pole auf, deren einer positiv ist, während der andere negativ ist. Die Pole sind einander entgegengesetzt, wenn der Krystall erwärmt wird, als wenn er abgekühlt wird, d. h. der Pol, welcher beim Erwärmen positiv elektrisch wurde, ist beim Erkalten negativ, der beim Erwärmen negative Pol ist beim Erkalten positiv. Nach G. Rose nennt man den Pol, welcher bei der Temperaturerhöhung positiv, bei Temperaturerniedrigung negativ ist, den analogen Pol; den anderen, bei welchem das Vorzeichen der Elektricität jenem der Temperaturänderung entgegengesetzt ist, den antilogen Pol. Man kann die Elektricität leicht an einem Elektroskope nachweisen. Sobald der Turmalin eine stationäre Temperatur angenommen hat, ist wieder jede Spur von Elektricität verschwunden.

Man kann aus diesem Satze die elektrischen Erscheinungen des Turmalins bei Temperaturänderungen sämtlich ableiten. Man habe einen solchen Krystall, dessen Pol P beim Erwärmen positiv, dessen Ende N dann negativ wird. Hält man z. B. das Ende N eine kurze Zeit in eine Flamme, so wird beim Herausnehmen das Ende N positiv, aber auch P positiv, nach einiger Zeit aber P negativ, während N positiv bleibt. Der Grund liegt darin, dafs das Ende N sich sofort nach Fortnahme der Flamme abkühlt, das Ende P aber noch wegen der schlechten Wärmeleitung des Turmalin sich erwärmt; nach einiger Zeit aber hat auch P seine höchste Temperatur angenommen, es kühlt sich ab und mit der Abkühlung wird es negativ elektrisch. Erhitzt man P in der Flamme, so werden aus demselben Grunde P und N anfangs negativ, dann aber wird N positiv elektrisch.

Dieses elektrische Verhalten zeigt der Turmalin sowohl als Ganzes, als auch in seinen Stücken. Bricht man einen Turmalin in mehrere Teile, so verhalten sich diese gerade so, und zwar findet man den analogen Pol der Stücke an den Stellen, welche dem analogen Pol des ganzen Krystalles am nächsten lagen. Ja selbst gepulverter Turmalin zeigt noch dieses Verhalten; erhitzt man Turmalinpulver auf einem Bleche und rührt es dann mit einem Glasstabe, so ballt es sich zusammen. Dafs dieses Zusammenballen Folge der Anziehung der entgegengesetzt elektrischen Pole ist, ergiebt sich daraus, dafs diese scheinbare Zähigkeit des Pulvers vollständig wieder verloren ist, wenn es wieder auf die Temperatur der Umgebung erkaltet ist.

Ganz ähnliche Erscheinungen zeigen sich bei sehr vielen andern Krystallen nach den Untersuchungen von Köhler[1]), G. Rose[2]), Riess[3]) und besonders von Hankel[4]). Rose und Riess zogen aus ihren und den übrigen damals vorliegenden Beobachtungen den Schlufs, dafs nur solche Krystalle pyroelektrisch werden, welche aus der Kombination einer einfachen Form mit einer nicht parallelflächigen Hemiedrie bestehen. So z. B. kann die Kombination des Würfels mit einem Tetraeder, welches vier Ecken des

1) *Köhler*, Poggend. Ann. Bd. XVII.

2) *G. Rose*, Abhandlungen der Berliner Akademie 1836.

3) *Riess* und *Rose*, Abhandlungen der Berliner Akademie 1843. *Riess*, Lehre von der Reibungselektricität. Bd. II, p. 460 ff.

4) *Hankel*, Poggend. Ann. Bd. XLIX, L, LIII, LVI. Abhandl. der Königl. Sächs. Gesellsch. der Wissensch. Bd. VI, VIII, XIV, XV, XVIII, XX.

Digitized by Google

Würfels abstumpft, pyroelektrisch werden. In solchen Krystallen kommt der Borazit vor; die Pole fallen hier mit den Tetraederflächen und den ihnen gegenüberliegenden nicht abgestumpften Würfelecken zusammen, so dafs es beim Borazit vier Paare von Polen giebt. Nach Köhler sind die Tetraederflächen die antilogen, die Würfelecken die analogen Pole. Nach Hankel wechseln indes die Pole ihr Zeichen je nach der Temperatur, bis zu welcher die Krystalle erwärmt werden; die Tetraederflächen sind bei der Erwärmung zuerst negativ, mit steigender Temperatur werden sie positiv und dann wieder negativ.

Aus den Untersuchungen Hankels ergiebt sich indes, dafs der Hemimorphismus nicht die unerläfsliche Bedingung der pyroelektrischen Erscheinungen ist, dafs vielmehr die Eigenschaft, durch Temperaturänderungen elektrisch zu werden, allen Krystallen zukommt, soweit ihre übrigen physikalischen Eigenschaften ein Auftreten und ein Anhäufen der Elektricität bis zu mefsbarer Stärke gestattet. Als Bedingung für das Auftreten der Pyroelektricität erscheint nach Hankel eine Verschiedenheit der krystallographischen Axen, zu welcher ein geringes Leitungsvermögen der Krystalle für Elektricität hinzutreten mufs, um die Ansammlung der Elektricität bis zu mefsbaren Wirkungen zu ermöglichen. Die Pyroelektricität kann darnach bei Krystallen derjenigen Systeme, welche ungleichwertige Axen haben, auftreten; bei Krystallen des regulären Systems sind es vorwiegend die hemimorphen Krystalle, welche Pyroelektricität zeigen, indes fand Hankel auch bei in Würfeln krystallisierendem Flufsspat dieselbe, welche er auf den Unterschied zwischen den Flächenaxen und Eckenaxen zurückführt.

Ähnliche elektrische Erscheinungen werden nach den Versuchen Hankels[1]) bei Flufsspat auch durch Beleuchten mit Tageslicht, elektrischem Licht oder Sonnenlicht hervorgebracht, Hankel nennt die Erscheinungen photoelektrische, und bei Bergkrystall infolge der Absorption von Wärmestrahlen. Die letztern elektrischen Erscheinungen nennt Hankel aktinoelektrische. Dafs die durch Belichtung hervorgerufene Elektricität nicht pyroelektrischen Ursprungs ist, geht daraus hervor, dafs nach dem Aufhören der Beleuchtung die Elektricität allmählich verschwindet, ohne dafs sich das Vorzeichen der Elektricität, wie bei dem Erkalten eines pyroelektrischen Krystalls es der Fall sein würde, umkehrt. Die aktinoelektrischen Wirkungen treten auch bei Anwendung dunkler Wärmequellen auf, sie sind dem Vorzeichen nach entgegengesetzt den durch die Erwärmung hervorgebrachten Wirkungen, ein Beweis, dafs sie nicht Folge der durch die Absorption der Wärmestrahlen eintretenden Erwärmung der Krystalle sind.

Wegen des Speciellern dieser Erscheinungen verweisen wir auf die Arbeiten Hankels und die von ihm gegebene kurze Darstellung derselben im 2. Bande von Wiedemanns Elektricitätslehre, S. 316 ff.

Schliefslich müssen wir noch zwei Quellen der Elektricität nennen, mit welchen wir uns sehr ausführlich im nächsten Abschnitte beschäftigen werden, die Elektricitätserregung durch chemische Prozesse und diejenige durch Berührung heterogener Substanzen. Es wird deshalb überflüssig

1) *Hankel*, Abhandl. der Königl. Sächs. Gesellsch. der Wissensch. Bd. XX.

Digitized by Google

sein, an dieser Stelle bei diesen Arten der Elektricitätserregung zu verweilen, besonders da wir sie ebensowenig wie die zuletzt beschriebenen Erregungsarten benutzen werden, um Elektricität zu unseren Untersuchungen zu erhalten. Dazu werden wir nur die Reibung verschiedener Körper an einander anwenden.

Nur eines chemischen Prozesses sei hier gedacht, welcher unzweideutig Elektricität liefert, der Verbrennungsprozess. Sowohl die Flamme des Wasserstoffgases ist nach Versuchen von Pouillet und Hankel elektrisch gefunden worden, als auch Flammen von Alkohol, Wachs, Äther, Öl und Fett[1]). Pouillet fand, dafs eine Wasserstoffflamme eine Platinspirale, welche von dem äufseren Mantel der Flamme berührt wurde, positiv elektrisch machte, dafs dagegen ein in das Innere der Flamme geführter Draht negativ elektrisch wurde. Hankel fand dagegen, dafs eine Wasserstoffflamme an der Spitze positiv, unten negativ elektrisch war.

Sehr leicht läfst sich die Elektricität an glimmenden Körpern nachweisen; man stelle auf den Teller eines Säulenelektroskopes ein Kohlenkerzchen, so bewegt sich gleich nach dem Anzünden des Räucherkerzchens das Goldblättchen nach der positiven Polplatte. Das Kerzchen wird also negativ, der Dampf positiv elektrisch.

§. 31.

Mafs des elektrischen Zustandes. Wir haben in dem Vorigen schon häufig von gröfserer oder geringerer Stärke des elektrischen Zustandes gesprochen, welcher an den Körpern beobachtet wird, und auf dieselbe geschlossen durch die gröfsere oder geringere Divergenz der Goldblättchen im Elektroskope. Diese Divergenz kann uns indes nur in einzelnen Fällen Schlüsse auf die gröfsere oder geringere Stärke, niemals aber eine numerische Vergleichung derselben gestatten. Man wird diese Behauptung schon durch folgenden Versuch begründet sehen. Man nehme zwei Elektroskope, an deren einem der Messingstift doppelt so lang und die Kugel am obern Ende doppelt so grofs ist als am anderen, und berühre dieselben nach einander mit derselben Glasröhre, nachdem letztere beide Male mit demselben Reibzeuge und gleich stark gerieben ist. Wir werden annehmen dürfen, dafs die Röhre in beiden Fällen gleich stark elektrisch ist, oder dieselbe Elektricitätsmenge besitzt; sollte deshalb das Elektroskop gestatten, allgemein auf die Stärke des elektrischen Zustandes der an dasselbe angelegten Körper zurückzuschliefsen, so müfste die Divergenz der Goldblättchen in beiden Elektroskopen dieselbe sein. Das ist jedoch durchaus nicht der Fall; die Divergenz in dem gröfseren Elektroskope ist bedeutend kleiner als in dem kleineren. Daraus ergiebt sich, dafs die Elektroskope nicht einmal geeignet sind, Elektricitätsmengen mit einander zu vergleichen, geschweige denn ein Mafs für dieselben zu liefern.

Um Elektricitätsmengen mit einander zu vergleichen, kann man verschiedene Wege einschlagen. Durch die Reibung einer gewissen Strecke eines Glases, unter einem gewissen Drucke, wird die ganze Strecke in einen elektrischen Zustand von gewisser Stärke versetzt. Denken wir uns

1) *Pouillet*, Annales de chim. et de phys. T. XXXV. Poggend. Ann. Bd. XI. *Hankel*, Poggend. Ann. Bd. LXXXI.

Digitized by Google

die elektrischen Erscheinungen durch ein Agens von realer Existenz hervorgebracht, das wir, ohne über seine Natur irgend etwas anzunehmen, als elektrisches Fluidum oder kurzweg als Elektricität bezeichnen wollen, so wird dieser elektrische Zustand des Glases dadurch hervorgebracht, dafs auf demselben eine gewisse Menge Elektricität entwickelt ist. Führen wir nun über das geriebene Glas ein Metallblech, welches das Glas in allen Punkten berührt und mit einer isolierten Metallkugel in Verbindung ist, so wird der elektrische Zustand des Glases auf die Kugel übertragen, und das Glas bleibt unelektrisch zurück. Dadurch ist also in der Kugel eine gewisse Elektricitätsmenge angesammelt worden. Wenn wir nun noch einmal dieselbe Glasfläche ganz ebenso reiben, so wird dieselbe wieder in denselben elektrischen Zustand versetzt als vorher; übertragen wir denselben wieder auf die isolierte Metallkugel, so wird wieder dieselbe Elektricitätsmenge dieser zugeführt, sie enthält also doppelt so viel Elektricität als vorher. Ganz dieselbe Elektricitätsmenge würde die Kugel erhalten haben, wenn wir gleich das erste Mal eine doppelt so grofse Glasfläche in gleicher Weise gerieben und von dieser die Elektricität auf die Kugel übertragen hätten.

Wir gelangen also hier zur Vergleichung von Elektricitätsmengen unter der Voraussetzung, dafs durch eine gewisse Reibung eine bestimmte Menge Elektricität erzeugt werde, indem wir die Anzahl solcher Erregungen vergleichen, welche zu der Entwickelung der verglichenen Elektricitätsmengen gedient haben. Die Einheit ist natürlich bei dieser Vergleichung ganz willkürlich.

Noch in einer andern Weise können wir die Elektricitätsmengen vergleichen. Man elektrisiere zwei Metallkugeln, welche mit einander in Berührung sind, so wird man bei der Leichtigkeit, mit welcher sich die Elektricität durch Metalle ausbreitet, sicher sein können, dafs die auf beide Kugeln übertragene Elektricität sich zwischen beiden in ganz gleicher Weise verteilt hat, so dafs also jede Kugel die Hälfte der erregten Elektricität besitzt. Berühren wir nun eine der Kugeln mit einer anderen ganz gleichen, so wird auch zwischen diesen die Elektricität sich in ganz gleicher Weise verteilen, und jede dieser beiden Kugeln wird die Hälfte derjenigen Elektricität besitzen, welche die dritte Kugel für sich hat. Durch weitere Berührungen mit immer gleichen Kugeln können wir auf diese Weise Elekricitätsmengen erhalten, welche von derjenigen der unberührten Kugel $^1/_4$, $^1/_8$, $^1/_{16}$ u. s. f. enthalten[1]).

Wir gelangen auf diese Weise, wie eben erwähnt wurde, nur zu einem relativen Mafse, nicht zu einem absoluten, dessen Einheit keine willkürliche mehr ist. Um zu diesem zu gelangen, müssen wir uns an die Wirkungen der Elektricität wenden, da die Natur der Elektricität selbst uns durchaus unbekannt ist. Die einfachste und zugleich charakteristische Äufserung der Elektricität ist diejenige, dafs zwei gleichnamig elektrisierte Körper sich abstofsen, zwei ungleichnamig elektrisierte sich anziehen. Diese anziehenden und abstofsenden Kräfte werden sich jedenfalls nach einem bestimmten Gesetze mit der Menge der Elektricität und den Entfernungen, aus welchen sie auf einander wirken, ändern. Ist das Gesetz bekannt,

1) *Riess*, Reibungselektricität. Bd. I, p. 49 ff.

Digitized by Google

nach welchem mit der Menge und dem Abstande der Elektricitäten die anziehenden und abstofsenden Kräfte sich ändern, so wird man aus der beobachteten Abstofsung oder Anziehung in zwei Fällen das Mengenverhältnis der thätigen Elektricitäten ableiten, zugleich aber die Mengen nach einer absoluten Einheit ausdrücken können. Wir haben nur jene Elektricitätsmenge als die Einheit zu setzen, welche auf eine ihr an Gröfse und der Art nach gleiche, in der Entfernungseinheit die der Einheit gleiche abstofsende Kraft ausübt.

Diese Einheit läfst sich noch näher präcisieren. Wir haben in der Mechanik erwähnt[1]), dafs eine homogene Kugel oder Kugelschale bei dem zwischen materiellen Körpern gültigen Anziehungsgesetze nach aufsen hin gerade so anziehend wirkt, als wenn ihre ganze Masse im Mittelpunkt der Kugel vereinigt wäre. Wir werden nun annehmen dürfen, und es später noch nachweisen, dafs die einer Kugel mitgeteilte Elektricität sich auf derselben ganz gleichmäfsig verteilt, wir werden ferner sehen, dafs die Abstofsungen oder Anziehungen zweier Elektricitätsmengen dem Produkte dieser Mengen direkt, dem Quadrate ihres Abstandes umgekehrt proportional sind. Sei es nun, dafs die Kugel ihrer ganzen Masse nach, oder nur auf ihrer Oberfläche elektrisch wird, sie wird nach dem erwähnten Satze nach aufsen hin gerade so abstofsend oder anziehend wirken, als wenn die gesamte Elektricität in dem Mittelpunkte der Kugel konzentriert wäre.

Dieses gesetzt, ist die Einheit der Elektricität jene, welche auf einer kleinen Kugel verteilt eine andere ebensolche und mit derselben Elektricitätsmenge gleicher Art versehene Kugel, deren Mittelpunkt von dem Mittelpunkte der erstern um die Längeneinheit entfernt ist, mit der Einheit der Kraft abstöfst. Kohlrausch und Weber[2]) wählten als Einheit des Abstandes 1 mm und als Einheit der Kraft jene, welche der Masse von 1 mg in der Zeitsekunde die Beschleunigung 1 mm erteilt. In dem [*C. G. S.*] System haben wir Centimeter, Gramm und Sekunde als Einheit zu setzen. In welchem Verhältnis die letztere Einheit gröfser ist als die erstere erkennt man sofort, wenn man die Dimensionen der gewählten Einheit bestimmt. Nach dem eben angeführten im nächsten Paragraphen zu beweisenden Gesetz ziehen sich zwei Elektricitätsmengen e und e_1 in einer Entfernung r mit einer Kraft A an, welche gleich ist

$$A = \frac{e\,e_1}{r^2}.$$

Mit den schon im vorigen Abschnitt gewählten Dimensionszeichen μ (Masse), λ (Länge), τ (Zeit) ist

$$\frac{e\,e_1}{r^2} = A = z\,[\mu\,\lambda\,\tau^{-2}]$$

oder wenn wir $e = e_1$ setzen,

$$e^2 = z\,[\mu\,\lambda^3\,\tau^{-2}]$$

somit

$$e = z\,[\mu^{1/2}\,\lambda^{3/2}\,\tau^{-1}].$$

1) Man sehe im 1. Bd. Abschnitt I, §. 39.

2) *R. Kohlrausch* und *W. Weber*, Elektrodynamische Mafsbestimmungen Art. 4. In den Abhandl. der Königl. Sächs. Gesellsch. der Wissensch. Bd. V, S. 228.

Digitized by Google

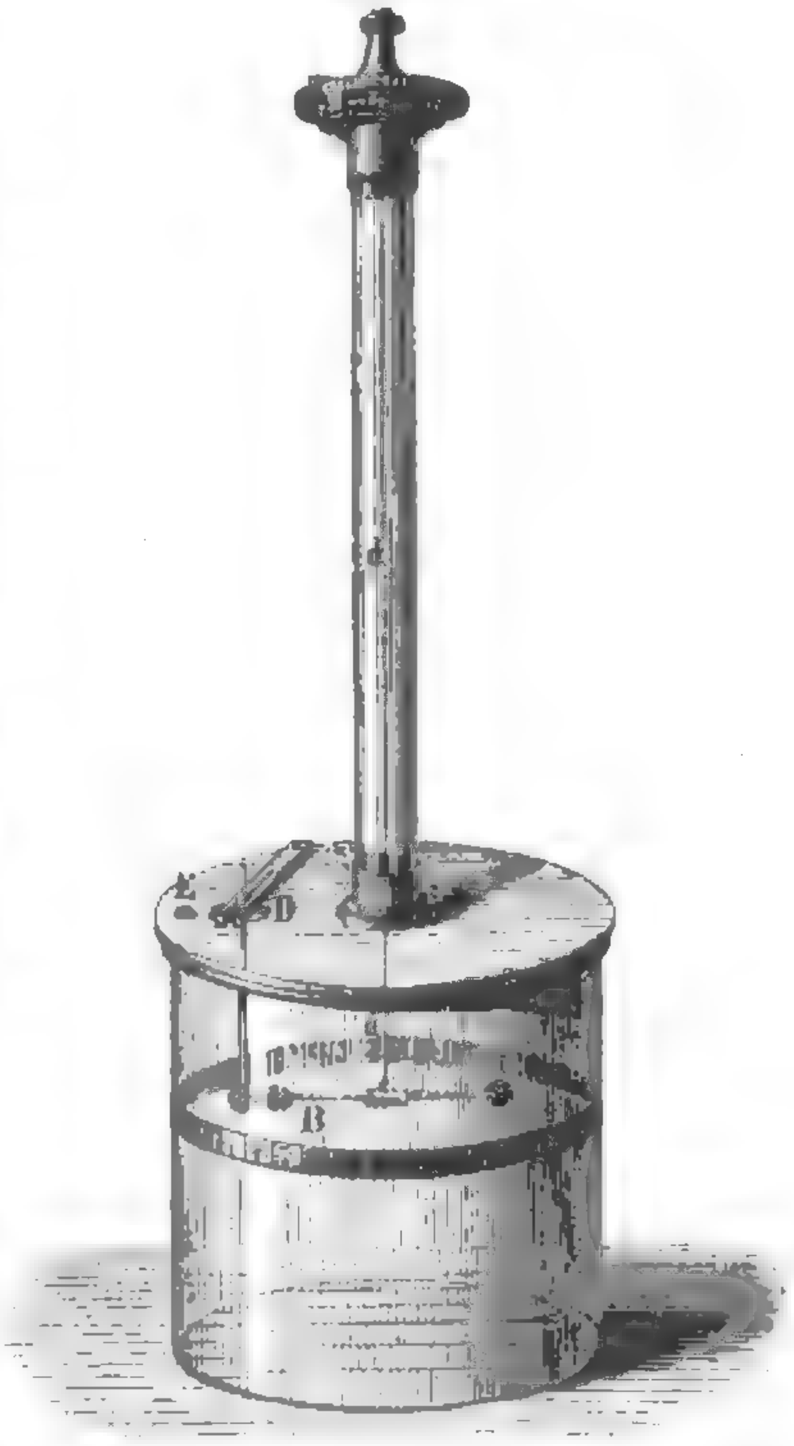
Das Maſs der Elektricität hat also dieselben Dimensionen wie das Maſs des Magnetismus, und man sieht unmittelbar wie im §. 11, daſs die Einheit des [*C. G. S.*] Systems 1000mal so groſs ist, als die von W. Weber und Kohlrausch gewählte Einheit, daſs also mit der letztern Einheit eine gegebene Elektricitätsmenge durch die 1000fache Zahl ausgedrückt wird als durch die Einheit des [*C. G. S.*] Systems.

Denken wir uns die eine von zwei mit der Einheit der Elektricität versehenen Kugeln an dem Endpunkte eines Hebelarmes von der Länge eins befestigt, so erhält derselbe von der zweiten Kugel im Abstande eins ein Drehungsmoment, welches jenem gleich ist, welches zwei mit der Einheit des magnetischen Momentes versehene Magnete in der zweiten Hauptlage in der Abstandseinheit auf einander ausüben.

§. 32.

Gesetze der elektrischen Anziehung und Abstoſsung. Die Gesetze, nach welchen die elektrischen Anziehungen und Abstoſsungen mit der Gröſse und der Entfernung der elektrischen Massen sich ändern, sind zuerst von Coulomb[1]) mit Hilfe der Drehwage untersucht worden. Die Einrichtung der Torsionswage haben wir im vorigen Abschnitte §. 14 ausführlich beschrieben, wir haben hier nur hinzuzufügen, welche Vorrichtungen an derselben angebracht wurden, um sie zu den elektrischen Versuchen zu benutzen. Da die elektrischen Kräfte, welche bei diesen Versuchen benutzt werden, überhaupt nur sehr klein sind, so muſs zunächst, um die Torsionskraft möglichst klein zu machen, der Aufhängedraht *d* (Fig. 43) möglichst fein genommen werden. Coulomb wandte einen solchen an, von dem die Länge eines pariser Fuſses nur das Gewicht von $^1/_{16}$ Grain hatte. Eine Bestimmung des Torsionskoefficienten des Drahtes ergab, daſs der Torsion um 1^0 ein am Ende des horizontalen Wagebalkens angebrachter Druck von $\frac{1}{122400}$ Grain das Gleichgewicht hielt.

Fig. 43.



Als Wagebalken *B* dient entweder ein dünner aus Schellack gezogener Faden oder Glasfäden, welche mit Schellack überzogen sind. Riess hat den Balken in seiner Torsionswage aus zwei Glasfäden zusammengesetzt,

1) *Coulomb*, Mémoires de l'Académie. Paris 1785.

Digitized by Google

jeden 8 cm lang, welche vorsichtig mit Schellack überzogen waren. Dieselben wurden durch einen 2,5 cm langen dünnen Schellackcylinder verbunden, so dafs der ganze Wagebalken eine Länge von 19 cm besafs.

An dem einen Ende des Wagebalkens wird eine vergoldete Kugel von Hollundermark befestigt, welche an der andern Seite durch ein dünnes kreisförmiges Glimmerblättchen, dessen Ebene vertikal steht, equilibriert wird. Das Glimmerblättchen dient zugleich dazu, die Stellung des Wagebalkens an der unteren Teilung zu bestimmen, indem der Stand desselben beobachtet wird.

Der Balken wird in seiner Mitte an dem Drahte befestigt, so dafs er vollkommen horizontal hängt.

Der Deckel der Drehwage hat aufser seiner mittleren Durchbohrung noch zwei andere, welche dem Rande nahe sind. Die eine D dient dazu, eine der am Wagebalken befestigten genau gleiche vergoldete Hollundermarkkugel, welche an einem Schellackcylinder befestigt ist, in die Wage hinabzulassen und festzustellen, die sogenannte Standkugel. Vor dem Beginne der Versuche wird der Wagebalken so gestellt, dafs die an ihm befestigte Kugel, wenn der Faden ganz ohne Torsion ist, die Standkugel gerade berührt. Die zweite Öffnung E dient dazu, die beiden Kugeln der Wage zu elektrisieren, wenn sie in Berührung sind. Man senkt zu dem Ende durch diese eine isolierte elektrisierte Metallkugel in die Wage hinab und berührt die Standkugel einen Augenblick. Nach dem im vorigen Paragraphen Mitgeteilten werden dann beide Kugeln durch Mitteilung und zwar gleich stark elektrisiert.

Die Kugel des Wagebalkens wird von der Standkugel abgestofsen und kommt nach einiger Zeit in einer gewissen abgelenkten Stellung zur Ruhe. Man bestimmt den Winkel, welchen der Wagebalken jetzt mit seiner Ruhelage bildet, an der um den Cylinder der Drehwage gelegten Teilung. Zur genauern Bestimmung des Ablenkungswinkels verläfst man sich nicht auf die Teilung allein, sondern hat vorher verglichen, an welchen Punkten der Teilung das Glimmerblättchen beobachtet wird, wenn man den Wagebalken durch Drehung des oberen Torsionskreises um eine beliebige Anzahl Grade gedreht hat. Sei der beobachtete Ablenkungswinkel α.

Nach der Beobachtung der ersten Ablenkung dreht man den oberen Torsionskreis um eine beliebige Anzahl Grade so, dafs die Kugel des Wagebalkens der Standkugel genähert wird. Habe man den Torsionskreis um den Winkel ϑ zurückgedreht, und bilde der Balken mit seiner Ruhelage den Winkel α'; der elektrischen Abstofsung, welcher im ersten Falle die Torsion des Drahtes um den Winkel α das Gleichgewicht hielt, hält jetzt die Torsion $\vartheta + \alpha'$ das Gleichgewicht.

Man macht noch eine dritte Beobachtung, indem man den Faden um den Winkel ϑ' tordiert, so dafs der Wagebalken den Winkel α'' mit seiner Ruhelage bildet. Der elektrischen Abstofsung hält jetzt die Torsion des Fadens $\vartheta' + \alpha''$ das Gleichgewicht.

Diese drei Beobachtungen reichen hin, um aus denselben die Änderung der Abstofsung mit der Entfernung abzuleiten; eine gröfsere Anzahl Beobachtungen läfst sich nicht anstellen, da die Elektricität von den Kugeln sich allmählich in die Luft der Wage verbreitet, selbst wenn man durch

Digitized by Google

Einsetzen von Chlorcalcium in die Wage dafür sorgt, dafs dieselbe möglichst trocken ist.

Coulomb erhielt durch derartige Beobachtungen in einem Falle folgende Torsionen ϑ und Ablenkungen α

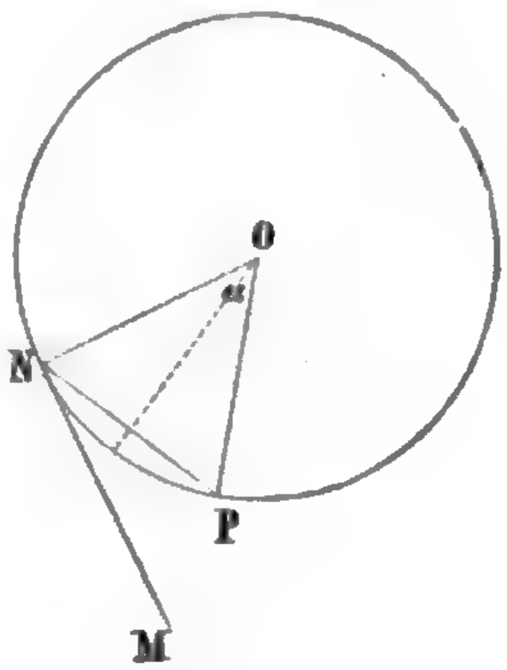
$\vartheta + \alpha$	α
36^0	36^0
144^0	18^0
$575{,}5^0$	$8{,}5^0$.

Die Entfernungen der beiden Kugeln sind den Ablenkungen des Wagebalkens nahezu proportional, während die abstofsenden Kräfte den Torsionen des Drahtes proportional sind. Wie man sieht, verhalten sich in diesen Versuchen die Entfernungen der Kugeln nahezu wie 4 : 2 : 1. Andererseits stehen aber die Torsionswinkel nahezu im Verhältnisse von 1 : 4 : 16, denn es ist

$$\frac{575{,}5}{16} = 35{,}9 \quad \frac{144}{4} = 36 \quad \frac{36}{1} = 36\,.$$

Es ergiebt sich also aus diesem Versuche, dafs die elektrischen Abstofsungen dem Quadrate der Abstände der elektrischen Massen umgekehrt proportional sind. Mit noch gröfserer Sicherheit ergiebt sich dieser Satz, wenn wir die Versuche genau berechnen. Sei zu dem Ende Fig. 44 ein Horizontalschnitt der Wage in der Ebene des Wagebalkens, OP sei die Lage des Wagebalkens in der Ruhelage, P also der Ort der Standkugel. ON sei die Lage des Wagebalkens nach der Abstofsung, also der Winkel $NOP = \alpha$; der Faden sei um den Winkel $\vartheta + \alpha$ tordiert.

Fig. 44.



Bezeichnen wir die Kraft, mit welcher die elektrisierten Kugeln in der Einheit des Abstandes sich abstofsen, mit F, so ist die Kraft, mit welcher sie sich im Abstande PN abstofsen, nach dem eben näherungsweise geschlossenen Gesetze gleich

$$\frac{F}{(PN)^2}\,.$$

Von dieser Kraft trägt zur Drehung der Kugel nur die der Tangente MN parallele Komponente, also $\frac{F}{(NP)^2}\cdot\cos PNM$ bei; diese hält der Torsion des Drahtes das Gleichgewicht. Nun ist bekanntlich $PN = 2R\sin\frac{\alpha}{2}$, wenn R den Radius des Kreises, also die halbe Länge des Wagebalkens bedeutet; nach einem geometrischen Satze ist ferner $PNM = \frac{\alpha}{2}$. Die MN parallele Komponente der elektrischen Abstofsungen ist somit

$$\frac{F}{4R^2\sin^2\frac{\alpha}{2}}\cdot\cos\frac{\alpha}{2}$$

und das dem Wagebalken erteilte Drehungsmoment, da diese Kraft am Radius R wirkt,

$$\frac{F}{4R^2\sin^2\frac{\alpha}{2}}\cdot\cos\frac{\alpha}{2}\cdot R = \frac{F}{4R\sin^2\frac{\alpha}{2}}\cdot\cos\frac{\alpha}{2}.$$

Dieser Kraft hält die Torsion des Fadens das Gleichgewicht, bezeichnen wir also den Torsionskoefficienten dieses Drahtes in der gewöhnlichen Bedeutung des Wortes, d. h. jene Kraft, welche an einem der Längeneinheit gleichen Hebelarme angreifend der Torsion des Fadens das Gleichgewicht hält, wenn der Endpunkt des Hebelarmes einen der Längeneinheit gleichen Bogen beschrieben hat, mit T, so mufs

$$\frac{F}{4R\sin^2\frac{\alpha}{2}}\cdot\cos\frac{\alpha}{2} = T\cdot(\vartheta+\alpha).$$

Der Torsionswinkel $\vartheta + \alpha$ mufs hier in Teilen des Halbmessers ausgedrückt sein; ist das nicht der Fall, so haben wir diesen Winkel durch jenen Winkel φ zu dividieren, dessen Bogen an Länge dem Halbmesser gleich ist, nämlich $57^0\ 17'\ 45''$. Setzen wir ϑ und α nach der direkten Beobachtung als in Graden gegeben voraus, so können wir obigen Ausdruck schreiben

$$\varphi\cdot\frac{F}{4RT} = (\vartheta+\alpha)\sin\frac{\alpha}{2}\cdot\operatorname{tang}\frac{\alpha}{2}.$$

Die linke Seite der Gleichung ist eine konstante Gröfse, ist daher das angenommene Gesetz richtig, so muss auch die rechte Seite konstant sein. Die Berechnung der Coulombschen Versuche giebt folgende Werte:

α	$\vartheta+\alpha$	$(\vartheta+\alpha)\cdot\sin\frac{\alpha}{2}\cdot\operatorname{tang}\frac{\alpha}{2}$	α berechnet
36^0	36^0	3,614	36^0
18^0	144^0	3,568	$18^0\ 6'$
$8,5^0$	$575,5^0$	3,169	$9^0\ 4'$.

Wie man sieht, ist die rechte Seite der Gleichung nicht ganz konstant, und die vierte Kolumne der kleinen Tabelle zeigt, dafs die beobachteten Winkel α kleiner sind als die aus der ersten Beobachtung $\vartheta = 0$, $\alpha = 36$ berechneten Werte. Abgesehen von den unvermeidlichen Ungenauigkeiten der Beobachtung hat dieses seinen Grund in dem schon erwähnten Umstande, dafs die Elektricität auf den Kugeln allmählich durch Zerstreuung in die Luft abnimmt. Die Gröfse F wird daher allmählich kleiner, so dass die Abweichung der Zahlen der dritten Kolumne von der Gleichheit durchaus nicht gegen das Gesetz spricht.

Noch auf eine andere Weise ist von Egen[1]) später das Gesetz der elektrischen Abstofsungen abgeleitet worden. An dem einen Arme eines in seiner Mitte aufgehängten Stäbchens von Schellack wurde eine vergoldete Kugel von Hollundermark und an dem andern Ende teils als Gegengewicht, teils zum Anhängen von Drähten ein Haken von Messing befestigt. Über der Hollundermarkkugel wurde eine andere ebensolche Kugel in be-

1) *Egen*, Poggend. Ann. Bd. V.

Digitized by Google

stimmter Entfernung aufgestellt. Die beiden Kugeln wurden elektrisiert, die bewegliche Kugel abgestofsen und der Wagebalken verliefs die horizontale Lage. Durch an der anderen Seite angehängte Gewichte wurde der Wagebalken wieder horizontal gestellt; war das Gleichgewicht erreicht, so mafs das aufgehängte Gewicht die elektrische Abstofsung der Kugeln in dem ihnen gegebenen Abstande. Bei einem zweiten Versuche wurde der Abstand der Kugeln geändert und dann wurden die Gewichte und die Abstände in beiden Versuchen verglichen. Es zeigte sich auch hier, dafs die zur Herstellung des Gleichgewichts erforderlichen Gewichte sich umgekehrt verhielten wie die Quadrate der Abstände der Kugelmittelpunkte.

Auf diese Weise läfst sich indes nicht die Genauigkeit wie mit der Drehwage erreichen, da die Herstellung des jedesmaligen Gleichgewichts bedeutend mehr Zeit in Anspruch nimmt, der Elektricitätsverlust durch Zerstreuung also gröfser ist, und da die Wage zur Messung kleiner Abstofsungen durchaus nicht die Empfindlichkeit der Drehwage besitzen kann.

Aus dem für die elektrischen Abstofsungen bewiesenen Gesetze wird man nun schon sofort den Schlufs ziehen, dafs auch dasselbe Gesetz für die Abhängigkeit der elektrischen Anziehungen von dem Abstande der elektrischen Massen gelte. Dafs das in der That der Fall ist, hat Coulomb[1]) nach zwei verschiedenen Methoden bewiesen.

Zunächst wandte er die Drehwage an; die bewegliche Kugel wurde elektrisiert und durch Drehung des Torsionskreises dem Wagebalken eine solche Lage gegeben, dafs er mit seiner Ruhelage einen Winkel c bildete. Darauf wurde der Standkugel entgegengesetzte Elektricität mitgeteilt und dieselbe an ihren Platz gestellt. Die Kugeln ziehen sich an, und der Wagebalken wird in einer Lage zur Ruhe kommen, in welcher er mit seiner früheren Ruhelage nur mehr den Winkel a bildet, so dafs der Faden um den Winkel $c - a$ tordiert ist.

Man dreht den Torsionskreis um einen anderen Winkel c', und der Wagebalken kommt in einer anderen abgelenkten Lage a' zur Ruhe, in welcher der Faden um $c' - a'$ tordiert ist.

Setzen wir voraus, dafs die Abstände der Kugeln den Bögen a proportional sind, und dafs die ganze anziehende Kraft den Wagebalken in die frühere Ruhelage zurückzudrehen sucht, so ist diese Kraft, wenn F wie früher die Anziehung in der Entfernungseinheit bedeutet, $\frac{F}{a^2}$. Dieser Kraft hält die Torsion des Fadens um $c - a$ das Gleichgewicht, da diese den Stab in die abgelenkte Lage c zu drehen sucht. Die Gleichgewichtsbedingung ist also

$$\frac{F}{a^2} = T(c - a)$$

$$\frac{F}{T} = a^2(c - a).$$

Da die linke Seite der Gleichung konstant ist, so mufs es auch die rechte sein, oder welche Ablenkung c man auch den Wagebalken anfänglich giebt, er mufs immer um einen solchen Winkel $c - a$ genähert werden, dafs das Produkt $a^2(c - a)$ eine konstante Gröfse ist. Coulomb

1) *Coulomb*, Mémoires de l'Académie. Paris 1785.

Digitized by Google

giebt die beobachteten c und a nicht, sondern führt nur an, dafs bei seinen Versuchen diese Beziehung in der That sich gezeigt habe, somit aus denselben folge, dafs die elektrischen Anziehungen sich umgekehrt wie die Quadrate der Entfernungen verhalten.

Es mufs hier auf eine Schwierigkeit dieser Versuche aufmerksam gemacht werden, welche dieselben leicht mifslingen läfst. Bei einer gegebenen Elektrisierung der Kugeln wird die anziehende Kraft um so gröfser sein, je geringer die ursprüngliche Ablenkung c des Wagebalkens war; um so mehr mufs sich demnach die Kugel der Standkugel nähern und um so gröfser wieder die Torsion $c - a$ sein, damit dieselbe der stärkeren Anziehung der Kugeln das Gleichgewicht halten kann. Daraus folgt weiter, dafs wenn c kleiner ist als eine gewisse Gröfse, die Torsion des Fadens nicht so grofs werden kann, um den Wagenbalken in einer abgelenkten Lage zu halten, dafs also dann die Kugel des Wagebalkens an die Standkugel herangezogen wird.

Welchen Wert c mindestens haben mufs läfst sich ableiten, indem man den gröfsten Wert aufsucht, welchen a annehmen darf, damit die Gleichung

$$\frac{F}{T} = a^2 (c - a)$$

noch bestehen kann. Man erhält denselben, indem man für ein gegebenes c denjenigen Wert von a berechnet, welcher die rechte Seite der Gleichung zu einem Maximum macht, welche also den gröfsten Wert der Anziehung F giebt, bei welchem die Torsion $c - a$ zur Herstellung des Gleichgewichtes ausreicht. Wir erhalten den Maximalwert, indem wir den Differentialquotienten der rechten Seite nach a bilden, und diesen gleich null setzen, somit aus der Gleichung

$$2ac - 3a^2 = 0$$

$$a = {}^2/_3\, c.$$

Geht demnach der Wagebalken um mehr als $^1/_3$ der ursprünglichen Drehung zurück, so giebt es keine Gleichgewichtslage mehr, der Wagebalken geht bis zur Berührung an die Standkugel. Coulomb giebt deshalb an, man solle zwischen Standkugel und Wagebalken einen Seidenfaden vertikal aufspannen, damit die Kugeln nicht zur Berührung gelangen können; man kann dann, wenn man sieht, dafs die Anziehung $^1/_3\, c$ überschreiten will, den Wert von c durch Drehung des Torsionskreises vergröfsern. Indes ist es in dem Falle schwierig zu verhindern, dafs eine Störung eintritt, da durch Drehung des Torsionskreises der Wagebalken in Schwingung gerät und so leicht gegen den Seidenfaden stöfst; dabei kann man nie sicher sein, dafs die Kugel nicht Elektricität an den Seidenfaden abgiebt.

Die zweite Methode, welche Coulomb zum Nachweise des Gesetzes anwandte, ist ganz analog der Methode der Oscillationen, durch welche er das Gesetz der magnetischen Anziehungen nachwies.

Einer grofsen gut isolierten, mit Elektricität versehenen Metallkugel gegenüber wurde an einem langen Coconfaden ein Schellackstäbchen aufgehängt, an dessen einem Ende eine kleine vergoldete Kugel von Hollundermark befestigt war. Das Stäbchen war in der horizontalen Ebene drehbar,

Digitized by Google

es konnte demnach als horizontales Pendel schwingen. Die kleine Hollundermarkkugel wurde mit der Elektricität versehen, welche der in der grofsen Kugel vorhandenen entgegengesetzt war. Die grofse Kugel zieht die kleine an, und die kleine ist im Gleichgewicht, wenn die Nadel parallel ist der Verbindungslinie der beiden Mittelpunkte der Kugeln. Wird die Nadel aus dieser Lage gebracht, so gerät sie in Schwingungen, welche den gewöhnlichen Pendelgesetzen folgen, wenn man nur den Abstand der Kugeln so grofs wählt, dafs man die Richtung der von Mittelpunkt zu Mittelpunkt wirkenden elektrischen Anziehungen in allen Lagen der Nadel als parallel annehmen kann. Bezeichnet f die anziehende zwischen den beiden Kugeln thätige Kraft, wenn die Entfernung der Kugelmittelpunkte d ist, so ist unter Voraussetzung, dafs wir die Torsionskraft des Fadens vernachlässigen dürfen, die Schwingungsdauer t gegeben durch

$$t = \pi \sqrt{\frac{C}{f}},$$

worin die Gröfse C eine in bekannter Weise von dem Trägheitsmoment der Nadel in Bezug auf die Drehungsaxe und der halben Länge derselben abhängige Konstante ist.

In einem anderen Abstande d' sei die anziehende Kraft f', so ist die Schwingungsdauer t'

$$t' = \pi \sqrt{\frac{C}{f'}},$$

somit erhalten wir

$$t^2 : t'^2 = f' : f.$$

Gilt das aus den Versuchen mit der Drehwage geschlossene Anziehungsgesetz, so ist

$$f' : f = d^2 : d'^2.$$

Daraus folgt in Verbindung mit der letzten Proportion:

$$t^2 : t'^2 = d^2 : d'^2 \quad \text{oder} \quad t : t' = d : d'.$$

Die Schwingungszeiten der Nadel in den verschiedenen Abständen müssen sich direkt verhalten wie die Abstände der Kugelmittelpunkte.

Die aus der Dauer von 15 Schwingungen berechnete Oscillationsdauer t der Nadel in den folgenden Abständen fand Coulomb

d	t	
	beobachtet	berechnet
3	1,333″	1,333
6	2,733	2,666
8	4,000	3,555.

Die als berechnet angegebenen Werte von t sind aus den erst beobachteten, unter Voraussetzung, dafs die Abnahme der anziehenden Kraft obigem Gesetze folge, abgeleitet. Wie man sieht, übersteigen die beobachteten Werte die berechneten; daraus folgt, dafs die Anziehung rascher abnimmt, als sie sollte. Der Grund zur rascheren Abnahme liegt auch hier wieder zum Teil in der Zerstreuung der Elektricität in der Luft. Dadurch, dafs Coulomb nach dem letzten Versuche die Nadel wieder in die

Digitized by Google

Entfernung 3 brachte, ergab sich, dass die anziehende Kraft nicht mehr ganz 0,9 derjenigen im Anfang des Versuches betrug. Um daher den letzten Versuch mit dem ersten vergleichen zu können, mufs man den zuletzt beobachteten Wert von t mit $\sqrt{0,9}$ multiplizieren. Er wird dann 3,800; mit dieser Korrektion ist die Übereinstimmung zwischen Theorie und Erfahrung fast vollkommen zu nennen.

Es ergiebt sich somit, dafs die Kraft, mit welcher zwei elektrische in einem Punkte konzentrierte Massen sich abstofsen oder anziehen, dem Quadrate ihres Abstandes umgekehrt proportional ist.

Die elektrischen Anziehungen und Abstofsungen hängen, wie wir bereits erwähnten, nicht allein von dem Abstande der auf einander einwirkenden elektrisierten Körper, sondern auch von der Menge der auf ihnen angesammelten Elektricität ab. Es ist leicht, die Abhängigkeit mit der Torsionswage zu untersuchen. Man elektrisiere die bewegliche und die feste Kugel wie vorhin, wenn sie in Berührung sind, und tordiere durch Drehung des Torsionskreises den Aufhängedraht so, dafs der Wagebalken einen bestimmten Winkel α, etwa 30°, mit seiner früheren Ruhelage bilde. Die dazu nötige Torsion $\vartheta + \alpha$ sei 150°. Man berühre die Standkugel mit einer anderen ebenfalls isolierten, ihr ganz gleichen Kugel; nach den Ausführungen des vorigen Paragraphen wird die Standkugel dann gerade die Hälfte der Elektricitätsmenge behalten. Man vermindere die Torsion so weit, dafs α wieder gleich 30° wird, so wird man finden, dafs $\vartheta + \alpha$ fast 75° beträgt, also die Hälfte von vorher ist. Darauf berühre man die Standkugel mit einem nicht isolierten Körper; sie wird unelektrisch, und die bewegliche Kugel sich bis zur Berührung der Standkugel nähern. Nach der Berührung sind wieder beide Kugeln elektrisch, und zwar enthält jede Kugel die Hälfte Elektricität von vorher. Die Kugeln stofsen sich wieder ab, und versucht man die Ablenkung α wieder auf 30° zu bringen, so wird man ϑ vielleicht 6°, also $\vartheta + \alpha = 36$ finden. Die der elektrischen Abstofsung das Gleichgewicht haltende Torsion des Drahtes mufs also bei Halbierung der auf der einen Kugel vorhandenen Elektricität ebenfalls halbiert, bei Halbirung der auf beiden Kugeln vorhandenen auf ein Viertel reduziert werden. Es folgt somit, dafs die elektrischen Abstofsungen den Produkten aus den auf einander einwirkenden Elektricitätsmengen proportional sind.

Wir können hiernach das Gesetz der elektrischen Anziehungen und Abstofsungen folgendermafsen zusammenfassen:

Wenn zwei materielle Punkte elektrisiert sind, so ziehen sie sich an oder stofsen sich ab, proportional dem Produkte der auf beiden vorhandenen Elektricitätsmengen und umgekehrt proportional dem Quadrate ihres Abstandes.

Ist so das Grundgesetz der elektrischen Abstofsungen und Anziehungen gegeben, so kann man auf mathematischem Wege die Wirkung zweier beliebiger elektrischer Körper ableiten. Dieselbe hängt nur ab von der Gestalt des Körpers und der Verteilung der Elektricität in ihm. Ist beides gegeben, so läfst sich nach den Gesetzen der Mechanik die resultierende Kraft sowohl der Gröfse als der Richtung nach bestimmen.

Digitized by Google

§. 33.

Messung der Elektricitätsmenge mit der Torsionswage. Mit Hilfe der Gesetze der elektrischen Anziehungen und Abstofsungen sind wir imstande Elektricitätsmengen, welche wir der Standkugel oder der Kugel des Wagebalkens in verschiedenen Fällen mitgeteilt haben, mit einander zu vergleichen oder auch in absolutem Mafse auszudrücken. Um zunächst Elektricitätsmengen e und e' zu vergleichen, welche wir in zwei Fällen der Standkugel mitteilen, beginnt man damit, die Kugel des Wagebalkens durch Berührung mit einem elektrisierten Körper zu elektrisieren und zwar gleichnamig mit den zu untersuchenden Elektricitäten. Man giebt dann dem Wagebalken zunächst, um jede Berührung der beweglichen mit der einzusetzenden Kugel zu vermeiden, eine gering abgelenkte Stellung, und bringt die mit der Elektricitätsmenge e geladene Standkugel an ihren Platz. Die bewegliche Kugel wird abgestofsen; durch Torsion des Fadens um den Bogen ϑ giebt man dem Wagebalken eine bestimmt abgelenkte Stellung, sei dieselbe α. Nach dem vorigen Paragraphen haben wir für die elektrische Abstofsung der Kugel in der Entfernungseinheit, wenn E die der Kugel des Wagebalkens erteilte Elektricität bedeutet,

$$F = E\,e = 4\,R\,T\left(\frac{\vartheta + \alpha}{\varphi}\right) \sin\frac{\alpha}{2} \operatorname{tang}\frac{\alpha}{2}.$$

Man ladet die Standkugel anstatt mit der Elektricität e mit der Elektricität e'. Beobachtet man dann bei einer andern Torsion ϑ' eine andere Gleichgewichtslage, bei welcher der Wagebalken um α' abgelenkt ist, so hat man

$$F' = E\,e' = 4\,R\,T\left(\frac{\vartheta' + \alpha'}{\varphi}\right) \sin\frac{\alpha'}{2} \operatorname{tang}\frac{\alpha'}{2}.$$

Durch Division der beiden Gleichungen erhält man

$$\frac{e'}{e} = \frac{(\vartheta' + \alpha') \sin\frac{\alpha'}{2} \operatorname{tang}\frac{\alpha'}{2}}{(\vartheta + \alpha) \sin\frac{\alpha}{2} \operatorname{tang}\frac{\alpha}{2}}$$

für das Verhältnis der beiden Elektricitätsmengen.

Dies ist der allgemeinste Fall der Beobachtung; man kann dieselbe indes sehr vereinfachen, wenn man dem Drahte bei Bestimmung der Abstofsung F' eine solche Torsion ϑ' erteilt, dafs $\alpha = \alpha'$ wird. Dann wird obiger Ausdruck einfach

$$\frac{e'}{e} = \frac{\vartheta' + \alpha}{\vartheta + \alpha}.$$

Giebt man weiter dem Wagebalken schon vor Einsetzung der Standkugel durch Drehung des Torsionskreises die abgelenkte Stellung α, und bewirkt nach Einsetzung der Standkugel durch Torsion des Drahtes, dafs auch dann dieselbe abgelenkte Lage beibehalten wird, so wird

$$\frac{e'}{e} = \frac{\vartheta'}{\vartheta}.$$

Dieses letztere Verfahren ist das einfachste und zugleich das genaueste.

Digitized by Google

Man ist nämlich bei demselben von der unteren Teilung, an welcher α bestimmt wird, ganz unabhängig und benutzt dieselbe nur in so weit, dafs man einen Teilstrich derselben als Merkzeichen anwendet, auf welchen man den beweglichen Wagebalken immer einstellt.

Bei der angeführten Methode wird vorausgesetzt, dafs bei den vergleichenden Messungen die Elektricitätsmenge E des Wagebalkens dieselbe sei; das ist, wie wir bereits sahen, nicht der Fall, da ein allmählicher Verlust an Elektricität eintritt. Wir werden die deshalb erforderlichen Korrektionen demnächst anführen.

Die Elektricität des Wagebalkens zu bestimmen ist im allgemeinen überflüssig; nur dann ist es erforderlich, wenn Messungen bei verschiedener Ladung der beweglichen Kugel verglichen werden sollen. Um das zu können, elektrisiert man die Kugel des Wagebalkens bei den zu vergleichenden Versuchen mit einer und derselben elektrisierten Kugel. Wir dürfen annehmen, dafs die Kugel des Wagebalkens dann immer denselben Bruchteil der auf der Berührungskugel vorhandenen Elektricität annimmt. Man beobachtet dann die Abstofsung, indem man die elektrisierende Kugel als Standkugel braucht. Ist bei einem Versuche die Elektricität des Wagebalkens E, so können wir die Elektricität der berührenden Kugel gleich cE setzen, und wir erhalten aus der beobachteten Abstofsung

$$c\,E\,E = 4\,R\,T\,\frac{\vartheta + \alpha}{\varphi}\sin\frac{\alpha}{2}\tan\!g\,\frac{\alpha}{2}\,.$$

Nennen wir bei dem hiermit zu vergleichenden Versuche die Elektricität des Wagebalkens E', so ist wieder

$$c\,E'\,E' = 4\,R\,T\,\frac{\vartheta' + \alpha'}{\varphi}\sin\frac{\alpha'}{2}\tan\!g\,\frac{\alpha}{2}\,,$$

und daraus

$$\frac{E'}{E} = \sqrt{\frac{(\vartheta' + \alpha')\sin\frac{\alpha'}{2}\tan\!g\,\frac{\alpha'}{2}}{(\vartheta + \alpha)\sin\frac{\alpha}{2}\tan\!g\,\frac{\alpha}{2}}} = B.$$

Man sieht leicht, wie man nun die Elektricitäten c und c' vergleichen kann, nachdem man das Verhältnis $E' : E$ bestimmt hat. Nehmen wir an, wir hätten in beiden Fällen dem Wagebalken schon vor der Abstofsung die abgelenkte Lage α gegeben, so haben wir zur Bestimmung von c

$$c\,E = 4\,R\,T\,\frac{\vartheta}{\varphi}\sin\frac{\alpha}{2}\tan\!g\,\frac{\alpha}{2}\,,$$

und für c'

$$c'\,E' = c'\,B\,E = 4\,R\,T\,\frac{\vartheta'}{\varphi}\sin\frac{\alpha}{2}\tan\!g\,\frac{\alpha}{2}\,,$$

also

$$\frac{c'\,B}{c} = \frac{\vartheta'}{\vartheta}; \quad \frac{c'}{c} = \frac{1}{B}\cdot\frac{\vartheta'}{\vartheta}$$

für das Verhältnis der beiden Elektricitätsmengen c und c'.

In dem Ausdrucke

$$E\,c = 4\,R\sin\frac{\alpha}{2}\tan\!g\,\frac{\alpha}{2}\cdot T\,\frac{(\vartheta + \alpha)}{\varphi}$$

Digitized by Google

haben wir zugleich das Mittel, die Elektricitäten in dem von uns angegebenen absoluten Maſse auszudrücken. Es sei z. B. die der Standkugel mitgeteilte Elektricitätsmenge $2e$ in absolutem Maſse zu bestimmen. Wir berühren mit derselben die Kugel des Wagebalkens, die wir als der Standkugel vollkommen gleich annehmen wollen, und beobachten die Torsion ϑ, welche eine ganz bestimmte Ablenkung α hervorbringt. Da die Elektricität sich ganz gleichmäſsig über die beiden Kugeln verbreitet, so hat jede der beiden Kugeln die Elektricitätsmenge e; dadurch wird unser Ausdruck

$$e^2 = 4R \sin\frac{\alpha}{2} \operatorname{tang}\frac{\alpha}{2} \cdot T\,\frac{(\vartheta + \alpha)}{\varphi}.$$

Um die Elektricitätsmenge e in der gewählten Einheit, welcher die Einheiten der Masse, der Länge und der Zeit zu Grunde liegen, anzugeben, haben wir nur den Radius R und den Torsionskoefficienten in diesen Einheiten auszudrücken.

Um letzteren zu erhalten, verfährt man nach der im ersten Teile §. 51 angegebenen Methode von Coulomb. Man hängt an das untere Ende des Drahtes einen Körper von geometrisch bestimmter Gestalt und bekanntem Gewichte, etwa eine möglichst regelmäſsig gearbeitete kreisförmige Metallscheibe, und beobachtet die Dauer der Oscillationen, welche dieselbe unter dem Einfluſs der Torsion des Drahtes macht. Sei dieselbe gleich t. Man berechnet das Trägheitsmoment der Scheibe, indem man die Einheiten des absoluten Maſssystems für Masse und Länge einsetzt. Ist dasselbe gleich K, so wird

$$T = \pi^2\,\frac{K}{t^2}$$

der Torsionskoefficient des Drahtes, d. h. jene Kraft, ausgedrückt in Einheiten, deren jede der Masse eins in einer Sekunde die Geschwindigkeit eins erteilt, welche an dem Hebelarm von der Länge eins wirkend der Torsion des Fadens das Gleichgewicht hält, wenn das Ende des Hebelarmes einen Bogen von der Länge eins beschrieben hat, der Torsionswinkel also gleich $\varphi = 57^0\ 17'\ 45''$ ist.

Setzen wir diesen Wert von T in obige Gleichung ein, so erhalten wir e aus der Gleichung

$$e = \sqrt{4R \sin\frac{\alpha}{2} \operatorname{tang}\frac{\alpha}{2} \cdot T \cdot \frac{\vartheta + \alpha}{\varphi}}$$

in Einheiten ausgedrückt, deren jede gleich der Elektricitätsmenge ist, welche in einen Punkt konzentriert auf eine andere ihr gleiche in einen Punkt, welcher die Längeneinheit von dem ersten entfernt ist, konzentrierte eine abstoſsende Kraft ausübt, die eine Sekunde lang auf die Masse eins wirkend, derselben die Geschwindigkeit eins erteilen würde.

Hat man einmal für eine bestimmte Torsionswage den Wert von T in den gewählten Einheiten ausgedrückt, so kann man die Messung der Elektricität nach absolutem Maſse sehr vereinfachen, indem man die Kugel des Wagebalkens stets nur durch Berührung mit derselben Standkugel elektrisiert und die Abstoſsung der beiden Kugeln immer bei demselben Elongationswinkel α beobachtet. Seien in zwei Fällen die der Standkugel

Digitized by Google

mitgeteilten Elektricitäten $2e$ und $2e'$, und nehmen wir an, dafs dem Wagebalken durch Stellung des Torsionskreises schon vor der Abstofsung die abgelenkte Lage α gegeben sei, so ist

$$\frac{e^2}{e'^2} = \frac{\vartheta}{\vartheta'},$$

wenn ϑ und ϑ' die in beiden Fällen nötigen Torsionen sind, welche den Wagebalken in der Lage α erhalten.

Bestimmt man nun ein für allemal, wie grofs der Wert $\vartheta' = \Theta$ ist, wenn $e' = 1$ ist, so wird

$$e = \sqrt{\frac{\vartheta}{\Theta}} = m \cdot \sqrt{\vartheta}$$

die Elektricitätsmenge e in absolutem Mafse wiedergeben.

Dieser Wert von Θ läfst sich sehr leicht berechnen. Kennt man nämlich die Elektricitätsmenge $2E$, welche man der Standkugel mitteilen mufs, damit sie dem Wagebalken in der abgelenkten Lage die Einheit des Drehungsmomentes erteilt, d. h. denselben ebenso stark zu drehen sucht, als wenn in dem Abstande eins von der Drehungsaxe die gewählte Krafteinheit wirkte, und kennt man weiter den Torsionswinkel τ, welcher diesem Drehungsmomente das Gleichgewicht hält, so erhält man den gesuchten Torsionswinkel Θ aus der Proportion

$$E^2 : 1 = \tau : \Theta$$

$$\Theta = \frac{\tau}{E^2};$$

denn die elektrische Abstofsung ist unter diesen Verhältnissen dem Quadrate der auf einer der beiden Kugeln vorhandenen Elektricitäten, und das durch die Torsion hervorgebrachte Drehungsmoment dem Torsionswinkel proportional.

Da nach dem Vorigen

$$\frac{E^2}{4\,R \sin^2 \frac{\alpha}{2}} \cdot \cos \frac{\alpha}{2}$$

das Drehungsmoment ist, welches die Standkugel dem Wagebalken erteilt, wenn derselbe die Lage α hat, und jede Kugel die Elektricitätsmenge E besitzt, so erhalten wir die Elektricitätsmenge E, welche die Einheit des Drehungsmomentes erteilt, wenn wir jenen Wert gleich 1 setzen, also aus der Gleichung

$$E^2 = 4\,R \sin \frac{\alpha}{2} \operatorname{tang} \frac{\alpha}{2}\,.$$

Die der Einheit des Drehungsmomentes das Gleichgewicht haltende Torsion τ giebt folgende Überlegung. Ist der Torsionswinkel gleich φ, so ist das Drehungsmoment infolge der Torsion gleich T; da nun die Torsionskraft dem Torsionswinkel proportional ist, so ist das Drehungsmoment bei der Torsion τ gleich 1, wenn

$$T \cdot \frac{\tau}{\varphi} = 1$$

$$\tau = \frac{1}{T} \cdot \varphi$$

Digitized by Google

ist. Aus diesem Werte von τ und dem eben gefundenen Werte von E erhalten wir Θ, und daraus in der angegebenen Weise e in absolutem Mafse.

Messungen von Elektricitätsmengen nach absolutem Mafse sind nur in den allerseltensten Fällen zu machen, da man fast immer nur elektrische Wirkungen mit einander vergleicht; sie sind zuerst zu einem besonderen Zwecke von Kohlrausch und Weber[1]) gemacht worden. An einer anderen Stelle werden wir auf diese Arbeit zurückkommen.

§. 34.

Schwächung des elektrischen Zustandes mit der Zeit. Wenn man einen Körper mit Elektricität ladet und ihn dann sich selbst überläfst, so nimmt der elektrische Zustand allmählich ab, selbst wenn man noch so sorgfältig dafür sorgt, dafs der Körper isoliert ist, dafs er von keinem Leiter berührt wird. Man kann sich davon sofort überzeugen, wenn man die Kugeln der Torsionswage ladet und durch Torsion des Fadens dieselben in eine gewisse Entfernung bringt. Man mufs schon nach kurzer Zeit die Torsion des Aufhängefadens vermindern, wenn der Abstand der Kugeln konstant bleiben soll.

Dieser allmähliche Elektricitätsverlust hat seinen Grund zunächst darin, dafs die elektrisierten Körper rings von Luft umgeben sind, welche wir, wie alle Gase, in §. 29 zu den unvollkommenen Leitern der Elektricität rechneten. Wie wir damals erwähnten, werden von einem elektrisierten Körper die Gasteilchen aus der Umgebung angezogen und dann, wenn sie durch Berührung elektrisiert sind, wieder abgestofsen, um andern Gasteilchen Platz zu machen, welche ebenfalls, wenn sie von dem elektrisierten Körper Elektricität angenommen haben, abgestofsen werden. Auf diese Weise entzieht die umgebende Luft allmählich Elektricität, dieselbe wird von dem betreffenden Körper in die Umgebung zerstreut.

Noch ein anderer Umstand wirkt auf den elektrischen Zustand schwächend ein, nämlich der, dafs die sogenannten Isolatoren keineswegs die Elektricität absolut nicht leiten, sondern dafs sie dieselbe nur sehr schlecht leiten. Wenn man einen elektrisierten Körper mit einem sogenannten Isolator berührt, etwa mit einem Glasstäbchen oder mit einem Stäbchen von Schwefel, Siegellack oder Schellack, so kann man nach einiger Zeit auf diesen Stäbchen in mehr oder weniger grofsen Entfernungen von der Berührungsstelle deutliche Spuren von Elektricität erkennen, ein Beweis, dafs in der That die Elektricität auch auf den sogenannten Isolatoren sich ausbreitet. Wenn demnach ein Körper auf isolierenden Stützen aufgestellt ist, so wird auch über diese die Elektricität sich verbreiten und somit der elektrische Zustand des Körpers geschwächt werden.

Um diese beiden Einflüsse gesondert und zwar zunächst die Zerstreuung der Elektricität in die Luft zu untersuchen, befestigte Coulomb[2]) die Standkugel einer Torsionswage, deren Wagebalken aus einem mit Siegellack überzogenen Seidenfaden bestand, an einem dünnen aus Siegellack und Schellack verfertigten Stiel. Die Kugel des Wagebalkens sowohl als

1) *R. Kohlrausch* und *W. Weber*, Elektrodynamische Mafsbestimmungen. Abhandl. der Königl. Sächs. Gesellsch. der Wissensch. Bd. V.

2) *Coulomb*, Mémoires de l'Acad. de Paris 1785.

Digitized by Google

die Standkugel hatten einen Durchmesser von etwa 1 cm. Der Stiel der Standkugel isolierte so vollständig, dafs über denselben kein Abflufs der Elektricität stattfand, wie Coulomb durch folgenden Versuch bewies. Nachdem die beiden Kugeln in Berührung elektrisiert waren, und der Wagebalken in einer gewissen abgelenkten Lage zur Ruhe gekommen war, wurde von Minute zu Minute die Verminderung der Abstofsung gemessen. Darauf wurde die Kugel aus der Wage herausgenommen und anstatt an einem Stiele an vier ganz gleich beschaffenen Stielen befestigt. Die Kugel wurde wieder an ihre Stelle in der Wage gebracht und, wie vorher, in Berührung mit der Kugel des Wagebalkens elektrisiert. Es wurde wieder von Minute zu Minute die Abnahme der abstofsenden Kraft beobachtet. Dieselbe fand sich der frühern Abnahme an Gröfse genau gleich. Der Verlust der Elektricität war also derselbe wie vorher, als die Standkugel nur an einem Stiele befestigt war. Hätte durch den Stiel bei dem ersten Versuche ein merklicher Verlust an Elektricität stattgefunden, so hätte dieser jetzt vervierfacht, der Verlust überhaupt also in derselben Zeit ein bedeutend gröfserer werden müssen. Es folgt somit, dafs der Elektricitätsverlust von der Standkugel gerade so war, als wäre sie rings von Luft umgeben.

Nachdem dieses festgestellt war, wurde die mit einem Stiele versehene Standkugel wieder in den Apparat eingesetzt und in Berührung mit der ihr vollkommen gleichen Kugel des Wagebalkens elektrisiert. Durch passende Torsion des Aufhängefadens wurde dem Wagebalken eine bestimmte Elongation erteilt und die Zeit beobachtet, wann der Wagebalken zur Ruhe kam. Dann wurde sofort die dem Faden erteilte Torsion um eine bestimmte Anzahl Grade vermindert. Die Elongation des Wagebalkens wurde dadurch zunächst gröfser; infolge des Elektricitätsverlustes wurde sie aber wieder kleiner und nach einiger Zeit war sie wieder die frühere geworden. Der Zeitpunkt wurde bemerkt, die Torsion wieder um gleich viel verkleinert und die Zeit beobachtet, während welcher die Elongation wieder auf die frühere zurückging.

Aus derartigen Beobachtungen ergab sich, dafs die durch die Abnahme der Torsion gemessene Abnahme der elektrischen Abstofsung in einer gegebenen Zeit der abstofsenden Kraft selbst proportional ist, oder dafs der Elektricitätsverlust der Elektricitätsmenge selbst proportional ist. Ehe wir die Versuche angeben, aus welchen sich dieser Satz ergiebt, wollen wir aus demselben ableiten, in welcher Weise die Versuche, wenn er richtig ist, verlaufen müssen, welche also danach die Elektricitätsmenge sein mufs, welche die Kugel nach einer gewissen Zeit t noch besitzt.

Sei die Elektricitätsmenge der Standkugel, welcher man im Beginne der Zeit t, also zur Zeit $t = 0$, die Elektricitätsmenge Q_0 mitgeteilt hatte, zur Zeit $t = Q$ geworden; nach dem soeben angeführten Satze verliert sie in dem Zeitelement dt die Elektricitätsmenge dQ, welche durch die Gleichung gegeben ist

$$dQ = -\,pQ\,dt,$$

worin p jene Elektricitätsmenge ist, welche die Standkugel in der Zeiteinheit abgeben würde, wenn die Elektriciätsmenge, welche die Kugel besitzt, gleich der Einheit wäre und innerhalb dieser Zeit konstant erhalten würde. Schreiben wir die Gleichung

Digitized by Google

$$\frac{dQ}{Q} = - p dt,$$

so erkennt man, daſs wir die zur Zeit t auf der Kugel vorhandene Elektricitätsmenge erhalten, wenn wir auf der linken Seite der Gleichung integrieren von Q_0 bis Q, und auf der rechten von 0 bis t. Damit wird

$$\log \text{nat.} \frac{Q}{Q_0} = - pt$$

oder

$$Q = Q_0 e^{-pt}.$$

Es müssen demnach die Elektricitätsmengen in einer geometrischen Reihe abnehmen, wenn die Zeiten in arithmetischer Reihe wachsen.

Die elektrischen Abstoſsungen in der Torsionswage sind, wenn die Kugel des Wagebalkens und die Standkugel einander vollkommen gleich, und wenn beide Kugeln in Berührung elektrisiert sind, dem Quadrate der auf der Standkugel angesammelten Elektricitätsmenge proportional, vorausgesetzt, daſs der Abstand beider Kugeln immer derselbe ist. Die elektrische Abstoſsung, welche beim Beginne des Versuches proportional ist Q_0^2, ist nach der Zeit t proportional

$$Q^2 = Q_0^2 \cdot e^{-2pt},$$

oder

$$\frac{Q^2}{Q_0^2} = e^{-2pt}.$$

Auch die elektrische Abstoſsung muſs also in einer geometrischen Reihe abnehmen, wenn die Zeit in arithmetischer Reihe wächst, oder der Quotient aus den in gleichen Zeitintervallen beobachteten Abstoſsungen muſs konstant sein. Coulomb beobachtete nun nicht die gleichen Zeiten entsprechenden Abnahmen der abstoſsenden Kraft, sondern die gleichen Abnahmen der abstoſsenden Kraft entsprechenden Zeiten. Um an diesen Beobachtungen das erwähnte Gesetz zu prüfen, berechnet man am bequemsten nach obiger Gleichung die Gröſse $2p$

$$2p = \frac{\log Q_0^2 - \log Q^2}{t \cdot \log e},$$

oder da in Briggischen Logarithmen $\log e = 0,4343$,

$$2p = \frac{\log Q_0^2 - \log Q^2}{0,4343\, t}.$$

Diese Gröſse muſs also aus den zusammengehörigen Beobachtungen der Zeit und der elektrischen Abstoſsung konstant gefunden werden. Daſs das in der That der Fall ist, zeigt folgende von Koulomb am 28. Mai 1785 ausgeführte Beobachtungsreihe. Die letzte Kolumne enthält die aus je zwei auf einander folgenden Beobachtungen berechneten Werte von $2p$.

Beobachtungszeit	Elongation des Wagebalkens	Torsion des Fadens, welche sie erhielt	$2p$
$6^h\ 32'\ 30''$	30^0	120	0,02499
6 38 15		100	0,0253
6 44 30		80	0,0238
6 53 0		60	0,0250
7 3 0		40	0,0238
7 17 0		20	

Digitized by Google

Die Gröfse $2p$, welche den Bruchteil angiebt, um welchen die abstofsende Kraft in der Minute abnimmt, nennt man den Zerstreuungskoefficienten; die Hälfte desselben p giebt an, um welchen Bruchteil die auf der Standkugel vorhandene Elektricität in einer Minute kleiner wird.

Es ergiebt sich aus dem Vorigen, dafs man, um die Abnahme der Elektricität auf der Kugel zu bestimmen, nur den Zerstreuungskoefficienten $2p$ kennen mufs, dafs man, wenn man denselben hat, sofort aus der zu irgend einer Zeit gegebenen Elektricitätsmenge die zu einer anderen Zeit vorhandene berechnen kann. Um aber die obigen Rechnungen in den verschiedenen Fällen anwenden zu können, fragt es sich, ob der Zerstreuungskoefficient unter allen Umständen derselbe ist, oder ob er sich mit der Natur des geladenen Körpers oder mit der Art der angesammelten Elektricität, oder mit der Beschaffenheit des den Körper umgebenden Gases ändert.

Zur Beantwortung dieser Fragen versah Coulomb die Kugeln der Torsionswage zunächst in der vorhin angegebenen Weise mit Elektricität und bestimmte den Zerstreuungskoefficienten. Darauf wurde die Kugel des Wagebalkens wieder mit der Elektricitätsmenge Q_0 versehen, und nun die vorhin angewandte Standkugel mit anderen elektrisierten Körpern vertauscht und der Zerstreuungskoefficient aufs neue bestimmt. Derselbe ergiebt sich auf folgende Weise. Für die Kugel des Wagebalkens ergiebt sich die Elektricitätsmenge Q nach der Zeit t aus der Gleichung

$$\log Q = \log Q_0 - 0{,}4343 \cdot p \cdot t.$$

Gilt für die statt der Standkugel angewandten Körper derselbe Zerstreuungskoefficient, so ist die auf ihnen nach der Zeit t noch vorhandene Elektricität q, wenn sie anfänglich q_0 war,

$$\log q = \log q_0 - 0{,}4343 \cdot p \cdot t.$$

Die anfängliche Abstofsung ist proportional $Q_0 q_0$, die Abstofsung nach der Zeit t aber Qq. Aus der nach der Zeit t beobachteten Abstofsung ergiebt sich also der Zerstreuungskoefficient nach der Gleichung

$$\log Qq = \log Q_0 q_0 - 0{,}4343 \cdot 2p \cdot t.$$

Ist der Zerstreuungskoefficient für alle Körper derselbe, so mufs der hieraus berechnete Wert von $2p$ immer derselbe sein, welcher Körper auch anstatt der Standkugel angewandt wird.

Das zeigte sich wirklich bei den verschiedensten von Coulomb angewandten Körpern; er nahm leitende und nichtleitende Kugeln von verschiedenen Dimensionen und verschieden starker elektrischer Ladung; er nahm Cylinder von Messing und Scheiben von Metall oder Papier, immer fand sich derselbe Wert von $2p$.

Dafs ebenso der Zerstreuungskoefficient von der Art der elektrischen Ladung unabhängig ist, hat Biot durch Versuche gezeigt, welche denen von Coulomb ganz ähnlich waren[1]). Er lud zuerst die Kugeln einer Torsionswage mit negativer und nach einigen Stunden mit positiver Elektricität, und fand aus beiden Versuchsreihen fast genau denselben Zerstreuungskoefficienten. Dasselbe ergaben spätere Versuche von Warburg[2]).

1) *Biot*, Traité de physique. T. II.
2) *Warburg*, Poggend. Ann. Bd. CXLV.

Digitized by Google

Dagegen ergiebt sich aus den Versuchen Coulombs, dafs der Zerstreuungskoefficient sich wesentlich ändert mit dem Zustande der die elektrisierten Körper umgebenden Luft, indem derselbe an verschiedenen Tagen ein sehr verschiedener war. Vorzugsweise ändert sich der Zerstreuungskoefficient mit dem Feuchtigkeitsgehalte der Luft, und zwar so, dafs er um so gröfser wird, je feuchter die Luft ist. So fand Coulomb an vier verschiedenen Tagen, an welchen der Barometerstand nicht viel verschieden und die Temperatur fast dieselbe, der Feuchtigkeitsgehalt aber verschieden war, aus Versuchen, welche den früheren analog sind, folgende Werte für $2p$:

Tag	Barometer	Thermometer	Feuchtigkeit	$2p$.
28. Mai	766,14 mm	19,4° C.	75	0,0249
29. Mai	768,30	19,4	69	0,0177
22. Juni	757,10	19,7	87	0,0833
2. Juli	763,88	19,7	80	0,0359.

Der Feuchtigkeitsgrad der Luft ist hier nach einer willkürlichen Skala angegeben, nämlich nach dem Saussureschen Haarhygrometer, welches darauf beruht, dafs entfettete Haare bei konstanter Temperatur länger werden, wenn sie feuchter werden. Bei derselben Temperatur werden die Haare um so mehr Feuchtigkeit anziehen, je näher die Luft dem Sättigungszustande kommt, es ergiebt sich demnach aus obigen Versuchen, dafs der Zerstreuungskoefficient um so gröfser wird, je näher die Luft dem Zustande der Sättigung ist.

Der zweite Umstand, welcher bewirkt, dafs ein Körper die ihm mitgeteilte Elektricität nicht bewahrt, ist der, dafs die ihn tragenden Stützen keine vollkommenen Isolatoren sind, sondern die Elektricität ebenfalls, wenn auch sehr schlecht, fortleiten. Man erkennt das wie gesagt daraus, dafs ein sogenannter Isolator nach einiger Zeit auch an Punkten elektrisch ist, welche von der Stelle entfernt sind, mit welcher der Isolator den elektrischen Körper berührt. Da nun die Stützen, welche den elektrisierten Körper tragen, immer in einer gewissen Entfernung von dem elektrischen Körper mit solchen Gegenständen in Berührung sind, welche die Elektricität leiten, so folgt, dafs an dieser Stelle ein Abflufs der Elektricität stattfinden mufs, wenn und so lange auf dem Isolator die Elektricität sich bis zu jenen Punkten verbreitet, welche mit den Leitern in Berührung sind. Die Frage nach dem Elektricitätsverlust durch isolierende Stützen fällt daher zusammen mit derjenigen, wie weit sich die Elektricität auf den isolierenden Stützen ausbreitet, ob sie sich unter allen Umständen über die ganzen Stützen verbreitet.

Das ist nach den Versuchen von Coulomb[1]) nicht der Fall, sondern welches auch die Stützen sind, immer giebt es eine von der Natur der Stützen abhängige Elektricitätsmenge, welche von den Stützen vollständig isoliert wird. Wird ein Körper mit einer gröfseren als jener Elektricitätsmenge versehen, so nimmt dieselbe zunächst infolge der Zerstreuung in die Luft, und infolge des Verlustes durch die isolierenden Stützen ab. Ist aber infolge dieser Abnahme die auf dem isolierten Körper vorhandene Elektricitätsmenge unter die erwähnte Menge herabgesunken, so findet nur

1) *Coulomb*, Mémoires de l'Acad. de Paris 1785.

Digitized by Google

mehr ein Verlust infolge der Zerstreuung in die Luft statt. Coulomb wies dieses durch folgende Versuche nach. An die Stelle der an dem Schellackstiele befestigten Standkugel wurde in die Torsionswage eine genau ebensolche Kugel hineingehängt, welche an einem 40,5 cm langen Seidenfaden befestigt war. Dieselbe wurde, während die Kugel des Wagebalkens sie berührte, elektrisiert, und durch Torsion des Aufhängefadens des Wagebalkens dafür gesorgt, dafs letzterer eine Elongation von 30^0 annahm. Dann wurde ganz in derselben Weise wie bei den früher beschriebenen Versuchen verfahren, um die mit der Zeit sattfindende Abnahme der abstofsenden Kraft zu messen. Aus den auf einander folgenden Beobachtungen berechnete er nach den vorhin gegebenen Gleichungen den Wert von $2p$, also den in einer Minute stattfindenden Verlust der abstofsenden Kraft. Der Wert von $2p$ war anfangs bedeutend gröfser als der unmittelbar vorher mit der Standkugel gefundene Wert des Zerstreuungskoefficienten; er nahm aber ab mit der Elektricität der an dem Seidenfaden befestigten Kugel und wurde schliefslich dem früher gefundenen Werte von $2p$ gleich. Die folgenden Versuche, welche den Beweis dafür enthalten, wurden am 28. und 29. Mai 1785 nach den vorhin beschriebenen angestellt.

Zeit				Elongation	Torsion $\vartheta + \alpha$	$2p$
28. Mai	10^h	$0'$	$0''$	30^0	180	
	10	2	30		150	0,0714
	10	8	0		110	0,0555
	10	13	0		90	0,0400
	10	29	30		50	0,0345
	10	50	30		30	0,0238
	11	7	0		20	0,0244
29. Mai	7	34	0	30	180	
	7	36	40		160	0,0435
	7	41	30		140	0,0294
	7	48	20		120	0,0238
	7	55	45		100	0,0244
	8	7	30		80	0,0190
	8	25	0		60	0,0164
	8	42	30		45	0,0164

Wie man sieht, war am 28. Mai $10^h\ 50'\ 30''$ der Wert des Zerstreuungskoefficienten dem früher gefundenen gleich geworden, und am 29. Mai zwischen $8^h\ 7'\ 30''$ und $8^h\ 25'$. Von der Zeit an trat also durch den Abflufs über die Stützen kein Verlust an Elektricität mehr ein. Die Elektricitätsmengen, welche die an dem Seidenfaden befestigte Kugel zu den Zeiten enthielt, wurden also von dem Seidenfaden vollständig isoliert.

Diese Mengen lassen sich leicht auf folgende Weise berechnen. Bezeichnen wir die ursprünglich jeder Kugel gegebene Elektricitätsmenge mit Q_0, die zuerst beobachtete Torsion mit $\vartheta_0 + \alpha$, bezeichnen wir ferner die nach der Zeit t auf der Kugel des Wagebalkens vorhandene Elektricität

Digitized by Google

mit Q_t, die auf der am Seidenfaden hängenden Kugel mit q_t, und die zu dieser Zeit beobachtete Torsion mit $\vartheta + \alpha$, so ist nach §. 33

$$\frac{Q_t \cdot q_t}{Q_0^2} = \frac{\vartheta + \alpha}{\vartheta_0 + \alpha}.$$

Da die Kugel des Wagebalkens nur infolge der Zerstreuung in die Luft Elektricität verlor, und der Zerstreuungskoefficient bekannt ist, so ist

$$\frac{Q_t}{Q_0} = e^{-pt},$$

somit

$$\frac{q_t}{Q_0} = \frac{\vartheta + \alpha}{\vartheta_0 + \alpha} \cdot e^{pt}.$$

Führt man diese Rechnungen durch, so findet man, dafs während die Kugeln an beiden Tagen anfänglich gleich geladen waren, am ersten Tage der Verlust durch den Seidenfaden erst aufhörte, als die Elektricität um mehr als die Hälfte vermindert war, am zweiten Tage schon, als sie auf 0,73 der anfänglichen gesunken war. Da am 28. Mai die Luft bedeutend feuchter war und da die Seide sehr hygroskopisch ist, so ist dieser Unterschied leicht erklärlich.

Es folgt somit aus diesen Versuchen, dafs die Strecke, bis zu welcher sich auf einem schlechtleitenden Körper die Elektricität ausbreitet, abhängt von der Elektricitätsmenge, welche der mit dem schlechten Leiter in Verbindung stehende elektrische Körper erhält. Nach einem Versuche Coulombs scheint diese Strecke dem Quadrate jener Elektricitätsmenge proportional zu sein; denn als er den Seidenfaden von 40,5 cm Länge mit einem andern von 162 cm Länge vertauschte und wieder die Elektricitätsmenge bestimmte, welche die Kugel enthielt, als der Zerstreuungskoefficient dem früher gefundenen gleich war, somit kein Verlust durch Abflufs stattfand, zeigte sich dieselbe doppelt so grofs. Ein viermal so langer Faden isolierte somit die doppelte Elektricitätsmenge; da nun die Isolierung von dem Augenblicke an eintritt, von welchem an die Elektricität auf dem Isolator nicht mehr bis zu der Stelle reicht, wo der Isolator mit den Leitern in Berührung ist, so folgt, dafs die doppelte Elektricitätsmenge auf dem Seidenfaden bis zu der vierfachen Entfernung sich verbreitete. Ist demnach x die Entfernung, bis zu welcher die Elektricität sich verbreitet, wenn die Kugel die Menge q enthält, so ist

$$x = a \cdot q^2,$$

worin a eine von der Natur des Isolators abhängige Konstante ist, welche ein Mafs für die Leitungsfähigkeit desselben abgiebt.

Zu ähnlichen Resultaten betreffs des Elektricitätsverlustes über die isolierenden Stützen gelangte Warburg[1]) bei einer erneuten Untersuchung des Elektricitätsverlustes isoliert aufgestellter Körper. Die von Warburg angewandte Methode der Untersuchung war im wesentlichen dieselbe, welche auch Coulomb angewandt hatte, die Anordnung seiner Apparate unterschied sich von derjenigen Coulombs nur dadurch, dafs die Drehwage hermetisch geschlossen war, so dafs man sie durch ein mit einem Hahn verschliefsbares Zuleitungsrohr mit beliebigen Gasen unter beliebigen, durch ein an

1) *Warburg*, Poggend. Ann. Bd. CXLV.

Digitized by Google

dem Zuleitungsrohr angebrachtes Manometer gemessenem Drucke füllen konnte. Durch eine Stopfbüchse führte in die Wage ein Zuleitungsdraht, durch welchen man die in der Wage befestigte Standkugel und die Kugel des Wagebalkens mit Elektricität versehen konnte. Aufserdem war der Wagebalken nicht an einem einfachen Drahte, sondern bifilar aufgehängt.

Es ergab sich dabei, dafs wenn man die Standkugel an einer frischen, nicht elektrischen Schellackstütze befestigt, durch den Übergang der Elektricität auf die Stützen im Anfang eine viel gröfsere Abnahme der Ladung herbeigeführt wird als durch die Zerstreuung in die Luft; dafs ferner die Abnahme infolge des Elektrischwerdens der Stütze viele Stunden in abnehmender Stärke merklich andauert. Man erhält nämlich aus den Versuchen erst nach vielen Stunden konstante Werte von p, welche dann erst zugleich unabhängig werden von der Stärke der Ladung. Bis dahin nehmen die Werte von p erst rascher, dann langsamer ab.

Folgende Beobachtungsreihe, bei welcher die Wage mit trockener Kohlensäure angefüllt war, läfst diesen Gang von p deutlich erkennen. Die erste Kolumne giebt die Zeit der Beobachtung, die zweite die bifilare Torsion, welche eine konstante Elongation des Balkens erhielt, und die dritte die Werte von $2p$. Die Schellackteile, welche die Scheiben trugen, waren ganz frisch, die Ladung geschah um 6^h Abends:

Zeit	ϑ	$2p$
$7^h\ 10'$	$67^0\ 44'$	
7 20	62 44	$\frac{1}{248}$
7 37	58 8	$\frac{1}{373}$
7 58	53 20	$\frac{1}{367}$
8 27	48 26	$\frac{1}{416}$.

Nun wurden die Scheiben stärker geladen, der Apparat über Nacht stehen gelassen und die Beobachtung am andern Morgen fortgesetzt und dann begonnen, als $\vartheta = 67^0\ 44'$ geworden war. Es ergaben sich folgende Werte von $2p$:

ϑ	$2p$
$67^0\ 44'$	
62 44	$\frac{1}{1017}$
58 8	$\frac{1}{1031}$
53 20	$\frac{1}{1033}$
48 26	$\frac{1}{977}$
43 38	$\frac{1}{1001}$
39	$\frac{1}{1075}$

Digitized by Google

ϑ	$2p$
34 5	$\frac{1}{1000}$
29 21	$\frac{1}{1000}$.

In der That zeigt sich der Wert von p ganz konstant.

In der Auffassung des Elektricitätsverlustes durch die isolierenden Stützen weicht aber Warburg von Coulomb ab, indem er annimmt, dafs dieser im Beginne der Ladung starke Verlust nicht in einem Abfliefsen über die Stützen, sondern einem Übergange auf dieselben, also in dem Elektrischwerden der Stützen seinen Grund hätte. Dafür sprechen die obigen Zahlen ohne weiteres, denn nach Coulomb sind die Stützen nur imstande eine gewisse Ladung zu isolieren, und erst, wenn die Ladung auf diesen Wert herabgesunken ist, soll nur Zerstreuung eintreten. Nach den Beobachtungen von Warburg dagegen ist unter sonst ganz gleichen Umständen nach eingetretener Elektrisierung der Stützen der Wert von p konstant bei Werten der Ladung, bei welchen vor dem Elektrischwerden der Stützen der Wert von p noch von dem Vierfachen des zuletzt gefundenen ab kleiner wurde.

Einen weitern Beweis für diese seine Ansicht erhielt Warburg in einem Versuche, der zeigte, dafs bei Anwendung frischer Schellackstiele der Verlust ebenso grofs ist, wenn die Stiele nur an die Scheibe befestigt werden, dann aber nicht als Stützen gebraucht werden, sondern frei in die Luft münden. Einfach durch Anheften zweier frischer Schellackstiele an die als Standkugel benutzte Scheibe stieg nämlich der Wert von $2p$ von $\frac{1}{718}$ auf $\frac{1}{416}$.

Die Versuche Warburgs ergeben somit, dafs die eigentliche Zerstreuung in die umgebenden Gase erst beobachtet werden kann, wenn die isolierenden Stützen soweit elektrisiert sind, dafs der Zerstreuungskoefficient konstant geworden ist; allerdings kann man auch dann nicht annehmen, dafs kein Verlust mehr durch den Einflufs der Stützen stattfinde, jedenfalls ist derselbe aber nur gering, wie sich auch daraus ergiebt, dafs bei starker Verdünnung der Luft der Zerstreuungskoefficient beträchtlich kleiner wird.

Warburg hat deshalb, um die Abhängigkeit des Zerstreuungskoefficienten von der Natur und Dichtigkeit der umgebenden Gase zu untersuchen, stets die Standkugel und den Wagebalken lange vor Beginn der Beobachtungen elektrisiert, es wurde stets des Abends vorher der Apparat mit einer solchen Elektricitätsmenge versehen, dafs die Versuche am nächsten Vormittag angestellt werden konnten. Es ergab sich dann, dafs die Zerstreuung abhängig war von der Dichtigkeit und Natur des umgebenden Gases, wie folgende Zahlen zeigen:

Namen der Gase	Druck	$2p$
Kohlensäure	760 mm	$\frac{1}{1039}$
"	380	$\frac{1}{1626}$
"	80	$\frac{1}{2618}$
Wasserstoff	760 mm	$\frac{1}{2426}$

Digitized by Google

Name der Gase	Druck	$2p$
Wasserstoff	380	$\frac{1}{3721}$
Luft trocken	760 mm	$\frac{1}{1160}$
"	380	$\frac{1}{1761}$
"	70	$\frac{1}{3441}$
Nicht getrocknete Zimmerluft	760 mm	$\frac{1}{1075}$
"	"	$\frac{1}{1069}$
Feuchte Luft	760 mm	$\frac{1}{978}$.

Die Zahlen zeigen, wie bei verschiedenen Gasen die Zerstreuung verschieden, wie sie besonders beim Wasserstoff beträchtlich kleiner ist als in den beiden andern Gasen, und wie sie ferner mit abnehmendem Drucke bei jedem Gase kleiner wird. Gleichzeitig ergeben die Versuche, dafs, wenn man in der angegebenen Weise verfährt, die Zerstreuung also beobachtet, wenn die Stützen bereits elektrisch sind, dafs dann die Zerstreuung nur sehr wenig von dem Feuchtigkeitszustande der Luft abhängt, der Zerstreuungskoefficient ist in feuchter Luft nur wenig gröfser als in trockner.

Einen Teil der Abnahme der Zerstreuung bei abnehmender Dichte sowie die Ursache des kleinern Wertes derselben in Wasserstoff kann nach Warburg möglicherweise der Rolle zugeschrieben werden, welche feste Staubteilchen, die in den Gasen schweben, spielen. Dafs derartige schwebende Teilchen, indem sie angezogen, elektrisiert und dann abgestofsen werden, ebenfalls einen Elektricitätsverlust bedingen, unterliegt keinem Zweifel. Warburg hält es nun nicht für unmöglich, dafs in Wasserstoff und in verdünnten Gasen die Zerstreuung zum Teil auch deshalb kleiner werde, weil in diesen die Staubteilchen rascher zu Boden sinken[1]). Allerdings ergab direkt aus dem Zimmer geschöpfte Luft nicht gröfsere Zerstreuung als gewaschene und dann durch Schwefelsäure getrocknete Luft, ein Umstand, der gegen diese Erklärung sprechen würde; dagegen zeigte sich, dafs bei Verdünnung der Luft der Wert des Zerstreuungskoefficienten nicht sofort auf den der Verdünnung entsprechenden kleinern Wert herabging, ein Umstand, der dahin deutet, dafs die Abnahme zum Teil durch das Niedersinken der festen Teile bedingt ist.

Bei Beurteilung der Resultate Warburgs ist wohl zu beachten, dafs dessen Versuche unter besondern Umständen gemacht sind, und dafs, wie er es auch hervorhebt, diese Resultate nicht ohne weiteres auf in freier Luft aufgestellte elektrisierte Körper angewandt werden dürfen. Bei solchen werden eher die Angaben Coulombs zur Anwendung kommen.

---

1) *Boltzmann* glaubt (Wiener Berichte Bd. LXIX), dafs überhaupt nur die in den Gasen schwebenden Staubteilchen die Zerstreuung bewirken, eine Ansicht, der mir indes die Resultate Warburgs zu widersprechen scheinen, wenn nach denselben auch einiger Einflufs des Staubes vorhanden zu sein scheint, was auch von vornherein nicht zweifelhaft ist.

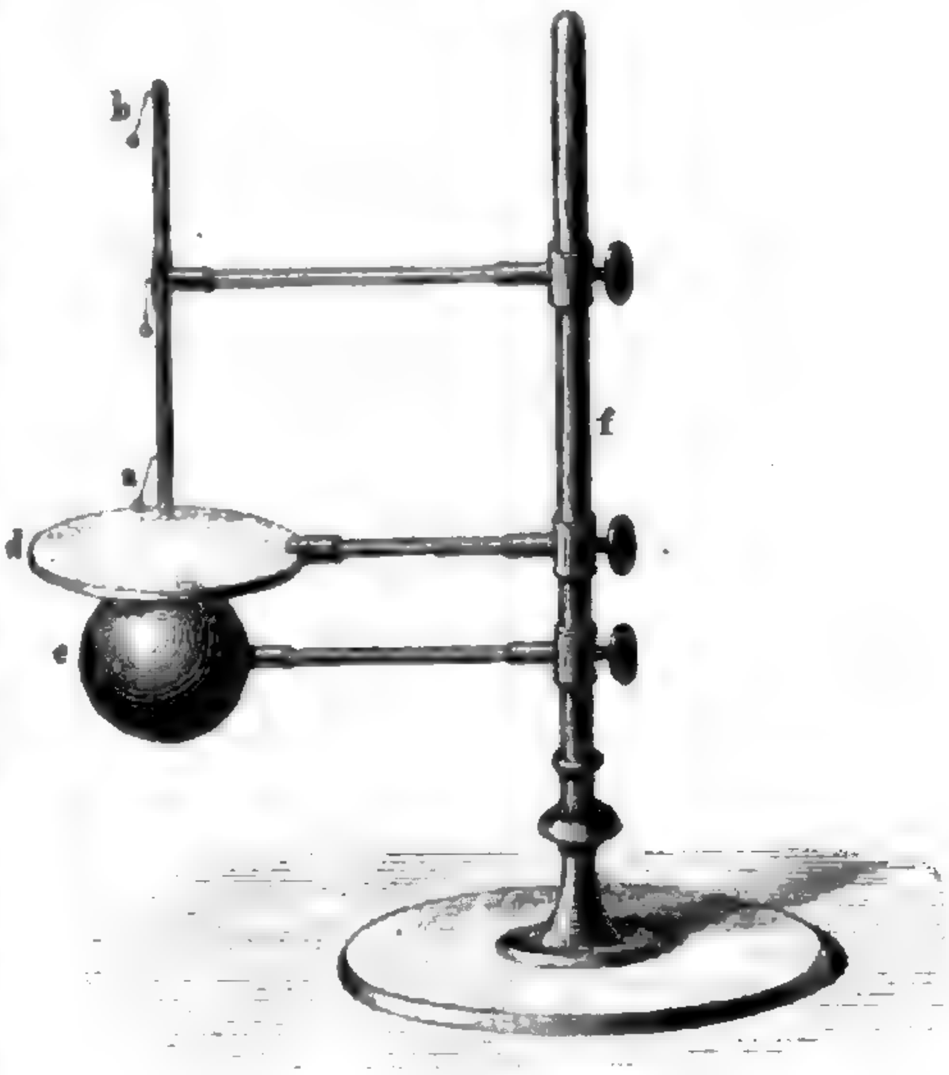
Digitized by Google

§. 35.

Die elektrische Verteilung. Wir haben in dem ersten Paragraphen dieses Abschnittes gezeigt, dafs ein elektrisierter Körper seine Elektricität sofort dadurch zu erkennen giebt, dafs er nicht elektrische Körper anzieht. Der Einflufs elektrisierter Körper auf in der Nähe befindliche nicht elektrische beschränkt sich jedoch nicht auf diese Anziehung, sondern er zeigt sich weiter auch darin, dafs die nicht elektrischen Körper allein dadurch, dafs ein elektrischer Körper sich in ihrer Nähe befindet, elektrisch werden; ja diese Elektrisierung ist die Ursache der erwähnten Anziehung.

Der erste, welcher den Nachweis lieferte, dafs Leiter in der Nähe elektrischer Körper selbst elektrisch werden, war Canton[1]). Er zeigte, dafs zwei Kugeln von Hollundermark, welche an feinen Silberdrähten neben einander aufgehängt waren, sich abstiefsen, wenn unter sie eine geriebene Siegellackstange gehalten wurde. Die Kugeln zeigten sich dabei positiv elektrisch. Wenn dagegen unter dieselben eine Glasstange gehalten wurde, so zeigten sich die Kugeln negativ elektrisch.

Fig. 45.



Diese Erregung der Elektricität läfst sich am besten auf isolierten Leitern nachweisen, in deren Nähe man einen elektrisierten Körper aufstellt; folgende Anordnung des Versuches von Riess[2]) ist sehr geeignet, sowohl die Erregung überhaupt, als auch die Art der erregten Elektricität zu zeigen. Ein cylindrischer Messingstab *ab* (Fig. 45) oder ein hohler Messingcylinder mit halbkugelförmigen Enden wird vertikal von einem Glasarme gehalten, welcher an dem vertikalen Arme *f* eines Stativs in beliebiger Höhe festgeklemmt werden kann. Unter demselben ist in ebensolcher Weise die horizontale Glasscheibe *d* und unter dieser die hohle Metallkugel *e* befesigt. An dem Messingcylinder befinden sich drei Hollundermarkkugeln an feinen, etwa 3 cm langen Drähten befestigt, eine oben bei *b*, eine unten bei *a*, die dritte in der Mitte an einem Ringe, so dafs sie an dem Cylinder höher oder tiefer gehängt werden kann. Die Axe des Cylinders ist gegen den Mittelpunkt der Kugel gerichtet und die Kugel so weit von dem Cylinder entfernt, dafs die Glasscheibe weder den Cylinder, noch die Kugel berührt.

---

1) *Canton*, Franklin experiments and observ. fifth. ed. p. 151. *Riess*, Reibungselektricität. Bd. I, §. 160.

2) *Riess*, Poggend. Ann. Bd. XXXVII. Reibungselektricität. Bd. I.

Digitized by Google

Wenn man nun der Kugel positive Elektricität mitteilt, so zeigt sich sofort auch der Cylinder elektrisch, indem die Hollundermarkkugeln von demselben abgestofsen und in der abgestofsenen Lage erhalten werden. Da wegen Zwischensetzung der isolierenden Glasscheibe zwischen Kugel und Cylinder durchaus keine Elektricität direkt von der Kugel auf den Cylinder übergehen konnte, so folgt, dafs nur durch die Nähe der elektrisierten Kugel der Cylinder elektrisch geworden ist. Man nennt diese Art der Elektricitätserregung solche durch Verteilung oder Influenz und die auf dem Cylinder erregte Elektricität Verteilungs- oder Influenz-Elektricität.

Die stärksten Ablenkungen von der vertikalen Lage zeigen das unterste und das oberste Pendel, dort ist also die Dichtigkeit der Elektricität am gröfsten. Untersucht man mit einer geriebenen Siegellackstange oder Glasstange die Art der erregten Elektricität, so zeigt sich, dafs sie an den beiden Enden des Cylinders verschieden ist. Eine geriebene Siegellackstange stöfst das Pendel *a* ab und zieht *b* an; eine geriebene Glasstange zieht *a* an und stöfst *b* ab. Daraus folgt, dafs das untere Ende des Cylinders negativ, das obere positiv elektrisch ist.

Ladet man die Kugel *e* anstatt mit positiver mit negativer Elektricität, so ist der Effekt in so weit derselbe, dafs der Cylinder elektrisch wird und wieder am stärksten an den Enden; die Art der erregten Elektricität ist aber die entgegengesetzte, das untere, der Kugel nächste Ende wird positiv, das obere entferntere Ende wird negativ elektrisch.

Aus der Thatsache schon, dafs an den beiden Enden des Messingcylinders sich entgegengesetzte Elektricitäten finden, wird man schliefsen, dafs nicht die ganze Oberfläche des Cylinders gleich stark elektrisch ist. Das läfst sich leicht mit Hilfe des mittleren verschiebbaren Pendels nachweisen. Befindet es sich in der Nähe des oberen Pendels, so wird es bei positiver Ladung der Kugel mit positiver Elektricität abgestofsen; schiebt man es herab, so wird die Abstofsung immer kleiner, bis an einer Stelle, welche der Kugel *e* etwas näher ist als die Mitte des Cylinders, das Pendel durchaus nicht mehr abgestofsen wird. An dieser Stelle ist also der Cylinder nicht elektrisch; man nennt diese Stelle die Mittellinie oder Indifferenzzone. Schiebt man das Pendel über dieselbe hinaus dem Ende *a* näher, so wird es mit negativer Elektricität abgestofsen und zwar um so stärker, je näher es sich bei *a* befindet. Die Lage der Indifferenzzone ändert sich etwas mit der Entfernung der Kugel *e* von dem Cylinder; sie rückt nämlich in die Höhe, der Mitte näher, wenn die Kugel weiter von dem Cylinder entfernt wird.

Die Elektricitätserregung durch Verteilung zeigt sich immer, wenn wir einem isolierten Leiter, welches auch seine Form sei, einen elektrisierten Körper nähern; man findet immer an der dem elektrisierten Körper nächsten Stelle den influenzierten Körper mit der Elektricität versehen, welche der genäherten entgegengesetzt ist, und an einer anderen, von dem genäherten Körper entfernteren Stelle die der genäherten gleichnamige Elektricität.

Wenn man den elektrisierten Körper von dem influenzierten entfernt, oder ihm die Elektricität nimmt, so verschwinden auch sofort die Elektricitäten auf dem influenzierten Körper; derselbe bleibt, vorausgesetzt, dafs

Digitized by Google

er gut isoliert war, unelektrisch zurück. Daraus ergiebt sich nach dem, was wir in dem ersten Paragraphen dieses Abschnittes über die Natur der verschiedenen Elektricitäten gesagt haben, dafs die beiden Influenzelektricitäten von genau gleicher Menge sind. Denn so lange der elektrisierte Körper sich in der Nähe befindet, werden die beiden Influenzelektricitäten getrennt erhalten, da der genäherte Körper die mit der auf ihm befindlichen gleichnamigen Elektricität abstöfst, die ungleichnamige aber anzieht. Sobald nun aber der Körper entfernt ist, ist keine Kraft mehr vorhanden, welche der Anziehung der beiden getrennten Elektricitäten entgegenwirkt; dieselben werden sich daher mit einander vereinigen. Da nun, um die Wirkung der einen Elektricitätsart aufzuheben, eine ebenso grofse Menge der entgegengesetzten ihr hinzugefügt werden mufs, so folgt daraus, dafs der influenzierte Körper nach Fortnahme der influenzierenden Elektricität wieder unelektrisch erscheint, dafs die beiden Influenzelektricitäten von genau gleicher Menge sind.

Damit dieser Versuch gelinge, ist es notwendig, dafs man den influenzierten Leiter möglichst gut isoliere, und dafs man mit Fortnahme des elektrisierten Körpers nicht zu lange warte. Denn da die mit der influenzierenden Elektricität gleichnamige von derselben abgestofsen wird, so zerstreut sie sich leichter als die ungleichnamige, und so kann es vorkommen, dafs der influenzierte Leiter nach Fortnahme des elektrisierten Körpers noch elektrisch erscheint.

Der influenzierte Leiter ist demnach nur so lange elektrisch, als durch die Nähe des elektrischen Körpers die beiden Elektricitäten getrennt erhalten werden. Man kann ihn indes auch bleibend laden, wenn man die beiden Elektricitäten verhindert, nach Fortnahme des elektrisierten Körpers sich wieder zu vereinigen. Man kann das, indem man den influenzierten Leiter aus zwei Teilen zusammensetzt, welche man vor Fortnahme des elektrisierten Körpers trennt. Setzt man so an den Cylinder *ab* einen anderen Cylinder bei *b* an, so tritt die positive, vorher bei *b* vorhandene Elektricität in das Ansatzstück hinein und die Indifferenzzone rückt dem Ende *b* näher. Der erste Erfolg dieses Ansatzes ist der, dafs das Pendel bei *a* stärker abgestofsen wird, die Elektricität bei *a* also dichter wird, weil die beiden entgegengesetzten Elektricitäten weiter von einander entfernt sind, sich also weniger anziehen. Trennt man dann das obere Stück ab, bevor die Elektricität von *e* fortgenommen wird, so bleibt auch nach Fortnahme derselben der Cylinder *ab* elektrisch, und zwar negativ. Setzt man ein solches Ansatzstück an den Cylinder bei *a*, so wird die negative Elektricität in dieses Ansatzstück hineingezogen, und der Cylinder *ab* bleibt positiv elektrisch zurück.

Noch auf eine andere Weise kann man den Cylinder *ab* bleibend laden, dann aber nur mit der Elektricitätsart, welche der auf der Kugel vorhandenen entgegengesetzt ist. Man hat nur den Cylinder *ab*, während die Kugel *e* elektrisch ist, mit der Erde in leitende Verbindung zu setzen und diese Verbindung zu unterbrechen, ehe die Elektricität von der Kugel *e* fortgenommen ist. Es ist dabei ganz einerlei, an welcher Stelle des Cylinders *ab* man diese Leitung anbringt, ob an *a* oder in der Mitte, oder auch an dem Ende *b*; immer bleibt auf *ab* die Elektricität zurück, welche derjenigen auf der Kugel *e* entgegengesetzt ist. Diese Methode, den Körper

Digitized by Google

ab zu elektrisieren, fällt indes bei näherer Überlegung mit der vorigen zusammen. Denn setzen wir *ab* mit der Erde in leitende Verbindung, so bildet der Cylinder mit dieser gewissermaſsen einen Leiter; dieser ganze Leiter wird von der Elektricität der Kugel *c* influenziert, die negative Elektricität wird in den Teilen dieses zusammengesetzten Leiters erscheinen, welche der positiv geladenen Kugel am nächsten sind, die positive Elektricität dagegen an entfernteren Stellen sich finden; und da diese aus der ganzen Erde bestehen, so wird die positive Elektricität sich über die ganze Erde verbreiten, also unbemerkbar sein. Unterbricht man die Verbindung mit der Erde, so hat das denselben Erfolg, als wenn man bei dem vorigen Versuche die Teile des zusammengesetzten Leiters trennt; der Leiter *ab* muſs also in allen Fällen mit der Elektricität geladen zurückbleiben, welche der auf der Kugel *c* vorhandenen entgegengesetzt ist.

Wir sehen hier also einen Fall, wo ein mit der Erde leitend verbundener Leiter, entgegen unsern bisherigen Erfahrungen, seine Elektricität nicht verliert; nämlich immer dann, wenn in seiner Nähe sich ein mit entgegengesetzter Elektricität versehener Körper befindet. Man hat daher früher geglaubt, daſs diese durch Influenz erregte Elektricität andere Eigenschaften habe als die auf andere Weise erregte Elektricität, daſs sie nicht die Fähigkeit besitze, sich auszubreiten oder überhaupt nach auſsen zu wirken. Indem man diese Elektricität mit der gebundenen Wärme verglich, nannte man sie gebundene Elektricität. Aus dem Vorigen ergiebt sich indes schon, daſs diese Anschauungsweise unrichtig ist; die durch Verteilung auf einem nicht isolierten Leiter erregte Elektricität verbreitet sich allerdings nicht über den ganzen Leiter, aber nur deshalb nicht, weil sie durch die Nähe entgegengesetzter Elektricität festgehalten wird; im übrigen hat sie ganz dieselben Eigenschaften wie jede andere Elektricität, sie wirkt, wie die Abstoſsung des Pendels an dem Ende *a* zeigt, ebenso abstoſsend und anziehend auf andere elektrische Körper. Ja wir werden sehen, daſs sie auch ebenso verteilend auf andere Körper wirkt wie ein einfach mit Elektricität geladener Körper. Riess hat daher vorgeschlagen[1]), den Namen gebundene Elektricität, welcher leicht zu Misverständnissen Anlaſs giebt, ganz fallen zu lassen und die durch Verteilung erregten Elektricitäten mit dem Namen Influenzelektricitäten zu bezeichnen, und zwar jene, welche mit der auf dem verteilenden Körper vorhandenen ungleichnamig ist, als Influenzelektricität der ersten Art, die andere als Influenzelektricität der zweiten Art. Wir werden die Bezeichnungsweise annehmen und in der Folge immer anwenden.

Die Menge der erregten Influenzelektricitäten hängt ab von der Menge der erregenden Elektricität, so wie von der Entfernung des influenzierten Leiters von dem influenzierenden. Es sind darüber nur wenige Versuche, insbesondere von Coulomb[2]) angestellt worden, aus denen sich der Satz ergiebt, daſs unter sonst gleichen Umständen die Menge der Influenzelektricität der Menge der erregenden Elektricität proportional ist.

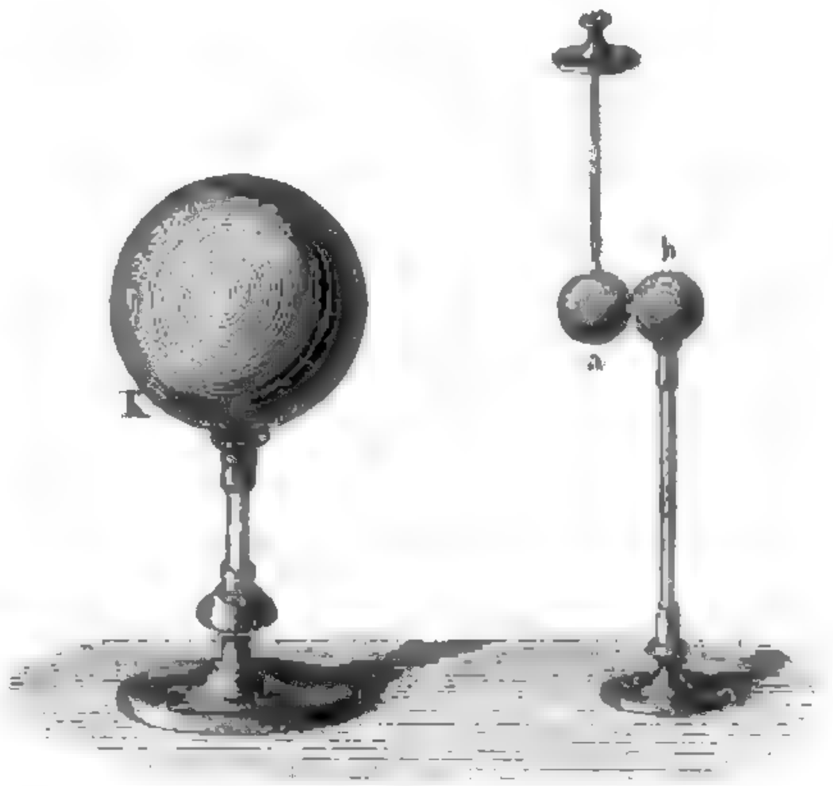
Die Versuche, welche diesen Satz ergaben, wurden folgendermaſsen angestellt. In der Nähe einer groſsen Kugel *K* (Fig. 46) wurden zwei

1) *Riess*, Reibungselektricität. Bd. I, §. 166.
2) *Coulomb*, Mémoires de l'Académie de Paris 1788.

Digitized by Google

kleine isolierte Metallkugeln *a* und *b* aufgestellt, deren eine *a* mit einem Stiele versehen war, um sie als Standkugel in die Torsionswage einsetzen zu können.

Fig. 46.



Wurde die Kugel *K* mit Elektricität versehen, so erhielt die der Kugel *K* nächststehende kleine Kugel sämtliche Influenzelektricität der ersten Art, die fernere Kugel sämtliche der zweiten Art, wie sich aus folgendem Versuche ergab. War *K* positiv geladen und die mit dem Stiele versehene Kugel *a* die nächste bei *K*, so stieſs sie die Kugel des Wagebalkens nach der Berührung mit negativer Elektricität ab; wurde dagegen *b* an die Stelle von *a* und *a* an die Stelle von *b* gebracht, so stieſs *a* die Kugel des Wagebalkens genau ebenso stark mit positiver Elektricität ab.

Nachdem dieses gezeigt war, wurde die Kugel *K* mit einer gewissen Menge Elektricität versehen, und die auf *a* influenzierte Elektricität in der Torsionswage gemessen. Dann wurde *a* wieder an seine Stelle gebracht und der Kugel *K* die Hälfte der Elektricität durch Berührung mit einer anderen Kugel von genau gleicher Gröſse genommen. Mit Berücksichtigung der während der Zeit durch Zerstreuung verlorenen Elektricität fand sich dann auf *a* halb so viel Elektricität als vorher. Wurde die auf *K* vorhandene Elektricität nochmals halbiert, so war auch die auf *a* influenzierte Elektricitätsmenge nur halb so groſs.

Ist demnach auf dem influenzierenden Leiter die Elektricitätsmenge *E* vorhanden, so wird auf dem genäherten Leiter die Elektricitätsmenge

$$e = \pm mE$$

influenziert, worin *m* eine Konstante ist, welche von der Form des influenzierten Leiters, von seiner Lage gegen den influenzierenden Leiter und von dem Abstande beider abhängig ist. In welcher Weise die Konstante *m* von den erwähnten Umständen abhängig ist, darüber giebt es keine allgemeinen Sätze. Dieselben lassen sich auch nur sehr schwierig aufstellen, da man in den seltensten Fällen die unter verschiedenen Umständen auf einem isolierten Leiter erregten Elektricitäten mit einander vergleichen kann. Die auf einem Körper angesammelten Elektricitäten kann man sonst dadurch vergleichen, daſs man die Dichtigkeit der Elektricität an einem Punkte bei verschiedenen Ladungen vergleicht. Man kann das, indem man den betreffenden Punkt mit einer kleinen isolierten Scheibe berührt, welche sich möglichst der Gestalt des Körpers an dieser Stelle anschlieſst. Diese Scheibe wird immer eine der an dem Punkte vorhandenen proportionale Elektricitätsmenge annehmen. Da nun die Änderungen der elektrischen Dichtigkeit eines Punktes des geladenen Körpers jedenfalls den Änderungen

Digitized by Google

der dem Körper überhaupt mitgeteilten Elektricität proportional sind, so liefert uns die Vergleichung der dem Berührungsscheibchen mitgeteilten Elektricitäten in der Torsionswage auch das Verhältnis der auf dem geladenen Körper vorhandenen Elektricitäten. Dafs diese Messungsmethode bei influenzierten Leitern nicht anwendbar ist, ergiebt sich schon allein aus den vorhin mitgeteilten Erfahrungen über die Lage der Indifferenzzone. Die Lage derselben hängt, wie wir sahen, ab von der Entfernung des influenzierenden Leiters von dem influenzierten, und auch von der Lage beider Körper gegen einander. Wenn daher in einem bestimmten Falle bei zwei Versuchen, in welchen die beiden Leiter sich in verschiedenen Entfernungen von einander oder in verschiedener Lage gegen einander befinden, die elektrische Dichtigkeit eines bestimmten Punktes eine verschiedene ist, so kann dieses möglicherweise allein seinen Grund darin haben, dafs die Indifferenzzone verschoben ist. Man kann deshalb aus solchen Beobachtungen nicht auf eine Änderung der Menge der erregten Influenzelektricitäten schliefsen. Das ist nur dann möglich, wenn man den influenzierten Leiter in zwei Stücke auseinandernehmen und so die verteilten Elektricitäten an ihrer Wiedervereinigung hindern kann.

In dem Bisherigen haben wir immer vorausgesetzt, dafs der influenzierende Leiter auf einen die Elektricität leitenden neutralen Körper wirke, und gesehen, dafs in letzterem immer beide Elektricitäten durch Influenz erregt werden. Es läfst sich nun auch leicht zeigen, dafs ebenso in nichtleitenden Körpern durch Influenz Elektricität erregt werden kann; nur mufs sich in dem Verhalten leitender und nichtleitender Körper ein Unterschied zeigen, der eben in dem verschiedenen Leitungsvermögen seinen Grund hat. Wir begnügen uns hier damit, nur die Thatsache der Influenz auf Nichtleiter zu konstatieren, an einer andern Stelle werden wir sie ausführlicher besprechen. (Man sehe §. 48 u. f.)

Nähert man einen isolierten Schellackcylinder einem elektrisierten Körper und hält ihn einige Zeit in der Lage, so zeigt sich die dem elektrisierten Körper nächste Stelle elektrisch, und zwar versehen mit Influenzelektricität erster Art.

Beide Influenzelektricitäten auf Nichtleitern hat schon Aepinus nachgewiesen[1]). Er fand, dafs wenn man das Ende einer neutralen Glasröhre mit einer elektrisierten einigemal rieb, dann dasselbe von der reibenden Röhre Elektricität annahm, dafs aber neben dieser durch Mitteilung elektrisierten Strecke eine andere war, welche entgegengesetzte Elektricität zeigte, und dafs hinter dieser wieder eine Strecke Elektricität besafs, welche mit der des elektrisierten Körpers gleichnamig war. Es zeigten sich somit die beiden Influenzelektricitäten ebenso wie auf leitenden Körpern gruppiert; der verteilenden Elektricität zunächst zeigte sich die Influenzelektricität der ersten Art und weiter davon entfernt diejenige der zweiten Art.

Durch einen anderen Versuch hat Faraday die Influenzelektricität auf Nichtleitern nachgewiesen, der auch deshalb interessant ist, weil er zeigt, dafs die Influenzelektricität selbst wieder influenzierend auf andere Körper einwirkt[2]).

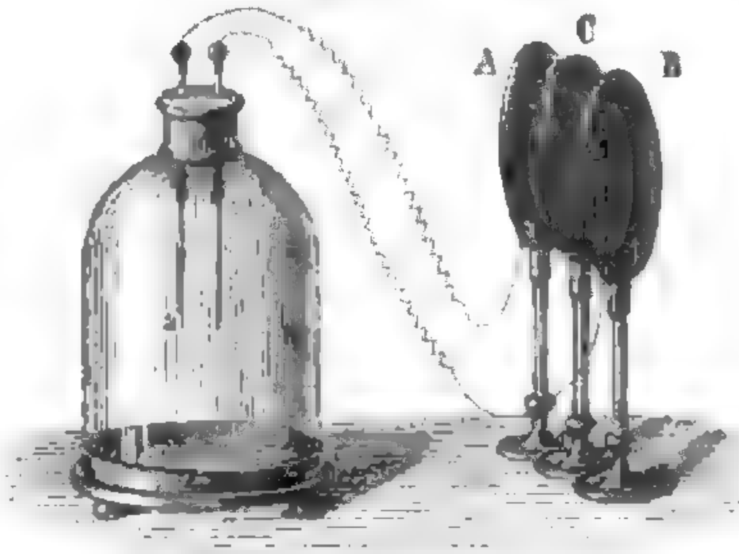
1) *Aepinus:* Riess, Reibungselektricität. Bd. I, §. 179.

2) *Faraday*, Experimental researches in electricity art. 1307 und 1808. Poggend. Ann. Bd. LXVI. Ebenso *Riess*, Poggend. Ann. Bd. XCII.

Digitized by Google

Drei Messingscheiben, jede von 13 cm Durchmesser, A, B, C (Fig. 47), wurden auf gut isolierenden Glasfüfsen parallel neben und gleichweit von einander aufgestellt. Die beiden äufseren A und B trugen dünne Metalldrähte, welche durch den Deckel einer Glasglocke hindurchgeführt waren und an ihrem freien Ende Goldblättchen trugen, so dafs dieselben in einem Abstande von 1 — 2 cm parallel neben einander hinabhingen. Wurde die mittlere Scheibe C positiv elektrisiert, so stiefsen sich die Goldblättchen mit Influenzelektricität der zweiten Art ab. Berührt man nun die Scheiben A und B und leitet so die Influenzelektricitäten der zweiten Art ab, so hängen die Goldblättchen wieder einander parallel, da die Influenzelektricitäten der ersten Art an den der Scheibe C zugewandten Flächen von A und B festgehalten werden. Wenn man dann zwischen die Scheiben A und C eine Schellackscheibe von 1—2 cm Dicke bringt, so ziehen sich die Goldblättchen an, indem das mit A verbundene Goldblättchen a positiv elektrisch geworden ist. Man erkennt darin die Wirkung der auf der Schellackscheibe influenzierten Elektricität. Auf derselben influenziert die Elektricität in C beide Elektricitäten, die negative wird angezogen auf die C zugewandte Seite der Scheibe, die positive wird auf die A zugewandte Seite abgestofsen. Beide Elektricitäten wirken verteilend auf die Scheibe A, die auf der A zugewandten Seite vorhandene als die nähere aber stärker als die auf der abgewandten Seite vorhandene. Es tritt daher in A eine neue Verteilung der Elektricität ein, welche bewirkt, dafs das mit A verbundene Goldblättchen a positive Influenzelektricität der zweiten Art erhält.

Fig. 47.



Es ergiebt sich somit, dafs die Influenz sich allgemein auf alle Körper erstreckt, dafs in allen durch die Annäherung eines elektrisierten Körpers beide Elektricitätsarten in einer der genäherten proportionalen Menge auftreten.

§. 36.

Der elektrische Zustand der neutralen Körper. Aus der in dem vorigen Paragraphen mitgeteilten Erfahrung, nach welcher alle Körper durch Verteilung elektrisch werden, wenn sich ein elektrisierter Körper in ihrer Nähe befindet, und die Menge der Influenzelektricitäten derjenigen des verteilenden Körpers proportional ist, ergiebt sich eine Anschauung des elektrischen Zustandes der neutralen oder natürlichen Körper, welche uns das Wesen der Influenz sofort deutlich macht und die meisten der bisher mitgeteilten Erfahrungen mit Hilfe des Satzes über die elektrischen Anziehungen und Abstofsungen erklärt.

Die Thatsache nämlich, dafs ein Körper ohne Elektricität zu erhalten, allein durch Annäherung eines elektrisierten Körpers elektrisch wird, weist uns darauf hin, dafs die Körper im natürlichen Zustande Elektricität enthalten, und zwar, da sie nach aufsen keine elektrischen Wirkungen zeigen,

Digitized by Google

beide Elektricitäten in gleicher Menge. Diese beiden Elektricitäten müssen zugleich in dem ganzen Körper gleichmäfsig verteilt sein, so dafs jedes Teilchen desselben die gleiche Menge positiver und negativer Elektricität vereinigt enthält. Denn welches Stück eines Körpers wir auch der Wirkung eines elektrisierten Körpers aussetzen, immer und unter allen Umständen erhält derselbe beide Influenzelektricitäten.

Wir nehmen daher an, dafs im natürlichen Zustande die Körper beide Elektricitäten in gleicher Menge enthalten; über die Natur der Elektricität selbst machen wir dabei keine Voraussetzung, wir lassen es unentschieden, ob der Elektricität als solcher eine reale Existenz zukommt, ob sie, wie man früher es von der Wärme annahm, ein feiner Stoff, ein sogenanntes Fluidum ist, oder ob sie ein Zustand der Materie, etwa eine gewisse Bewegung der ponderablen Materie oder des Äthers ist. Ist die Elektricität ein Fluidum, so nehmen wir zwei solcher Fluida an, eines, welches den positiv, eines, welches den negativ elektrischen Zustand bedingt[1]). Im neutralen Zustande enthalten die Körper beide Fluida in gleicher Menge; wird ein Körper positiv elektrisch, so enthält er mehr positive Elektricität als negative, entweder infolge davon, dafs ihm positive Elektricität gegeben, oder dafs ihm negative Elektricität entzogen ist. Ist der Körper negativ elektrisch, so enthält er einen Überschufs an negativer Elektricität.

Die Elektricitäten sind es dann, welche sich anziehen und abstofsen, und ihre Träger, die elektrischen Körper, folgen den Anziehungen und Abstofsungen, weil die Elektricitäten sie nicht ohne weiteres verlassen können.

Eine etwas andere Ansicht von dem Zustande der elektrisierten Körper hat Franklin aufgestellt[2]). Er betrachtet die Elektricität als ein Fluidum, nimmt dann aber nicht ein positives und ein negatives Fluidum, sondern nur ein elektrisches Fluidum an. Im neutralen Zustande enthalten die Körper eine gewisse sehr grofse Menge desselben. Teilt man dem Körper noch mehr dieses Fluidums mit, so wird er positiv, entzieht man ihm von demselben, so wird er negativ elektrisch. Diese Hypothese scheint auf den ersten Blick einfacher zu sein als die von uns angenommene, ist aber in der That viel verwickelter und deshalb weniger naturgemäfs. Denn schon die einfachen Sätze der elektrischen Anziehung und Abstofsung verlangen zwei neue Hypothesen. Die von uns angenommene Anschauung sieht diese Anziehungen und Abstofsungen einfach als Eigenschaften der beiden Elektricitäten an, Franklin mufs aber aufser der Annahme, dafs das elektrische Fluidum sich selbst abstöfst, noch die machen, dafs die der Elektricität beraubte Materie sich abstöfst, und dafs diese Materie die Elektricität anzieht. Denn nur so ist es möglich, dafs ein negativ elektrischer, also der Elektricität zum Teil beraubter Körper einen anderen negativ elektrischen Körper abstöfst, dagegen einen positiv elektrischen Körper anzieht.

Da nun aber jedenfalls jene Hypothese vorzuziehen ist, welche die

---

1) Die Hypothese ist zuerst von *R. Symmer* aufgestellt. Philosophical Transactions, abridged etc. vol. XI.

2) *Franklin*, Experiments and observations. *Gehlers* Wörterbuch Art. Elektricität.

Digitized by Google

einfachere ist und ohne Hilfshypothesen die Erscheinungen zu erklären imstande ist, so ist die Hypothese zweier Elektricitäten beizubehalten.

Die Erscheinung der Influenz ist eine notwendige Folge des natürlichen Zustandes der Körper und der Grundeigenschaft der Elektricitäten, dafs die ungleichnamigen sich anziehen, die gleichnamigen sich abstofsen. Denn befindet sich ein elektrisierter Körper in der Nähe eines natürlichen, so mufs die überwiegende Elektricität des ersteren auf die gleichnamige Elektricität des natürlichen Körpers abstofsend, auf die ungleichnamige anziehend wirken. Diese Elektricitäten müssen, den Abstofsungen und Anziehungen folgend, sich trennen und die gleichnamige mufs die von dem elektrisierten Körper ferneren, die ungleichnamige die demselben nächsten Stellen des influenzierten Körpers einnehmen.

Auch das Verhalten der Influenzelektricitäten ergiebt sich als einfache Folge der Eigenschaft der Elektricitäten. Wird der elektrische Körper von einem isolierten Körper wieder entfernt, so wird die Kraft fortgenommen, welche die beiden Elektricitäten auseinandertreibt; sie werden daher der gegenseitigen Anziehung folgen und sich wieder vereinigen müssen; der Körper wird wieder unelektrisch, wenn keine der beiden Elektricitäten einen Verlust erlitten hat.

Wenn der influenzierte Leiter vergröfsert, an ihn ein Stück angesetzt oder er mit der Erde in leitende Verbindung gesetzt wird, so mufs immer die eine der beiden Elektricitäten, der abstofsenden Kraft folgend, in das Ansatzstück oder in die Erde übertreten, die mit der des genäherten Leiters ungleichnamige mufs aber aus allen den Teilen des influenzierten Leiters, auf welche die mit dem Quadrate der Entfernung abnehmende, anziehende Kraft der genäherten Elektricität mit hinreichender Stärke wirkt, an das dieser Elektricität nächste Ende des influenzierten Leiters gezogen werden.

Hiernach ist die Influenz nur ein besonderer Fall der elektrischen Anziehungen und Abstofsungen; wenn also die influenzierte Elektricität nach aufsen hin abstofsend wirken kann, so folgt schon daraus, dafs sie selbst auch wieder influenzierend wirken kann. Dafs die Influenzelektricität zweiter Art verteilend wirkt, dafür haben wir bereits einen Versuch Faradays angeführt; dafs die Influenzelektricität erster Art ebenfalls verteilend wirkt, folgt aus Versuchen Faradays und Fechners ebenfalls.

Faraday[1]) befestigte einen etwa 20 cm langen, 2 cm dicken Schellackcylinder S (Fig. 48) auf einem Holzfufs und elektrisierte dessen oberes Ende durch Reiben mit einem Flanelllappen negativ. Es wurden dann auf die obere Endfläche Metallscheiben oder Kugeln von gröfserem Durchmesser als dem des Cylinders gelegt oder in einiger Entfernung darüber gehalten und mit einer guten Ableitung nach der Erde versehen. Diese Leiter, auch die auf dem Schellackcylinder liegenden, wurden durch Influenz elektrisch, da die letzteren den nichtleitenden Schellack nur an wenigen Punkten berührten; da sie mit der Erde in leitender Verbindung waren, so befand sich auf ihnen nur Influenzelektricität der ersten Art.

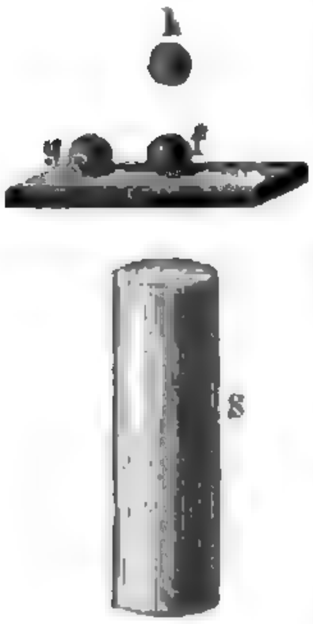
Als nun über S eine Scheibe von circa 4 cm Durchmesser gehalten,

1) *Faraday*, Experimental researches. XI. Reihe, art. 1221. Poggend. Ann. Bd. XLVI.

Digitized by Google

und eine kleine leitende, an einem Schellacktstiele befestigte Kugel *f* auf die Mitte derselben gelegt und einen Augenblik ableitend berührt wurde, zeigte sich dieselbe durchaus nicht elektrisch, während sie nahe am Rande bei *g* oder in einiger Entfernung über der Scheibe bei *h* sich positiv elektrisch zeigte. Auf die Kugel wirkte verteilend die Elektricität des Schellackcylinders und die Influenzelektricität erster Art der Scheibe. Als dieselbe gerade in der Mitte der Scheibe lag, wo die Dichtigkeit der Influenzelektricität auf der unteren Seite am gröfsten ist, hielten sich die beiden verteilenden Kräfte das Gleichgewicht. Da die anziehenden und abstofsenden Kräfte sowohl von der Elektricitätsmenge, als auch dem Abstande der auf einander wirkenden Elektricitäten abhängig sind, so mufs bei gleichem Abstande der Kugel von dem Schellackcylinder an Stellen aber, wo die Influenzelektricität der Scheibe weniger dicht ist, die influenzierende Wirkung der auf dem Schellack erregten Elektricität überwiegen, es mufs also, wie auch der Versuch zeigte, an dem Rande der Scheibe die Kugel durch Influenz positiv elektrisch werden. Entfernt man die Kugel von der Scheibe, so mufs sie ebenfalls positiv elektrisch werden. Denn wenn bei *f*, wo die Influenzelektricität erster Art um die Dicke der Scheibe von der kleinen Kugel entfernt ist, diese und die Elektricität des Schellacks sich das Gleichgewicht halten, so können sie das nicht mehr, wenn die Kugel nach *h* gebracht ist, wo die Entfernung vom Schellack vielleicht verdoppelt, diejenige von der Influenzelektricität vielleicht vervierfacht ist.

Fig. 48.



Man wird hiernach voraussagen können, was sich zeigen wird, wenn man die kleine Kugel allmählich von *f* nach *h* bringt und weiter über *h* hinaus hebt. Bei Hebung der Kugel von *f* an mufs anfangs die Elektricität der Kugel wachsen bis zu einem Maximum, und bei weiterer Hebung wieder abnehmen. Denn anfänglich wird die Abnahme der von der Scheibe ausgehenden verteilenden Wirkung viel bedeutender sein als die Abnahme der von *S* ausgehenden, die Elektrisierung der Kugel mufs demnach wachsen. Wenn aber wegen grofser Entfernung von der Scheibe überhaupt der Einflufs derselben zurückgetreten ist, dann mufs die Elektrisierung abnehmen, da mit jeder weiteren Entfernung auch die influenzierende Wirkung des Schellackcylinders kleiner wird.

Diesen Verlauf der Elektrisierung der kleinen Kugel haben sowohl Faraday[1]) als Fechner[2]) beobachtet.

Nach der dargelegten Anschauung des natürlichen Zustandes der Körper mufs immer und unter allen Umständen ein elektrisierter Körper auf einen neutralen influenzierend einwirken; wir haben dafür in dem Bisherigen auch bereits eine Anzahl Beweise kennen gelernt, in Erscheinungen, welche mit Hilfe der Influenztheorie jetzt ihre vollständige Erklärung finden.

Als eine der ersten Äufserungen der elektrischen Kraft erkannten

1) *Faraday*, a. a. O. Art. 1219—1226. Poggend. Ann. Bd. XLVI.
2) *Fechner*, Poggend. Ann. Bd. LI.

Digitized by Google

wir die Anziehung neutraler von elektrisierten Körpern; dieselbe ist eine einfache Folge der Influenz. Durch die Nähe des elektrischen Körpers werden in dem neutralen die Elektricitäten getrennt, die gleichnamige wird abgestofsen, die ungleichnamige angezogen in die dem elektrisierten Körper nächsten Stellen. Ist der Abstand beider so klein, dafs wegen gröfserer Nähe die Anziehung der ungleichnamigen über die Abstofsung der gleichnamigen Elektricität überwiegt und ist der angezogene Körper hinlänglich leicht, so folgt er der Anziehung und bewegt sich gegen den neutralen Körper hin.

Dafs in der That die Anziehung in dieser Weise erfolgt, dafür lassen sich noch manche Beweise anführen. So kann man sich leicht überzeugen, dafs z. B. Strohhalme oder Papierschnitzel von einer geriebenen Siegellackstange weit leichter angezogen werden, wenn sie auf einer leitenden, als wenn sie auf einer nichtleitenden Unterlage liegen. Der Grund kann nur der sein, dafs im ersten Falle die Influenzelektricität der zweiten Art fortgenommen wird, im zweiten aber nicht.

Wenn ferner die neutralen Körper nach einer Richtung ausgedehnter sind als nach einer andern, so stellen sie sich, vorausgesetzt, dafs sie nach allen Richtungen gleich gut leiten, so, dafs ihre Längsrichtung gegen den elektrisierten Körper gerichtet ist. Der Grund dafür ist, dafs nach dieser Richtung die beiden Influenzelektricitäten am weitesten auseinandertreten und deshalb am stärksten sind. Ist ein Körper nach einer Richtung besser leitend als nach den übrigen, so treten nach dieser die Influenzelektricitäten vollständiger und weiter auseinander als nach den übrigen; deshalb stellt sich ein solcher Körper so, dafs die Richtung der besseren Leitung in die Verbindungslinie desselben mit dem elektrisierten Körper fällt. Eine kreisförmige, horizontal gehängte Glasscheibe hängt sich z. B., auch wenn ein elektrisierter Körper in ihrer Nähe ist, so, dafs der Aufhängefaden ohne Torsion ist. Wenn man aber durch Aufkleben eines Stanniolstreifens einen Durchmesser der Scheibe leitend gemacht hat, so stellt sie sich so, dafs der leitende Durchmesser gegen den elektrischen Körper gerichtet ist.

Dafs wirklich neutrale Körper nicht von elektrischen angezogen werden, hat Aepinus durch einen sehr einfachen Versuch gezeigt. Zwei Glasscheiben wurden stark auf einander gerieben, die Fläche der einen wurde dadurch stark positiv, die andere stark negativ elektrisch; die Flächen wurden auf einander gedrückt. Da dieselben nichtleitend sind und sich nur in wenigen Punkten berühren, so bleiben sie auch dann beide und zwar gleich stark elektrisch. Nun wurde in die Nähe der Scheiben, und zwar mit den elektrischen Flächen in gleicher Höhe, ein Hollundermarkkügelchen gehängt. Dasselbe wurde nicht angezogen. Wurde dagegen eine der Flächen fortgenommen, einerlei welche, so wurde das Kügelchen kräftig angezogen. Jede einzelne Fläche zog also das Kügelchen kräftig an, beide vereint aber nicht. Daraus folgt, dafs die Anziehung eine Wirkung der Influenz ist, denn die vereinten Flächen konnten deshalb nicht anziehend wirken, weil sie die Kugel entgegengesetzt influenzierten und deshalb dieselbe durchaus unelektrisch blieb.

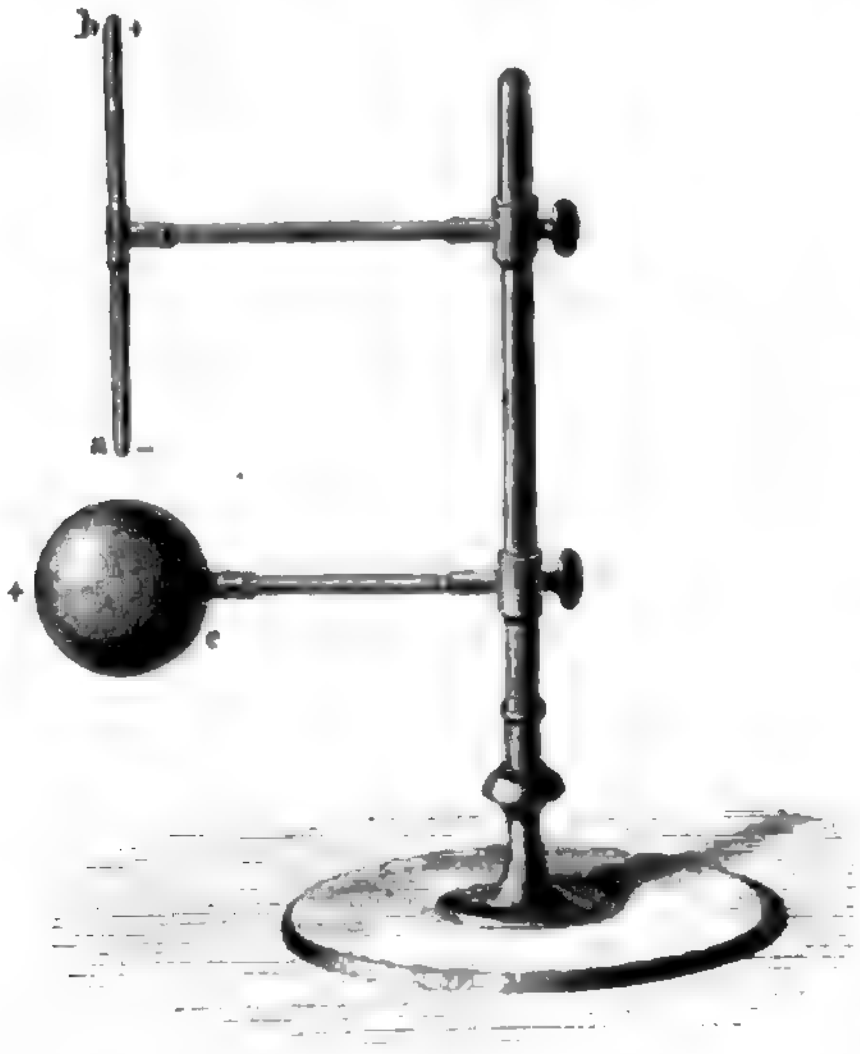
Ebenso wie die Anziehung neutraler Körper, ist die Mitteilung der Elektricität an einen nichtelektrischen Körper eine Influenzerscheinung.

Digitized by Google

Nähert man einem elektrisierten Körper einen neutralen Leiter, so wird derselbe durch Influenz elektrisch, und zwar findet sich immer die Influenzelektricität der ersten Art an den dem elektrisierten Körper nächsten Stellen. Kommen dann der neutrale und elektrisierte Körper zur Berührung, so gleichen sich die Influenzelektricität erster Art des neutralen, und die ihr gleiche Menge Elektricität auf dem elektrisierten Körper aus. Auf dem genäherten Körper bleibt die Influenzelektricität der zweiten Art übrig, und auf dem ursprünglich elektrisierten Körper ist eine derselben genau gleiche Menge Elektricität neutralisiert. In Wirklichkeit tritt also nicht, wie wir uns früher ausdrückten, ein Abfliefsen von Elektricität von dem geladenen Leiter auf den nicht geladenen ein, sondern eine Neutralisierung der Influenzelektricität erster Art auf dem genäherten Leiter. Der Effekt ist aber derselbe, weil durch diese Influenzelektricität der ersten Art auf dem ursprünglich elektrisierten Körper eine genau gleich grofse Menge Elektricität verschwindet.

Ist der einem elektrisierten Körper genäherte Leiter selbst schon elektrisch, so hängt es von der Dichtigkeit der Elektricität an den Berührungspunkten ab, ob eine Mitteilung eintritt oder nicht. In dem Falle wirken nämlich beide Körper influenzierend auf einander ein; wenn die Dichtigkeit auf beiden dieselbe ist, so werden die Berührungstellen ganz unelektrisch sein, es kann daher keine Mitteilung stattfinden; ist aber die Elektricität auf dem einen dichter als auf dem andern, so wird auch, da die Menge der Influenzelektricität derjenigen der influenzierenden proportional ist, die Menge der Influenzelektricität erster Art auf dem weniger elektrischen Körper gröfser sein als auf dem andern, und es tritt wieder Mitteilung ein.

Fig. 49.



Diese Erklärung der Mitteilung der Elektricität giebt uns auch sofort Aufschlufs, warum man im allgemeinen die Influenzelektricität erster Art nicht von einem influenzierten Leiter fortnehmen kann. Nähert man einen isolierten neutralen Leiter dem abgewandten Ende b (Fig. 49) des influenzierten Leiters, so wird durch die dort vorhandene Elektricität stets in dem genäherten Körper durch Verteilung die entgegengesetzte Elektricität vorhanden sein, die Influenzelektricität der zweiten Art wird also auf ab gerade so neutralisiert werden, als wäre ab ein einzelnstehender Leiter.

Nähert man aber dem Ende a einen isolierten Leiter, so wirkt auf denselben sowohl die Elektricität der Kugel c, als auch die Influenzelektricität bei a, und es hängt von beiden Wirkungen ab, ob ein Austausch

Digitized by Google

der Elektricitäten stattfinden wird oder nicht. Ist der genäherte Leiter in Form und Gröfse dem Leiter *ab* ähnlich, so wird er bei Annäherung an *a* durch die Elektricität der Kugel *c* ebenso stark elektrisiert wie *ab*; bei der Berührung kommen deshalb zwei Stellen zusammen, welche gleich stark elektrisch sind; oder vielmehr die beiden Leiter werden so auf einander influenzierend einwirken, dafs die Berührungspunkte neutral sind, so dafs kein Austausch der Elektricitäten stattfinden kann.

Ist der genäherte Leiter bedeutend kleiner als *ab*, ist er vielleicht ein kleines Scheibchen, so wird allerdings auch in diesem durch die Kugel *c* Elektricität influenziert, zugleich aber wirkt auch die Influenzelektricität bei *a* verteilend ein. Wenn nun das Scheibchen dem Ende *a* bis zur Berührung genähert wird, dann mufs der letztere Einflufs wegen der gröfseren Nähe stets überwiegen, die dem Ende *a* zugewandte Seite des Scheibchens wird positiv, die abgewandte Seite wird negativ. Nach der Berührung bleibt das Scheibchen negativ, gerade als hätte es von dem Ende *a* einen Teil der Influenzelektricität erster Art fortgenommen.

Ist aber der genäherte Leiter bedeutend gröfser als *ab*, so wird durch die Influenz der Kugel *c* die Influenzelektricität der ersten Art in ihm stärker sein, weil die beiden Elektricitäten in ihm viel weiter auseinandertreten können. Es mufs daher, wenn die Leiter bis zur Berührung genähert werden, in *ab* eine neue Verteilung stattfinden, und zwar so, dafs die Berührungsstelle von *a* positiv elektrisch wird. Diese positive Elektricität wird durch einen Teil der Elektricität des genäherten Leiters neutralisiert, so dafs die negative Elektricität von *ab* nach Fortnahme des Leiters stärker wird, gerade als wäre von demselben ein Teil der negativen Elektricität dem Leiter *ab* mitgeteilt worden.

Ist schliefslich der genäherte Leiter unendlich grofs, d. h. mit der Erde in leitender Verbindung, so ergiebt sich aus dem eben Gesagten, dafs der Erfolg qualitativ derselbe sein mufs, nur wird auf *ab* die Influenzelektricität der zweiten Art ganz verschwinden, und *ab* so stark negativ elektrisch werden, als ein mit der Erde in Verbindung stehender der Wirkung des elektrischen Körpers ausgesetzter Leiter. Es ergiebt sich zugleich daraus, dafs es in diesem Falle ganz einerlei ist, an welchem Punkte von *ab* der Leiter angelegt wird.

Man erkennt nun auch sofort, weshalb ein Nichtleiter von einem elektrisierten Körper keine oder nur sehr wenig Elektricität fortnehmen kann; es liegt daran, dafs auf diesem die Influenzelektricitäten nicht auseinandertreten, also nur sehr schwach sein können. Nur durch andauernde Berührung, wobei immer neue Influenzierung eintritt, kann dann einem elektrischen Körper eine merkliche Elektricitätsmenge entzogen werden.

§. 37.

Potentialfunktion einer Elektricitätsmenge. Unsere bisherigen experimentellen Untersuchungen der elektrischen Erscheinungen haben den Nachweis geliefert, dafs gleichnamige Elektricitäten sich abstofsen, ungleichnamige sich anziehen und zwar mit einer Kraft, welche der Menge jeder der beiden auf einander wirkenden Elektricitäten direkt und dem Quadrate ihres Abstandes umgekehrt proportional ist. Wir haben mit Hilfe dieses Gesetzes bereits ein Mafs für die Elektricität aufgestellt, indem

Digitized by Google

wir jene Elektricitätsmenge gleich eins setzten, welche auf eine ihr gleiche in der Entfernung eins die abstofsende Kraft eins ausübt. Für die Wirkung zweier elektrischer Mengen e und e_1 auf einander im Abstande r erhalten wir demnach

$$K = \frac{e e_1}{r^2},$$

dieselbe ist abstofsend, wenn beide Mengen gleichnamig sind, anziehend, wenn sie ungleichnamig sind, also entgegengesetztes Vorzeichen haben.

Aus diesem Wirkungsgesetze folgt, dafs für die elektrischen Wirkungen eine Kraftfunktion existiert, und dafs diese die von uns in der Einleitung dieses Bandes betrachtete Potentialfunktion ist; die Potentialfunktion einer gegebenen Elektricitätsmenge e in einem Punkte, welcher von ihr den Abstand r hat, ist somit

$$v = \frac{e}{r}.$$

Für eine Anzahl gegebener Elektricitätsmengen $e_1, e_2, \ldots$ welche von dem betrachteten Punkte die Abstände $r_1, r_2, \ldots$ haben, ist die Potentialfunktion

$$V = \frac{e_1}{r_1} + \frac{e_2}{r_2} + \cdots = \Sigma \frac{e}{r}$$

und für eine ausgedehnte Elektricitätsmenge, von welcher de ein Element ist, wird dieselbe

$$V = \int \frac{de}{r},$$

wo die Integration über den ganzen mit Elektricität gefüllten Raum auszudehnen ist.

Für die weitere Behandlung der elektrischen Erscheinungen sind die Sätze der Potentialtheorie, welche uns aus der Potentialfunktion nicht nur die Wirkungen gegebener Elektricitätsmengen auf einander, sondern auch die Verteilung der wirksamen Mengen im Raume oder auf Flächen zu bestimmen gestattet, von der allergrössten Bedeutung, so zwar, dafs man in der That behaupten kann, eine genaue Beschreibung der elektrischen Erscheinungen ist nur mit Hilfe der Sätze der Potentialtheorie möglich. Schon bei der Entwickelung der Sätze der Potentialtheorie haben wir darauf hingewiesen und es möge das hier nochmals besonders hervorgehoben werden, dafs diese Sätze durchaus nicht die Voraussetzung machen, dafs die elektrischen Wirkungen auf einer unvermittelten Fernewirkung beruhen, dafs sie ganz ebenso ihre Gültigkeit behalten, wenn die Wirkung in die Ferne durch Vermittelung eines Mediums stattfindet, in welchem sich dieselbe von Punkt zu Punkt fortpflanzt. Die einzige Voraussetzung ist nur, dafs eine Elektricitätsmenge e auf eine andere e_1 im Abstande r nach dem an die Spitze gestellten Gesetze wirkt, dafs also die Wirkung gleich $\frac{e e_1}{r^2}$ ist. Wie diese Wirkung zustande kommt ist ganz gleichgültig. Die Sätze der Potentialtheorie sind ebenso ganz unabhängig davon, welcher Natur die Elektricität ist, was also eigentlich das ist, was wir Elektricität nennen, ob dieselbe eine Substanz ist, oder ob sie ein Zustand der materiellen Körper oder des Äthers ist, dieselben und somit auch

Digitized by Google

die aus denselben gezogenen Folgerungen gelten unabhängig von jeder Voraussetzung als nur derjenigen des Wirkungsgesetzes. Deshalb ist auch die experimentelle Bestätigung der Folgerungen der Potentialtheorie der schärfste Beweis, dafs das aus dem Coulombschen Versuchen abgeleitete Gesetz der elektrischen Fernewirkung richtig ist.

§. 38.

Sitz des elektrischen Zustandes. Die erste Frage, welche wir mit Hilfe der Sätze der Potentialtheorie zu untersuchen haben und präcise beantworten können, ist diejenige, wo denn eigentlich der Sitz der Elektricität in einem elektrisierten Körper ist, ob sich die freie ihm mitgeteilte Elektricität gleichmäfsig durch die ganze Masse des Körpers verbreitet, oder ob sich dieselbe nur an einzelnen Stellen findet.

Wir beschränken unsere Untersuchung zunächst ausdrücklich auf die vollkommenen Leiter, wie es nach unsern bisherigen Untersuchungen z. B. die Metalle sind. Da ein solcher der Bewegung der Elektricität in seinem Innern gar kein Hindernis bietet, so kann in demselben die Elektricität nur dann im Gleichgewicht sein, wenn die Anziehungen und Abstofsungen der vorhandenen Elektricität auf alle Punkte im Innern der Elektricitätsmenge sich aufheben, also gleich null sind. Denn denken wir uns den Körper mit positer Elektricität versehen, und setzen voraus, dafs auf irgend einen Punkt im Innern desselben eine Abstofsung gleichnamiger Elektricität als Wirkung der vorhandenen nach irgend einer Richtung resultiere, so würde die dort vorhandene positive Elektricität sich nach dieser, etwa vorhandene negative Elektricität sich nach der entgegengesetzten Richtung bewegen müssen, bis die Anziehungen und Abstofsungen gleich null würden. Wie wir aus den Erscheinungen der Influenz schliefsen mufsten, sind im Innern jedes Körpers an jedem Punkte gleiche Mengen positiver und negativer Elektricität vorhanden, die sich gegenseitig neutralisieren. Würde nun von der dem Körper mitgeteilten Ladung auf einen Punkt nach irgend einer Richtung eine resultierende Wirkung übrig bleiben, so würde eine Scheidung dieser beiden Elektricitäten, und damit eine andere Verteilung eintreten, so lange bis diese Wirkung gleich null geworden ist.

Damit die Wirkung der erteilten Ladung auf jeden Punkt im Innern des Körpers gleich null sei, ist notwendige und ausreichende Bedingung, dafs die Potentialfunktion der gegebenen Ladung in jedem Punkte im Innern des geladenen Körpers denselben Wert hat, oder dafs die Potentialfunktion im Innern des Körpers einen konstanten Wert hat. Denn wenn das der Fall ist, so wird für eine kleine Verschiebung eines betrachteten Punktes der Quotient

$$\frac{dV}{dn} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

nach welcher Richtung auch die Verschiebung stattfindet. Da nun jener Quotient die in die betreffende Richtung fallende Komponente der Kraft auf die dort vorhandene Einheit der Elektricität liefert, so folgt, dafs in dem Falle die Wirkung der Ladung auf jeden Punkt im Innern gleich null ist.

Digitized by Google

Daraus folgt aber weiter, dafs die Dichtigkeit der Ladung im Innern des Körpers überall gleich null sein mufs, oder dafs die dem Körper mitgeteilte Elektricität überhaupt nicht in das Innere des Körpers eindringt. Denn denken wir uns die Punkte im Innern des Körpers durch ein dreiaxiges rechtwinkliges Koordinatensystem gegeben, so folgt aus der Gleichung (1) auch

$$\frac{\partial V}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial V}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial V}{\partial z} = 0$$

und daraus ebenfalls

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = 0; \quad \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = 0; \quad \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0$$

oder auch

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = \Delta V = 0.$$

Da diese Beziehung nur für solche Punkte gilt, welche nicht innerhalb der Elektricitätsmenge sich befinden, deren Potentialfunktion V ist, so folgt, dafs die dem Körper mitgeteilte Elektricität nicht in das Innere der Körper eindringt, dafs dieselbe sich nur auf der Oberfläche ansammelt.

Zum experimentellen Nachweis dieses fundamentalen Satzes kann man nach Coulomb[1]) zunächst so verfahren, dafs man als Standkugel in die Torsionswage eine Kugel von massivem Kupfer hängt, sie elektrisiert, während die Kugel des Wagebalkens sie berührt, und die Abstofsung der beiden Kugeln mifst. Berührt man dann die Standkugel mit einer ihr ganz gleichen, so wird die Abstofsung, mit Berücksichtigung der während dieser Zeit stattfindenden Zerstreuung, gerade die Hälfte von vorhin. Dasselbe findet aber auch statt, wenn man die Standkugel mit einer anderen Kugel berührt, deren Substanz oder Oberfläche die Elektriciät leitet, vorausgesetzt, dafs die Gröfse der Kugeln dieselbe ist. Man mag eine hohle Kugel irgend eines Metalles oder eine vergoldete Kugel von Hollundermark oder von Holz anwenden; haben die Kugeln gleiche Gröfse, so nehmen sie von der Standkugel immer dieselbe Elektricitätsmenge fort. Aus diesen Versuchen folgt, dafs von der Standkugel immer dieselbe Elektricitätsmenge auf die berührenden Körper abfliefst, welches auch die Substanz sei, aus denen sie bestehen, ob sie massiv oder hohl seien, wenn nur die Oberfläche der Körper dieselbe ist. Daraus wird man schliefsen müssen, dafs der elektrische Zustand eines Körpers von der Masse desselben ganz unabhängig, dafs er nur auf die Oberfläche der Körper beschränkt ist, dafs die Elektricität bei einem elektrischen Körper nicht in das Innere eindringt.

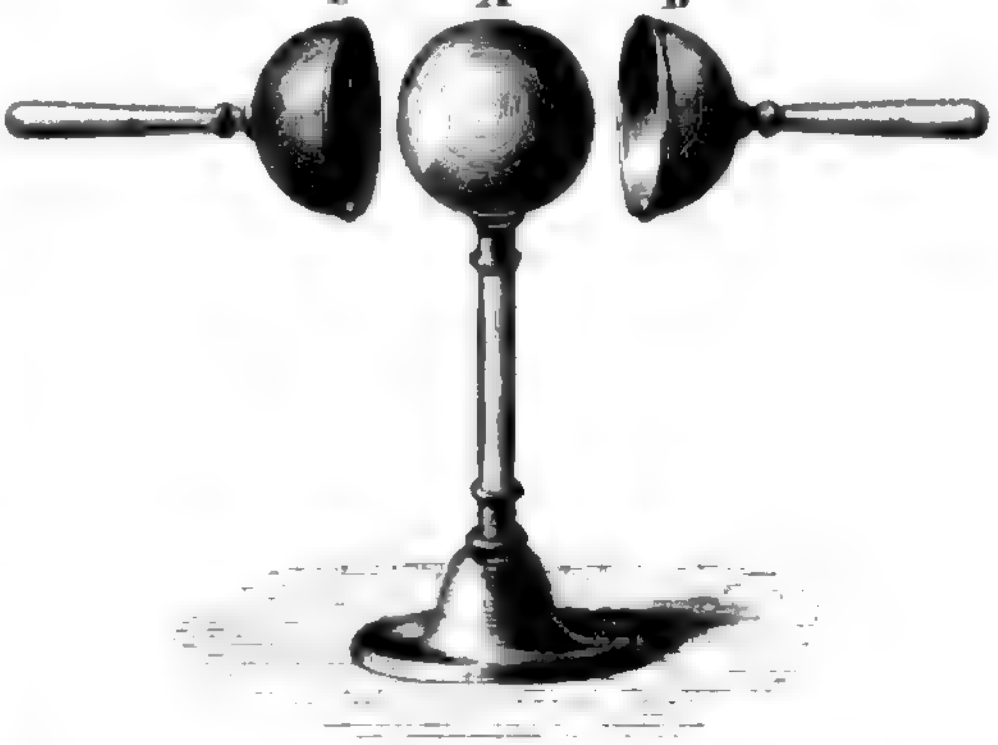
Man kann diese Folgerung leicht durch direkte Versuche bestätigen. Coulomb stellte eine Metallkugel A (Fig. 50) auf eine isolierende Stütze und liefs zwei auf dieselbe passende und sie genau umschliefsende Halbkugeln B und C herstellen, welche an isolierenden Handhaben befestigt waren. Wurde nun A mit diesen Hüllen bedeckt und dann das ganze System kräftig elektrisiert, so zeigten sich die Halbkugeln, wenn sie

1) *Coulomb*, Mémoires de l'Académie de Paris 1786, 1787, 1788.

Digitized by Google

abgehoben wurden, elektrisch, dagegen die Kugel *A* zeigte keine Spur von Elektricität. Wurde die Kugel *A* elektrisiert und dann mit den beiden Halbkugeln bedeckt, so blieb dieselbe nach Fortnahme der beiden Halbkugeln vollkommen unelektrisch zurück, alle Elektricität war auf die beiden Halbkugeln übergegangen.

Fig. 50.



Bei einem anderen Versuche liefs Coulomb eine leitende Hohlkugel herstellen, welche mehrere Löcher von 1 cm Durchmesser besafs, und befestigte dieselbe auf einer isolierenden Stütze. Die Kugel wurde kräftig elektrisiert. Wurde dann die äufsere Seite der Kugel mit einem Scheibchen von Goldpapier von circa 4 mm Durchmesser, das an einem isolierenden Stiel befestigt war, berührt, so wurde das Scheibchen stark elektrisch. Berührte man dagegen mit dem Scheibchen die innere Seite der Kugel, so liefs sich auf demselben keine Spur von Elektricität erkennen.

Schon früher hatte Franklin durch einen ganz ähnlichen Versuch und Priestley dadurch denselben Nachweis geliefert, dafs er zwei an Seidenfäden befestigte und sich berührende Hollundermarkkugeln in einen stark elektrisierten zinnernen Becher herabliefs. Wäre der innere Raum des Bechers mit elektrisiert worden, so hätten die beiden Pendel sich abstofsen müssen, sie blieben aber ruhig neben einander hängen.

Den letzteren Versuch hat Faraday[1]) in grofsartigem Mafsstabe wiederholt. Er liefs aus leichten Holzrahmen das Gerüst eines Würfels von mehr als drei Meter Seitenlänge verfertigen und zwischen den Rahmen Kupferdrähte kreuzweise spannen, so dafs er einen Würfel erhielt, dessen Seitenflächen aus Drahtnetzwerk bestanden. Er liefs die Seiten noch mit Papier und dieses dicht mit Stanniol bekleben. Diese Kammer, deren Wände also aus guten Leitern der Elektricität bestanden, wurde in einem grofsen Saale isoliert aufgestellt. Darauf begab sich Faraday in dieselbe hinein, versehen mit den feinsten Elektroskopen, und liefs die Kammer so stark wie möglich elektrisieren. Trotzdem aber liefs sich in dem Innern derselben keine Spur von Elektricität erkennen.

Noch in einer anderen Weise zeigte Faraday, dafs die Elektricität nur auf der Oberfläche der Körper vorhanden ist. An einem Metallring (Fig. 51), welcher auf einem isolierenden Glasfufse befestigt war, wurde ein Drahtnetz in Form eines Insektennetzes befestigt. An dem Boden

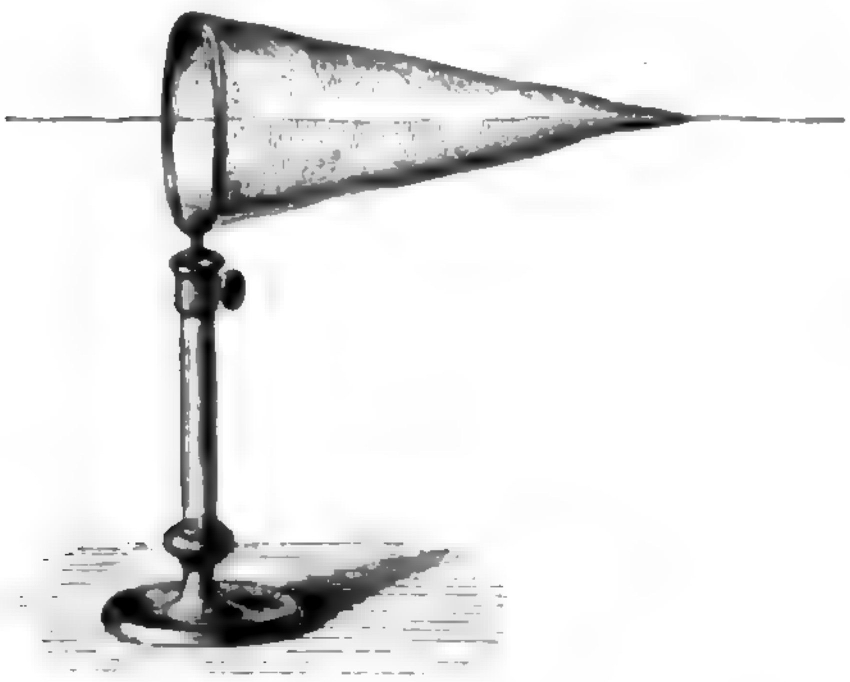
---

1) *Faraday,* Experimental researches in electricity art. 1170—1175. Poggend. Ann. Bd. XLVI.

Digitized by Google

desselben war ein Seidenfaden befestigt, so daſs man mit demselben das Drahtnetz hin und her umstülpen konnte. Das Netz wurde elektrisiert und durch Berührung der Oberfläche mit einem Scheibchen von Goldpapier, das an einem isolierenden Stiele befestigt war, der Nachweis geliefert, daſs die Oberfläche elektrisch war. Die Berührung der inneren Seite wies dieselbe als unelektrisch nach. Darauf wurde durch einen Zug an dem Seidenfaden das Netz umgestülpt, so daſs die vorher innere Seite zur äuſseren wurde. Sofort zeigte sich die jetzt äussere, vorhin als nicht elektrisch erkannte Seite elektrisch, dagegen die vorher äuſsere und elektrische Seite als nicht elektrisch. Die Elektricität hat also die Fläche, der sie mitgeteilt war, sofort verlassen, als diese zu einer inneren wurde, und ist auf die äuſsere Fläche übergegangen.

Fig. 51.



Dasselbe ergiebt sich aus einem Versuche von Franklin; eine silberne Theekanne, in welche eine Kette mit einem Seidenfaden eingesenkt war, wurde elektrisiert, so daſs die Pendel eines mit der Kanne verbundenen Elektroskopes stark divergierten. Darauf wurde die Kette mit dem Seidenfaden allmählich herausgehoben; es zeigte sich, daſs in dem Maſse, als die Kette herausgehoben wurde, die Divergenz des Elektroskopes sich verminderte. Wurde die Kette wieder hinabgelassen, so stieg die Divergenz wieder, und war die Kette wieder ganz versenkt, so war die Divergenz fast die frühere. Die Elektricität ging also von der Kanne zum Teil auf die Kette über, als diese auſserhalb der Kanne und mit ihr in leitender Berührung war, sie ging wieder vollständig auf die Kanne über, als die Kette in deren Inneres versenkt war.

Fig. 52.

Für diesen Versuch hat Magnus später einen kleinen, sehr instruktiven Apparat konstruiert. Ein kleiner Messingcylinder ist mit zwei cylindrischen Fortsätzen an einer Seidenschnur aufgehängt (Fig. 52). Um den Cylinder ist ein Metallblatt gewickelt. Das eine Ende des Metallblattes ist der ganzen Breite nach an dem Cylinder befestigt, das andere Ende ist mit einem Holzstäbchen versehen, an dessen Enden ebenfalls eine Seidenschnur befestigt ist. An diesem Ende sind an dem Metallblatte zwei neben einander hängende elektrische Pendel befestigt. Der Apparat wird elektrisiert, so daſs die Pendel stark divergieren. Zieht man dann an der Seidenschnur das Metallblatt ab, so wird in dem Maſse als die Oberfläche des Apparates sich vergrössert, die Divergenz der Pendel kleiner. Läſst man die Seidenschnur los, so rollt sich

Digitized by Google

der Apparat wieder auf, da bei dem Abziehen der Messingcylinder an der Seidenschnur, an der er hängt, sich in die Höhe rollte. In dem Mafse aber, wie das Metallblatt sich wieder aufrollt, wird die Divergenz der Pendel wieder gröfser.

Die Versuche bestätigen somit die aus der Theorie gezogene Folgerung, sie zeigen, dafs sich die Elektricität bei leitenden Körpern nur auf der Oberfläche befindet, oder dafs sie dort nur eine unendlich dünne Schicht bildet. Wir müssen deshalb die Dichtigkeit der Elektricität in derselben Weise definieren, wie wir im §. 6 die Flächendichte eines wirksamen Agens definiert haben. Ist $d\sigma$ ein Element der Oberfläche und an dieser Stelle ε die Dicke der elektrischen Schicht, und ist $\varkappa$ die Dichtigkeit der Elektricität in der bisherigen Bedeutung, so ist die auf dem Element vorhandene Elektricität gleich $\varkappa \cdot \varepsilon \cdot d\sigma$. Setzen wir

$$\varkappa\, \varepsilon = h,$$

so wird die Menge der Elektricität $h \cdot d\sigma$. Der Koefficient h bedeutet darnach die auf der Einheit der Oberfläche vorhandene Elektricität, vorausgesetzt, dafs $\varkappa$ und ε auf der Flächeneinheit überall denselben Wert haben. Diesen Koefficienten h bezeichnet man deshalb als die Dichtigkeit der Elektricität. Die auf einem Körper vorhandene Elektricität ist somit durch das über die ganze Oberfläche des Körpers ausgedehnte Integral

$$Q = \int h\, d\sigma$$

gegeben.

Hieraus folgt, dafs wir die Dichtigkeit der Elektricität auf der Oberfläche der Körper, sowie die Menge, welche auf der Oberfläche vorhanden ist, mit Hilfe der Sätze des §. 6 und §. 7 der Einleitung zu bestimmen haben.

Nach §. 7 erhält man die auf einem Körper vorhandene Elektricitätsmenge aus dem Satze, dafs die Summe der auf die verschiedenen Elemente der Oberfläche eines Körpers senkrecht zur Oberfläche wirkenden Komponenten der Kraft, dieselben berechnet unter der Voraussetzung, dafs sich in den Punkten, wo die Elemente liegen, die Einheit der freien Elektricität befindet, dividiert durch 4π, gleich ist der von dieser Oberfläche umschlossenen beziehungsweise der auf ihr vorhandenen Elektricitätsmenge.

Ist demnach V die Potentialfunktion der auf einem Körper vorhandenen freien Elektricität an einem Punkte der Oberfläche, wo das Element $d\sigma$ liegt, und bezeichnen wir die nach aufsen gerechnete Normale mit n, so dafs

$$-\frac{dV}{dn}$$

die in dem betreffenden Punkte nach aufsen gerichtete parallel der Normale wirksame Kraft ist, so ist die auf der Oberfläche des Körpers vorhandene Elektricitätsmenge Q

$$Q = -\frac{1}{4\pi}\int \frac{dV}{dn}\, d\sigma.$$

Digitized by Google

Für die Dichtigkeit der Elektricität an irgend einem Punkte der Oberfläche eines Körpers oder auch einer Fläche folgt aus §. 6

$$\left(\frac{dV}{dn}\right)_{+0} - \left(\frac{dV}{dn}\right)_{-0} = -4\pi h,$$

wo das Zeichen $+0$ beziehungsweise -0 bedeutet, dafs der Differentialquotient einmal nach der positiven Richtung der Normale n, das anderemal nach der negativen Richtung der Normale zu nehmen und dafs dann in den Differentialquotienten $n = 0$ gesetzt werden soll.

Da im Innern eines Körpers die Potentialfunktion konstant ist, so folgt, wenn wir die negative Richtung der Normale nach innen rechnen,

$$\left(\frac{dV}{dn}\right)_{-0} = 0,$$

für einen Körper ist demnach

$$\left(\frac{dV}{dn}\right)_{+0} = -4\pi h,$$

somit

$$h = -\frac{1}{4\pi}\left(\frac{dV}{dn}\right)_{+0}.$$

Die Dichtigkeit der Elektricität an einer Stelle der Oberfläche, das heifst also die Elektricitätsmenge, welche auf der Flächeneinheit der Oberfläche an der betreffenden Stelle vorhanden sein würde unter der Voraussetzung, dafs auf allen Elementen der Flächeneinheit gleichviel Elektricität vorhanden wäre, ist somit gleich der durch 4π dividierten von der auf dem Körper vorhandenen Elektricität auf den betrachteten Punkt ausgeübten Kraft, vorausgesetzt, dafs sich dort die Einheit der Elektricität befände.

Die von einer elektrischen Schicht auf einen ihrer Punkte ausgeübte Wirkung sucht die dort befindliche Elektricität nach aufsenhin parallel der Normale von der Oberfläche zu entfernen, da in Punkten einer Niveaufläche die resultierende Kraft parallel der Normalen ist. Bei einer Dichtigkeit h ist die auf dem Elemente $d\sigma$ vorhandene Elektricität gleich $hd\sigma$. Um den Druck zu bestimmen, welchen dieses Element nach aufsen erfährt, müssen wir zunächst untersuchen, welcher Teil der parallel der Normale nach aufsen gerichteten Wirkung von dem Elemente $d\sigma$ selbst herrührt, welcher Teil von der übrigen auf der Oberfläche des Körpers vorhandenen Elektricität. Nur die letztere ist es, welche das Element selbst parallel der Normalen antreibt.

Das Element selbst können wir, welches auch die Krümmung der Oberfläche des Körpers ist, als eben betrachten. Nehmen wir einen Punkt so nahe bei dem Elemente, dafs wir den senkrechten Abstand desselben vom Elemente, selbst gegen die Dimensionen des Elementes, als sehr klein ansehen können. Nennen wir die Potentialfunktion des Elementes in in diesem Punkte V_σ, diejenige der übrigen vorhandenen Elektricität V_u, so ist die Potentialfunktion der ganzen Menge in dem Punkte

$$V = V_\sigma + V_u,$$

und die parallel der Normale auf den betreffenden Punkt ausgeübte Wirkung

Digitized by Google

$$\frac{dV}{dn} = \frac{dV_a}{dn} + \frac{dV_u}{dn}.$$

Da wir ausdrücklich vorausgesetzt haben, dafs der Punkt dem Elemente so nahe liegt, dafs wir seinen Abstand selbst gegen die Dimensionen des Elementes als verschwindend klein betrachten können, so dürfen wir zur Bestimmung der Wirkung des Elementes $d\sigma$ die Sätze des §. 8 anwenden und erhalten

$$\frac{dV_a}{dn} = -2\pi h,$$

somit

$$\frac{dV}{dn} = -4\pi h = -2\pi h + \frac{dV_u}{dn},$$

oder

$$\frac{dV_u}{dn} = -2\pi h.$$

Die Hälfte der ganzen Wirkung auf einen in unmittelbarster Nähe der Oberfläche liegenden Punkt rührt somit von dem Elemente selbst her, über welchem sich der Punkt befindet, die andere Hälfte von der übrigen auf der Oberfläche befindlichen Elektricität. Rückt der betrachtete Punkt in das Element selbst, so wird die Wirkung des Elementes auf ihn selbst gleich null, denn nach §. 8 geht bei dem Passieren der Ebene die Wirkung derselben auf einen Punkt aus $2\pi h$ in $-2\pi h$ über, in der Ebene selbst mufs also die Wirkung null sein. Die Wirkung auf einen Punkt des Elementes, wenn er die Einheit der Elektricität enthalten würde, ist somit

$$-\frac{dV_u}{dn} = 2\pi h,$$

die Wirkung auf das die Elektricitätsmenge $h d\sigma$ enthaltende Element demnach

$$-h d\sigma \frac{dV_u}{dn} = 2\pi h^2 d\sigma.$$

Der Faktor $2\pi h^2$ giebt die Kraft, mit welcher die auf der Flächeneinheit vorhandene Elektricität, vorausgesetzt auf derselben sei überall die Dichtigkeit gleich h, nach aufsen hin getrieben wird. Wir wollen diesen Faktor als die Spannung der freien Elektricität bezeichnen, so dafs diese Spannung dem Quadrate der Dichtigkeit proportional ist.

Da hiernach die Elektricität an jeder Oberfläche einen Antrieb nach aufsen erfährt, so folgt notwendig, dafs ein Gegendruck von seiten der Umgebung vorhanden sein mufs, welcher die Elektricität auf der Oberfläche zurückhält. Wodurch dieser Gegendruck ausgeübt wird, ob vielleicht durch den Äther, das läfst sich nicht näher angeben.

§. 39.

Verteilung der Elektricität auf einzelnstehenden Leitern. Im vorigen Paragraphen haben wir aus den Gesetzen der elektrischen Anziehung und Abstofsung und aus der durch die Influenzwirkung gemachten Erfahrung, dafs in jedem Punkte eines Körpers im neutralen Zustande

Digitized by Google

gleich groſse Mengen positiver und negativer Elektricität vorhanden sind, den Schluſs gezogen und experimentell bestätigt, daſs eine elektrische Ladung nicht in das Innere eines Körpers eindringt, sondern sich nur auf der Oberfläche ausbreitet. Ganz dieselben Gesetze geben uns aber sofort auch weiter an, wie die Elektricität auf der Oberfläche der Körper verteilt sein muſs, oder welches die Dichtigkeit h an den verschiedenen Stellen einer gegebenen Oberfläche sein muſs, wenn der Körper mit einer gegebenen Menge von Elektricität versehen ist.

Damit die Elektricität auf einer Fläche im Gleichgewicht sei, ist notwendige und ausreichende Bedingung, daſs in jedem Punkte der Fläche die resultierende Wirkung der gesamten vorhandenen Elektricität normal gegen die Fläche ist. Das ist der Fall, wenn die Potentialfunktion der gesamten vorhandenen Elektricität in jedem Punkte der Fläche einen und denselben Wert hat, oder wenn die Fläche eine Niveaufläche für die vorhandene Elektricitätsmenge ist.

Zu dieser Bedingung tritt hinzu, daſs die gesamte Elektricität eben nur auf der Fläche selbst sich befindet, daſs also in dem von der Oberfläche umschlossenen Raum die Potentialfunktion konstant sein muſs, weil in demselben die Summe der drei zweiten partiellen Differentialquotienten, also $\Delta V = 0$ sein muſs.

Infolge dieser beiden Bedingungen muſs die Verteilung der Elektricität eine ganz bestimmte sein, und es giebt nur eine einzige Verteilung, welche diesen beiden Bedingungen Genüge leistet.

Daſs die erste Bedingung, die Oberfläche muſs eine Niveaufläche der gegebenen Elektricität sein, nicht allein genügt, um eine bestimmte Verteilung zu geben, erkennt man schon an dem Beispiele einer Kugel. Haben wir eine homogene Kugel, welche die Menge Q des wirksamen Agens enthält, das heiſst ist diese Menge durch den ganzen Raum mit gleichförmiger Dichtigkeit verteilt, so ist die Potentialfunktion derselben, wie wir in der Einleitung sahen, für jeden auſserhalb der Kugel in der Entfernung a vom Mittelpunkt der Kugel entfernten Punkt gleich $\frac{Q}{a}$; ist der Radius der Kugel gleich R, so ist auf der Oberfläche der Kugel die Potentialfunktion gleich $\frac{Q}{R}$. Genau denselben Wert hat aber die Potentialfunktion, wenn die Verteilung im Innern der Kugel so ist, daſs sie aus homogenen Kugelschalen besteht, daſs die Dichtigkeit der einzelnen Schalen, an allen Stellen derselben die gleiche, mit dem Abstande vom Mittelpunkte sich ändert, oder daſs selbst die ganze Menge des Agens auf der Oberfläche der Kugel vom Radius R angehäuft ist. Im Innern der Kugel vom Radius R sind dagegen bei diesen verschiedenen Verteilungen die Werte der Potentialfunktion wesentlich verschieden; soll im Innern der Kugel vom Radius R die Potentialfunktion überall denselben Wert haben wie auf der Oberfläche, so ist das nur möglich, wenn das gesamte Agens sich auf der Oberfläche befindet und auf dieser ganz gleichförmig verteilt ist. Ebenso in allen Fällen; da die Elektricität sich nur auf der Oberfläche der Körper befindet, und da diese Fläche eine Niveaufläche sein muſs, so folgt notwendig, daſs die Verteilung der Elektricität auf derselben eine ganz bestimmte ist.

Digitized by Google

Dieser Satz schliefst den wichtigen Satz in sich, dafs die Verteilung der Elektricität auf einem einzeln stehenden Leiter nicht von der Menge der dem Leiter mitgeteilten Elektricität, also nicht von der Gröfse der Ladung abhängig sein kann, das heifst, dafs durch eine Vermehrung oder Verminderung der Ladung an allen Stellen der Oberfläche sich die Dichtigkeit der Elektricität in ganz gleichem Verhältnisse ändern mufs. Hieraus folgt weiter, dafs die Potentialfunktion der auf einem gegebenen Leiter vorhandenen Elektricität der Menge dieser Elektricität proportional sein mufs. Denn ist h die Dichtigkeit der Elektricität auf dem Flächenelement $d\sigma$, so ist die Potentialfunktion

$$V_h = \int \frac{h\,d\sigma}{r}.$$

Geht durch Änderung der Elektricitätsmenge die Dichtigkeit der Elektricität an allen Stellen in $k \cdot h$ über, so wird die Potentialfunktion

$$V_k = \int \frac{kh\,d\sigma}{r} = k \int \frac{h\,d\sigma}{r} = k\,V_h.$$

Ist demnach C der Wert der Potentialfunktion an irgend einer Stelle des Raumes, wenn dem Leiter die Elektricitätsmenge eins mitgeteilt wird, so wird der Wert V der Potentialfunktion, wenn demselben die Elektricitätsmenge Q mitgeteilt wird,

$$V = C \cdot Q.$$

Bezeichnen wir speciell den Wert der Potentialfunktion auf der Oberfläche des Leiters mit V, so können wir die auf dem Leiter vorhandene Elektricitätsmenge setzen

$$Q = \frac{1}{C}\,V = K\,V,$$

oder die auf dem Leiter vorhandene Elektricitätsmenge ist gleich der auf demselben vorhandenen Potentialfunktion multipliziert mit einer Konstanten. Die Bedeutung der Konstanten ergiebt sich daraus, dafs

$$Q = K,$$

wenn $V = 1$; es ist also diejenige Elektricitätsmenge, welche dem Leiter mitgeteilt werden mufs, damit der Wert der Potentialfunktion auf demselben gleich eins ist. Man bezeichnet diese Konstante als die Kapacität des Leiters.

So einfach hiernach das Princip zur Berechnung der Verteilung der Elektricität auf einem Leiter ist, so schwierig ist in den meisten Fällen die Durchführung der Rechnung, indem sobald die Oberflächen, um deren Untersuchung es sich handelt, nicht von der einfachsten geometrischen Gestalt sind, die mathematischen Hilfsmittel zur Behandlung der Aufgaben nicht ausreichen. Wir können schon deshalb auf eine ausführliche Behandlung der Probleme, welche zudem rein mathematischer Natur sind, nicht eingehen[1]); wir beschränken uns auf die theoretische Behandlung

1) Derartige Rechnungen sind zuerst von *Poisson*, Mémoires de l'Acad de Paris 1811 T. XII, später von *Green*, Crelles Journal Bd. XLIV und Bd. XLVII u. a. durchgeführt. Man sehe *Beer*, Einleitung in die Elektrostatik etc., *Kötterisch*, Elektrostatik.

Digitized by Google

einzelner weniger der einfachsten Fälle und gehen etwas ausführlicher auf das experimentelle Verfahren zur Untersuchung der Verteilung der Elektricität ein.

Der einfachste Fall ist der einer Kugel. Die Potentialfunktion einer Kugelschale vom Radius R, welche die Elektricitätsmenge Q enthält, ist nur unter der Voraussetzung, dafs die Dichtigkeit an allen Stellen die gleiche ist, auf der Fläche und im Innern überall

$$V = \frac{Q}{R}.$$

In dem Falle sind also die Niveauflächen Kugeln. Bei einer mit Elektricität geladenen Kugel mufs also die Dichtigkeit der Elektricität an allen Stellen dieselbe sein, oder sie ist einfach

$$h = \frac{Q}{4\pi R^2}$$

gleich dem Quotienten aus der Menge und der Gröfse der Kugelfläche.

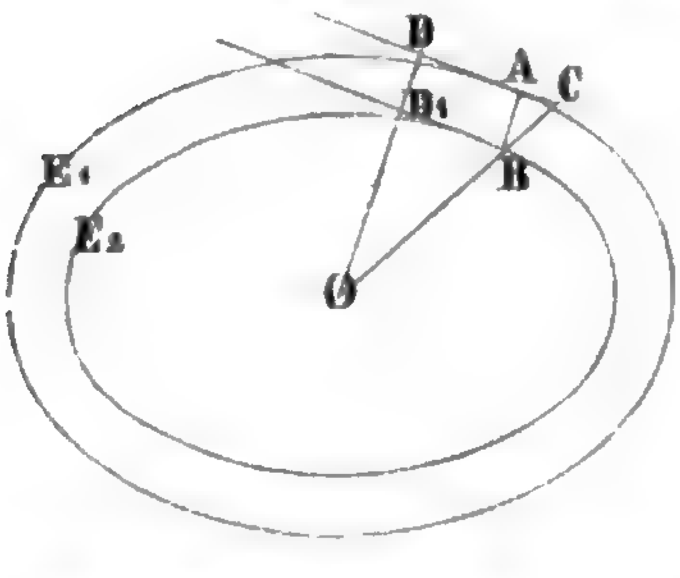
Die Menge der auf einer Kugel vorhandenen Elektricität ausgedrückt durch die Potentialfunktion ist

$$Q = R \cdot V.$$

Die Kapacität der Kugel ist somit gleich ihrem Radius.

Beim Ellipsoid erhalten die verschiedenen Punkte schon eine verschiedene Dichtigkeit; berechnet man das Potential einer homogenen ellipsoidischen Schale, das heifst einer Schale, welche von zwei konzentrischen Ellipsoiden begrenzt ist, deren homologe Axen in demselben Verhältnisse zu einander stehen, so findet man, dafs dasselbe im Innern überall denselben Wert hat, und dafs somit die Oberfläche desselben eine Niveaufläche ist. Wenden wir diesen Satz zur Bestimmung der elektrischen Dichtigkeit an, so folgt, dafs die Dichtigkeiten an den verschiedenen Stellen sich verhalten müssen, wie die Dicken einer solchen Schale an eben diesen Stellen. Denn bezeichnen wir mit ε die wenn auch unmefsbar kleine Dicke der elektrischen Schicht, mit $\varkappa$, wie früher, die räumliche Dichtigkeit, so war nach unserer Definition die elektrische Dichtigkeit

Fig. 53.



$$h = \varkappa \cdot \varepsilon.$$

Da nun für eine homogene ellipsoidische von zwei konzentrischen ähnlichen Ellipsoiden begrenzte Schale die Oberfläche eine Niveaufläche ist, so folgt, dafs sich die Elektricität in einer solchen Schale auf einem Ellipsoid ausbreiten mufs. Sind nun ε_1 und ε_2 die Dicken einer solchen Schale an zwei verschiedenen Stellen, h_1 und h_2 die entsprechenden Dichtigkeiten, so folgt

$$h_1 : h_2 = \varepsilon_1 : \varepsilon_2.$$

Um das Verhältnis dieser Dicken zu bestimmen, seien Fig. 53 E_1 und E_2 die Durchschnitte durch das äufsere und innere Begrenzungs-

Digitized by Google

ellipsoid, und AB die Dicke der Schicht im Punkte A. Da AB senkrecht zu den Elementen der Ellipsoide A und B ist, so ist es der senkrechte Abstand der beiden an diese Punkte der Ellipsoide gelegten Tangentialebenen. Ist nun OD die von dem Mittelpunkte O der Schale auf die an A gelegte Tangentialebene gezogene Senkrechte, D_1 der Punkt, wo diese Senkrechte die an B gelegte Tangentialebene trifft, OC der durch B gelegte Halbmesser, so ist

$$AB : OD = BC : OC$$
$$AB : OD_1 = BC : OB.$$

Setzen wir das Verhältnis der homologen Axen, welches dasselbe ist, wie jenes der homologen Halbmesser,

$$\frac{OC}{OB} = 1 + \alpha,$$

so ist

$$\frac{BC}{OB} = \frac{OC - OB}{OB} = \alpha,$$

somit auch

$$AB = \alpha \cdot OD_1.$$

Setzen wir nun den Abstand der an B gelegten Tangentialebene vom Mittelpunkte O oder OD_1 gleich p, so wird

$$AB = \varepsilon = \alpha \cdot p$$

und

$$h_1 : h_2 = p_1 : p_2.$$

Die Dichtigkeiten der Elektricität an den verschiedenen Punkten eines Ellipsoides verhalten sich wie die Abstände der an diese Punkte gelegten Tangentialbenen von dem Mittelpunkte des Ellipsoides.

Um die Dichtigkeit an den verschiedenen Punkten zu berechnen, seien a, b, c die Axen des innern Ellipsoides, dann ist dessen Volumen

$$\frac{4}{3} \pi abc.$$

Das Volumen des äufsern ist, da dessen Axen sind $a(1+\alpha)$, $b(1+\alpha)$, $c(1+\alpha)$,

$$\frac{4}{3} \pi abc (1+\alpha)^3 = \frac{4}{3} \pi abc (1 + 3\alpha).$$

Das Volumen der Schale somit

$$4\pi abc\,\alpha.$$

Ist $\varkappa$ die Dichtigkeit der Elektricität in der Schale, so ist die gesamte Elektricitätsmenge

$$Q = 4\pi abc\,\alpha\varkappa.$$

Für die Stelle, an welcher die Schale die Dicke $\varepsilon = \alpha \cdot p$ hat, ergiebt sich daraus für die Dichtigkeit h der Elektricität auf der Oberfläche des Ellipsoides

$$h = \varkappa\alpha p = \frac{Q}{4\pi abc} \cdot p.$$

Digitized by

Ist die Lage des Punktes B auf dem Ellipsoide durch seine Koordinaten x, y, z gegeben, deren Richtung parallel den drei Axen a, b, c ist, und deren Anfangspunkt der Mittelpunkt 0 ist, so liefert die analytische Geometrie für p den Ausdruck

$$p = \frac{1}{\sqrt{\frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2}{b^4} + \frac{z^2}{c^4}}},$$

und damit wird h

$$h = \frac{Q}{4\pi abc} \frac{1}{\sqrt{\frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2}{b^4} + \frac{z^2}{c^4}}}.$$

An den Enden der drei Axen verhalten sich darnach die Dichtigkeiten wie die Längen der Axen selbst, da die Axen senkrecht sind zu den an ihre Endpunkte gelegten Tangentialebenen.

Bei einem Rotationsellipsoid ist die Dichtigkeit an allen Punkten des Äquatorialschnitts dieselbe, von da ab nimmt sie stetig zu oder ab bis zum Endpunkt der Umdrehungsaxe.

Aus dem Ausdrucke für die Verteilung der Elektricität auf einem Ellipsoide kann man unmittelbar die Verteilung auf einer elliptischen Platte ableiten, indem man eine solche Platte als ein Ellipsoid betrachtet, dessen eine Axe, etwa c, verschwindend klein ist. Aus der Gleichung des Ellipsoides

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

erhalten wir zunächst

$$\frac{z^2}{c^4} = \frac{1}{c^2}\left(1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}\right),$$

und indem wir diesen Ausdruck in die Gleichung für h einführen,

$$h = \frac{Q}{4\pi ab} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{a^2 - c^2}{a^4} x^2 - \frac{b^2 - c^2}{b^4} y^2}}.$$

Setzen wir hierin $c = 0$, wodurch das Ellipsoid in eine elliptisch begrenzte Fläche übergeht, so wird

$$h = \frac{Q}{4\pi ab} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}}}.$$

Setzen wir in diesem Ausdrucke schliefslich $a = b$, so geht die elliptische Platte in eine kreisförmige über und die Dichtigkeit auf derselben wird

$$h = \frac{Q}{4\pi a^2} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{x^2 + y^2}{a^2}}}.$$

Für alle Punkte eines um den Mittelpunkt der Platte gelegten Kreises vom Radius r wird

$$x^2 + y^2 = r^2$$

und damit

Digitized by Google

$$h = \frac{Q}{4\pi a^2} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{r^2}{a^2}}}.$$

In allen Punkten eines um den Mittelpunkt der Platte gelegten Kreises ist somit die Dichtigkeit dieselbe, die Dichtigkeit wächst vom Mittelpunkte bis zum Rande, und am Rande, wo $a = r$, würde die Dichtigkeit unendlich grofs. Dabei ist indes vorausgesetzt, dafs die Platte unendlich dünn wäre; bei wirklich ausführbaren Platten, die eine endliche Dicke haben, ist am Rande die Dichtigkeit eine endliche.

Selbst bei einer unendlich dünnen Platte, auf welcher h für $r = a$ unendlich wird, ist keineswegs die Elektricität vorwiegend am Rande aufgespeichert, weil die unendliche Dichtigkeit nur auf einem unendlich schmalen Kreise, strenge nur auf einer Kreislinie vorhanden wäre. Man erkennt das direkt[1]), wenn man die Elektricitätsmenge berechnet, welche auf einem centralen kreisförmigen Stücke der Platte vorhanden, und jene, welche auf dem übrig bleibenden Ringe vorhanden ist. Die auf einem Ringe, dessen innerer Radius r, dessen Breite dr ist, vorhandene Elektricität ist

$$2\pi h r\, dr = \frac{Q}{2a^2} \frac{r\, dr}{\sqrt{1 - \frac{r^2}{a^2}}};$$

die auf einer centralen Kreisfläche vom Radius ϱ vorhandene ist somit

$$Q_1 = \int_0^{\varrho} \frac{Q}{2a} \frac{r\, dr}{\sqrt{a^2 - r^2}} = \frac{Q}{2}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{\varrho^2}{a^2}}\right);$$

die auf dem äufsern Ringe vorhandene ergänzt die auf dem centralen Kreise vorhandene zu $\frac{1}{2} Q$, da Q die auf der ganzen Platte, also die auf beiden Seiten derselben vorhandene Elektricität ist. Es ist demnach die auf dem Ringe vorhandene Menge Q_2

$$Q_2 = \frac{Q}{2} \sqrt{1 - \frac{\varrho^2}{a^2}},$$

wie sich auch durch direkte Berechnung ergeben hätte, wenn wir das Integral von $r = \varrho$ bis $r = a$ genommen hätten. Ist z. B. $\varrho = 0{,}8\,a$, so ist

$$Q_1 = 0{,}4\,\frac{Q}{2} \qquad Q_2 = 0{,}6\,\frac{Q}{2},$$

während die Gröfse der centralen Fläche 0,64 der ganzen Fläche ist.

Um die Kapacität einer kreisförmigen Platte zu bestimmen, müssen wir die Potentialfunktion in derselben berechnen. Wir berechnen zu dem Zwecke die Potentialfunktion für einen in der Axe der Platte liegenden Punkt und setzen in dem sich ergebenden Werte der Potentialfunktion den Abstand des Punktes von der Platte gleich null. Wir bekommen so den Wert der Potentialfunktion für den Mittelpunkt der Platte, welcher, da wir wissen, dafs der Wert der Potentialfunktion an allen Stellen der Platte derselbe ist, gleichzeitig für die ganze Platte gilt.

---

1) *Clausius*, Mechanische Wärmetheorie II. Bd. S. 17.

Digitized by Google

Für einen Ring vom Radius r und der Breite dr ist die Potentialfunktion in Bezug auf einen Punkt, welcher sich im Abstande z von der Platte befindet,

$$\frac{2\pi r\, dr \cdot h}{\sqrt{r^2+z^2}} = \frac{2\pi r\, dr}{\sqrt{r^2+z^2}} \cdot \frac{Q}{4\pi a} \frac{1}{\sqrt{a^2-r^2}}.$$

Integrieren wir diesen Ausdruck von $r = 0$ bis $r = a$, so erhalten wir die Potentialfunktion der auf der einen Seite der Platte befindlichen Elektricität in dem betrachteten Punkte. Da die andere Seite der Platte die gleiche Elektricitätsmenge besitzt und da diese bei der vorausgesetzten unendlich geringen Dicke der Platte von dem betrachteten Punkte die gleiche Entfernung hat, so ist das Doppelte des soeben definierten Integrals die Potentialfunktion der auf der Platte überhaupt befindlichen Elektricität im Punkte z. Dieselbe ist somit

$$V = \int_0^a \frac{Q}{2a} \frac{2r\, dr}{\sqrt{r^2+z^2}\sqrt{a^2-r^2}}.$$

Setzt man hierin

$$\sqrt{\frac{a^2-r^2}{r^2+z^2}} = t,$$

so bringt man das Integral leicht auf die Form

$$V = -\int \frac{Q}{2a}\, 2 \frac{dt}{1+t^2},$$

wo dann als untere Grenze entsprechend $r = 0$ für t einzusetzen ist $\frac{a}{z}$, und als obere Grenze entsprechend $r = a$ für t sich der Wert 0 ergiebt. Da der Differentialausdruck unter dem Wurzelzeichen das Differential von arc (tang $= t$) ist, so folgt

$$V = \frac{Q}{2a} \cdot 2 \operatorname{arc}\left(\operatorname{tang} = \frac{a}{z}\right).$$

Wird für den Mittelpunkt der Platte hierin $z = 0$ gesetzt, so wird die Tangente unendlich, somit der Bogen gleich $\frac{\pi}{2}$. Demnach wird für die Platte

$$V = \frac{\pi}{2a} Q,$$

oder

$$Q = \frac{2a}{\pi} V.$$

Die Kapacität einer kreisförmigen Platte ist somit gleich dem Radius der Platte dividiert durch $\frac{\pi}{2}$; dieselbe ist also gleich der Kapacität einer Kugel vom gleichen Radius dividiert durch $\frac{\pi}{2}$. Da die Kugeloberfläche doppelt so grofs ist als die Oberfläche der Platte, so folgt, dafs die Kapacität einer Platte relativ erheblich gröfser ist als diejenige einer Kugel.

Wir bemerken hier, dafs wie es die Beispiele von Kugel und Platte zeigen, allgemein die Dimension einer Kapacität diejenige einer Länge ist.

Digitized by Google

Diese Bemerkung gestattet uns sofort die Dimension der Potentialfunktion zu bestimmen, indem das Produkt der Potentialfunktion und der Kapacität, also einer Länge eine Elektricitätsmenge bedeutet. Da nach §. 31

$$Q = z\,[\mu^{1/2}\lambda^{3/2}\tau^{-1}] = \lambda V,$$

so folgt

$$V = z\,[\mu^{1/2}\lambda^{1/2}\tau^{-1}],$$

worin z wie immer in dieser Bezeichnung eine Zahl, μ, λ, τ die Einheiten der Masse, Länge und Zeit bedeuten.

Der Satz, dafs die Potentialfunktion auf einem Leiter überall den gleichen Wert hat, gestattet uns auch sofort den Wert der elektrischen Energie eines geladenen Leiters, oder was dasselbe ist, die zur Ladung des Leiters erforderliche Arbeit zu bestimmen. Nach §. 9 ist die Arbeit, welche zur Ladung eines elektrischen Leiters aufzuwenden ist, das Potential der Ladung auf sich selbst; denn der unelektrische Leiter hat das Potential null; da nun die zur Änderung eines Systemes von Agentien, also auch eines elektrischen Leiters, erforderliche Arbeit die Änderung des Potentials des Systems auf sich selbst ist, so folgt, dafs das Potential eines elektrischen Systemes auf sich selbst die zur Herstellung des elektrischen Zustandes aufzuwendende Arbeit, die Energie des Systemes ist. Ist demnach V der Wert der Potentialfunktion der Elektricität eines Leiters an der Stelle, wo das Element dq der Elektricität sich befindet, so ist

$$W = \tfrac{1}{2}\int V\,dq$$

das Potential des geladenen Leiters auf sich selbst. Da V für alle Elemente dq denselben Wert hat, ist

$$W = \tfrac{1}{2}\,V\int dq = \tfrac{1}{2}\,VQ,$$

also gleich dem halben Produkte der Potentialfunktion des geladenen Leiters in die auf demselben vorhandene Elektricitätsmenge.

Die Resultate der Theorie der elektrischen Verteilung auf einzeln stehenden, von jedem sonstigen elektrischen Einflufs freien Leitern sind bestätigt und in Fällen, wo die Theorie wegen zu grofser Verwicklung der Rechnung nicht durchzudringen vermochte, erweitert durch die Versuche von Coulomb, Riess u. a.

Um die Dichtigkeit der Elektricität an den verschiedenen Punkten eines elektrisierten Körpers zu untersuchen, hat zuerst Coulomb[1]) eine indirekte Methode angewandt, diejenige der Prüfungskörper. Berührt man an irgend einem Punkte einen elektrisierten Körper mit einem isolierten und so kleinen Körperchen, z. B. einer kleinen Kugel oder Scheibe von Goldpapier, dafs durch Anlegung desselben die Oberfläche des Körpers nicht merklich geändert wird, so wird nicht nur auf dem angelegten Körperchen die Potentialfunktion dieselbe wie auf dem elektrisierten Körper, sondern sie wird auch diejenige, welche auf dem elektrisierten Körper vor Anlegen des kleinen Körperchens vorhanden war. Da ausdrücklich vorausgesetzt wird, dafs durch das angelegte Körperchen die Form des elektri-

1) *Coulomb*, Mémoires de l'Acad. de Paris 1787.

Digitized by Google

sierten Körpers nicht merklich geändert wird, so wird die Dichtigkeit der Elektricität auf dem Körperchen genau die, welche an der Stelle des elektrisierten Körpers vorhanden ist, da die Dichtigkeit der Elektricität durch den Differentialquotienten der Potentialfunktion nach der Normalen an der betreffenden Stelle gegeben ist. Der angelegte Körper, vorausgesetzt er ist immer derselbe, wird daher eine der am berührten Punkte vorhandenen proportionale Elektricitätsmenge annehmen Coulomb überzeugte sich davon durch folgenden Versuch. Eine Kugel wurde elektrisiert, dann an einem Punkte mit einer kleinen Kugel berührt und die Elektricität der kleinen Kugel in der Torsionswage gemessen. Dann wurde die elektrisierte Kugel mit einer anderen genau gleich grofsen berührt, und so die auf ihr vorhandene Elektricitätsmenge halbiert. Sie wurde darauf nochmals mit der kleinen Kugel berührt und deren Elektricität gemessen; es fand sich mit Berücksichtigung der Zerstreuung, dafs auch die kleine Kugel dann die Hälfte der früheren Elektricität besafs. Es folgt somit, dafs die kleine Kugel jedesmal eine der an der Berührungsstelle vorhandenen proportionale Elektricitätsmenge aufnimmt.

Berührt man nun mit einem solchen Prüfungskörper, wozu man am besten eine Kugel nimmt, wenn man ebene, eine Scheibe, wenn man gekrümmte Oberflächen untersucht, einen Punkt des zu untersuchenden Körpers und mifst die Elektricität desselben, indem man ihn als Standkugel in die Torsionswage bringt, so ist, wenn h die Dichtigkeit der Elektricität des berührten Punktes und a ein konstanter Koefficient ist,

$$e = a \cdot h.$$

Berührt man darauf mit demselben Prüfungskörper eine andere Stelle des elektrisierten, an welcher die Dichtigkeit der Elektricität h' ist, und hat der Prüfungskörper die Elektricität e' erhalten, so ist

$$e' = a \cdot h'$$

und somit

$$\frac{e}{e'} = \frac{h}{h'},$$

oder das Verhältnis der auf dem Prüfungskörper gefundenen Elektricitäten ist gleich dem der elektrischen Dichtigkeiten an den berührten Stellen[1]).

Soll indes diese Messung uns das Verhältnis der gleichzeitigen Dichtigkeit an den berührten Stellen liefern, dann bedürfen die Messungen einer Korrektion wegen der Zerstreuung. Denn während der Zeit der ersten Messung ist auf dem ganzen Körper die elektrische Dichtigkeit infolge der Zerstreuung kleiner geworden, also auch an dem zuerst berührten Punkte; das durch den Versuch gefundene Verhältnis giebt also die Dichtigkeit des ersten Punktes im Verhältnis zu dem zweiten zu grofs. Man mufs daher die zweite Messung mit Hilfe des Zerstreuungskoefficienten auf den Zeitpunkt der ersten reduzieren.

Um dieses zu thun, wandte Coulomb alternierende Messungen an, d. h. er berührte zuerst den einen Punkt a des Leiters, dann nach Vollendung

1) Man sehe darüber auch *Maxwell*, Treatise on electricity and magnetism. part. I. p. 277 ff., deutsche Übersetzung der zweiten Auflage von Dr. *Weinstein*, Bd. I. Art. 223 S. 356 ff.

Digitized by Google

der Messung den zweiten b, dann wieder nach vollendeter Messung, welche ebenso lange dauerte als die erste, etwa 3 Minuten, wieder die Stelle a, dann meistens noch einmal wieder b und schliefslich noch einmal a. Wenn der Zerstreuungskoefficient während der Dauer der Versuche konstant und nur klein war, so darf man annehmen, dafs das arithmetische Mittel der für a bei den beiden ersten Messungen gefundenen Dichtigkeiten h und h_1 die Dichtigkeit ist, welche zur Zeit der ersten Messung der in b vorhandenen Dichtigkeit h' in a vorhanden war. Das gesuchte Verhältnis der gleichzeitig in a und b vorhandenen Elektricitäten ist somit

$$\frac{h + h_1}{2h'}.$$

Sind die bei dem vierten und fünften Versuche in a und b gefundenen Elektricitätsmengen h_2 und h'_1, so ist ebenso auch das gesuchte Verhältnis

$$\frac{2h_1}{h' + h'_1} \quad \text{und} \quad \frac{h_1 + h_2}{2h'_1}.$$

Man erhält also auf diese Weise drei Werte für das gesuchte Verhältnis, deren arithmetisches Mittel, da alle drei gleiches Gewicht haben, der Wahrheit am nächsten kommt.

Die Methode von Coulomb kann nur beschränkte Anwendung finden, nur dann, wenn der Zerstreuungskoefficient klein und die elektrische Dichtigkeit auf dem untersuchten Körper so grofs ist, dafs sie die häufige Berührung verträgt. Immer aber setzt sie voraus, dafs die verglichenen Dichtigkeiten auf demselben Körper sind, da sonst, wenn sie auf verschiedenen Körpern sich befinden, wegen Ungleichheit der isolierenden Stützen der Elektricitätsverlust verschieden ist.

Riess[1]) hat daher diese Methode durch eine andere ersetzt, welche unter allen Umständen genaue Resultate zu geben geeignet ist, durch die Methode mit gepaarten Prüfungskörpern. Er stellt zwei Prüfungskörper von genau gleicher Beschaffenheit her, so dafs jeder bei Berührung derselben Stelle auch genau die gleiche Elektricitätsmenge annimmt. Diese herzustellen ist allerdings schwierig, aber Riess beschreibt ein Verfahren, mit welchem es gelingt; wir verweisen deswegen auf die Arbeit von Riess. Die beiden, auf ihre elektrischen Dichtigkeiten zu vergleichenden Stellen werden dann gleichzeitig oder möglichst rasch nach einander jede mit einem dieser Prüfungskörper berührt. Der eine derselben wird sofort als Standkugel in die Torsionswage gebracht, der andere unter einer der Torsionswage an Gröfse gleichen Glasglocke isoliert befestigt. Man mifst die Elektricitätsmenge des in der Wage befindlichen Prüfungskörpers und notiert den Zeitpunkt, wann die Messung beendigt ist. Darauf bringt man den anderen Prüfungskörper in die Wage, mifst wie vorhin und bemerkt den Zeitpunkt der vollendeten Messung, so dafs man die zwischen der ersten und zweiten Messung verstrichene Zeit erhält. Darauf dreht man den Torsionskreis in der Wage um eine bestimmte Anzahl Grade zurück und beobachtet die Zeit, wann die Elongation des Wagebalkens wieder die

1) *Riess*, Abhandlungen der Berliner Akademie 1844. Reibungselektricität. Bd. I.

Digitized by Google

frühere geworden ist. Letzterer Versuch liefert uns nach §. 34 den Zerstreuungskoefficienten für den Prüfungskörper, mit Hilfe dessen wir die durch die erste Messung mit dem zweiten Prüfungskörper gefundene Elektricitätsmenge auf den Zeitpunkt der Messung des ersten Prüfungskörpers zurückführen. Die so berechnete Elektricitätsmenge, verglichen mit der am ersten Prüfungskörper beobachteten, liefert uns das Verhältnis der elektrischen Dichtigkeiten an den berührten Stellen.

Ein ganz ebensolches Verfahren dient zur Untersuchung, ob die Prüfungskörper vollkommen gleich sind; man berührt mit denselben einfach unmittelbar nach einander denselben Punkt eines elektrisierten Körpers, und verfährt ganz in der eben beschriebenen Weise. Die schliefsliche Rechnung mufs für das Verhältnis der mit den Prüfungskörpern gemessenen Elektricitäten ein von der Einheit nur wenig verschiedenes Resultat geben.

Coulombs Versuche, welche vor den Poissonschen Rechnungen angestellt waren, lieferten für Kugel und Ellipsoid mit der Theorie übereinstimmende Resultate. Aufserdem hat Coulomb noch einige andere Leiter untersucht. So fand Coulomb[1]) für die Dichtigkeiten an den verschiedenen Punkten eines circa 5 cm dicken und 0,8 m langen Cylinders, dessen Enden durch Halbkugeln geschlossen waren, diejenige in der Mitte gleich 1 gesetzt,

5 cm vom Ende gleich	1,25
2,5 „ „ „ „	1,80
am Ende „	2,30.

Die elektrische Dichtigkeit, welche natürlich auf einem zur Cylinderaxe senkrechten Kreise überall dieselbe ist, nimmt also von der Mitte nach den Enden hin stetig, anfangs sehr langsam, später rascher zu.

Je länger der Cylinder ist, um so gröfser ist die Strecke auf beiden Seiten der Mitte, bis zu welcher die Dichtigkeit nur sehr wenig zunimmt, dieselbe ist fast genau gleich derjenigen auf der Mitte. Auf einem unendlich langen Cylinder würde die Dichtigkeit überall dieselbe sein. Wir können diesen Satz auch aus dem Ausdrucke für die Dichtigkeit auf einem Ellipsoide ableiten. Wir können einen Kreiscylinder als ein Rotationsellipsoid betrachten, dessen Rotationsaxe unendlich lang ist. Setzen wir in der Gleichung des Ellipsoides $a = b$, so wird

$$\frac{x^2 + y^2}{a^4} = \frac{1}{a^2}\left(1 - \frac{z^2}{c^2}\right),$$

und damit der Ausdruck für die Dichtigkeit auf einem Rotationsellipsoid

$$h = \frac{Q}{4\pi a^2 c} \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{a^2} - \frac{z^2}{c^2}\left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{c^2}\right)}},$$

und dieser Ausdruck wird, wenn unter dem Wurzelzeichen das zweite Glied, wenn $c = \infty$, fortfällt,

$$h = \frac{Q}{4\pi a c}.$$

1) *Coulomb*, Mémoires de lA'cad. de Paris 1788. *Biot*, Traité de physique. T. II. *Riess*, Reibungsel. Bd. I.

Digitized by Google

Die Dichtigkeit ist konstant, und da $2c$ die Länge des Cylinders ist, gleich dem Quotienten aus der auf dem Cylinder vorhandenen Menge dividiert durch die Oberfläche des Cylinders.

Bei einer kreisförmigen Kupferscheibe von circa 27 cm Durchmesser fand Coulomb, dafs vom Centrum bis ungefähr zur Hälfte des Radius die Dichtigkeit sich nur wenig änderte, dann aber rasch zunahm und am Rande am gröfsten war. Die Zahlen sind

Entfernung vom Rande	Dichtigkeiten	
	beobachtet	berechnet
13,5 cm (Mitte)	1,000	1,000
10,8 „	1,001	1,020
8,1 „	1,005	1,090
5,4 „	1,170	1,250
2,7 „	1,520	1,670
1,35 „	2,070	2,290
am Rande	2,900	∞

Der Gang der beobachteten und berechneten Zahlen ist im grofsen und ganzen derselbe, indes ist, der vorher bei der kreisförmigen Platte gemachten Bemerkung entsprechend, die Zunahme der Dichtigkeit nach dem Rande zu eine etwas geringere als bei einer unendlich dünnen Platte, für welche die Rechnung aufgestellt wurde. Gleichzeitig erkennt man, wie von der Mitte aus die Dichtigkeit gegen den Rand hin erst sehr langsam zunimmt, so zwar, dafs man bis zur Hälfte des Radius etwa die Dichtigkeit als konstant ansehen kann. Eine starke Zunahme der Dichte findet erst in etwa dem letzten Viertel des Radius statt.

Ähnliches zeigte sich bei Untersuchung einer rektangulären Platte von circa 20 cm Länge, 2,7 cm Breite und 2,25 mm Dicke. Bis ungefähr 2,7 cm vom Ende war die Dichtigkeit überall dieselbe und die gleiche wie in der Mitte des Streifens, von da ab nahm sie rasch zu und am Ende war die Dichte doppelt so grofs als auf dem konstanten Teile des Streifens. Wurde die Prüfungsscheibe an der Endkante als Verlängerung des Streifens angesetzt, so fand sich die Dichtigkeit viermal so grofs.

Riess hat die Verteilung auf einem Würfel untersucht[1]). Setzte er die Dichtigkeit in dem Mittelpunkte einer Würfelfläche gleich 1, so nahm sie auf der Diagonale vom Mittelpunkte bis zur Ecke des Würfels zu von 1 bis 2,91, auf einer zur Kante senkrechten Linie von 1 bis zu 2,03. Auf die Kante aufgesetzt gab die Prüfungsscheibe die Dichtigkeit 2,42 und auf die Ecke aufgesetzt 4,22. Also auch hier wieder nimmt die Dichtigkeit gegen die Kanten und Ecken hin bedeutend zu.

Aus diesen Erfahrungen ergiebt sich für Körper, auf welchen man längere Zeit bedeutende Elektricitätsmengen halten will, die Regel, dafs man sie ohne scharfe Kanten und Ecken herstellen soll, da an diesen wegen der grofsen Dichtigkeit ein bedeutender Verlust von Elektricität durch Zerstreuung stattfindet.

---

1) *Riess*, Abhandlungen der Berliner Akademie. 1844.

Digitized by Google

§. 40.

Verteilung der Elektricität auf mehreren leitend verbundenen Leitern. Derselbe Satz, welcher der Berechnung der Verteilung auf einem einzelnen Leiter zu Grunde liegt, setzt uns auch in den Stand die Verteilung einer gegebenen Elektricitätsmenge auf mehreren Leitern zu berechnen, welche mit einander in leitender Verbindung stehen. Da durch die leitende Verbindung das ganze System von Leitern zu einem einzigen Leiter geworden ist, so ist die Bedingung des Gleichgewichtes dieselbe, wie für den einzelnen Leiter, die Potentialfunktion der vorhandenen Elektricität mufs an jedem Punkte im Innern und an der Oberfläche der verbundenen Leiter einen und denselben Wert haben, oder mit andern Worten, die Elektricität mufs sich so über die verbundenen Oberflächen verteilen, dafs die Oberfläche der verbundenen Leiter für die Elektricität eine Niveaufläche wird.

Aus diesem Grundsatze läfst sich sofort ableiten, wie sich die Elektricität auf zwei Leitern verbreiten mufs, die durch einen Draht in Verbindung gesetzt werden, also auch, welche Ladung man einem gegebenen Leiter durch eine kurz dauernde Verbindung mit einem Konduktor erteilen kann. Während der Verbindung geht auf den Leiter eine solche Menge von Elektricität über, dafs die Potentialfunktion der gesamten Elektricität auf dem geladenen Konduktor und dem damit verbundenen Leiter denselben Wert hat, oder dafs, wie man es kurz bezeichnet, das Potentialniveau dasselbe wird. Die dem Leiter so mitgeteilte Elektricität bleibt ihm auch, wenn wir die Verbindung unterbrechen. Die Anordnung der Elektricität kann aber nach Unterbrechung der leitenden Verbindung eine andere werden.

In einem bestimmten Falle kann man für die Mengen, welche nach Herstellung der Verbindung sich auf jedem der verbundenen Leiter befinden, leicht den mathematischen Ausdruck finden, nämlich dann, wenn wir annehmen, die Dimensionen des verbindenden Drahtes seien verschwindend klein gegenüber den Dimensionen der verbundenen Leiter, der Abstand der beiden Leiter von einander sei aber so grofs, dafs die Potentialfunktion jedes der Leiter bei der ihm zu erteilenden Ladung in den dem andern Leiter angehörigen Punkten gleich null gesetzt werden könne. Die erste Bedingung gestattet uns nämlich die auf dem Verbindungsdraht vorhandene Elektricitätsmenge gleich null zu setzen. Hat also der Konduktor vor der Verbindung mit dem Leiter die Elektricitätsmenge Q, und geht von dieser auf den Leiter die Menge Q_1 über, während auf dem Konduktor die Menge Q_2 zurückbleibt, so ist

$$Q_1 + Q_2 = Q.$$

Nennen wir den Wert der Potentialfunktion, welchen die Elektricitätsmenge eins in dem Leiter an jedem Punkte der Oberfläche hat, wenn der andere Leiter nicht vorhanden wäre, A_1, so ist unter derselben Voraussetzung der Potentialwert der Elektricitätsmenge Q_1 gleich $A_1 Q_1$. Da wir den Abstand des Konduktors von dem Leiter als so grofs vorausgesetzt haben, dafs sie sich gegenseitig gar nicht beeinflussen, so können wir den Potentialwert der gesamten vorhandenen Elektricität auf dem

Digitized by Google

Leiter gleich $A_1\,Q_1$ setzen. Ebenso erhalten wir für den Konduktor den Potentialwert $A_2\,Q_2$, wenn A_2 den Potentialwert auf demselben bedeutet, wenn ihm die Elektricitätsmenge eins mitgeteilt ist. Da die beiden Körper in leitender Verbindung stehen, so mufs die Potentialfunktion auf beiden denselben Wert haben, es muss

$$A_1\,Q_1 = A_2\,Q_2.$$

Aus diesen beiden Gleichungen erhält man

$$Q_1 = \frac{A_2}{A_1 + A_2} \cdot Q; \qquad Q_2 = \frac{A_1}{A_1 + A_2} \cdot Q.$$

Sind die beiden in Verbindung gebrachten Leiter Kugeln vom Radius R_1 und vom Radius R_2, so ist

$$A_1\,Q_1 = \frac{Q_1}{R_1}; \qquad A_2\,Q_2 = \frac{Q_2}{R_2},$$

und daraus folgt

$$Q_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot Q; \qquad Q_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot Q.$$

Die vorher auf der einen Kugel allein vorhandene Elektricität teilt sich nach Herstellung der Verbindung über beide Kugeln nach dem Verhältnis der Radien. Für die Dichten der Elektricität auf den beiden Kugeln ergiebt sich daraus, dafs sie sich umgekehrt wie die Radien verhalten. Denn die Dichten auf beiden Kugeln sind

$$h_1 = \frac{Q_1}{4\,R_1^{\,2}\,\pi}; \qquad h_2 = \frac{Q_2}{4\,R_2^{\,2}\,\pi},$$

somit

$$h_1 : h_2 = R_2 : R_1.$$

In dem Mafse also, wie der Radius der einen Kugel kleiner ist als jener der andern, ist die Dichtigkeit auf ihr die gröfsere.

Verbinden wir einen irgendwie geformten Leiter mit einer Kugel vom Radius R_1, so erhalten wir

$$Q_1 = \frac{R_1\,A_2}{1 + R_1\,A_2} \cdot Q; \qquad Q_2 = \frac{1}{1 + R_1\,A_2} \cdot Q.$$

Ist der Radius der Kugel gegenüber den Dimensionen des Konduktors unendlich grofs, so wird

$$Q_1 = Q; \qquad Q_2 = 0.$$

Letzteres ist z. B. der Fall, wenn wir einen Leiter direkt mit der Erde in Verbindung setzen, da deren Dimensionen gegenüber allen herstellbaren Leitern unendlich grofs sind; es folgt somit die schon früher erkannte Erfahrung, dafs ein mit der Erde verbundener Leiter keine freie Elektricität enthalten kann, die gesamte Elektricität geht in die Erde über. Die Dichtigkeit der Elektricität auf derselben ist aber immer verschwindend klein oder null, weil solange Q einen endlichen Wert hat, für ein unendlich grofses R_1

$$h_1 = \frac{Q}{4\,R_1^{\,2}\,\pi} = 0.$$

Digitized by Google

Ebenso ergiebt sich, dafs welche Elektricitäten wir auch bei unsern Versuchen der Erde mitteilen, die elektrische Potentialfunktion der Erde immer gleich null sein mufs, es folgt also, dafs stets und unter allen Umständen die Potentialfunktion auf einem mit der Erde verbundenen Leiter gleich null sein mufs.

Ist der Radius der mit dem Leiter verbundenen Kugel gegenüber den Dimensionen des Leiters sehr klein, so dafs also der Wert des Produktes $R_1 A_2$ gegenüber dem Werte 1 vernachlässigt werden darf, so ist Q_2 merklich gleich Q, dagegen Q_1 sehr klein. Trotzdem ist aber die Dichtigkeit h_1 auf der kleinen Kugel sehr grofs und um so gröfser, je kleiner R_1 ist, da in dem Ausdrucke für h_1 im Nenner R_1^2 steht, somit h_1 geschrieben werden kann

$$h_1 = \frac{R_1 A_2}{4 R_1^2 \pi} Q = \frac{A_2 Q}{4 R_1 \pi}.$$

Wird R_1 unendlich klein, das heifst geht die Kugel in eine Spitze über, so wird h_1 unendlich grofs. Die Dichtigkeit der Elektricität auf einer an einem guten, mit Elektricität versehenen Leiter angebrachten Spitze würde demnach unendlich grofs sein. Wir werden sehen, dafs infolgedessen ein mit einer vollkommenen Spitze versehener Leiter nicht elektrisiert werden kann.

Während so die Elektricitäten auf den einzelnen Teilen verbundener Leiter sich leicht bestimmen lassen, wenn dieselben durch einen hinreichend langen dünnen Draht mit einander verbunden sind, so dafs wir den Einflufs des einen Leiters auf den andern vernachlässigen dürfen, ist die Berechnung mit grofsen Schwierigkeiten verknüpft, wenn die Leiter durch kurze Verbindungsstücke verbunden, oder in unmittelbarer Berührung sind. Es folgt das unmittelbar aus der im vorigen Paragraphen gemachten Bemerkung, dafs nur bei geometrisch sehr einfachen Oberflächen überhaupt die Rechnungen durchführbar sind, und der Erwägung, dafs bei zusammengesetzten Leitern die Oberfläche niemals eine einfache Gestalt haben kann.

Wir begnügen uns hier deshalb damit, einzelne experimentell untersuchte Fälle zu betrachten, indem wir nach den Versuchen Coulombs die mittlere Dichtigkeit auf sich berührenden Leitern angeben, und in einem einzelnen Falle die Verteilung auf jedem der sich berührenden Leiter.

Um die mittlere Dichtigkeit mehrerer sich berührender Kugeln experimentell zu bestimmen, kann man dieselben in Berührung elektrisieren, dann so weit von einander entfernen, dafs sie gegenseitig nicht merklich mehr auf einander einwirken, und sie dann mit der Prüfungsscheibe untersuchen. Ein anderes Verfahren ist, dafs man zunächst die Standkugel der Torsionswage elektrisiert, die auf derselben vorhandene Elektricitätsmenge bestimmt, dann mit derselben eine zweite Kugel berührt und wieder die auf ihr zurückgebliebene Elektricitätsmenge bestimmt. Die sich aus der ersten und zweiten Messung ergebende Differenz ist die auf die berührte Kugel übergegangene Elektricitätsmenge. Dividiert man diese durch die Oberfläche der Kugel, so erhält man die mittlere Dichtigkeit der auf ihr vorhandenen Elektricität; dividiert man die zuletzt auf der Standkugel gefundene Elektricität durch die Oberfläche derselben, so hat man die Dichtigkeit der auf dieser verteilten Elektricität, während oder nachdem sie mit der grofsen Kugel in Berührung war.

Digitized by Google

Coulomb[1]) untersuchte zunächst auf diese Weise die mittlere Dichtigkeit der Elektricität auf den verschiedenen Kugeln einer Reihe, welche alle gleich grofs und in Berührung mit einander elektrisiert waren; jede wurde in der Torsionswage untersucht. Bei zwei Kugeln war die Dichtigkeit auf beiden ganz gleich.

Bei drei Kugeln war die Dichtigkeit auf den beiden äufseren gleich, auf der mittleren 0,746 von derjenigen der äufseren Kugeln.

Bei einer Reihe von sechs Kugeln fanden sich folgende Dichtigkeiten:

Nummer der Kugel	1	2	3	4	5	6
Elektrische Dichtigkeit	100	67	64	64	67	100.

Die Dichtigkeit ist also auf den beiden Endkugeln gleich und nimmt von da an gegen die Mitte ab, erst rasch, dann nur sehr langsam. Dasselbe zeigte sich bei einer Reihe von 12 und von 24 Kugeln, bei der ersteren Reihe waren

Nummer der Kugel	1	2 . . . 6	7 . . . 11	12
Elektrische Dichtigkeit	100	67 59	59 67	100.

Bei der Reihe von 24 Kugeln

Nummer der Kugel	1	2 12	13 23	24
Elektrische Dichtigkeit	100	61 57	57 61	100.

Für zwei Kugeln verschiedenen Durchmessers fand Coulomb, nachdem sie in Berührung elektrisiert waren, dafs die Dichtigkeit auf der kleineren Kugel immer gröfser war als auf der gröfseren. Setzen wir die Dichtigkeit der grofsen Kugel gleich 1, so war sie auf der kleineren Kugel

Verhältnis der Durchmesser	Mittlere Dichtigkeit auf der kleinen Kugel	
	beobachtet	berechnet
1 : 2	1,08	1,16
1 : 4	1,30	1,32
1 : 8	1,65	1,44.

Die letzte Kolumne giebt die nach Poisson berechneten Dichtigkeiten an; wie man sieht, stimmt die Berechnung mit der Beobachtung, etwa die letzte ausgenommen, vollständig überein.

Bei zwei Kugeln, deren Radien im Verhältnis 1 : 48 standen, fand Coulomb die Dichtigkeit der kleinen Kugel nahe gleich 2, woraus er den Schlufs zog, dafs die Dichtigkeit auf einer kleinen Kugel, deren Durchmesser im Verhältnis zu dem der grofsen Kugel verschwindend klein ist, die doppelte von derjenigen auf der grofsen sein würde. Nach den Rechnungen Poissons wird diese Dichtigkeit indessen nicht erreicht.

Bei einer Reihe von kleineren Kugeln, welche eine grofse berührt, und so gelegt ist, dafs die Mittelpunkte aller Kugeln in einer geraden Linie liegen, und welche in Berührung elektrisiert sind, ist die Dichtigkeit auf der äufsersten kleinen Kugel die gröfste, auf der die grofse berührenden

1) *Coulomb*, Mémoires de l'Acad. de Paris 1787.

Digitized by Google

die kleinste. Zwei Kugeln wurden in dieser Weise an eine Kugel von vierfachem Durchmesser gelegt, es waren die Dichtigkeiten auf

der äufsersten kleinen	der mittleren kleinen	der grofsen
100	29	48.

Als 24 solche Kugeln an die grofse gelegt wurden, waren die Dichtigkeiten auf

Nummer der Kugeln	24	23 … 12 … 2			1	der grofsen
Elektrische Dichtigkeit	100	67	59	48	27	46.

Ebenso hat Coulomb das Verhältnis der mittleren Dichtigkeiten auf einer Kugel und daran gesetzten Cylindern verglichen. Es fand sich, dafs das Verhältnis abhängig war von dem Durchmesser des Cylinders und in gewissen Grenzen auch von seiner Länge. Bei Cylindern von sehr kleinem Durchmesser nimmt nämlich die elektrische Dichtigkeit zu, bis seine Länge gleich dem Durchmesser der Kugel ist, von da an bleibt sie bei gleichem Durchmesser konstant. An eine Kugel von 22 cm Durchmesser wurde ein Cylinder von 4,5 mm Durchmesser und 1,3 cm Länge gelegt; die mittlere Dichtigkeit auf demselben war die doppelte jener auf der Kugel, sie nahm zu bis auf das Achtfache, als der Cylinder bis auf 16,5 cm verlängert wurde, und nahm dann bei weiterer Verlängerung kaum mehr zu.

Sehr viel bedeutender ist der Einflufs der Dicke des Cylinders bei gleicher Länge; je nach der Gröfse seines Durchmessers kann die mittlere Dichtigkeit kleiner oder gröfser sein als auf der Kugel. Bei Cylindern, deren Länge etwa das Vierfache des Kugeldurchmessers betrug, fand Coulomb folgende Dichtigkeit, jene auf der Kugel gleich 1 gesetzt:

Verhältnis des Cylinder- zum Kugeldurchmesser	1	$^1/_2$	$^1/_4$	$^1/_8$	$^1/_{48}$
Dichtigkeit auf dem Cyl.	0,60	0,85	1,3	2,0	9,0.

Beträgt also der Cylinderdurchmesser mehr als 0,33 des Durchmessers der Kugel, so ist die Dichtigkeit auf dem Cylinder kleiner, beträgt er weniger als 0,25, so ist die Dichtigkeit auf dem Cylinder gröfser; bei überhaupt nur kleiner Dicke des Cylinders ist die Dichtigkeitszunahme der Verkleinerung des Durchmessers proportional.

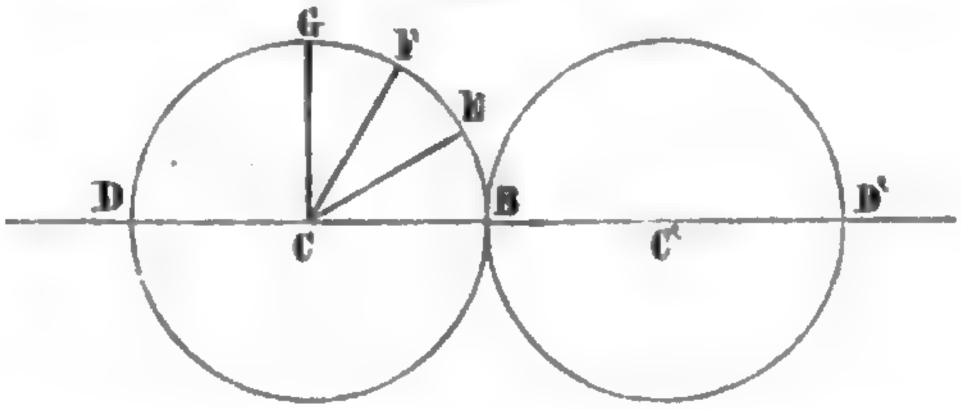
Die Verteilung der Elektricität auf den einzelnen sich berührenden Leitern mufs nach der Theorie eine ganz andere sein, als auf einzeln stehenden Leitern; diese Verschiedenheit ist für sich berührende Kugeln von Coulomb experimentell nachgewiesen; die Rechnungen von Poisson stimmen mit den Beobachtungen von Coulomb fast vollständig überein.

Denkt man sich die Mittelpunkte zweier sich berührender Kugeln durch eine gerade Linie verbunden, und dann die Kugeln durch Ebenen geschnitten, welche zu dieser Linie senkrecht sind, so müssen auf den einzelnen Punkten dieser Schnitte die Dichtigkeiten überall dieselben sein; man hat daher die Dichtigkeiten nur in einem zu den eben erwähnten senkrechten Schnitte zu untersuchen, um den elektrischen Zustand sofort zu kennen. Sei Fig. 54 ein solcher durch die Mittelpunkte C und C' zweier sich berührender gleicher Kugeln gelegter Durchschnitt, so ist die Dichtigkeit

Digitized by Google

im Berührungspunkte B immer gleich 0, die Kugeln sind dort unelektrisch, sie zeigen sich erst merklich elektrisch bei einem Punkte E, welcher um einen Centriwinkel von $20^0 - 30^0$ von B absteht; von da an nimmt die Dichtigkeit zu bis zu den Punkten D und D', welche dem Punkte B diametral gegenüberstehen. Die von Coulomb für zwei gleiche Kugeln beobachtete Verteilung,

Fig. 54.



zusammengestellt mit Poissons Rechnung, zeigt folgende kleine Tabelle.

Winkeldistanz des beob. Punktes von CB an.	Elektrische Dichtigkeit	
	beobachtet	berechnet
0^0	0,00	0,00
20^0	0,00	0,00
30^0	0,20	0,18
60^0	0,77	0,65
90^0	0,96	0,87
180^0	1,00	1,00.

Derselbe Verlauf fand sich im allgemeinen auch bei zwei ungleichen sich berührenden Kugeln; die elektrische Dichtigkeit war stets am gröfsten an dem Punkte der kleinen Kugel, welcher dem Berührungspunkte diametral gegenüberstand, nahm von da erst langsam bis 90^0, dann rasch bis 30^0 ab, wo sie gleich null wurde. Sie blieb null über den Berührungspunkt hinaus bis zu einem Abstande von 7^0 auf der grofsen Kugel und nahm von da an bis zu einem Punkte zu, welcher dem Berührungspunkte um so näher lag, je kleiner die kleine Kugel war. Auf dem übrigen Teile der grofsen Kugel war sie dann konstant. Es wird überflüssig sein, hier numerische Werte anzugeben.

§. 41.

Elektrisches Verhalten paralleler leitender Flächen. Noch komplizierter als bei verbundenen Leitern ist die theoretische Bestimmung der Verteilung der Elektricität und die Bestimmung der Werte der Potentialfunktion aus der den einzelnen Leitern mitgeteilten Ladung oder umgekehrt der Menge der den Körpern mitgeteilten Elektricität aus den etwa bekannten Werten der Potentialfunktionen auf den Leitern, wenn dieselben sich nicht berühren, aber in solchen Entfernungen von einander befinden, dafs sie sich gegenseitig influenzieren.

Nur in einem Falle läfst sich die Änderung der Potentialfunktion eines Leiters bei gegebener Ladung durch Anwesenheit eines zweiten Leiters, sei derselbe geladen oder nicht geladen, leichter berechnen, dann nämlich wenn durch die Anwesenheit des zweiten Leiters die Verteilung der Elektricität auf den einzelnen Leitern nicht geändert wird. Es ist das der Fall, wenn wir einen Leiter mit einem andern umhüllen oder einem andern gegenüberstellen, dessen dem ersten zugewandte Begrenzungs-

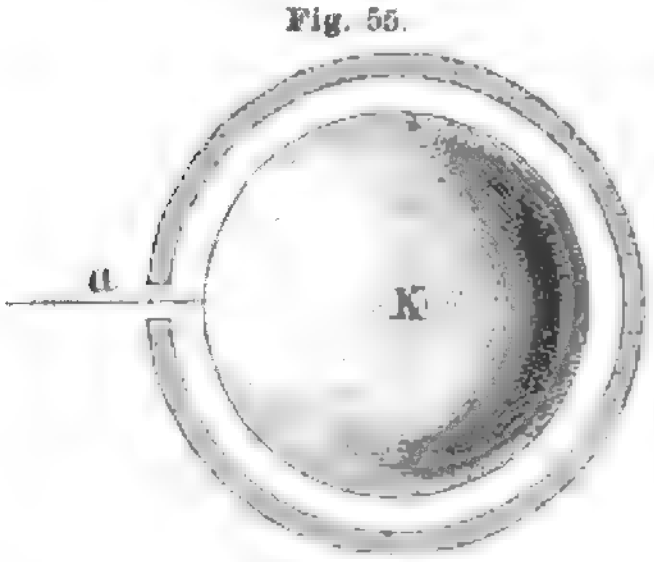
Digitized by

fläche eine Niveaufläche des ersten Leiters ist, wenn derselbe für sich allein mit Elektricität geladen wäre. In dem Falle sind nämlich, da bei Niveauflächen die resultierenden Kräfte stets senkrecht zu den Niveauflächen sind, die Wirkungen, welche der eine Leiter auf den andern ausübt, senkrecht zu der Oberfläche der Leiter, es kann somit durch dieselben keine Verschiebung der Elektricität in den Flächen stattfinden, die Verteilung bleibt ungeändert.

Wir wollen zunächst zwei specielle Fälle behandeln, bei denen wir die Potentialfunktion des isoliert gegebenen einen Leiters für sich angeben, somit auch die Änderung derselben durch Gegenüberstellen des zweiten bestimmen können.

Als ersten Fall untersuchen wir die Änderung des Potentials auf einer Kugel, wenn dieselbe wie Fig. 55 von einer Hohlkugel umschlossen ist. Der Radius der Kugel sei R, der innere Radius der Hohlkugel sei R_1, der äufsere R_2, so dafs also der Abstand der Oberfläche der innern Kugel und der innern Fläche der Schale überall $R_1 - R$ ist. Die äufsere Schale habe bei a eine sehr kleine Öffnung und durch diese sei isoliert, das heifst ohne die Schale zu berühren, ein sehr dünner Draht geführt, welcher die Kugel mit einem entfernten Konduktor in Verbindung setze, dessen Potentialfunktion gleich V_1 sei. Setzen wir zunächst voraus, die Kugel K sei nicht von der Hohlkugel umgeben. Die Kugel nimmt dann von dem Konduktor eine solche Elektricitätsmenge q auf, dafs die Potentialfunktion auf der Kugel ebenfalls gleich V_1 wird. Da wir voraussetzen, dafs der dünne Draht hinreichend lang ist, so dafs der entfernte Konduktor auf die Kugel K keinen Einflufs hat, so ist die Potentialfunktion der auf der Kugel vorhandenen Elektricität das einer homogenen Kugelschale vom Radius R oder

Fig. 55.



$$V_1 = \frac{q}{R} \quad \cdots (1).$$

Jetzt werde die Verbindung der Kugel unterbrochen, wodurch keine Änderung der Potentialfunktion eintritt, und die Kugelschale, die nicht mit Elektricität versehen sein soll, herumgelegt. Durch die Influenz der Kugel K auf die Schale tritt in der letztern eine solche elektrische Verteilung ein, dafs auf der innern Fläche der Schale eine gewisse Elektricitätsmenge q_1, die Influenzelektricität der ersten Art, auf der äufsern Fläche die Menge q_2, die Influenzelektricität der zweiten Art, auftritt. Der Gleichgewichtszustand ist dann erreicht, wenn die Potentialfunktion der drei Elektricitätsmengen im Innern der Kugel K einen konstanten Wert v_1 und ebenso im Innern und auf der äufsern Fläche der Kugelschale einen konstanten, aber von dem Werte v_1 im Innern der Kugel K verschiedenen Wert v_2 hat. Da die Potentialfunktion einer homogenen Kugelschale auf jeden Punkt im Innern gleich ist dem Quotienten aus der wirksamen Masse und dem Radius der Schale, so ist

$$v_1 = \frac{q}{R} + \frac{q_1}{R_1} + \frac{q_2}{R_2} \quad \cdots (a).$$

Digitized by Google

Die Potentialfunktion auf einen Punkt im Innern der Schale, der sich im Abstande ϱ von dem Mittelpunkte der Kugel K befindet, welches wir v_2 nannten, ist dann, da die Potentialfunktion einer homogenen Kugelschale auf einen aufserhalb liegenden Punkt gleich ist dem Quotienten aus der auf der Kugelschale vorhandenen Elektricität und dem Abstande des betreffenden Punktes von dem Mittelpunkte der Kugelschale,

$$v_2 = \frac{q}{\varrho} + \frac{q_1}{\varrho} + \frac{q_2}{R_2} \quad . \; . \; . \; (b).$$

Da der Wert der Potentialfunktion derselbe sein mufs, welches auch zwischen R_1 und R_2 der Wert von ϱ ist, so folgt

$$\frac{q}{\varrho} + \frac{q_1}{\varrho} = 0, \quad q_1 = -q \quad . \; . \; . \; (c),$$

somit

$$v_2 = \frac{q_2}{R_2}$$

und

$$v_1 = q\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_1}\right) + \frac{q_2}{R_2} \quad . \; . \; . \; (2).$$

Die Gleichung (2) zeigt, dafs die Potentialfunktion in der Kugel K beziehungsweise auf deren Oberfläche sich geändert hat; das erste Glied auf der rechten Seite ist um so näher gleich null, je näher $R = R_1$ ist, das zweite Glied hängt wesentlich von q_2, der Ladung der äufseren Fläche und dem Radius der Fläche ab. Ist, wie wir annahmen, die Schale anfänglich nicht geladen, so ist, da q_2 die Influenzelektricität zweiter Art ist, zu welcher q_1 als jene erster Art gehört,

$$q_1 + q_2 = 0, \qquad q_2 = -q_1 = q.$$

In dem Falle wird

$$v_1 = q\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right),$$

die Potentialfunktion ist jener auf der Kugel ohne Schale um so näher gleich, je dünner die Schale ist. Wenn wir dagegen die äufsere Schale mit der Erde in leitende Verbindung setzen, wodurch nach dem vorigen Paragraphen notwendig $v_2 = 0$ wird, so wird

$$v_1 = q\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_1}\right).$$

Die Potentialfunktion wird um so kleiner, je näher $R = R_1$ ist. Setzen wir $R_1 - R = \delta$, so wird

$$v_1 = q\,\frac{\delta}{R R_1}; \qquad q = \frac{R R_1}{\delta}\, v_1.$$

Letztere Gleichung zeigt, dafs die Kapacität einer Kugel, welche von einer zur Erde abgeleiteten Schale umgeben ist, erheblich gröfser ist als die Kapacität der einzeln stehenden Kugel. Die Kapacität der letztern ist R, die Kapacität der mit der abgeleiteten Schale umgebenen Kugel ist also im Verhältnis $\frac{R_1}{\delta} : 1$ gröfser.

Ist die innere Kugel bis zu einem Werte v_1 der Potentialfunktion

Digitized by Google

geladen, die äufsere zu einem Werte v_2, so erhalten wir allgemein aus der Gleichung (2):

$$v_1 - v_2 = q\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_1}\right)$$

$$q = \frac{RR_1}{\delta}(v_1 - v_2)$$

und für die Dichtigkeit h auf der innern Kugel

$$h = \frac{q}{4\pi R^2} = \frac{R_1}{4\pi R\delta}(v_1 - v_2) = \frac{1+\varepsilon}{4\pi\delta}(v_1 - v_2),$$

wenn wir $\frac{\delta}{R} = \varepsilon$ setzen.

Es bedarf wohl kaum des Hinweises, dafs die zuletzt abgeleiteten Ausdrücke gelten, auch wenn die äufsere Fläche der Hülle nicht kugelförmig ist, sondern eine beliebige Gestalt hat, die Bedingung ist nur, dafs die innere Grenze der Hülle eine der Kugel konzentrische Kugelfläche ist.

Als zweiten Fall bestimmen wir die Änderung der Potentialfunktion in einer kreisförmigen unendlich dünnen Platte, wenn wir ihr eine zweite ebensolche in einem Abstande δ gegenüberstellen, der gegen den Radius R der Platten sehr klein ist, und so, dafs die beiden Kreise sich decken. Sind die beiden Platten gegen ihren Abstand sehr grofs, so können wir ohne einen merklichen Fehler zu begehen die Dichtigkeit h der Elektricität auf jeder einzelnen Platte an allen Stellen als gleich voraussetzen; auf den beiden Platten ist sie natürlich verschieden. Denn nach §. 39 ist die Dichtigkeit der Elektricität auf einer einzeln stehenden Platte von der Mitte bis zur Hälfte des Radius fast konstant, erst nahe dem Rande wächst dieselbe erheblich; wird der Scheibe eine zweite sehr nahe gegenübergestellt, so wird die Verteilung noch erheblich gleichmäfsiger, so dafs nur am Rande in einer Zone, welche nicht breiter ist als der Abstand der Platten, die Dichtigkeit eine andere wird. Wir setzen demnach die Dichtigkeit auf jeder Platte konstant.

Die erste Platte sei bis zur Potentialfunktion V_1 geladen; wird ihr die zweite gegenübergestellt, so wird dieselbe durch Influenz elektrisch, und der Wert der Potentialfunktion in der ersten Platte wird gleich der Summe der Potentialfunktion der ihr ursprünglich erteilten Elektricität und jener der in der zweiten Platte influenzierten Elektricität in der ersten Platte.

Zur Berechnung dieser Summe haben wir demnach die Potentialfunktion einer Ebene zu bestimmen, wobei wir uns jedoch auf Punkte beschränken können, die sehr nahe bei der Ebene liegen. Da der Wert der Potentialfunktion für einen Punkt jedenfalls von der in seiner Nähe befindlichen Elektricitätsmenge vorwiegend bestimmt wird, können wir die Potentialfunktion für alle Punkte, welche in einer zur Platte parallelen Ebene liegen, als gleich betrachten, und zwar gleich dem für die in der Axe der Platte liegenden Punkte gültigen Werte. Wir haben deshalb nur den Wert der Potentialfunktion für diese Punkte zu bestimmen.

Wir denken uns also in der im Mittelpunkte der Platte errichteten Senkrechten einen Punkt um die Strecke x von der Platte entfernt, und

Digitized by Google

zwar sei x positiv in der Richtung gegen die zweite Platte, negativ in der entgegengesetzten. Von allen Punkten eines Kreisringes, dessen Radius r, dessen Breite dr ist, ist dieser Punkt um

$$\varrho = \sqrt{r^2 + x^2}$$

entfernt. Ist die Dichtigkeit der Elektricität gleich h, so ist die auf jenem Kreisringe vorhandene Elektricität

$$2 r \pi \, dr \cdot h,$$

somit die Potentialfunktion dieses Ringes

$$2\pi h \frac{r\,dr}{\sqrt{r^2 + x^2}}.$$

Die Potentialfunktion der ganzen Ebene ist gleich der Summe aller Potentialfunktionen der einzelnen Ringe, deren Radius r zwischen 0 und R ist, somit

$$V = 2\pi h \int_0^R \frac{r\,dr}{\sqrt{r^2 + x^2}}.$$

Da x für alle diese Ringe denselben Wert hat, so ist

$$V = 2\pi h \left\{ \sqrt{R^2 + x^2} - \sqrt{x^2} \right\}.$$

Da x gegen R sehr klein ist, so können wir ohne merklichen Fehler unter dem ersten Wurzelzeichen x^2 gegen R^2 vernachlässigen, und erhalten

$$V = 2\pi h \left\{ R - \sqrt{x^2} \right\}.$$

Das Vorzeichen von $\sqrt{x^2}$ ist zweideutig; es läfst sich aber leicht daraus bestimmen, dafs gleichnamige elektrische Massen sich abstofsen; ist also x positiv, so sucht die Wirkung derselben x zu vergröfsern, es mufs also

$$-\frac{dV}{dx}$$

positiv sein. Das ist der Fall, wenn wir setzen

$$V = 2\pi h (R - x),$$

denn daraus ergiebt sich

$$-\frac{dV}{dx} = 2\pi h.$$

Für ein negatives x dagegen sucht die Abstofsung das negative x zu vergröfsern, also den absoluten Wert zu verkleinern, dort ist also

$$V = 2\pi h (R + x)$$

$$-\frac{dV}{dx} = -2\pi h.$$

Wenden wir diese Ausdrücke jetzt auf unser System von zwei Platten an, von denen wir nach unserer Annahme die erste mit einer Ladung versehen haben, so dafs die Potentialfunktion auf derselben, so lange sie allein steht, gleich V_1 war.

Digitized by Google

Bezeichnen wir die Dichtigkeit auf der ersten Platte mit h, so ist die Potentialfunktion der auf ihr vorhandenen Elektricität für jeden Punkt der Platte, da dort $x = 0$ ist,

$$V_1 = 2\pi h R \quad . \; . \; . \; (4)$$

Sei die Dichtigkeit der Elektricität auf der zweiten Platte gleich h_1, ihr Abstand von der ersten Platte ist δ. Um die Potentialfunktion derselben auf einen Punkt, dessen Abstand von der ersten Platte gleich x ist, zu bestimmen, haben wir nur in den obigen Ausdrücken h mit h_1 und x mit $x - \delta$ zu vertauschen. Wir erhalten deshalb für einen zwischen den Platten liegenden Punkt, da diese Punkte auf der negativen Seite der zweiten Platte liegen,

$$V = 2\pi h_1 \left(R + (x - \delta)\right),$$

somit für einen Punkt der ersten Platte, für den $x = 0$ ist,

$$V_2 = 2\pi h_1 (R - \delta).$$

Darnach wir die Potentialfunktion auf der ersten Platte

$$v_1 = V_1 + V_2 = 2\pi h R + 2\pi h_1 (R - \delta) \quad . \; . \; . \; (\mathrm{d})$$

Wie man sieht, hängt der Wert, welchen die Potentialfunktion auf der ersten Platte annimmt, wesentlich von dem elektrischen Zustande der zweiten Platte ab. Ist die Platte, wie wir voraussetzten, unendlich dünn, so wird sie, wenn sie isoliert und nicht elektrisiert ist, sondern nur der Influenz von der ersten Platte unterliegt, keine Änderung der Potentialfunktion bewirken, denn in dem Falle kann sie auch durch Influenz nicht elektrisch werden, da in der unendlich dünnen Platte die Influenzelektricitäten der ersten und zweiten Art nicht auseinandertreten können. Wohl aber wird die Potentialfunktion der ersten Platte eine wesentlich andere, wenn die zweite Platte zur Erde abgeleitet ist, so dafs auf ihr die Potentialfunktion null werden mufs.

Wir erhalten dann den Wert h_1 aus der Gleichung für die Potentialfunktion v_2 auf der zweiten Platte

$$v_2 = 2\pi h (R - \delta) + 2\pi h_1 R \quad . \; . \; . \; (\mathrm{e})$$

Daraus ergiebt sich, indem wir $v_2 = 0$ setzen,

$$h_1 = - h \left(1 - \frac{\delta}{R}\right)$$

und indem wir diesen Wert in die Gleichung für v_1 setzen

$$v_1 = 2\pi h \left\{R - \left(1 - \frac{\delta}{R}\right)(R - \delta)\right\}$$

$$v_1 = 4\pi h \delta \left(1 - \frac{\delta}{2R}\right) \quad . \; . \; . \; (5)$$

Ist δ gegen R hinreichend klein, so können wir das zweite Glied in der Klammer vernachlässigen und erhalten

$$v_1 = 4\pi h \delta \quad . \; . \; . \; (5\mathrm{a})$$

und

$$\frac{v_1}{V_1} = \frac{2\delta}{R}$$

Digitized by Google

oder die Potentialfunktion in der ersten Platte ist im Verhältnis 2δ zu R kleiner geworden, die Kapacität der Platte somit im Verhältnis R zu 2δ gröſser geworden.

Subtrahieren wir von der Gleichung (d) die Gleichung (e), so wird, wenn wir gleichzeitig für h_1 seinen Wert durch h ausgedrückt einsetzen,

$$v_1 - v_2 = 4\pi h \delta \left(1 - \frac{\delta}{2R}\right),$$

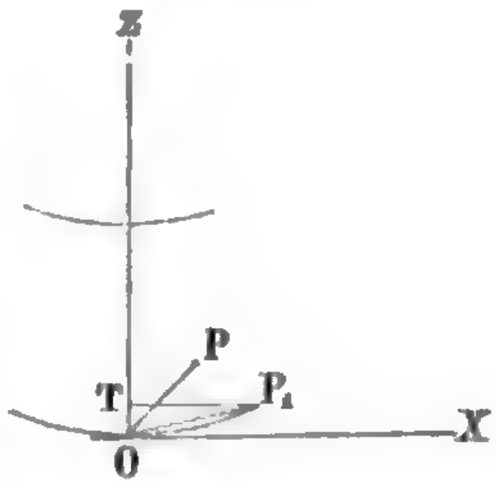
ein Ausdruck, der uns unmittelbar h liefert, wenn wir die beiden Potentialfunktionen v_1 und v_2 kennen.

Nach Behandlung dieser beiden speciellen Fälle wollen wir allgemein ableiten, wie man aus den bekannten Werten der Potentialfunktion in zwei parallelen Flächen die Dichtigkeit der Elektricität in jeder und die Kapacität des Systems bestimmen kann. Wir gelangen dazu durch eine Umformung der für den Zwischenraum zwischen den Flächen geltenden Gleichung

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \quad . \; . \; . \; (A)$$

Wir legen durch einen Punkt der Fläche I ein rechwinkliges Koordinatensystem so, daſs die Z-Axe des Systems mit der Normalen der Fläche an dem Punkte zusammenfällt; die Z-Axe ist damit gleichzeitig Normale in dem Punkte der zweiten Fläche, in welchem sie dieselbe trifft. Sei Fig. 56 ein durch die X- und Z-Axe unseres Koordinatensystems geführter Durchschnitt durch die parallelen Flächen. Gehen wir von dem Punkte O der Fläche I zu irgend einem Punkte P über, der in der XZ-Ebene liegt, so ändert sich die Potentialfunktion, welche in der Fläche den Wert V_1 hat, um eine gewisse Gröſse, da die Koordinaten x und z des Punktes P andere sind als jene des Punktes O, während die Koordinate y denselben Wert hat. Sind Δx und Δz die Änderungen der Koordinaten, wenn wir vom Punkte O zu P übergehen, so können wir nach dem in der Differentialrechnung bewiesenen sogenannten Taylorschen Lehrsatze den Unterschied der Potentialfunktionen in den Punkten P und O schreiben

Fig. 56.



$$V - V_1 = \frac{\partial V}{\partial x}\Delta x + \frac{\partial V}{\partial z}\Delta z + \frac{\partial^2 V}{\partial x^2}\frac{\Delta x^2}{2} + \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial z}\Delta x \Delta z + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}\frac{\Delta z^2}{2} + \cdots$$

Setzen wir Δx und Δz so klein voraus, daſs wir höhere als die zweiten Potenzen dieser Gröſsen vernachlässigen können, so genügen die oben hingeschriebenen Glieder der Reihe zur Darstellung der Differenz $V - V_1$.

Liegt der Punkt P in der Fläche selbst, also in P_1, so tritt, da die Fläche eine Niveaufläche für die wirksamen Elektricitäten ist, durch den Übergang vom Punkte O zu P_1 keine Änderung der Potentialfunktion ein; setzen wir gleichzeitig $\Delta x = dx$, $\Delta z = dz$, die Änderung der Koordinaten

Digitized by Google

bei dem Übergange vom Punkt O zu P_1, also unendlich klein, so wird die Gleichung

$$0 = \frac{\partial V}{\partial x} dx + \frac{\partial V}{\partial z} dz + \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \frac{dx^2}{2} + \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial z} dx\, dz + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \frac{dz^2}{2}.$$

Da wir dx und dz unendlich klein vorausgesetzt haben, so fällt der Schnitt der Fläche von O bis P_1 mit dem Krümmungskreise der Fläche in der XZ-Ebene im Punkte O zusammen, dessen Radius gleich ϱ_1 sei. Im dem Falle besteht aber nach einem bekannten geometrischen Satze zwischen $OT = dz$ und $P_1 T = dx$ die Beziehung

$$dz : dx = dx : (2\varrho_1 - dz),$$

somit, da dz gegen $2\varrho_1$ verschwindet,

$$dz = \frac{1}{2\varrho_1} \cdot dx^2.$$

Würde die Fläche nach der andern Seite gekrümmt sein, so würde der Punkt T auf der andern Seite von O liegen und wir erhielten

$$-dz = \frac{1}{2\varrho_1} dx^2.$$

Wenn wir daher den Krümmungsradius positiv nehmen, wenn die Fläche ihre konvexe, negativ, wenn sie ihre konkave Seite nach der positiven Seite der z, also gegen die zweite Fläche hin wendet, können wir allgemein schreiben

$$dz = -\frac{1}{2\varrho_1} dx.$$

Setzen wir diesen Wert von dz in obige Gleichung ein und behalten nur die Glieder bis zum Quadrate von dx bei, so wird

$$0 = \frac{\partial V}{\partial x} dx - \tfrac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} - \frac{1}{\varrho_1}\frac{\partial V}{\partial z}\right) dx^2,$$

eine Gleichung, welche, da sie unabhängig von dem Werte von dx sein mufs, vorausgesetzt nur dafs dx so klein genommen wird, dafs der Punkt P_1 als auf dem Krümmungskreise der Fläche liegend angenommen werden kann, nur erfüllt ist, wenn

$$\frac{\partial V}{\partial x} = 0, \qquad \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = \frac{1}{\varrho_1}\frac{\partial V}{\partial z} \quad \ldots \text{(B)}.$$

Führen wir ganz dieselbe Betrachtung für einen durch die Z- und Y-Axe gelegten Schnitt durch, so gelangen wir zu der Gleichung

$$\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = \frac{1}{\varrho_2}\frac{\partial V}{\partial z} \quad \ldots \text{(C)},$$

wenn ϱ_2 der Krümmungsradius dieses Schnittes ist.

Setzen wir die aus den Gleichungen (B) und (C) sich ergebenden Werte der zweiten Differentialquotienten in die Gleichung (A), so wird dieselbe

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = \left(\frac{1}{\varrho_1} + \frac{1}{\varrho_2}\right)\frac{\partial V}{\partial z} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \quad \ldots \text{(D)}.$$

Digitized by Google

Mit Hilfe der Gleichung (D) lassen sich in manchen Fällen die Dichtigkeiten und Kapacitäten der Leiter von der vorausgesetzten Beschaffenheit aus den Werten der Potentialfunktionen V_1 der ersten und V_2 der zweiten Platte direkt ableiten. Dieselbe nimmt für zwei konzentrische Kugeln, bei denen $\varrho_1 = \varrho_2 = R$, dem Radius der innern Kugel wird, wenn wir zugleich, da die Z-Axe dann mit dem Radius zusammenfällt, $dz = dR$ setzen, die Form an

$$\frac{2}{R}\frac{dV}{dR} + \frac{d^2V}{dR^2} = 0\,.$$

Für zwei parallele Ebenen sind ϱ_1 und ϱ_2 unendlich, die Gleichung wird somit

$$\frac{d^2V}{dz^2} = 0\,.$$

Anstatt aus diesen Gleichungen die bereits vorher entwickelten Resultate abzuleiten, wollen wir, um die Anwendung der Gleichung hervortreten zu lassen, dieselbe auf zwei konzentrische Cylinder anwenden, die wir als unendlich lang voraussetzen. Der Radius des innern Cylinders sei R_1, der des äufsern sei R_2. Ein Schnitt parallel der Axe schneidet die innere Cylinderfläche in einer geraden Linie; nehmen wir den Radius des Cylinders als ϱ_1, so ist demnach der Krümmungsradius ϱ_2 als Krümmungsradius der geraden Linie unendlich. Die Normale dz der Fläche fällt mit R zusammen. Wir erhalten daher für alle Punkte zwischen den beiden Cylinderflächen, welche auf einem mit den gegebenen konzentrischen Cylinder vom Radius R liegen,

$$\frac{d^2V}{dR^2} + \frac{1}{R}\frac{dV}{dR} = 0\,,$$

denn da die Niveauflächen der beiden konzentrischen Cylinder innerhalb des Raumes Cylinder sein müssen, welche mit den gegebenen konzentrisch sind, so gilt die Gleichung für jede Cylinderfläche vom Radius R, der zwischen $R = R_1$ und $R = R_2$ liegt.

Wir müssen aus dieser Gleichung zunächst die Potentialfunktion V auf der Cylinderfläche vom Radius R ableiten. Setzen wir für einen Augenblick

$$\frac{dV}{dR} = V'\,,$$

so können wir unsere Gleichung schreiben

$$\frac{dV'}{dR} + \frac{1}{R}\,V' = 0$$

oder

$$\frac{dV'}{V'} = -\frac{dR}{R}\,.$$

Hieraus folgt unmittelbar, wenn wir mit C eine Konstante bezeichnen

$$\log V' = C - \log R = \log\frac{C_1}{R}\,,$$

wenn $\log C_1 = C$ gesetzt wird. Daraus folgt

Digitized by Google

$$V' = \frac{dV}{dR} = \frac{C_1}{R}$$

$$dV = C_1 \frac{dR}{R}$$

und hieraus gerade wie oben

$$V = C_2 + C_1 \log R,$$

wenn C_2 eine zweite Konstante bedeutet. Zur Bestimmung der Konstanten setzen wir die Potentialfunktion auf der innern Fläche V_1, die auf dem äufsern Cylinder V_2. Dann wird

$$V_1 = C_2 + C_1 \log R_1; \qquad V_2 = C_2 + C_1 \log R_2$$

und hieraus

$$C_1 = -\frac{V_1 - V_2}{\log R_2 - \log R_1}; \qquad C_2 = V_1 + \frac{V_1 - V_2}{\log R_2 - \log R_1} \cdot \log R_1$$

Mit diesen Werten der Konstanten wird

$$V = \frac{V_1 \log \frac{R_2}{R} + V_2 \log \frac{R}{R_1}}{\log \frac{R_2}{R_1}}.$$

Zur Bestimmung der Dichtigkeit auf den einander zugewandten Flächen der Cylinder benutzen wir den Satz

$$\left(\frac{dV}{dn}\right)_{+0} = -4\pi h,$$

welcher für die Oberfläche des innern Cylinders übergeht in

$$\left(\frac{dV}{dR}\right)_{R=R_1} = -4\pi h_1,$$

und für die innere Fläche des äufsern, da die für diese Fläche nach aufsen gerichtete Normale in der Richtung der abnehmenden R liegt,

$$-\left(\frac{dV}{dR}\right)_{R=R_2} = -4\pi h_2,$$

Differentiieren wir V nach R, so wird

$$\frac{dV}{dR} = -\frac{V_1 - V_2}{R \log \frac{R_2}{R_1}},$$

somit

$$h_1 = \frac{1}{4\pi} \frac{V_1 - V_2}{R_1 \log \frac{R_2}{R_1}}, \qquad h_2 = -\frac{1}{4\pi} \frac{V_1 - V_2}{R_2 \log \frac{R_2}{R_1}}.$$

Auf einem Stücke des innern Cylinders, dessen Länge l ist, befindet sich demnach die Elektricitätsmenge

$$Q = 2\pi R_1 l \cdot h_1 = \frac{1}{2} \frac{V_1 - V_2}{\log \frac{R_2}{R_1}} \cdot l.$$

Digitized by Google

Ist der äufsere Cylinder zur Erde abgeleitet, so wird $V_2 = 0$, somit

$$Q = \frac{1}{2} \frac{l}{\log \frac{R_2}{R_1}} \cdot V_1; \qquad K = \frac{1}{2} \frac{l}{\log \frac{R_2}{R_1}},$$

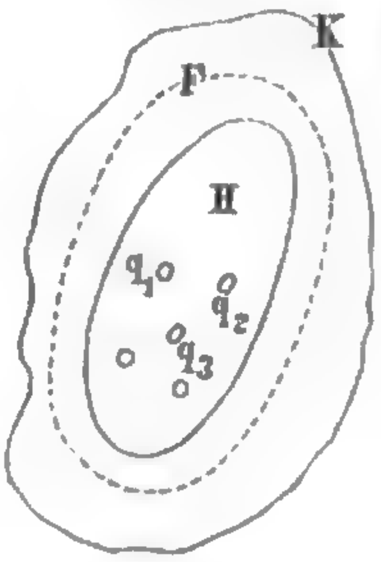
wenn wir die Kapacität eines Stückes des innern Cylinders von der Länge l mit K bezeichnen.

Es ergiebt sich hiernach, dafs es bei zwei parallelen Flächen in der That genügt, die Werte der Potentialfunktionen auf denselben zu kennen, um die Dichtigkeiten der Elektricität auf denselben und die Kapacität derselben zu bestimmen. Wie wir die Potentialfunktionen messen können, werden wir demnächst sehen.

§. 42.

Elektrisierte Leiter in Hohlräumen anderer Leiter. Bei Behandlung der von einer leitenden Kugelschale umgebenen Kugel haben wir im vorigen Paragraphen gesehen, dafs die auf der innern Fläche der Schale vorhandene Elektricität an Menge der auf der eingeschlossenen Kugel vorhandenen genau gleich, dem Zeichen nach entgegengesetzt ist, und dafs demnach die Potentialfunktion des Systemes auf einen äufsern Punkt nur abhängig ist von der auf der äufsern Fläche der Schale vorhandenen Elektricität. Diese beiden Sätze sind ganz unabhängig von der Form der Schale und auch von der Form des in der Schale eingeschlossenen Körpers, sie gelten ganz allgemein für beliebige elektrische Leiter, welche von einer beliebigen leitenden Hülle ganz umschlossen sind. Ist Fig. 57 K ein beliebig geformter leitender Körper, der in einem Hohlraume H einen oder auch mehrere mit den Elektricitäten $q_1, q_2, q_3 \ldots$ versehene Leiter enthält, so ist notwendig die auf der den Hohlraum umschliefsenden Fläche vorhandene Elektricität Q

Fig. 57.



$$Q = -(q_1 + q_2 + q_3 + \ldots).$$

Es folgt das einfach aus dem Satze, dafs in der Schale die Potentialfunktion einen konstanten Wert haben mufs und aus dem im §. 7 bewiesenen Satze, dafs die in einer geschlossenen Fläche vorhandene Menge eines wirksamen Agens gleich ist der mit 4π dividierten negativ genommenen Summe der in der geschlossenen Oberfläche in jedem Element nach aufsen in der Richtung der Normale wirksamen Kraft, also dem schon mehrfach benutzten Satze

$$M = -\frac{1}{4\pi}\int \frac{dV}{dn}\, d\omega.$$

Denken wir uns nämlich im Innern der Schale eine beliebige den Hohlraum ganz umschliefsende Fläche F gelegt, so giebt uns obiger Satz die Summe der auf der Innenfläche der Schale und in dem Innern des Hohlraums vorhandenen Elektricität. Da nun im Innern der Schale die Potentialfunktion konstant sein mufs, so folgt, dafs an jedem Punkte der

Digitized by Google

Fläche F die parallel der Normale nach aufsen wirkende Kraft, also der Differentialquotient $\frac{dV}{dn}$ gleich null ist. Daraus folgt notwendig, dafs das Integral ebenfalls null ist, somit

$$M = 0.$$

Da indes weiter

$$M = Q + q_1 + q_2 + q_3 + \cdots$$

so folgt

$$Q = -(q_1 + q_2 + q_3 + \cdots).$$

Um die Richtigkeit des zweiten Satzes zu erkennen, genügt folgende Überlegung. Der soeben bewiesene Satz gilt allgemein, er bleibt also auch bestehen, wenn die äufsere Schale zur Erde abgeleitet ist. Da bei dieser Ableitung nur die auf der äufsern Grenze der Schale vorhandene Elektricität fortgenommen ist, welche auf das Innere ganz ohne Einflufs ist, so folgt, dafs bei Ableitung der äufsern Schale auch die Verteilung der im Hohlraum und auf der den Hohlraum umschliefsenden Fläche vorhandenen Elektricität ganz dieselbe bleibt, wie wenn die Schale eine beliebige Elektricität besitzt. In der abgeleiteten Schale und auf deren Oberfläche ist, wie wir wissen, die Potentialfunktion notwendig null. Entfernen wir uns von der Oberfläche eines Körpers, auf welchem die Potentialfunktion einen bestimmten Wert hat, so folgt aus der Natur der Potentialfunktion als Quotient aus einer Menge wirksamen Agens und einer Entfernung, dafs im äufsern Raume die Potentialfunktion von dem auf der Oberfläche vorhandenen Werte mit wachsender Entfernung bis zur Null abnehmen mufs, nicht aber durch Null hindurchgehen und ein entgegengesetztes Vorzeichen annehmen kann. Ist demnach in der Oberfläche die Potentialfunktion gleich null, so mufs sie es auch im ganzen äufsern Raume sein. Im Falle demnach die Schale abgeleitet ist, folgt notwendig, dafs die Potentialfunktion der auf der Innenfläche der Schale und in dem Hohlraum vorhandenen Elektricitäten auf jeden äussern Punkt gleich null sein mufs. Wird nun der Schale Elektricität mitgeteilt, so bleibt diese auf der äufsern Fläche, es wird dadurch die Potentialfunktion der im Innern vorhandenen Elektricitäten nicht geändert, dieselbe bleibt somit im äufsern Raume auch dann gleich null, oder die Potentialfunktion des Systems ist einfach jene der der äufsern Schale mitgeteilten Elektricität. Es verhält sich demnach ein mit einem Hohlraume versehener Körper, in dessen Hohlraum sich irgend welche Elektricitäten befinden, gerade wie ein neutraler Körper.

Es ergiebt sich aus dem ersten dieser beiden Sätze, dafs wenn der hohle Leiter ursprünglich unelektrisch war, nach dem Einbringen der Elektricitäten Σq in das Innere des Hohlraumes auf der äufsern Oberfläche des Leiters genau dieselbe Elektricitätsmenge $Q = \Sigma q$ derselben Art erscheinen mufs, welche wir in den Hohlraum eingeführt haben. Diesen Satz hat schon Faraday[1]) aufgestellt und dadurch experimentell bewiesen, dafs er eine elektrisierte isolierte Kugel in ein Gefäfs einsenkte, dessen

1) *Faraday*, Philosophical Magazin series III vol. XXII. Poggend. Ann. Bd. LVIII, p. 603.

Digitized by Google

Aufsenseite mit einem Elektroskope leitend verbunden war. Es zeigt sich dann, dafs die Divergenz der Goldblättchen ganz dieselbe bleibt, an welcher Stelle des nach dem Einsenken der Kugel wieder geschlossenen Gefäfses sich auch die elektrisierte Kugel befindet, und dafs sich die Divergenz auch nicht ändert, wenn man die Kugel mit der innern Gefäfswand zur Berührung bringt. Im letzteren Falle geht aber, wie wir wissen, die gesamte Elektricität der Kugel auf die Aufsenwand des Gefäfses über. Dieses Gleichbleiben der Divergenz der Goldblättchen beweist somit, dafs die durch Influenz auf der Aufsenfläche eines einen Hohlraum umschliessenden Leiters erregte Elektricität, wenn man in den Hohlraum irgend welche Elektricität bringt, der letztern an Menge und dem Vorzeichen nach gleich ist.

§. 43.

Verteilung der Elektricität auf getrennten Leitern. Der schwierigste Fall der Bestimmung der Menge und der Verteilung der auf verschiedenen Leitern vorhandenen Elektricität ist derjenige, wenn die Leiter in irgend welchen aber so kleinen Entfernungen sich von einander befinden, dafs sie influenzierend auf einander einwirken, ohne dafs die in den beiden vorigen Paragraphen betrachteten Fälle vorhanden sind. Ein Fall würde z. B. der sein, dafs zwei leitende Kugeln in nicht zu grofser Entfernung sich von einander befinden, von denen die eine mit einer gewissen Elektricitätsmenge geladen ist. Welches ist infolge der Anwesenheit der zweiten Kugel die Verteilung der Elektricität auf der ersten und zweiten Kugel?

Die Grundlage der Rechnung bleibt auch für diesen Fall dieselbe; die Potentialfunktion mufs an allen Stellen eines Leiters denselben Wert haben, dieselbe mufs im Leiter konstant sein, ebenso gut, wenn er unter dem Einflusse anderer Leiter steht, wie wenn er isoliert ist; denn das ist unter allen Umständen die Bedingung des Gleichgewichtes für die auf einem Leiter vorhandene Elektricität. Daraus folgt aber sofort, dafs der Wert der Potentialfunktion auf einem Leiter ein anderer wird, wenn er unter dem Einflusse anderer Leiter steht, als wenn er isoliert für sich ist, und weiter, dafs die Verteilung der Elektricität auf einem Leiter, welcher unter dem Einflusse anderer Leiter steht, im allgemeinen eine ganz andere sein mufs, als auf dem isolierten Leiter gleicher Form.

Nehmen wir als Beispiel den erwähnten Fall zweier Kugeln; die Kugel A sei mit einer gewissen Elektricitätsmenge versehen, die in ihrer Nähe befindliche Kugel sei zunächst unelektrisch. Durch die Wirkung der ersten Kugel wird die zweite influenziert und zwar so, dafs die der Kugel A zugewandte Seite von B Influenzelektricität der ersten Art, die abgewandte solche der zweiten Art erhält. Dafs diese Verteilung eintreten mufs folgt aus dem oben aufgestellten Satze. Die Kugel A stehe zunächst allein, die ihr mitgeteilte Elektricität verteilt sich gleichmäfsig über die Kugel, die Niveauflächen der Potentialfunktion sind Kugelflächen; mit wachsendem Abstande vom Mittelpunkte nimmt die Potentialfunktion ab. Nun werde die Kugel B in die Nähe von A gebracht; dieselbe wird von einer Schar Niveauflächen mit wachsenden Radien geschnitten. Es ergiebt

Digitized by Google

sich somit, dafs die Potentialfunktion der auf der ersten Kugel vorhandenen Elektricität in der zweiten Kugel um so kleiner wird, je weiter die Schnitte der Niveauflächen in der zweiten Kugel vom Mittelpunkte der ersten entfernt sind. Es mufs deshalb der neutrale Zustand in der zweiten Kugel gestört werden, und zwar derart, dafs die Potentialfunktion in den der Kugel *A* näheren Stellen verkleinert, in den entfernteren vergröfsert wird, soweit bis sie wieder in allen Punkten der Kugel *B* den gleichen Wert hat. In den der Kugel *A* nähern Teilen mufs demnach Elektricität auftreten, welche mit der auf *A* vorhandenen ungleichnamig ist, in den entfernteren gleichnamige. Da die Niveauflächen die Kugel *B* in Kreisen schneiden, welche auf der Verbindungslinie der Mittelpunkte beider Kugeln senkrecht sind, erkennt man ferner, dafs die durch Influenz erregte Elektricität auf allen Punkten eines zur Verbindungslinie der beiden Kreise senkrechten Kreises dieselbe Dichtigkeit haben mufs. Ist *A* positiv geladen, so mufs der Punkt, wo die Verbindunglinie der Kugelmittelpunkte die zweite Kugel trifft, am stärksten negativ elektrisch sein. Die Dichtigkeit der negativen Elektricität auf der Kugel *B* mufs mit Entfernung von diesem Punkte abnehmen, auf einem Kreise null werden, und hinter diesem Kreise mufs die Kugel positiv elektrisch werden, um so stärker, je weiter die betreffenden Schnitte von *A* entfernt sind.

Durch die so in der zweiten Kugel entwickelte Elektricität mufs rückwärts die Verteilung auf der ersten Kugel geändert werden, denn dadurch, dafs in der Nähe derselben sich jetzt eine gewisse Menge ungleichnamiger Elektricität befindet, mufs an den dieser nähern Stellen der Kugel *A* die Potentialfunktion der jetzt wirksamen Elektricitäten mehr verkleinert sein als an den entferntern Stellen. Es mufs daher, um der Potentialfunktion wieder an allen Stellen der Kugel *A* den gleichen Wert zu geben, die Dichtigkeit der Elektricität an den der Kugel *B* nähern Stellen wachsen, an den entferntern abnehmen. Die so dort eingetretene Verteilung bedingt neuerdings eine andere Verteilung in *B*, so zwar, dafs in den der Kugel *A* näher liegenden Teilen die Dichtigkeit der Influenzelektricität der ersten Art weiter zunehmen mufs. Dadurch mufs die Verteilung in *A* wieder geändert werden und so fort.

Denken wir uns die Mittelpunkte der beiden Kugeln durch eine gerade Linie verbunden und diese Gerade verlängert, bis sie die Oberflächen der Kugeln schneidet, so wird an dem äufsern Punkte, wo diese Gerade die Oberfläche der Kugel *A* trifft, die Dichtigkeit der Elektricität für diese Kugel den kleinsten, auf dem innern, der Kugel *B* zugewandten Schnittpunkte den gröfsten Wert haben. Auf allen Punkten eines zu dieser Verbindungslinie senkrechten Schnittes mufs die Dichtigkeit dieselbe, auf den verschiedenen Schnitten aber verschieden und um so kleiner sein, je weiter der Schnitt von *B* entfernt ist.

Auf der Kugel *B* dagegen ist die Elektricität auf dem innern Schnittpunkte jener von *A* entgegengesetzt und diese Elektricität erstreckt sich mit abnehmender Dichtigkeit bis zu einem gewissen zu jener Verbindungslinie senkrechten Schnitte; von da an ist die Elektricität mit jener der Kugel *A* gleichnamig, ihre Dichtigkeit nimmt zu bis zu jenem Punkte, wo die Verbindungslinie der Mittelpunkte die Kugelfläche an der äufsern Seite trifft.

Digitized by Google

In ähnlicher Weise kann man im grofsen und ganzen auch die Verteilung übersehen, wenn die Kugel B von vornherein eine bestimmte Ladung hat. Bei zwei gleichen gleich stark geladenen Kugeln erkennt man leicht, dafs die Verteilung der Elektricität ähnlich ist, wie bei zwei sich berührenden Kugeln. Ist die eine Kugel stärker geladen oder gröfser, so kann auf der schwächer geladenen oder kleinern die der gröfsern Kugel zugewandte Seite entgegengesetzt elektrisch oder neutral oder gleichnamig sein, je nach dem Verhältnis der Ladungen oder nach der Entfernung der Kugeln.

Sind zwei verschiedene Kugeln etwa in Berührung positiv elektrisiert, so zeigt sich bei Entfernung der kleinen Kugel auf ihrer der grofsen zugewandten Hälfte immer zuerst negative Elektricität, welche in dem der grofsen Kugel nächsten Punkte am dichtesten ist. Entfernt man die kleinere Kugel weiter, so ist in einer gewissen Entfernung die der grofsen zugewandte Seite bis fast zur Hälfte unelektrisch und erst in noch grösserer Entfernung ist die ganze Kugel positiv.

Steht die zweite Kugel mit der Erde in leitender Verbindung, so ist für dieselbe, wie wir wissen, die Gleichgewichtsbedingung, dafs die Potentialfunktion der vorhandenen Elektricität in ihr überall null sein mufs. Da die Potentialfunktion einer mit positiver Elektricität geladenen Kugel überall positiv ist, so folgt, dass, wenn die erste Kugel eine positive Ladung hat, auf der zweiten Kugel überall negative Elektricität vorhanden sein mufs, deren Dichtigkeit in den der ersten Kugel nächsten Stellen, wo deren Potentialfunktion am gröfsten ist, den gröfsten Wert haben mufs, und welche abnimmt, je weiter wir uns auf der zweiten Kugel von der ersten entfernen.

So leicht es hiernach ist, im grofsen und ganzen die Verteilung der Elektricität auf sich influenzierenden Leitern anzugeben, so schwierig ist es, die Dichtigkeit an den einzelnen Stellen genau zu berechnen. Die mathematischen Schwierigkeiten sind so grofs, dafs es bisher überhaupt nur gelungen ist, wenige einfachere Aufgaben zu lösen. Da die Untersuchungen wesentlich mathematisches Interesse haben, verweisen wir auf die Originalarbeiten und die Specialwerke über Elektrostatik[1]). Nur die wirklich geniale Methode von William Thomson[2]) wollen wir kurz besprechen und nach derselben den einfachsten Fall behandeln, nämlich die Verteilung der Elektricität auf einer zur Erde abgeleiteten Kugel, auf

1) *Poisson*, Mémoires de l'Acad. T. XII. Paris 1811. *Plana*, Memorie di Torino. 2 series T. VII. *F. Murphy*, Elementary principles of the theories of Electricity, Heat and Molecularactions part I. Cambridge 1833. *Hankel*, Abhandlungen der Königl. Sächs. Gesellsch. der Wissensch. Bd. III. Leipzig 1857. *Green*, An essay on the Application of mathematical Analysis to the theories of Electricity etc. Nottingham 1836, *Crelles* Journal Bd. XLIV. *Thomson*, Philos. Magazin 4 series, vol. V, vol. VI. Reprint of papers on electrostatics etc. London 1872. *Kirchhoff*, Crelles Journal Bd. LIX. *Beer*, Einleitung in die Elektrostatik etc. Braunschweig 1865. *Grinwis*, Theorie der wrijwings Electriciteit. Utrecht 1869. *Maxwell*, Electricity and Magnetisme. Oxford 1873; deutsche Übersetzung nach der 2. Aufl. von *Weinstein*. Berlin 1883. Bd. I. *Kötteritsch*, Elektrostatik. Leipzig bei Teubner, 1872. *Mascart*, Traité de l'éléctricité statique. Paris 1876, deutsche Ausgabe von *Wallentin*. Wien 1883. I. Bd.

2) *Thomson*, Cambridge and Dublin mathematical Journal 1848. Reprint of papers etc. p. 52.

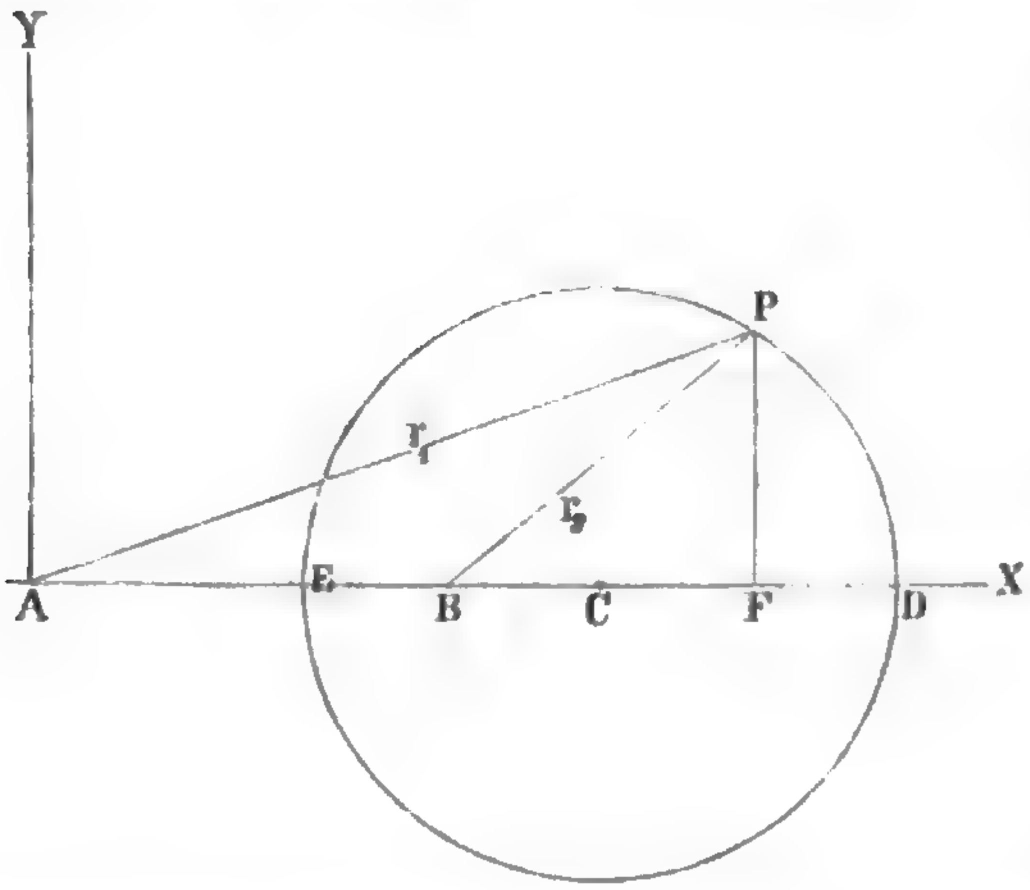
Digitized by Google

welche eine in einem Punkte konzentrierte elektrische Menge influenzierend einwirkt, da dieser sich durch Anwendung rein geometrischer Sätze lösen läfst. Es ist das die Methode der elektrischen Bilder. Wir folgen im wesentlichen der Darstellung dieser Methode von Maxwell[1]).

In der abgeleiteten Kugel ist an allen Punkten der Oberfläche die Potentialfunktion gleich null. Die Methode von William Thomson besteht nun darin, im innern Raume der Kugel einen Punkt zu bestimmen, der mit einer gewissen ebenfalls zu bestimmenden Elektricitätsmenge versehen und anstatt der in der abgeleiteten Kugel vorhandenen mit der gegebenen Elektricitätsmenge zusammen in der Fläche, welche die Oberfläche der abgeleiteten Kugel einnimmt, die Potentialfunktion gleich null macht. Dieser im Innern der Kugel vorhandene elektrische Punkt ist das elektrische Bild des gegebenen elektrischen Punktes. Da dieser Punkt mit dem gegebenen zusammen in der Kugel denselben Zustand hervorruft, welchen der gegebene Punkt in der abgeleiteten Kugel erzeugt, ist die Berechnung der elektrischen Verteilung in der Kugel auf die Berechnung der Wirkung zweier elektrischer Punkte zurückgeführt.

Zur Ableitung der Methode weisen wir zunächst nach, dafs wenn in zwei Punkten A und B Fig. 58 die Elektricitätsmengen e_1 und $-e_2$ vorhanden sind, eine kugelförmige Niveaufläche existiert, für welche die Potentialfunktion gleich null ist, und deren Mittelpunkt und Radius sich aus dem Abstande AB und dem Verhältnis der Elektricitätsmengen bestimmt. Ist der Punkt P ein Punkt der Niveaufläche, auf welcher die Potentialfunktion gleich null ist, so ist derselbe durch die Gleichung gegeben, wenn $AP = r_1$, $BP = r_2$ gesetzt wird

Fig. 58.



$$\frac{e_1}{r_1} - \frac{e_2}{r_2} = 0 \ldots (1)$$

da die linke Seite der Gleichung die Potentialfunktion der beiden gegebenen Elektricitätsmengen ist. Zunächst erkennt man, dafs die Niveaufläche eine Rotationsfläche ist; denn denken wir uns die Figur um die Richtung AB als Axe gedreht, so ist für alle Punkte des Kreises, welchen der Punkt P dann beschreibt, der Wert von r_1 und r_2 derselbe, dieser Kreis entspricht somit einem Schnitte der Niveaufläche senkrecht zu AB. Weisen wir deshalb nach, dafs der in der Ebene der Zeichnung liegende Schnitt

1) *Maxwell*, Electricity and Magnetism vol. I, art. 156.

Digitized by Google

ein Kreis ist, so folgt, dafs die Niveaufläche selbst eine Kugel ist. Schreiben wir die Gleichung (1)

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{e_1}{e_2} = k,$$

so haben wir demnach jene Kurve zu bestimmen, deren Punkte P dadurch gegeben sind, dafs ihre Abstände r_1 und r_2 von zwei festen Punkten A und B in einem konstanten Verhältnis stehen. Wir legen dazu am bequemsten durch den einen Punkt A ein rechtwinkliges Koordinatensystem, dessen Axe der X in AB fällt, dessen Axe der Y dazu senkrecht ist. Wir können dann schreiben

$$r_1^2 = x^2 + y^2,$$

und wenn wir $AB = a$ setzen

$$r_2^2 = (x - a)^2 + y^2,$$

somit wird die Gleichung der Kurve

$$\frac{x^2 + y^2}{(x-a)^2 + y^2} = k^2,$$

oder

$$x^2 + y^2 + 2\,\frac{k^2}{1-k^2}\,a\,x = \frac{a^2 k^2}{1-k^2} \quad \ldots \quad (2)$$

und man erkennt sofort, dafs dies die Gleichung eines Kreises ist, dessen Mittelpunkt vom Punkte A um die Strecke b entfernt ist, wenn

$$b = \frac{k^2}{k^2-1}\,a \quad \ldots \quad (3)$$

und dessen Krümmungsradius ϱ aus der Gleichung sich ergiebt

$$\varrho^2 = b^2 - \frac{a^2 k^2}{k^2-1} \quad \ldots \quad (4)$$

Denn für einen Kreis, dessen Radius gleich ϱ ist und dessen Mittelpunkt um b von A entfernt ist, haben wir die Gleichung

$$x^2 + y^2 - 2bx = \varrho^2 - b^2,$$

und diese Gleichung wird mit der Gleichung (2) identisch, wenn wir b und ϱ durch die Gleichungen (3) und (4) bestimmen.

Es folgt somit, dafs die mit dem Radius ϱ um den Punkt, dessen Abstand von A gleich b ist, beschriebene Kugel für die beiden gegebenen Elektricitätsmengen die Niveaufläche ist, auf welcher die Potentialfunktion gleich null ist.

Die Lage der Niveaufläche hängt wesentlich von dem Wert k ab, ist $k > 1$, so ist b positiv und gröfser als a, dagegen $\varrho < b$, die Kugel umschliefst somit den Punkt B; ist $k = 1$, so wird b sowohl als ϱ unendlich, die Kugel geht in eine Ebene über, welche den Abstand AB halbiert; ist $k < 1$, so wird b negativ, der Mittelpunkt liegt auf der andern Seite von A und da $\varrho < b + a$, so wird jetzt der Punkt A von der Niveaufläche umschlossen.

Nun sei eine zur Erde abgeleitete Kugel vom Radius ϱ gegeben, welche unter Wirkung der Influenz der im Punkte A vorhandenen positiven Elektricitätsmenge e_1 stehe; der Abstand ihres Mittelpunktes von A

Digitized by Google

sei gleich b. Wir suchen zunächst den Punkt B und die in demselben zu konzentrierende Menge e_2 negativer Elektricität auf, also das elektrische Bild von A, welche mit der gegebenen Elektricitätsmenge zusammen auf der Kugel den Wert der Potentialfunktion gleich null macht, auch wenn dieselbe nicht mit der Erde in leitender Verbindung ist. Da jetzt ϱ und b gegeben sind, bestimmen wir den Abstand BC gleich $b - a$ und den Quotienten k durch b und ϱ.

Gleichung (3) liefert zunächst

$$a = \frac{k^2 - 1}{k^2}\, b$$

$$b - a = BC = b\left(1 - \frac{k^2 - 1}{k^2}\right) = \frac{b}{k^2}.$$

Gleichung (4) liefert, indem wir in derselben a durch b ausdrücken und in leicht zu übersehender Weise reduzieren,

$$\varrho = \frac{b}{k}, \qquad k = \frac{b}{\varrho},$$

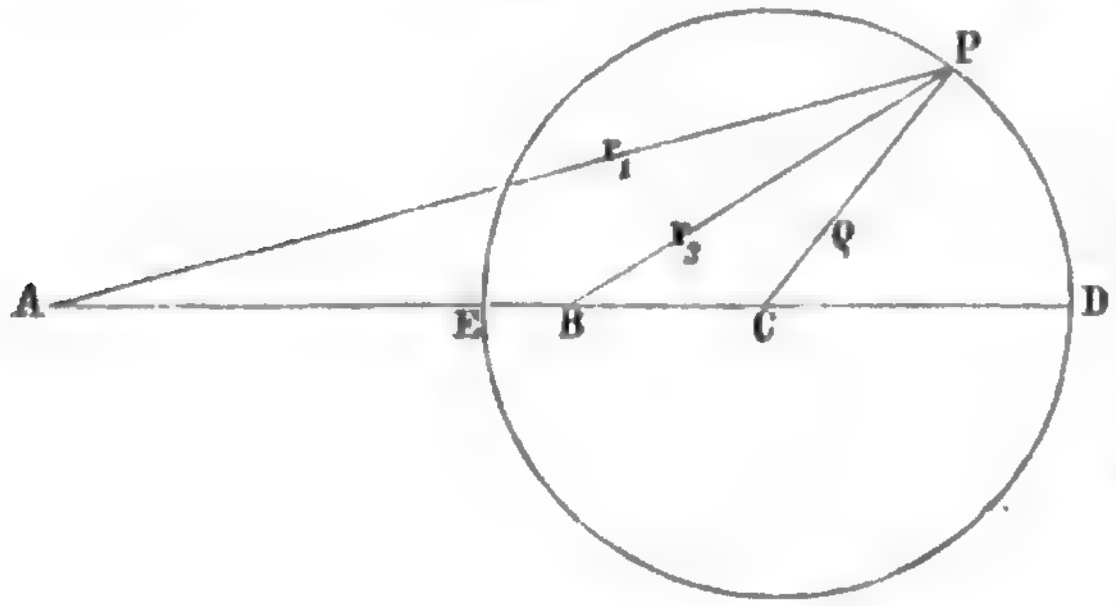
somit

$$BC = b - a = \frac{\varrho^2}{b} \quad \cdots (5)$$

$$\frac{e_1}{e_2} = \frac{b}{\varrho}; \qquad e_2 = e_1 \frac{\varrho}{b} \quad \cdots (6)$$

Wenn also in dem durch Gleichung (5) bestimmten Punkte die durch Gleichung (6) bestimmte Menge negativer Elektricität konzentriert wäre, so würde auch ohne dafs die Kugel zur Erde abgeleitet wäre, die Potentialfunktion auf der Kugel gleich null sein. Damit ist auch der elektrische Zustand der Kugel und der Wert der Potentialfunktion im ganzen äufsern Raum unter Wirkung des Punktes A und seines elektrischen Bildes B genau derselbe, wie wenn die Kugel abgeleitet wäre. Denn in der That ist es nach dem vorigen Paragraphen nur die Influenzelektricität zweiter Art auf der Kugel, die dort so verteilt ist, dass die Potentialfunktion auf der Kugel null wird, welche nach aufsen wirken würde, wenn diese Verteilung durch das elektrische Bild hervorgebracht wäre, weil, wie wir im §. 42 sahen, die Influenzelektricität der ersten Art an Menge derjenigen des Bildes gleich und die Potentialfunktion beider aufserhalb der Kugel gleich null wäre.

Fig. 59.



Um die Verteilung der Elektricität auf der Kugel zu berechnen, benutzen wir jetzt den Satz, dafs die Dichtigkeit in jedem Punkte der Oberfläche gleich ist der dort wirkenden resultierenden Kraft dividiert durch 4π. Wir berechnen diese resultie-

Digitized by Google

rende Kraft, indem wir einfach die auf einen Punkt P der Kugeloberfläche wirkende, von der im Punkte A konzentrierten Elektricität e_1 und von der in dem elektrischen Bilde vorhanden gedachten Elektricität $-e_2$ herrührende Kraft berechnen. Denn, es sei nochmals wiederholt, die Wirkung der durch Influenz von A auf der abgeleiteten Kugel verteilten Elektricität auf jeden äufsern Punkt und auch den Punkt P ist genau so, wie wenn in der Kugelfläche gar keine Elektricität vorhanden, dafür aber im Punkte B die durch Gleichung (6) bestimmte Menge negativer Elektricität konzentriert wäre. Die auf P wirkende resultierende Kraft, dieselbe berechnet, wie wenn in P die Einheit der positiven Elektricität sich befände, ist

$$\text{in der Richtung } AP \text{ wirkend} \dots \frac{e_1}{r_1^2}$$

$$\text{„ „ „ } BP \text{ „} \dots -e_1 \frac{\varrho}{b} \cdot \frac{1}{r_2^2}.$$

Wir zerlegen nach dem Satz vom Kräfteparallelogramm beide Kräfte in ihre Komponenten parallel dem Radius CP und parallel AC. Die Komponenten der ersten Kraft sind

$$\text{parallel } CP \dots \frac{e_1}{r_1^2} \cdot \frac{CP}{AP} = \frac{e_1 \varrho}{r_1^3}$$

$$\text{„ } AC \dots \frac{e_1}{r_1^2} \cdot \frac{AC}{AP} = \frac{e_1 b}{r_1^3},$$

jene der zweiten Kraft

$$\text{parallel } CP \dots -e_1 \frac{\varrho}{b} \cdot \frac{1}{r_2^2} \cdot \frac{CP}{BP} = -e_1 \frac{\varrho^2}{b} \cdot \frac{1}{r_2^3}$$

$$\text{„ } AC \dots -e_1 \frac{\varrho}{b} \cdot \frac{1}{r_2^2} \cdot \frac{BC}{BP} = -e_1 \frac{\varrho}{b} \cdot \frac{1}{r_2^2} \cdot \frac{b-a}{r_2} = -e_1 \frac{\varrho^3}{b^2} \frac{1}{r_2^3},$$

wo der letzte Ausdruck sich sofort ergiebt, weil $b - a = \frac{\varrho^2}{b}$ nach Gleichung (5).

Da
$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{e_1}{e_2} = k = \frac{b}{\varrho},$$

so folgt für die beiden letzten Komponenten

$$\text{parallel } CP \dots -e_1 \frac{b^2}{\varrho} \cdot \frac{1}{r_1^3}; \qquad \text{parallel } AC \dots -e_1 \frac{b}{r_1^3}.$$

Die beiden Komponenten parallel AC sind somit bei entgegengesetztem Vorzeichen an Gröfse gleich, sie heben sich auf, und es bleibt nur die Komponente parallel dem Radius übrig, wie es auch sein mufs, da die Kugel eine Niveaufläche für die vorhandene Elektricität ist. Die im Punkte P vorhandene Resultierende R ist demnach

$$R = e_1 \frac{\varrho}{r_1^3} - e_1 \frac{b^2}{\varrho} \cdot \frac{1}{r_1^3} = -e_1 \frac{b^2 - \varrho^2}{\varrho} \cdot \frac{1}{r_1^3}.$$

Für die Dichtigkeit h im Punkte P ergiebt sich daraus

$$h = -\frac{1}{4\pi} \cdot e_1 \frac{b^2 - \varrho^2}{\varrho} \frac{1}{r_1^3},$$

Digitized by Google

und die gleiche Dichtigkeit ist in allen Punkten eines durch P senkrecht zu AC gelegten Schnittes der Kugel vorhanden. Die elektrische Dichtigkeit auf den einzelnen Punkten einer zur Erde abgeleiteten, von einem elektrischen Punkte influenzierten Kugel ist somit der dritten Potenz des Abstandes der Punkte von dem influenzierenden Punkte umgekehrt proportional.

Die gesamte auf der Kugel vorhandene Elektricität ist unmittelbar nach dem vorigen Paragraphen aus der Bedeutung des elektrischen Bildes gegeben, sie mufs gleich der im elektrischen Bilde konzentriert gedachten Elektricitätsmenge oder

$$Q = -e_1 \frac{\varrho}{b}$$

sein.

Die ganze Entwicklung läfst erkennen, dafs ebenso wie B mit der Elektricitätsmenge $-e_2$ das elektrische Bild von A mit der Elektricitätsmenge e_1 ist, letzteres auch das Bild des ersteren ist, oder dafs gerade wie in der Optik ein leuchtender Gegenstand und sein Bild konjugiert sind, dasselbe auch von einem elektrischen Punkte und seinem Bildpunkte gilt. Die obige Entwicklung liefert uns demnach auch sofort die elektrische Verteilung auf einer zur Erde abgeleiteten Kugel, wenn die Kugel von einem innern Punkte influenziert wird.

Man erkennt weiter, dafs man ganz ebenso die Verteilung in der abgeleiteten Kugel erhält, wenn ein System elektrischer Punkte auf dieselbe influenzierend einwirkt. Jedem Punkte entspricht ein Bild, dem System von Punkten also ein System von Bildern.

Ist die Kugel nicht isoliert, sondern vielleicht noch mit einer gewissen Elektricitätsmenge versehen, so entsteht unter Wirkung des influenzierenden Punktes die Potentialfunktion V auf derselben; wir können somit die Methode der Bilder unmittelbar anwenden, indem wir in der angegebenen Weise die Verteilung für das Potentialniveau null berechnen und dann an jeder Stelle die Dichtigkeit addieren, welche bei gleichförmiger Verteilung auf der Kugel die Potentialfunktion auf den Wert V bringt.

Ebenso erhält man unmittelbar die Verteilung in einer Ebene, welche man als Niveaufläche für den Potentialwert null erhält, wenn $e_1 = -e_2$, $r_1 = r_2$ ist, so dafs das elektrische Bild in einer dem Abstande des gegebenen elektrischen Punktes gleichen Entfernung hinter der Ebene liegt und die gleiche Menge Elektricität mit entgegengesetztem Vorzeichen enthält, wie der gegebene elektrische Punkt.

Es genüge an diesen Beispielen, um die Methode von Thomson klar zu machen, wegen weiterer Verwendung derselben verweisen wir auf die Arbeiten Thomsons[1]) und Maxwells[2]).

§. 44.

Eigenschaften der Spitzen. Im §. 40 haben wir den Nachweis geliefert, dafs an einer mit einem Leiter verbundenen Spitze die Dichtigkeit

1) *Thomson*, Reprint of papers on electricity etc.

2) *Maxwell*, A Treatise on electricity etc. Bd. I. Deutsche Übersetzung von *Weinstein*, Berlin 1883.

Digitized by Google

der Elektricität immer unendlich grofs sein mufs, wie gering dieselbe auch auf den übrigen Punkten des Leiters sein mag. Mathematische Spitzen, das heifst solche, welche wirklich in einem mathematischen Punkte enden, lassen sich in der Praxis nicht herstellen, alle, auch die feinsten Spitzen, sind mathematisch betrachtet abgestumpfte Kegel. Indem wir die Spitze eines solchen Kegels nicht als eine Kugel von unendlich kleinem, sondern nur von sehr kleinem Durchmesser betrachten, ergiebt sich aus dem erwähnten Satze, dafs auch an solchen die Dichtigkeit der Elektricität sehr viel gröfser sein mufs als an den Punkten des Leiters, mit dem sie in Verbindung sind, ein Satz, den die Versuche von Riess, welche die Dichtigkeit auf Kegeln verschiedener Öffnung bestimmten, bestätigt haben[1]).

Aus dieser Verteilung der Elektricität auf den Spitzen und einer Erscheinung, welche sehr stark mit Elektricität geladene Körper zeigen, ergeben sich einige Eigenschaften der Spitzen von der gröfsten Wichtigkeit.

Wenn ein Leiter mit Elektricität geladen ist, so tritt immer ein Elektricitätsverlust durch Zerstreuung in die Luft ein; wird seine Ladung über eine gewisse Grenze verstärkt, so tritt auch ein Verlust ein über die isolierenden Stützen. Wird seine Ladung noch weiter verstärkt, so dafs die Dichtigkeit an einer Stelle eine gewisse noch höhere Grenze übersteigt, so tritt noch eine andere Art des Verlustes ein, die Elektricität strömt an dieser Stelle in die umgebende Luft direkt aus. Dafs ein solches Ausströmen eintreten mufs, folgt schon aus der Bemerkung am Schlusse des §. 38, nach welcher auf die an einer Stelle eines Leiters vorhandene Elektricität eine vom Leiter fortgerichtete, dem Quadrate ihrer Dichtigkeit proportionale Kraft wirkt, die wir dort als Spannung bezeichneten. Dieser Spannung hält der von aussen durch die isolierende Umgebung, für gewöhnlich also die Luft, wirkende Druck das Gleichgewicht, so dafs nur infolge dieses die Elektricität auf dem Leiter bleibt. Übersteigt nun aber die Spannung eine gewisse Grenze, so reicht dieser Druck nicht mehr aus, und die Elektricität strömt so lange aus, bis die Spannung unter jene Grenze hinabgesunken ist. Dieses Ausströmen der Elektricität ist mit Erscheinungen verknüpft, auf welche wir später eingehen werden, nur erwähnt möge hier werden, dafs die ausströmende Elektricität im Dunkeln leuchtet, und dafs von der Ausströmungsstelle ein Luftstrom ausgeht, in manchen Fällen stark genug, um eine Lichtflamme auszublasen.

Wird ein Leiter mit einer Spitze versehen, so ist immer die Dichtigkeit der Elektricität an der Spitze am gröfsten; wäre die Spitze ganz vollkommen, so würde die Dichtigkeit der Elektricität an derselben immer unendlich grofs sein, wie schwach auch die Ladung des Leiters wäre. Es würde deshalb auch bei der geringsten Ladung schon ein Ausströmen der Elektricität stattfinden, so dafs ein mit einer Spitze versehener Leiter durchaus nicht geladen werden könnte. Das ist nun bei unseren Spitzen nicht der Fall; da an ihnen aber immer die Dichtigkeit der Elektricität eine sehr grofse ist, so folgt, dafs man Leitern, welche mit Spitzen versehen sind, immer nur eine schwache Ladung geben kann, so schwach,

---

1) *Riess*, Abhandlungen der Berliner Akademie 1844. Reibungselektricität. Bd. I, §. 248 ff.

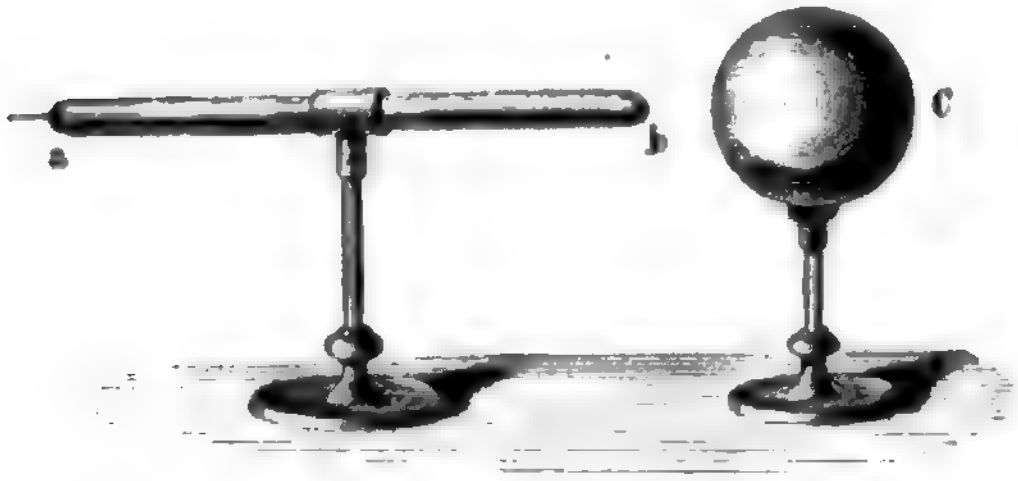
Digitized by

dafs die Dichtigkeit an der Spitze unterhalb jener Grenze bleibt, bei welcher das Ausströmen beginnt.

Die Dichtigkeit an der Spitze eines Kegels hängt natürlich von derjenigen der Elektricität auf dem Mantel des Kegels ab, deshalb wird auch die Wirkung der Spitze abhängig sein von der Stelle des Leiters, an welcher sie befestigt ist. Bei einem Cylinder z. B. wird die entladende Wirkung der Spitze immer am bedeutendsten sein, wenn sie an dem Ende des Cylinders befestigt ist, da ohnehin schon am Ende des Cylinders die Dichtigkeit der Elektricität am bedeutendsten ist.

Bei Leitern, auf welche ein elektrisierter Körper influenzierend einwirkt, hängt die Wirkung der Spitze noch in anderer Weise von dem Punkte ab, wo die Spitze befestigt ist. Influenzieren wir einen Cylinder *ab* (Fig. 60) durch eine Kugel *c* und bringen an dem von der Kugel entfernten Ende *a* eine Spitze an, so wird dieselbe nur Influenzelektricität der zweiten Art erhalten. Dieselbe wird daher ausströmen, da sie nur auf einen kleinen Teil des Cylinders beschränkt ist, und der Cylinder mit Influenzelektricität der ersten Art geladen zurückbleiben. Wird *c* entfernt, so wird die Influenzelektricität erster Art sich über den ganzen Cylinder verbreiten und wenn die Spitze nicht sehr vollkommen ist, auf demselben verbleiben.

Fig. 60.



Eine an dem entfernten Ende eines influenzierten Leiters angebrachte Spitze ladet denselben also mit Influenzelektricität der ersten Art.

Wenn dagegen an dem der Kugel nächsten Ende bei *b* eine Spitze befestigt wird, so strömt aus dieser die Influenzelektricität erster Art aus, und der Cylinder bleibt mit Influenzelektricität zweiter Art geladen zurück, welche sich nach Entfernung der Kugel *c* ebenso über den ganzen Cylinder verbreitet.

Bei dem letzteren Versuche zeigt sich noch eine andere merkwürdige Erscheinung. Vergleicht man nämlich die Elektricitätsmenge der Kugel *c*, bevor und nachdem sie influenzierend gewirkt hat, so zeigt sich nach der Influenz die Elektricitätsmenge bedeutend verkleinert und zwar ungefähr um die auf dem Cylinder *ab* übrigbleibende Menge der Influenzelektricität der zweiten Art. Es hat also den Anschein, als wenn die Spitze von der Kugel eine gewisse Menge Elektricität eingesaugt hätte.

Diese Saugwirkung der Spitzen zeigt sich in noch viel auffallenderer Weise, wenn man einem elektrisierten Körper eine Spitze nähert, welche mit dem Erdboden in leitender Verbindung steht. Sofort sinkt die elektrische Dichtigkeit bis auf eine geringe hinab, und man kann dieselbe durch Zufuhr von Elektricität durchaus nicht steigern. Man stelle an einen isolierten elektrischen Cylinder ein Goldblatt-Elektroskop und nähere dann dem Cylinder eine in der Hand gehaltene Spitze; sofort wird die Divergenz

Digitized by Google

der Goldblättchen verkleinert, sie bleibt dieselbe, auch wenn man den Cylinder mit einer kräftigen Elektricitätsquelle in Verbindung bringt.

Diese Saugwirkung der Spitzen erklärt sich unmittelbar aus den soeben beschriebenen Eigenschaften derselben; steht einer an einem Leiter befestigten oder mit dem Erdboden leitend verbundenen Spitze ein elektrisierter Körper gegenüber, so wird durch Influenz die Spitze so stark elektrisch, dass die Elektricität von ihr ausströmt. Durch die elektrische Spitze tritt dann auch auf dem elektrisierten Körper eine andere Verteilung der Elektricität ein, so dafs die Dichtigkeit der Elektricität an der der Spitze gegenüberliegenden Stelle so grofs wird, dafs auch dort ein Ausströmen stattfindet. Hierzu kommt noch ein anderer Grund; wie wir erwähnten, ist mit dem Ausströmen der Elektricität immer ein Luftstrom verbunden, welcher von der Ausströmungsstelle fortbläst. Dieser Luftstrom ist besonders kräftig bei einer Spitze; derselbe hat seinen Grund offenbar darin, dafs die an der Spitze angrenzende Luft durch die ausströmende Elektricität kräftig elektrisiert und dann abgestofsen wird, er besteht demnach aus Luft, welche mit der Spitze gleichnamig elektrisiert ist. Diese Luft strömt gegen den elektrisierten Körper um so mehr, da sie von der entgegengesetzten auf ihm vorhandenen Elektricität angezogen wird; sie giebt bei der Berührung ihre Elektricität an den Körper ab und neutralisiert dadurch eine derselben gleiche Elektricitätsmenge auf dem Körper.

Daraus ergiebt sich, dafs die scheinbare Saugwirkung einer Spitze so lange dauern wird, als die Elektricität auf dem gegenüber stehenden Körper hinreichende Dichtigkeit besitzt, um die Spitze zum Ausströmen zu bringen; eine dem Körper sehr genäherte, mit dem Erdboden in leitender Verbindung stehende Spitze wird deshalb die elektrische Dichtigkeit auf demselben ebenso stark vermindern, als eine an dem Körper selbst befestigte Spitze.

Hieraus ergiebt sich auch sofort, welche Wirkung eine an einem elektrisierten Körper befestigte Spitze auf einen genäherten nichtelektrischen Leiter haben wird; sie mufs den Leiter mit Influenzelektricität der zweiten Art laden. Denn so lange die Dichtigkeit auf dem elektrisierten Körper so grofs ist, dafs ein Ausströmen stattfindet, wird Influenzelektricität erster Art teils von dem influenzierten Leiter ausströmen, teils auf demselben durch die Luftströmung neutralisiert werden.

Dafs in der That alle diese Wirkungen der Spitzen nur Folge der grofsen Dichtigkeit der Elektricität an ihnen sind, ergiebt sich noch aufserdem aus dem von Riess[1]) geführten Nachweise, dafs dieselben sofort unwirksam werden, wenn man sie mit einem hohlen Leiter umgiebt, sie also auf diese Weise in das Innere eines Leiters versetzt. Schon eine teilweise Umhüllung macht sie, wie Riess gezeigt hat, unwirksam. Er setzte auf eine Metallscheibe eine feine 8 mm lange Nadel und umgab sie mit einer 29 mm hohen, 18 mm weiten Kupferröhre; sie blieb auch bei der stärksten Elektrisierung unwirksam.

Ganz ähnliche Wirkungen wie die Spitzen haben auch glimmende oder

1) *Riess*, Reibungselektricität. Bd. I, §. 254.

Digitized by Google

flammende Körper; auch deren Wirkung ist, wie Riess[1]) ausführlich gezeigt hat, hauptsächlich auf diejenige der Spitzen zurückzuführen. Bei den glimmenden Körpern sind es die Spitzen, welche sich an denselben bei der Verbrennung bilden, bei den Flammen sind es die Spitzen der Flamme selbst, also des brennenden Gasstromes, welcher aufsteigt. Deshalb wirken nur leitende glimmende Körper oder Flammen aus leitenden Gasen wie Spitzen. Schwefel und schwefelige Säure sind nichtleitend, deshalb ist brennender Schwefel auch ganz unwirksam.

Glimmende und flammende Körper wirken viel stärker als künstliche Spitzen, da jedenfalls die an ihnen sich bildenden Spitzen viel vollkommner sind. Um einen nichtleitenden Körper vollkommen unelektrisch zu machen, giebt es deshalb kein besseres Mittel, als ihn einigemal mit der Flamme eines Bunsenschen Brenners zu bestreichen.

§. 45.

Messung der elektrischen Potentialfunktion; Torsionselektrometer von Kohlrausch. Die Sätze der letzten Paragraphen, besonders die der §§. 40 und 42 setzen uns in den Stand, die Methoden kennen zu lernen, nach welchen wir die Ladungen von Leitern, das heifst die Werte der Potentialfunktionen, bis zu denen sie geladen sind, zu messen resp. zu vergleichen imstande sind. Auf verbundenen Leitern mufs der Wert der Potentialfunktion überall der gleiche sein. Setzen wir deshalb etwa die Standkugel einer Torsionswage, an welcher zunächst die Kugel des Wagebalkens anliegen möge, mit einem elektrisierten Körper in leitende Verbindung, so werden beide denselben Wert der Potentialfunktion annehmen wie der gegebene Körper. Ist der Abstand des gegebenen Körpers so grofs, dafs von ihm aus keine Influenz auf die Kugeln der Wage stattfinden kann, so hängt der Wert der Potentialfunktion auf den Kugeln nur ab von der ihnen mitgeteilten Elektricitätsmenge. Ebenso indes hängt die Potentialfunktion der Kugeln nur ab von der ihnen mitgeteilten Elektricitätsmenge, wenn wir die Hülle der Torsionswage leitend machen und zur Erde ableiten. Denn wie wir wissen sind die Kugeln, und das gilt von jedem Leitersystem durch eine zur Erde abgeleitete Umhüllung, vor jedem äufsern Einflusse bewahrt. Ist V die zu messende Potentialfunktion, C die Kapacität der beiden sich berührenden Kugeln, so ist die auf denselben vorhandene Elektricität

$$Q = C \cdot V.$$

Im §. 33 haben wir gesehen, wie wir die den Kugeln der Torsionswage mitgeteilte Elektricität messen; in dem Ausdrucke

$$V = \frac{1}{C} \cdot Q$$

erhalten wir demnach die gesuchte Potentialfunktion auf dem leitend mit der Standkugel verbundenen elektrisierten Körper. Die Potentialfunktionen sind demnach der in der Torsionswage gemessenen Elektricitätsmenge proportional. Will man die Potentialfunktionen zweier geladenen Leiter mit

1) *Riess*, Poggend. Ann. Bd. LXI, LXXI, LXXIII, LXXIV. Reibungselektricität Bd. I, §. 255 ff.

Digitized by Google

einander vergleichen, so hat man hiernach nur die in die Wage übergetretene Elektricitätsmenge zu vergleichen, die Potentialfunktionen verhalten sich direkt wie diese.

Will man die Potentialfunktion ihrem absoluten Werte nach bestimmen, so mufs Q nach absolutem Mafse gemessen werden. Am besten thut man dann, die Standkugel nicht in Berührung mit der Kugel des Wagebalkens zu elektrisieren, sondern wenn sie für sich steht und die Kugel des Wagebalkens weit entfernt ist. Denn in dem Falle ist die Potentialfunktion der Kugel, wenn wir nach der Ladung die leitende Verbindung mit dem elektrisierten Leiter unterbrochen haben, einfach gleich $\frac{Q}{R}$, wenn R der Radius der Standkugel ist. Wie dann Q zu messen ist, haben wir §. 33 gesehen; ist die Standkugel derjenigen des Wagebalkens ganz gleich, so geht, wenn man die Kugel des Wagebalkens mit der isolierten Kugel in Berührung bringt, auf die bewegliche Kugel $\frac{Q}{2}$ hinüber, und diese wird nach den Methoden des §. 33 gemessen.

Mit der Torsionswage kann man somit die Potentialfunktionen geladener Leiter sowohl vergleichen, als ihrem absoluten Wert nach messen, somit auch, wenn man die Kapacitäten der Leiter kennt, die auf ihnen vorhandene Elektricität in absolutem Mafse bestimmen. In vielen Fällen ist sie jedoch in ihrer ursprünglichen Form nicht anwendbar, nämlich dann, wenn es sich darum handelt, sehr kleine Werte der Potentialfunktionen zu vergleichen, somit also, wenn man sehr geringe Mengen von Elektricität vergleichen oder messen mufs. Der Grund dafür ist der, dafs die beiden mit Elektricität geladenen und sich abstofsenden Kugeln immer nur von geringer Gröfse sind, und so gewissermafsen nur ein Punkt des Wagebalkens von der Standkugel abgestofsen wird. Da man den Wagebalken nicht zu lang und den Draht nicht zu fein wählen darf, weil dann derselbe zu leicht durch Luftströmungen bewegt wird, so hat die Empfindlichkeit der Torsionswage eine bestimmte Grenze. Bei geringen Elektricitätsmengen werden daher die zu messenden Gröfsen so klein, dafs eine grofse Genauigkeit nicht zu erreichen ist. Durch eine kleine zuerst von Dellmann[1]) an der Torsionswage angegebene Änderung kann man derselben eine weit gröfsere Empfindlichkeit geben und sie doch, wie Kohlrausch gezeigt hat[2]), zu Messungen benutzen.

Die Änderung von Dellmann besteht darin, dafs er anstatt des an einem Metalldrahte aufgehängten Wagebalkens von Schellack an einem Glasfaden einen Wagebalken von dünnem Metalldraht aufhängt und anstatt der Standkugel in dem Gefäfse der Torsionswage einen horizontalen metallischen Bügel anwendet. Letzterer ist so aufgestellt, dafs die durch ihn gelegte Vertikalebene den Glasfaden in sich aufnimmt; der Wagebalken ist so geformt, dafs seine eine Hälfte an der einen, die andere Hälfte an der anderen Seite des metallischen Bügels, welcher die Stand-

1) *Dellmann*, Poggend. Ann. Bd. LV und LXXXIV. Ferner Programm des Gymnasiums zu Kreuznach 1842.

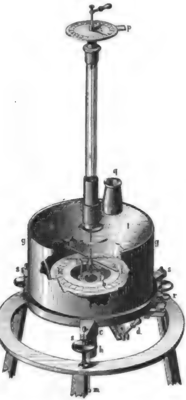
2) *Kohlrausch*, Poggend. Ann. Bd. LXXII u. LXXIV. Das Kohlrauschsche Elektrometer ist in vortrefflicher Ausführung von Herrn Mechaniker Schubart in Gent, früher in Marburg, zu beziehen.

Digitized by Google

kugel vertritt, sich befindet. Werden der feststehende Bügel und der Wagebalken gleichnamig elektrisiert, so stofsen sich Bügel und Wagebalken der ganzen Länge nach ab.

Die Form, welche Kohlrausch dem Apparate gab, ist folgende. Der die Standkugel vertretende Bügel *aa* (Fig. 61) von Silber ist mit zwei Schellackfüfschen *bb* auf das Glasrohr *c* gekittet, welches durch die Mitte der Bodenplatte des Gefäfses *gg* von kreisförmigem Querschnitte hindurchgesteckt ist. Die Glasröhre *c* kann mit sanfter Reibung mittels der Hebelvorrichtung *dd* in einer zweiten Glasröhre, welche in der von der Bodenplatte aufsteigenden Messinghülse festgekittet ist, etwas gehoben und gesenkt werden. Eine Drehung kann der Glasröhre *c* nicht erteilt werden. In dem Glasrohre *c* kann ein zweites Rohr *h* ebenfalls etwas gehoben und gesenkt werden; es greift dazu eine der Hebelvorrichtung *dd* ähnliche Vorrichtung in zwei an *h* befestigte Drähte. In der Axe des Rohres *h* befindet sich ein Draht *mm*, welcher oben in eine Spirale ausläuft; derselbe dient als Zuleitungsdraht für die Elektricität, indem bei Hebung des Rohres *h* der Draht *m* den Bügel *a* berührt.

Fig. 61.



Etwas unterhalb von *aa* befindet sich die Scheibe *kk*, auf der eine Kreisteilung angebracht ist, deren Mittelpunkt in der Axe des Instrumentes, also in der Verlängerung des Aufhängefadens *i* liegt.

Das Gefäfs, in welchem diese ganze Vorrichtung sich befindet, ist von Messing und mit einer Spiegelglasplatte *ll* bedeckt, welche die Röhre mit dem Torsionskreise trägt, von dessen Mittelpunkt der Glasfaden *i* herabhängt. Der Wagebalken besteht aus einem dünnen Silberdraht; er senkt sich mit seiner Mitte in den Ausschnitt des Streifchens *aa*, dessen Hälften, wie es die Figur zeigt, so gebogen sind, dafs der Wagebalken der Länge nach an dem Streifchen liegt, wenn der Torsionskreis auf 0 steht, der Glasfaden also ohne Torsion ist. Wird die Röhre *c* gehoben, so ruht der Wagebalken mit seiner Mitte auf dem

Digitized by Google

Streifchen, wird sie gesenkt, so ist der Boden des Ausschnittes vom Wagebalken etwa 0,5 mm entfernt.

Um mit dem Apparate Messungen auszuführen, stellt man zunächst durch Drehung des Torsionskreises den Wagebalken senkrecht zum Streifchen *aa*, hebt das Streifchen und den Zuleitungsdraht und bringt den letzteren mit der betreffenden Elektricitätsquelle in Berührung. Da der Wagebalken und das Streifchen *aa* jetzt mit einander und dem Zuleitungsdrahte in Berührung sind, so entsteht auf allen diesen Körpern derselbe Wert der Potentialfunktion. Man hebt die Berührung des Streifchens mit dem Zuleitungsdrahte durch Senken des letzteren, und darauf diejenige des Wagebalkens mit dem Streifchen auf, indem man das Streifchen senkt. Man stellt dann den Torsionskreis auf 0 und beobachtet den Winkel, welchen der Wagebalken mit dem Streifchen *aa* bildet, indem man von oben in den Apparat sieht und so den Wagebalken wie das Streifchen *aa* auf die Kreisteilung der Platte *kk* projiziert sieht. Der bei der Drehung des Fadens um den beobachteten Ausschlagswinkel stattfindenden Torsion hält dann die elektrische Abstofsung des Wagebalkens und Streifchens das Gleichgewicht, vorausgesetzt, dafs die Stellung des Wagebalkens nicht durch Luftströmungen beeinflufst wird. Ob letzteres der Fall ist, davon überzeugt man sich durch den nachträglichen Versuch, indem man den Apparat entladet und nun den Torsionskreis um den vorhin beobachteten Ausschlagswinkel dreht. Sind keine Luftströmungen vorhanden, so nimmt der Wagebalken seine vorige Stellung wieder ein. Thut er das nicht, so bedarf es an dem beobachteten Ausschlagswinkel einer Korrektion, um ihn von dem Einflufs der Lufstströmung zu befreien.

Die Bestimmung der Elektricitätsmenge aus der beobachteten Torsion ist bei diesem Apparate, wenn die Beobachtung in der angegebenen Weise durchgeführt wird, d. h. wenn man einfach beobachtet, welchen Ausschlagswinkel der Balken infolge der elektrischen Abstofsung annimmt, wenn der Zeiger des Torsionskreises auf 0 erhalten wird, nicht so einfach wie bei der gewöhnlichen Torsionswage, da hier die Elektricitäten nicht auf zwei sich abstofsenden Kugeln angesammelt sind. Bei den Kugeln kann man immer ohne merklichen Fehler annehmen, dafs die Elektricitäten im Mittelpunkte konzentriert seien, so leicht die Entfernung bestimmen, aus welcher die Kugeln auf einander einwirken, und aus dieser dann die Kraft berechnen, mit welcher die Kugeln in der Entfernungseinheit einander abstofsen. Letzterer ist aber das Produkt der auf den Kugeln vorhandenen Elektricitäten proportional. Bei dem Apparate von Kohlrausch dagegen wissen wir nicht, wie sich die Elektricitäten auf dem Wagebalken und dem Streifchen verteilen, in welchem Punkte man sich also die Elektricitäten konzentriert denken darf; ja die Punkte, in welchen wir uns die gesamten Elektricitäten angesammelt denken können, liegen verschieden, wenn der Wagebalken und das Streifchen verschiedene Winkel mit einander bilden. Deshalb läfst sich von dem beobachteten Ausschlagswinkel nicht direkt auf die Elektricitätsmengen schliefsen, welche dem Apparate mitgeteilt sind.

Würde man dagegen bei konstantem Ausschlagswinkel beobachten, also durch Torsion des Glasfadens immer dafür sorgen, dafs der Wagebalken etwa einen Winkel von 10^0 mit dem Streifchen bildet, so würde

Digitized by Google

die Verteilung der Elektricität auf dem Wagebalken und dem Streifchen immer dieselbe sein, man würde sich also die vorhandenen Elektricitäten immer in denselben Punkten konzentriert denken dürfen. Ist dann anfänglich dem Streifchen und Wagebalken, als sie zu einander senkrecht standen und sich berührten, die Elektricitätsmenge e mitgeteilt, welche gleich ist dem Produkte aus der Kapacität des Bügels und des senkrecht zu demselben gestellten Wagebalkens und dem Werte der Potentialfunktion des mit dem Bügel verbundenen Leiters, so wird ein gewisser Bruchteil $a \cdot e$ auf den Wagebalken übergegangen und die Menge $(1 - a) e$ auf dem Streifchen geblieben sein. Hat man später durch eine Torsion ϑ bewirkt, dafs Wagebalken und Streifchen einen Winkel von 10^0 mit einander bilden, so wird die durch die Torsion ϑ gemessene elektrische Abstofsung, welches auch die Elektricitätsmenge e sein mag, dem Produkte der auf dem Streifchen und der auf dem Wagebalken vorhandenen Elektricitätsmenge proportional sein, da dann die Elektricitäten immer aus der gleichen Entfernung auf einander einwirken. Daraus ergiebt sich, dafs in dem Falle die Elektricitätsmenge e, welche wir messen wollen, der Quadratwurzel aus der Torsion ϑ proportional sein würde.

Da indessen diese Beobachtungsmethode sehr viel umständlicher ist als die zuerst angegebene, so würde der Apparat an leichter Brauchbarkeit bedeutend einbüfsen, wenn sie zur Messung notwendig wäre. Das ist, wie Kohlrausch gezeigt hat, nicht notwendig. Es läfst sich nämlich durch eine Reihe von Beobachtungen für jedes Instrument leicht finden, wie grofs die Torsion ϑ sein mufs, damit der Ausschlagswinkel gleich 10^0 wird, wenn infolge der elektrischen Abstofsung allein der Ausschlagswinkel ein anderer wird. Man hat zu dem Ende nur ein für allemal die Torsionen zu bestimmen, welche erforderlich sind, um dem Wagebalken die Ablenkung von 10^0 zu erteilen, wenn dem Apparat irgend eine Elektricitätsmenge mitgeteilt ist. Kennt man diese, so kann man für jeden nach dem einfachen Verfahren beobachteten Ausschlagswinkel die Torsion ϑ berechnen, welche den Wagebalken auf 10^0 zurückführen würde. Nennt man jene Elektricitätsmenge eins, welche einen Ausschlagswinkel von 10^0 hervorbringen würde, so würde die Elektricitätsmenge e, welche die Torsion ϑ bedarf, um den Wagebalken auf 10^0 zurückzubringen, sein

$$e = \sqrt{\frac{\vartheta}{10}}.$$

Kohlrausch hat für seinen Apparat Tabellen angegeben, welche diese Berechnungen zu machen gestatten, und dieselben in einer weiteren Tabelle für seinen Apparat ausgeführt, so dafs man dort für jeden Ausschlagswinkel die betreffende Elektricitätsmenge angegeben findet. Mit Hilfe dieser kann man leicht für jeden anderen Apparat ähnliche Tabellen aufstellen.

§. 46.

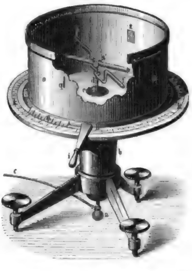
Das Sinuselektrometer von Kohlrausch. Kohlrausch hat noch ein anderes Elektrometer konstruiert, in welchem er die elektrischen Abstofsungen durch die Direktionskraft eines kleinen Magnetes mifst, und welches bei manchen Messungen, besonders wenn man sehr rasch nach einander den elektrischen Zustand eines Körpers oder Änderungen

Digitized by Google

desselben im Verlaufe der Zeit beobachten will, bequemer in der Anwendung ist als die vorhin beschriebene Torsionswage[1]). Die Einrichtung des Apparates ist folgende:

In die Messinghülse *b*, welche von einem Dreifufs getragen wird (Fig. 62), ist mit Schellack eine Messingsäule *a* eingekittet. Auf der Säule *a* steckt mittels eines Konus, also in der Säule leicht drehbar, der Messingstift *d*, welcher die mit dem doppelten Stahlspiegel *ss'* versehene Magnetnadel trägt. Aufserdem ist mit diesem Stift der gebogene Messingstreif *ff* fest verbunden, in welchem die Magnetnadel gerade so hängt, wie der Wagebalken in dem Messingstreifchen bei Kohlrauschs Torsionselektrometer. Der Apparat wird so gestellt, dafs die Nadel frei im magnetischen Meridiane steht und der Messingarm mit der magnetischen Axe der Nadel einen kleinen Winkel α bildet.

Fig. 62.



Wird durch den Zuleitungsdraht *c* der Messingsäule *a* Elektricität mitgeteilt, so verbreitet sich dieselbe über den Arm *ff* und die Nadel und die letztere wird von dem Arme abgestofsen, so weit, bis die elektrische Abstofsungskraft dem der Nadel durch ihre magnetische Direktionskraft erteilten Drehungsmomente das Gleichgewicht hält. Bildet die Nadel mit dem Meridiane den Winkel φ, so ist das die Nadel in den Meridian zurückführende Drehungsmoment gleich

$$MT \,.\, \sin \varphi,$$

wenn M das magnetische Moment der Nadel und T die horizontale Intensität des Erdmagnetismus bedeutet.

Teilt man dem Drahte *c* und somit dem Arme *ff* und der Nadel eine andere Elektricitätsmenge mit, so wird die Nadel bis zu einem andern Winkel φ' abgestofsen werden, und auch jetzt wird die elektrische Abstofsungskraft gleich

$$MT \,.\, \sin \varphi'$$

sein. Wenn so aber auch die elektrischen Abstofsungskräfte dem Sinus des Ablenkungswinkels proportional sind, so kann man doch nicht, und zwar aus denselben Gründen wie bei der zuletzt beschriebenen Torsionswage aus den Ablenkungen auf die Elektricitätsmengen schliefsen. Um das zu können, ist notwendig, dafs bei allen Beobachtungen der Arm *ff* und die Nadel gleiche Winkel mit einander bilden.

1) *Kohlrausch*, Poggend. Ann. Bd. LXXXVIII. Die Fig. 62 abgebildete Form ist diejenige, welche Herr Schubart jetzt dem Apparate giebt.

Digitized by Google

Zur Herstellung dieser Bedingung ist der Stift d mit Schellack in der horizontalen Bodenplatte e von Messing festgekittet. Diese hat einen niedrigen emporstehenden Rand hh, trägt einen Griff i und einen Nonius n, welcher auf den durch Streben an der Säule befestigten geteilten Kreis kk zeigt, in welchem die Bodenplatte konisch so eingeschliffen ist, dafs sie mit sanfter Reibung gedreht werden kann. Dreht man die Bodenplatte und mit ihr den Arm ff der Nadel nach, so wird die Nadel weiter ausweichen, doch wird der Winkel zwischen Nadel und Arm immer kleiner werden, da das durch die magnetische Direktionskraft der Nadel erteilte Drehungsmoment mit dem Sinus des Ablenkungswinkels wächst. Man wird daher immer den Arm so weit drehen können, dafs er mit der Nadel den Winkel α bildet wie in der Ruhelage, oder einen andern Winkel β, vorausgesetzt, dafs die bei dem Winkel α oder β stattfindende elektrische Abstofsungskraft nicht gröfser ist als die Direktionskraft $T \,.\, M$.

Um den Arm ff so einzustellen, dafs die Magnetnadel mit ihm immer den Winkel α oder β bildet, ist in den Rand der Bodenplatte ein Cylindermantel oo von Messing gesetzt, welcher oben mit einer Glasplatte geschlossen ist, und welcher an einer Stelle einen kleinen Planspiegel t und dem gerade gegenüber einen mit einem Planglase geschlossenen Schlitz q trägt. Über dem Schlitze ist auf weifsem Papier ein vertikaler schwarzer Strich als Marke angebracht. Der Cylindermantel ist genau in den Rand h eingeschliffen, kann jedoch beim Festhalten des Griffes i in ihm gedreht werden.

Durch den Schlitz blickend sieht man im Spiegel t die Marke oberhalb q und den Stahlspiegel s'; wenn aufserdem die Ebene des Spiegels s' genau senkrecht zur Visierlinie qt ist, sieht man im Spiegelbilde des Spiegels s' ebenfalls dieselbe Marke, und zwar gerade das Spiegelbild deckend, welches im Spiegel t erscheint; denn das Licht, welches von der Marke auf t fällt, wird nach s' reflektiert, von diesem wieder, da s' ganz wenig gegen die Vertikale geneigt ist, nach t und von t wieder nach dem Schlitze q. Man kann daher durch Drehung des Cylindermantels immer die Visierlinie qt genau senkrecht zur Spiegelebene s' stellen.

Hat man bei der Ruhelage der Nadel den Arm ff so gestellt, dafs er mit der magnetischen Axe der Nadel irgend einen Winkel α bildet, so dreht man zunächst den Cylindermantel ohne Bodenplatte so, dafs die Visierlinie qt senkrecht ist zur Spiegelebene s'. Wird der Apparat durch Verbindung mit einem elektrisierten Leiter mit einer gewissen Elektricitätsmenge e versehen, so dreht man an dem Griffe i die Bodenplatte, mit ihr den Arm ff und den Cylindermantel so weit, dafs wieder die Visierlinie qt zur Ebene des Spiegels s' senkrecht steht. Dann bildet der Arm ff wieder genau den Winkel α mit der magnetischen Axe der Nadel, und der Winkel φ, um welchen die Bodenplatte gedreht wurde, ist zugleich jener, welchen die magnetische Axe der Nadel mit dem magnetischen Meridiane bildet. Die elektrische, zwischen Arm und Nadel thätige Abstofsung ist auch jetzt wieder gleich $MT \,.\, \sin \varphi$.

Erhält bei einer zweiten Ladung der Apparat die Elektricitätsmenge e' und beobachtet man dann in derselben Weise den Winkel φ', so ist die elektrische zwischen Nadel und Arm thätige Abstofsung gleich $MT \,.\, \sin \varphi'$.

Digitized by Google

Da nun in beiden Fällen Nadel und Arm gegen einander in derselben Lage sind, so wird nach den Entwicklungen des vorigen Paragraphen beide Male die elektrische Abstofsung dem Quadrate der dem Apparate mitgeteilten Elektricitätsmenge proportional sein. Daraus folgt, dafs das Quadrat dieser Elektricitätsmengen dem Sinus des Ablenkungswinkels der Nadel proportional ist, oder dafs

$$e : e' = \sqrt{\sin\varphi} : \sqrt{\sin\varphi'}.$$

Die dem Apparate mitgeteilten Elektricitätsmengen sind also den Quadratwurzeln aus dem Sinus der in der angegebenen Weise gemessenen Ablenkungswinkel der Nadel proportional.

In der angegebenen Weise ist der Gebrauch des Sinuselektrometers ein ziemlich beschränkter, d. h. die mit einander zu vergleichenden Elektricitätsmengen sind zwischen ziemlich engen Grenzen eingeschlossen, die gröfste kann nur ungefähr sechsmal so grofs sein als die kleinste, wenn letztere noch mit hinlänglicher Genauigkeit gemessen werden soll. Es ergiebt sich das daraus, dafs der Winkel φ niemals absolut genau bestimmt werden kann, und dafs diese Ungenauigkeit auf das schliefsliche Resultat von um so gröfserem Einflufs ist, je kleiner der Winkel φ ist.

Man kann indes den Gebrauch des Apparates bedeutend erweitern, wenn man nicht nur bei demselben Winkel α zwischen Arm und Nadel, sondern auch bei andern Winkeln β und γ beobachtet. Je gröfser nämlich der Winkel β oder γ ist, um so kleiner wird bei gleicher Elektricitätsmenge der Winkel φ. Um daher kleine Werte der Potentialfunktion zu vergleichen, also nur kleine Elektricitätsmengen zu vergleichen, wählt man einen kleinen Winkel α, um gröfsere Mengen zu vergleichen, dagegen einen gröfseren Winkel β. Man kann aber auch die Beobachtungen bei dem Winkel α mit denen bei dem Winkel β vergleichen.

Bedingt nämlich bei dem Winkel α eine Elektricitätsmenge die Ablenkung φ, bei dem Winkel β die Ablenkung ψ, so ist der Quotient

$$\sqrt{\frac{\sin\varphi}{\sin\psi}}$$

konstant, welches auch die Elektricitätsmenge e sein mag. Denn bewirkt eine andere Elektricitätsmenge bei dem Winkel α die Ablenkung φ', bei dem Winkel β aber ψ', so ist nach dem Vorigen

$$e : e' = \sqrt{\sin\varphi} : \sqrt{\sin\varphi'}$$

$$e : e' = \sqrt{\sin\psi} : \sqrt{\sin\psi'},$$

also

$$\sqrt{\frac{\sin\varphi}{\sin\psi}} = \sqrt{\frac{\sin\varphi'}{\sin\psi'}} = v.$$

Dieser Quotient v läfst sich für eine Reihe von Winkeln durch Versuche finden, indem man die Ablenkungen φ, ψ, χ beobachtet, welche ein und dieselbe Elektricitätsmenge hervorbringt, wenn Arm und Nadel die Winkel α, β, γ mit einander bilden.

Hat man diesen Quotienten z. B. für zwei Winkel α und β bestimmt, und beobachtet bei einem Winkel α durch eine Elektricitätsmenge e die Ablenkung φ, durch eine andere Elektricitätsmenge E bei dem Winkel β

Digitized by Google

die Ablenkung ψ, so weiſs man zunächst, daſs die Elektricitätsmenge e bei dem Winkel β die Ablenkung ψ' hervorgebracht hätte, so daſs

$$\sqrt{\sin\psi'} = \frac{\sqrt{\sin\varphi}}{v},$$

und daraus ergiebt sich dann

$$e : E = \frac{\sqrt{\sin\varphi}}{v} : \sqrt{\sin\psi}$$

$$E = e \cdot v \cdot \sqrt{\frac{\sin\psi}{\sin\varphi}}.$$

Setzt man jene Elektricitätsmenge als Einheit, welche bei dem Winkel α zwischen Arm und Nadel $\varphi = 90^0$ macht, so ist immer

$$e = \sqrt{\sin\varphi}$$

und

$$E = v \cdot \sqrt{\sin\psi}\cdot$$

Es wird also die bei dem Winkel β zwischen Arm und Nadel gemessene Elektricitätsmenge durch die angenommene Einheit ausgedrückt, wenn man die Quadratwurzel aus dem Sinus des beobachteten Ablenkungswinkels mit dem für den Winkel β gefundenen Quotienten v multipliziert.

Eine fernere Erweiterung im Gebrauche des Sinuselektrometers wird man dadurch erreichen, daſs man Nadeln von verschieden starkem magnetischen Momente gebraucht. Die Angaben derselben werden dadurch sehr leicht vergleichbar, daſs man sie bei Anwendung derselben Elektricitätsquelle mit einander vergleicht. Indem man so Nadeln mit sehr groſsem und solche mit sehr kleinem Momente verwendet, kann man Elektricitäten von sehr verschiedener Stärke mit einander vergleichen.

§. 47.

Elektrometer von Thomson. Die beschriebenen Elektrometer von Kohlrausch, wenn sie auch viel geringere Mengen von Elektricität zu messen gestatten als die Drehwage, erfordern doch immerhin noch ziemlich starke Elektricitäten, da die beiden Teile der Elektrometer, welche gegen einander beweglich sind, mit derselben zu untersuchenden Elektricität geladen werden müssen. Für manche Messungen, bei denen es sich um sehr schwache Elektricitäten handelt, sind sie deshalb nicht ohne weitere, später zu besprechende Hilfsmittel brauchbar. W. Thomson hat es sich deshalb zur Aufgabe gemacht, Elektrometer zu konstruieren, welche auch die schwächsten Elektricitäten direkt zu messen gestatten, und hat deren eine ganze Reihe angegeben[1]). Das von Thomson bei der Konstruktion dieser Elektrometer angewandte Princip ist dasjenige des Behrensschen Elektroskopes, ein kon-

---

1) *W. Thomson*, Report of British Association for advancement of sciences for 1867. Wieder abgedruckt und mit Zusätzen versehen in: Reprint of papers on electrostatics and magnetism by Sir William Thomson, London 1872. Article XX. Report on electrometers etc. p. 260 ff. Abbildung und Beschreibung des Quadrantenelektrometers S. 262—280. Das portable Elektrometer ist auch beschrieben von *Dellmann* in Carls Repertorium Bd. 3. Das Quadrantenelektrometer in der von Thomson ihm gegebenen Form ist vom Mechaniker White in Glasgow zu beziehen.

Digitized by Google

stant elektrisierter Körper wirkt auf einen andern, welcher mit der zu untersuchenden Elektricität versehen wird, und versetzt den letztern in Bewegung oder wird von ihm selbst in Bewegung versetzt. Von den verschiedenen Formen, welche Thomson nach und nach konstruiert hat, dem absoluten Elektrometer, dem tragbaren Elektrometer u. s. f. hat nur eines eine gröfsere Verbreitung erlangt, wir begnügen uns deshalb hier mit der Beschreibung nur dieses einzigen, es ist das in seiner jetzigen Form als Quadrantenelektrometer bezeichnete. In demselben wird der bewegliche Teil in einem konstanten elektrischen Zustand gehalten und die zu messende Elektricität festen Leitern mitgeteilt, welche dann auf den beweglichen anziehend oder abstofsend einwirken.

Die Einrichtung des Apparates zeigt Fig. 63 in einer perspektivischen Seitenansicht und Fig. 64 in einem zur Seitenansicht Fig. 63 senkrechten Durchschnitte. Ein von bestisolierendem weifsen Flintglas gefertigter Cylinder, oben offen mit abgeschliffenem ebenen Rande und halbkugelförmigem Boden ist in einem Messingdreifufse so aufgestellt, dafs der obere Rand genau horizontal ist. Der Cylinder ist, wie die später zu besprechenden Leydner Flaschen innen und aufsen mit Stanniol beklebt und bis zu einer gewissen in den Figuren angedeuteten Höhe mit konzentrierter Schwefelsäure gefüllt. Die Schwefelsäure hat einmal den Zweck, den innern Raum der Flasche vollständig trocken zu halten, dann aber weiter den beweglichen Teil des Apparates mit der innern Stanniolbelegung in leitende Verbindung zu setzen. Die äufsere Belegung ist mit der Erde in leitender Verbindung. Der Glascylinder bildet so eine Leydener Flasche, welche, wie wir in einem spätern Paragraphen besprechen werden, dadurch dauernd elektrisch geladen werden kann, dafs man der innern Belegung aus irgend einer Quelle Elektricität zuführt. Die auf der innern Belegung angesammelte Elektricität bleibt lange Zeit annähernd konstant.

Auf den obern Rand des Glascylinders ist ein Metalldeckel aufgelegt und mit Schrauben auf der Fassung desselben befestigt, der die weitern Teile des Apparates trägt. Zunächst sind mit gut isolierenden Glasstäben an demselben befestigt die vier Quadranten, denen die zu messende Elektricität zugeführt ist. Dieselben *a* und *b* Fig. 63 von der Seite *c* und *d* Fig. 64 im Durchschnitt und *a*, *b*, *c*, *d* Fig. 65 von oben gesehen, bestehen aus den Teilen eines flachen Messingcylinders, der unten und oben durch einen Metallboden geschlossen ist, und durch zwei Schnitte, welche durch zwei zu einander senkrechte Durchmesser des Cylinders geführt sind, in 4 Quadranten zerlegt werden. Die Quadranten sind, wie Fig. 65 zeigt, so zusammengestellt, dafs zwischen ihnen den Schnitten entsprechend nur ein kleiner Zwischenraum ist. Sie sitzen genau symmetrisch zur Axe des ganzen Instrumentes, so dafs die Axe desselben mit der Axe der zu einem Cylinder wieder zusammen geschobenen Quadranten zusammenfällt. In der Mitte ist von jedem Quadranten durch einen mit dem Umfang konzentrischen Kreisschnitt ein Teil fortgenommen, so dafs dort eine die Quadranten durchsetzende cylindrische Öffnung hergestellt ist.

Von den vier Quadranten sind die je zwei sich gegenüberstehenden, *a* und *d* sowie *b* und *c* durch feine Drähte mit einander in metallische Verbindung gebracht, so dafs die so verbundenen Quadranten je eines

Digitized by Google

Paares immer dieselbe elektrische Ladung besitzen, wenn man dem einen Quadranten jedes Paares Elektricität zuführt. Diese Zuführung geschieht durch die beiden Elektroden l und m, Fig. 63, welche aus starken Drähten bestehen, die isoliert durch den Deckel der Flasche hindurchgeführt

Fig. 63.

sind, und welche ebenfalls isoliert durch die obere Fläche des auf den Deckel gesetzten Kastens, die Laterne, in l und m hervortreten. Ihr unteres Ende ist durch eine federnde Spirale mit den Quadranten a und b leitend verbunden. Man verbindet in der Regel den einen der Zuleitungsdrähte mit der Quelle, deren Potentialfunktion gemessen werden soll, und

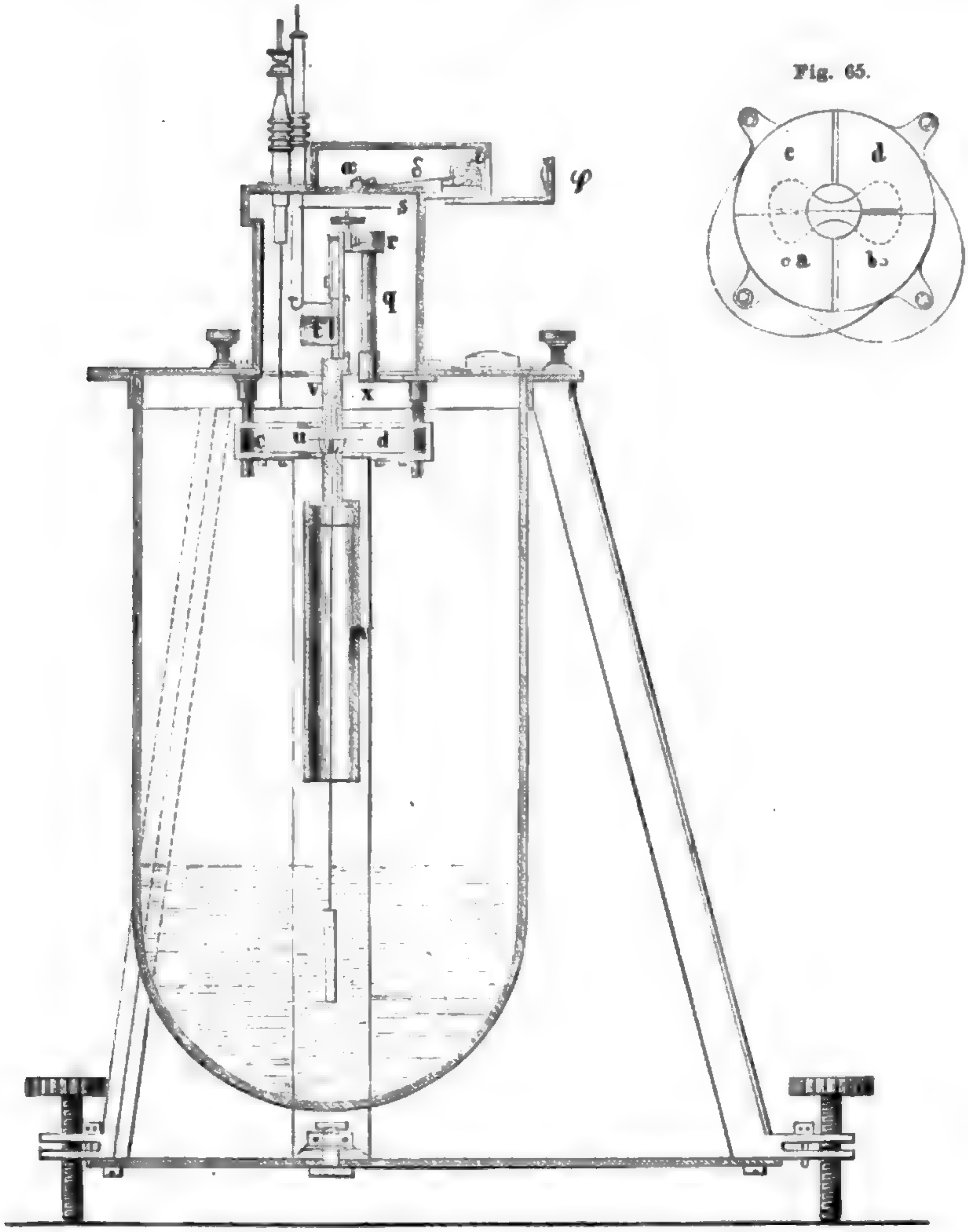
Digitized by Google

den andern mit der Erde, so dafs also das eine der Quadrantenpaare geladen wird, das andere nicht.

In dem innern Raum der 4 Quadranten schwebt die Nadel *u* Fig. 64, welche von den elektrisierten Quadranten abgelenkt wird; dieselbe besteht,

Fig. 64.

Fig. 65.



wie es Fig. 65 punktiert angedeutet ist, aus einem lemniskatenförmig geschnittenen Stück von dünnstem Aluminiumblech, welches an einem Platindraht *x* Fig. 64 befestigt ist, so dafs der Draht genau normal zur Ebene der Nadel steht. Der Draht ist unterhalb der Nadel verlängert und durch einen feinen Platindraht, an dem unten ein kleines Platingewichtchen

Digitized by Google

hängt, welches, wie die Figuren zeigen, in die Schwefelsäure taucht, mit der Schwefelsäure und dadurch mit der innern Belegung der Flasche in leitende Verbindung gebracht. Nahe dem obern Ende des Platindrahtes ist an denselben ein kleiner äufserst leichter Hohlspiegel *t* Fig. 63 und 64 befestigt, dessen Brennweite etwa $^1/_2$ Meter beträgt, und der das Bild eines passend aufgestellten feinen Lichtspaltes auf eine in der richtigen Entfernung von dem Apparate aufgestellte Skala wirft.

Dieses ganze System, Nadel, Platindraht und Spiegel hängt an einem Coconfaden, welcher an der Platte *r* des ebenfalls aus gut isolierendem Glas gefertigten Trägers *q* befestigt ist. Der den Spiegel und die Nadel tragende Platindraht hängt vertikal in der Axe der Schutzröhren *v* und *w*, welche an einer von der Platte herabkommenden Leiste befestigt sind. Der obere Teil der Schutzröhren ist durch einen erweiterten Teil im Innern der Quadranten mit dem untern verbunden; dieser erweiterte Teil hat seitliche Ausschnitte, welche die Nadel durchlassen, und ihr gestatten in einem gewissen nur kleinen Winkel in horizontaler Ebene zu beiden Seiten ihrer Gleichgewichtslage zu schwingen.

Die Gleichgewichtslage der Nadel ist, wie Fig. 65 zeigt, so, dafs dieselbe von einem der Schnitte, welcher zur Herstellung der Quadranten durch den sie liefernden Cylinder geführt ist, genau halbiert wird; sie wird bei den frühern Instrumenten in dieser Lage durch die aufserhalb der Flasche befestigten starken Magnete festgehalten, welche einen kleinen an dem Spiegel angehefteten Magnet anziehen. Bei den neueren Apparaten hat Thomson anstatt der magnetischen Direktionskraft eine solche durch bifilare Aufhängung angewendet, wodurch, wie wir bei Besprechung des Bifilarmagnetometers sahen, der Nadel ebenso ihre bestimmte Gleichgewichtslage gegeben werden kann.

Nach Beschreibung der wesentlichen Teile des Apparates ergiebt sich der Gebrauch desselben unmittelbar; durch die mit der innern Belegung der Flasche in Verbindung stehende, ebenfalls aus der Laterne hervorragende Elektrode *p* wird der innern Belegung der Flasche eine gewisse Ladung erteilt, welche annähernd längere Zeit konstant bleibt. Setzen wir zunächst voraus, sie sei ganz konstant. Da die Nadel durch die Schwefelsäure und den mit ihr verbundenen Platindraht mit der innern Belegung in leitender Verbindung steht, so wird auch die Nadel geladen und erhält einen gewissen Wert der Potentialfunktion, welchen wir mit C bezeichnen wollen. Wir wollen annehmen, die Ladung sei positiv. So lange die Quadranten unelektrisch sind, wird bei der genau symmetrischen Stellung der Nadel zu denselben die Gleichgewichtslage der Nadel dadurch gar nicht gestört. Führt man aber dem einen Quadrantenpaar, etwa *a* und *d*, durch die zugehörige Elektrode Elektricität zu, während die andere unelektrisch gehalten wird, so wird sofort die Nadel aus ihrer Gleichgewichtslage abgelenkt, wenn die Quadranten positiv geladen werden in dem einen, wenn sie negativ geladen werden in dem andern Sinne. Sind z. B. die Quadranten positiv geladen, so stöfst jeder derselben die in ihm befindliche Hälfte der Nadel ab mit einer Kraft, welche dem Produkte der in dem Quadranten und der auf der Nadel vorhandenen Elektricität proportional ist, und durch diese Kraft wird der in *d* Fig. 65 schwebende Teil der Nadel gegen *b*, der in *a* schwebende gegen *c* getrieben. Die

Digitized by Google

Nadel erhält dadurch ein Drehungsmoment und wird abgelenkt, bis das ihr durch die magnetische Direktionskraft oder die bifilare Aufhängung erteilte Drehungsmoment dem erstern gleich geworden ist, und sie so in der abgelenkten Lage zur Ruhe kommt. Die ablenkenden Kräfte sind also ganz wie bei dem Sinuselektrometer dem Sinus des Ablenkungswinkels proportional.

Die Ablenkung wird gemessen durch die Drehung des Spiegels, indem man die Verschiebung des Bildes einer feinen Lichtlinie auf einer horizontalen Skala beobachtet, welche senkrecht zu der Axe des kleinen Hohlspiegels steht, wenn derselbe sich in der unabgelenkten Gleichgewichtslage befindet. Man beobachtet also direkt die Tangente des doppelten Ablenkungswinkels, da indes die Ablenkungen stets nur wenige Grade betragen, kann man dieselben dem Sinus des Ablenkungswinkels proportional setzen; dann sind also die ablenkenden Kräfte den an der Skala gemessenen Ablenkungen proportional.

Würde in der abgelenkten Lage die abstofsende Kraft dieselbe sein wie in der unabgelenkten, so würde die so gemessene Ablenkung auch der in dem Quadranten a vorhandenen Ladung proportional zu setzen sein, da wir vorher sahen, dafs die abstofsende Kraft dem Produkte der auf dem Quadranten und auf der Nadel vorhandenen Elektricität proportional zu setzen ist. Das ist nun in der That, so lange die Ablenkungen nur klein sind, der Fall; denn wenn auch in der abgelenkten Lage ein Teil der elektrisierten Nadel sich von dem gleichnamig elektrisierten Quadranten a entfernt hat und infolge dieser Entfernung die Abstofsung kleiner geworden ist, so tritt gleichzeitig mit dieser Entfernung auch eine etwas andere Verteilung der Elektricitäten in dem Quadranten und der Nadel ein, welche jene Verkleinerung wieder aufhebt, so lange eben die Ablenkung nur klein bleibt. Es ist somit die Ladung des Quadranten, so lange jene der Nadel konstant ist, einfach der an der Skala beobachteten Ablenkung proportional zu setzen.

Ganz dasselbe gilt auch, wenn wir den Quadranten a mit einer dem Vorzeichen nach derjenigen der Nadel entgegengesetzten Ladung versehen, nur dafs in dem Falle die Ablenkung der Nadel die entgegengesetzte ist, denn bei entgegengesetzter Ladung verwandelt sich die Abstofsung zwischen Quadrant und Nadel in Anziehung.

Ladet man die beiden Quadrantenpaare, das Quadrantenpaar a bis zu dem Werte A, das Quadrantenpaar b bis zu einem Werte der Potentialfunktion gleich B, so ergiebt eine der vorigen ganz gleiche Überlegung, dafs die Ablenkung der Nadel der Differenz der Potentialfunktion proportional sein mufs. Denn nennen wir die Ladung der Nadel C, so ist die Abstofsung des Quadrantenpaares a proportional dem Produkte $A \cdot C$, jene des Quadrantenpaares b proportional $B \cdot C$. Da diese Abstofsungen entgegengesetzte Ablenkungen hervorbringen, so ist die Ablenkung proportional

$$(A - B)\,C.$$

Ist die Ladung B von entgegengesetztem Vorzeichen, so geht diese Differenz in eine Summe über

$$(A - (-B))\,C = (A + B)\,C.$$

Digitized by Google

Die in dem Vorigen angenommene strenge Proportionalität zwischen der Ablenkung der Nadel und den Ladungen der Quadranten besteht selbst bei Voraussetzung kleiner Ablenkungen nur, wenn die Ladungen A oder B nur klein sind, oder wenn die Ladung B, im Falle beide Quadranten geladen sind, dem Vorzeichen nach derjenigen A entgegengesetzt, der Gröfse nach aber genau gleich ist. Denn eine genauere Untersuchung der ablenkenden Kräfte liefert für dieselben den Ausdruck[1])

$$\alpha(A-B)\left(C-\tfrac{1}{2}(A+B)\right),$$

worin α eine Konstante bedeutet, welche von den Dimensionen in dem Apparate abhängig ist. Man sieht, dafs aufser in dem Falle, dafs $B = -A$, die Ablenkung nur dann der Differenz der Ladungen $A - B$, oder wenn B gleich Null gehalten wird, der Ladung A proportional gesetzt werden darf, wenn A gegen C sehr klein ist.

Das Thomsonsche Elektrometer ist also nur geeignet sehr schwache Ladungen zu messen, und seine Genauigkeit ist um so gröfser, je geringere Ablenkungen beobachtet werden.

Aber auch in dem Falle ergiebt sich aus obiger Gleichung als eine Eigentümlichkeit des Thomsonschen Elektrometers, dafs wenn man das Quadrantenpaar b ableitet, und nur a ladet, dafs dem Vorzeichen nach entgegengesetzte, der Gröfse nach genau gleiche Ladungen A nicht genau gleiche Ablenkungen hervorbringen. Ist nämlich die Ladung A mit derjenigen C gleichnamig, so wird, wenn $B = 0$, die Ablenkung gegeben durch

$$\alpha A\left(C-\tfrac{1}{2}A\right);$$

ist dagegen A von entgegengesetztem Vorzeichen als C, so wird die Ablenkung

$$-\alpha A\left(C+\tfrac{1}{2}A\right).$$

Die Ablenkungen verhalten sich somit wie

$$C-\tfrac{1}{2}A : C+\tfrac{1}{2}A,$$

es wird also immer bei gleicher Ladung die mit der Nadel ungleichnamige Elektricität eine etwas gröfsere Ablenkung bewirken als die gleichnamige, ein Umstand, der bei Vergleichungen von Elektricitätsmengen verschiedenen Vorzeichens nicht aufser Acht gelassen werden darf.

Die Messung mit dem Thomsonschen Elektrometer setzt, wie sich aus den vorgeführten Ableitungen ergiebt, voraus, dafs die Ladung der Flasche und damit der Nadel eine durchaus konstante ist. Das Instrument von Thomson bedarf deshalb eines Mittels, um diese Konstanz zu prüfen. Thomson hat zu dem Zwecke an demselben ein Elektrometer angebracht, welches jede Veränderung in der Ladung der Flasche zu erkennen gestattet. Dasselbe ist Fig. 64 sichtbar, wo die einzelnen Teile desselben mit s, α, δ, ε, φ bezeichnet sind.

Auf dem Träger q ist eine kreisförmige Platte von 38 mm Durchmesser befestigt, welche mit der innern Belegung der Flasche in leitender Ver-

1) Man sehe *Maxwell:* A treatise on Electricity and Magnetism, Oxford 1873. Vol. I, p. 278; deutsche Übersetzung der zweiten Auflage S. 350 ff.

Digitized by Google

bindung ist, somit dieselbe Potentialfunktion erhält als die Flasche. Über demselben ist in dem Deckel der Laterne eine kleine quadratische Öffnung ausgeschnitten, so dafs der Mittelpunkt der Öffnung sich über dem Mittelpunkte der kreisförmigen Scheibe *s* befindet. In dieser Öffnung schwebt ein kleines quadratisches Scheibchen von dünnem Aluminiumblech, dasselbe befindet sich an dem einen Ende des aus ebenfalls dünnem Aluminiumblech bestehenden Hebels *δ*. Es wird getragen durch einen dünnen Platindraht, welcher durch zwei Löcher des Scheibchens und zwischen denselben über eine kleine auf dem Scheibchen angebrachte Erhöhung geht. Der Platindraht ist schwach tordiert und ausgespannt zwischen zwei Federn, welche neben der Öffnung stehen, so dafs der gespannte Draht nahe der einen Seite des Quadrates und derselben parallel neben der Öffnung sich befindet. Das Scheibchen mit dem Hebel *δ* wird durch die Torsion des Drahtes um die Axe des Drahtes gedreht, so dafs das Scheibchen nach oben und das andere Ende des Hebels *δ* nach unten geht. Die Bewegung wird gehemmt durch einen kleinen nahe dem Ende des Hebels auf dem Deckel der Laterne, bei *ε*, angebrachten Stift, auf welchen sich der Hebel auflegt. Das Ende des Hebels *δ* ist gabelförmig ausgearbeitet, und zwischen den Zinken der Gabel befindet sich auf dem Deckel der Laterne vertikal befestigt ein kleiner Streif, welcher auf der nach dem Äufsern des Instrumentes gerichteten Seite weifs emailliert ist. Zwischen den Gabelzinken ist, so dafs es vor der weifsen Fläche schwebt, ein feines schwarzes Haar ausgespannt.

Ist die Flasche und damit die Scheibe *s* geladen, so wird durch die elektrische Anziehung der Scheibe *s* das Aluminiumscheibchen *α* herabgezogen, da dasselbe nur Influenzelektricität der ersten Art enthält, weil es ableitend mit der Erde verbunden ist. Die Anziehung hängt ab von dem Werte der Potentialfunktion, bis zu welchem die Flasche und damit die Scheibe *s* geladen ist. Das Scheibchen *α* bewegt sich infolge der Anziehung soweit nach unten, bis die elektrische Anziehung der durch die Bewegung des Scheibchens verstärkten Torsion des Drahtes das Gleichgewicht hält. Wenn das Scheibchen herabsinkt, wird das andere Ende des Hebels *δ* gehoben, und es wird nun die Ladung der Flasche stets so gewählt, dafs das schwarze zwischen den Enden der Gabelzinken des Hebels ausgespannte Haar sich zwischen zwei um ganz wenig mehr als die Dicke des Haars auseinanderstehenden kleinen schwarzen Kreisen befindet, welche über einander auf der weifsen Fläche des zwischen den Gabelzinken befindlichen Emailstreifens angebracht sind. Die Beobachtung der Stellung des Haares geschieht durch die plankonvexe Linse *φ*, welche ihre konvexe Seite nach dem Instrumente wendet.

Wie man hierdurch erkennen kann, ob die Potentialfunktion des Apparates und damit die der Lemniskate konstant und genau die gewünschte ist, ergiebt sich unmittelbar. Ist die Ladung geringer als die normale, so wird die Anziehung der Scheibe *s* auf die Aluminiumplatte kleiner, die letztere steigt infolge der Torsion, das Haar steht zu tief; ist die Ladung zu stark, so wird die Aluminiumplatte zu tief hinabgezogen, das Haar steht zu hoch. Im ersteren Falle mufs man die Ladung verstärken, im letzteren schwächen.

Da mit der Zeit immer eine Schwächung der Ladung eintritt, hat

Digitized by Google

Thomson an dem Elektrometer einen kleinen Apparat angebracht, den er replenisher nennt und der durch die Drehung einer Axe in dem einen Sinne die Ladung zu verstärken, durch Drehung derselben im entgegengesetzten Sinne dieselbe zu schwächen gestattet. Das Princip des Apparates ist dasselbe, wie das der später zu beschreibenden Influenzmaschine; wegen genauerer Beschreibung desselben verweisen wir auf die Abhandlung von Thomson.

Der Thomsonsche Elektrometer in seiner ihm ursprünglich gegebenen Form ist ein sehr feiner und nicht ganz leicht zu handhabender Apparat; es sind deshalb später mehrfache Modifikationen respektive Vereinfachungen angegeben, welche zum Teil von Thomsons Konstruktion darin abweichen, dafs sie das konstante Potentialniveau der Nadel nicht durch eine im Apparat angebrachte zu ladende Flasche herstellen, sondern dafs sie die Schwefelsäure des Gefäfses mit einer Elektricitätsquelle konstanten Potentialniveaus in leitende Verbindung setzen. Derartige Elektricitätsquellen werden wir im nächsten Abschnitt kennen lernen. Manche geben auch den Quadranten eine konstante Potentialdifferenz und bringen den Leiter, dessen Potentialniveau bestimmt werden soll, durch Vermittelung der Schwefelsäure mit der Nadel in Verbindung. Wir erwähnen von den verschiedenen Formen diejenige von Kirchhoff, von dem Mechaniker Desaga in Heidelberg zu beziehen, von dem Mechaniker Stöhrer in Leipzig, von Edelmann in München, von Branly und Angot[1]), und von Mascart, dessen Konstruktion von dem Mechaniker Carpentier in Paris zu beziehen und in der von demselben publicierten Notice sur l'éléctromètre de M. Mascart beschrieben ist.

Die grofse Empfindlichkeit des Thomsonschen Elektrometers, durch welche es uns in den Stand setzt, Potentialdifferenzen zu messen, welche an den Elektrometern von Kohlrausch überhaupt noch keine Bewegung der Nadeln erzeugen, beruht darauf, dafs die Nadel oder die Quadranten schon relativ kräftig elektrisiert sind und demnach auf das Bewegliche des Apparates schon einwirken, wenn die zu messende Elektricität nur minimal ist. Es ist also das von Behrens bei seinem Elektroskop angewandte Princip, welches die Empfindlichkeit bedingt.

In einfachster Weise hat Hankel dieses Princip zur Messung benutzt, indem er direkt das Behrenssche Elektroskop in ein Elektrometer verwandelt hat[2]). Die beiden Platten desselben, *K* und *Z* Fig. 41 sind mit Schrauben verstellbar, um so bewirken zu können, dafs das Goldblättchen genau in der Mitte zwischen denselben hängt, die Bewegung des Goldblättchens wird mittels eines Mikroskops, das ein Okularmikrometer enthält, gemessen. Da überhaupt nur sehr kleine Ausschläge benutzt werden, ist bei konstanter durch eine der später zu besprechenden Elektricitätsquellen hergestellter Differenz der Potentialniveaus in den Platten, der Wert der Potentialfunktion, welche im Goldblättchen vorhanden ist, dem Ausschlage des Goldblättchens proportional.

1) *Branly*, Annales de l'école normale 2. serie, T. II p. 209; *Angot*, Annales de l'école normale 2. serie, T. III.

2) *Hankel*, Abhandl. der Königl. Sächs. Gesellsch. der Wissensch. Bd. V. Poggend. Ann. Bd. LXXXIV.

Digitized by

§. 48.

Elektrische Polarisation in Nichtleitern. Bei Beprechung der Influenzerscheinungen (§. 35) haben wir schon erwähnt, daſs auch die Nichtleiter dem Einflusse der Influenz unterliegen und haben Versuche von Aepinus und Faraday mitgeteilt, welche das Vorhandensein der beiden Influenzelektricitäten in den Nichtleitern nachweisen.

In Bezug auf die Art der Elektrisierung der Nichtleiter nahm man früher an, daſs ein qualitativer Unterschied zwischen Leitern und Nichtleitern nicht existiere, daſs die Isolatoren eben nur schlechte Leiter seien. Darnach werden die Nichtleiter gerade so elektrisiert wie die Leiter, nur wird durch die mangelnde Leitung das Auseinandertreten der Elektricität verzögert; es bedarf deshalb Zeit, bis die Influenz zur vollen Wirkung kommt. Während in den Leitern die Verteilung der Elektricität momentan so erfolgt, daſs unter Wirkung der Influenz die Potentialfunktion in dem influenzierten Leiter überall denselben Wert annimmt, ist das in den Nichtleitern nicht der Fall; dort kann die Potentialfunktion an den verschiedenen Stellen einen verschiedenen Wert haben, und es findet in denselben so lange eine Bewegung der Elektricität statt, als die dem Unterschiede der Potentialfunktion an den verschiedenen Stellen entsprechende Kraft imstande ist den Widerstand des Nichtleiters zu überwinden. Es braucht deshalb die Potentialfunktion in dem Nichtleiter niemals überall denselben Wert anzunehmen, damit der Gleichgewichtszustand eintrete, sondern ähnlich wie bei einer Flüssigkeit in einer engen Röhre erst bei einem gewissen Drucke die Bewegung beginnt, ebenso kann auch in dem Nichtleiter die Bewegung so lange dauern, als die treibende Kraft eine gewisse von der Beschaffenheit des Leiters abhängige Gröſse hat.

Dieser früher wohl ganz allgemeinen Ansicht über das elektrische Verhalten der Nichtleiter ist in neuerer Zeit, wesentlich durch die Anschauungen Faradays[1]) veranlaſst, eine andere Auffassung der Nichtleiter gegenüber gestellt, welche in gewisser Weise einen qualitativen Unterschied zwischen Leiter und Nichtleiter annimmt. Nach dieser Auffassung sind die einzelnen Moleküle auch der Isolatoren in sich vollkommene Leiter, sie sind indes durch isolierende Zwischenräume von einander getrennt, welche einen Übergang der Elektricität zwischen diesen Molekülen nicht gestatten. Wird ein Nichtleiter der Wirkung der Influenz unterworfen, so tritt hiernach in demselben ein Zustand der Polarisation ein, indem in allen leitenden Molekülen die Elektricitäten getrennt werden, wie in einem der Wirkung der Influenz unterworfenen Leiter, so daſs die Influenzelektricität der ersten Art sich an die dem influenzierenden Körper zugewandte Seite, jene der zweiten Art an die abgewandte Seite des Moleküls begiebt. Der elektrische Zustand eines influenzierten Isolators wäre also ganz ähnlich dem magnetischen Zustande eines unter der Wirkung eines Magnetpoles stehenden Stabes von weichem Eisen, in welchem die Moleküle

1) *Faraday*, Experimental researches on electricity, 11. Reihe, §. 1164. Poggend. Ann. Bd. XLVI; 14. Reihe, §. 1669 und 1670, Poggend Ann. Ergänzungsband I. Über früher schon ausgesprochene ähnliche Ansichten von Belli und Configliachi sehe man *Belli*, Corso di fisica sperimentale Bd. III p. 227 ff. von *Mosotti*, Atti della societa italiana delle Scienze Tom. XXIV.

Digitized by Google

magnetisch polarisiert sind, mit dem Unterschiede nur, dafs in den Isolatoren die elektrische Polarität aller Moleküle die gleiche ist, während in dem Eisen das magnetische Moment der Moleküle verschieden ist, je nach der Lage derselben im Stabe.

Wenn wir auch erst im §. 52 die theoretischen Ansichten Faradays und deren Entwicklung durch William Thomson und Maxwell etwas näher besprechen werden, so sei hier doch schon erwähnt, dafs für Faraday diese Auffassung der Nichtleiter sich aus der Ansicht ergab, dafs eine elektrische Fernewirkung wenigstens dann nicht existiert, wenn nicht zwischen dem influenzierenden und influenzierten Körper ein absolut leerer Raum vorhanden ist. In dem letztern Falle giebt Faraday eine Wirkung in die Ferne zu[1]. Befindet sich aber zwischen einem elektrisierten Körper und einem von demselben entfernten Leiter irgend ein isolierendes Zwischenmittel, Luft oder ein anderes, so wird von dem Leiter zunächst die ihn unmittelbar umgebende Molekülschicht polarisiert, diese polarisiert die zweite Molekülschicht, diese die dritte u. s. f. bis zu dem entfernten Leiter. Diese an den letztern angrenzende Molekülschicht polarisiert ebenso die Moleküle des Leiters, von denen aber die Elektricitäten sich entfernen und auf dem Leiter nach den Gesetzen der elektrischen Verteilung sich verbreiten. Faraday nimmt also an, dafs die Wirkung der auf dem Leiter vorhandenen Elektricität nicht über die erste Molekülschicht hinausgehe, und dafs die scheinbare Wirkung in die Ferne dadurch zustande komme, dafs die Elektrisierung von Molekül zu Molekül beziehungsweise von Schicht zu Schicht voranschreite. Faraday nennt deshalb die nichtleitenden Körper dielektrische Körper oder Dielektrika.

Es waren hauptsächlich zwei Beobachtungen, in denen Faraday eine Stütze dieser seiner Anschauung sah, nämlich erstens der, wie er glaubte, von ihm geführte Nachweis, dafs die Verteilung auch in krummen Linien erfolgen könne und zweitens die Beobachtung, dafs die Wirkung der Influenz von einem elektrisierten Körper auf einen entfernten Leiter ihrer Stärke nach sehr verschieden ist, je nach der Natur des Isolators, welcher sich zwischen dem influenzierenden und dem influenzierten Leiter befindet.

Den Beweis dafür, dafs die Verteilung auch in krummen Linien erfolgen könne, sah Faraday[2] in dem schon §. 36 beschriebenen und Fig. 43 dargestellten Versuche, dem er verschiedene Formen gab. Wie wir dort erwähnten, wird die kleine Kugel *f*, wenn sie sich in der Mitte auf der abgeleiteten, über den an seinem obern Ende durch Reiben elektrisierten Schellackcylinder gehaltenen, leitenden Platte befindet, durch Influenz nicht elektrisch, sie wird dagegen durch Influenz elektrisch, wenn sie nahe dem Rande bei *g* oder oberhalb der Scheibe bei *h* gehalten wird. Da die Kugel bei *f* durch Influenz nicht elektrisch wird, so hält es Faraday für erwiesen, dafs die verteilende Wirkung des Schellackcylinders nicht durch die mit dem Erdboden in leitende Verbindung gesetzte Metallscheibe hindurchgehen könne. Da aber in *g* oder *h* die Kugel durch Verteilung

1) *Faraday*, Experimental researches etc. 13. Reihe §. 1613 ff. Poggend. Ann. Bd. XLVIII.

2) *Faraday* a. a. O. 11. Reihe, §. 1215 ff. Poggend. Ann. Bd. XLVI.

Digitized by Google

elektrisch wird, und da ferner die geraden Linien, welche die Kugeln mit dem elektrischen Schellackcylinder verbinden, sämtlich durch die über den Schellack gehaltene abgeleitete Scheibe gehen, so schliefst Faraday, dafs die Verteilung auch in krummen Linien, welche die Kugel durch die dielektrische Luft mit dem Schellack verbinden, wirksam sei.

Man erkennt indes leicht, dafs dieser Beweis auf einer petitio principii beruht, es wird in demselben das schon als richtig vorausgesetzt, was bewiesen werden soll, nämlich, dafs die Elektricität nur durch Polarisation der angrenzenden Teile in die Ferne wirkt. Denn nur unter dieser Voraussetzung kann die Elektricität nicht durch die abgeleitete Platte hindurch wirken, da gerade die Influenzelektricität zweiter Art, welche in der Platte, wenn sie nicht abgeleitet wäre, an der obern Seite vorhanden sein und die Polarisation weiter vermitteln würde, abgeleitet ist, dadurch, dafs die Platte mit dem Erdboden in leitende Verbindung gesetzt ist. Nimmt man also Faradays Theorie, dafs die Verteilung nur eine Wirkung angrenzender Teilchen ist, an, so beweist der Versuch, dafs eine Verteilung in krummen Linien stattfinden kann. Nimmt man dagegen Faradays Theorie nicht von vornherein an, so beweist dieser Versuch nichts für dieselbe und nichts für die Verteilung in krummen Linien[1]).

Denn wie wir schon §. 36 ableiteten ergiebt sich die Elektrisierung der Kugel im grossen und ganzen, wie sie bei diesem Versuch sich zeigt, unter Annahme der elektrischen Fernewirkung einfach aus dem Zusammenwirken der auf dem Schellack vorhandenen und der in der abgeleiteten Platte influenzierten mit derjenigen des Schellacks ungleichnamigen Elektricität. Was wir damals ableiteten, das ergiebt sich auch mit aller Strenge aus der Potentialtheorie. Denn eine Elektrisierung der Kugel oberhalb der abgeleiteten Platte mufs eintreten, sobald die Potentialfunktion der vorhandenen Elektricitäten oberhalb der Platte nicht überall denselben Wert hat, und dafs das nicht der Fall ist, erkennt man nach den Principien der Potentialtheorie leicht, wenn man auch nicht imstande ist den Wert der Potentialfunktion wegen der Unkenntnis der elektrischen Verteilung auf dem Schellackcylinder zu berechnen. Die Potentialfunktion ist bei ähnlichen Anordnungen oberhalb des abgeleiteten influenzierten Körpers nur in seltenen Fällen konstant, so wenn der elektrisierte Körper ganz von dem abgeleiteten influenzierten Körper umhüllt ist, wie wir im §. 42 bewiesen haben.

Den zweiten Beweis für seine Theorie der Verteilung und das elektrische Verhalten nichtleitender Körper sah Faraday in dem von ihm sogenannten specifischen Verteilungsvermögen der nichtleitenden oder dielektrischen Körper. Dasselbe zeigt sich darin, dafs die Influenzierung eines Leiters von einem elektrisierten Körper davon abhängig ist, welche nichtleitende Substanz sich zwischen den auf einander einwirkenden Körpern befindet. Ist die Substanz, welche sich zwischen dem leitenden und influenzierenden Körper befindet, Luft, so ist die auf dem erstern erregte Influenzelektricität geringer, als wenn ein starrer Isolator zwischen denselben

---

1) Auch *Brongersma* (Poggend. Ann. Bd. CLII) scheint dies bei Besprechung der Faradayschen Theorie zu übersehen, wenn er auch später zugiebt, dafs die Theorie der Fernewirkung dieselben Resultate liefere wie die Faradaysche.

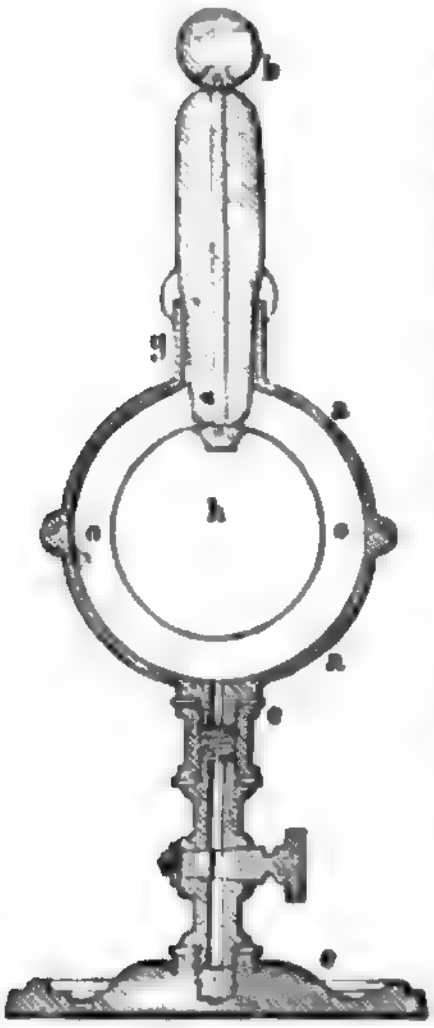
Digitized by Google

sich befindet, und bei verschiedenen starren Isolatoren zeigt sich die Influenz ebenfalls verschieden.

Einen Versuch, den Faraday zum Nachweis dieses specifischen Verteilungsvermögens anführt, haben wir bereits §. 35 besprochen und Fig. 47 abgebildet. Wie wir dort erwähnten, wurden die beiden Platten *B* und *A*, welche mit den in der Glasglocke hängenden Goldblättchen leitend verbunden waren, durch die Scheibe *C* influenziert und dann ableitend berührt, so dafs die beiden Goldblättchen, da durch die Ableitung das Potential auf ihnen null geworden war, einander parallel hingen. Darauf wurde zwischen die Scheiben *A* und *C* eine Schellackscheibe von 1 bis 2 cm Dicke gebracht, und sofort zeigte sich das mit *A* verbundene Goldblättchen *a* positiv elektrisch, ein Beweis, dafs durch Zwischenbringen der Schellackscheibe die Wirkung der Influenz auf *A* verstärkt wurde[1]). Er schlofs daraus, dafs die influenzierende Wirkung durch Schellack stärker hindurchgeht als durch Luft, dafs also in dem Schellack eine stärkere Polarisation der Moleküle vorhanden ist als in Luft.

Nach einer andern Methode hat Faraday dieses specifische Induktionsvermögen der Isolatoren oder dielektrischen Medien genauer untersucht[2]), indem er die Verminderung des Potentialwertes auf einer von einer Hohlkugel umschlossenen Kugel untersuchte, je nachdem der Zwischenraum zwischen der Schale und der Kugel ganz mit Luft oder zum Teil mit andern Isolatoren angefüllt war. Die Einrichtung des von Faraday benutzten Apparates zeigt Fig. 66. Zwei hohle Halbkugeln *a*, *a* von Messing können wie Magdeburger Halbkugeln zu einer Hohlkugel vereinigt werden, welche luftdicht geschlossen ist. Durch das Verbindungsstück *c* kann die untere Halbkugel an einen Hahn angeschraubt und mit diesem entweder an den Teller einer Luftpumpe oder in den Fufs *e* eingeschraubt werden. Die obere Halbkugel ist mit einem Halse *g* versehen, welcher den Schellackpfropf aufnimmt, der an einem in seiner Axe befindlichen Metalldraht die ebenfalls aus Messing verfertigte innere Kugel *h* trägt. Der Schellackpfropf ist mit einem leichtflüssigen Harzkitt luftdicht in den Hals der Flasche eingekittet.

Fig. 66.



Die Kugel *h* hat einen Durchmesser von 63 Millimeter, die Kugel *a* von 93,4 Millimeter.

Derartiger Apparate wurden zwei in ganz genau gleichen Dimensionen hergestellt; der eine enthielt in dem ungefähr 15 Millimeter breiten Zwischenraum *oo* Luft, der andere konnte mit verdünnter Luft, verschiedenen Gasen, oder zur Hälfte mit starren Isolatoren ausgefüllt werden.

---

1) Eine grofse Zahl derartiger Versuche, die indes gegenüber den Versuchen von *Faraday* und ähnlichen von *Riess* (Poggend. Ann. Bd. XCII) nichts wesentlich neues bieten, hat auch *Brongersma* angestellt. Poggend. Ann. Bd. CLII.

2) *Faraday*, Experimental researches 11. Reihe Poggend. Ann. Bd. XLVI.

Digitized by Google

Die Versuche wurden folgendermafsen ausgeführt: die beiden Apparate wurden auf eine leitende Unterlage gestellt, und der mit Luft gefüllte Apparat, wir wollen ihn mit I bezeichnen, dadurch geladen, dafs man die Kugel *b* mit dem Konduktor einer Elektrisiermaschine verband. Es wurde dann der Wert der Pontentialfunktion auf der innern Kugel bestimmt, indem man den Scheitel *k* der Kugel *b* mit einer Prüfungskugel berührte und die Prüfungskugel in die Torsionswage brachte. Sei der Wert der Potentialfunktion, durch die zu einer bestimmten Elongation notwendige Torsion gemessen, gleich *d*. Dann wurde die Kugel des Apparates I eine kurze Zeit mit dem Knopfe *b* des Apparates II in leitende Verbindung gebracht. Die Elektricitäten werden sich jetzt zwischen den Apparaten teilen und der Übergang der Elektricität von I zu II so lange dauern, bis der Wert der Potentialfunktion auf beiden in Verbindung stehenden Kugeln der gleiche geworden ist. Da die Dimensionen der beiden Apparate ganz dieselben sind, so wird, wenn das Zwischenmittel zwischen den Kugeln ohne Einflufs ist, diese Gleichheit der Potentialfunktion erreicht sein, wenn aus dem Apparate I die Hälfte der Elektricität nach II hinübergegangen ist, somit die Potentialfunktion in I halb so grofs ist, wie vor der Verbindung. Denn bei genau gleichen Dimensionen und gleicher Form zweier, auch zusammengesetzter Leiter kann die Potentialfunktion nur dann denselben Wert haben, wenn dieselben die gleiche Menge von Elektricität haben. In der That ergaben die Versuche auch, als Probe der Gleichheit beider Apparate, dafs wenn dieselben nur Luft enthielten, nach der leitenden Verbindung derselben die Potentialfunktion in jedem halb so grofs war als in dem zuerst für sich geladenen Apparat.

Anders mufs es aber sich zeigen, im Falle das Zwischenmittel von Einflufs ist, wenn der Zwischenraum zwischen den Kugeln ganz oder zum Teil mit einem andern Isolator als Luft ausgefüllt ist. Es wird das am besten hervortreten, wenn wir unter der Voraussetzung, dafs eine Polarisation der im Isolator nach Faradays Auffassung vorhandenen leitenden Moleküle eintritt, die Potentialfunktion einer von einer Hohlkugel umschlossenen Kugel berechnen, wenn der Zwischenraum von einem polarisierbaren Mittel ausgefüllt ist. Dafs wir zu dieser Rechnung von unsern bisherigen Anschauungen ausgehen können beweist, dafs auch diese Beobachtung kein Beleg dafür ist, dafs keine Fernewirkung existiert. Wir schlagen zu unserer Rechnung einen ähnlichen Weg ein, wie ihn vor kurzem Boltzmann[1]) gegangen ist.

Ist der Radius der innern Kugel gleich R, der Radius der innern Fläche der äufseren Kugelschale gleich R_1, so ist nach §. 41 die Potentialfunktion auf der innern Kugel, wenn zwischen den beiden Kugelschalen Luft ist,

$$v = q\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_1}\right),$$

worin q die der innern Kugel mitgeteilte Elektricitätsmenge bedeutet, und vorausgesetzt ist, dafs die äufsere Kugel mit der Erde in leitender Verbindung ist.

---

1) *L. Boltzmann,* Wiener Berichte Bd. LXVII. Poggend. Ann. Bd. CLI.

Digitized by Google

Nun sei statt der Luft ein anderer Isolator zwischen die Kugeln gebracht, ebenfalls in Form einer konzentrischen Kugelschale, von dem wir zunächst, um die Frage allgemein zu behandeln, voraussetzen wollen, er fülle nicht den ganzen Zwischenraum aus, sondern der innere Radius der isolierenden Schale sei gleich r_1, der äufsere sei gleich r_2.

Durch die in der innern Kugel vorhandene Elektricität q, die wir als positiv voraussetzen wollen, wird in der isolierenden Schale eine Polarisation der Moleküle bewirkt, so dafs nach Faraday zunächst die innerste Schicht der Kugelschale nach innen die negative Elektricität q_1, nach aufsen die positive Elektricitätsmenge q_1 erhält. Diese positive Elektricitätsmenge q_1 polarisiert die nächstfolgende konzentrische Molekülschicht ganz in derselben Weise, so dafs auch diese an der innern Seite $-q_1$, an der äufsern $+q_1$ erhält, und so fort durch die ganze Schale, bis schliefslich die äufserste Molekülschicht derselben ebenfalls nach innen $-q_1$, nach aufsen $+q_1$ erhält. Die im Innern der Schale vorhandenen positiven und negativen Schichten heben sich dann in ihren Wirkungen nach aufsen auf, so dafs als wirksam nur übrig bleiben die Elektricitäten $-q_1$ auf der innern und $+q_1$ auf der äufsern Fläche der isolierenden Schale. Genau dasselbe tritt auch nach den Entwicklungen der §§. 41 und 42 ein durch die Fernewirkungen, wenn der Isolator aus leitenden durch isolierende Zwischenräume getrennten Schichten zusammengesetzt ist.

Für die Potentialfunktion auf der äufsern Kugel erhalten wir zunächst, wenn wir die dort influenzierte Elektricität q_2 nennen,

$$v_2 = \frac{q}{R_1} - \frac{q_1}{R_1} + \frac{q_1}{R_1} + \frac{q_2}{R_1},$$

somit wenn die äufsere Kugel abgeleitet ist und dadurch $v_2 = 0$ wird,

$$q_2 = -q.$$

Die Potentialfunktion auf der innern Kugel wird

$$v_1 = q\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_1}\right) - q_1\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right).$$

In diesem Ausdrucke haben wir noch die von der Beschaffenheit des Isolators abhängige Gröfse q_1 zu bestimmen.

Nach der Theorie der dielektrischen Polarisation werden in jedem Moleküle die beiden Elektricitäten getrennt, und wie die Magnetismen im magnetischen Molekül auseinandergeschoben; es erhält also jedes Molekül ein elektrisches Moment, wie das magnetische Molekül ein magnetisches Moment, wenn wir wie dort als elektrisches Moment das Produkt aus einer der beiden geschiedenen Elektricitäten in den Abstand, durch welchen sie getrennt sind, bezeichnen. Dieses Moment können wir als Mafs der Elektrisierung für jedes Molekül setzen, gerade wie das magnetische Moment das Mafs für den Magnetismus des magnetischen Moleküles ist.

Wir denken uns jetzt unsere dielektrische Kugelschale in lauter unendlich kleine Cylinder zerlegt, so dafs deren Seitenflächen der Richtung parallel sind, nach welcher die gesamten aufserhalb und innerhalb des Dielektricums vorhandenen Elektricitäten wirksam sind, deren Grundflächen somit auf diesen Richtungen senkrecht stehen. In diesen Cylindern werden die beiden Elektricitäten gegen die Endflächen hingetrieben, und wir

Digitized by Google

können annehmen, dafs die gesamten Elektricitäten in den Endflächen angesammelt sind, respektive wir ersetzen die überhaupt geschiedenen Elektricitäten durch solche an den Enden angesammelte Mengen, dafs das Moment des unendlich kleinen Cylinders dem wirklichen Momente gleich ist. Setzen wir den Isolator als ganz isotrop voraus, so dafs die Polarisation nach allen Richtungen die gleiche ist, und nennen das in der Volumeinheit durch die wirkende Kraft eins erregte elektrische Moment ε, so können wir das in einem solchen unendlich kleinen Cylinder erregte Moment α proportional setzen dem Volumen des Cylinders v und der Gröfse der gesamten wirksamen Kraft P, somit

$$\alpha = \varepsilon P v .$$

Die Konstante ε ist für das betreffende Medium charakteristisch, sie würde der Menge der in der Volumeinheit vorhandenen polarisierbaren Moleküle proportional sein.

Wir betrachten einen solchen Cylinder, der sich im Abstande r von dem Mittelpunkte der Kugel befindet, seine Axe parallel dem Radius, welcher ihn mit dem Mittelpunkte verbindet, und nach welchem die auf ihn wirksame Kraft gerichtet ist, sei dr, seine Basis sei das Flächenelement dw, so wird das elektrische Moment desselben nach den eben gemachten Annahmen

$$\alpha = \varepsilon \, dw \cdot dr \cdot P,$$

da $dw \cdot dr$ das Volumen dieses Cylinders ist. Um die parallel der Cylinderaxe wirksame Kraft zu erhalten, haben wir den Differentialquotienten der in dem Cylinder vorhandenen Potentialfunktion nach r zu bilden. Die Potentialfunktion ist die Summe der Potentialfunktionen der vorhin abgeleiteten 4 elektrischen Schichten, von denen die Schichten q und $-q_1$ auf Kugeln mit kleinern Radien, die beiden Schichten $+q_1$ und $-q$ auf Kugelschalen sich befinden, deren Radien r_2 und R_1 sind, welche also den betrachteten Cylinder in ihrem Innern haben. Die Potentialfunktion wird somit

$$v_r = \frac{q}{r} - \frac{q_1}{r} + \frac{q_2}{r_2} - \frac{q}{R_1}$$

und darnach

$$P = -\frac{dv_r}{dr} = \frac{q - q_1}{r^2};$$

somit wird

$$\alpha = \varepsilon \, dw \, dr \, \frac{q - q_1}{r^2} .$$

Andererseits sahen wir vorher, dafs auf jeder unendlich dünnen Kugelschale in dem Dielektricum auf der innern Seite die Elektricitätsmenge $-q_1$, auf der äufsern $+q_1$ sich befindet, denn die Polarisation der Molekülschichten ist in dem ganzen Isolator überall dieselbe. Das Flächenelement dw, die dem Mittelpunkt zugewandte Basis des betrachteten Cylinders hat demnach die Elektricitätsmenge

$$-q_1 \frac{dw}{4\pi r^2},$$

da die Elektricitätsmenge q_1 sich auf der Fläche $4\pi r^2$ befindet; auf der nach aufsen gewandten Basis des Cylinderelementes ist dieselbe Menge

Digitized by Google

positiver Elektricität. Wir erhalten deshalb als elektrisches Moment des betrachteten Cylinders den Ausdruck

$$\alpha = q_1 \frac{dw}{4\pi r^2} \cdot dr,$$

somit zur Bestimmung von q_1 die Gleichung

$$q_1 \frac{dw}{4\pi r^2} dr = \varepsilon\, dw\, dr \frac{q - q_1}{r^2}$$

oder

$$q_1 = \frac{4\pi\varepsilon}{1 + 4\pi\varepsilon} q.$$

Es ist somit q_1 proportional der Elektricitätsmenge q und hängt aufserdem ab von der für die Beschaffenheit des Mediums charakteristischen Konstante ε.

Setzen wir diesen Wert in die Gleichung für v_1, so wird

$$v_1 = q\left\{\frac{1}{R} - \frac{1}{R_1} - \frac{4\pi\varepsilon}{1 + 4\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)\right\}.$$

Setzen wir nun voraus, dafs der ganze Zwischenraum zwischen der innern und der äufsern Kugel mit demselben Isolator ausgefüllt ist, so ist

$$r_1 = R; \qquad r_2 = R_1$$

und es wird

$$v_1 = q\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_1}\right)\left(1 - \frac{4\pi\varepsilon}{1 + 4\pi\varepsilon}\right) = q\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_1}\right)\frac{1}{1 + 4\pi\varepsilon}$$

und schliefslich

$$\frac{v}{v_1} = 1 + 4\pi\varepsilon$$

oder bei gleicher der innern Kugel mitgeteilten Elektricitätsmenge ist die Potentialfunktion im Verhältnis von 1 zu $1 + 4\pi\varepsilon$ verkleinert, wenn der Zwischenraum mit einem starren Isolator ausgefüllt ist, gegenüber demjenigen Werte, den die Potentialfunktion besitzt, wenn der Zwischenraum zwischen den Kugeln mit Luft gefüllt ist. Da diese Verminderung durch den Einflufs des festen Isolators bedingt ist, so nennt man den Quotienten $\frac{v}{v_1} = 1 + 4\pi\varepsilon$ die Dielektricitätskonstante des betreffenden Isolators.

Ebenso wie aus der Vergleichung der Potentialfunktion bei gleicher der innern Kugel mitgeteilter Elektricitätsmenge können wir die Dielektricitätskonstante des starren Isolators auch aus der Vergleichung der Elektricitätsmengen erhalten, welche unser System zur Herstellung eines gleichen Wertes der Potentialfunktion bedarf, wenn sich zwischen den Kugeln einmal nur Luft, das andere Mal ein anderer Isolator befindet. Bedarf es im ersteren Falle zur Herstellung des Potentialwertes v der Elektricitätsmenge q, im zweiten Falle der Elektricitätsmenge q', so ist

$$v = q\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_1}\right) = q'\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_1}\right)\frac{1}{1 + 4\pi\varepsilon},$$

somit

$$\frac{q'}{q} = 1 + 4\pi\varepsilon.$$

Digitized by Google

Die Dielektricitätskonstante ist also ebenfalls gleich dem Verhältnis der Kapacitäten der innern Kugel, wenn sie einmal durch den betreffenden Isolator, das anderemal durch Luft von der umhüllenden Kugelschale getrennt ist, denn das Verhältnis der zur Herstellung eines gleichen Wertes der Potentialfunktion erforderlichen Elektricitätsmenge ist eben das Verhältnis der Kapacitäten. Bei dieser Definition der Dielektricitätskonstanten ist jedoch zu beachten, dafs nach der Faradayschen Theorie auch die Luft ein Dielektricum ist; die Dielektricitätskonstante nach dieser Bestimmung giebt uns also immer an, in welchem Verhältnis das specifische Induktionsvermögen der betreffenden Substanz gröfser ist als dasjenige der Luft oder die unserer Dielektricitätskonstante zu Grunde liegende Einheit ist die Dielektricitätskonstante der Luft.

Ist nicht der ganze Zwischenraum zwischen den Kugeln mit dem betreffenden Isolator ausgefüllt, so müssen wir zur Bestimmung der Potentialfunktion v_1 die vorhin erhaltene allgemeine Gleichung anwenden

$$v_1 = q\left\{\frac{1}{R} - \frac{1}{R_1} - \frac{4\pi\varepsilon}{1+4\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)\right\}.$$

Setzen wir den Abstand der beiden Kugeln $R_1 - R = \delta$, die Dicke de Schale des Dielektricums $r_2 - r_1 = \delta_1$, so wird

$$v_1 = q\left\{\frac{\delta}{RR_1} - \frac{4\pi\varepsilon}{1+4\pi\varepsilon}\,\frac{\delta_1}{r_1 r_2}\right\};$$

ist δ und dem entsprechend δ_1 gegen R nur klein, so können wir $r_1 r_2 = R_1 R$ setzen und es wird

$$v_1 = q\,\frac{\delta}{RR_1}\left\{1 - \frac{4\pi\varepsilon}{1+4\pi\varepsilon}\,\frac{\delta}{\delta_1}\right\}$$

und

$$\frac{v_1}{v} = 1 - \frac{4\pi\varepsilon}{1+4\pi\varepsilon}\,\frac{\delta_1}{\delta},$$

ein Ausdruck, der wenn δ_1 und δ bekannt sind, die Dielektricitätskonstante zu berechnen gestattet.

Hätte man in den zwischen der innern Kugel und der äufsern Schale vorhandenen Hohlraum eine leitende Schale vom innern Radius r_1 und dem äufsern Radius r_2 gebracht, so würde die Potentialfunktion

$$v_1{}^1 = q\left\{\frac{1}{R} - \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} - \frac{1}{R_1}\right\}$$

oder

$$v_1{}^1 = q\left\{\frac{\delta}{RR_1} - \frac{\delta_1}{r_1 r_2}\right\} = q\,\frac{\delta}{RR_1}\left\{1 - \frac{\delta_1}{\delta}\right\}.$$

Die Wirkung des Dielektricums ist also diejenige einer leitenden Schicht, auf deren Oberfläche die Elektricitätsmenge im Verhältnis $\frac{4\pi\varepsilon}{1+4\pi\varepsilon}$ zu 1 vermindert wäre. Man könnte deshalb füglich auch die Konstante

$$a = \frac{4\pi\varepsilon}{1+4\pi\varepsilon}$$

als die Elektrisierungskonstante des Dielektricums bezeichnen, das heifst wenn wir die Dichtigkeit der Elektricität, welche auf der leitenden Kugel-

schale durch Influenz erregt wird, gleich eins setzen, können wir die dielektrische Schale als eine solche bezeichnen, auf deren Oberfläche die Dichtigkeit nur den Wert a erhält.

Kehren wir nach diesen Entwicklungen wieder zu den Versuchen Faradays zurück, so sieht man, daſs dieselben strenge nur die Dielektricitätskonstanten der Gase mit derjenigen der Luft zu vergleichen gestatten, da nur diese wie die Luft den ganzen Zwischenraum zwischen der innern und äussern Kugel anfüllten, während die andern Isolatoren nur die untere Hälfte des Zwischenraumes zwischen den beiden Kugeln ausfüllten. Indes wird auch in dem Falle nach der leitenden Verbindung der Kugeln b der beiden Apparate die Potentialfunktion auf den innern Kugeln nicht dann gleich werden, wenn die in beiden vorhandenen Elektricitäten gleich sind, sondern auch dann wird der Apparat mit teilweise starrem Isolator, wenn dessen specifisches Induktionsvermögen gröſser ist als dasjenige der Luft, eine gröſsere Menge Elektricität verlangen, und zwar eine um so gröſsere, je gröſser das specifische Induktionsvermögen des Isolators ist. Nennen wir deshalb d eine der Dielektricitätkonstante annähernd proportionale Gröſse, so können wir die nach der leitenden Verbindung der beiden Apparate in beiden gleichen Potentialwerte schreiben

$$q_1\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{R_1}\right)=\frac{q_2}{d}\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{R_1}\right),$$

wenn R den Radius der innern, R_1 den innern der äuſsern Kugel bedeutet. Strenge ist allerdings unser für konzentrische Kugeln erhaltener Ausdruck der Potentialfunktion nicht anzuwenden, indes da nur die an gleichgeformten Apparaten gemachten Beobachtungen verglichen werden, können wir diese Abweichung auſser Acht lassen. Dieselbe bewirkt nur, daſs wir jeden der obigen Ausdrücke mit demselben Faktor multplizieren müſsten, um den der wirklichen Form entsprechenden Wert der Potentialfunktion zu erhalten.

Aus obiger Gleichung folgt

$$\frac{q_2}{q_1}=d.$$

Zur Bestimmung dieses Wertes haben wir zunächst die Gleichung

$$q_2+q_1=q,$$

wenn wir mit q die dem Apparate I zunächst gegebene Elektricitätsmenge nennen. Ist dann v die dieser Elektricitätsmenge entsprechende gemessene Potentialfunktion, so ist

$$v=q\,\frac{R_1-R}{RR_1}.$$

Ist v_1 die Potentialfunktion des Apparates I, nachdem er mit II in leitender Verbindung war, so ist

$$v_1=q_1\,\frac{R_1-R}{RR_1},$$

somit
$$\frac{q_2}{q_1}=\frac{q-q_1}{q_1}=\frac{v-v_1}{v_1}=d.$$

Die dem specifischen Induktionsvermögen annähernd proportionale Gröſse d ist somit dem Quotienten aus der Differenz der am Apparate I

Digitized by Google

beobachteten Potentialfunktion und der Potentialfunktion vom Apparate I nach der Berührung proportional.

Der Wert von d ergab sich bei Durchführung dieser Versuche für alle Gase gleich 1, dagegen wurde der Wert stets gröfser als 1, wenn zwischen den leitenden Flächen sich ein starrer Isolator befand; es ergab sich bei Anwendung von Schellack $a = 1{,}5$, bei Anwendung von Glas 1,38 und bei Schwefel 1,62.

§. 49.

Messung der Dielektricitätskonstanten. I. Durch Kapacitätsmessungen. Nach den Versuchen Faradays ist es nicht zu bezweifeln, dafs durch die Isolatoren hindurch eine je nach der Natur der Isolatoren verschieden starke Influenz hindurchwirkt, oder dafs die Isolatoren momentan, ebenso schnell als die Leiter, bis zu einem von ihrer speciellen Beschaffenheit abhängigen Grade influenziert werden; genaue Zahlenwerte dieser Influenz lassen sich aus Faradays Versuchen nicht erhalten.

Teils um die Faradaysche Auffassung erneut zu prüfen, teils um genaue Werte der Dielektricitätskonstanten zu erhalten, deren Kenntnis durch die am Schlusse des Bandes kurz zu erwähnende elektromagnetische Lichttheorie immer wichtiger wurde, sind seitdem eine grofse Zahl Versuche angestellt. Die elektromagnetische Lichttheorie kommt nämlich zu dem Resultate, dafs die Dielektricitätskonstanten dem Quadrate der Brechungsexponenten der betreffenden Medien gleich sein sollen.

Die hauptsächlichste Methode zur Bestimmung der Dielektricitätskonstanten ist die Vergleichung der Kapacität zweier paralleler Platten, von denen die eine zur Erde abgeleitet ist, sogenannter Kondensatoren, je nachdem zwischen den Platten Luft oder der auf seine Dielektricitätskonstante zu untersuchende Isolator sich befindet.

Wir können leicht ableiten, dafs für einen solchen plattenförmigen Kondensator ganz dieselbe Beziehung gilt, welche wir vorher für die Kugel ableiteten, die Kapacität des Kondensators, dessen Zwischenraum zwischen den Platten mit einem Isolator ausgefüllt ist, verhält sich zur Kapacität desselben Kondensators, wenn zwischen den Platten Luft ist, wie die Dielektricitätskonstante des Isolators zu eins.

Seien A und B Fig. 67 zwei parallele Platten, welche sich im Abstande δ von einander befinden, B sei zur Erde abgeleitet. Zwischen den Platten sei ein Isolator, dessen obere Fläche a von der untern der Platte A um δ_1, dessen untere Fläche b von der untern von A um δ_2 entfernt sei.

Fig. 67.

Ist die obere Platte mit Elektricität von der Dichtigkeit h versehen, während die untere zur Erde abgeleitet ist, so würde, wenn zwischen den Platten kein Dielektricum ist, die Dichtigkeit der Elektricität in der untern Platte nach §. 41

$$h_1 = -h\left(1 - \frac{\delta}{R}\right)$$

sein, wenn R den Radius der Platten bedeutet. Für eine Ebene parallel den beiden Platten im Zwischenraum zwischen A und B gelegen, im Abstande x von der Platte A, erhalten wir dann die Potentialfunktion

Digitized by Google

$$V = 2\pi h(R - x) - 2\pi h\left(1 - \frac{\delta}{R}\right)(R + x - \delta).$$

Setzen wir voraus, dafs δ und damit x gegen R sehr klein ist, so dafs wir δ^2 und $x\delta$ gegen R vernachlässigen dürfen, so wird

$$V = 4\pi h(\delta - x).$$

Für die Kraft, mit welcher die im Abstande x von A zwischen den Platten vorhandene Einheit der positiven Elektricität in der Richtung der positiven x, also gegen B hin bewegt würde, ergiebt sich darnach

$$-\frac{dV}{dx} = 4\pi h.$$

Dieselbe hat demnach an allen Stellen zwischen den beiden Platten die gleiche Gröfse; eine genau ebensolche Kraft treibt die negative Elektricität gegen A hin.

Wir denken uns jetzt den Isolator zwischen die beiden Platten gebracht, der nach Faradays Annahme polarisierbar ist; auch wenn wir unsere bisherige Anschauung festhalten, dafs eine direkte elektrische Fernewirkung vorhanden ist, wird nach dem eben abgeleiteten Satze, dafs die Kraft, welche die beiden Elektricitäten auseinandertreibt, an allen Punkten zwischen den beiden Platten den gleichen Wert hat, in allen Molekülschichten des Isolators die Polarisation die gleiche sein, in allen mufs die A zugewandte Seite negativ, die entgegengesetzte positiv elektrisch sein. Im Innern der Platte steht demnach überall jeder positiv elektrischen Schicht eine negative von gleicher Stärke in molekularem Abstande gegenüber, die Wirkung je zweier solcher Schichten hebt sich auf und es bleiben als wirksam nur übrig die negativ elektrische Schicht auf a und die positiv elektrische auf b. Nennen wir die Dichtigkeit der Elektricität, welche auf der Oberfläche a entstände, wenn die Dichtigkeit in der Platte A gleich 1 wäre, a, so ist die durch die Dichtigkeit h erregte ah, und zwar ist diese Schicht negativ elektrisch. Eine genau ebensolche Dichtigkeit positiver Elektricität befindet sich auf der Fläche b. Um die Veränderung der Potentialfunktion in A, welche durch das Auftreten dieser beiden elektrischen Schichten bedingt wird, zu bestimmen, müssen wir beachten, dafs durch dieselben gleichzeitig die Dichtigkeit h_1 in der Platte B, in welcher die Potentialfunktion gleich null ist, eine andere wird. Um beides, sowohl die Potentialfunktion in A als auch die Dichtigkeit h_1 zu bestimmen, berechnen wir die Potentialfunktion der jetzt vorhandenen Elektricitäten für irgend einen zwischen den Platten befindlichen Punkt. Der Abstand des Punktes von A sei gleich x, von der Fläche a gleich x', von der Fläche b gleich x'' und von der Fläche B gleich x_1. Die Potentialfunktion in dem betrachteten Punkte ist dann die Summe

$$\text{I} \ldots 2\pi h(R - x) - 2\pi a h(R - x') + 2\pi a h(R - x'') + 2\pi h_1(R - x_1),$$

indem wir das Vorzeichen von h_1, welches zunächst zu bestimmen ist, unbestimmt lassen, und deshalb das letzte Glied positiv setzen; das zweite setzen wir negativ, weil wir wissen, dafs die Schicht auf a negativ ist. Für einen zwischen b und B liegenden Punkt ist

Digitized by Google

$$x - x' = \delta_1 \qquad x - x'' = \delta_2 \qquad x + x_1 = \delta,$$

und einen Punkt in der Platte B erhalten wir, wenn wir $x = \delta$ setzen.

Die Potentialfunktion in der Platte B wird durch Einsetzen der so bestimmten Werte

$$2\pi h(R - \delta) - 2\pi a h(R - \delta + \delta_1) + 2\pi a h(R - \delta + \delta_2) + 2\pi h_1 R.$$

Um die Dichtigkeit h_1, welche der Potentialfunktion null in der abgeleiteten Platte B entspricht, zu erhalten, haben wir diese Summe gleich null zu setzen und bekommen so

$$h_1 = -h\left(1 - \frac{\delta}{R} + a\frac{\delta_2 - \delta_1}{R}\right).$$

Mit diesem Werte von h_1 erhalten wir den Wert der Potentialfunktion in der Platte A, indem wir zunächst in der obigen Summe die Werte von x', x'', x_1, für einen Punkt zwischen A und a bestimmen und dann $x = 0$ setzen. Für einen solchen Punkt ist

$$x + x' = \delta_1 \qquad x + x'' = \delta_2 \qquad x + x_1 = \delta.$$

Setzen wir die hiernach für $x = 0$ sich ergebenden Werte für x', x'', x_1 in die obige Summe ein, so ergiebt sich nach einigen leicht zu übersehenden Reduktionen für die Potentialfunktion v_1 in der Platte A

$$v_1 = 4\pi h\delta\left\{1 - a\frac{\delta_2 - \delta_1}{\delta}\right\}\left\{1 - \frac{\delta}{2R}\right\},$$

somit, wenn δ als gegen $2R$ sehr klein angenommen wird, so dafs $\frac{\delta}{2R}$ aufser Acht gelassen werden darf,

$$v_1 = 4\pi h\delta\left\{1 - a\frac{\delta_2 - \delta_1}{\delta}\right\}.$$

Die Potentialfunktion in der obern Platte V_1, wenn zwischen den beiden Platten Luft ist, fanden wir früher

$$V_1 = 4\pi h\delta,$$

somit ist

$$\frac{v_1}{V_1} = 1 - a\frac{\delta_2 - \delta_1}{\delta}.$$

Die Kapacitäten der obern Platte verhalten sich umgekehrt wie die Potentialfunktionen bei gleicher Ladung; nennen wir die Kapacität bei zwischengeschaltetem Isolator C_1, ohne denselben C, so ist

$$\frac{C_1}{C} = \frac{1}{1 - a\frac{\delta_2 - \delta_1}{\delta}}.$$

Die hier eingeführte Gröfse a ist dieselbe, welche wir vorhin als Elektrisierungskonstante bezeichneten, wie man unmittelbar erkennt, wenn man den Wert von a berechnet für den Fall, dafs zwischen die beiden Platten eine leitende Platte von der Dicke $\delta_2 - \delta_1$ geschoben wird.

Wir berechnen zu dem Zwecke den Wert der Potentialfunktion zwischen den beiden Flächen a und b und erhalten den Wert von a aus

Digitized by Google

der Bedingung, dafs derselbe an allen Punkten zwischen den beiden Flächen derselbe sein mufs, weil wir die Platte jetzt als leitend voraussetzen.

Für einen zwischen den Ebenen a und b liegenden Punkt ist

$$x - x' = \delta_1 \qquad x + x'' = \delta_2 \qquad x + x_1 = \delta.$$

Mit Einsetzung dieser Werte in die Summe I, welche allgemein die Potentialfunktion der vier Schichten darstellt, wird dieselbe, wenn wir für h_1 den vorhin abgeleiteten Wert einsetzen und im schliefslichen Resultat δ gegen R sehr klein annehmen, so dafs Glieder von der Dimension $\frac{\delta}{R}$ vernachlässigt werden dürfen,

$$v_x = 4\pi h \delta \left(1 - a \frac{\delta_2}{\delta}\right) - 4\pi h (1 - a) x.$$

Da der Wert der Potentialfunktion von x unabhängig sein mufs, so folgt notwendig

$$a = 1,$$

es folgt somit, dafs a die auf der Oberfläche der dielektrischen Platte durch Influenz erregte Dichte ist, wenn wir die unter denselben Umständen auf den Flächen der leitenden Platte erregte Dichte gleich 1 setzen. Es folgt somit, dafs

$$a = \frac{4\pi\varepsilon}{1 + 4\pi\varepsilon}$$

$$\frac{1}{1 - a} = 1 + 4\pi\varepsilon = D,$$

oder die Dielektricitätskonstante ist gleich dem reciproken Werte von $1 - a$. Ist der Zwischenraum zwischen den beiden Platten ganz mit dem Dielektricum angefüllt, so wird

$$\frac{C_1}{C} = \frac{1}{1 - a} = D,$$

oder die Kapacität eines Kondensators, zwischen dessen Platten ein Dielektricum sich befindet, dividiert durch die Kapacität desselben Kondensators, wenn zwischen den Platten Luft sich befindet, giebt uns die Dielektricitätskonstante des zwischen den Platten befindlichen Dielektricums.

Durch Vergleichung der Kapacität eines plattenförmigen Kondensators, je nachdem zwischen den Platten Luft oder ein Dielektricum sich befand, hat zuerst Siemens[1]) die Dielektricitätskonstanten mehrerer Substanzen gemessen. Das Genauere dieser Methode werden wir im nächsten Abschnitte (§. 82) kennen lernen, wo wir die Versuche von Siemens noch von einem andern Gesichtspunkte aus besprechen müssen. Die gleiche Methode von Siemens haben Silow[2]) und Quincke[3]) später angewandt, um die Dielektricitätskonstanten einiger Flüssigkeiten zu bestimmen.

Boltzmann[4]) verglich die Kapacitäten eines Kondensators, je nachdem

1) *Siemens*, Poggend. Ann. Bd. CII.
2) *Silow*, Poggend. Ann. Bd. CLVIII.
3) *Quincke*, Wiedem. Ann. Bd. XIX S. 714 und 726.
4) *Boltzmann*, Berichte der Wiener Akademie LXVII. Poggend. Ann. Bd. CLI.

Digitized by Google

zwischen den Platten desselben Luft oder ein festes Dielektricum war, in folgender Weise.

Die eine Platte eines Kohlrauschschen Kondensators (§. 57) wurde mit einer Elektricitätsquelle von konstanter Potentialfunktion, dem einen Pol einer Daniellschen Batterie (§. 67), deren anderer Pol zur Erde abgeleitet war, verbunden und so zu dem Potentialwert V geladen, welcher vorher an einem Quadrantenelektrometer gemessen war. Ist Q die in die Platte übergegangene Elektricitätsmenge, C die Kapacität der Platte, so ist

$$Q = C V \quad . \; . \; . \quad (1)$$

Die Verbindung der Kondensatorplatte mit der Batterie wird darauf unterbrochen und sofort die Platte mit dem isolierten Quadrantenpaare des Quadrantenelektrometers verbunden, dessen anderes Quadrantenpaar zur Erde abgeleitet war. Das Elektrometer war dasselbe, an welchem vorher die Potentialfunktion V gemessen war, indem das eine Quadrantenpaar direkt mit dem Pole der Batterie verbunden wurde.

Die Elektricitätsmenge Q, welche in die Platte übergeströmt war, teilt sich nach Verbindung derselben mit dem vorher entladenen Quadrantenpaare des Elektrometers zwischen der Platte und dem Elektrometer. Der Wert der Potentialfunktion sinkt infolgedessen auf V_1. Nennen wir die Kapacität des Quadrantenpaares und der ein für allemal konstanten, mit derselben verbundenen Teile der Leitung zur Kondensatorplatte K, so ist jetzt

$$Q = (C + K)\, V_1 \quad . \; . \; . \quad (2).$$

Aus diesen beiden Gleichungen folgt

$$\frac{C}{K} = \frac{V_1}{V - V_1} \quad . \; . \; . \quad (a),$$

worin für V und V_1 direkt die Ablenkungen der Lemniskate im Elektrometer gesetzt werden, welche einmal bei Verbindung des Elektrometers mit der Batterie, das anderemal bei Verbindung desselben mit der Kondensatorplatte beobachtet wurden.

Nach diesen Messungen wird zwischen die Kondensatorplatten das Dielektricum geschoben, die nicht zur Erde abgeleitete Platte wieder mit der Batterie und darauf sofort, nachdem die Verbindung mit der Batterie unterbrochen ist, mit dem Elektrometer verbunden. Ist die Kapacität des Kondensators nach Zwischensetzung der dielektrischen Platte gleich C_1, so ist in die zu demselben Werte V der Potentialfunktion geladene Platte die Elektricitätsmenge Q_1 hinübergeströmt, welche gegeben ist durch

$$Q_1 = C_1\, V \quad . \; . \; . \quad (3).$$

Nach Verbindung der geladenen Platte mit dem Elektrometer teilt sich die Elektricität zwischen Platte und Elektrometer und infolgedessen wird die Potentialfunktion V_2, so daſs

$$Q_1 = (C_1 + K)\, V_2 \quad . \; . \; . \quad (4)$$

ist. Aus den beiden Gleichungen (3) und (4) folgt

Digitized by Google

$$\frac{C_1}{K} = \frac{V_2}{V - V_2} \quad . \; . \; . \quad \text{(b)}$$

und aus den Gleichungen (a) und (b)

$$\frac{C_1}{C} = \frac{V_2}{V_1}\,\frac{V - V_1}{V - V_2}.$$

Ist der Abstand der beiden Platten des Kondensators wie vorhin gleich δ und setzen wir die Dicke der elektrischen Platte $d = \delta_2 - \delta_1$, so wird

$$\frac{C_1}{C} = \frac{V_2}{V_1}\,\frac{V - V_1}{V - V_2} = \frac{1}{1 - a\,\frac{d}{\delta}},$$

eine Gleichung, aus welcher sich, wenn d und δ bekannt sind, a und somit die Dielektricitätskonstante des Zwischenmittels berechnen läfst. Es wird, wenn wir $\frac{C_1}{C} = \gamma$ setzen,

$$D = \frac{1}{1 - a} = \gamma\,\frac{d}{\delta - \gamma\,(d - \delta)}.$$

Boltzmann prüfte bei seinen Versuchen zugleich den sich aus jenen Gleichungen ergebenden Satz, dafs es gleichgiltig ist, ob die dielektrische Platte sich näher bei der geladenen oder der abgeleiteten Platte befindet. Es folgt das einfach, weil in dem Ausdruck für das Verhältnis der Kapacitäten nur d und δ eingehen, oder in der frühern Form, in der wir die Abstände δ_1 und δ_2 der Oberflächen des Dielektricums von der Platte A eingeführt hatten, weil nur die Differenz $\delta_2 - \delta_1$ dort vorkam Boltzmann fand diese Folgerung durchaus bestätigt.

Wegen der Details der Versuche verweisen wir auf die Originalarbeit; die von Boltzmann nach dieser Methode gefundenen Werte der Dielektricitätskonstanten werden wir nachher mit den von andern und auf anderem Wege gefundenen zusammenstellen.

Gibson und Barclay[1]) wandten eine im Princip gleiche Methode an, die Art, wie sie die Kapacitäten C_1 und C verglichen, war jedoch eine sehr umständliche. Ebenso kommen die ziemlich komplizierten Methoden von Hopkinson[2]) und Gordon[3]) auf die Vergleichung der Kapacitäten von Kondensatoren mit und ohne Dielektricum heraus; eine Besprechung derselben ist wegen der Beschränkung des Raumes hier nicht möglich.

II. Messung der Anziehung einer dielektrischen Kugel.

Eine wesentlich andere Methode wandte Boltzmann[4]) an, um die Dielektricitätskonstante einiger fester Körper zu bestimmen; er beobachtete die Anziehung, welche Kugeln aus isolierendem Material von geladenen Metallkugeln erfuhren und verglich dieselben mit der Anziehung, welche leitende Kugeln unter denselben Umständen erhielten.

---

1) *Gibson* und *Barclay*, Philos. Magazin IV series, vol. XLI.

2) *Hopkinson*, Philosophical Transactions of the London Royal Society for 1878 und for 1881.

3) *Gordon*, A physical Treatise of Electricity and Magnetism vol. I p. 108 ff. London 1880.

4) *Boltzmann*, Berichte der Wiener Akademie Bd. LXVI, LXVIII, LXX. Poggend. Ann. Bd. CLIII.

Digitized by Google

Die Theorie dieser Methode läfst sich im wesentlichen nach Boltzmann[1]) in folgender elementarer Weise geben. Es wird dabei vorausgesetzt, dafs die dielektrische Kugel gegen den Abstand von dem Mittelpunkte der Metallkugel so klein ist, dafs wir die Teile der Niveauflächen, welche die kleine Kugel schneiden, als Ebenen betrachten können, so dafs die Normalen der Niveauflächen sämtlich einander und der Verbindungslinie der Mittelpunkte parallel sind.

So lange die dielektrische Kugel nicht dem Einflufs der sie polarisierenden Metallkugel unterworfen ist, können wir sie in elektrischer Beziehung als aus zwei genau gleichen Kugeln bestehend betrachten, deren eine positive und deren andere negative Elektricität enthält, und deren Mittelpunkte zusammenfallen. Die beiden Elektricitätsmengen sind von genau gleicher Gröfse. Die Kugel sei jetzt der Einwirkung der elektrisierten Metallkugel, welche die Elektricitätsmenge E enthält, unterworfen. Wir können bei der gemachten Voraussetzung, dafs die elektrische Kugel sehr klein gegen die Entfernung beider Kugeln sei, annehmen, die Elektricität E sei im Mittelpunkte der Metallkugel konzentriert; ihre Verteilung auf der Metallkugel wird durch die Influenz der dielektrischen Kugel nicht geändert.

Da die von der geladenen Kugel auf die dielektrische Kugel wirkenden Kräfte in jedem Punkte der letztern als gleich und parallel gerichtet betrachtet werden können, so können wir den Effekt der eintretenden dielektrischen Polarisation einfach so auffassen, dafs die beiden vorher sich ganz deckenden Kugeln um eine sehr kleine Strecke auseinandergezogen werden. Ist also E Fig. 68 der Mittelpunkt der influenzierenden, O derjenige der dielektrischen Kugel, so ist die Wirkung

Fig. 68.

der Influenz die, dafs die negative Kugel etwas nach E hin verschoben wird, so dafs ihr Mittelpunkt in O_1 ist, während die positive Kugel um genau gleich viel nach der entgegengesetzten Richtung verschoben wird, so dafs ihr Mittelpunkt in O_2 ist. Sei die Elektricitätsmenge in der negativen Kugel A gleich $-e$ und jene in der positiven Kugel gleich $+e$. Der Abstand der beiden Mittelpunkte O_1 und O_2 sei gleich δ.

Die Wirkung von E auf die Kugel, nachdem letztere influenziert worden ist, besteht weiter in der Anziehung der negativen Kugel A und der Abstofsung der Kugel B. Mit der Differenz dieser Kräfte wird die dielektrische Kugel gegen E hingezogen. Nennen wir den Abstand der

1) Die Entwicklung von Boltzmann ist in *Gordons* Physical Treatise of Electricity and Magnetism vol. I p. 135 mitgeteilt.

Digitized by Google

Elektricitätsmenge E von dem Mittelpunkt der dielektrischen Kugel O, also den Abstand $EO = r$, so ist

$$EO_1 = r - \frac{\delta}{2} \qquad EO_2 = r + \frac{\delta}{2}.$$

Elektrisierte Kugeln wirken auf einander, wie wenn die gesamte Elektricität im Mittelpunkte konzentriert wäre. Es folgt somit, dafs die gegen E hin gerichtete resultierende Anziehung gegeben ist durch die Differenz

$$W = \frac{Ee}{\left(r - \frac{\delta}{2}\right)^2} - \frac{Ee}{\left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2}$$

$$W = E \frac{2r\delta e}{\left(r - \frac{\delta}{2}\right)^2 \left(r + \frac{\delta}{2}\right)^2} = E \frac{2\delta e}{r^3},$$

wenn wir, was bei der Kleinheit von δ unbedenklich geschehen darf, im Nenner $r - \frac{\delta}{2}$ und $r + \frac{\delta}{2}$ durch r ersetzen.

Das in diesen Ausdrücken vorkommende Produkt δe können wir als das elektrische Moment der dielektrischen Kugel bezeichnen, in dem Sinne, wie wir im vorigen Paragraphen das elektrische Moment definierten, da nach aufsen hin die Elektricitäten der homogenen Kugeln wirken, als wären sie im Mittelpunkte konzentriert. Bezeichnen wir das elektrische Moment eines Volumelementes dv der Kugel parallel der Verbindungslinie EO mit α, so ist dasselbe nach dem vorigen Paragraphen

$$\alpha = \varepsilon P dv,$$

wenn P die im Volumelement, dort die Einheit der Elektricität vorhanden gedacht, parallel EO wirksame Kraft ist. Das dielektrische Moment der Kugel ist dann die Summe der Momente für alle Elemente dv der Kugel, oder das über die Kugel ausgedehnte Integral von $\varepsilon P dv$. Die Gröfse ε ist, da sie nur von der Natur des Dielektricums abhängig ist und wir ein homogenes Dielektricum voraussetzen, durch die ganze Kugel konstant. Wir haben demnach, um die Integration ausführen zu können, nur die Kraft P zu bestimmen. Dieselbe setzt sich zusammen aus der von E ausgeübten Kraft, welche nach unserer Annahme, dafs die Kugel gegen die Entfernung r sehr klein ist, gleich ist

$$\frac{E}{r^2},$$

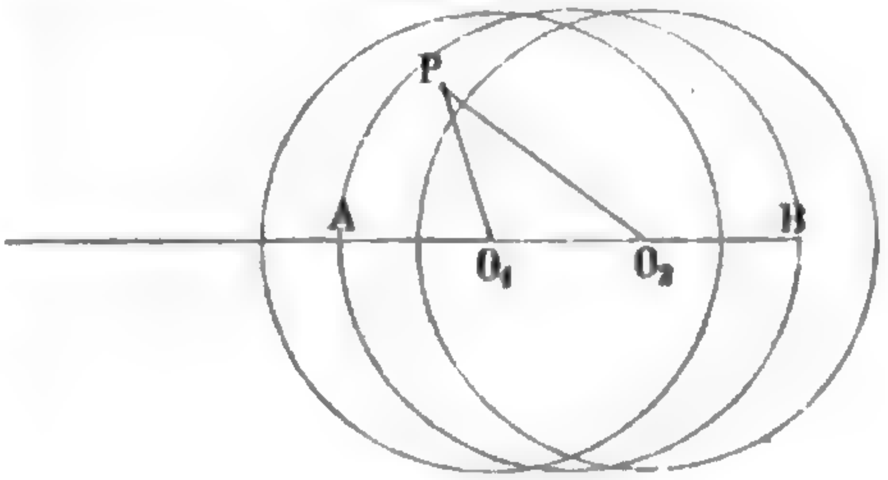
und aus der von dem elektrischen Zustand der Kugel herrührenden Kraft. Um letztere zu erhalten, erinnern wir uns daran, dafs wir den elektrischen Zustand der Kugel durch zwei homogene, gleichmäfsig mit Elektricität angefüllte Kugeln ersetzt haben, deren Mittelpunkte in der Richtung EO um δ gegen einander verschoben sind. Sei P Fig. 69 ein Punkt der Kugel, in welchem das Volumelement dv sich befindet. Um die von dem Polarisationszustand der Kugel parallel EO resp. $O_1 O_2$ wirkende Kraft zu erhalten, berechnen wir einzeln die Wirkung der negativen Kugel A und der positiven Kugel B mit der im Volumelement dv bei P gedachten

Digitized by Google

Einheit der positiven Elektricität. Wir legen um O_1 eine Kugel mit dem Radius $O_1 P$ und um O_2 eine solche mit dem Radius $O_2 P$.

Von der negativen Kugel A wirkt die aufserhalb dieser mit dem Radius $O_1 P$ beschriebenen Kugel liegende Elektricität gar nicht auf den Punkt P, die innerhalb der mit dem Radius $O_1 P = \varrho_1$ beschriebene Kugel vorhandene Elektricität, auf deren Oberfläche sich der Punkt P befindet, wirkt auf P wie wenn die gesamte Elektricität der Kugel im Punkte O_1 konzentriert wäre. Nennen wir diese Elektricitätsmenge q_1, so ist die Wirkung $\frac{q_1}{\varrho_1^2}$, und zwar nach O_1 gerichtet. Nennen wir den Winkel $A O_1 P = \varphi_1$, so ist die $O_1 O_2$ parallele in der Richtung von O_1 nach O_2 wirkende Komponente

Fig. 69.



$$\frac{q_1}{\varrho_1^2} \cos \varphi_1 .$$

Nennen wir den Radius der um O_2 gelegten Kugel ϱ_2, die in dieser Kugel vorhandene Elektricitätsmenge q_2 und den Winkel $O_1 O_2 P = \varphi_2$, so ist die Wirkung der positiven Kugel, von O_2 nach O_1 gerichtet,

$$\frac{q_2}{\varrho_2^2} \cos \varphi_2 .$$

Da wir die Elektricität in den Kugeln gleichmäfsig verteilt vorausgesetzt haben, so verhalten sich die Mengen q_1 und q_2 zu den in den ganzen Kugeln vorhandenen Elektricitätsmengen wie die Volume der Kugeln, somit ist, wenn wir den Radius der gegebenen Kugel mit b bezeichnen,

$$q_1 = e \frac{\varrho_1^3}{b^3} \qquad q_2 = e \frac{\varrho_2^3}{b^3} .$$

Ziehen wir jetzt von der zweiten Wirkung die erste ab, so erhalten wir in der Differenz der Wirkungen

$$\frac{q_2}{\varrho_2^2} \cos \varphi_2 - \frac{q_1}{\varrho_1^2} \cos \varphi_2 = \frac{e}{b^3} (\varrho_2 \cos \varphi_2 - \varrho_1 \cos \varphi_1)$$

die von dem elektrischen Zustande der Kugel herrührende Wirkung im Punkte P. In dieser Differenz ist aber stets

$$\varrho_2 \cos \varphi_2 - \varrho_1 \cos \varphi_1 = \delta$$

gleich dem Abstande der beiden Kugelmittelpunkte, wir erhalten somit für den zweiten Teil der Wirkung den Ausdruck

$$\frac{e}{b^3} \delta ,$$

derselbe ist somit von der Lage des Punktes P in der Kugel unabhängig oder ebenso wie E konstant. Da nach der Bildung dieser Differenz die entsprechende Wirkung von O_2 nach O_1 gerichtet ist, so folgt

Digitized by Google

$$P = \frac{E}{r^3} - \frac{e}{b^3}\,\delta,$$

somit das dielektrische Moment der Kugel $e\delta$, welches gleich der Summe der Momente aller Volumelemente der Kugel ist,

$$e\delta = \int \varepsilon P\,dv = \varepsilon P \int dv = \varepsilon\left(\frac{E}{r^2} - \frac{e}{b^3}\,\delta\right)\frac{4}{3}\,\pi b^3,$$

oder

$$e\delta = \frac{4\pi\varepsilon}{3 + 4\pi\varepsilon}\, b^3\,\frac{\varepsilon}{r^2}.$$

Die Anziehung der dielektrischen Kugel durch die mit der Elektricitätsmenge E geladene Kugel wird demnach

$$W = 2E\,\frac{\delta e}{r^3} = \frac{4\pi\varepsilon}{3 + 4\pi\varepsilon}\cdot 2b^3\,\frac{E^2}{r^5}.$$

Da die Dielektricitätskonstante $D = 1 + 4\pi\varepsilon$, so erhalten wir mit dieser ausgedrückt

$$W = \frac{D-1}{D+2}\cdot 2\,b^3\,\frac{E^2}{r^5},$$

oder mit unserer Elektrisierungskonstanten $a = \frac{D-1}{D}$ ausgedrückt

$$W = \frac{a}{3 - 2a}\cdot 2b^3\,\frac{E^2}{r^5}.$$

Wirkt unsere mit der Elektricitätsmenge E geladene Kugel auf eine isolierte leitende Kugel von denselben Dimensionen und aus der gleichen Entfernung r, so erhalten wir deren Anziehung, wenn wir in dem zuletzt hingeschriebenen Ausdrucke einfach $a = 1$ setzen, da wie wir sahen für die Leiter $a = 1$ zu setzen ist. Es wird somit

$$W_1 = 2\,b^3\,\frac{E^2}{r^5}$$

und

$$\frac{W}{W_1} = \frac{D-1}{D+2},$$

ein Ausdruck, welcher aus einer Vergleichung der Anziehungen D berechnen läfst[1]).

Nach dieser Methode sind von Boltzmann und später von Romich und Nowak[2]) eine Anzahl Dielektricitätskonstanten bestimmt, die wir später angeben werden. Aufserdem hat Boltzmann diese Methode noch zu andern Versuchen benutzt, von denen wir an dieser Stelle nur den Nachweis erwähnen, dafs die Dielektricitätskonstanten von Krystallen, welche nicht zum regulären System gehören, nach verschiedenen Richtungen verschieden sind[3]). Die verschiedene Polarisierbarkeit kann nur darin ihren Grund haben, dafs die Konstante ε nach den verschiedenen Richtungen einen verschiedenen Wert hat. Schneidet man daher eine Kugel aus einem

1) Die genauere Berechnung dieser Versuche von Boltzmann sehe man Wiener Berichte Bd. LXX.
2) *Nowak* und *Romich*, Wiener Berichte Bd. LXX.
3) *Boltzmann*, Wiener Berichte Bd. LXX.

Digitized by Google

solchen Krystall und hängt sie einmal so, dafs die eine Axe, das anderemal so, dafs die andere Axe in die Verbindungslinie der beiden Kugeln fällt, so mufs das dielektrische Moment je nach dem für die betreffende Axenrichtung verschiedenen Werte von ε und damit die Anziehung verschieden ausfallen. Bei natürlichen, im rhombischen System krystallisierenden Schwefelkrystallen, aus denen Kugeln geschnitten waren, fand Boltzmann in dieser Weise die Werte

parallel der gröfsten Axe $D = 4{,}773$
„ „ mittlern „ $D = 3{,}970$
„ „ kleinsten „ $D = 3{,}811$.

III. Messung der Anziehung zweier Kondensatorplatten in verschiedenen dielektrischen Medien.

Noch nach einer dritten, besonders für Flüssigkeiten geeigneten Methode sind von Silow[1]) und Quincke[2]) Dielektricitätskonstanten bestimmt worden. Dieselbe beruht auf dem von Helmholtz[3]) bewiesenen Satze, dafs zwei Elektricitätsmengen E und E_1, welche sich in einem dielektrischen Medium befinden, dessen Dielektricitätskonstante D ist, sich im Abstande r mit einer Kraft abstofsen, resp. wenn sie ungleichnamig sind, anziehen, welche gleich ist

$$K = \frac{E E_1}{r^2 D}.$$

Der Helmholtzsche Satz ergiebt sich unmittelbar aus unserer Gleichung für die Potentialfunktion zwischen zwei Platten, zwischen denen sich ein dielektrisches Medium befindet. Wir fanden für die Potentialfunktion in dem dielektrischen Medium

$$V_x = 4\pi h\delta\left(1 - a\frac{\delta_2}{\delta}\right) - 4\pi h(1 - a)x.$$

Denken wir uns, die Platten befinden sich ganz im dielektrischen Medium, so wird $\delta_2 = \delta$ und

$$V_x = 4\pi h(1 - a)(\delta - x).$$

Im Innern des dielektrischen Mediums, dessen Elektrisierungskonstante a ist, ergiebt sich

$$\frac{dV}{dx} = -4\pi h(1 - a) = -\frac{4\pi h}{D},$$

während, wenn zwischen den beiden Platten Luft ist,

$$\frac{dV}{dx} = -4\pi h.$$

Befindet sich zwischen den beiden Platten an irgend einer Stelle die Elektricitätsmenge E_1 so erhält dieselbe im Dielektricum den Antrieb

1) *Silow*, Poggend. Ann. Bd. CLVI.
2) *Quincke*, Wiedem. Ann. Bd. XIX.
3) *von Helmholtz*, Borcharts Journal Bd. LXXII.

Digitized by Google

$$W = \frac{4\pi h}{D} \cdot E,$$

in Luft dagegen

$$W_1 = 4\pi h E,$$

somit ist

$$W = \frac{W_1}{D}.$$

Wir gelangen zu dem Satze ebenso leicht auf anderem Wege. Denken wir uns in einem dielektrischen Medium eine Kugel. Für die Potentialfunktion einer Kugel vom Radius R, welche von einer leitenden Schale vom Radius R_1 umhüllt ist, erhielten wir, wenn der Zwischenraum zwischen beiden Schalen mit einem Dielektricum angefüllt ist,

$$V_1 = q\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_1}\right)\frac{1}{D};$$

setzen wir hierin den Radius R_1 unendlich, so erhalten wir eine in einem Dielektricum mit der Konstanten D befindliche Kugel; für diese wird somit

$$V_1 = \frac{q}{R}\,\frac{1}{D}.$$

Für die Potentialfunktion V im Abstande ϱ vom Mittelpunkte ergiebt sich hieraus der Wert

$$V = \frac{q}{\varrho}\,\frac{1}{D},$$

somit

$$\frac{dV}{d\varrho} = -\frac{q}{\varrho^2}\,\frac{1}{D}.$$

Befindet sich im Abstande a die Elektricitätsmenge q_1, so wird dieselbe hiernach mit der Kraft

$$W = \frac{q q_1}{\varrho^2}\,\frac{1}{D}$$

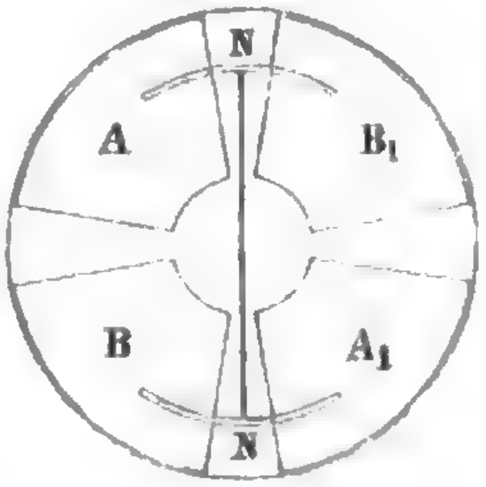
abgestofsen. Zwei Elektricitätsmengen q und q_1 wirken demnach in einem Dielektricum mit der Konstanten D auf einander, wie die Elektricitätsmengen $\frac{q}{\sqrt{D}}$ und $\frac{q_1}{\sqrt{D}}$ auf einander in Luft einwirken. Die letztere Entwicklung läfst auch den Grund dieser Erscheinung sofort erkennen; im Dielektricum ist der elektrisierte Körper mit einer Schicht entgegengesetzter Elektricität umhüllt, welche an allen Stellen, wo auf dem elektrisierten Körper die Dichtigkeit h ist, die Dichtigkeit ah besitzt; an Stelle der nach aufsen wirkenden Elektricität q des Körpers wirkt demnach $q - aq = q(1 - a)$. Die Wirkung auf eine aufserhalb befindliche Elektricitätsmenge q_1 kann deshalb nur dem Produkte $q_1\, q\,(1 - a)$ proportional sein.

Silow hat diesen Satz zur Messung der Dielektricitätskonstante benutzt, indem er in einem sehr vereinfachten Quadrantenelektrometer die Anziehung des einen Quadrantenpaares auf die Nadel mafs, je nachdem das Elektrometer Luft oder Terpentinöl enthielt. Das Elektrometer bestand aus einem cylindrischen Glasgefäfs; Wände und Boden desselben

Digitized by Google

waren mit vier Stanniolstreifen beklebt, wie es im Grundrifs Fig. 70 zeigt. Die Quadranten A und A_1, sowie B und B_1 waren leitend mit einander verbunden. In der Axe des Cylinders war an einem Platindrahte, welcher in einer auf dem Deckel des Cylinders, wie bei der Torsionswage, befindlichen Röhre befestigt war, die Nadel NN aufgehängt, bestehend aus einem Platindraht, an dessen Enden sich cylinderförmig gebogene dünne Platinbleche befanden. Die Quadranten AA_1 wurden mit einer Elektricitätsquelle von konstantem Potentialniveau, dem einen Pole einer galvanischen Batterie, deren anderer Pol zur Erde abgeleitet war, verbunden. Die Quadranten B wurden zur Erde abgeleitet. Ebenso war die Nadel durch den Platindraht zur Erde abgeleitet. Durch Torsion des Fadens erhielt die Nadel eine bestimmte Gleichgewichtslage. Wurden die Quadranten A bis zu einem Potentialwert V geladen, wenn der Apparat Luft enthielt, so erhielten die Quadranten eine gewisse Elektricitätsmenge, die wir, wenn c die Kapacität der Quadranten ist, mit cV bezeichnen können. Die zur Erde abgeleitete Nadel wird durch Influenz von A_1 auf einen gewissen negativen Potentialwert V_1 gebracht, welcher, wenn ξ eine Konstante ist, gleich ξV gesetzt werden kann. Ist c_1 die Kapacität der Nadel, so ist $c_1 \xi V$ die in derselben vorhandene Elektricitätsmenge, somit die Anziehung von A auf die Nadel proportional $cc_1 \xi V^2$. Man kann dieser Anziehung durch Torsion des Drahtes das Gleichgewicht halten und so durch die Torsion die Anziehung messen.

Fig. 70.



Befindet sich bei derselben Lage der Nadel gegen die Quadranten im Cylinder eine dielektrische Flüssigkeit mit der Dielektricitätskonstanten D, so erhält, wenn jetzt das Quadrantenpaar bis zum Potentialwert V geladen wird, dasselbe die Elektricitätsmenge DcV, da die Kapacität der Quadranten jetzt Dmal gröfser ist. Die Nadel N wird dadurch wieder auf das Potentialniveau $V_1 = \xi V$ influenziert, erhält dadurch aber jetzt, da die Kapacität auch dieser Dmal gröfser ist, die Elektricitätsmenge $Dc_1 \xi V$. Die Anziehungen dieser Elektricitätsmengen würden in Luft $D^2 cc_1 \xi V^2$ sein; im Dielektricum ist die Anziehung $\frac{1}{D}$ derselben, sie mufs also $Dcc_1 \xi V^2$ sein, oder die Anziehungen in Luft und im Dielektricum müssen sich wie $1 : D$ verhalten.

Silow fand in der That die Anziehung im Terpentinöl erheblich gröfser als in Luft, der für Terpentinöl gefundene Wert von D stimmt recht gut mit dem auf anderen Wegen gefundenen überein.

Quincke bestimmte direkt die Anziehung zweier Platten, je nachdem dieselben sich in Luft oder in isolierenden Flüssigkeiten befanden. Die untere war isoliert fest in einer Glaswanne aufgestellt; dieselbe konnte zu einem bestimmten Potentialwerte geladen werden, welch letzterer an einem Elektrometer gemessen wurde. Die obere hing in einem bei allen Versuchen gleichen Abstande δ über der untern; sie war an einem Arm einer feinen Wage aufgehängt und wurde durch in die am andern Arm hängende Wagschale eingelegte Gewichte im Gleichgewicht gehalten, sie

Digitized by Google

wurde aufserdem in dieser Lage durch drei an der Glaswanne befestigte Schrauben gestützt, damit sie nicht bei etwaiger Schwankung der Wage sich der unteren Platte weiter nähern konnte.

Nachdem die Platte genau äquilibriert war, wurde die Wage arretiert, auf die andere Wage eine Zulage G_1 gelegt und dann die untere Platte durch Verbindung derselben mit einer Batterie Leydner Flaschen, die wir demnächst beschreiben werden, zu einem solchen Werte der Potentialfunktion geladen, dafs die Anziehung der beiden Platten gröfser war als der von dem Zulagegewicht herrührende Gegenzug. Hiernach wurde die Arretierung der Wage gelöst und nun die Ladung der Batterie und damit die Potentialfunktion in der untern Platte so langsam vermindert, dafs man am Elektrometer den Gang derselben beobachten konnte. Mit Verminderung der Potentialfunktion der untern Platte nahm die Anziehung der beiden Platten ab, und hatte die Potentialfunktion einen bestimmten Wert erreicht, so war die Anziehung gleich dem Zuge des Zulagegewichtes. Der Wert der Potentialfunktion in dem Momente, in welchem die Wage eine Gleichgewichtsstörung erkennen liefs, war demnach jener, bei welchem die Anziehung der Platten gleich dem Zuge des Zulagegewichtes war.

Die Versuche wurden gemacht, wenn die Glaswanne nur Luft enthielt, oder wenn sie mit einer isolierenden Flüssigkeit gefüllt war. Wie sich aus den so gemessenen Anziehungen und Potentialfunktionen die Dielektricitätskonstanten der Flüssigkeiten berechnen lassen, ergiebt sich folgendermafsen:

In Luft ist die Potentialfunktion zwischen den Platten

$$V = 4\pi h(\delta - x),$$

somit

$$\frac{dV}{dx} = -4\pi h.$$

Dieser Differentialquotient, negativ genommen, giebt uns den der Einheit der Elektricität zwischen den Platten erteilten Antrieb; der Antrieb, welchen die Elektricitätsmenge eins in der zweiten Platte selbst gegen die erste hin erfährt, ist aber nur halb so grofs. Denn für einen in der zweiten Platte befindlichen elektrischen Punkt wird von der in dieser Platte befindlichen Elektricität keinerlei Antrieb parallel x bewirkt, wie wir schon §. 38 aus den Sätzen des §. 7 ableiteten, weil eben der Antrieb, welchen ein elektrischer Punkt durch die in der Platte vorhandene Elektricität erfährt, bei dem Passieren der Platte sein Zeichen ändert. Dafs dem so ist und dafs infolgedessen die Wirkung auf einen Punkt der zweiten Platte gerade die Hälfte von derjenigen auf einen Punkt zwischen den Platten ist, erkennt man sofort, wenn man die beiden Glieder, aus denen sich V zusammensetzt, sowohl für einen Punkt zwischen den Platten ($x < \delta$), als auch für einen Punkt aufserhalb der Platten ($x > \delta$) hinschreibt.

Für einen Punkt zwischen den Platten ist

$$V = 2\pi h(R - x) - 2\pi h\left(1 - \frac{\delta}{R}\right)(R - \delta + x),$$

oder wenn die Glieder mit δ^2 und δx vernachlässigt werden,

Digitized by Google

$$V = 2\pi h(R - x) - 2\pi h(R - 2\delta + x)$$

$$\frac{dV}{dx} = -2\pi h - 2\pi h.$$

Für einen Punkt aufserhalb der Platten ist

$$V = 2\pi h(R - x) - 2\pi h\left(\left(1 - \frac{\delta}{R}\right)R - x + \delta\right)$$

$$V = 2\pi h(R - x) - 2\pi h(R - x) = 0$$

$$\frac{dV}{dx} = -2\pi h + 2\pi h = 0.$$

Bei dem Durchgang durch die zweite Platte geht also der Differentialquotient der Potentialfunktion der zweiten Platte aus $-2\pi h$ in $+2\pi h$ über, in der Platte ist er somit null und es ist in der zweiten Platte

$$\frac{dV}{dx} = -2\pi h.$$

Multiplizieren wir diesen letzten negativ genommenen Differentialquotienten mit der in der obern Platte vorhandenen Elektricitätsmenge, so erhalten wir die zwischen beiden Platten wirksame Kraft. Im §. 41 sahen wir, dafs die Dichtigkeit der Elektricität in der abgeleiteten Platte, in welcher die Potentialfunktion gleich null ist, gleich $-h$ ist, wenn δ gegen die Dimensionen der Platten sehr klein ist. Quincke wandte bei einem Durchmesser der Platten von 85,3 mm einen Abstand $\delta = 1{,}597$ mm an. Nennen wir die Gröfse der Plattenfläche S, so wird die Anziehung der beiden Platten

$$A = G_1 = -2\pi h^2 S.$$

Um dieselbe durch die Potentialfunktion in der geladenen Platte auszudrücken, ist zu beachten, dafs der Wert derselben V_1 gegeben ist durch

$$V_1 = 4\pi h \delta,$$

somit ist

$$h^2 = \frac{1}{16\pi^2}\frac{V_1^2}{\delta^2},$$

und setzen wir den Wert von h^2 in die Gleichung für A, so wird

$$A = G_1 = -\frac{S}{8\pi}\frac{V_1^2}{\delta^2}.$$

Die Anziehung ist somit der Gröfse der Platten und dem Quadrate der Potentialfunktion der geladenen Platte direkt, dem Quadrate des Abstandes der Platten ungekehrt proportional[1]).

1) Die Messung der Anziehung zweier Platten, deren eine geladen, deren andere zur Erde abgeleitet ist, liefert uns gleichzeitig ein Mittel, die Potentialfunktion der geladenen Platte in absolutem Mafse zu bestimmen, oder auch wenn beide Platten geladen sind, die Differenz der Potentialfunktionen so zu messen. Ist G_1 das die Anziehung messende Gewicht, somit $G_1 g$ die Anziehung nach absolutem Mafse, so liefert die Gleichung

$$G_1 g = \frac{S}{8\pi}\frac{V_1^2}{\delta^2},$$

Digitized by

Befinden sich die Platten in einer dielektrischen Flüssigkeit, deren Dielektricitätskonstante gleich D ist, so ist die Potentialfunktion zwischen den Platten

$$V = 4\pi h(\delta - x)\frac{1}{D},$$

somit

$$\frac{dV}{dx} = -4\pi\frac{h}{D}.$$

Die Anziehung der Platten wird somit, weil auch jetzt die Dichtigkeit in der obigen Platte gleich $-h$ ist,

$$A' = G = -2\pi\frac{h^2}{D}\cdot S,$$

wenn G das die Anziehung messende Gewicht ist. Drücken wir h durch die Potentialfunktion V_1' in der geladenen Platte aus, so ist

$$V_1' = 4\pi\frac{h}{D}\delta; \qquad h^2 = \frac{D^2}{16\pi^2}\frac{V_1'^2}{\delta^2},$$

somit

$$A' = G = -D\frac{S}{8\pi}\frac{V_1'^2}{\delta^2}.$$

Die Anziehung ist also D mal gröfser als in Luft. Kombinieren wir die Beobachtung in einem Dielektricum mit derjenigen in Luft, so wird

$$\frac{G}{G_1} = D\frac{V_1'^2}{V_1^2}; \qquad D = \frac{G}{G_1}\frac{V_1^2}{V_1'^2}.$$

Indem wir andere Methoden zur Bestimmung der Dielektricitätskonstanten, die indes weniger zu genauen Messungen geeignet sind, übergehen, stellen wir im Folgenden die Dielektricitätskonstanten einiger fester und flüssiger Körper nach den verschiedenen Beobachtungen mit dem Quadrate der Brechungsexponenten der Medien zur Prüfung des vorhin erwähnten Maxwellschen Satzes zusammen. Die Methode, nach welcher die von mir erhaltenen Werte gefunden sind, werden wir im nächsten Paragraphen besprechen. Die von Schiller[1]) angewandte Methode können wir erst später andeuten.

---

wo wir das negative Zeichen fortlassen, da es hier auf die Richtung der Kraft nicht ankommt,

$$V_1 = \delta\sqrt{\frac{8\pi G_1 g}{S}}.$$

Ist auch die zweite Platte und zwar bis zur Potentialfunktion V_2 geladen, so wird

$$V_1 - V_2 = \delta\sqrt{\frac{8\pi G_1 g}{S}}.$$

Bei dem schon im §. 45 erwähnten absoluten Elektrometer von *W. Thomson* (Reprint of papers on electrostatics etc., p. 287) ist dieser Satz angewandt. Eine ziemlich ausführliche Beschreibung mit Abbildung dieses Elektrometers giebt auch *Wiedemann* im Bd. I der Elektricitätslehre S. 176.

1) *Schiller*, Poggend. Ann. Bd. CLII.

Digitized by Google

Dielektricitätskonstanten einiger fester Körper[1]).

Substanzen	Boltzmann[2]) Kapacitätsmessung	Anziehung einer Kugel	Schiller	Wüllner	Gordon	n^2
Glas[3])	—	7,5	5,83	6,10	3,243	2,283 bis 3,048
Schwefel[4])	3,84	3,90	—	3,04	2,58	4,16
Paraffin[5])	2,32	2,32—2,34	1,85	1,96	1,99	2,02
Ebonit	3,15	3,48	2,21	2,56	2,28	—
Schellack[6])	—	—	—	{2,95 3,73	2,74	—
Kolophonium	2,55	2,48	—	—	—	2,38
Guttapercha	—	—	—	—	2,46	—

Dielektricitätskonstanten einiger Flüssigkeiten.

Substanzen	nach Hopkinson	nach Silow aus Messungen der Kapacität	Anziehung	n^2
Petroleum	2,10	2,071	2,037	2,078
Terpentinöl	2,23	2,158	2,221	2,13
Benzol	—	2,198	—	2,196
Ricinusöl	4,78	—	—	2,153
Spermacetöl	3,02	—	—	2,135
Olivenöl	3,16	—	—	2,131

Die in diesen beiden Tabellen angegebenen Werte der Brechungsexponenten sind nach der Cauchyschen Formel für unendlich lange Wellen berechnet.

In der nachfolgenden Tabelle sind einige Beobachtungen von Quincke zusammengestellt, die Dielektricitätskonstanten unter I sind aus Kapacitätsmessungen eines Kondensators, bei längerer Ladungsdauer, unter II bei kürzerer Ladungsdauer, von G. Weber in Quinckes Laboratorium bestimmt, die unter III durch Anziehung der Kondensatorplatten gemessen. Die

1) Die hier angegebenen Werte entsprechen bei den Beobachtern, bei denen eine verschiedene Dauer angegeben ist, immer der kürzesten Dauer der Influenz (siehe den nächsten Paragraphen).

2) Der Wert für Glas in dieser Rubrik ist von Nowak und Romich nach Boltzmanns Methode erhalten.

3) *Gordon* findet für ganz verschiedene Gläser, Flintgläser, Kronglas Werte zwischen 3,01 und 3,16, und bei späterer Wiederholung der Versuche mit denselben Gläsern Werte zwischen 3,31 und 3,84. *Hopkinson* findet für verschiedene Gläser Werte zwischen 6,61 und 9,09, den gröfsten für ein schweres, den kleinsten für ein leichtes Flintglas, für Tafelglas (also bleifreies Glas), erhält derselbe 8,45.

4) *Siemens* findet für Schwefel 2, 9.

5) *Barklay* und *Gibson* finden für Paraffin 1,976, *Schiller* für rasch erkaltetes durchsichtiges Paraffin 1,68.

6) Der von mir benutzte Schellack war mit venetianischem Terpentin gemischt, die beiden Zahlen beziehen sich auf verschiedene Mischungen.

Digitized by Google

Brechungsexponenten sind für die dunkle Linie D bestimmt; die Temperaturen gelten für die unter I und III angegebenen Zahlen, bei den unter II angegebenen Zahlen waren sie einige Grade höher.

Substanzen	Temperatur	n^2	I	II	III
Äther	6,6	1,851	3,364	3,960	4,851
Äther getrocknet	8,37	1,848	3,323		4,623
Schwefelkohlenstoff mit Schwefel	8,68	2,822	2,113	2,494	2,870
Schwefelkohlenstoff I	7,50	2,685	2,217	—	2,669
" II	12,98	2,671	1,970	—	2,692
" III	21,00	2,643	—	2,149	—
Benzol I	13,20	2,261	1,928	—	2,389
" II	14,40	2,265	2,050	—	2,325
Rapsöl	16,41	2,174	2,443	2,571	2,385
Terpentinöl	16,71	2,161	1,940	2,282	2,259
Steinöl	16,62	2,098	1,705	2,033	2,138

Für Schwefelkohlenstoff erhielt Gordon[1]) den Wert 1,81.

Eine Vergleichung der von den verschiedenen Beobachtern oder auch der von demselben Beobachter nach den verschiedenen Methoden erhaltenen Werte der Dielektricitätskonstanten derselben Substanzen zeigt keineswegs die wünschenswerte Übereinstimmung. Einen Grund hierfür werden wir im nächsten Paragraphen darin finden, dafs die Dauer der Influenz bei den Versuchen eine verschiedene ist. Wir werden sehen, dafs wenigstens bei den festen Körpern durch die längere Dauer der Influenz der sich ergebende Wert der Dielektricitätskonstanten erheblich wachsen mufs. Bei den Flüssigkeiten wird der Wert durch längere Dauer des Versuches kleiner werden, wenn die Flüssigkeiten direkt mit den Platten in Berührung sind. Wenn demnach die Werte der Dielektricitätskonstanten noch einigermafsen unsicher sind, so wird man doch aus den vorliegenden Zahlen den Schlufs ziehen müssen, dafs sie eine Bestätigung des Maxwellschen Satzes über die Beziehung zwischen den Dielektricitätskonstanten und Brechungsexponenten nicht liefern.

IV. Messung der Dielektricitätskonstanten der Gase.

Faraday sowohl wie Siemens kamen bei ihren vorhin besprochenen Versuchen über das specifische Induktionsvermögen zu dem Resultate, dafs dasselbe für alle Gase gleich, also wenn, wie bei allen Bestimmungen, die Dielektricitätskonstante der Luft als Einheit genommen wird, für alle Gase gleich eins wäre.

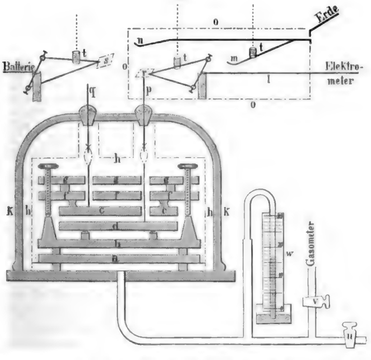
Boltzmann[2]) hat deshalb später die Versuche über das specifische Induktionsvermögen der Gase wieder aufgenommen, und kam zu dem Re-

1) *Gordon*, A physical Treatise of Electricity. Bd. I.
2) *W. Boltzmann*, Poggend. Ann. Bd. CLV.

Digitized by Google

sultate, dafs dasselbe für die verschiedenen Gase nicht ganz gleich ist. Das von Boltzmann bei diesen Messungen angewandte Verfahren, durch welches er in sehr sinnreicher Weise die geringen Kapacitätsänderungen eines Kondensators mifst, ist folgendes. Auf einem Luftpumpenteller, von dessen mittlerer Durchbohrung eine mit Hähnen *u*, *v* Fig. 71 versehene

Fig. 71.



Röhrenleitung zu einer Luftpumpe und durch die mit dem Hahn *v* versehene Röhre zu einem Gasometer führt, steht zunächst eine massive Doppelplatte *a*, *b*. Die Platte *a* steht auf drei Messingfüfsen und ist durch eine Luftschicht von dem Luftpumpenteller getrennt. Ebenso ist *b* mit drei Messingfüfsen auf *a* befestigt und von *a* durch eine Luftschicht getrennt. Die Platte *b* trug drei Messingaufsätze, von denen zwei in der Figur sichtbar sind. Von diesen Aufsätzen wurde mit Ebonitschrauben eine Doppelplatte *g*, *f* getragen, die ebenso wie *a* und *b* durch Messingstücke verbunden und durch eine Luftschicht getrennt waren. Die beiden obern Platten sind mehrfach durchbohrt. In dem Raume zwischen *f* und *b*, durch die obern und untern Platten vor jeder Wärmestrahlung geschützt, befand sich der Kondensator, dessen Kapacitätsänderung bestimmt werden sollte. Die untere Platte *d* desselben lag auf drei Schellackfüfschen, die obere Platte *c* wurde von der Platte *f* getragen, an welche sie mittels

Digitized by Google

dreier Schellackstäbchen befestigt war. Durch die eine Durchbohrung der Platten *g* und *f* und die Durchbohrung der Platte *c* führte ein Draht zur Platte *d*, welcher von einem Schellackpfropf getragen wurde, der in einer Durchbohrung der den Apparat überdeckenden Luftpumpenglocke getragen wurde. Durch diesen Draht *p* konnte die untere Platte *d* des Kondensators entweder mit einem Quadrantenelektrometer und mit der Erde oder nur mit dem Quadrantenelektrometer allein verbunden werden. Wenn der durch ein Schellackstäbchen an einer isolierenden Decke aufgehängte und ein dünnes Messingblech *r* tragende Drahtwinkel niedergelassen wurde, so dafs *r* mit *p* zur Berührung kam, war die Platte *d* mit dem Elektrometer verbunden. Wurde gleichzeitig der zweite Drahtwinkel niedergelassen, dafs *m* mit *l* und *n* mit *r* in Berührung kam, so war *d* und das Elektrometer mit der Erde in leitender Verbindung. Ein zweiter ebenso wie *p* befestigter Draht *q* führte zur Platte *c*; wurde der Drahtwinkel mit der Platte *s* niedergelassen, so wurde die Platte *c* mit einer Elektricitätsquelle von konstanter Potentialfunktion, dem einen Pole einer Batterie von Daniellschen Elementen in Verbindung gesetzt, deren anderer Pol zur Erde abgeleitet war. Das ganze Plattensystem war mit einer Messinghülle *h* umgeben und schliefslich mit einer Luftpumpenglocke bedeckt.

Zunächst überzeugte sich Boltzmann, dafs das Auspumpen der Luft aus der Glocke und das Zurückströmen derselben in die Glocke in den nicht geladenen Platten keinerlei elektrische Wirkung zeigte, indem *d* mit dem Elektrometer verbunden wurde und dann Luft ausgepumpt oder einströmen gelassen wurde. Ebenso überzeugte sich Boltzmann, dafs von der geladenen Platte *c* direkt keine Elektricität zu *d* gelangte, indem *c* geladen, darauf nach einiger Zeit entladen und dann *d* mit dem Elektrometer verbunden wurde.

Zur Messung der Dielektricitätskonstanten der Gase wurde die Platte *c* durch die Batterie zu einem Potentialwerte V geladen, während *d* mit dem Elektrometer und der Erde verbunden war, und die Glasglocke etwa mit Luft gefüllt war. Durch die Verbindung mit der Erde wurde die Potentialfunktion in der Platte *d* auf null gehalten. Nun wurde die Verbindung der Platte *d* mit der Erde unterbrochen, so dafs dieselbe nur mehr mit dem Elektrometer in Verbindung war, und dann, während *c* mit der Batterie in Verbindung blieb, die Luft ausgepumpt. Ist die Dielektricitätskonstante der verdünnten Luft eine andere als die der dichtern Luft, so mufs der Potentialwert in der Platte *d* jetzt ein anderer werden; ist sie gröfser, so mufs der Potentialwert der Platte positiv werden, vorausgesetzt, dafs *c* positiv geladen ist, ist sie kleiner, so mufs derselbe negativ werden. Die Nadel des Elektrometers mufs deshalb in dem einen oder anderen Sinne aus der Nulllage abgelenkt werden. In der That fand sich ein Ausschlag in dem Sinne, der zeigte, dafs die Dielektricitätskonstante der verdünnten Luft kleiner wurde. Sei der beobachtete Ausschlag gleich β.

Um aus der Gröfse des Ausschlags die Änderung der Potentialfunktion ableiten zu können, wurde eine zweite Messung gemacht. Während die Glocke mit Luft gefüllt und die Platte *d* zur Erde abgeleitet war, wurde wieder die Platte *c* mit der gegebenen Batterie von *n* Elementen

Digitized by Google

geladen. Darauf wurde die Verbindung von d mit der Erde gelöst und nun die Batterie um ein Element vermehrt, wodurch, wie wir später beweisen werden, die Potentialfunktion des Batteriepoles im Verhältnis von n zu $n+1$ vergröfsert wurde. Infolgedessen wurde der Wert der Potentialfunktion in der Platte d positiv und die Nadel des Galvanometers abgelenkt.

Um zu erkennen, wie sich hieraus das Verhältnis der Dielektricitätskonstanten der dichtern und verdünntern Luft ergiebt, berechnen wir die Potentialfunktion V_2 in der Platte d für beide Versuche, nachdem sie isoliert und nun entweder die Luft ausgepumpt oder ohne dafs sie ausgepumpt war, die Potentialfunktion in c vergröfsert wurde.

Wir gehen von der im Anfange dieses Paragraphen benutzten Gleichung I für die Potentialfunktion zwischen zwei Platten aus, zwischen denen sich ein Dielektricum mit der Elektrisierungskonstanten a befindet; dieselbe war

$$2\pi h(R-x)-2\pi ah(R-x')+2\pi ah(R-x'')+2\pi h_1(R-x_1);$$

hierin ist x der Abstand des betrachteten Punktes von der obern Platte, x' der Abstand desselben von der obern Fläche des Dielektricums, welche selbst von der obern Platte den Abstand δ_1 hat, x'' der Abstand des betrachteten Punktes von der untern Fläche des Dielektricums, welche von der obern Platte um δ_2 entfernt ist, und x_1 der Abstand des Punktes von der untern Platte.

Für einen Punkt der obern Platte erhalten wir die Potentialfunktion V_1, wenn wir zunächst x', x'', x_1 für einen Punkt zwischen der obern Platte und der obern Fläche des Dielektricums durch x ausdrücken und dann $x=0$ setzen. Für einen solchen Punkt ist

$$x+x'=\delta_1, \qquad x+x''=\delta_2, \qquad x+x_1=\delta.$$

Setzen wir hierin $x=0$ und die dann sich ergebenden Werte in obige Gleichung, so wird

$$V_1=2\pi hR-2\pi ah(R-\delta_1)+2\pi ah(R-\delta_2)+2\pi h_1(R-\delta).$$

Zur Bestimmung der Potentialfunktion in der zweiten Platte V_1 drücken wir zunächst x', x'', x_1 für einen Punkt zwischen der untern Fläche des Dielektricums und der untern Platte durch x aus und setzen dann $x=\delta$. Für einen solchen Punkt ist

$$x-x'=\delta_1, \qquad x-x''=\delta_2, \qquad x+x_1=\delta.$$

Setzen wir diese Werte mit $x=\delta$ in unsere Gleichung, so wird

$$V_2=2\pi h(R-\delta)-2\pi ah(R-\delta+\delta_1)+2\pi ah(R-\delta+\delta_2)+2\pi h_1 R.$$

Ziehen wir die Gleichungen V_1 und V_2 von einander ab, so wird

$$V_1-V_2=2\pi h\delta+4\pi ah\delta_1-4\pi ah\delta_2-2\pi h_1\delta.$$

Hierin ist noch h_1, die Dichtigkeit der Elektricität in der zweiten Platte zu bestimmen. Wir leiten dieselbe aus der Gleichung für V_2 ab, indem wir gleichzeitig beachten, dafs, weil die Gase den ganzen Raum

Digitized by Google

zwischen den Platten ausfüllen, somit die Platten berühren, $\delta_1 = 0$, $\delta_2 = \delta$,

$$h_1 = \frac{V_2}{2\pi R} - h\left(1 - \frac{\delta}{R} + a\frac{\delta}{R}\right) = \frac{V_2}{2\pi R} - h\left(1 - (1-a)\frac{\delta}{R}\right).$$

Setzen wir diesen Wert in den Ausdruck für die Differenz $V_1 - V_2$, so erhält man ohne weiteres

$$V_1 - V_2\left(1 - \frac{\delta}{R}\right) = 4\pi h\delta(1-a)\left(1 - \frac{\delta}{2R}\right),$$

und wenn wir δ gegen R als sehr klein voraussetzen

$$V_1 - V_2 = 4\pi h\delta(1-a),$$

setzen wir jetzt die Dielektricitätskonstante $D = \frac{1}{1-a}$ ein, so wird

$$V_2 = V_1 - 4\pi h\delta\frac{1}{D}.$$

Bei dem ersten Versuche wurde, wenn die Glocke Luft enthielt, die obere Platte zum Potentialwert V_1 geladen, während die untere abgeleitet war. Es war somit zunächst

$$V_2 = 0, \qquad V_1 = 4\pi h\delta\frac{1}{D}.$$

Dann wurde die Platte isoliert, und während die Potentialfunktion der obern Platte auf dem konstanten Wert V_1 gehalten wurde, die Luft ausgepumpt. Die Dielektricitätskonstante der verdünnten Luft sei D_1, so ist jetzt die Potentialfunktion in der untern Platte

$$V_2' = V_1 - 4\pi h\frac{1}{D_1};$$

Setzen wir für V_1 den vorhin bestimmten Wert, so wird

$$V_1 = 4\pi h\delta\frac{1}{D}; \qquad V_2' = 4\pi h\delta\left(\frac{1}{D} - \frac{1}{D_1}\right).$$

Bei dem zweiten Versuche wird wieder, während der Apparat Luft enthält, die obere Platte bis zu dem Potentialwert V_1 geladen, während die untere Platte abgeleitet ist, es ist $V_2 = 0$

$$V_1 = 4\pi h\delta\frac{1}{D_1}.$$

Nachdem die Platte d isoliert war, wurde der Wert der Potentialfunktion V_1 im Verhältnis n zu $n+1$ vermehrt. Die Potentialfunktion in der untern Platte wird demnach

$$V_2'' = V_1\left(1 + \frac{1}{n}\right) - 4\pi h\delta\frac{1}{D}$$

$$V_2'' = \frac{1}{n}\cdot 4\pi h\delta\frac{1}{D}.$$

Die beiden Potentialfunktionen V_2' und V_2'' verhalten sich direkt wie die in dem Elektrometer bei den beiden Versuchen beobachteten Ablen-

Digitized by Google

kungen $\beta : \alpha$, da in der Zusammenstellung von Platte und Elektrometer nichts geändert war. Es folgt somit

$$4\pi h\delta\left(\frac{1}{D}-\frac{1}{D_1}\right):\frac{1}{n}4\pi h\delta\frac{1}{D}=\beta:\alpha$$

$$1-\frac{D}{D_1}=\frac{1}{n}\frac{\beta}{\alpha}$$

$$\frac{D}{D_1}=1-\frac{1}{n}\frac{\beta}{\alpha}$$

und man sieht, dafs, wie wir vorhin bemerkten, β negativ sein mufs, wenn $D > D_1$, dagegen positiv, wenn $D < D_1$. Die Versuche Boltzmanns ergaben das erstere.

Um eine Vorstellung von den zu beobachtenden Gröfsen zu geben, bemerken wir, dafs wenn die Potentialfunktion V_1 durch 300 Daniellsche Elemente hergestellt war, bei Hinzufügung eines Elementes die mit Spiegel und Skala beobachtete Ablenkung α am Elektrometer etwa 60 Teilstriche betrug, als dagegen bei konstantem Werte V_1 die Luft bis auf 10—20 mm Quecksilberdruck ausgepumpt war, ergab sich die Ablenkung β etwa gleich 8 Teilstrichen, und zwar im negativen Sinne.

Boltzmann schlofs aus seinen Versuchen, dafs die Dielektricitätskonstante mit der Dichtigkeit der Gase und zwar derselben proportional zunahm. Ist dieser Satz allgemein gültig, und setzen wir die Dielektricitätskonstante des leeren Raumes gleich 1, so läfst sich diejenige bei einem Drucke b darstellen durch

$$D=1+\lambda\frac{b}{760},$$

wenn λ eine Konstante, die Zunahme der Dielektricitätskonstante bei Zunahme des Druckes um eine Atmosphäre bedeutet. Für einen Druck b_1 wird ebenso

$$D_1=1+\lambda\frac{b_1}{760}$$

und da λ sehr klein ist,

$$\frac{D}{D_1}=1+\lambda\frac{b-b_1}{760}=1-\frac{1}{n}\frac{\beta}{\alpha}.$$

Ist $D > D_1$, so ist, wie schon oben bemerkt wurde, die Ablenkung negativ. Wie erwähnt, war die beobachtete Ablenkung negativ, setzen wir deshalb dieselbe $\beta = -\beta_1$, so wird

$$\lambda=\frac{1}{n}\frac{\beta_1}{\alpha}\frac{760}{b-b_1}$$

und mit dem so bestimmten λ erhalten wir

$$D=1+\lambda$$

die Dielektricitätskonstante des untersuchten Gases für den Druck der Atmosphäre, wenn jene des leeren Raumes gleich eins gesetzt wird. Die von Boltzmann erhaltenen Resultate werden wir mit den von den übrigen Experimentatoren erhaltenen nachher zusammenstellen.

Digitized by Google

Ayrton und Perry[1]) wandten zu ihren Versuchen zwei Kondensatoren an, von denen der eine in einem rings geschlossenen Kasten sich befand, welcher luftleer gemacht oder mit beliebigen Gasen gefüllt werden konnte. Die Kapacitäten der beiden Kondensatoren wurden verglichen, indem einmal die nicht zur Erde abgeleiteten Platten derselben auf den gleichen Potentialwert geladen, darauf mit einander und mit dem Elektrometer verbunden wurden, und indem bei einem zweiten Versuche die beiden nicht zur Erde abgeleiteten Platten mit entgegengesetzter Elektricität, die eine zum Potentialwert V, die andere bis $-V$ geladen, dann ebenso mit einander und dem Elektrometer verbunden wurden. Die Ladungen geschahen durch Verbindung der Kondensatorplatten mit den Polen einer Batterie von Daniellschen Elementen.

Ist die Kapacität des einen Kondensators C, die des andern, in dem geschlossenen Kasten aufgestellten C_1, so ist bei dem ersten Versuche die auf die Platten übergegangene Elektricitätsmenge

$$q = (C + C_1)\,V.$$

Werden die beiden Platten mit dem Elektrometer verbunden, dessen Kapacität gleich K ist, so verteilt sich die Elektricität zwischen den Platten und dem Elektrometer und die Potentialfunktion sinkt auf V_1, so dafs

$$q = (C + C_1 + K)\,V_1.$$

Nennen wir die bei dem zweiten Versuche in den Platten vorhandene positive Elektricität q', so ist

$$q' = (C - C_1)\,V,$$

durch Verbindung mit dem Elektrometer geht jetzt die Potentialfunktion auf V' herunter, und es ist

$$q' = (C - C_1 + K)\,V'.$$

Aus diesen vier Beobachtungen läfst sich das Verhältnis der Kapacitäten und damit das der Dielektricitätskonstanten der im geschlossenen Kasten vorhandenen Gase aus den für den Kondensator bei Füllung mit den verschiedenen Gasen erhaltenen Werten von C_1 berechnen.

Ganz vor kurzem hat schliefslich Klemenčič[2]) die Dielektricitätskonstanten verschiedener Gase und Dämpfe gemessen. Klemenčič wandte die schon erwähnte im nächsten Abschnitt zu besprechende Methode von Siemens zur Vergleichung der Kapacitäten eines Kondensators an, wenn derselbe zwischen den Platten verschiedene Gase enthielt, beziehungsweise sich in einem mit verschiedenen Gasen gefüllten Raume befand.

In nachfolgender Tabelle sind die von den drei Physikern gefundenen Werte für den Druck der Atmosphäre mit den für den gleichen Druck geltenden Quadraten der Brechungsexponenten zusammengestellt.

---

1) *Ayrton* und *Perry*, Gordon Electricity Bd. I, p. 130.
2) *Klemenčič*, Berichte der Wiener Akademie Bd. XCI, S. 712 ff.

Digitized by Google

Name der Gase	Dielektricitätskonstanten nach			Quadrate der Berechnungsexponenten
	Boltzmann	Ayrton-Perry	Klemenčič	
Luft	1,000590	1,0015	1,000586	1,000588
Kohlensäure	1,000946	1,0023	1,000984	1,000898
Wasserstoff	1,000264	1,0013	1,000264	1,000276
Kohlenoxyd	1,000690	—	1,000694	1,000680
Stickoxydul	1,000994	—	1,001158	1,001006
Äthylen	1,001312	1,0019	1,001458	1,001356
Grubengas	1,000944	—	1,000952	1,000886
Schweflige Säure	—	1,0052	1,00954	1,001330
Schwefelkohlenstoff	—	—	1,00290	1,002956
Äthyläther	—	—	1,00744	1,003074
Chloräthyl	—	—	1,01552	1,002348
Bromäthyl	—	—	1,01546	1,002436

Die auf die gleichen Substanzen sich beziehenden Zahlen von Boltzmann und Klemenčič stimmen recht gut überein, dagegen weichen die Zahlen von Ayrton und Perry erheblich von diesen ab. Für die ersten Gase finden die beiden erstern Physiker auch Zahlen, welche dem Maxwellschen Gesetze entsprechen, für die Dämpfe dagegen ist diese Beziehung absolut nicht bestätigt.

§. 50.

Leitung in dielektrischen Medien. Wir haben schon beim Beginne der Besprechung der Influenz in Nichtleitern erwähnt, dafs in denselben die Influenz mit der Zeit wächst, und auch schon im §. 35 bei der ersten Besprechung der Influenzerscheinungen einiger älteren Versuche gedacht, welche dafür den Beweis liefern, dafs die Influenz mit der Zeit zunimmt, und dafs die so erregte Influenz auch nur allmählich wieder verschwindet. Mehrere der im vorigen Paragraphen besprochenen Untersuchungen haben ebenfalls eine solche mit der Zeit wachsende Influenz erkennen lassen; so fand Boltzmann und in gleicher Weise Nowak und Romich, dafs die Anziehung einer dielektrischen Kugel unter dauernder Wirkung der elektrischen Kugel eine erheblich gröfsere wurde. Nowak und Romich fanden in dieser Weise schon, dafs Selen, Glas und Quarz bei dauernder Einwirkung nahezu so stark elektrisch werden wie Leiter. Zu dem gleichen Resultate gelangte auch Gaugain[1]), als er die Kapacität eines Kondensators bestimmte, zwischen dessen Metallplatten verschiedene dielektrische Platten gelegt wurden. Er fand, dafs mit der Zeit die Kapacität stets die gleiche und zwar jene wurde, welche der Kondensator besafs, wenn die dielektrische Zwischenplatte durch eine Metallplatte ersetzt wurde.

Hiernach kann es zweifelhaft erscheinen, ob es für die im vorigen Paragraphen mitgeteilten Erfahrungen in der That notwendig ist, eine Polarisation leitender Moleküle in dem Dielektricum anzunehmen, ob nicht vielmehr die Vergröfserung der Kapacität eines Kondensators durch Zwischen-

1) *Gaugain*, Ann. de chim. et de phys. 4 Serie. T. II.

Digitized by Google

legung eines dielektrischen Zwischenmittels darin ihren Grund hat, dafs auch bei sehr kurzer Dauer der Ladung schon die Influenz in den schlechten Leitern merkbar wird, welche dann erst langsam bis zu ihrer ganzen Gröfse sich entwickelt. Nimmt man das an, so ist das specifische Induktionsvermögen abhängig von der Leitungsfähigkeit des isolierenden Mediums. Die verteilende Wirkung erstreckt sich von dem elektrisierten Körper sofort durch die ganze Masse des isolierenden Körpers, indem die Influenzelektricität der ersten Art angezogen, die der zweiten Art abgestofsen wird. Es tritt deshalb sofort eine Bewegung der Elektricität durch die Masse ein, und es bedarf gerade wie bei der Faradayschen Ansicht nur einer Verschiebung um molekulare Strecken, um an der einen Seite des Isolators eine Schicht freier positiver Elektricität, an der andern eine solche negativer Elektricität zu erhalten. Je gröfser nun aber, bei immer noch vorausgesetzten molekularen Strecken, die Verschiebung der Elektricitäten in dem Isolator ist, je besser derselbe also leitet, um so mehr Elektricität tritt auf den Grenzflächen des Isolators hervor, einen um so stärker influenzierenden Einflufs mufs somit die im Isolator geschiedene Elektricität haben. Das specifische Induktionsvermögen Faradays würde also in dem Falle nur von dem Leitungsvermögen des Isolators abhängig sein.

Ich habe von diesem Gesichtspunkte aus die Frage zu entscheiden gesucht, ob wir eine besondere dielektrische Polarisation annehmen müssen oder nicht, indem ich die mit der Zeit wachsende Influenz in Nichtleitern messend verfolgt habe, um so die durch die Geschwindigkeit der Zunahme der Influenz gemessene Leitungsfähigkeit des Isolators mit dem specifischen Induktionsvermögen zu vergleichen. Zunächst untersuchte ich die Influenz auf Flüssigkeiten[1]).

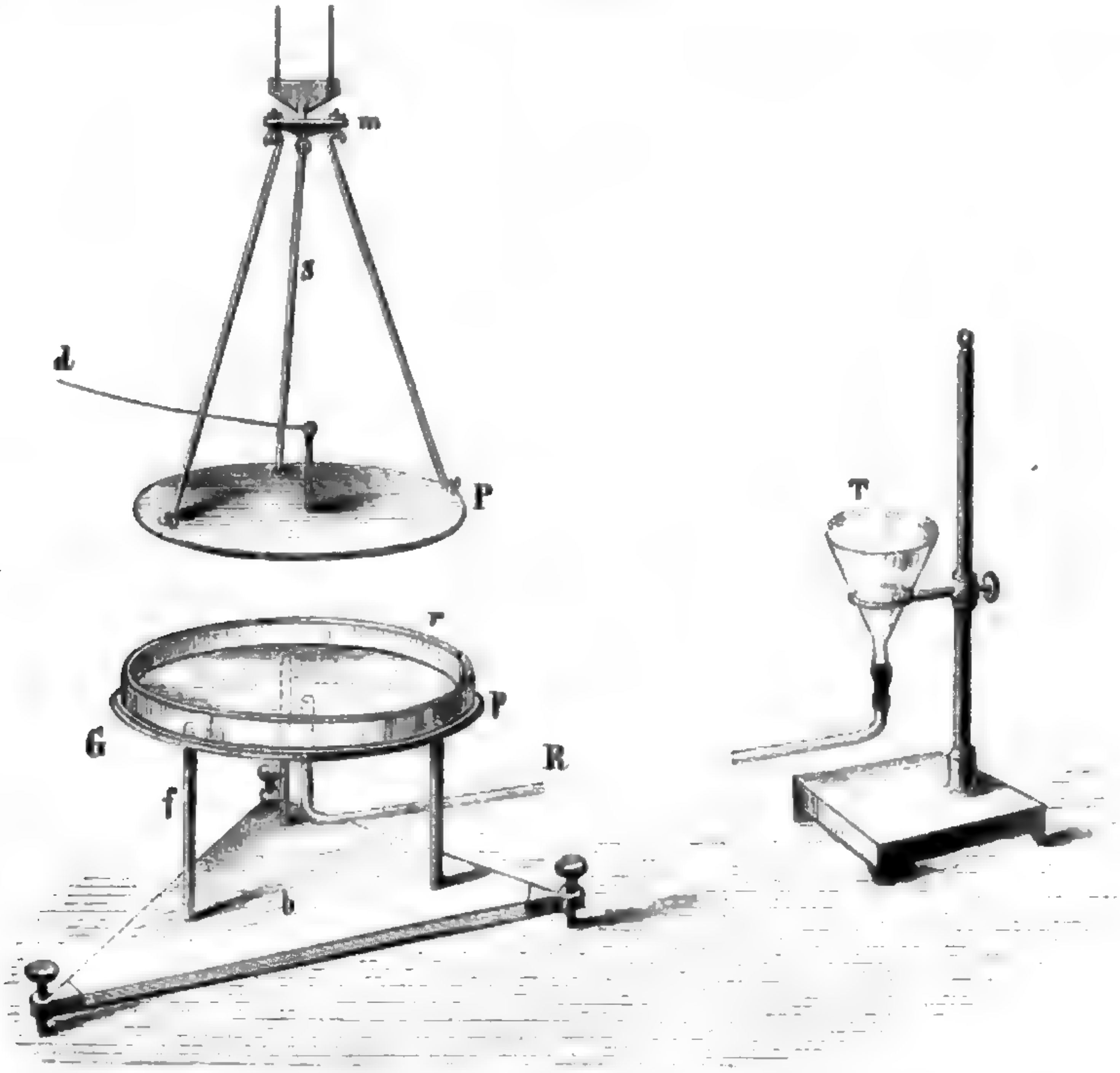
Ich stellte zu dem Ende flüssige Platten her, über denen ich in bestimmt mefsbarer Entfernung eine leitende elektrisierte Platte aufhing, deren Potentialfunktion gemessen wurde. Die Einrichtung des Apparates zeigt Fig. 72. Die Metallplatte *P*, welche elektrisiert wurde, hing, mit drei dünnen Glasstäbchen von 25 cm Länge befestigt, an einem kleinen Messingdreieck *m*, das seinerseits mit zwei über Rollen geführten feinen Kupferdrähten an einem Galgen hing, so dafs die Metallplatte auf und niedergelassen und in beliebiger Höhe festgehalten werden konnte. Unterhalb der schwebenden Platte stand das Gefäfs *G*. Dasselbe bestand aus einer kreisförmigen Bodenplatte *p*, welche bei einigen Versuchen aus Metall, bei den eigentlichen Messungen aus Glas war, auf welche ein Glasring *r* gekittet war, dessen Durchmesser, gleich dem der Platte *P*, 12,5 cm, dessen Höhe 1,2 cm war. Die Glasplatte *p* war auf drei 10 cm hohe Glasfüfse, mit Siegellack innen und aufsen überzogene dünne Glasröhrchen, gekittet, welche ihrerseits auf der grofsen dreieckigen Glasplatte *b* aufgesetzt waren. Die Fufsplatte war mit Stellschrauben versehen, so dafs man das Gefäfs *G* genau horizontal stellen konnte. Die Bodenplatte *p* war in der Mitte durchbohrt, und in die Durchbohrung war mit einem Kautschukpfropfen eine Glasröhre dicht eingesetzt, welche nahe unter der Platte horizontal umgebogen und durch eine im ganzen etwa 11 Meter lange aus Glas hergestellte Röhrenleitung mit dem Trichter *T* in Verbindung stand. Das

1) *Wüllner*, Sitzungsberichte der Münchner Akademie Bd. V, Jahrg. 1875.

Digitized by Google

Gefäfs G und mit demselben die ganze 11 m lange Röhrenleitung und der Trichter T wurden mit der betreffenden Flüssigkeit gefüllt, so dafs das Niveau derselben genau gleich dem Rande des Glasringes r war; bei leicht verdampfenden Flüssigkeiten liefs man aus einem Tropfglase in den Trichter T nachtröpfeln, um das Niveau der Flüssigkeit in dem Gefäfse G stets konstant zu halten

Fig. 72.



Zur Untersuchung der Influenz auf die Flüssigkeit wurde die durch einen feinen Draht d mit dem Sinuselektrometer in Verbindung stehende Platte P mit Elektricität versehen und der Wert der Potentialfunktion im Sinuselektrometer gemessen, wenn die Platte in solcher Entfernung von der Flüssigkeit sich befand, dafs eine gegenseitige Einwirkung nicht stattfinden konnte; der Abstand war etwas mehr als 10 cm. Dann wurde die Platte bis auf eine genau bestimmte Entfernung, bei allen Versuchen 2,93 mm, über der Flüssigkeit herabgelassen und wieder die Potentialfunktion der Platte beobachtet und zwar anfangs von 20 zu 20 Sekunden, später mit gröfsern Zwischenzeiten. Nach einer längern Zeit wurde die Platte wieder emporgezogen und die Potentialfunktion neuerdings gemessen, um die während der Dauer der Beobachtung etwa stattgefundene Abnahme der Ladung in Rechnung zu ziehen. Letzteres geschieht unter der Annahme, dafs in gleichen Zeiten die Ladung stets um den gleichen Bruchteil abgenommen hat.

Digitized by Google

Bezeichnen wir mit V_1 die Potentialfunktion der Elektricität, wenn die Platte P für sich allein steht, mit V_2 die Potentialfunktion der in der Flüssigkeit durch Influenz erregten Elektricität in der Platte P, wenn dieselbe über der Flüssigkeit in der Entfernung 2,93 mm schwebt, so ist die in dem letztern Falle in der Platte P vorhandene und im Sinuselektrometer beobachtete Potentialfunktion v

$$v = V_1 + V_2.$$

Da die Menge der influenzierten Elektricität jedenfalls der Menge der auf der Platte P vorhandenen Elektricität proportional ist, können wir setzen

$$V_2 = \alpha V_1$$

und

$$v = V_1 (1 + \alpha)$$

$$\frac{v}{V_1} = 1 + \alpha.$$

Diese Werte $\frac{v}{V_1}$ sind es, die bestimmt wurden.

Zunächst wurde der ganze Apparat mit einer leitenden Flüssigkeit gefüllt, nämlich mit Wasser. Es ergab sich, dafs der Quotient $\frac{v}{V_1}$ sofort konstant wurde, und dafs derselbe den gleichen Wert annahm, einerlei ob die Bodenplatte p aus Glas oder aus einer zur Erde abgeleiteten Metallplatte bestand, ein Beweis, dafs die angewandte Röhrenleitung von 11 mm Länge hinreichend lang war, so dafs auch ohne Verbindung mit der Erde die Potentialfunktion der Elektricität in der Flüssigkeit gleich null zu setzen war. Es fand sich nämlich

Wasser

	$\frac{v}{V_1}$ isoliert	$\frac{v}{V_1}$ abgeleitet
	0,3976	0,3981
	0,3849	0,3888
	0,3828	0,3935
	0,3927	0,3876
	0,3982	0,3879
Mittel	0,3912	0,3912

$$\alpha = -0{,}6088.$$

Da, wenn die Potentialfunktion in der Flüssigkeit null ist, keine Influenzelektricität zweiter Art vorhanden ist, so mufs α negativ sein.

Denselben Wert für α erhielt man, wenn man auf den Glasring eine zur Erde abgeleitete Metallplatte legte und die Platte P bis zur Entfernung 2,93 mm von derselben herabliefs, ein weiterer Beweis, dafs in der obern Grenzfläche der leitenden Flüssigkeit der Wert der Potentialfunktion sofort gleich null wurde.

Auch bei nichtleitenden Flüssigkeiten ergab sich, wenn die Platte p eine zur Erde abgeleitete Metallplatte war, dafs die Influenz so rasch

Digitized by Google

denselben Wert annahm wie bei leitenden Flüssigkeiten, dafs es nicht möglich war, den Gang der Influenz mit wachsender Zeit zu verfolgen. Bei Schwefelkohlenstoff, Terpentinöl, Olivenöl wurde sofort nach dem Herablassen der Wert der gleiche, es ergab sich für

$$\text{Schwefelkohlenstoff} \quad \frac{v}{V_1} = 0{,}3983$$

$$\text{Terpentinöl} \quad \text{„} = 0{,}3902.$$

Bei Petroleum erreichte die Influenz in etwa einer Minute denselben Wert wie bei Wasser, wie folgende beide Beobachtungsreihen zeigen:

Zeit	$\frac{v}{V_1}$	$\frac{v}{V_1}$
0′	1	1
0′ 20″	0,4388	0,4408
40″	0,4013	0,3972
1′	0,3937	0,3908
2′	0,3937	0,3908

Die kleinen Unterschiede in den schliefslich erreichten Werten rühren daher, dafs es sich nicht erreichen liefs, das Flüssigkeitsniveau in dem Glasgefäfse immer absolut gleich zu erhalten.

Dieses rasche Wachsen der Influenz, welches kaum einen Unterschied zwischen Leitern und Nichtleitern erkennen läfst, hat ohne Zweifel seinen Grund darin, dafs bei Ladungen von der Stärke, wie ich sie, um dieselben am Sinuselektrometer messen zu können, anwandte, in der Flüssigkeit Strömungen entstehen, welche die mit Influenzelektricität erster Art versehenen Flüssigkeitsteilchen aufsteigen läfst, eine Strömung, welche die Wirkung der Influenz erheblich verstärken mufs.

Zur Untersuchung der Abhängigkeit der Influenz von der Dauer der Einwirkung mufste demnach bei Flüssigkeiten die Platte p aus Glas genommen werden. In dem Falle liefs sich die Influenz sehr gut verfolgen, und verlief mit einer solchen Regelmäfsigkeit, dafs man bei dieser Anordnung annehmen darf, die Strömungen in der Flüssigkeit haben keinen bemerkbaren Einflufs.

Ehe ich die nach dieser Methode erhaltenen Resultate mitteile, wird es am besten sein zu zeigen, wie sich aus den Beobachtungen die Abhängigkeit der Influenz von der Zeit ableiten und damit entscheiden läfst, ob wir eine von der Leitung des Isolators unabhängige Polarisation annehmen müssen oder nicht. Es ist dazu festzuhalten, dafs wir in jedem Momente den Wert der Potentialfunktion in der obern Platte beobachten, wir haben also zu untersuchen, wie derselbe mit der influenzierten Elektricität in der Flüssigkeit zusammenhängt.

Denken wir uns zuerst, die Platte sei bis zu einer Dichtigkeit h geladen und nicht mit dem Elektrometer verbunden, so dafs die in der Platte vorhandene Dichtigkeit immer dieselbe wäre. Für die freischwebende Platte ist die Potentialfunktion dann

$$V_1 = 2\pi h R.$$

Für einen im Abstande x unterhalb der Platte befindlichen Punkt, somit wenn die Platte über die Flüssigkeit herabgelassen ist, für einen

Digitized by Google

Punkt in der Flüssigkeit ist die von der Elektricität der Platte herrühde Porentialfunktion

$$V = 2\pi h(R - x).$$

Schwebt die Platte über der Flüssigkeit im Abstande δ, so mufs sofort eine Influenzierung in der Flüssigkeit eintreten; sei die Dichtigkeit der Elektricität in der obern Grenzfläche der Flüssigkeit, im Falle dieselbe leitend ist, gleich h_1, so wird in einem gegebenen Momente, wenn a die von uns früher definierte Elektrisierungskonstante ist, die wir aber jetzt besser, da die Influenz mit der Zeit wächst, also a mit der Zeit gröfser wird, als Elektrisierungskoefficient bezeichnen, die Dichtigkeit in der obern Grenzfläche einer isolierenden Flüssigkeit ah_1. Die Potentialfunktion der in der obern Grenze der Flüssigkeit hiernach vorhandenen elektrischen Schicht in einem um x von der obern Platte, also um $x - \delta$ von dieser Schicht entfernten Punkt ist

$$V' = 2\pi a h_1 \left(R - (x - \delta)\right).$$

Die in dem betrachteten Punkte überhaupt vorhandene Potentialfunktion ist somit

$$v = V + V' = 2\pi h(R - x) + 2\pi a h_1 \left(R - (x - \delta)\right).$$

Der Wert von h_1 ergiebt sich aus der Überlegung, dafs in der Oberfläche der leitenden Flüssigkeit, für welche $a = 1$ und $x = \delta$ ist, der Wert der Potentialfunktion gleich null ist. Es ist somit

$$0 = 2\pi h(R - \delta) + 2\pi h_1 R$$

$$h_1 = - h\left(1 - \frac{\delta}{R}\right).$$

Mit diesem Werte von h_1 wird

$$v = 2\pi h(R - x)(1 - a) \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

wenn wir die $\frac{\delta}{R}$ und $\frac{x}{R}$ enthaltenden Werte aufser Acht lassen.

Die Gleichung (1) zeigt, dafs so lange $a < 1$ die Potentialfunktion in der Flüssigkeit mit wachsendem x kleiner wird, in allen mit der Platte resp. der obern Grenzfläche parallelen Flächen aber denselben Wert hat. Daraus folgt, dafs parallel der Richtung x in der ganzen flüssigen Platte eine elektromotorische Kraft wirkt, welche die negative Elektricität gegen die Grenzfläche der Flüssigkeit, die positive nach der entgegengesetzten Richtung treibt. Die Gröfse dieser elektromotorischen Kraft ist

$$\mp \frac{dv}{dx} = 2\pi h(1 - a),$$

mit welcher die negative Elektricität einen Antrieb nach der Oberfläche, in der Richtung der abnehmenden x, die positive nach der entgegengesetzten Richtung getrieben wird.

Setzen wir voraus, dafs die Elektricität in den schlechtleitenden Substanzen ebenso bewegt wird wie in einem Leiter, und nennen die Leitungsfähigkeit der schlechtleitenden Substanz, also die Elektricitätsmenge, welche durch die Flächeneinheit der schlechtleitenden Substanz parallel der Rich-

Digitized by Google

tung x in der Zeiteinheit hindurchtritt, wenn die treibende Kraft gleich 1, obiger Differentialquotient somit, der uns diese treibende Kraft giebt, gleich 1 ist, gleich k, so wird parallel der Richtung x durch die Flächeneinheit des Isolators in dem Zeitelement dt die Elektricitätsmenge

$$dq = \mp k \frac{dv}{dx} dt = 2\pi h (1 - a) k$$

hindurchgehen und zwar die Menge $-dq$ nach oben, jene $+dq$ nach unten. Infolgedessen wächst die Dichtigkeit der Elektricität in der obern Fläche der Flüssigkeit. Ist sie in dem gegebenen Moment

$$-ah\left(1 - \frac{\delta}{R}\right),$$

so drücken wir diese Zunahme aus, indem wir a als Funktion der Zeit betrachten, somit für a setzen $a + da$, so dafs die Dichtigkeit der negativen Elektricität um

$$da \cdot h\left(1 - \frac{\delta}{R}\right) \quad \text{oder} \quad h \cdot da$$

zunimmt, wenn wir $\frac{\delta}{R}$ als gegen 1 sehr klein vernachlässigen. Die Dichtigkeitszunahme bedeutet die Vermehrung der Elektricitätsmenge auf der Flächeneinheit; da dq die durch die Flächeneinheit jedes Querschnittes des Leiters hindurchtretende Elektricitätsmenge ist, so ist sie auch die auf die Flächeneinheit der Oberfläche des Leiters in dem Zeitelemente dt übertretende Elektricität. Somit ist

$$h\,da = dq$$

oder

$$h\,da = 2\pi h(1 - a)k\,dt$$

und schliefslich

$$da = 2\pi(1 - a)k\,dt.$$

Hiernach müfste der Elektrisierungskoefficient a stets bis 1 zunehmen, denn da wird erst null, wenn $1 = a$ wird; alle Isolatoren müfsten also mit wachsender Zeit in gleichem Grade elektrisiert werden wie die Leiter. Wie wir aber schon in der Einleitung zu §. 48 sagten, ist es möglich, dafs die Elektricität in den Isolatoren einen solchen Widerstand findet, dafs dieselbe im Gleichgewicht sein kann, auch wenn die Potentialfunktion nicht überall denselben Wert hat, somit schon wenn a noch nicht den Wert 1 erreicht hat.

Dieser Möglichkeit tragen wir Rechnung, wenn wir die Annahme machen, dafs in jedem Isolator der Scheidung der Elektricitäten eine gewisse von der Natur des Isolators abhängige Gegenkraft entgegenwirkt, die man als eine molekulare Anziehung auf die getrennten Elektricitäten ansehen kann. Die Kraft kommt zur Wirkung, sowie die beiden Elektricitäten geschieden sind und nimmt zu mit der Dichtigkeit der geschiedenen Elektricitäten. Damit wird die in dem Zeitelemente dt durch die Querschnittseinheit des Isolators nach beiden Seiten hindurchgehende Elektricitätsmenge nicht einfach der scheidenden Kraft, sondern der Differenz dieser und der molekularen Gegenkraft proportional, oder es wird

Digitized by Google

$$dq = +k\left(\frac{dv}{dx} - \mu' a h\right) dt,$$

wenn $\mu' a h$ jene der Dichtigkeit $a h$ der geschiedenen Elektricitäten proportionale Gegenkraft, also μ' eine von der Natur des Isolators abhängige Konstante ist.

Damit wird

$$dq = h\,da = k\,2\pi h(1 - a - \mu a)\,dt,$$

wenn $\frac{\mu'}{2\pi} = \mu$ gesetzt wird, oder

$$da = k\,2\pi(1+\mu)\left(\frac{1}{1+\mu} - a\right) dt.$$

Setzen wir

$$\frac{1}{1+\mu} = \varepsilon, \qquad 2\pi k(1+\mu) = c,$$

so ist

$$da = (\varepsilon - a)\,c\,dt.$$

Hiernach ergiebt sich a aus der Gleichung

$$\frac{da}{\varepsilon - a} = c\,dt.$$

Setzen wir den der Zeit $t = 0$ entsprechenden Wert a gleich a_0, so ergiebt sich aus dieser Gleichung bekanntlich

$$\frac{\log(\varepsilon - a_0)}{\log(\varepsilon - a)} = c \cdot t$$

oder

$$\varepsilon - a = (\varepsilon - a_0)\,e^{-ct} = (\varepsilon - a_0)\,b^{-t} \quad . \quad . \quad . \quad (\mathrm{I})$$

Der der Zeit $t = 0$ entsprechende Wert von a, also a_0 giebt uns die im vorigen Paragraphen untersuchte dielektrische Polarisation, er ist das, was wir im vorigen Paragraphen die Elektrisierungskonstante nannten, so dafs $\frac{1}{1 - a_0} = D$ die Dielektricitätskonstante des betreffenden Mediums ist. Wenn nun in der That die dielektrische Polarisation nur die in einer unmefsbar kleinen Zeit infolge der Leitungsfähigkeit des Mediums eintretende molekulare Verschiebung der Elektricitäten bedeutet, so mufs a_0 und damit D um so gröfser sein, je gröfser die Leitungsfähigkeit k des Mediums ist; wenn dagegen eine von der Leitung des Isolators unabhängige dielektrische Polarisation vorhanden ist, so darf sich eine derartige Beziehung zwischen a_0 und k nicht zeigen.

Es sei gleich hier bemerkt, dafs wir den Gang der Influenz ganz in derselben Weise beobachten können, vorausgesetzt, dafs keine Strömungen vorhanden sind, wenn wir die Bodenplatte p aus einer zur Erde abgeleiteten Metallplatte herstellen, also das Dielektricum zwischen zwei Metallplatten bringen. Wie wir im vorigen Paragraphen bei Ableitung des Helmholtzschen Satzes über die Anziehung elektrischer Massen in einem dielektrischen Medium, dessen Elektrisierungskonstante a ist, zeigten, ist die Potentialfunktion im Innern eines zwischen zwei Metallplatten liegenden

Digitized by Google

Mediums im Abstande x von der obern Platte, wenn die untere zur Erde abgeleitet ist

$$v = 4\pi h (1 - a)(\delta - x),$$

somit

$$-\frac{dV}{dx} = 4\pi h (1 - a) \quad . \; . \; . \quad (2)$$

Bei gleichem Werte von a ist somit in diesem Falle die treibende Kraft doppelt so grofs als in dem vorhin betrachteten Falle, im übrigen führt dieser Ausdruck zu einer Gleichung genau der gleichen Form, welche sich von der vorher abgeleiteten nur dadurch unterscheidet, dafs der Wert von c doppelt so grofs ist.

Ist die Annahme richtig, dafs in den Isolatoren eine Leitung der Elektricität ähnlich wie bei den Leitern stattfindet, so müssen demnach die aus den Beobachtungen sich ergebenden Werte von a einer geometrischen Reihe angehören, wenn die Zeiten um gleiche Gröfsen wachsen. Wir haben deshalb zunächst zu untersuchen, wie die Gröfse a für jede Zeit aus unsern Beobachtungen abzuleiten ist. Wir beobachten stets den Wert der Potentialfunktion in der Platte P. Wäre, wie wir schon vorhin angenommen haben, die Platte vollkommen isoliert, so dafs also während der ganzen Beobachtung die in ihr vorhandene Elektricität dieselbe wäre, so ergäbe sich a aus dem in jedem Momente t beobachteten Werte der Potentialfunktion v_1 in folgender Weise.

Schwebt die Platte fern von der Flüssigkeit und ist in derselben der Wert der Potentialfunktion V_1 beobachtet, so ist

$$V_1 = 2\pi h R,$$

wenn wie immer h die Dichtigkeit der Elektricität in der Platte ist. Wird die Platte bis zum Abstande δ über der Flüssigkeit herabgelassen, so geht der Wert der Potentialfunktion über in

$$v_1 = 2\pi h R - 2\pi a h \left(1 - \frac{\delta}{R}\right)(R - \delta)$$

$$v_1 = 2\pi h R (1 - a) + 4\pi a h \delta.$$

Über der leitenden Flüssigkeit wird derselbe, da in dieser $a = 1$ ist,

$$v_1' = 4\pi h \delta;$$

somit ist

$$v_1 - v_1' = 2\pi h R (1 - a) - 4\pi h \delta (1 - a)$$

oder da

$$2\pi h R = V_1, \qquad 4\pi h \delta = v_1'$$

$$v_1 - v_1' = (V_1 - v_1')(1 - a)$$

$$1 - a = \frac{v_1 - v_1'}{V_1 - v_1'}, \quad . \; . \; . \quad (\text{II})$$

Die Werte v_1 und v_1' sind es aber nicht, welche wir direkt beobachten, da die Platte P stets mit dem Elektrometer verbunden ist. Demnach sind Platte und Elektrometer, wenn die Platte entfernt von der Flüssigkeit schwebt, bis zum Potentialniveau V_1 geladen. Wird die Platte über die Flüssigkeit bis zum Abstande δ herabgelassen, so sinkt in ihr

Digitized by Google

der Wert der Potentialfunktion, es fliefst deshalb aus dem Elektrometer Elektricität in die Platte hinüber. Daher sinkt der Wert der Potentialfunktion über der leitenden Flüssigkeit nicht zu dem Werte v_1', sondern nur bis zu einem Werte V_1'. Wir können indes aus dem beobachteten Werte V_1' den Wert v_1' ableiten, wenn wir die Kapacitäten der Platte, wenn sie entfernt oder nahe über der Flüssigkeit schwebt, kennen. Denn nennen wir die in der Platte vorhandene Elektricität q, welcher, wenn die Platte entfernt von der Flüssigkeit schwebt, der Potentialwert V_1 entspricht, und ist die Kapacität der Platte dann P, so ist

$$q = P V_1 .$$

Ist die Kapacität der im Abstande δ über der leitenden Flüssigkeit schwebenden Platte gleich P_1, so würde bei konstanter Elektricitätsmenge die Potentialfunktion v_1' gegeben durch die Gleichung

$$q = P_1 v_1',$$

somit ist

$$v_1' = \frac{P}{P_1} V_1 .$$

Ist die Kapacität der Platte über der nichtleitenden Flüssigkeit zur Zeit t gleich P_t, so würde wieder bei konstanter Elektricitätsmenge die Potentialfunktion v_1 gegeben sein durch

$$q = P_t v_1 ,$$

somit

$$v_1 = \frac{P}{P_t} V_1 .$$

Diese Kapacitäten erhalten wir auf folgende Weise. Sei die Kapacität des Elektrometers mit der zur Platte führenden Leitung E, so ist die Elektricitätsmenge, welche das ganze System bei dem beobachteten Potentialwert V_1 enthält,

$$Q = (P + E) V_1 \quad . \; . \; . \quad \text{(a)}$$

Sinkt bei dem Niederlassen der Platte bis zum Abstande δ über der leitenden Flüssigkeit der Wert der Potentialfunktion bis zu dem Werte V_1', so ist

$$Q = (P_1 + E) V_1' \quad . \; . \; . \quad \text{(b)}$$

Setzen wir den Quotienten $\frac{V_1'}{V_1} = A$, so liefern die beiden Gleichungen (a) und (b)

$$\frac{P}{P_1} = \frac{\frac{P}{E} A}{1 + \frac{P}{E} - A} .$$

Ist nach dem Niederlassen über die dielektrische Flüssigkeit der beobachtete Wert der Potentialfunktion gleich V_t, so ist

$$Q = (P_t + E) V_t \quad . \; . \; . \quad \text{(c)}$$

Digitized by Google

Diese und die Gleichung (a) liefern, wenn $\frac{V_t}{V_1'} = B$ gesetzt wird,

$$\frac{P}{P_t} = \frac{\frac{P}{E} B}{1 + \frac{P}{E} - B}.$$

Es handelt sich demnach noch um Bestimmung des Quotienten $\frac{P}{E}$. Das geschieht durch folgenden Versuch; man ladet das Elektrometer mit der Leitung zur Platte, ehe letztere mit der Leitung verbunden ist. Ist die beobachtete Potentialfunktion V_0, die im Elektrometer vorhandene Elektricitätsmenge Q, so ist

$$Q = E V_0.$$

Man bringt, ohne die Leitung ableitend zu berühren, es ist zu dem Zwecke ein dünnes Schellackstäbchen an dieselbe angeschmolzen, die Leitung mit der Platte in Verbindung. Sinkt dadurch der Wert der Potentialfunktion auf v_0, so ist

$$Q = (E + P) v_0,$$

somit

$$1 + \frac{P}{E} = \frac{V_0}{v_0}.$$

Hiermit sind alle Gröſsen gegeben, um aus den zur Zeit t beobachteten Werten V_t und den Werten V_1 und V_1' die Werte, welche a zu den verschiedenen Zeiten annimmt, zu berechnen.

Setzen wir $1 + \frac{P}{E} = C$, so kann man leicht die Gleichung (II) für $1 - a$ auf die Form bringen

$$1 - a = \frac{C - 1}{1 - A} \frac{B - A}{C - B}.$$

Bei meinen Versuchen war

$$C = 1,51$$

und wie schon vorhin angegeben wurde $A = 0,3912$; mit diesen Werten wird

$$1 - a = 0,8377 \frac{B - A}{C - B} = 0,8377 \frac{B - 0,3912}{1,51 - B}.$$

In der nachfolgenden Tabelle sind die an einer Sorte Schwefelkohlenstoff gemachten Beobachtungen zusammengestellt; in der ersten Reihe stehen die Zeiten der Beobachtung in Minuten, als null gilt der Moment des Niederlassens der Platte; die zweite Reihe giebt die beobachteten B, die dritte die hieraus berechneten Werte $1 - a$, die vierte die nach der Gleichung (I) mit

$$\varepsilon = 1, \qquad 1 - a_0 = 0,5007, \qquad b = 1,1074$$

berechneten Werte von $1 - a$ und die letzte Reihe die Unterschiede zwischen der dritten und vierten Reihe. Auf die folgenden beiden Reihen kommen wir am Schluſs des Paragraphen zurück.

Digitized by Google

Influenz im Schwefelkohlenstoff.

Zeit	B	$1-a$ (beob.)	$1-a$ (ber.) I	Diff.	$(1-a)$ ber. II	Diff. II
1′	0,8095	0,5024	0,4522	+ 502	0,5024	± 0
2	0,7680	0,4254	0,4084	+ 170	0,4250	+ 4
3	0,7365	0,3738	0,3688	+ 50	0,3746	— 8
4	0,7081	0,3309	0,3315	— 6	0,3347	— 38
6	0,6576	0,2617	0,2716	— 99	0,2721	— 104
8	0,6196	0,2225	0,2215	+ 10	0,2216	+ 9
10	0,5846	0,1750	0,1806	— 56	0,1806	— 56
14	0,5272	0,1159	0,1201	— 42	0,1201	— 42
18	0,4854	0,0770	0,0798	— 28	0,0798	— 28
22	0,4589	0,0539	0,0531	+ 8	0,0531	+ 8
26	0,4337	0,0331	0,0353	— 22	0,0353	— 22
30	0,4217	0,0236	0,0235	+ 1	0,0235	+ 1
34	0,4158	0,0188	0,0156	+ 32	0,0156	+ 32
38	0,4099	0,0142	0,0104	+ 38	0,0104	+ 38

Mit Ausnahme der für die ersten zwei Minuten berechneten Werte von $1 - a$ ist die Übereinstimmung zwischen den nach unserer Gleichung berechneten Werten von $1 - a$ und den beobachteten Werten eine recht befriedigende. Auf die Abweichung für die ersten Minûten komme ich nachher noch zurück; ich bemerke, daſs sich diese bei allen Beobachtungsreihen ergiebt, und daſs ich früher dieselben einem Mangel der Beobachtungsmethode zuschrieb, der sich nicht fortschaffen läſst. Bei der Ladung geht etwas Elektricität auf die Glasstäbchen, welche bei Abnahme der Potentialfunktion infolge Niederlassens der Platte jedenfalls zum Teil auf die Platte zurückkehrt; infolgedessen muſs die Potentialfunktion zu groſs werden. Bei Berechnung der Reihe $(1 - a)$ ber. I sind deshalb nur die Beobachtungen von der dritten Minute an benutzt. Die Reihe $(1 - a)$ ber. II ist unter einer andern Voraussetzung berechnet, die nachher besprochen werden soll.

Für die Dielektricitätskonstante im Sinne des vorigen Paragraphen folgt aus diesen Beobachtungen

$$D = \frac{1}{1 - a_0} = \frac{1}{0{,}5007} = 1{,}997.$$

Gordon erhielt, wie wir im vorigen Paragraphen sahen, $D = 1{,}81$, Quincke einmal 1,970, ein anderesmal 2,217.

Das Maſs der Leitung im Dielektricum ist die Leitungsfähigkeit k; da wir setzen

$$\frac{2\pi k}{\varepsilon} = c \qquad e^c = b,$$

so folgt

$$k = \frac{\varepsilon \log b}{2\pi \log e}.$$

Mit den von ε und b gegebenen Werten wird k

$$k = 0{,}016228.$$

Digitized by Google

Der Schwefelkohlenstoff wird hiernach in der That nach etwa 50 Minuten ebenso stark influenziert wie ein Leiter, ich fand nach 46′ schon den Wert 0,4053 für B, da das Flüssigkeitsniveau bei den letzten Beobachtungen etwas sank, nahm der Wert von B nicht weiter ab, die Gleichung ergäbe nach 50′ den Wert 0,3929 für B.

Erheblich langsamer erfolgte die Influenz bei Petroleum und Terpentinöl, bei beiden erreichte die Influenz auch nicht ganz den Wert wie bei leitenden Flüssigkeiten, denn die Werte $1 - a$ liefsen sich nicht durch die Gleichung I darstellen. Für Petroleum mufs gesetzt werden $\varepsilon = 0,80$. Die beobachteten Werte von der dritten Minute an liefsen sich dann recht gut nach Gleichung I darstellen mit den Konstanten

$$\varepsilon - a_0 = 0,2740 \qquad b = 1,0685 \qquad \varepsilon = 0,80,$$

wie folgende Tabelle zeigt, welche neben den Beobachtungen unter $\varepsilon - a$ ber. I die berechneten Werte von der dritten Minute an enthält:

Influenz im Petroleum.

Zeit	B	$\varepsilon - a$ beob.	$\varepsilon - a$ ber. I	Diff. I	$\varepsilon - a$ ber. II	Diff. II
0′ 20″	0,8627	0,4102	—	—	0,4052	+ 50
40″	0,8430	0,3674	—	—	0,3721	— 47
1′ —	0,8316	0,3438	—	—	0,3443	— 5
2′ —	0,8005	0,2834	—	—	0,2828	+ 6
3′ —	0,7784	0,2432	0,2246	+ 186	0,2433	— 1
4′ —	0,7624	0,2159	0,2103	+ 56	0,2159	± 0
6′ —	0,7411	0,1815	0,1842	— 27	0,1769	+ 46
8′ —	0,7234	0,1543	0,1619	— 76	0,1546	— 3
10′ —	0,7101	0,1306	0,1413	— 107	0,1344	— 38
14′ —	0,6866	0,1017	0,1084	— 67	0,1028	— 11
18′ —	0,6718	0,0803	0,0831	— 28	0,0818	— 15
26′ —	0,6457	0,0481	0,0490	— 9	0,0465	+ 16
44′ —	0,6198	0,0163	0,0148	+ 15	0,0141	+ 22
56′ —	0,6122	0,0063	0,0067	— 4	0,0063	± 0

Sowohl nach der unter $\varepsilon - a$ ber. I aus obiger Gleichung dargestellten Berechnung, als nach der später zu besprechenden Gleichung, welche die Reihe $\varepsilon - a$ ber. II liefert, würde in 80 Minuten der Wert von B auf etwa 0,6 heruntergehen und nicht merklich weiter sinken, ich fand in der 80. Minute 0,6007, es wurde der Versuch abgebrochen, weil schon in den letzten 10 Minuten die Abnahme kaum mehr merklich war.

Es ergiebt sich

$$D = \frac{1}{1 - a_0} = \frac{1}{0,4740} = 2,110,$$

während Hopkinson 2,10 und Silow 2,071 und 2,037 gefunden hatten. Für die Leitungsfähigkeit ergiebt sich

$$k = 0,008537.$$

Während also k nur ungefähr halb so grofs ist als bei Schwefelkohlen-

Digitized by Google

stoff, ist die Dielektricitätskonstante gröfser bei Petroleum als bei Schwefelkohlenstoff.

Gleiches fand sich für ein bei meinen Versuchen mit Nr. IV bezeichnetes Terpentinöl, es war

$$\varepsilon = 0,92 \qquad \varepsilon - a_0 = 0,3624 \qquad b = 1,0606.$$

Darnach wird

$$D = 2,26 \qquad k = 0,0089276,$$

somit auch hier der Wert von D erheblich gröfser als für Schwefelkohlenstoff, während k fast denselben Wert hat wie bei Petroleum. Hopkinson erhielt für Terpentinöl 2,23, Silow 2,158 und 2,221, Quincke 1,940—2,282.

Mit den festen Isolatoren sind die Beobachtungen in der Weise angestellt[1]), dafs auf den Glasring r Fig. 72 zunächst eine zur Erde abgeleitete Metallplatte und auf diese eine Platte des Dielektricums von gleicher Gröfse gelegt wurde. Die geladene Platte P wurde darauf ebenfalls bis auf eine geringe Entfernung über der dielektrischen Platte herabgelassen und ebenfalls der Gang der Potentialfunktion am Elektrometer verfolgt. Wie vorhin abgeleitet wurde, ist die Theorie der Versuche dieselbe wie die der soeben beschriebenen, nur mufs der Wert der vorhin schon eingeführten Konstanten c der doppelte sein bei gleicher Leitungsfähigkeit[2]). Es wird

$$c = 4\pi k(1 + \mu).$$

Es wird überflüssig sein, die Beobachtungen so detailliert anzugeben, wie vorhin; ich begnüge mich damit für eine einzige Substanz, nämlich für Ebonit die beobachteten und die nach Gleichung I berechneten Werte von $1 - a$ mitzuteilen. Die Konstanten der Gleichung sind

$$\varepsilon = 0,9584 \qquad a_0 = 0,6141 \qquad b = 1,0151.$$

Die unter $1 - a$ ber. II angegebenen Werte besprechen wir nachher.

Influenz im Ebonit.

Zeit	$1 - a$ beob.	$1 - a$ ber. I	Diff. I	$1 - a$ ber. II	Diff. II
1′	0,4080	0,3802	+ 278	0,4082	— 2
2′	0,3908	0,3753	+ 155	0,3905	+ 3
3′	0,3787	0,3703	+ 84	0,3785	+ 2
4′	0,3697	0,3654	+ 43	0,3699	— 2
6′	0,3544	0,3559	— 15	0,3572	— 28
8′	0,3359	0,3466	— 107	0,3469	— 110
12′	0,3248	0,3229	+ 19	9,3229	+ 19
16′	0,3124	0,3122	+ 2	0,3122	+ 2
20′	0,2961	0,2965	— 4	0,2965	— 4
24′	0,2754	0,2817	— 63	0,2817	— 63
32′	0,2626	0,2547	+ 79	0,2547	+ 79

1) *Wüllner*, Sitzungsberichte der Münchner Akademie Jahrgang 1877. *Wiedemann*, Annalen Bd. I.

2) Hieraus folgt, was vorhin schon ausgesprochen wurde, dafs bei den Versuchen mit Flüssigkeiten auf leitender Bodenplatte der rapide Verlauf der

Digitized by Google

Im übrigen sollen nur die aus den Versuchen sich ergebenden Werte von ε, als den Grenzwerten, bis zu denen der Elektrisierungskoefficient a anwächst, von $D = \frac{1}{1 - a_0}$, sowie von k, letzteres zur bequemern Übersicht mit 10^4 multipliziert, zusammengestellt werden.

Substanzen	ε	D	$k\ 10^4$
Paraffin	0,800	1,96	5,0
Schwefelkohlenstoff	1,000	1,997	162,28
Petroleum	0,80	2,110	85,37
Terpentinöl	0,92	2,260	89,27
Ebonit	0,958	2,56	11,40
Schwefel	1,00	3,04	19,30
Schellack II	1,00	2,95	1,90
Schellack I	1,00	3,73	7,50
Glas	1,00	6,10	128,70

Die Substanzen sind geordnet nach steigenden Werten von D; die vierte Kolumne zeigt deutlich, dafs irgend welcher Zusammenhang zwischen den Werten von D und der Leitungsfähigkeit nicht existiert, dafs mit Ausnahme des Glases die Leitungsfähigkeiten der festen Isolatoren ganz erheblich kleiner sind, als diejenige der Flüssigkeiten, dafs aber die Dielektricitätskonstanten der festen Körper fast sämtlich erheblich gröfser sind als diejenige der Flüssigkeiten. Es folgt somit, dafs wir in der That eine von der Leitung des Dielectricums durchaus unabhängige dielektrische Polarisation annehmen müssen.

Die obigen Versuche und neuere Versuche, welche zu Ende zu führen mir leider noch die Zeit mangelte, scheinen mir den Beweis zu liefern, dafs wir sogar zweierlei Leitungsfähigkeiten annehmen müssen, dafs neben der Leitung des Dielektricums in der ersten Zeit noch eine von dieser unabhängige Zunahme der dielektrischen Polarisation, eine wahre dielektrische Nachwirkung vorhanden ist. Ich erwähnte, dafs bei allen Versuchen sich die für die ersten Minuten beobachteten Werte von B und damit von $\varepsilon - a$ gegenüber den berechneten zu grofs zeigen, woraus auch für die ersten Minuten ein erheblich rascheres Abnehmen von $1 - a$ oder $\varepsilon - a$ erfolgt als in der spätern Zeit. Ich habe das früher damit erklärt und diese Erklärung oben angeführt, dafs von den Glasstäbchen, an welchen die Platte P hängt, etwas Elektricität auf die Platte zurückkehrt. Ich schliefse indes jetzt, besonders weil auch bei den Flüssigkeiten, bei denen anfangs die Potentialfunktion sehr wenig abnimmt, sich die gleiche Abweichung zeigt, dafs dieser Fehler nur von sehr geringem Einflufs ist, dafs die Zahlen vielmehr darauf hinweisen, dafs neben der Leitung des Isolators noch eine in den ersten Minuten schon beendigte dielektrische Nachwirkung den Gang der Potentialfunktion beeinflufst.

An Stelle der Gleichung (I) tritt dann eine andere von der Form

---

Influenz wesentlich auf Strömungen zurückzuführen ist, sonst hätte sich der Gang der Influenz sehr wohl beobachten lassen müssen. Dafür spricht gleichfalls, dafs für Petroleum und Terpentinöl die Versuche auf Werte $\varepsilon < 1$ führen, während bei leitender Bodenplatte stets a bis zum Wert 1 zunahm.

Digitized by

$$\varepsilon - a = Ab^{-t} + Bd^{-t} \ldots \text{(II)},$$

worin b dieselbe Bedeutung hat wie früher und d die dielektrische Nachwirkung bedeuten würde; für die Zeit $t = 0$ würde

$$\varepsilon - a_0 = A + B,$$

und die mit dem so berechneten a_0 berechnete Dielektricitätskonstante D wäre die eigentliche Dielektricitätskonstante des betreffenden Mediums. In der That lassen sich die oben einzeln mitgeteilten Beobachtungen vom ersten beobachteten Werte an ganz vortrefflich durch solche Gleichungen darstellen, wie die unter $1 - a$ resp. $\varepsilon - a$ ber. II angegebenen Werte zeigen. Dieselben sind für Schwefelkohlenstoff berechnet nach der Gleichung (II) mit den Konstanten

$$\varepsilon = 1, \quad A = 0{,}5007, \quad b = 1{,}1074, \quad B = 0{,}1506, \quad d = 3{,}000.$$

Hiernach würde

$$1 - a_0 = 0{,}6513, \qquad D = 1{,}535,$$

die wahre Dielektricitätskonstante würde also erheblich kleiner.

Für Petroleum werden die Konstanten

$$\varepsilon = 0{,}80, \quad A = 0{,}2600, \quad b = 1{,}0685, \quad B = 0{,}1845, \quad d = 1{,}8293$$

Es wird

$$1 - a_0 = 0{,}6445, \qquad D = 1{,}552.$$

Für Ebonit schliefslich werden die Konstanten

$$\varepsilon = 0{,}9584, \quad A = 0{,}3443, \quad b = 1{,}0151, \quad B = 0{,}0516, \quad d = 1{,}8452,$$

woraus folgt

$$1 - a_0 = 0{,}4375, \qquad D = 2{,}286.$$

So liefern die Versuche einen noch deutlichern Beweis, dafs wir eine dielektrische Polarisation unabhängig von jeder Leitung annehmen müssen, denn trotz des sehr viel raschern Verlaufs der dielektrischen Nachwirkung in Schwefelkohlenstoff ist der Wert von D für denselben am kleinsten.

§. 51.

Mechanische und optische Erscheinungen bei der Influenz auf Dielektrica. Nachdem schon früher einzelne Beobachtungen derart gemacht waren[1]), hat zunächst Duter[2]) gezeigt, dafs eine mit Wasser gefüllte Glaskugel, wenn man sie mit einer leitenden Oberfläche versieht und dieselbe dann elektrisiert, ihr Volumen vergröfsert. Wurde ein Thermometer mit grofser Kugel und engem kapillaren Rohr bis zu einer gewissen Höhe mit Wasser gefüllt, in ein zur Erde abgeleitetes, ebenfalls mit Wasser gefülltes Gefäfs gesenkt und dann das innere Wasser elektrisiert, so trat ein Sinken des Wassers in dem Thermometer ein. War die Thermometerkugel in ein rings geschlossenes, mit Wasser gefülltes Gefäfs gehängt, aus welchem ein Kapillarrohr hervorragte, bis in welches das Wasser des

1) Man sehe die frühere Litteratur in der S. 335 unter 1) angeführten Abhandlung von Quincke.

2) *Duter*, Comptes Rendus Bd LXXXVII p. 828, 960, 1036.

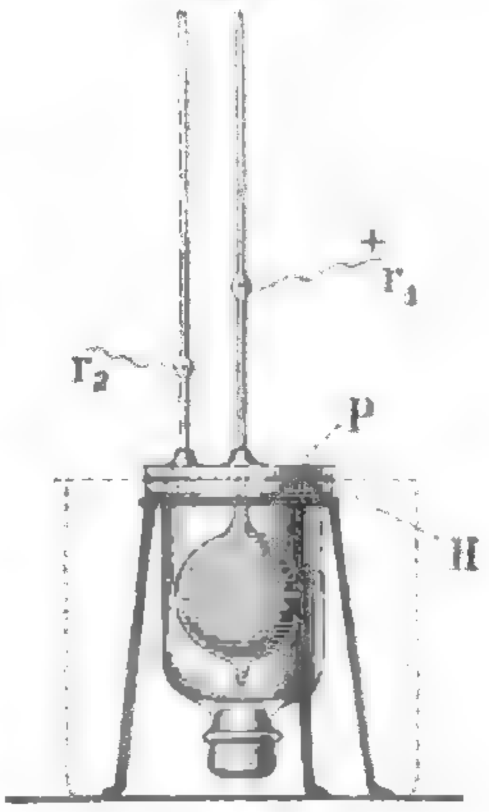
Digitized by Google

Gefäfses reichte, so zeigte das Ansteigen des Wassers in dem Kapillarrohr, dafs sich auch das äufsere Volumen der Thermometerkugel vergröfserte. Das Wasser stieg in dem Kapillarrohr, welches mit dem äufsern Wasser in Verbindung stand, ebensoviel, als es in dem Thermometerrohr sank, ein Beweis, dafs die Erscheinung einfach in einer Ausdehnung der Kugelschale ihren Grund hat.

Die Ausdehnung der Glaskugel ist nach Duter dem Quadrate der Potentialfunktion auf der geladenen Fläche der Hohlkugel proportional, sie nimmt ab, wenn die Dicke der Glaswand wächst.

Sehr ausführlich ist diese Ausdehnung später von Quincke untersucht worden[1]). Die Anordnung, welche Quincke dem Apparate gab, um gleichzeitig die innere und äufsere Volumvergröfserung der Kugel zu messen, zeigt Fig. 73. Auf eine in einem Dreifufs hängende, unten mit einem eingekitteten Glaspfropfen verschlossene Glasglocke wurde eine doppelt durchbohrte Glasplatte luftdicht aufgekittet. In die centrale Durchbohrung war ein Thermometer eingekittet, dessen Kugel einen Durchmesser von 62,2 mm hatte, während das Kaliber der Glasröhre sehr enge war. Die Wandstärke der Kugel war 0,286 mm. In die zweite Durchbohrung war ein sehr enges kapillares Rohr eingekittet. Die Glocke und das Thermometer waren mit luftfreiem destillierten Wasser gefüllt, so dafs das Wasser in den Röhren höher als bis zu den Einschmelzstellen der Drähte r_1 und r_2 reichte. Die Glasglocke mit ihrem Dreifufse stand in einem gröfseren, mit schmelzendem Schnee gefüllten Metallgefäfs, um so die Temperatur des Apparates genau konstant zu halten. Wurde der Draht r_1 mit einer Elektricitätsquelle von konstantem Potentialniveau, der inneren Belegung einer geladenen Batterie von Leydener Flaschen in Verbindung gesetzt, der Draht r_2 mit der Erde, so bildete die innere Wasserkugel eine leitende Kugel, welche durch die gläserne Kugelschale von der leitenden Hohlkugel des äufsern Wassers getrennt war. Wasser und Glas bilden somit einen kugelförmigen Kondensator, dessen innere leitende Fläche bis zu einem gewissen Potentialniveau geladen ist, während die äufsere Fläche mit der Erde in leitender Verbindung stand. Sofort wenn in dieser Weise eine Ladung des Kondensators eintrat, sank die Flüssigkeit in dem Thermometer und stieg gleichviel in dem seitlichen Kapillarrohr, so dafs das schon von Duter erhaltene Resultat bestätigt wurde, dafs durch die Elektrisierung eine Ausdehnung der Kugel eintrat.

Fig. 73.



Zur genauern Untersuchung, von welchen Umständen diese Volumänderung abhängig war, wurde das wie in Fig. 73 eingerichtete Thermometer direkt in schmelzenden Schnee getaucht.

Quincke zeigte zunächst, dafs die Volumänderung der Kugel die gleiche war, ob man das Wasser im Innern derselben positiv oder negativ

1) *Quincke*, Wiedem. Ann. Bd. X.

elektrisierte, und weiter dafs dieselbe unabhängig ist von der Natur der die Kugel erfüllenden Flüssigkeit, vorausgesetzt nur, dafs die Flüssigkeit die Elektricität leitet, somit eine Ladung der innern und äufsern Fläche der Glaskugel eintritt. Um diese Unabhängigkeit der Ausdehnung von der Flüssigkeit zu erkennen, mufs man aber dafür sorgen, dafs die Flüssigkeit in der Glasröhre immer dieselbe ist, da die Bewegung derselben in der Glasröhre durch die Reibung bedingt ist. Als Quincke die Kugel und Röhre einmal mit Wasser, das anderemal mit Quecksilber füllte, fand er bei einer gewissen, in beiden Fällen gleichen Ladung die Volumvergröfserung der Kugel mit Wasser in Millionteilen des ursprünglichen Volumens gleich 5,68, mit Quecksilber nur 3,41. Als er aber nur die Kugel mit Quecksilber füllte und auf dieses Wasser brachte, so dafs die Volumänderung durch Verschiebung des Wasserfadens angegeben wurde, fand sich unter sonst gleichen Umständen die Volumveränderung gleich derjenigen, welche eintrat, wenn die Kugel mit Wasser gefüllt war.

Die Resultate Duters hat Quincke im grofsen und ganzen bestätigt, auch er schliefst aus seinen Versuchen, dafs die Volumänderung bei gleichem Werte der Potentialfunktion dem Quadrate der Wanddicke umgekehrt, bei gleicher Wanddicke dem Quadrate der Potentialfunktion der geladenen Kugel direkt proportional sei. Im übrigen ist sie für verschiedene Glassorten verschieden. Zu dem gleichen Resultat gelangen auch Korteweg und Julius[1]), welche aufserdem bei der Vergleichung der Volumänderung von Kautschuk und Glas zu dem Satze gelangen, dafs die Ausdehnungen dem Elasticitätskoefficienten des Materials umgekehrt proportional sind, aus welchem die Kugel hergestellt ist. Bei der Schwierigkeit, die Wanddicken genau zu messen und die Kugeln bis zu genau gemessenen Potentialniveaus zu laden, lassen sich die erwähnten Gesetzmäfsigkeiten nur angenähert erkennen, um so mehr da die Volumänderungen nur klein sind.

Righi[2]) und Quincke[3]) haben auch die Verlängerung gemessen, welche eine auf der innern und äufsern Seite mit einer leitenden Belegung versehene hohle Glasröhre durch Elektrisierung erfährt; Quincke schliefst aus seinen Versuchen, dafs die Verlängerung denselben Gesetzen folgt wie die Volumänderung, Righi gelangt zu dem Resultate, dafs die Verlängerung nicht dem Quadrate der Wanddicke, sondern der Dicke selbst umgekehrt proportional sei.

Quincke glaubt aus seinen Versuchen den Schlufs ziehen zu müssen, dafs eine besondere elektrische Ausdehnung existieren müsse, indes haben schon Röntgen[4]) und Korteweg[5]) darauf hingewiesen, dafs sich die ganze Erscheinung im wesentlichen durch den von den Belegungen her auf das isolierende Zwischenmittel ausgeübten Druck erklären läfst, welcher dadurch entsteht, dafs die beiden Belegungen entgegengesetzt elektrisch sind.

Wir haben im §. 49 gezeigt, dafs zwischen zwei Platten, zwischen denen ein isolierendes Zwischenmittel sich befindet, dessen Dielektricitätskonstante D ist, welche die Gröfse S haben, den Abstand δ, und von

1) *Korteweg* und *Julius*, Wiedem. Ann. Bd. XII.
2) *Righi*, Comptes Rendus Bd. LXXXVIII p. 1262.
3) *Quincke*, Wiedem. Ann. Bd. X.
4) *Röntgen*, Wiedem. Ann. Bd. XI.
5) *Korteweg*, Wiedem. Ann. Bd. IX.

Digitized by Google

denen die eine bis zum Werte V der Potentialfunktion geladen ist, eine Anziehung vorhanden ist, welche gegeben ist durch

$$A = D \frac{S}{8\pi} \cdot \frac{V^2}{\delta^2}.$$

Genau den gleichen Ausdruck leitet man auch ohne Mühe für die Anziehung der beiden kugelförmigen Belegungen ab, wenn etwa die innere Fläche bis zum Potentialniveau V geladen, δ die Dicke der isolierenden Kugelfläche und S die Oberfläche der innern Kugelfläche ist. Für den auf die Flächeneinheit der inneren Fläche wirkenden Druck ergiebt sich hieraus

$$P_i = \frac{A}{S} = \frac{D V^2}{8\pi \delta^2}.$$

Der auf die Flächeneinheit der äufsern Kugelfläche wirkende Druck P_a ist kleiner. Denn die Gesamtfläche erhält genau denselben Druck wie die innere Fläche, der Druck für die Flächeneinheit mufs demnach in demselben Verhältnisse kleiner sein als die äufsere Fläche gröfser ist wie die innere, oder

$$P_a : P_i = R_i^2 : R_a^2,$$

wenn wir den innern Radius R_i, den äufsern R_a nennen; da $R_a = R_i + \delta$, wird

$$P_a = P_i \frac{R_i^2}{(R_i + \delta)^2} = P_i \left(1 - 2 \frac{\delta}{R_i}\right),$$

wenn wir die höhern Potenzen von $\frac{\delta}{R}$ vernachlässigen.

Im §. 50 des ersten Bandes haben wir gezeigt[1]), dafs die Volumverminderung einer Hohlkugel, wenn auf der Aufsenfläche und Innenfläche Drucke wirken, gegeben ist durch

$$\frac{\Delta v}{v} = 3\varphi_0,$$

wenn

$$\varphi_0 = c + \frac{b}{R_i^3}$$

und

$$c = \frac{1}{3K + k} \cdot \frac{P_a R_a^3 - P_i R_i^3}{R_a^3 - R_i^3} \qquad b = \frac{1}{2k} \frac{R_i^3 R_a^3 (P_a - P_i)}{R_a^3 - R_i^3}.$$

Die Konstanten K und k sind mit dem Elasticitätskoefficienten E und dem Querkontraktionskoefficienten μ derart gegeben, dafs

$$K = E \frac{\mu}{(1 - 2\mu)(1 + \mu)} \qquad k = \frac{E}{1 + \mu}.$$

Setzen wir in diese Ausdrücke

$$P_a = P_i \left(1 - 2 \frac{\delta}{R_i}\right) \qquad R_a = R_i \left(1 + \frac{\delta}{R_i}\right),$$

so erhält man leicht zunächst

1) Man sehe Bd. I. S. 211.

$$c = \frac{1}{3} \frac{1}{3K + k} P_i,$$

und ebenso

$$b = -\frac{1}{2k} \frac{2}{3} R_i^3 P_i,$$

somit

$$\varphi_0 = \frac{1}{3} \left\{ \frac{1}{3K + k} - \frac{1}{k} \right\} P_i,$$

und

$$\frac{\varDelta v}{v} = 3\varphi_0 = \left(\frac{1}{3K + k} - \frac{1}{k} \right) P_i.$$

Drücken wir K und k durch die beiden Elasticitätskonstanten μ und E aus, so wird

$$\frac{\varDelta v}{v} = -3 \frac{\mu}{E} P_i = -3 \frac{\mu}{E} \frac{DV^2}{8\pi\delta^2}.$$

Das negative Vorzeichen auf der rechten Seite bedeutet, da $\frac{\varDelta v}{v}$ die Volumverminderung des innern Volumens giebt, dafs eine Volumvermehrung eintritt, welche dem Querkontraktionskoefficienten des Materials, der Dielektricitätskonstanten und dem Quadrate der Potentialfunktion direkt, dem Elasticitätskoefficienten des Materials und dem Quadrate der Dicke der Wandschicht umgekehrt proportional ist.

Die Änderung des von der äufsern Kugelfläche umschlossenen Volumens ist

$$\frac{\varDelta v}{v} = 3\left(c + \frac{b}{R_a^3} \right);$$

man sieht, dieselbe mufs bis auf eine Gröfse, welche sich der Beobachtung entzieht, der Volumänderung der innern Hohlkugel gleich sein.

Hiernach sind die beobachteten Volumänderungen keine besondere elektrische Erscheinung, sondern nur Folge der durch die Elektrisierung eintretenden Drucke auf die Oberfläche der Isolatoren[1]).

Quincke[2]) glaubte auch in Flüssigkeiten eine besondere mechanische Wirkung zu finden, welche bei einigen eine Ausdehnung, bei anderen eine Kontraktion bewirke. Röntgen[3]) hat dagegen auch bei den Flüssigkeiten, bei denen Quincke eine Kontraktion fand, eine Ausdehnung beobachtet, und allgemein diese scheinbare elektrische Wirkung durch eine infolge des Durchganges der Elektricität durch die Flüssigkeit eintretende Erwärmung erklärt. Es bedarf weiterer Versuche um zu konstatieren, ob in der That bei einigen Flüssigkeiten eine durch anderweitige Um-

---

1) Die Gründe, welche *Quincke* gegen diese Auffassung daraus ableitet, dafs die beobachtete lineare Ausdehnung gleich $^1/_3$ der kubischen, dafs also $\frac{\varDelta v}{v} = 3 \frac{\varDelta l}{l}$ ist, beruhen auf einem Mifsverständnis; bei der oben besprochenen Verlängerung wurde die Querdilatation gemessen; bei andern Versuchen mafs Quincke die Verlängerung nach der einen Dimension, welche bei der kubischen Ausdehnung eintrat; dafs diese $^1/_3$ der beobachteten kubischen sein mufs, ist selbstverständlich.

2) *Quincke*, Wiedem. Ann. Bd. X S. 521 ff.

3) *Röntgen*, Wiedem. Ann. Bd. XI.

Digitized by Google

stände nicht bedingte Kontraktion eintritt, ehe man eine besondere elektrische Einwirkung auf das Volumen der Flüssigkeit annehmen mufs.

Durch die infolge der Elektrisierung der Oberflächen durchsichtiger Körper eintretenden Drucke können dieselben doppelbrechend werden; der erste, dem es gelang, diese Doppelbrechung in festen sowohl wie in flüssigen Körpern nachzuweisen, war Kerr[1]). Die Bedingung, dafs die Doppelbrechung auftritt, ist diejenige, dafs die elektrischen Drucke im Gesichtsfeld nicht überall dieselben sind. Deshalb zeigt ein Glasstreifen, der auf seinen beiden Flächen gleichmäfsig mit einer leitenden Schicht versehen ist, nach dem Elektrisieren der einen Fläche, wenn die andere zur Erde abgeleitet ist, keine Doppelbrechung, wenn man parallel der Richtung der Breite polarisiertes Licht hindurchgehen läfst. Die Doppelbrechung tritt dagegen sofort auf[2]), wenn man an Stelle der einen Belegung etwa auf die Mitte der obern Seite des Streifens eine Glasröhre in vertikaler Stellung mit den unten abgeschliffenen Rändern fest aufkittet, die Röhre dann mit Quecksilber füllt und durch dieses Elektricität auf die Platte leitet. Die Polarisationsrichtungen der beiden Strahlen sind die Richtung des elektrischen Druckes, also die Normalen der Niveauflächen und die dazu senkrechte Richtung. Läfst man nämlich Licht quer durch den Glasstreifen gehen, dessen Polarisationsebene gegen die Kraftrichtung, also gegen die Normale der Grenzfläche des Glasstreifens um 45^0 geneigt ist, und stellt den analysierenden Nikol dazu senkrecht, so wird nach dem Elektrisieren das Gesichtsfeld hell, stellt man den polarisierenden Nikol parallel der Kraftrichtung den analysierenden dazu senkrecht, so bleibt das Gesichtsfeld dunkel.

Dafs die Erscheinung Folge der durch die elektrischen Drucke bewirkten Kompression ist, kann man durch Kompensation der Doppelbrechung mit einem gedehnten Glasstreifen zeigen. Kerr brachte in den Weg des Lichts, ehe es in den Analysator eintrat, einen Glasstreifen, so dafs das Licht durch die Seitenflächen desselben hindurchging. Wurde der Glasstreifen dann schwach gebogen und die obere gedehnte Hälfte in den Weg des Lichtes gebracht, so konnte durch passende Biegung das Gesichtsfeld wieder dunkel gemacht werden; wurde dagegen die untere Hälfte, welche komprimiert ist, in den Weg des Lichtes gebracht, so nahm die Helligkeit des Gesichtsfeldes zu. Es folgt demnach, dafs in dem gedehnten Glase die Phasendifferenz, welche die beiden Strahlen in dem elektrisierten Glase erhalten hatten, wieder aufgehoben wurde. Da in dem gedehnten Teile des Glasstreifens der Strahl, welcher parallel der zur konvexen Fläche normalen Richtung polarisiert ist, der schnellere ist, so folgt, dafs im elektrisierten Glase der zu der Kraftrichtung senkrecht polarisierte Strahl der schnellere ist. Dieses Verhalten bezeichnet Kerr als elektrooptisch negativ.

Um die Erscheinung in Flüssigkeiten zu sehen, nimmt man ein Gefäfs mit zwei parallelen Glaswänden, etwa eine viereckige Flasche aus wohlisolierendem Glase, führt durch den Hals den einen Metalldraht ein und kittet in eine Durchbohrung des Bodens einen zweiten. Die Enden der

---

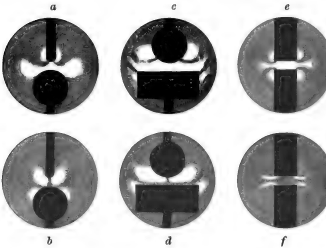
1) *Kerr*, Philos. Magazin 4. series vol. L p. 337 und 446. 5. series vol. VII. p. 85 und 229; vol. IX p. 157; vol. XIII p. 153 und 248.

2) *Quincke*, Wiedem. Ann. Bd. X S. 536.

Digitized by Google

Drähte kann man mit verschiedenen Ansätzen, Platten, Kugeln oder ähnlichem versehen. Die Figuren 74 *a* und *b*, *c* und *d*, *e* und *f* zeigen nach der Darstellung von Röntgen[1]) die Erscheinungen in Schwefelkohlenstoff,

Fig. 74.



wenn die in der Figur erkennbaren Endigungen der Drähte genommen werden, *a*, *c*, *e*, wenn die Polarisationsebenen der Nikols mit der kürzesten Verbindungslinie der die Elektricität zuführenden Drähte, der Elektrode, Winkel von 45° bildeten, *b*, *d*, *f*, wenn die Polarisationsebene des einen Nikols mit der kürzesten Verbindungslinie parallel, die des andern dazu senkrecht war. Da in den Figuren *b*, *d*, *f* die kürzeste Verbindungslinie der Elektroden, welche dort notwendig mit der Normalen der Niveauflächen zusammenfällt, dunkel erscheint, erkennt man sofort, dafs auch hier die Polarisationsebenen den Normalen der Niveauflächen parallel und zu denselben senkrecht sind.

Kerr hat eine grofse Zahl Flüssigkeiten auf ihr elektrooptisches Verhalten untersucht und gelangt zu dem merkwürdigen Resultat, dafs eine Anzahl Flüssigkeiten elektrooptisch negativ, andere wie der Schwefelkohlenstoff elektrooptisch positiv sind, das heifst dafs sie senkrecht zu den Normalen der Niveauflächen polarisierter Strahlen die langsameren sind.

Diese Beobachtung von Kerr läfst es zweifelhaft erscheinen, ob man nicht für die Flüssigkeiten eine eigene, von der thermischen verschiedene elektrische Ausdehnung annehmen mufs, wie Quincke will, welche für einige Flüssigkeiten auch eine Kontraktion sein kann. Denn man wird zunächst geneigt sein diese sämtlichen Erscheinungen auf Spannungen

1) *Röntgen*, Wiedem. Ann. Bd. X. Ähnliche Abbildungen giebt *Brongersma*, Wiedem. Ann. Bd. XVI.

Digitized by Google

und Dichtigkeitsverschiedenheiten in den elektrisierten Körpern zurückzuführen. Das entgegengesetzte Verhalten des Schwefelkohlenstoffes und des Glases ist dann verständlich, da die thermische Ausdehnung des Glases eine Vergröſserung der Brechungsexponenten, die des Schwefelkohlenstoffs eine Verkleinerung derselben zur Folge hat. Gleiches gilt aber für alle Flüssigkeiten, und so müſste man für dieselben qualitativ das gleiche Verhalten erwarten, wenn nicht eben die Flüssigkeiten darin verschieden sind, daſs sie eine eigene elektrische Ausdehnung beziehungsweise Kontraktion besitzen. Es bedarf noch mannigfacher Untersuchungen, um diese Erscheinungen aufzuklären.

§. 52.

Faraday-Maxwells Theorie der elektrischen Fernewirkung. Wir haben bereits im §. 48 erwähnt, daſs Faraday die elektrische Anziehung und Abstoſsung von einem, wir wollen der Kürze des Ausdrucks wegen jetzt stets annehmen positiv, geladenen Leiter auf einen andern nicht durch direkte Fernewirkung, sondern durch Vermittelung des Zwischenmittels zustande kommend ansah, indem in dem letztern die Polarisation von Schicht zu Schicht fortschreite, sei es in geraden, sei es in krummen Linien. Die in der an den zweiten Leiter angrenzenden letzten Schicht des Dielektricums durch diese Polarisation vorhandene elektrische Schicht ist es dann, welche auf den zweiten Leiter einwirkt, die negative Elektricität des Leiters gegen sich hinzieht, und damit auch die ganze Anziehung des influenzierten Leiters bedingt. Die Linien, nach welchen die Influenz fortschreiten soll, sind die Linien, nach welchen sich im elektrischen Felde, so wird der unter Wirkung der Elektricität stehende Raum genannt, ein elektrisierter Punkt unter Wirkung der Elektricität bewegt, es sind also in jedem Punkte die Normalen der Niveauflächen. Diese Linien nannte Faraday Kraftlinien. In der Richtung dieser Kraftlinien soll in einem isotropen, also nach allen Richtungen gleichartig beschaffenen Medium die Influenz von Schicht zu Schicht fortschreiten, bis die Polarisation den zweiten Leiter erreicht hat. In dem Dielektricum ist jede Molekülschicht an der einen Seite positiv, an der andern Seite negativ elektrisch; wegen der groſsen Nähe dieser entgegengesetzten elektrischen Flächen kann man deshalb im Dielektricum den elektrischen Zustand nicht wahrnehmen. Grenzt indes das Dielektricum an einen Leiter, so wirkt die letzte Schicht elektromotorisch auf die Elektricität des Leiters, in welchem die Elektricität sich sofort verteilt, da im Leiter eine Polarisation nicht eintreten kann, weil die Elektricität sich in demselben ohne merklichen Widerstand bewegt. Die an dem zweiten Leiter anliegende letzte Schicht positiver Elektricität stöſst die positive des Leiters ab, welche so lange abflieſsen muſs, bis der Wert der Potentialfunktion an allen Stellen des Leiters derselbe geworden ist.

Während nach unserer bisherigen Auffassung die Kraftlinien nur eine mathematische Bedeutung haben, als die Richtungen der resultierenden Kräfte, haben sie in Faradays Anschauung eine physikalische Bedeutung, in ihnen herrscht ein Zwangszustand, welcher parallel zu den Linien eine Spannung infolge der Anziehung der verschobenen Elektricitäten ist. Faraday

Digitized by Google

charakterisiert den Zustand im Art. 1298 seiner Experimentaluntersuchungen über Elektricität[1]) folgendermaſsen:

Die Influenz scheint in einem gewissen, durch den elektrisierten Körper in den einzelnen Partikeln des Dielektricums erzeugten und erhaltenen Zustande der Polarisation zu bestehen, der dadurch charakterisiert ist, daſs die Partikel zwei entgegengesetzt elektrische, positive und negative Teile haben, welche gegen einander und gegen die induzierenden Flächen symmetrisch geordnet sind. Der Zustand, in den das Dielektricum dadurch gerät, ist ein Zwangszustand, denn er entsteht durch eine äuſsere Kraft, besteht nur so lange die Kraft wirkt, verschwindet mit dem Aufhören deren Wirkung. Dieser Zustand wird aber nur in Isolatoren durch ein und dieselbe Elektricitätsmenge dauernd erhalten, denn nur bei ihnen bleiben die einzelnen Partikelchen in ihrer erzwungenen Lage, so lange die Elektricitätsmenge vorhanden ist.

An einer andern Stelle sagt Faraday[2]), die in der Richtung der Induktionslinien zwischen den Teilchen des dielektrischen Mediums wirkende Attraktion ist von einer seitlich wirkenden und eine Divergenz der Induktionslinie verursachenden abstoſsenden Kraft begleitet.

W. Thomson[3]) und ganz besonders Maxwell[4]) haben die Faradaysche Auffassung weiter verfolgt, wodurch Maxwell schlieſslich dahin gelangte, die elektrischen Kräfte ganz in das Dielektricum zu verlegen.

Maxwell geht von der Faradayschen Auffassung aus und weist zunächst nach, daſs dieselbe in der That geeignet ist die elektrischen Erscheinungen darzustellen. Indem er die mechanischen Kräfte zwischen zwei elektrischen Systemen untersucht, wie dieselben durch die Sätze der Potentialtheorie gegeben werden, gelangt er zu dem Resultate, daſs sich diese Kräfte vollständig darstellen lassen, wenn man von einer Fernewirkung absieht und den Faradayschen Zwangszustand annimmt, demzufolge das zwischen den elektrischen Systemen vorhandene dielektrische Medium in jedem Punkte tangential zu der durch ihn hindurchgehenden Kraftlinie einen Zug proportional dem Quadrate der elektrischen Kraftintensität und senkrecht zu demselben einen dem Zuge gleichen Druck erleidet. Das dielektrische Medium kann dabei eine beliebige Substanz, auch der den Raum erfüllende Äther sein. Die elektrische Kraftintensität an einem Punkte des Raumes ist der Differentialquotient der Potentialfunktion für die betreffende Stelle des Raumes nach der Normalen der Niveaufläche. Die Spannung ist wie diejenige eines Seiles, wenn dasselbe an zwei Körpern befestigt ist, welche mittels desselben einen Zug auf einander ausüben, oder wie diejenige einer Stange, welche zwei Körper auseinanderhält, die gegen einander gedrückt werden.

Durch diesen Zwang entsteht nach Maxwell im Dielektricum die

1) *Faraday*, Experimental researches on electricity 11 series art. 1298. Poggend. Ann. Bd. XLVI.

2) *Faraday* a. a. O. art. 1224.

3) *Thomson*, reprint of papers on electrostatics etc. London 1872.

4) *Maxwell*, Treatise on Electricity and Magnetism., 1. Aufl. London 1873; 2. Aufl. 1881. Deutsche Übersetzung von *Weinstein*, Berlin 1883. Die theoretischen Ansichten Maxwells sind kurz zusammengefaſst am Schlusse der Einleitung und am Schlusse des 5. Kapitels.

Digitized by Google

dielektrische Polarisation, die selbst so lange andauert, als der Zwang andauert und mit demselben aufhört. Dieselbe ist eine durch die elektromotorische Kraft hervorgebrachte Verschiebung der Elektricität in den Teilchen des Dielektricums. Wirkt die elektromotorische Kraft in einem Leiter, so versetzt sie die Elektricität in Strömung; in einem Nichtleiter ist sie aber nicht imstande der Elektricität eine solche strömende Bewegung zu erteilen, sie verschiebt nur die Elektricität der einzelnen Teilchen in der Richtung ihrer Wirkung in dem Maſse, wie es durch die Intensität der Kraft bedingt ist.

Die Gröſse der elektrischen Verschiebung wird durch die Elektricitätsmenge gemessen, welche durch eine Flächeneinheit vom Beginne der Verschiebung an hindurchgeht, und diese Menge ist auch das Maſs für die dielektrische Polarisation.

Maxwell weist bei dieser Gelegenheit darauf hin, daſs die elektrische Verschiebung durch eine elektromotorische Kraft ihr Analogon finde in der Thatsache, daſs eine mechanische Kraft eine elastische Verschiebung hervorbringe; daraus ist zu schlieſsen, daſs er sich den Zwangszustand im Innern des Dielektricums durch diese elektrische Verschiebung fortgepflanzt denkt. Denn dehnen wir etwa einen Stab, der an seinem obern Ende befestigt ist, durch einen an seinem untern Ende angebrachten Zug aus, so rücken die einzelnen Molekülschichten von einander, und die Folge dieser Verschiebung ist die zwischen zwei benachbarten Schichten auftretende elastische Spannung. Gerade so kann man sich denken wird dadurch, daſs in dem Teilchen des Dielektricums die Elektricität aus ihrer Gleichgewichtslage durch die elektromotorische Kraft verschoben wird, ein Spannungszustand erregt, indem an jeder Stelle die Elektricität soweit verschoben wird, bis das Bestreben derselben, in die Gleichgewichtslage zurückzukehren, der elektromotorischen Kraft gleich ist. Maxwell nennt deshalb auch das Verhältnis der elektromotorischen Kraft zu der eintretenden Verschiebung den elektrischen Elasticitätskoefficienten, wie das Verhältnis des an einem Stabe vom Querschnitt eins angebrachten Zuges zu der Verlängerung der Elasticitätskoefficient der Mechanik ist.

Die Gröſse der Verschiebung können wir für einen speciellen Fall leicht angeben. Wir denken uns eine Kugel vom Radius eins mit der Elektricitätsmenge e belegt. Die Kugel befinde sich in einem Medium, dessen Dielektricitätskonstante D ist. Befindet sich im Abstande r von der Kugel die Einheit der Elektricität, so ist nach dem von uns im §. 49 bewiesenen Helmholtzschen Satze die auf diese in der Richtung des Radius wirkende, also die elektromotorische Kraft gleich

$$\frac{1}{D}\frac{e}{r^2}.$$

Da die elektrische Verschiebung dieser elektromotorischen Kraft proportional ist, so können wir, wenn C eine Konstante bedeutet, die durch die Flächeneinheit stattfindende Verschiebung setzen

$$s = C \cdot \frac{1}{D}\frac{e}{r^2}.$$

Die Verschiebung E durch die Oberfläche der ganzen Kugel vom Radius r ist somit

Digitized by Google

$$E = 4\pi r^2 C \frac{1}{D} \frac{e}{r^2} = 4\pi \frac{C}{D} \cdot e;$$

die gesamte verschobene Elektricität ist also unabhängig von dem Radius der Kugel, es geht durch alle konzentrische Kugelschalen genau die gleiche Menge.

Um die Konstante C zu bestimmen, suchen wir das Verhältnis der Elektricitätsmengen e und E. Wir gelangen dahin, indem wir die Zunahme der elektrischen Energie bestimmen, wenn auf der Kugel vom Radius eins die Elektricitätsmenge um δe wächst. Diese ist nach §. 9 und §. 39, wenn die Potentialfunktion auf der Kugel gleich V ist, gegeben durch $V\delta e$. Nach Maxwell besteht nun diese Vermehrung der Energie überhaupt nur darin, daſs durch die von der elektromotorischen Kraft bewirkte elektrische Verschiebung der Spannungszustand in dem Dielektricum vermehrt wird, indem die Elektricitätsmenge δE im Dielektricum verschoben und infolgedessen die elektrische Elasticität geweckt wird. Läſst die elektromotorische Kraft nach, so geht die Elektricität zurück, die Spannung wird in lebendige Kraft verwandelt, welche in der Regel als Erwärmung des Dielektricums hervortritt. Ist in zwei konzentrischen Kugeln auf der innern die Potentialfunktion V_1, auf der äuſsern die Potentialfunktion V_2, so ist nach §. 9 die durch Verschiebung der Elektricitätsmenge δE geleistete Arbeit, also gewonnene Energie gleich $(V_1 - V_2)\,\delta E$. Die Vermehrung der Ladung der Kugel um δe bedeutet nach Maxwell nichts anders als die Zunahme der Polarisation des Dielektricums, beziehungsweise Zunahme der verschobenen Elektricitätsmenge um δE. Was nach unserer Auffassung die Ladung eines Konduktors ist, das ist nämlich nach Maxwells Auffassung nichts anders als die durch Polarisation bedingte Ladung der an dem Konduktor anliegenden Fläche des Dielektricums. Nach der Faraday-Maxwellschen Auffassung ist die Herstellung eines elektrischen Zustandes nichts anders als die durch eine elektromotorische Kraft bewirkte Polarisation des Dielektricums. Wird also im Innern eines Dielektricums ein Teil durch eine geschlossene Fläche abgetrennt, so geht durch diese Fläche eine Verschiebung nach auſsen vor sich, wenn innerhalb derselben eine elektromotorische Kraft wirkt (wenn also etwa im Innern eine nach unserer Auffassung geladene Kugel wäre). Es muſs demnach jedes Element der gedachten geschlossenen Fläche eine Ladung besitzen, deren Gröſse durch die durch dies Flächenelement in die Teile des Dielektricums, deren Oberflächen die gedachte Grenzfläche bilden, verschobene Elektricität gemessen wird.

Die Ladung ist positiv auf jener Seite der kleinsten Teilchen des Dielektricums, durch welche die Elektricität in dieselben eintritt, negativ auf jener, durch welche die Elektriciät aus denselben austritt. In einem aus zwei horizontalen Platten, welche durch ein Dielektricum getrennt sind, bestehenden Kondensator, dessen obere Platte nach unserer Auffassung positiv geladen ist, wird nach dieser Auffassung im Dielektricum eine Verschiebung der Elektricität gegen die untere Platte hin eintreten. Denken wir uns eine unendlich dünne, den Platten parallele Schicht des Dielektricums, so tritt durch die obere Fläche Elektricität in diese Schicht ein, durch die untere aus, die obere Fläche ist somit nach Maxwell positiv, die untere negativ elektrisch.

Digitized by Google

Befindet sich diese unendlich dünne Schicht zwischen den Platten ganz im Innern des Dielektricums, so hebt sich die Ladung der oberen Grenzfläche durch die untere Grenzfläche der unmittelbar darüber befindlichen Schicht, welche negativ ist, auf; die Ladung der untern Grenzfläche durch diejenige der obern Grenzfläche der darunter befindlichen Schicht, und so durch das ganze Dielektricum. Liegt dagegen eine solche Grenzfläche an einem Leiter, welcher nicht in den polarisierten Zustand versetzt werden kann, so wird in dieser Grenzfläche die Flächenladung nicht mehr neutralisiert, sondern sie bringt die scheinbare Ladung des Konduktors hervor.

Was wir also die Ladung des Leiters nennen, ist nach Maxwell das Zutagetreten der nicht neutralisierten Polarisation einer Grenzschicht des Dielektricums. Die Polarisation existiert zwar in dem ganzen Medium, aber ihre Wirkungen werden in dem Innern des Dielektricums durch die entgegengesetzte Ladung benachbarter Teile aufgehoben und treten nur da hervor, wo eben eine solche Neutralisierung nicht stattfinden kann, weil ein Leiter die Stetigkeit des Mediums unterbricht.

Hiernach ist also das, was wir Energie der Ladung nennen, nichts anderes als die im Dielektricum, das unsere Kugel umgiebt, durch die Verschiebung der Elektricitätsmenge δE bewirkte Energie. Befindet sich unsere Kugel in einem unendlich ausgedehnten Medium, so tritt die Verschiebung an der Oberfläche der Kugel selbst ein, wo das Potential $V_1 = V$ ist, und durch jede mit der Kugel konzentrische Kugelfläche tritt dieselbe Elektricitätsmenge δE bis zu der Kugel mit unendlich grofsem Radius, wo die Potentialfunktion $V_2 = 0$ ist. Die Verschiebung geschieht also von einem Orte, wo $V_1 = V$ bis zu einem Orte, wo $V_2 = 0$, somit ist die in Energie umgesetzte Arbeit $V \delta E$. Dieselbe ist gleich der Energievermehrung der Ladung, oder es ist

$$V \delta e = V \delta E,$$

somit ist auch

$$\delta e = \delta E; \qquad E = e.$$

Die Ladung ist somit der Verschiebung E einfach gleich. Demnach ist

$$4\pi \frac{C}{D} = 1; \qquad C = \frac{1}{4\pi} D.$$

Setzen wir demnach an einem Punkte des Raumes die elektromotorische Kraft, welche wir vorher in der Auffassung, dafs sie von der leitenden Kugel ausging, gleich $\frac{1}{D} \frac{e}{r^2}$ setzten, jetzt gleich R, so ist die durch die Einheit der Fläche der durch den Punkt gehenden Niveaufläche parallel der Richtung der Kraft stattfindende Verschiebung

$$\varepsilon = \frac{1}{4\pi} DR.$$

Man erkennt sofort, dafs dieser Ausdruck unabhängig davon ist, ob die elektromotorische Kraft, wie wir annahmen, von einer Kugel ausgeht, dafs er ebenso gilt für eine beliebige Form der Niveauflächen.

Durch eine besondere Betrachtung zeigt Maxwell, dafs der von ihm angenommene Zwangszustand infolge der Verschiebung in Flüssigkeiten

Digitized by Google

bestehen kann, ohne die Gleichgewichtsbedingungen derselben zu ändern; wir verweisen deshalb auf das Werk von Maxwell[1]).

Der Spannungszustand in dem Dielektricum, also die Ladung eines Leiters nach unserer Auffassung bleibt nur konstant, wenn das Medium vollständig isoliert. Ist das nicht der Fall, so läfst der Zwangszustand stetig nach, der Zwang erlahmt und der in demselben aufgespeicherte Arbeitsvorrat geht in Molekularbewegung, in Wärme über. Wenn wir also die Abnahme der Potentialfunktion auf einer konstant geladenen Platte eines Kondensators der wachsenden Influenz im Dielektricum durch die Leitung desselben zuschrieben, ist sie nach Maxwell der Abnahme des Zwanges der Abnahme der Polarisation zuzuschreiben.

Es genüge, soweit die Maxwellschen Anschauungen dargelegt zu haben, eine Erklärung, wie dieser Zwangszustand durch molekulare Kräfte zustande kommt, was also eigentlich der elektrische Zustand sei, giebt er nicht; er sagt, es sei ihm nicht gelungen, diese Erklärung zu finden. Ebendeshalb behält er auch insoweit die Sprache der früheren Auffassung bei, als wenn die Elektricität ein Fluidum sei, das verschoben werden könne, und das insoweit die Eigenschaften einer nicht zusammendrückbaren Flüssigkeit hat.

Die Maxwellsche Auffassung führt zu denselben Resultaten wie unsere Auffassung, und mufs es thun, da in dem einen wie in dem andern Falle die Potentialfunktion und das Potential es ist, welche zur Bestimmung der elektrischen Kräfte und der durch dieselben geleisteten Arbeiten benutzt werden. Wir werden deshalb unsere bisherige Auffassung beibehalten und eine elektrische Fernewirkung annehmen, es ganz unbestimmt lassend, wodurch dieselbe zustande kommt. Bis jetzt noch können wir die elektrischen Erscheinungen hiermit in einfacherer Weise beschreiben.

§. 53.

Die Elektrisiermaschine. Auf der im §. 44 besprochenen Wirkung der Spitzen beruht die Einrichtung eines der wichtigsten elektrischen Apparate, der Elektrisiermaschine, welche bei den meisten elektrischen Versuchen als Elektricitätsquelle dient.

Als Elektrisiermaschine bezeichnen wir mit Riess[2]) einen Apparat, welcher auf einem Leiter Elektricität ansammelt dadurch, dafs ein in der Nähe desselben geriebener Isolator von dem Leiter die Influenzelektricität der ersten Art fortschafft. Mechanische Vorrichtungen also, welche nur auf einem Isolator durch Reibung Elektricität erregen, welche sich also im wesentlichen nicht von der einfachsten Elektricitätsquelle, einem in der Hand gehaltenen Isolator, welcher mit Wolle, Seide oder Pelz gerieben wird, unterscheiden, rechnen wir nicht dazu.

Die erste wirkliche Elektrisiermaschine scheint, obwohl man schon lange mechanische Vorrichtungen zum Reiben eines Isolators hergestellt hatte, um die Mitte des vorigen Jahrhunderts von Wilson konstruiert zu sein[3]). Seitdem hat dieselbe, ohne in ihren wesentlichen Bestandteilen

1) *Maxwell* a. a. O. Artikel 110.

2) *Riess*, Reibungselektricität. Bd. I, §. 272.

3) Man sehe *Gehlers* physikal. Wörterbuch, neue Bearbeitung, Artikel Elektricität, „Geschichte der Elektrisiermaschine“.

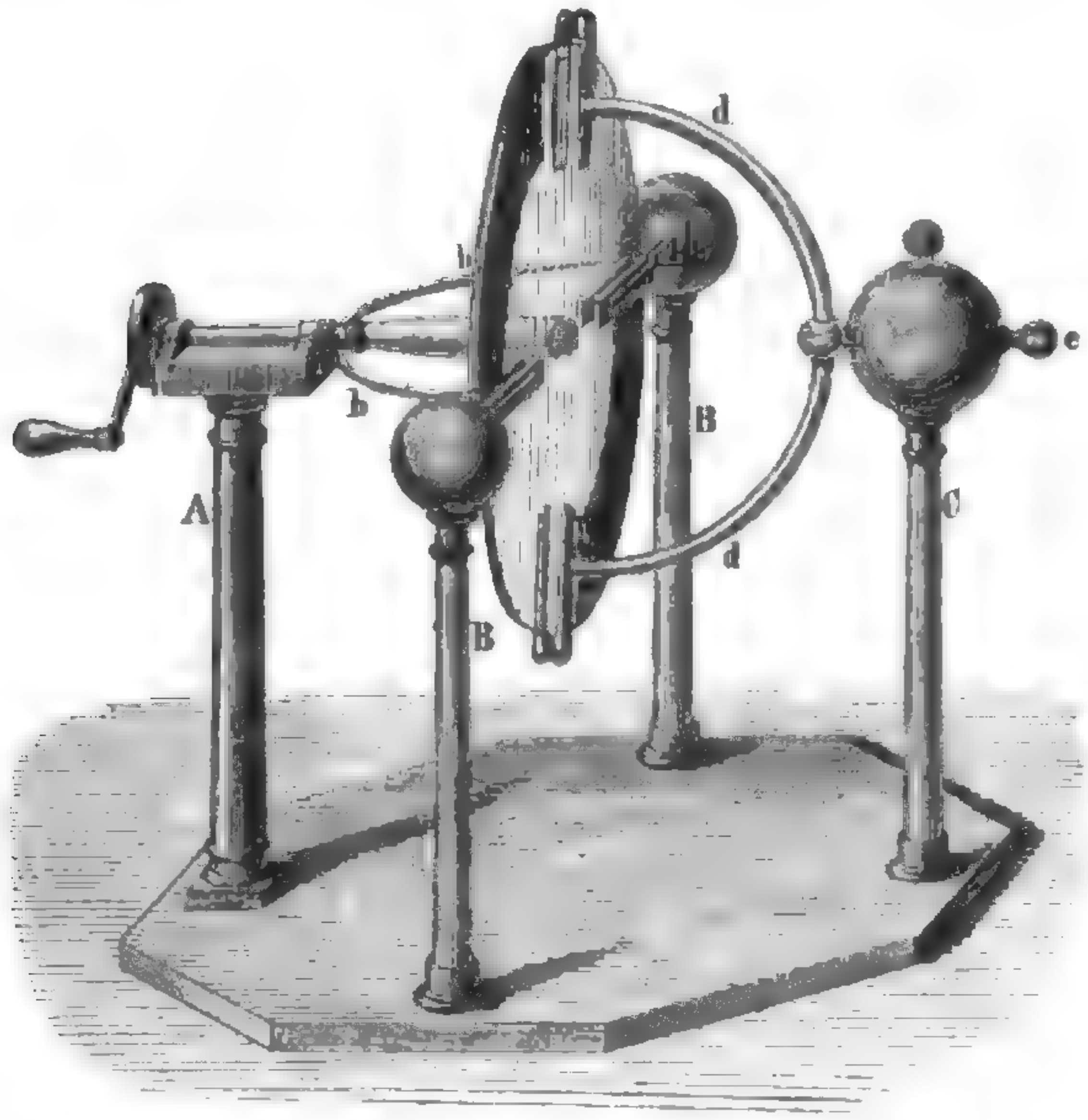
Digitized by Google

geändert zu sein, eine ganze Reihe von Veränderungen und Verbesserungen erfahren, und noch jetzt hat wohl jeder Verfertiger etwas Eigentümliches. Im wesentlichen ist die jetzige Form der Elektrisiermaschinen jene, welche ihr van Marum gegeben hat. Wir wollen deshalb der Beschreibung eine van Marumsche Maschine zu Grunde legen.

Die wesentlichen Teile einer Elektrisiermaschine sind erstens der geriebene Isolator, zweitens das Reibzeug und drittens der Konduktor, welchem die Influenzelektricität der ersten Art entzogen und der dadurch mit solcher der zweiten Art geladen wird.

Als geriebenen Isolator wendet man jetzt meistens Scheiben oder Cylinder von Glas an. An der Fig. 75 abgebildeten Maschine ist die Scheibe

Fig. 75.



in ihrer Mitte an dem Ende einer Axe befestigt. Diese Axe wird von einem nicht isolierenden Fufse A von Holz getragen. Die Axe besteht in ihrer der Scheibe nächsten Hälfte aus wohl gedörrtem und ebenso gut wie Glas isolierendem Holze; die andere Hälfte ist aus Stahl und ruht in der langen, auf dem Fufse A befindlichen Pfanne. An dem andern Ende der Axe befindet sich eine Kurbel, mit welcher man die Scheibe dreht. Zwischen der Pfanne und der Kurbel ist an der Axe ein Bleigewicht befestigt, welches dazu dient, der Scheibe das Gleichgewicht zu halten. Die beiden Säulen BB tragen jede ein Reibzeug. Die Säulen sind aus Glas etwa 0,6 m hoch und 8—9 cm dick. Sie stehen in Holzfüfsen, welche auf derselben Bodenplatte befestigt sind, wie die übrigen Tragsäulen A und C. Die Glassäulen tragen oben Holzfassungen und auf diesen hohle Kugeln von Messing. An diese Kugeln sind gabelförmige Federn von Messing angeschraubt, welche die Glasscheibe zwischen ihren Zinken haben. Die

Digitized by Google

Federn sind nahe an der Kugel von einem Stift durchbohrt, welcher an seinen Enden Schraubengewinde hat, so dafs durch aufgeschraubte Kugeln die Federn einander genähert werden können.

Jede der Federn trägt zwei Reibkissen, so dafs die Glasscheibe auf beiden Seiten und auf jeder Seite von zwei Reibkissen gerieben wird. Das Reibkissen besteht aus einer Holzleiste, auf deren einer Seite mehrere Tuchstreifen über einander gelegt sind. Die Tuchstreifen sind mit einem weichen Leder bedeckt, welches sie ganz vollständig umgiebt und welches an dem Holz selbst befestigt ist.

Auf der anderen Seite trägt die Holzleiste einen Metallstreifen, an welchem ein Metallstift senkrecht zur Ebene der Leiste befestigt ist. Dieser Stift hat an seinem Ende eine Schraube; durch ihn wird das Reibkissen befestigt, indem er in einen Schlitz der Feder eingeschoben wird. Durch eine aufgeschraubte Kugel wird dann das Reibkissen an die Feder geklemmt.

Als das beste Reibzeug hat sich für Glas das Kienmaiersche Amalgam, ein Zink-Zinn-Amalgam bewährt; dasselbe liefert die meiste und der Art nach immer dieselbe, auf dem Glase positive Elektricität. Man bestreicht daher das Leder des Reibzeuges mit diesem Amalgam, indem man das Leder ein wenig einfettet, mit dem pulverförmigen Amalgam bestreut und dann vor dem Einsetzen die Kissen mit den zugewandten Reibflächen ein wenig an einander reibt. Als Fett wendet man am besten, nach einer Mitteilung von Quincke, welche ich sehr bewährt gefunden habe, ein wenig Knochenöl an.

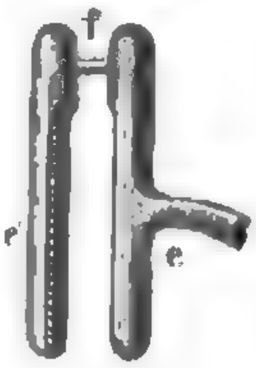
Die Reibzeuge werden schliefslich durch Anziehen der Federn gegen die Glasscheibe gedrückt, so dafs sich die Scheibe mit einiger, aber nicht zu starker Reibung zwischen ihnen bewegt. Die Reibzeuge müssen mit der Erde in leitende Verbindung gesetzt werden. Denn wie wir bereits §. 30 erwähnten, werden bei der Reibung immer beide Elektricitäten erzeugt, die Scheibe wird bei der Reibung positiv elektrisch, und das Reibzeug erhält ebensoviel negative Elektricität. Würde nun das Reibzeug nicht von dieser Elektricität befreit, so würde bald ein Zeitpunkt eintreten, wo die Scheibe durch Reibung nicht ferner mehr erregt würde, nämlich dann, wenn die Elektricität auf dem Reibzeuge so dicht geworden wäre, dafs die Anziehungkraft derselben und der auf der Scheibe erregten positiven Elektricität so stark wäre, dafs sich eine ebensolche Elektricitätsmenge wieder vereinigte, als in derselben Zeit durch Reibung getrennt würde. Entzieht man aber dem Reibzeuge sofort die auf ihm erregte Elektricität, so bleibt es immer wirksam. Zu diesem Zwecke dient der Metallbogen *b*, welcher an der stählernen Axe der Scheibe drehbar befestigt ist, indem er die Axe röhrenförmig umgiebt. Die Enden des Bogens an den Reibzeugen tragen messingene hohle Halbcylinder, welche dicht an den Federn der Reibzeuge anliegen, die hohle Seite mit ihren Schärfen den Federn zugekehrt. Um die Ableitung ganz vollkommen zu machen, wird noch von dem Zapfenlager *A* eine Metallkette auf den Boden herabgehängt.

Die Säule *C* trägt als Konduktor eine Kugel von hohlem Messingblech von etwa 20 c Durchmesser. Dieselbe ist horizontal durchbohrt und trägt in dieser Durchbohrung eine Messingröhre, auf deren eines Ende eine Schraube eingeschnitten ist, welche die Kugel *c* trägt; an dem andern

Digitized by Google

Ende der Röhre ist der Messingbogen *d* befestigt, dessen Enden fast um den Durchmesser der Scheibe auseinanderstehen und die Einsauger tragen. Der Bogen ist mit der Röhre drehbar und kann in jeder Lage durch Anziehen der Kugel *c* festgestellt werden. Soll er als Einsauger dienen, so wird er, wie die Figur zeigt, vertikal gestellt. Die an den Enden des Bogens befestigten Einsauger bestehen (Fig. 76) aus hohlen messingenen Cylindern *ee'*, welche zum gröfsten Teil zur Hälfte aufgeschnitten sind, so weit, wie die Scheibe zwischen sie hineinreicht. Die scharfen Kanten der durchschnittenen Cylindermäntel sind der geriebenen Scheibe zugekehrt, und überdies sind in den Cylindern, in einer der Cylinderaxe parallelen Linie eine Anzahl feiner Spitzen befestigt, welche genau bis in die Ebene der Schnittflächen reichen. Der Cylinder *e'* kann abgenommen werden, er ist mit einer hohlen Röhre *f* einfach in eine Durchbohrung des Cylinders *e* eingeschoben.

Fig. 76.



Es hat sich für die Wirkung der Maschine vorteilhaft gezeigt, wenn man den Raum zwischen dem Reibzeug und den Einsaugern mit einem isolierenden Stoffe bedeckt: man befestigt deshalb an den Reibzeugen Stücke von Wachstaft, welche, wie Fig. 75 zeigt, mit ihren über die Scheibe hervorragenden Rändern zusammengenäht sind und teils durch ihre Steifigkeit, teils auf dem Rande der Scheibe ruhend dieselbe auf beiden Seiten bis zu den Einsaugern bedecken.

Das Spiel der Maschine ist offenbar folgendes: An der Stelle der Scheibe, welche das Reibzeug passiert, wird auf derselben positive Elektricität durch die Reibung erregt. Die Elektricität bleibt dort, bis diese Stelle den Einsaugern gegenübersteht; dieselbe erregt in dem Konduktor Elektricität durch Influenz, die Kugel, als der entfernteste Teil, wird positiv, die Einsauger werden negativ elektrisch; da die Einsauger mit scharfen Kanten und Spitzen versehen sind, so strömt dort die negative Elektricität aus und neutralisiert die auf der Scheibe vorhandene positive Elektricität und zwar auf beiden Seiten, da die Einsauger beiden Seiten der Scheibe gegenüberstehen. Die so unelektrisch gewordene Stelle bewegt sich zum folgenden Reibzeuge und wird dort wieder wie vorher elektrisiert.

Auf diese Weise wird der Konduktor nach einiger Zeit geladen, und zwar mit Influenzelektricität zweiter Art, also der Elektricität, welche mit der auf dem Glase vorhandenen gleichnamig ist. Würde die Elektricität gar nicht von dem Konduktor entfernt, so würde die Wirksamkeit der Maschine nach einiger Zeit aufhören. Ist nämlich die Dichtigkeit der positiven Elektricität auf demselben so grofs geworden, dafs die geringste Vermehrung derselben ein Ausströmen der positiven Elektricität aus den Spitzen zur Folge haben würde, wenn den Spitzen die Scheibe unelektrisch gegenüberstände, so kann die Elektricität der Scheibe in den Spitzen die Dichtigkeit der Influenzelektricität der ersten Art nicht mehr so erhöhen, dafs ein Ausströmen derselben eintritt. Wenn dann aber von dem Konduktor durch Zerstreuung in die Luft Elektricität fortgenommen wird, so wird bei fortgesetzter Drehung der Scheibe diese stets wieder ersetzt, bis die Dichtigkeit der Elektricität auf dem Konduktor der oben angegebenen gleich geworden ist. Bei fortgesetzter Drehung der Scheibe

Digitized by Google

ist also der Konduktor der Elektrisiermaschine eine stetige Quelle von positiver Elektricität.

Man kann aber den Konduktor auch zu einer stetigen Quelle von negativer Elektricität machen, indem man die beiden metallischen Bogen *b* und *d* verstellt. Stellt man den Bogen *b* vertikal, so nimmt derselbe, als mit der Erde in leitender Verbindung stehender Einsauger, von der der Kurbel zugewandten Scheibenseite die Elektricität fort; zieht man von dem Bogen *d* die Hälften *e'* der Einsauger ab und stellt ihn horizontal, so dafs die Einsauger *e* die Federn der Reibkissen berühren, so tritt die negative Elektricität der Reibkissen auf den Konduktor über. Wie man sieht, ist das Princip der Wirkung jetzt ein ganz anderes wie vorher, indem jetzt einfach von dem geriebenen leitenden Reibzeug die Elektricität auf den Konduktor abgeleitet wird; es wird also jetzt gewissermafsen ein Teil des Konduktors gerieben. Da in diesem Falle der geriebene Teil des Konduktors fest an der Glasscheibe anliegt, somit auch mit nichtelektrisiertem Glase in Berührung kommt, so ist die negative Elektricität auf dem Konduktor nie in so grofser Menge zu erhalten als die positive.

Die Wirksamkeit der Maschine, d. h. die dem Konduktor mitgeteilte Elektricitätsmenge, hängt von der Güte und der Isolation der einzelnen Teile ab.

Die Glasscheibe mufs von möglichst isolierendem Glase sein; frische Scheiben sind gemeiniglich viel schlechter als solche, welche schon längere Zeit gebraucht sind, da die frische Glasoberfläche viel hygroskopischer ist als die abgeriebene. Wenn durch längeren Gebrauch Amalgamteile auf dem Glase sich festgesetzt haben, so mufs die Scheibe mit Schwefeläther und Alkohol rein abgewaschen und getrocknet werden. Da alles Glas hygroskopisch ist, so ist die Wirksamkeit der Maschine bei feuchtem Wetter meist geringer als bei trocknem; Abreiben mit warmen Tüchern und Bestreichen mit etwas Knochenöl verstärkt die Wirksamkeit auch bei dem feuchtesten Wetter sehr bedeutend.

Damit die Scheibe vollkommen isoliert sei, mufs die Axe, auf welche sie aufgesetzt ist, möglichst gut isolieren; man überzieht deshalb die Oberfläche derselben mit dem gut isolierenden Bernsteinfirnis.

Ebenso mufs der Konduktor natürlich möglichst isoliert sein, deshalb wird auch die ihn tragende Glassäule mit Bernsteinfirnis überzogen und durch häufiges Abreiben mit warmen Tüchern dafür gesorgt, dass die Oberfläche derselben möglichst trocken ist.

Die Form des Konduktors ist nur insofern von Einflufs, als man dadurch an einzelnen Stellen eine gröfsere Dichtigkeit hervorbringen kann. Stellt man an die Kugel einen Cylinder von bedeutend kleinerem Durchmesser, der von Halbkugeln geschlossen ist, so ist auf dem von der Kugel entferntesten Ende des Cylinders die Elektricität am dichtesten.

Man wird aufser der beschriebenen manche anders geformte Elektrisiermaschinen finden, indes ist eine wesentliche Abweichung an denselben nicht vorhanden, weshalb es überflüssig sein wird darauf einzugehen.

Nur einer Elektrisiermaschine müssen wir noch erwähnen, da deren Einrichtung und Wirkung eine wesentlich andere ist, der Armstrongschen Dampfelektrisiermaschine.

Im Jahre 1840 machte ein Maschinenwärter zu Seghill in Nordengland

Digitized by Google

die Beobachtung, dafs sich elektrische Erscheinungen zeigten, als er durch seinen Körper den aus dem Sicherheitsventile einer Lokomotive strömenden Dampf mit dem Metalle der Maschine und insbesondere mit dem Sicherheitsventile selbst in leitende Verbindung brachte.

Die Thatsache wurde unmittelbar darauf von Armstrong und Pattinson[1]) bestätigt, welche zugleich den Nachweis lieferten, dafs der ausströmende Dampf positiv, die Maschine selbst aber negativ elektrisch wurde, indem sie den Dampf auf ein Spitzensystem strömen liefsen, welches mit einem isolierten Konduktor in Verbindung stand, und die Maschine selbst auf isolierende Unterlagen stellten. In letzterem Falle zeigte sich die Maschine nur dann elektrisch, wenn Dampf ausströmte, nicht aber, wenn alle Ventile geschlossen waren, so dafs kein Dampf ausströmte.

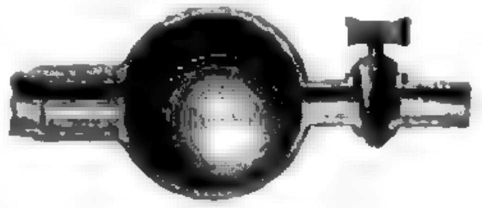
Anfänglich glaubte man, dafs der Akt der Verdampfung selbst die Elektricität errege, indem bei Verwandlung des Wassers in Dampf der Dampf positiv und das zurückbleibende Wasser negativ elektrisch werde. Dafs der Kessel nicht elektrisch werde, wenn der Dampf nicht ausströmt, glaubte man darin begründet, dafs der Kessel sowohl das negative Wasser, als auch den positiven Dampf umschlösse. Man glaubte also darin einen neuen Beweis für die schon früher vermutete Elektricitätserregung beim Verdampfen zu erkennen[2]).

Dafs dem nicht so sei, wurde indes bald durch einen Versuch von Armstrong bewiesen[3]). Er isolierte die Öffnung, aus welcher der Dampf ausströmte, von dem Kessel und fand, dafs dann nur die Ausflufsöffnung, nicht der Kessel positiv elektrisch wurde. Daraus zog er den Schlufs, dafs die Reibung des Dampfes die Quelle der Elektricität sei.

Indes auch diese Erklärung reichte nicht aus, da man häufig bei kräftig ausströmendem Dampfe kaum eine Spur von Elektricität wahrnahm. Faraday endlich wies die wirkliche Ursache dieser Entwicklung nach[4]); er zeigte, dafs der Dampf nur elektrisch wurde, wenn er feucht war, wenn er also Wasserteilchen mit sich fortrifs, und wenn dieser feuchte Dampf sich an der Ausflufsöffnung rieb.

Um diesen Nachweis zu liefern, befestigte Faraday an einem kleinen Dampfkessel eine Ausflufsröhre, welche sich in eine Kugel erweiterte (Fig. 77), an welche dann verschiedene Ausflufsöffnungen angeschraubt werden konnten. War an die Kugel eine enge Holzröhre angeschraubt, so zeigte der unter 1,4 Atmosph. Druck ausströmende Dampf anfänglich eine geringe Elektricität, welche aber verschwand, als die Kugel heifs geworden war, und überhaupt gar nicht auftrat, wenn die Röhre mit der Kugel vorher so weit erhitzt war, dafs kein Dampf sich kondensierte. Wenn die Kugel dagegen abgekühlt erhalten wurde, oder wenn in die Kugel

Fig. 77.



1) *Armstrong*, Philosophical Magazin. Vol. XVII, XVIII. III. Sér. 1840. Poggend. Ann. Bd. LII. *Pattinson*, Philosoph. Magazin. Vol. XVII. 1840.

2) Frühere Versuche über Elektricitätserregung beim Verdampfen siehe Poggend. Ann. Bd. XI, die Versuche von *Pouillet*. *Riess*, Reibungselektricität. Bd. II. §. 946 ff.

3) *Armstrong*, Philosophical Magazin. vol. XX. 1841.

4) *Faraday*, Experimental researches. Ser. XVIII. Poggend. Ann. Bd. LX.

Digitized by Google

Wasser gethan wurde, so dafs der ausströmende Dampf feucht wurde, also Wasserteilchen enthielt, dann zeigte er sich nach dem Austritt kräftig positiv und der auf isolierende Unterlagen gestellte Dampfkessel kräftig negativ elektrisch.

Damit auf diese Weise Elektricität erregt wird, darf das dem Dampfe beigemengte Wasser keine Substanzen gelöst enthalten, welche es besser leitend machen. Das Wasser in der Kugel mufste destilliert sein, am besten aus der Kondensation des Dampfes selbst entstanden. Wurde Brunnenwasser hineingegossen, oder wurde in dem kondensierten Wasser etwas Salz, Glaubersalz, Kochsalz, oder etwas Schwefelsäure oder Borsäure gelöst, so hörte die Elektricitätsentwicklung auf. Der Grund dieser Erscheinung ist nach Faraday der, dafs die elektrisierten leitenden Tröpfchen bei fernerer Berührung mit dem Metalle an dasselbe sofort die Elektricität abgeben.

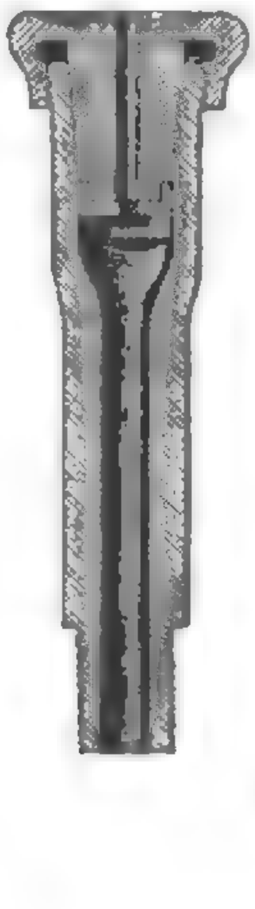
Isolierende Substanzen hatten diesen Einflufs nicht, sie hatten dagegen den Erfolg, dafs die erregten Elektricitäten sich umkehrten. Als in die Kugel auf das Wasser Terpentinöl gebracht war, wurde der Dampf negativ und der Kessel positiv; dasselbe war der Fall als Speck, Wallrath, Bienenwachs, Olivenöl, Ricinusöl in die Kugel gebracht waren. Die Umkehrung der Elektrisierung dauerte so lange, als von diesen Stoffen in der Kugel war.

Da man annehmen darf, dafs bei der Reibung der mit diesen Stoffen bedeckten Tröpfchen an den Wänden der Ausflufsöffnung dieselben mit diesen Stoffen überzogen werden, so folgt, dafs die Elektricitätsart der geriebenen Wassertröpfchen abhängig ist von der Substanz, an welcher das Wasser gerieben wird.

Bei Anwendung reinen Wassers ist auch die Substanz der Ausflufsöffnung auf die erregte Elektricität von Einflufs; zwar bewirkten alle von Faraday angewandten festen Körper, dafs der Dampf positiv elektrisch wurde, aber die Menge der erregten Elektricität war sehr verschieden. Am kräftigsten wurde sie erregt, als ein mit destilliertem Wasser getränktes Buxbaumröhrchen angewandt wurde, sie war fast unmerklich, als eine Ausflufsröhre von Elfenbein oder ein Federkiel angewandt wurde.

Fig. 78.

Fig. 79.



Auch die Form der Ausflufsöffnung ist von Einflufs auf die Stärke der erregten Elektricität; sehr wirksam fand Faraday die Form Fig. 78, Armstrong die Form Fig. 79, welche er bei seiner Hydroelektrisiermaschine anwandte. Faraday brachte vor der Öffnung (Fig. 78) einen Kegel an, mit der Spitze gegen die Öffnung gewandt, so dafs der Dampf auf dem ganzen Mantel des Kegels sich rieb.

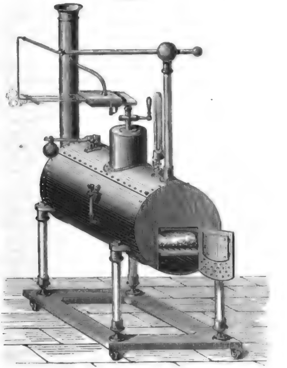
Armstrong verschlofs die Ausflufsröhre fast ganz mit einer Holzplatte, gegen welche der Dampf zuerst stiefs, und um welche er dann herumströmte. Wie man sieht, ist in beiden Fällen die sehr verstärkte Reibung die Ursache der stärkern Wirkung.

Bei der Armstrongschen Maschine sind die Erfahrungen von Faraday zur Erzielung

Digitized by Google

einer kräftigen Wirkung benutzt worden. Dieselbe besteht (Fig. 80) aus einem auf Glasfüfsen stehenden Dampfkessel, der in seinem Innern geheizt wird. Auf einem Dome, der in der Mitte der obern Seite angebracht ist, befindet sich das Ausflufsrohr. Der Dampf strömt zuerst in ein Reservoir, welches einen Teil des Dampfes verdichtet und so die Stelle der Kugel an Faradays Ausflufsrohr vertritt. An diesem Reservoir sind seitlich mehrere Ausflufsöffnungen von der Einrichtung Fig. 79 angesetzt.

Fig. 80.



Den Dampf läfst man in einiger Entfernung auf ein Spitzensystem fliefsen, welches entweder mit der Erde oder mit einem von der Maschine isolierten Konduktor in leitender Verbindung steht. Man kann so die positive Elektricität des Dampfes oder die negative der Maschine zu den Versuchen benutzen.

Die Maschine der royal polytechnic institution in London, welche 46 Ausflufsöffnungen für den Dampf hat, ist wohl die wirksamste Elektrisiermaschine, welche es überhaupt giebt.

Ebenso wie feuchter Dampf giebt auch feuchte Luft und, wie Jolly gezeigt hat, gasförmige mit flüssiger gemengte Kohlensäure beim Aus-

Digitized by Google

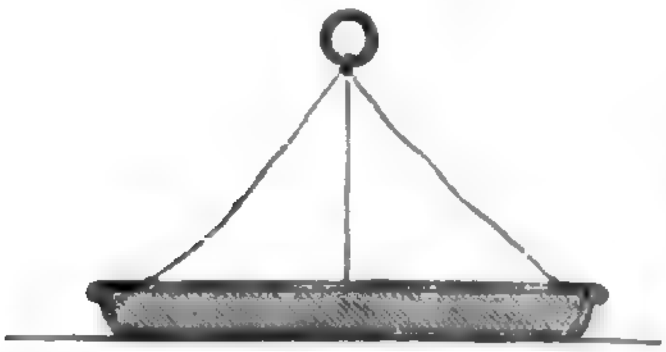
strömen aus der Nattererschen Flasche durch Reibung aus der Ausströmungsöffnung Elektricität.

§. 54.

Der Elektrophor. Ein ebenfalls zur Elektricitätserregung dienender Apparat, dessen Wirksamkeit wie diejenige der Elektrisiermaschine auf der Influenz beruht, ist der zuerst von Volta[1]) konstruierte Elektrophor, dessen Princip jedoch schon viel früher von Wilcke erkannt war. Bei dem Elektrophor wird durch einen erregten Isolator ein in der Nähe befindlicher Leiter durch Influenz elektrisch; von diesem wird die Influenzelektricität der zweiten Art entfernt, indem man ihn einen Augenblick mit dem Erdboden in leitende Verbindung setzt, und dann die Influenzelektricität der ersten Art benutzt.

Die Form, welche schon Volta dem Apparate gab und welche er noch jetzt im wesentlichen hat, zeigt Fig. 81; eine Metallschale mit einem etwa 1 cm hohen Rande wird mit Harz ausgegossen und beim Abkühlen dafür gesorgt, dafs die Oberfläche des Kuchens gut geglättet und ganz ohne Blasen ist. Auf diesem Kuchen liegt eine Metallscheibe, welche an einer isolierenden Handhabe oder an isolierenden Schnüren abgehoben werden kann.

Fig. 81.



Der Harzkuchen wird durch Peitschen mit einem Fuchsschwanze elektrisch gemacht. Wird der Deckel auf ihn gelegt, so wird derselbe durch Influenz elektrisch; die mit der des Harzkuchens ungleichnamige Elektricität wird auf die untere Seite des Deckels gezogen, die gleichnamige negative auf die obere Seite hin abgestofsen. Wird vor dem Abheben der Deckel einen Augenblick mit der Erde in leitende Verbindung gesetzt, so bleibt nur die positive Elektricität auf ihm zurück, welche benutzt werden kann.

Dafs in der That dieses die Wirkungsweise des Elektrophors ist, davon kann man sich dadurch überzeugen, dafs man als Schild zwei Metallplatten nimmt, welche durch isolierende Schnüre mit einander verknüpft sind, und welche man zugleich einander und der Ebene des Kuchens parallel abheben kann, so dafs nach dem Abheben dieselben wenige Centimeter von einander hängen. Man findet nach dem Abheben stets die obere Scheibe negativ, die untere positiv.

Interessant ist nach den Untersuchungen von Riess[2]) der elektrische Zustand des Elektrophors bei seiner Wirkung, aus welchem sich zugleich die eigentümliche Fähigkeit des mit seinem Deckel bedeckten Elektrophors erklärt, seine Elektricität Monate lang zu bewahren.

Zur Untersuchung dieses Zustandes setzt man den Elektrophor auf eine isolierende Unterlage und berührt die einzelnen Teile mit einer Prüfungsscheibe.

---

1) Man sehe *Riess*, Reibungselektricität. Bd. 1, §. 296.
2) *Riess*, Reibungselektricität. Bd. I, §. 298 ff.

Digitized by Google

Wird die obere Fläche des Harzkuchens elektrisiert, so wird die Form sofort negativ, leitet man die negative Elektricität ab, so bleibt die Form unelektrisch. Diese negative Elektricität der Form ist in derselben nicht direkt durch Influenz erregt, sondern ist von der untern Seite des Kuchens in die Form übergegangen. Denn stellt man den Kuchen für sich isoliert auf, so findet man auch die Hinterfläche desselben negativ elektrisch, woraus folgt, dafs durch die Influenz der Oberfläche in dem Kuchen zwei elektrische Schichten entstehen, eine im Innern des Kuchens, welche positive (Influenzelektricität der ersten Art), und eine an der untern Seite des Kuchens, welche negative Elektricität besitzt und auf die Form übergeht, wenn der Kuchen in die Form gelegt wird. Dadurch tritt zugleich die positiv elektrische Schicht an die Hinterfläche des Kuchens, wie man sich durch Umkehr desselben und Untersuchung der hinteren Fläche überzeugen kann.

Hat man die in die Form übergegangene negative Elektricität der Form abgeleitet, so bleibt dieselbe unelektrisch, weil die Influenzwirkungen der vorderen negativen und der hinteren durch Influenz von der vorderen erregten positiven Schicht an der Grenze der letzteren sich gerade aufheben.

Wird nun der Schild aufgesetzt, so bleibt zunächst der elektrische Zustand des Elektrophors ungeändert, da auf dem Schilde die beiden elektrischen Schichten zu nahe bei einander sind, als dafs sie nach aufsen wirksam sein könnten. Wird aber von dem Schilde die negative Elektricität abgeleitet, so wird die Form durch die beiden positiv elektrischen Schichten, des Schildes und die untere des Kuchens, stärker influenziert als durch die eine obere negative Schicht des Kuchens. Die dem Kuchen zugewandte Seite der Form wird daher negativ, während die positive Influenzelektricität der zweiten Art sich frei über die Form verbreitet und abgeleitet werden kann. Wird der Schild abgehoben, so wird die Form wieder negativ, so dafs die negative Elektricität abgeleitet werden kann.

Die vorhin erwähnte Eigenschaft des Elektrophors, seine Elektricität Monate lang zu bewahren, wenn er mit dem Schilde bedeckt und die Form mit dem Erdboden in leitender Verbindung ist, ergiebt sich aus diesem elektrischen Zustande des Elektrophors folgendermafsen.

Zunächst ziehen sich die obere und untere Schicht, welche entgegengesetzt elektrisch sind, an, und verhindern durch diese Anziehung, dafs die Elektricitäten sich so rasch in die Luft zerstreuen können, wie sie sonst thun würden. Das wird noch mehr dadurch bewirkt, dafs die obere negativ elektrische Schicht von der positiv elektrischen Schicht des Schildes, die untere positive Schicht von der negativen der Form bedeckt ist. Denn durch diese Bedeckung wird einmal überhaupt die Berührung mit der Luft vermindert, dann aber auch die Luft, welche die Schichten des Harzkuchens berührt, verhindert sich zu laden, da die Luft von den Elektricitäten des Schildes und der Form gerade entgegengesetzt durch Influenz erregt wird, als durch Berührung mit dem Kuchen. Es wird sich deshalb zwischen Schild und Kuchen einerseits, Form und Kuchen andererseits eine stagnierende Luftschicht bilden, welche die Zerstreuung der Elektricitäten verhindert.

Dieser von Riess gegebenen Theorie des Elektrophors hat vor kurzem

Bezold eine andere gegenübergestellt[1]), welche die Influenz des Kuchens leugnet oder wenigstens als für das Verhalten des Elektrophors nicht von Einfluſs ansieht. Bezold nimmt nicht, wie Riess, in der Masse des Kuchens verschiedene elektrische Schichten an, sondern nur die auf der Oberfläche des Kuchens direkt durch Reibung erzeugte; die an der untern Fläche des Kuchens sowie an der Form beobachteten elektrischen Erscheinungen erklärt er als Influenzerscheinungen, herrührend von der Elektricität auf der Oberfläche des Kuchens.

Zunächst macht Bezold darauf aufmerksam, daſs die Berührung mit der Prüfungsscheibe bei Isolatoren keine zuverlässigen Resultate geben könne, wenn sich in der Nähe der zu prüfenden Stelle noch anderweitig Elektricität befindet. Die Prüfungsscheibe nimmt nämlich nicht nur von der berührten Stelle des Isolators Elektricität fort, sondern wird auch als ein leitender Körper von den nahen elektrischen Schichten influenziert. So ist es kein Beweis, daſs die Rückseite eines isoliert aufgestellten auf der vordern Seite geriebenen Kuchens negativ elektrisch ist, wenn die Prüfungsscheibe negative Elektricität anzeigt, sondern diese negative Elektricität muſs die Prüfungsscheibe auch dann zeigen, wenn die Rückseite ganz unelektrisch ist, einfach, weil die auf der Vorderseite des Kuchens vorhandene Elektricität die Prüfungsscheibe influenziert, und die positive Elektricität der Scheibe, als Influenzelektricität der ersten Art, auf die berührten Stellen der Rückseite übertritt.

Bezold wandte deshalb zur Untersuchung des elektrischen Verhaltens des Elektrophorkuchens ein anderes Mittel an, nämlich ein Gemisch zweier Pulver, deren eines positiv elektrisch, deren anderes negativ ist. Ein solches Gemisch erhält man in feingepulvertem Schwefel und Mennige. Siebt man ein solches Gemisch durch Musselin, so wird der Schwefel negativ, die Mennige positiv elektrisch. Wenn man deshalb aus einer mit Musselin überbundenen Streubüchse ein solches Gemisch auf eine Fläche siebt, so wird die Mennige an negativ elektrischen Stellen, der Schwefel an positiven festgehalten, oder strenger ausgedrückt, an Stellen wo Schwefel haftet, wird negative, an Stellen wo Mennige haftet, wird positive Elektricität gegen die Fläche gezogen. Aus dem Haften dieser Pulver kann deshalb auch noch nicht mit Sicherheit auf den elektrischen Zustand der Fläche geschlossen werden, denn ähnlich wie Eisenfeile an einer unter einem Magnetpole gehaltenen Glastafel haften, haftet Mennige auch an einer nicht selbst elektrischen Fläche, wenn über derselben sich eine negative elektrische Schicht befindet. Die Art und Weise, wie das Pulver auf einer Fläche verteilt ist, läſst dann aber mit ziemlicher Sicherheit die Art der Elektrisierung erkennen. Eine geriebene Fläche zeigt nach dem Bestäuben Streifen, welche die Richtung des Reibens angeben. Ist die Elektricität in Form von Funken auf die isolierende Fläche gebracht, so ordnet sich der Staub zu den nach ihrem Entdecker Lichtenberg als Lichtenbergsche bezeichneten Figuren, welche, wenn die Elektricität positiv ist, aus einer groſsen Zahl von Strahlen bestehen, welche, wie bei einem Stern, von dem Punkte ausgehen, an dem der Funke die Fläche getroffen hat. Ist die Elektricität negativ, so wird

1) *von Bezold*, Sitzungsberichte der Münchener Akademie 1870, Sitzung vom 2. Juni; und 1871, Sitzung vom 7. Januar.

Digitized by Google

die Figur ein strahlenloser geschlossener Kreis, dessen Durchmesser sehr viel kleiner ist als jener der positiven Figur. Auf diese Figuren werden wir noch an einer andern Stelle kurz eingehen. Ist die Elektricität aus Spitzen auf die Fläche übergeströmt, so zeigt der Staub nur mehr oder weniger ausgedehnte Flecke, welche bei negativer Elektricität rot, bei positiver gelb sind, ohne Unterschied der Zeichnung. Ist dagegen die bestäubte Fläche nicht selbst elektrisch, sondern wird das elektrische Pulver nur durch die Wirkung einer über demselben vorhandenen elektrischen Schicht an der Fläche festgehalten, so findet sich immer ein gröfseres Flächenstück gleichmäfsig mit dem betreffenden Pulver bedeckt.

Man kann diese verschiedenen Anordnungsweisen der Pulver schön sichtbar machen, wenn man einen Funken auf eine Ebonitplatte überspringen läfst. Ist die Platte isoliert aufserhalb des Wirkungskreises von Spitzen aufgelegt, und läfst man auf die obere Seite einen positiven Funken springen, so erhält man dort einen gelben Stern. Auf der untern Fläche erhält man einen gelben Fleck, dessen Gröfse derjenigen des Sternes fast gleich ist. In dem Falle wird das negativ elektrische Pulver nur durch die auf der andern Seite vorhandene positive Elektricität festgehalten.

Befand sich in der Nähe der untern Fläche bei dem Überspringen des Funkens eine Spitze, so zeigt sich auf der Fläche ein verwaschener roter Fleck, weil aus der Spitze negative Elektricität auf die Fläche geströmt ist. Lag dagegen die Platte, als der Funke auf sie übersprang, auf einer leitenden Metallplatte, so zeigt beim Bestäuben die untere Fläche die negative Lichtenbergsche Figur, die viel kleiner ist als die obere positive Figur, weil jetzt von der untern leitenden Platte ein negativer Funke auf die untere Fläche übergesprungen ist.

Die Ansicht nun, welche Bezold über den elektrischen Zustand und die Wirkungsweise des Elektrophors ausspricht und mit Hilfe des Pulvergemisches nachzuweisen sucht, ist einfach die, dafs am Elektrophor durch das Reiben nur die geriebene Fläche elektrisch wird, dafs im Innern des Kuchens eine merkliche Influenzierung nicht stattfindet, und dafs die an der Form und hintern Fläche des Kuchens beobachteten elektrischen Erscheinungen Folge sind der von der obern Fläche aus in der leitenden Form stattfindenden Verteilung, und der von der obern Fläche ausgehenden Fernewirkung.

Der scheinbar negativ elektrische Zustand der Rückseite des isolierten Kuchens ist in der schon oben gegebenen Erklärung nur die Folge der Fernewirkung der auf der obern Fläche durch Reibung entstandenen elektrischen Schicht. Deshalb ist auch die negative Elektricität der Form, die abgeleitet werden kann, nicht von der Rückseite des Kuchens auf die Form übergegangen, dieselbe ist vielmehr Influenzelektricität in der Form erregt durch die Elektricität des Kuchens. Die positive Elektricität auf der Rückseite des Kuchens, wenn man den Kuchen in der Form umkehrt, ist die Influenzelektricität der ersten Art, welche von der Form zu dem Kuchen hinübergegangen ist.

Gerade für das Letztere liefern die Versuche mit dem Pulver den überzeugendsten Beweis. Hat man den Kuchen in der abgeleiteten Form stark gerieben, kehrt ihn dann um, so dafs er jetzt mit der geriebenen Seite in der Form liegt, so findet man nach dem Bestäuben der Rückseite

Digitized by Google

dieselbe ganz mit gelben Sternen, der positiven Figur, übersäet, welche zum Teil noch einen roten centralen Fleck besitzen. Hebt man den Kuchen aus der Form und legt ihn auf isolierende Stützen, so fliegt der Schwefel von den Stellen, an denen er vorher haftete, fort; bestäubt man neu mit dem Gemische, so wird nur die Mennige angezogen, die Stellen, welche vorher mit Schwefel bedeckt waren, bleiben aber frei. Das Auftreten der positiv elektrischen Figuren auf der Rückseite, wenn der Kuchen sich umgekehrt in der Form befindet, beweist, dafs die Elektricität in einzelnen Funken aus der Form auf die Rückseite des Kuchens übergegangen ist, und das Fortfliegen des Schwefels von den Stellen, an denen er vorher haftete, beim Herausnehmen des Kuchens aus der Form beweist die Fortdauer der Fernewirkung der primär erregten obern Fläche des Kuchens. Die positive Elektricität der Rückseite kann eben nur dann zur Wirkung kommen, wenn die durch das Reiben erregte negative Elektricität der vordern Seite in ihrer Wirkung durch die in der Form hervortretende positive Influenzelektricität der ersten Art neutralisiert wird. Deshalb giebt sich ihr Vorhandensein bei isolierten Kuchen auch nur dadurch zu erkennen, dafs an den Stellen, an welchen sich die positive Elektricität befindet, die rote Mennige nicht haftet.

Die Versuche von Bezold sind indes nicht geeignet, die Theorie des Elektrophors von Riess zu erschüttern, sondern nur in einem Punkte zu korrigieren. Nach den mitgeteilten Erfahrungen über die Influenz der Isolatoren kann es nicht in Zweifel gezogen werden, dafs der Kuchen des Elektrophors in der That so influenziert wird, wie es Riess annimmt. Denn die durch die Reibung der obern Fläche des Kuchens mitgeteilte Elektricität mufs auf die Masse des Kuchens verteilend wirken, gerade so wie wenn wir die obere Fläche des Kuchens mit einer leitenden elektrisierten Scheibe bedecken. Es mufs deshalb entsprechend den Versuchen von Riess und auch von Bezold die untere Fläche des Kuchens, wenn er isoliert aufgestellt ist, negativ elektrisch sein, und die auf der Rückseite sich zeigenden Wirkungen der negativen Elektricität sind nicht lediglich der Fernewirkung der auf der obern Fläche durch Reibung erregten Elektricität zuzuschreiben[1]).

Dagegen ergiebt sich aus den Versuchen von Bezold, dafs die positive Elektricität, welche die Rückseite des Kuchens in der abgeleiteten Form erhält, die in der Form erregte Influenzelektricität der ersten Art ist, welche durch die Influenz sämtlicher Schichten im Elektrophor erregt wird, und dafs die in der Form abgeleitete Elektricität die entsprechende Influenzelektricität der zweiten Art ist. Nur so ist es in der That verständlich, dafs die Rückseite des Kuchens in der abgeleiteten Form positiv wird, da gar kein Grund abzusehen ist, wie denn nach der Annahme von Riess die im Kuchen durch Influenz erregte positive Schicht an die Rückfläche treten könnte. Wie man sieht, wird indes die weitere Theorie von Riess dadurch nicht berührt, denn ob die positive Elektricität der Rückfläche die im Kuchen vorhandene Influenzelektricität der ersten Art oder von der Form auf sie übergegangen ist, das ist für die weiter betrachteten In-

1) In einer neuern Arbeit (Wiedem. Ann. Bd. XXIII) hat Bezold selbst jetzt auch seine Theorie in dem Sinne modifiziert.

Digitized by Google

fluenzen gleichgültig, jedenfalls ist die Influenz, welche von der im Kuchen vorhandenen Influenzelektricität der ersten Art und der mit ihr gleichnamigen der Rückfläche bedingt wird, derjenigen entgegengesetzt, welche von der auf der Oberfläche des Kuchens durch Reibung erzeugten bewirkt wird, und das ist die Grundlage der Theorie von Riess.

§. 55.

Die Influenzmaschinen. Zu der Elektrisiermaschine und dem Elektrophor, welche lange Zeit die einzigen Quellen gröfserer Elektricitätsmengen waren, sind in der letzten Zeit die fast gleichzeitig von Töpler[1]) und Holtz[2]) konstruierten, auf dem Princip des Elektrophor basierten Influenzmaschinen, oder wie Riess sie nennt, Elektrophormaschinen hinzugekommen, welche eine viel gröfsere Menge Elektricität zu liefern imstande sind als die bisher besprochenen Apparate. Wir begnügen uns damit, von den mancherlei Formen, welche die Apparate erhalten haben[3]), die einfache Holtzsche Maschine zu beschreiben, da wesentlich diese es ist, welche eine grofse Verbreitung bekommen hat, und die Theorie aller übrigen wesentlich mit derjenigen der Holtzschen Maschine übereinstimmt.

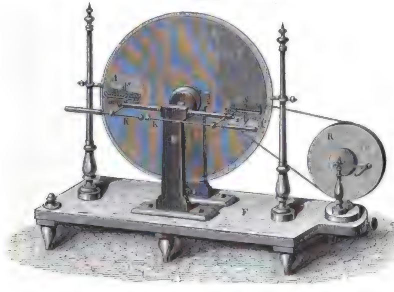
Die Holtzsche Maschine Fig. 82 besteht aus einer festen Glasscheibe und einer derselben parallelen sehr nahe stehenden, welche in rasche Rotation versetzt werden kann, deren Durchmesser etwa 2 cm kleiner ist, als der der festen Scheibe. Die Scheiben sind, um sie möglichst gut isolierend zu machen, mit Schellackfirnifs versehen. Die feste Scheibe hat drei Durchbohrungen resp. Ausschnitte, die erste in der Mitte, um die Axe der rotierenden Scheibe durchzulassen, die andern in der Nähe des Randes. Die letztern sind, wie es die Figur zeigt, so verteilt, dafs der obere Rand des einen Ausschnittes A' etwas unter, der untere Rand des andern A etwas über dem horizontalen Durchmesser der festen Scheibe sich befinden. Der obere Rand des ersten, der untere des zweiten Ausschnittes ist mit einer Papierbelegung überklebt, S, S', welche auf beiden Seiten der Scheibe bis einige Centimeter von dem Rande der Ausschnitte sich erstreckt. Von den Rändern ragen ein oder zwei steife, oben zugespitzte und gegen die rotierende Scheibe gebogene Papierstreifen, s, s', bis in die Mitte des Ausschnittes, gut ist es, wenn diese Papierspitzen mit Stanniol beklebt sind[4]). Gegenüber den Papierbelegungen, von ihnen getrennt durch die rotierende Scheibe, befinden sich Saugkämme von Messing, horizontale Messingröhren, deren Länge jener der Papierbelegungen gleich ist, und welche mit einer Anzahl feiner, gegen die rotierende Scheibe gerichteter Spitzen versehen sind. Diese Saugkämme sind an cylindrischen Messingstangen befestigt, welche durch das isolierende Querstück aus

1) *Töpler*, Poggend. Ann. Bd. CXXV. Bd. CXXVII.
2) *Holtz*, Poggend. Ann. Bd. CXXVI. CXXVII. CXXX. CXXXVI.
3) Über die verschiedenen Formen der Influenzmaschinen sehe man die Berliner Berichte über die Fortschritte der Physik seit 1865 und *Carls* Repertorium für physikalische Technik von demselben Zeitpunkte an, ebenso besonders eine Reihe interessanter Abhandlungen von Poggendorff in den Monatsberichten der Berliner Akademie und Poggendorffs Annalen seit 1867.
4) Man sehe *Carl* in Carls Repertorium Bd. IV.

Digitized by Google

Hartgummi, das von dem einen Träger *H* der Axe der rotierenden Scheibe getragen wird, hindurchgehen und vorn in Kugeln endigen. Durch diese Kugeln gehen senkrecht gegen die Stangen zwei verschiebbare, vorn in

Fig. 82.



kleinen Kugeln, *K*, *K'*, endigende Messingstäbe von solcher Länge, dafs die Kugeln zur Berührung gebracht werden können. An den andern Enden sind diese Stäbe mit isolierenden Handhaben versehen.

Um die drehbare Scheibe in rasche Rotation zu versetzen, ist auf der Axe eine kleine Rolle befestigt, welche durch einen Schnurlauf, der um eine gröfsere auf dem Fufse des Apparates aufgestellte Rolle geführt ist, gedreht wird. Die Bewegung der Scheibe erfolgt von den Spitzen zu den Papierbelegen hin.

Um die Maschine in Thätigkeit zu bringen, schiebt man die mit den Saugkämmen in leitender Verbindung stehenden Messingstäbe so weit zusammen, dafs sich die kleinen Kugeln berühren, so dafs also die beiden Saugkämme in metallischer Verbindung sind. Man versieht den einen der Papierbelege, während die bewegliche Scheibe rasch rotiert, mit Elektricität, indem man in ihre Nähe einen elektrisierten Körper, etwa einen geriebenen Streifen von Hartgummi oder eine geriebene Porzellanröhre hält. Wenn man dann nach kurzer Zeit die an den Saugkämmen befestigten Messingstäbe auseinanderzieht, so geht die Elektricität zwischen den beiden Kugeln in einem fast kontinuierlichen Strome über. Die Entfernung, bis zu welcher man die Kugeln von einander entfernen kann, hängt ab von den Dimensionen der Scheiben und dem Zustande der Maschinen. Bei einem Durchmesser der Scheiben von etwa 50 cm kann man, wenn

Digitized by Google

die Oberfläche der rotierenden Scheibe gut isoliert, die Kugeln bis etwa 30 cm von einander entfernen. Überschreitet man diese Grenze, so hört die Wirkung der Maschine plötzlich auf; um sie wieder in Gang zu versetzen, mufs man sie neu erregen. Zuweilen gelingt es indes, die Maschine schon dadurch wieder wirksam zu machen, dafs man die beiden Messingstäbe rasch bis zur Berührung der Kugeln wieder zusammenschiebt. Dann ist aber oft der elektrische Zustand der Maschine der entgegengesetzte von vorher, das heifst jene Kugel, welche vorher positive Elektricität lieferte, liefert jetzt negative und umgekehrt.

Die Wirkungsweise der Maschine läfst sich einfach als eine Wirkung der Influenz von seiten der Papierbelege und der rotierenden Scheibe auf die mit den Spitzen versehenen Leiter des Apparates auffassen[1]). Nehmen wir an, dem einen Papierbeleg, er möge als *a* bezeichnet werden, sei eine gewisse Menge positiver Elektricität mitgeteilt. Dieselbe wird in dem ihr gegenüberstehenden Leiter durch Influenz die Spitzen negativ elektrisch machen, während die positive Elektricität abgestofsen wird und sich bis in die Spitzen, welche dem Papierbeleg *b* gegenüberstehen, begiebt. Da in den Spitzen die Dichtigkeit der Elektricität immer sehr grofs ist, so wird gegenüber *a* die negative Elektricität auf die bewegliche Scheibe strömen, und gerade gegenüber *a* die Scheibe isoliert eine grofse Dichtigkeit haben. Die dort angesammelte negative Elektricität influenziert dann rückwärts wieder den Papierbeleg, so dafs dessen positive Elektricität verstärkt wird, während die negative Elektricität aus der Papierspitze auf die dem Beleg zugewandte Seite der beweglichen Scheibe ausströmt.

Auf der anderen Seite tritt gleichzeitig eine Elektrisierung des halbleitenden Papierbelegs *b* durch Influenz von den ihm gegenüberstehenden Spitzen ein. Diese Spitzen sind, wie wir sahen, positiv elektrisch, und wegen der grofsen Dichtigkeit in den Spitzen strömt diese positive Elektricität auf die den Spitzen gerade gegenüber befindliche Stelle der beweglichen Scheibe. Diese positive Elektricität influenziert den Papierbeleg so, dafs er selbst negativ wird, während die positive Elektricität aus der Papierspitze auf die dem Belege zugewandte Seite der beweglichen Scheibe strömt.

Alle diese Influenzen werden wesentlich verstärkt durch die Influenz in der beweglichen Glasscheibe einmal von dem Papierbeleg her und dann durch die von Riess sogenannte Doppelinfluenz, welche nach ihm immer dann eintritt, wenn ein Isolator sich in solcher Nähe eines Leiters befindet, dafs bei der Influenzierung beider aus dem Leiter die Influenzelektricität der einen Art auf den Isolator strömt. Die Influenz in dem Isolator durch diese ihm mitgeteilte Elektricität, welche gerade so erfolgen mufs, wie bei dem Kuchen des Elektrophors durch die auf der obern Fläche durch Reibung erzeugte elektrische Schicht, ist dann das, was den ganzen Vorgang zur Doppelinfluenz macht. Bei der Influenzmaschine influenziert darnach der elektrische Papierbeleg die bewegliche Scheibe und den Saugkamm; auf die dem Beleg zugewandte Seite der Scheibe tritt deshalb zunächst durch einfache Influenz ungleichnamige Elektricität und gleichzeitig

1) *Riess*, Poggend. Ann. Bd CXXI. Über Doppelinfluenz und die Theorie der Elektrophormaschinen. Ferner Poggend. Ann. Bd. CLIII.

Digitized by Google

strömt aus den Spitzen des metallischen Saugkammes diese selbe Elektricität auf die andere Scheibe. Diese Elektricität influenziert die Scheibe, wie es bei dem Elektrophor besprochen wurde, und bewirkt, daſs die dem Beleg zugewandte Seite der Scheibe ebendieselbe Elektricität erhält, wie die den Spitzen zugewandte. Die dem Beleg zugewandte Seite der beweglichen Scheibe erhält also nicht nur aus der Papierspitze, sondern auch durch Influenz die mit dem Beleg ungleichnamige Elektricität, und ebenso erhält die dem Saugkamme zugewandte Fläche Elektricität nicht nur infolge der Influenz des Papierbelegs auf die Spitzen, sondern auch durch Rückinfluenz der in der Scheibe erregten Influenzelektricität auf die Spitzen. Beide Flächen der beweglichen Glasscheibe erhalten also durch die Influenz auf das Glas mehr Elektricität, als sie ohne diese Influenz erhalten würden.

Daſs diese Influenz auf das Glas der beweglichen Scheibe in der That von merklichem Einfluſs ist, folgt unmittelbar aus den Erfahrungen über die dielektrische Polarisation.

Bei *a* wird also die bewegliche Scheibe auf beiden Seiten negativ, bei *b* auf beiden Seiten positiv. Wird die bewegliche Scheibe in Rotation versetzt, so daſs sie von *a* nach oben, von *b* nach unten sich bewegt, und wobei wir voraussetzen, daſs der Sinn der Rotation von der Spitze gegen den Papierbeleg hin gerichtet ist, so wiederholt sich der Vorgang bei der ersten halben Rotation an allen die Spitzen passierenden Stellen der Scheibe, so daſs nach dieser halben Rotation auf der obern Scheibe ein Halbring, dessen Breite gleich ist der Länge des Saugkammes, auf beiden Seiten negativ, auf der untern Hälfte ein Halbring von der gleichen Breite auf beiden Seiten positiv elektrisch ist. Bei weiterer Bewegung der Scheibe wird zuerst die Papierspitze von *a* von dem untern positiven Halbringe, die Papierspitze von *b* von dem obern negativen Halbringe getroffen, und der Erfolg ist eine Verstärkung der Ladungen durch die Saugwirkung der Spitzen auf beiden Papierbelegungen und einmal hierdurch, dann aber auch weil die rotierende Scheibe jetzt vor die Spitzen mit der in den Spitzen vorhandenen entgegengesetzten Elektricität hintritt, eine verstärkte Influenz auf den mit den Spitzen verbundenen Leiter. Die Folge dieser verstärkten Influenz ist wieder eine Verstärkung der Ladung auf den Belegen und besonders auf der rotierenden Scheibe, die dann rückwärts die Spitzen immer stärker influenziert, so daſs nach kurzer Zeit die mit den Spitzen verbundenen Messingstäbe auseinandergezogen werden können, ohne das Spiel der Maschine zu unterbrechen. Die Dichtigkeit der positiven Elektricität an dem Ende des *a* gegenüberstehenden, die Dichtigkeit der negativen an dem Ende des andern Messingstabes ist so groſs, daſs die Elektricitäten aus dem einen Stabe in den andern hinüberströmen, auch wenn die Kugeln durch eine Luftschicht von beträchtlicher Dicke getrennt sind.

Daſs in der That der elektrische Zustand der Maschine der hier geschilderte ist, davon kann man sich durch elektroskopische Untersuchung der rotierenden Scheibe leicht überzeugen. Aus diesem Zustande ergiebt sich auch sofort, weshalb die Wirksamkeit der Maschine aufhört, sobald man die Messingstäbe so weit von einander entfernt, daſs die Elektricität nicht mehr von der einen zur andern Kugel übergehen kann. Es tritt dann nämlich sofort ein Ausströmen der vorher abgestoſsenen Elektricität

Digitized by Google

auf die vorübergehenden Teile der rotierenden Scheibe ein, so dafs also bei *a* die vorher negative Oberfläche jetzt positiv elektrisch wird. Diese positive Elektricität influenziert gleichzeitig den Papierbeleg *a*, so dafs die auf demselben vorhandene positive Elektricität durch die Spitze ausströmt, und so den Beleg neutralisiert. Ähnlich ist der Vorgang bei dem Belege *b*. Ist die Dichtigkeit auf den Leitern sehr grofs, so erkennt man, dafs unter günstigen Umständen auch ein Umelektrisieren der Belege eintreten kann, so dafs, wenn die Messingstäbe nach Aufhören des Übergehens der Elektricitäten sofort zusammengeschoben werden, das Spiel der Maschine das entgegengesetzte wird.

Die Theorie erklärt weiter sofort, weshalb die Wirkung der Maschine wesentlich von der Isolationsfähigkeit der Scheiben und besonders der rotierenden Scheibe abhängt, da die Wirkung gerade darauf beruht, dafs auf einer und derselben Scheibe in nicht weit entfernten Stellen entgegengesetzte Elektricitäten von grofser Dichte vorhanden sind. Ebenso ist es natürlich notwendig, dafs die Saugkämme und die mit ihnen verbundenen Leiter sorgfältig von der Erde isoliert sind, da sonst die Influenzelektricitäten der zweiten Art von diesen Leitern sofort in die Erde abfliefsen.

Aufser in der schon vorhin angeführten Weise tritt bei der Influenzmaschine die Influenz auf Nichtleiter noch in einer andern in Wirksamkeit, um die Wirkung der Maschine auf ihre ganze Höhe zu bringen und auf derselben zu erhalten. Denn durch die Influenz der beiden Hälften der rotierenden Scheibe wird in der festen Glasscheibe auf der der rotierenden zugewandten Seite eine ungleichnamig elektrische Schicht erregt, welche durch ihre anziehende Wirkung auf die Elektricität der ihr gegenüberliegenden Hälfte der rotierenden Scheibe die Zerstreuung der Elektricität mindert[1]).

Nach der vorgeführten Theorie der Influenzmaschine ist dieselbe im Princip identisch mit dem Elektrophor. Man kann entweder den Papierbeleg als Kuchen und die rotierende Scheibe als den Schild ansehen, von dem die Saugkämme die Influenzelektricität der zweiten Art fortnehmen, oder man kann die rotierende Scheibe als den Kuchen und die Saugkämme als den Schild betrachten; der Unterschied zwischen Elektrophor und Influenzmaschine liegt nur in der Art der Elektrisierung, welche bei der Influenzmaschine in so sinnreicher Weise erfolgt, dafs sie dadurch die ergiebigste Menge der Elektricität wird, und dafs sie die geringste Menge der aufgewandten Arbeit zur Erzeugung einer gewissen Elektricitätsmenge beansprucht.

§. 56.

Der elektrische Ansammlungsapparat. Mit Hilfe der in den letzten Paragraphen beschriebenen die Elektricität erregenden Apparate kann man einen beliebigen Konduktor mit Elektricität laden; die Ladung des Konduktors hat aber eine bestimmte nicht zu überschreitende Grenze, welche nach §. 40 dann eintritt, wenn das Potentialniveau des Konduktors gleich ist dem des die Elektricität erregenden Apparates. Es kann also z. B. bei der Elektrisiermaschine irgend ein beliebiger Leiter durch leitende

1) *Riess*, Poggend. Ann. Bd. CXXXI, S. 231.

Digitized by Google

Verbindung mit dem Konduktor der Maschine so weit geladen werden, dafs das Potentialniveau des Leiters gleich ist dem des Konduktors. Die Grenze der Ladung des letztern ist dadurch bedingt, dafs durch die Scheibe der Elektrisiermaschine keine weitere Influenz auf denselben ausgeübt werden kann, also dadurch, dafs auf dem Konduktor so viel positive Elektricität angesammelt ist, dafs die Dichtigkeit derselben in den Spitzen gleich der Dichtigkeit der auf der Scheibe erregten positiven Elektricität geworden ist.

Diese Ladung kann ferner nur eintreten, wenn auf dem Konduktor durch dieselbe an keiner Stelle die Dichtigkeit erreicht ist, bei welcher die Elektricität auszuströmen beginnt, und sie kann dauernd nur erhalten werden, wenn der durch Zerstreuung in jedem Augenblicke stattfindende Verlust immer durch fortgesetzte Wirkung der Elektricitätsquellen wieder ersetzt wird.

Es läfst sich indes ein auf die Wirkung der Influenz gestützter Apparat konstruieren, welcher eine weit gröfsere Elektricitätsmenge anzusammeln gestattet, der in verschiedenen Formen als Franklinsche Tafel, Leydener Flasche, Kondensator im vorigen Jahrhundert schon konstruiert wurde. Der elektrische Ansammlungsapparat besteht in allen Fällen aus zwei sich gegenüberstehenden, parallelen leitenden Flächen, welche durch einen Isolator von einander getrennt sind. Die eine dieser Flächen ist isoliert und durch eine Leitung mit dem Konduktor verbunden, welcher diese Fläche elektrisiert; diese Fläche führt den Namen Kollektor; die andere Fläche ist mit der Erde in leitender Verbindung, sie ist der Kondensator.

Nach dieser Angabe über die Einrichtung des Ansammlungsapparates ist die Theorie desselben vollständig in unsern Untersuchungen des §. 41 über die Potentialfunktion auf parallelen Leitern und in dem Satze gegeben, dafs auf zwei verbundenen Leitern die Potentialfunktion immer denselben Wert haben mufs. Ist die Potentialfunktion etwa auf dem Konduktor der Elektrisiermaschine V, so kann eine einzeln stehende Platte, deren Kapacität C ist, eine solche Elektricitätsmenge aufnehmen, dafs

$$q = C V$$

ist. Setzen wir der Platte eine zweite gegenüber, so wird die Kapacität der Platte gleich C_1; damit dieselbe jetzt bis zur Potentialfunktion V geladen werde, bedarf sie der Elektricitätsmenge

$$Q = C_1 V.$$

Das Verhältnis der in die Kollektorplatte in den beiden Fällen überströmenden Elektricitäten, wenn dieselbe mit dem zu gleichem Werte der Potentialfunktion geladenen Konduktor in leitende Verbindung gebracht wird, ist demnach

$$\frac{Q}{q} = \frac{C_1}{C},$$

es ist somit gleich dem Verhältnis der Kapacitäten des einzeln stehenden Leiters und desselben, nachdem ihm ein ihm paralleler gegenüber gestellt ist. Man nennt dieses Verhältnis die Verstärkungszahl des Ansammlungsapparates.

Diese Verstärkungszahl hängt nach den Untersuchungen des §. 41

Digitized by Google

wesentlich von der Form und den Dimensionen des Ansammlungsapparates und nach den Untersuchungen der §§. 48 ff. von der Substanz des dielektrischen Zwischenmittels ab. Für gewisse einfache Formen ergeben sich diese Verstärkungszahlen aus unsern frühern Untersuchungen unmittelbar. So fanden wir für eine Kugel

$$C = R;$$

ist dieselbe von einer zur Erde abgeleiteten Schale umgeben, deren innerer Radius gleich R_1 ist, und befindet sich in dem Raume zwischen Kugel und Schale ein Medium, dessen Dielektricitätskonstante D ist, so ist

$$C_1 = D \frac{R R_1}{R_1 - R} = D \frac{R R_1}{\delta},$$

somit ist die Verstärkungszahl

$$\frac{C_1}{C} = D \frac{R_1}{\delta}.$$

Für einen plattenförmigen Kondensator vom Radius R ist die Verstärkungszahl

$$\frac{C_1}{C} = D \frac{R}{2\delta},$$

wenn δ der Abstand der Platten ist.

Man wird indessen in der Praxis die so bestimmten Werte der Verstärkungszahlen kaum jemals erhalten, da die bei den Berechnungen vorausgesetzten Formen schon deshalb sich nicht herstellen lassen, weil an den Apparaten stets Ansätze der verschiedensten Art angebracht sein müssen, um dieselben mit dem Konduktor in Verbindung zu bringen und zu andern Zwecken. Man wird deshalb stets, wenn man die Ladung eines Ansammlungapparates bestimmen will, die Kapacität desselben direkt bestimmen müssen. Methoden der Kapacitätsbestimmung haben wir in den §§. 49 ff. besprochen, wir brauchen daher hier nicht mehr darauf zurückzukommen.

Erwähnt mufs jedoch noch werden, dafs aufser dem oben angeführten direkten Einflufs auf die Kapacität des Ansammlungsapparates ein fester Isolator noch weiter den Einflufs hat, dafs der Ansammlungsapparat seine Ladung länger behält. Denn ist die Zwischenschicht Luft, so findet immer auch von den zugewandten Flächen der Leiter eine Zerstreuung der Elektricität statt, welche vollständig aufhört, wenn die Flächen durch einen festen Isolator getrennt sind. Wie wir bei Besprechung des Thomsonschen Elektrometers §. 45 erwähnten, tritt bei demselben, dessen Gefäfs ein Ansammlungsapparat mit einem aus Glas hergestellten Zwischenraum ist, nur ein sehr geringer Verlust der demselben mitgeteilten Ladung ein.

Ferner aber kann man einen Ansammlungsapparat mit starrem Isolator zu einem höhern Potentialwert laden. Wir erwähnten im Anfange dieses Paragraphen, dafs ein Leiter, und dasselbe gilt für einen Ansammlungsapparat, soweit geladen werden kann, bis die Elektricität aus demselben ausströmt. Aus einer einzeln stehenden Fläche tritt allerdings ein solches Ausströmen nicht ein, wenn ihr indes eine andere mit entgegengesetzter Elektricität geladene Fläche gegenübersteht, so kann ein solches Ausströmen doch in einer bestimmten Form stattfinden. Dieses Aus-

Digitized by Google

strömen, welches mit einer Lichterscheinung in Form eines elektrischen Funkens verbunden ist, findet statt, wenn die Anziehung der gegenübergestellten Elektricitäten dort, wo sich etwa eine kleine Unebenheit, eine kleine Erhöhung in einer der Platten befindet, so stark geworden ist, dafs die Luft ihrer Vereinigung keinen hinreichenden Widerstand mehr entgegensetzt. Eine solche Entladung kann allerdings auch stattfinden, wenn zwischen den leitenden Flächen des Ansammlungsapparates ein starrer Isolator vorhanden ist; indes wegen des bedeutend gröfsern Widerstandes, welchen die starren Isolatoren einer solchen Entladung entgegensetzen, tritt die Entladung bei gleicher Dicke der isolierenden Schicht erst bei einem viel höhern Werte des Potentials, also viel stärkerer Ladung ein. Wo es sich deshalb um Herstellung starker Ladungen handelt, wird man stets Ansammlungsapparate mit starren Isolatoren anwenden.

§. 57.

Der Kondensator. Der elektrische Ansammlungsapparat wird in der Elektricitätslehre besonders zu zwei verschiedenen Zwecken angewandt, als Kondensator und als Ladungsapparat.

Als Kondensator hat ihn zuerst Volta[1]) angewandt; er hat als solcher den Zweck, Elektricitäten von äufserst geringer Dichtigkeit, also von Quellen, welche derselben nur sehr wenig liefern, zu verdichten, so dafs sie noch leicht nachgewiesen oder gemessen werden können.

Legt man eine schwache Elektricitätsquelle an eine einzeln stehende Platte, so geht auf die Platte nur so lange Elektricität über, bis der Potentialwert der Elektricität auf der Scheibe gleich demjenigen auf der Quelle geworden ist. Stellt man der Scheibe eine zweite abgeleitete gegenüber, und wird der Wert der Potentialfunktion auf $\frac{1}{n}$ vermindert, so kann jetzt wieder die *n*fache Menge der Elektricität auf die Scheibe übergehen. Wird dann die Kondensatorscheibe von der Kollektorscheibe entfernt, so verteilt sich auf letzterer die Elektricität wieder wie auf der einzeln stehenden Scheibe und die Dichtigkeit der Elektricität ist in allen Punkten derselben die *n*fache von derjenigen, welche dort stattfand, als die Scheibe für sich geladen wurde. Bringt man die Scheibe an ein Elektroskop, so kann dasselbe häufig diese Menge erkennen lassen, während vorher die einfach geladene Scheibe ganz unelektrisch zu sein schien.

Am gewöhnlichsten ist zu diesem Zwecke der Kondensator gleich mit dem Elektroskope verbunden; er besteht dann einfach aus zwei gleichen Metallscheiben, deren Gröfse meistens von der Gröfse des angewandten Elektroskopes abhängig ist. Die Platten sind auf der einen Seite mit einer möglichst gleichmäfsigen dünnen Firnisschicht überzogen, welche, wenn die Platten auf einander liegen, als Isolator dient. Die eine der Platten ist meistens (Fig. 83) direkt auf den Stift des Elektroskopes selbst aufgeschraubt, mit der Firnifsschicht nach oben hin; die andere, mit einer isolierenden Handhabe versehen und auf der unteren Seite ebenfalls gefirnifst, wird auf die erstere aufgelegt.

---

1) *Volta*, Philosophical Transactions for 1783. Man sehe *Fischer*, Geschichte der Physik. Bd. VIII, S. 379.

Digitized by Google

Man kann sowohl die obere als auch die untere Platte als Kollektorplatte benutzen, mufs sich dann nur, wenn zugleich die Art der erregten Elektricität etwa an einem Säulenelektroskop bestimmt werden soll, daran erinnern, dafs wenn die obere Platte als Kollektorplatte benutzt wird, das Elektroskop die mit der untersuchten ungleichnamige Elektricität enthält.

Fig. 83.

Bei dem Gebrauche eines solchen, und überhaupt eines Elektroskopes mit starrem Isolator ist darauf mit grofser Vorsicht zu achten, dafs der Isolator nicht selbst elektrisch ist. Die geringste Reibung beim Abheben der einen Platte bewirkt, dafs der Firnifs elektrisch wird und dann der Kondensator als Elektrophor wirkt. Man wird deshalb immer gut thun, vor dem Gebrauche des Kondensators die Firnifsschicht schnell durch eine Flamme zu ziehen.

Ein solcher Kondensator, an welchen die zu untersuchenden Elektricitätsquellen einfach angelegt werden, ist nur dazu geeignet, den Nachweis zu liefern, dafs dieselbe Elektricität liefert, nicht aber die von verschiedenen Quellen gelieferten Mengen mit einander zu vergleichen. Denn damit das der Fall ist, müfste die von den verschiedenen Quellen auf den Kondensator überfliefsende Elektricitätsmenge zu der Dichtigkeit der auf der Quelle vorhandenen Elektricität immer in demselben Verhältnisse stehen, oder was dasselbe ist, dem gleichen Werte der Potentialfunktion im Kondensator müfste auch immer die gleiche Elektricitätsmenge entsprechen. Das ist aber nur dann der Fall, wenn durch das Anlegen der Elektricitätsquelle die Form des Kondensators immer in derselben Weise geändert wird, da die Verteilung der Elektricität auf einem Körpersystem durch die Form desselben wesentlich bedingt ist.

Einen zu Messungen geeigneten Kondensator hat Kohlrausch[1]) durch eine Umformung des einfachen Ansammlungsapparates konstruiert; die Form desselben, wie er jetzt von dem Universitätsmechaniker Schubarth zu Gent verfertigt wird, zeigt Fig. 84. Auf eine mit einer Stellschraube in ihrem einem Fufse versehene Bodenplatte *a* sind die Träger der Kondensatorplatten aufgestellt. Dieselben bestehen aus ganz trockenem Holze; der eine *c* ist fest, der andere *b* verschiebbar. Zu dem Ende gleitet der letztere mittels zwei unterhalb angebrachter Gabeln auf einem dreiseitigen, in die Bodenplatte eingelegten Stahlprisma; er steht auf demselben durch sein eigenes Gewicht hinlänglich fest und wird durch zwei seitlich angebrachte Stellschrauben, welche auf Messinglinealen schleifen, vor dem Umkippen geschützt. Ein Gewicht zieht durch eine über eine Rolle geleitete seidene Schnur den Halter *b* nach dem Halter *c* hin, sobald man den

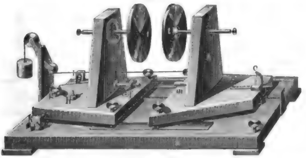
1) *Kohlrausch,* Poggend. Ann. Bd. LXXV u. LXXXVIII.

Digitized by Google

Haken der Feder *d* hebt, während am Griffe *e* die Hand das Gleiten mäfsigt oder die entgegengesetzte Bewegung ausübt.

Die vertikalen Teile der Träger sind oben durchbohrt, und in diese Durchbohrungen sind mit Schellack der Bewegungsrichtung des einen

Fig. 84.



Trägers parallel starke Messingdrähte eingekittet. An den einander zugewandten Enden der Messingdrähte sind kreisförmige Messingscheiben angeschraubt, von etwa 15 cm Durchmesser, welche auf den einander zugewandten Flächen vergoldet sind. Hinter den Scheiben an den Drähten sind Klemmschrauben angebracht; in die Klemmschraube der als Kollektorscheibe benutzten Platte wird der Zuleitungsdraht von der Elektricitätsquelle, in die Klemmschraube der anderen Platte der zur Erde ableitende Draht angeschraubt.

Um die Platten einander vollkommen parallel zu stellen, ist der Halter *c* bei *f* durch Spindel und Mutterschraube so befestigt, dafs er aufser einer drehenden Bewegung auch ein geringes Neigen nach vorn und hinten und nach den Seiten gestattet. Das Drehen wird durch eine gegen den Pfosten *i* sich stemmende starke stählerne Spiralfeder und die entgegengesetzte Stellschraube *k* bewirkt, das Neigen vornüber durch die Stellschraube *g* und eine ihr entgegenwirkende Spiralfeder, welche im Fufsbrett gehalten und durch die Schraubenmutter *h* angezogen wird; das seitliche Neigen durch die beiden Stellschrauben vorn.

Um bei der Ladung des Apparates die beiden Platten immer in den gleichen Abstand zu bringen, ist an dem einen Träger eine kleine Schraube *n* befestigt, deren Ebene um ein Geringes vor der Ebene der Scheibe hervorsteht. An dem anderen Träger ist ein kleiner Pfosten *m* befestigt, dessen Kopf gegen die Schraube *n* stöfst, wenn die Scheiben einander genähert sind. Durch Drehung der Schraube *n* können die Scheiben etwas näher oder weiter von einander gestellt werden.

Sind die Platten einander genähert, so wird der Apparat geladen; dann werden die Platten von einander entfernt, die Kondensatorplatte entladen und die Kollektorplatte auf ihre Elektricität untersucht. Der Abstand der beiden Platten, wenn sie von einander entfernt sind, beträgt ungefähr 0,1 m, er ist so grofs, dafs die Verteilung auf jeder derselben fast genau diejenige ist, als wenn die andere nicht zugegen wäre.

Digitized by Google

Es ergiebt sich aus der Theorie des Ansammlungsapparates, dafs hier, wo die Zuleitung und Ableitung immer dieselbe ist, und wo noch dazu der Zuleitungsdraht eine bedeutende Länge hat, die Verstärkungszahl des Apparates konstant ist, dafs also auf die Kollektorscheibe eine zur Dichtigkeit der Elektricitätsquelle in gleichem Verhältnis stehende Elektricitätsmenge überfliefst. Man kann deshalb den Apparat zur Messung der von schwachen Elektricitätsquellen, welche aber stetig Elektricität erzeugen, gelieferten Elektricitätsmengen benutzen.

§. 58.

Der Ladungsapparat. Während der Kondensator den Zweck hat, auf einem Leiter Elektricität anzusammeln aus einer Quelle, welche nur so geringe elektrische Dichtigkeit besitzt, dafs die auf die alleinstehende Platte übergehende Elektricität gar nicht oder kaum merklich ist, hat die zweite Anwendung des Ansammlungsapparates, der Ladungsapparat, gewissermafsen einen entgegengesetzten Zweck. Er dient dazu, auf einen Leiter mehr Elektricität zu übertragen, als dieser für sich aufnehmen kann, wo es sich darum handelt, mit gröfsern Elektricitätsmengen zu experimentieren. Während also bei dem Kondensator das Maximum der aufgenommenen Elektricität abhängig ist von der Dichtigkeit der Elektricitätsquelle, hängt dasselbe bei dem Ladungsapparate wesentlich ab von der Beschaffenheit des Apparates selbst. Zur Ladung dienen daher in der Regel Elektricitätsquellen, welche hohe Werte der elektrischen Potentialfunktion zu liefern imstande sind, wie Elektrisiermaschinen oder Influenzmaschinen u. s. w.

Dem Zwecke des Ladungsapparates können wir nach §. 56 nur dann entsprechen, wenn wir einen Ansammlungsapparat mit starrem Isolator anwenden, da eine Luftschicht zwischen den beiden Leitern zu leicht von den in beiden angehäuften entgegengesetzten Elektricitäten durchbrochen wird. Dem entsprechend wendet man als Ladungsapparate auch meistens auf ihren beiden Seiten mit leitenden Flächen versehene Gläser an.

Der Ladungsapparat wird meistens in zwei verschiedenen Formen angewandt, als Ladungsflasche oder als Ladungsplatte.

Die Ladungsflasche und an ihr das Princip des Ansammlungsapparates überhaupt wurde zufällig im Jahre 1745 von dem Prälaten von Kleist zu Camin in Pommern entdeckt[1]). Er elektrisierte einen Nagel oder einen starken Messingdraht, welcher in einem Medicinfläschchen stand, in dem sich einige Tropfen Spiritus oder Quecksilber befanden. Das Gläschen wurde in der Hand gehalten. Als er dann den Draht mit der anderen Hand berührte, fühlte er infolge der Entladung einen heftigen Schlag, so stark, dafs Arme oder Schultern davon erschüttert wurden. Trotzdem dafs Kleist der Entdecker des Apparates ist, wird derselbe nicht nach ihm benannt, da er die Bedingungen seiner Wirksamkeit nicht erkannte. Bei dem Kleistschen Versuche bildete das Quecksilber mit dem Drahte den Kollektor, die Hand den Kondensator; Kleist aber glaubte nicht, dafs es wesentlich sei, in das Innere der Flasche eine leitende Substanz zu bringen, oder die Flasche in der Hand zu halten.

1) Man sehe *Fischers* Geschichte der Physik. Bd. V, S. 491 ff.

Digitized by Google

Diese wesentlichen Bedingungen wurden aber sofort von dem holländischen Physiker Musschenbroek erkannt, als zufällig ein gewisser Cuneus zu Leyden dieselbe Beobachtung machte und sie Musschenbroek mitteilte. Musschenbroek wiederholte den Versuch und beschrieb ihn mit allen Einzelnheiten dem französischen Physiker Nollet[1]), welcher ihn dann den Leydener Versuch und den Apparat die Leydener Flasche nannte. Letzteren Namen hat die Ladungsflasche seitdem behalten.

Der Leydener Flasche wurde bald die Form gegeben, welche sie noch jetzt hat. Ein Glascylinder von der Form der gewöhnlichen Einmachgläser Fig. 85, von überall möglichst gleichförmiger Glasdicke wird inwendig und auswendig bis etwa 0,66 oder 0,75 seiner Höhe mit Stanniol belegt, indem man den Stanniol auf seiner einen Seite mit Kleister bestreicht und ihn dann glatt auf das Glas aufdrückt. Das freibleibende Glas wird bis oben hin innen und aufsen mit Siegellackfirnis bestrichen, um die Oberfläche besser isolierend zu machen. Das Glas wird mit einem Deckel aus trocknem Holze versehen. Durch die Mitte des Deckels reicht ein starker Messingdraht in die Flasche hinein, welcher durch die Reibung in der Holzplatte getragen wird. Der Draht steht an beiden Seiten einige Centimeter aus der Platte hervor. Das äufsere Ende des Drahtes trägt eine Kugel, welche zur Aufnahme der Elektricität mit dem Konduktor der Elektrisiermaschine in leitende Verbindung gebracht wird. Von dem innern Ende des Drahtes hängt eine Messingkette herab bis auf den Boden der Flasche, welche die innere Belegung mit dem Drahte in leitende Verbindung bringt.

Fig. 85.

Zur Benutzung der Flasche wird der Knopf derselben, die Kugel des Drahtes, mit dem Konduktor der Elektrisiermaschine verbunden und die äufsere Belegung mit der Erde in leitende Verbindung gesetzt, dadurch, dafs man sie in der Hand hält oder auf eine leitende Unterlage stellt, oder auf andere Weise. Die innere Belegung dient somit als Kollektorplatte, die äufsere als Kondensator. Man bezeichnet deshalb auch bei Ladungsapparaten anderer Form gewöhnlich die Kollektorplatte als innere, den Kondensator als äufsere Belegung.

Die Flasche kann positiv oder negativ geladen sein; diese Bezeichnung bestimmt immer die Art der der innern Belegung zugeführten Elektricität; ist dieselbe positiv, so heifst die Flasche positiv geladen.

Die zweite, aber weit weniger angewandte Form des Ladungsapparates ist die Ladungsplatte oder Franklinsche Tafel. Letztern Namen führt der Apparat, weil Franklin es war, welcher ihm zuerst diese Form gab. Die Franklinsche Tafel besteht aus einer meist viereckigen Platte von Fensterglas, welche auf ihren beiden Seiten bis auf 3 cm etwa vom Rande mit Stanniol beklebt ist. Die von Stanniol freie Fläche des Glases wird, wie bei der Leydener Flasche, mit Siegellackfirnis bedeckt. Um den Apparat

1) Mémoires de l'Acad. de Paris 1746.

Digitized by Google

bequem laden zu können, ist meist an dem Stanniol jeder Seite ein Draht befestigt, welcher bis über den Rand der Platte hervorsteht. Natürlich sind die Drähte möglichst weit von einander entfernt. Die Benutzung der Ladungsplatte ist dieselbe wie diejenige der Leydener Flasche.

Da nach §. 56 die Wirksamkeit eines Ansammlungsapparates mit der Gröfse der Platten zunimmt, nicht allein, weil ein gröfserer Apparat mehr Elektricität aufnehmen kann, sondern weil auch die Verstärkungszahl gröfser wird, so wird man, um starke Ladungen zu erhalten, grofse Flaschen anwenden. Die Gröfse der Flaschen bestimmt sich nach derjenigen der innern Belegung; es giebt Flaschen der verschiedensten Gröfse, nach oben hin ist die Gröfse derselben aber durch die Schwierigkeit, grofse Gefäfse oder Glasplatten herzustellen, begrenzt, die gröfsten Flaschen sind vielleicht solche von 0,333 qm. Belegung.

Um noch gröfsere Ladungsapparate zu erhalten, stellt man die einzelnen Flaschen oder Platten zu Batterien zusammen, indem man die sämtlichen Flaschen auf eine leitende Unterlage stellt und die Knöpfe durch Drähte mit einander in leitende Verbindung bringt. Diese Verbindung wirkt allerdings nicht so wie eine einzelne Flasche von gleicher innerer Belegung, da durch die Verbindung nicht die Verstärkungszahl der einzelnen Flaschen wächst, sondern sie wirkt nur dadurch, dafs eine gröfsere Fläche die Elektricität aufnimmt. Da man annehmen darf, dafs jede Flasche in der Batterie ebenso viel Elektricität aufnehme, als wenn sie allein steht, so ist die Wirksamkeit einer aus Flaschen gleicher Gröfse hergestellten Batterie einfach der Flaschenzahl proportional. Zugleich ergiebt sich daraus, dafs es bei der Wirksamkeit einer Batterie nicht allein auf die Gröfse der gesamten inneren Belegung, sondern zugleich auf die Gröfse der einzelnen Flaschen ankommt. Bei gleicher innerer Belegung kann die Batterie um so mehr Elektricität aufnehmen, je weniger Flaschen sie enthält.

Fig. 86.

Eine sehr bequeme Anordnung mehrerer Flaschen zu einer Batterie, welche sehr schnell die zu den Versuchen angewandte Flaschenzahl zu ändern gestattet, hat Riess[1]) angegeben. Auf einer mit Stanniol über-

1) *Riess*, Reibungselektricität. Bd. I, §. 363.

Digitized by Google

zogenen, auf Glasfüßsen stehenden Holzscheibe (Fig. 86) stehen 7 Flaschen. Die Verbindungsdrähte der an der Peripherie stehenden Flaschen sind in Gelenken drehbar, so daſs sie an die Kugel der mittleren Flasche angelegt oder, um die Verbindung zu unterbrechen, von ihr fort gedreht werden können. Die Kugel der mittleren Flasche hat an den Stellen, wo die in kleinen Kugeln endenden Verbindungsdrähte anliegen, kleine halbkugelförmige Vertiefungen. An der Fuſsplatte ist eine Klemmschraube befestigt, welche den ableitenden Draht aufnimmt. Das von der mittleren Kugel ausgehende gebogene Metallrohr dient zur Entladung der Batterie.

Die Ladung geschieht einfach dadurch, daſs man den Konduktor der Elektrisiermaschine mit der mittleren Kugel durch einen Leitungsdraht in Verbindung setzt, den man nach der Ladung isoliert abhebt.

Man kann eine Batterie, wenn die äuſseren Belegungen der Flaschen nicht in leitender Verbindung stehen, noch in anderer Weise rascher, aber nicht so stark laden. Kann nämlich jede Flasche der Batterie die Elektricitätsmenge E aufnehmen, und hat man n Flaschen, so wird die Batterie in der angegebenen Weise erst geladen sein, wenn man die Elektricitätsmenge $n \,.\, E$ in dieselbe eingeführt hat. Stellt man aber die Flaschen von einander und von dem Erdboden isoliert, verbindet die innere Belegung der ersten Flasche mit dem Konduktor der Maschine, die äuſsere Belegung aber mit der inneren der zweiten, die äuſsere der zweiten mit der inneren Belegung der dritten Flasche u. s. f. und die äuſsere Belegung der n. Flasche erst mit der Erde, so ladet die auf der äuſseren Belegung der ersten Flasche erregte Influenzelektricität der zweiten Art die zweite Flasche, und so die auf jeder äuſseren Belegung der vorhergehenden Flasche erregte Influenzelektricität der zweiten Art die nachfolgende Flasche. Die Batterie ist dann schon geladen, wenn wir in die erste Flasche die Elektricität E übergeführt haben. Die Ladung ist aber jetzt nicht so stark, denn während die Batterie bei der direkten Ladung die Menge $n \,.\, E$ enthält, hat sie jetzt bedeutend weniger. Wird nämlich durch die Menge $+ E$ auf der inneren Belegung in der äuſseren die Elektricitätsmenge $\pm m E$ influenziert, so flieſst in die zweite Flasche die Elektricität $+ m E$; diese influenziert auf der äuſseren Belegung $\pm m^2 E$, und in die dritte Flasche flieſst $+ m^2 E$ und so fort, so daſs in die n. Flasche die Elektricitätsmenge $+ m^{n-1} E$ überflieſst. Die gesamte Ladung ist also

$$E\,(1 + m + m^2 + \cdot \cdot \cdot \cdot \, m^{n-1}) = E\,\frac{1 - m^n}{1 - m},$$

ein Ausdruck, welcher, sobald m kleiner als 1 ist, kleiner ist als n, der sich aber um so mehr n nähert, je mehr $m = 1$ ist.

Eine so zusammengestellte Batterie nennt man Kaskadenbatterie.

Ebenso wie die Gröſse der Flasche ist auch die Dicke und die Natur des starren Isolators von Einfluſs. Je weniger dick das Glas ist, um so stärker kann die Flasche geladen werden, da mit Annäherung der elektrischen Schichten die Verstärkungszahl zunimmt.

Wird die Glasdicke zu klein genommen, so kann man den Ladungsapparat oft nicht bis zu der Grenze laden, welche er seiner sonstigen Beschaffenheit nach annehmen kann, da dann die Anziehung der auf den

Digitized by Google

Belegungen vorhandenen Elektricitäten so grofs ist, dafs sie den Isolator durchbrechen und durch den Isolator hin sich ausgleichen.

Die Stärke der Ladung, welche ein Ladungsapparat erhalten, d. h. die Elektricitätsmenge, welche er aufnehmen kann, läfst sich direkt, ohne Kenntnis der Verstärkungszahl, nicht bestimmen; dagegen läfst sich leicht mit Hilfe des Elektroskopes erkennen, ob ein Apparat geladen ist, und selbst, wenn man weifs, welche Dichtigkeit z. B. der Knopf einer Flasche annehmen kann, welchen Bruchteil der möglichen Ladung die Flasche angenommen hat.

Um die Ladung durch das Elektroskop nachweisen zu können, mufs man wissen, welches die innere Belegung ist, d. h. welche Belegung vorher mit der Erde in leitender Verbindung war. Denn nur auf der nicht mit der Erde verbundenen Belegung ist an den der anderen Belegung nicht gegenüberliegenden Stellen Elektricität vorhanden. Weifs man das nicht, so mufs man während oder ehe man die eine Fläche an das Elektroskop anlegt, die andere ableitend berühren. Denn welche Belegung man auch anlegt, jedenfalls mufs dann das Elektroskop Elektrcität angeben, wenn der Apparat geladen ist. Hat man nämlich der inneren Belegung die Elektricität E mitgeteilt, während die äufsere ableitend berührt war, so hat dieselbe, z. B. der Knopf einer Leydener Flasche, einen bestimmten Wert der Potentialfunktion, während die äufsere Seite, die äufsere Belegung den Potentialwert null hat.

Nun werde der Knopf ableitend berührt; da auf der äufseren Belegung durch Influenz die Menge $-mE$ erregt war, so wird es dasselbe sein, als hätte man derselben, während der Knopf abgeleitet war, die Menge $-mE$ erteilt, wodurch dann die innere Belegung die Menge $+m^2E$ erhalten hätte, welche sie deshalb auch nach der ableitenden Berührung behalten wird. Jetzt wird also das Elektroskop an der äufseren Belegung Elektricität anzeigen, an der inneren nicht. Berührt man dann die äufsere Belegung wieder, so bleibt auf dieser $-m^3E$ zurück, und die innere zeigt wieder die Ladung an u. s. f.

Wie man sieht, kann man auf diese Weise dem Ladungsapparate durch successive Berührung der einzelnen Flächen sämtliche Elektricität nehmen.

An einem gegebenen Ladungsapparate ist die Dichtigkeit an einem bestimmten Punkte der inneren Belegung, z. B. am Knopfe, ein Mafs für die der Flasche erteilte Ladung, indem in demselben Verhältnisse, als die Ladung zunimmt, auch die Dichtigkeit aller einzelnen Punkte zunimmt. Um die Stärke zweier Ladungen zu vergleichen, hat man also nur die Dichtigkeiten am Knopfe der Flasche etwa mit einem Prüfungskörper zu untersuchen. Bequemer aber ist es noch, die Flaschen während der Ladung mit einem Elektrometer zu verbinden und so jedesmal die Potentialfunktionen zu messen, bis zu welchen die Flasche geladen ist.

Andere Methoden zur Bestimmung der Ladung werden wir später kennen lernen.

Digitized by Google

Zweites Kapitel.

Die Entladung der Elektricität und deren Wirkungen.

§. 59.

Die Entladung der Elektricität. Wir haben bereits im §. 29 gesehen, daſs ein elektrisierter Körper sofort seine Elektricität verliert, wenn er mit der Erde in leitende Verbindung gesetzt wird; diese rasche Abnahme der Elektricität bezeichnet man als die Entladung derselben. Es ist jetzt unsere Aufgabe, die Vorgänge bei dieser Entladung und die Wirkungen der Elektricität während derselben zu betrachten.

Die Entladung selbst haben wir damals als ein Abflieſsen der Elektricität durch die leitenden Körper angesehen, indem wir sahen, daſs stets, wenn ein weniger elektrischer Körper mit einem elektrisierten Körper in Verbindung gebracht wird, ein Teil der Elektricität auf den weniger elektrischen Körper übergeht. Während der Entladung selbst findet also eine Bewegung der Elektricität durch den leitenden Körper statt, indem dieselbe von Punkten gröſserer zu Punkten geringerer Dichtigkeit sich hinbewegt. Diese bewegte Elektricität bezeichnet man als den Entladungsstrom. Ein solcher Strom tritt jedesmal dann ein, wenn wir einen Körper, dessen Potentialniveau höher ist, mit einem anderen von niedrigerem Potentialniveau in leitende Verbindung setzen, eine vollständige Entladung aber nur dann, wenn wir den elektrisierten Körper mit der Erde verbinden, deren Potentialniveau immer null ist.

Der Entladungsstrom dauert so lange, als der ableitend berührte Körper noch Elektricität enthält; die Zeit ist bei der Entladung eines einfach elektrisierten Körpers jedenfalls nur sehr klein; wir werden später suchen sie zu messen und zu bestimmen, ob nach der Beschaffenheit des ableitenden Körpers die Dauer verschieden ist. Nach den Erfahrungen, welche uns zu der Unterscheidung der Körper in Leiter und Halbleiter führten, werden wir indessen zu der Annahme berechtigt sein, daſs ein solcher Unterschied in der Dauer der Entladung je nach Art des ableitenden Körpers vorhanden ist.

Noch eine andere Entladung haben wir bereits kennen gelernt, welche dann eintritt, wenn zwei mit entgegengesetzten Elektricitäten geladene Körper mit einander in leitende Verbindung gebracht werden. Infolge der Anziehungen der beiden Elektricitäten gehen dieselben durch den Leitungsdraht zu einander über und gleichen sich aus. Eine solche Entladung findet z. B. statt, wenn wir den Konduktor einer Elektrisiermaschine mit dem Reibzeuge verbinden und die Maschine in Thätigkeit versetzen, oder auch, wenn wir die innere Belegung eines Ladungsapparates mit der äuſseren leitend verbinden. Im ersten Falle flieſst die in jedem Augenblicke auf dem Konduktor erregte positive Elektricität zum Reibzeuge, die auf dem Reibzeuge erregte dagegen auf den Konduktor ab. In den Ladungsapparaten geht die Elektricität der inneren Belegung zur äuſseren, und die auf letzterer Belegung angesammelte zur inneren über. Denn sobald eine Verbindung von der inneren Belegung zur äuſseren Belegung her-

Digitized by Google

gestellt ist, tritt ein Teil der auf der inneren Belegung angesammelten Elektricität in die Leitung über; deshalb ist dann auch an dem Punkte, wo die Leitung die äufsere Belegung berührt, die Dichtigkeit der Elektricität nicht mehr gleich null, da das nur so lange der Fall ist, als die innere Belegung alle ihr mitgeteilte Elektricität enthält. Es wird also auch von der äufseren Belegung Elektricität in den Leitungsdraht übergehen und infolgedessen die Dichtigkeit an dem Punkte der inneren Belegung, an welchem die Leitung angebracht ist, wieder zunehmen, so dafs aufs neue Elektricität von dort zur äufseren Belegung übergeht, und so fort, bis der ganze Apparat entladen ist.

Hiernach würde in diesen Fällen der Entladungsstrom ein doppelter sein, ein Strom positiver Elektricität von der inneren zur äufseren Belegung und ein Strom negativer Elektricität in entgegengesetzter Richtung. Man könnte zwar auch in diesen Fällen nur einen einfachen Strom sich denken, indem man annimmt, dafs nur von dem Teile des Apparates, auf welchem die Elektricität die gröfsere Dichtigkeit hat, und von welchem deshalb der Strom nach dem vorigen zuerst beginnt, die Elektricität zu dem anderen Teile übergehe und dort einfach die angesammelte Elektricität neutralisiere, dafs also in allen Fällen ein Abfliefsen der Elektricität von Punkten gröfserer zu Punkten geringerer Dichtigkeit stattfinde. Es ist indes wohl naturgemäfser, auch in dem zuerst betrachteten Falle, wo die Elektricität einfach abzufliefsen schien, einen Doppelstrom wie in den letzten Fällen anzunehmen.

Es tritt nämlich in allen Fällen, wo eine Entladung stattfindet, dieselbe nicht erst dann ein, wenn die Berührung des Leitungsdrahtes mit den zu entladenden Körpern hergestellt ist, sondern schon früher, schon wenn noch eine Luftschicht zwischen dem ableitenden Drahte und dem zu entladenden Körper vorhanden ist.

Nähern wir z. B. dem geladenen Konduktor einer Elektrisiermaschine einen Leitungsdraht, welcher an seinem, dem Konduktor genäherten Ende eine kleine Kugel trägt, so nehmen wir jedesmal einen Funken wahr, welcher mit knatterndem Geräusch zwischen den beiden Leitern überspringt. Dieser Funke ist die Entladung der Elektricität, welche der Konduktor enthielt; denn untersuchen wir nach dem Überspringen desselben die Dichtigkeit der Elektricität auf dem Konduktor, so ist dieselbe sehr vermindert. Die Bildung dieses Funkens ist nach der Theorie der Influenz dadurch veranlafst, dafs in dem genäherten Leiter durch Influenz die entgegengesetzte Elektricität erregt ist. Wenn dann an den genäherten Punkten die Dichtigkeit der Elektricitäten grofs genug geworden ist, dann wird infolge der gegenseitigen Anziehung die trennende Luftschicht durchbrochen. Dafs in der That dieses die Entstehungsweise des Funkens ist, dafs bei ihm also eine entgegengesetzte Bewegung beider Elektricitäten stattfindet, das folgt daraus, dafs die Funkenbildung nur eintritt, wenn dem Konduktor ein Leiter, nicht aber, wenn ihm ein Nichtleiter genähert wird. In letzterem tritt aber die Influenzelektricität wegen der geringen Beweglichkeit nur in sehr geringem Mafse auf.

Es wird also in allen Fällen, auch wenn einem elektrisierten Leiter ein neutraler Leitungsdraht genähert wird, eine entgegengesetzte Bewegung und Ausgleichung der beiden Elektricitäten angenommen werden müssen,

Digitized by Google

also ein doppelter Entladungsstrom. Trotzdem spricht man bei demselben von einer bestimmten Richtung; sagt z. B. er geht von der innern Belegung zur äufsern, vom Konduktor zur Erde; man bezeichnet dabei immer als die Richtung des Stromes die Richtung, nach welcher die positive Elektricität sich bewegt.

Eine genauere theoretische Verfolgung der Art und Weise, wie der Strom entsteht und verläuft, ist uns wegen der grofsen mathematischen Schwierigkeiten, welche die Behandlung dieses Gegenstandes bietet, nicht möglich [1]), wir begnügen uns hier mit der experimentellen Untersuchung der dahin gehörigen Fragen und werden nach Behandlung der konstanten Ströme kurz auf die theoretischen Entwicklungen zurückkommen.

Wie erwähnt, tritt in allen Fällen die elektrische Entladung schon vor der Berührung des Leiters mit dem elektrisierten Körper in Form eines Funkens auf; man bezeichnet diese Entladung als Entladungsschlag, und nennt die Entfernung, aus welcher der Funke überspringt, die Schlagweite. Man überzeugt sich leicht, dafs die Schlagweite sehr verschieden ist, je nach der Dichtigkeit der Elektricität an den Punkten, an denen die Entladung stattfindet. Ladet man einen Konduktor und nähert ihm dann einen zur Erde abgeleiteten Draht, dessen Ende eine Kugel trägt, einen sogenannten Funkenzieher, so tritt die Entladung bei um so gröfserem Abstande der Kugel vom Konduktor ein, je mehr Elektricität dem Konduktor gegeben ist, je gröfser also die Dichtigkeit der Elektricität oder der Potentialwert auf dem Konduktor ist. Dasselbe zeigt sich bei den Ladungsapparaten, je gröfser die Dichtigkeit der Elektricität auf der innern Belegung, z. B. auf dem Knopfe der Leydener Flasche ist, um so gröfser ist auch die Schlagweite.

In welcher Weise der Abstand der Leiter, bei welchem schon die Entladung eintritt, also die Schlagweite mit der Dichtigkeit verknüpft ist, darüber hat man mehrfache Versuche angestellt. Aus den Versuchen von Lane, Harris [2]) und insbesondere denen von Riess [3]) am einfachen Ansammlungsapparate und an Leydener Flaschen leitete man das Gesetz ab, dafs die Schlagweite, bei gleichem Zustande der zwischen dem Entlader und dem elektrischen Körper vorhandenen Luftschicht, einfach der elektrischen Dichtigkeit an der Entladungsstelle, also dem Potentialwerte auf der innern Belegung proportional sei.

Zur Untersuchung der Schlagweite wandte Riess das Funkenmikrometer an. Auf einem schweren Metallfusse A (Fig. 87) ist eine 7,5 cm lange, 2,5 cm breite Metallplatte befestigt, auf welcher ein horizontal liegender Schlitten durch eine Mikrometerschraube fortbewegt wird. Ein 6 cm langer Glasstab ist an dem einen Ende der Platte, ein anderer ebensolcher auf dem Schlitten vertikal befestigt; jeder trägt einen vertikalen Metallzapfen und eine horizontale Klemmschraube, in welche die Leitungsdrähte eingeschraubt werden. Auf den Metallzapfen werden die Körper,

1) Man sehe über diesen Gegenstand: *Helmholtz*, die Erhaltung der Kraft. Berlin 1847. *Kirchhoff*, Poggend. Ann. Bd. C, CII, CXXI. *Thomson*, Philos. Magazin. 4. Series. Bd. V. Reprint of papers on electrostatics etc.

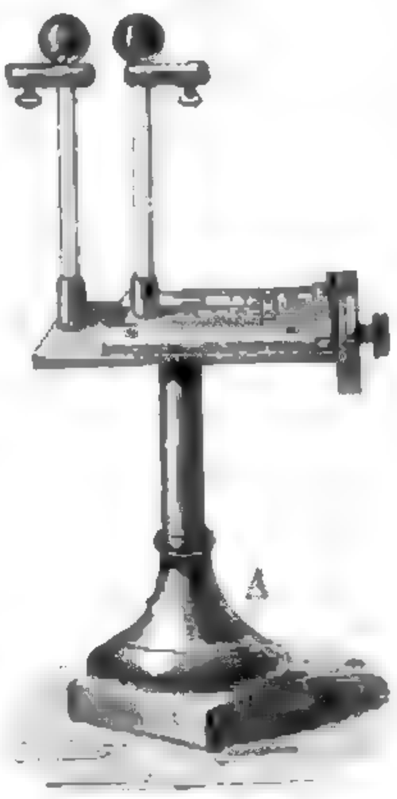
2) *Harris*, Philosophical Transactions f. th. year 1834.

3) *Riess*, Poggend. Ann. Bd. XL, LIII, LXXIII. Reibungselektricität Bd. I, §. 330 ff. und §. 393.

Digitized by Google

zwischen welchen man die Funken überspringen lassen will, also Kugeln oder dergl. aufgesteckt. Die Entfernung der Kugeln wird durch eine Teilung auf dem Schlitten, einen Nonius auf der Metallplatte und durch die Teilung auf dem Kopfe der Mikrometerschraube gemessen.

Fig. 87.



Bei seinen Versuchen mit dem Ansammlungsapparate verfuhr Riess folgendermafsen. Die feststehende Kugel wurde mit der Kollektorscheibe eines grofsen, aus zwei kreisförmigen Platten bestehenden Ansammlungsapparates durch einen Metalldraht in leitende Verbindung gebracht, während die bewegliche Kugel mit den Gasröhren des Hauses, zu welchen auch die Kondensatorplatte abgeleitet war, leitend verbunden wurde.

Darauf wurde die Kollektorplatte geladen, zunächst wenn sie allein stand, und die Schlagweite bestimmt, indem mit der Mikrometerschraube die bewegliche Kugel der festen so weit genähert wurde, bis der Funke übersprang, und an der Teilung der Abstand der Kugeln bestimmt. Dann wurde ganz genau ebenso verfahren, wenn die Kondensatorplatte der Kollektorplatte, nachdem letztere geladen war, gegenüberstand, also die Dichtigkeit an der mit der Kollektorplatte verbundenen Kugel in einem aus der Verstärkungszahl des Apparates bekannteh Verhältnisse vermindert war.

Um aus diesen Versuchen das Gesetz der Schlagweiten abzuleiten, mufs bei jedem Versuche die Kollektorplatte immer dieselbe Elektricitätsmenge erhalten haben. Um das zu erreichen, wandte Riess zur Elektrisierung eine Leydener Flasche an, deren Knopf an das Ende des Zuleitungsdrahtes zur Kollektorscheibe angelegt wurde, während die äufsere Belegung mit der Erde in leitender Verbindung stand. Es war durch Messung in der Torsionswage zunächst festgestellt worden, dafs die Leydener Flasche bei jeder Berührung mit der Kollektorplatte 0,014 ihrer Elektricität abgab, indem gezeigt war, dafs die Dichtigkeit am Knopfe nach jeder Berührung in dem Verhältnisse abnahm. Daraus, und weil in der Zeit zwischen den einzelnen Ladungen die Leydener Flasche durch Zerstreuung an Elektricität verlor, folgt, dafs bei jeder folgenden Ladung die Kollektorscheibe etwas weniger Elektricität erhielt als bei der vorhergehenden. Wegen der Zerstreuung liefs sich dieser Unterschied nicht durch Rechnung bestimmen. Um die dadurch unvermeidliche Ungenauigkeit zu eliminieren, machte Riess zur Bestimmung des Verhältnisses der Schlagweiten bei einer bestimmten Entfernung der Scheiben eine Anzahl Versuche, indem er zuerst die Schlagweite bei entferntem, dann bei genähertem, dann wieder bei entferntem, wieder bei genähertem Kondensator bestimmte u. s. f. Das Mittel der ersten und dritten Ladung der Kollektorscheibe wird dann gleich der zweiten, das Mittel zwischen der zweiten und vierten gleich der dritten Ladung sein u. s. f. Die Vergleichung des ersten Mittels mit der ersten Schlagweite bei vorgesetztem Kondensator, des zweiten Mittels mit der zweiten Entladung bei entferntem Kondensator, wird das richtige Verhältnis der Schlagweiten liefern.

Digitized by Google

Zum bessern Verständnis lassen wir hier eine Versuchsreihe von Riess vollständig folgen. Die Entfernung der Scheiben bei vorgesetzter Kondensatorscheibe betrug 4,5 mm.

Schlagweite in mm Ohne Kondens.	Mit Kondens.	Mittel	Verhältnis
3,278			
	0,337	3,143	0,106
3,008		0,320	0,106
	0,303	2,932	0,104
2,857		0,295	0,104
	0,292	2,799	0,105
2,742		0,287	0,105
	0,283		0,105.

Wird also die Schlagweite ohne Kondensator gleich 1 gesetzt, so wird sie, wenn der Kondensator der Kollektorscheibe in einem Abstande von 4,5 mm gegenübergestellt wird, auf 0,105 verkleinert. Für andere Abstände der beiden Scheiben erhielt Riess folgende Werte:

Entfernung der Scheiben	∞	112,8	67,8	45,2	22,6	11,3	4,5
Schlagweiten	1	0,914	0,794	0,687	0,451	0,272	0,105.

Die direkt mit Hilfe von Prüfungsscheiben gefundenen Werte für die Dichtigkeiten am Ende des Zuleitungsdrahtes der Kollektorscheibe, wenn die Kondensatorscheibe vorgesetzt war, jene bei entferntem Kondensator gleich 1 gesetzt, waren:

Entfernung der Scheiben	∞	112,8	45,2	22,6	11,3	4,5
Dichtigkeiten	1	0,897	0,683	0,492	0,335	0,173.

Die beiden Reihen für die Schlagweiten und die Dichtigkeiten am Ende des Zuleitungsdrahtes unterscheiden sich besonders bei den gröfseren Entfernungen nicht wesentlich von einander; Riess schliefst daher, dafs die Schlagweiten an einem Punkte der innern Belegung eines Ansammlungsapparates der elektrischen Dichtigkeit in diesem Punkte proportional seien. Dafs bei den kleineren Schlagweiten die Werte etwas anders werden, meint Riess, habe darin seinen Grund, dafs durch die Nähe der beweglichen Kugel die Dichtigkeit auf der festen etwas geändert würde.

Dieses von Riess aus seinen Versuchen abgeleitete Gesetz folgt schon aus der Theorie des Ansammlungsapparates. Ist die innere Belegung desselben bis zu einer Dichtigkeit h geladen, so ist auf der äufsern Belegung, auf welcher die Potentialfunktion gleich null ist, eine dem Werte h proportionale Dichtigkeit negativer Elektricität vorhanden. In den Kugeln des Funkenmikrometers, welche sich im Abstande r gegenüber stehen, ziehen sich somit die auf den beiden Kugeln vorhandenen Elektricitäten mit einer dem Quadrate von h proportionalen Kraft an, da in demselben Mafse, wie auf der positiven Kugel h wächst, auch die Dichtigkeit auf der negativen Kugel zunimmt. Im Abstande r der beiden Kugeln ist daher die Anziehung proportional $\frac{h^2}{r^2}$. Nehmen wir nun an, dafs, welches auch der Abstand r sei, stets dieselbe Anziehung nötig sei, damit die Elektricität

Digitized by Google

in Form eines Funkens die Luft durchbreche, so muſs stets $\frac{h^2}{r^2}$ denselben Wert haben, also h und r einander proportional sein.

Man erkennt auch, daſs wenn durch Influenz der beiden Kugeln auf einander, in sehr geringen Entfernungen, die Verteilung der Elektricität auf dem Ansammlungsapparat etwas geändert wird, die Schlagweite nicht mehr den mit den Prüfungsscheiben gemessenen Dichtigkeiten genau proportional sein kann.

Man wird deshalb das Gesetz der Schlagweiten der obigen Entwicklung entsprechend auch prüfen können, indem man direkt die Kugeln des Funkenmikrometers etwa mit den Elektroden einer Holtzschen Maschine in Verbindung setzt und die Dichtigkeit in den Kugeln bestimmt, wenn der Funke überspringt. In dieser Weise hat Rossetti[1]) das Gesetz geprüft; er brachte die Kugeln des Funkenmikrometers in verschiedene Abstände von einander und zählte die Umdrehungen, welche die Scheibe der Holtzschen Maschine machen muſste, damit zwischen den Kugeln des Funkenmikrometers die gleiche Anzahl von Funken übersprang. Da die Holtzsche Maschine unter sonst gleichen Umständen bei jeder Umdrehung die gleiche Elektricitätsmenge liefert, ist die Dichtigkeit der Elektricität auf den Kugeln beim Überspringen eines Funkens der Zahl der zur Erzeugung des Funkens erforderlichen Umdrehungen proportional. Rossetti fand in dieser Weise, daſs bis zu einer Schlagweite von 8 mm die Zahl der Umdrehungen für die gleiche Funkenzahl genau der Schlagweite proportional war, daſs dagegen bei weiterer Vergröſserung der Schlagweite die notwendige Zahl der Umdrehungen für die gleiche Funkenzahl nicht so rasch zunahm als die Schlagweite. Wir werden nachher, bei Besprechung der Versuche von Rijke sehen, wie Riess diese Abweichung erklärt. Ähnliche Resultate wie Rossetti erhielt auch Gaugain[2]).

In anderer Weise fand dagegen Rossetti das Gesetz der Schlagweiten strenge bestätigt. Wir sahen früher, daſs in einem Ansammlungsapparat bei gegebener Potentialfunktion die Dichtigkeit der Elektricität dem Abstande der parallelen Flächen umgekehrt proportional ist. Verbinden wir die Platten eines Ansammlungsapparates mit den Kugeln des Mikrometers, so ist auf diesen die Dichte der Elektricität der Potentialfunktion der geladenen Platte proportional; es folgt somit, daſs bei konstanter Stellung der Kugeln die zur Erzeugung eines Funkens dem Ansammlungsapparate zuzuführende Elektricität dem Abstand der Platten umgekehrt proportional sein muſs, ein Satz, den Rossetti genau bestätigt fand.

Aus diesem Gesetze folgt weiter, daſs die Schlagweite eines Ladungsapparates, also z. B. einer Batterie, wenn sie immer an derselben Stelle der innern Belegung entladen wird, der mittleren Dichtigkeit der Elektricität in der Batterie proportional ist. Denn bei einer gegebenen Batterie ist die Dichtigkeit eines gegebenen Punktes der mittleren Dichtigkeit der Elektricität in der Batterie proportional; wenn also die Schlagweite der Dichtigkeit der Elektricität an dem Entladungspunkte proportional ist, so folgt auch, daſs sie der mittleren Dichtigkeit der Batterie proportional ist.

1) *Rossetti,* Nuovo Comento, 2 series Bd. V und VI, Bd. VII und VIII.
2) *Gaugain*, Ann. de chim. et de phys. 4 série T. VIII.

Digitized by Google

Bezeichnen wir demnach, nach irgend einer Einheit gemessen, die einer Batterie von s Flaschen gegebene Elektricitätsmenge mit q, so ist die Dichtigkeit der Elektricität in derselben, wenn wir als Einheit der Oberfläche die Oberfläche einer Flasche annehmen, $\frac{q}{s}$. Ist die Schlagweite derselben gleich d, so mufs

$$d = a \cdot \frac{q}{s} \cdot$$

Riess[1]) mafs nun durch ein demnächst zu betrachtendes Mittel die Elektricitätsmengen q, welche der Batterie gegeben werden mufsten, um bestimmte Schlagweiten zu erhalten, berechnete aus einigen Versuchen die Konstante a nach der Gleichung

$$a = d \cdot \frac{s}{q}$$

und dann mit der so gefundenen Konstanten in den folgenden Versuchen die zur Erzielung einer bestimmten Schlagweite d notwendigen Elektricitätsmengen aus

$$q = \frac{1}{a} \cdot s \cdot d.$$

Die Übereinstimmung zwischen Beobachtung und Rechnung zeigt folgende kleine Tabelle; von 5 ganz gleichen Flaschen wurden entweder 2 oder 3 oder 4 oder alle 5 zu einer Batterie verbunden. Der Wert von a ergab sich aus

$$\frac{1}{a} = 0,833.$$

Die Einheit der Entfernung für die Schlagweiten ist 1,13 mm.

Schlagweite d	Batterie von 2 Flaschen q		3 Flaschen q		4 Flaschen q		5 Flaschen q	
	beob.	ber.	beob.	ber.	beob.	ber.	beob.	ber
1			3	2,5	3,5	3,3	4,3	4,2
2	3	3,3	5,5	5,0	7,0	6,7	8,5	8,3
3	4,6	5,0	8	7,5	10,1	10,0	12,5	12,5
4	6,4	6,7	10,3	10,0	13,5	13,3	16,0	16,7
5	7,5	8,0			16,0	16,7		

Wie man sieht, stimmen die beobachteten und unter Voraussetzung des Gesetzes berechneten Werte von q sehr gut mit einander überein, so dafs hiernach der Schlufs berechtigt erscheint, dafs in der That die Schlagweiten der mittlern elektrischen Dichtigkeit in der Batterie proportional seien.

1) *Riess*, Poggend. Ann. Bd. XL.

Digitized by Google

Gegen diese Schlufsfolgerung wandte Rijke[1]) ein, dafs Riess die Schlagweiten nicht bis zu den kleinsten Entfernungen der beiden Kugeln verfolgt habe, dafs die kleinste von Riess beobachtete Schlagweite 1,1 mm betrage. Wenn man dagegen Schlagweiten von 0,5 mm und darunter mit in Betracht ziehe, so erkenne man, dafs jenes einfache Gesetz nur eine erste Annäherung sei, dafs in Wirklichkeit Dichtigkeit der Elektricität und Schlagweite in einem verwickelteren Verhältnisse zu einander ständen. Aus einer grofsen Zahl mit äufserster Sorgfalt durchgeführter Versuche leitete er folgenden die Dichtigkeit und Schlagweite mit einander verknüpfenden Ausdruck her. Bezeichnet δ die Dichtigkeit der Elektricität in der Batterie und d die Schlagweite derselben, so ist

$$\delta^2 = ad + b \cdot d^2,$$

so dafs also die Schlagweite nicht der Dichtigkeit proportional zunimmt, sondern rascher, d. h. also, dafs der doppelten Dichtigkeit mehr als die doppelte Schlagweite, der halben Dichtigkeit eine kleinere als die halbe Schlagweite entspricht.

Die Versuche von Rijke sind an einer Leydener Flasche nach zwei Methoden ausgeführt; die erste derselben war genau der letzten von Riess gleich, die zweite entsprach der ersten Methode von Riess, indem zugleich die Schlagweiten und die Dichtigkeit der Elektricität an der innern Belegung der Batterie bestimmt wurden. Um letztern Zweck zu erreichen, war die innere Belegung mit einem Sinuselektrometer verbunden; der Stand der Nadel des Sinuselektrometers im Augenblicke der Entladung gab die Dichtigkeit der Elektricität, auf eine willkürliche Einheit bezogen. Aus allen Versuchen ergiebt sich die oben erwähnte Beziehung gleich gut, wie z. B. folgende Zahlen zeigen:

I. Methode.			II. Methode.		
Schlagweite	Dichtigkeit		Schlagweite	Dichtigkeit	
mm	beob.	ber.	mm	beob.	ber.
0,5	5,33	5,44	0,025	0,2047	0,2044
1	9,25	9,07	0,05	0,2988	0,2941
1,5	13,00	12,57	0,1	0,4213	0,4300
2	16,25	16,03	0,2	0,6345	0,6460
2,5	19,50	19,47	0,3	0,8251	0,8350
3	22,75	22,89	0,525	1,2328	1,2249
3,5	25,90	26,31	0,775	1,6679	1,6355
4	29,00	29,72	1,025	2,0248	2,0361.

Wie man sieht, stimmen diese Zahlen durchaus nicht mit dem von Riess angenommenen Gesetze für die Schlagweiten überein. Einige andere Versuchsreihen lassen sich jedoch auch mit dem einfachen Gesetze sehr wohl vereinigen, so unter andern am meisten eine Reihe, bei welcher die Kugeln des Funkenmikrometers durch zwei kleine Kupferscheiben ersetzt waren. Diese Reihe ist in folgender Tabelle zusammengestellt mit den nach dem einfachen und nach dem Gesetze von Rijke berechneten Schlagweiten:

1) *Rijke*, Poggend. Ann. Bd. CVI.

Digitized by Google

Schlagweiten mm	Dichtigkeiten beob.	ber. nach Riess	ber. nach Rijke
0,5	4,73	4,21	4,88
1,0	9,33	8,42	8,82
1,5	13,00	12,63	12,73
2,0	16,83	16,85	16,62
2,5	20,50	21,05	20,51
3,0	24,33	25,27	24,39
3,5	28,00	29,48	28,28
4	31,17	33,69	32,16.

Rijke schliefst aus diesen Versuchen, dafs das einfache die Dichtigkeiten mit der Schlagweite verknüpfende Gesetz nicht richtig sei, dafs vielmehr die oben angegebene Formel, wenn sie auch nicht der Ausdruck des physikalischen Gesetzes sei, doch die Versuche vollständig wiedergebe.

Mit dem ersten Teil dieses Schlusses hat sich Riess[1]) nicht einverstanden erklären können, er glaubt dennoch, dafs in Wirklichkeit die Schlagweite der mittleren elektrischen Dichtigkeit der Batterie proportional sei, dafs aber dieses Gesetz sich in derartigen Versuchsreihen nie rein darstelle, weil stets an der mit der innern Belegung verbundenen Kugel des Funkenmikrometers durch die Anwesenheit der zweiten Kugel Dichtigkeitsänderungen eintreten; einmal dadurch, dafs die Elektricität anders verteilt wird, dann aber auch vorzugsweise dadurch, dafs dem eigentlichen Entladungsschlage ein Ausströmen der Elektricität vorhergehe. Dieses Ausströmen mufs um so eher von Einflufs sein, wenn die Kugeln einander bedeutend genähert sind, und deshalb müssen die Beobachtungen um so mehr von dem Gesetze abweichen, von je kleineren Schlagweiten man ausgeht.

Rijke[2]) glaubt dagegen, dieses Ausströmen nicht in jener Regelmäfsigkeit annehmen zu können, wie Riess es thut, und erkennt deshalb die Unrichtigkeit seiner Schlufsfolge nicht an. Indes wird man der Bemerkung von Riess doch wohl beipflichten müssen, da es sonst kaum verständlich ist, dafs die für gröfsere Schlagweiten erforderlichen Elektricitätsmengen relativ kleiner sind als die für kleine Schlagweiten, während doch die Influenz der einander nahestehenden Kugeln des Funkenmikrometers den entgegengesetzten Einflufs haben müfste. Unter den von Rijke gewählten Umständen der Versuche stellt selbstverständlich die Rijkesche Formel die Beobachtungen besser dar, weil eben durch dies Ausströmen der Elektricität vor dem Entladungsschlage die Dichtigkeit kleiner geworden ist.

Zu durchaus von denen von Riess sowohl als denen von Rijke abweichenden Resultaten gelangte später von Oettingen[3]); nach dessen Beobachtungen läfst sich die Schlagweite auch nicht annähernd der Dichtigkeit proportional setzen, und ebensowenig läfst sich die Beziehung zwischen Schlagweite und Dichtigkeit durch die hyperbolische Gleichung Rijkes darstellen. Oettingen mafs nicht wie Rijke die Potentialfunktion des Ladungs-

1) *Riess*, Poggend. Ann. Bd. CVI, CVIII, CIX.
2) *Rijke*, Poggend. Ann. Bd. CVII, CIX.
3) *von Oettingen*, Poggend. Ann., Jubelband.

Digitized by Google

apparates im Momente der Entladung, sondern wie Riess, jedoch nach einer andern im §. 82 angegebenen Methode die für eine bestimmte Schlagweite der Batterie zu gebende Ladung. Folgende Tabelle enthält einige Beobachtungen von von Oettingen über die zu den Entladungen einer und derselben Flasche in den in Spalte I angegebenen Schlagweiten erforderlichen Elektricitätsmengen q. In der dritten Spalte sind die Quotienten aus q und der Schlagweite d gegeben, welche nach Riess konstant sein sollten, in der vierten die mit der Rijkeschen Formel berechneten Werte von q, welche, da stets nur eine Flasche genommen wurde, der Dichtigkeit δ proportional sind. Die Konstanten der Rijkeschen Formel sind

$$a = 162{,}57, \qquad b = 2{,}57.$$

In der fünften Spalte sind die nach der von von Oettingen aufgestellten Formel

$$q = a \log (1 + cd)$$

mit den Konstanten

$$a = 140{,}4, \qquad c = 0{,}1$$

berechneten Werte von q angeführt.

I	II	III	IV	V
2 mm	11,7	5,85	18,3	11,1
4 "	20,5	5,125	26,3	20,5
8 "	36,3	4,537	38,3	36,0
12 "	48,7	4,06	48,2	48,1
16 "	57,1	3,57	57,1	58,3
20 "	66,1	3,30	65,4	67,0
24 "	74,2	3,09	73,3	74,6
28 "	81,6	2,91	81,0	81,4
32 "	87,5	2,73	88,5	87,5

Man sieht, die Differenz zwischen den Beobachtungen von Oettingens einerseits und denen von Riess und Rijke andererseits ist eine derartige, daſs es unmöglich ist, dieselben durch irgend welche Deutung mit einander in Einklang zu bringen. Weitere Versuche müssen über diese groſse Differenz Aufklärung bringen. Vorläufig müssen wir es ganz unbestimmt lassen, welche Beziehung zwischen der Potentialfunktion der Ladung und der Schlagweite besteht.

Die einer bestimmten elektrischen Dichtigkeit der Batterie entsprechende Schlagweite ist unabhängig von dem Schlieſsungsbogen, d. h. von der Beschaffenheit der die Kugeln des Funkenmikrometers mit den Belegungen verbindenden Drähte. Es folgt das schon daraus, daſs die Schlagweite von der Dichtigkeit der Elektricität in der Batterie abhängt, diese aber unabhängig ist von dem Schlieſsungsbogen.

Riess[1]) hat diesen Satz durch direkte Versuche bestätigt; er verband die eine der Kugeln eines Funkenmikrometers durch einen Kupferdraht mit der innern Belegung einer Batterie, die andere mit dem einen Arme eines allgemeinen Ausladers, dessen anderer Arm mit der äuſsern Belegung der Batterie in Verbindung stand.

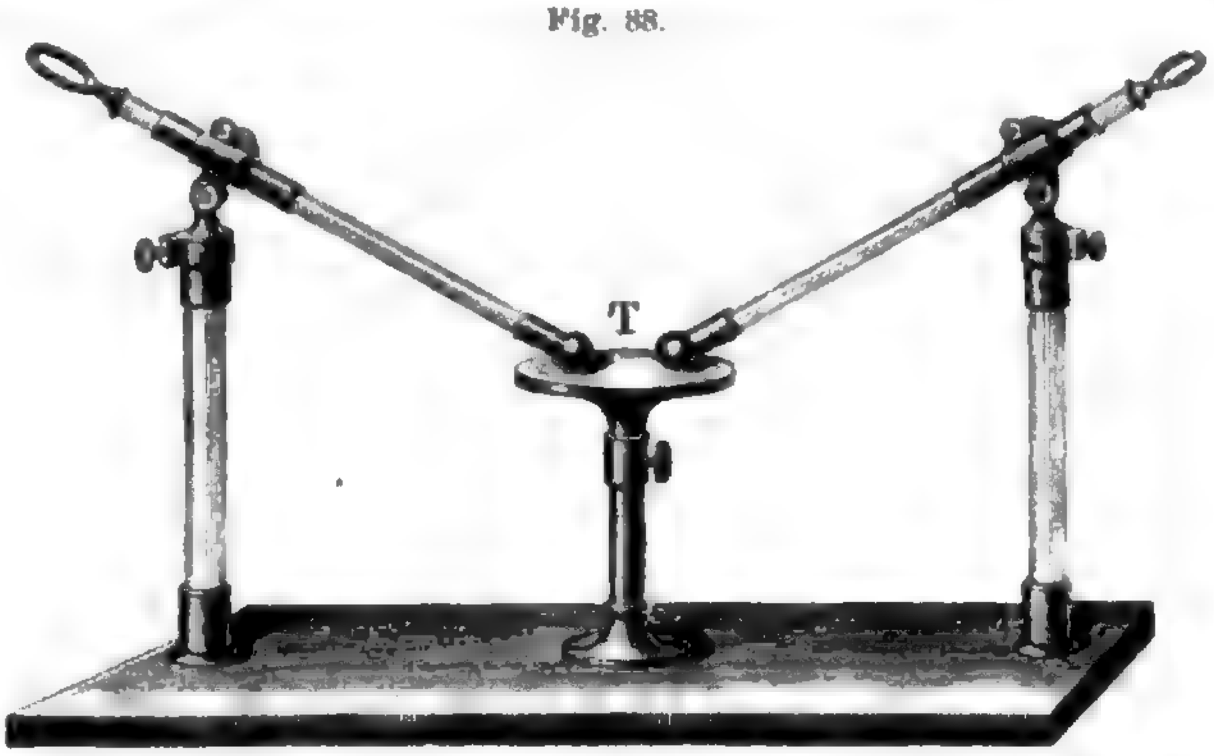
---

1) *Riess*, Poggend. Ann. Bd. LIII. Reibungselektricität §. 627.

Digitized by

Der allgemeine Auslader ist ein Apparat, welcher den Zweck hat, in den Schliefsungsbogen einer Batterie beliebige Gegenstände, durch welche der Entladungsstrom hindurchgehen soll, einzuschalten. Er besteht (Fig. 88)

Fig. 88.



aus zwei Metallarmen, welche in Gelenken auf isolierenden Glasfüfsen befestigt sind; die Arme sind in Hülsen eingesteckt, welche in den Gelenken beweglich sind, so dafs sie in einer beliebigen Neigung festgestellt werden können; in den Hülsen können die Arme verschoben werden, so dafs ihre Enden mehr oder weniger einander genähert werden können. Das Tischchen *T* in der Mitte zwischen den Glassäulen dient dazu, allenfalls die Gegenstände zu tragen, durch welche die Entladung stattfinden soll.

Die beiden Kugeln wurden nach einander verbunden durch einen 1,1 mm dicken, 9 mm langen Kupferdraht, einen 0,12 mm dicken, 2,766 m langen Platindraht, und durch eine mit destilliertem Wasser gefüllte Glasröhre von 10,17 mm Weite und 22,5 c Länge. Es wurde nun bei einer bestimmten Schlagweite die Elektricitätsmenge bestimmt, welche in den drei Fällen eine Entladung hervorbrachte. Dieselbe war in allen genau dieselbe, so dafs sich daraus ergiebt, dafs die Schlagweite von der Beschaffenheit des Schliefsungsbogens unabhängig ist.

Die Schlagweite ändert sich indes mit der Form und dem Material der Elektroden und besonders mit der Beschaffenheit der zwischen den Kugeln enthaltenen Luftschicht. Nach den Untersuchungen von Harris[1]) wird die Schlagweite um so kleiner, je dichter die Luft zwischen den Kugeln des Funkenmikrometers ist. Die Messungen wurden angestellt, indem eine Flasche, der immer dieselbe Ladung erteilt war, unter der Glocke der Luftpumpe bei verschiedener Verdünnung entladen wurde. Es ergab sich, dafs unter sonst gleichen Umständen die Schlagweite der Dichtigkeit der Luft umgekehrt proportional ist.

Um zu untersuchen, ob diese Veränderung der Schlagweite in dichterer Luft von dem vergröfserten Drucke der Luft auf die Enden des Schliefsungsbogens herrühre, oder von der gröfsern Menge Luft, welche sich zwischen denselben befand, wurden die Kugeln eines Ausladers in eine verschliefsbare Glaskugel gebracht, und die Elektricitätsmenge bestimmt,

1) *Harris*, Philosophical Transactions 1834.

welche eine Entladung veranlaſste, als die Temperatur der Luft 10° betrug. Darauf wurde die Kugel geschlossen und auf 148° C. erwärmt. Es fand sich dann, daſs trotz der bedeutend erhöhten Spannung der abgeschlossenen Luft die Entladung stattfand, wenn dieselbe Elektricitätsmenge in die Flasche übergeführt war. Wurde dagegen die Kugel erhitzt, als sie offen war, so nahm die Schlagweite zu, oder die Elektricitätsmenge, welche eine Entladung hervorbrachte, ab. Wurde die offene Kugel bei 148° geschlossen und auf 10° abgekühlt, so blieb die Schlagweite dieselbe. Es folgt daraus, daſs die Schlagweite bei gleicher Dichte der Luft von dem Drucke und der Temperatur derselben unabhängig ist, daſs also die durch vermehrte Dichtigkeit eintretende Verminderung der Schlagweite nicht in dem vermehrten Drucke der dichteren Luft, sondern darin ihren Grund hat, daſs zwischen den Enden des Schlieſsungsbogens eine gröſsere Menge von Luft sich befindet.

Daſs auch mit der Natur des Gases sich die elektrische Schlagweite ändert, ergiebt sich aus den Versuchen Faradays[1]), welche an einem einfachen Konduktor angestellt sind. Er verband mit dem Konduktor einer Elektrisiermaschine einen Draht, welcher sich an einer Stelle gabelte. Beide Zweige des Drahtes trugen Kugeln ganz gleichen Durchmessers; der eine Zweig war luftdicht in eine Glasglocke geführt, welche mit einem beliebigen Gase gefüllt war. Beiden Kugeln standen gröſsere, aber unter einander ganz gleiche Kugeln gegenüber, welche mit der Erde in leitender Verbindung standen. Der Abstand der Kugeln in der Glasglocke betrug 1,6 cm, der Abstand der in freier Luft befindlichen Kugeln konnte beliebig geändert werden.

Die Elektricität konnte somit auf zwei Wegen zur Erde kommen, und hatte auf beiden eine Luftschicht zu durchdringen; ist der Widerstand beider Luftschichten gleich, so wird sie abwechselnd auf beiden Wegen überspringen, ist er an einer Seite kleiner, so wird sie an dieser Stelle überspringen.

War in der Glocke Luft von der Dichtigkeit der äuſseren, so sprang bei gleichen Abständen der Kugeln der Funke ebenso oft in der Glocke als auſserhalb über, wurde der Abstand der äuſseren Kugeln aber auf 2 cm vergröſsert, so sprang der Funke immer bei den im Gefäſse befindlichen Kugeln über. War indes in der Glocke ein anderes Gas, so muſste die Entfernung der äuſseren Kugeln eine sehr verschiedene sein, um zu bewirken, daſs der Funke immer in der Glocke übersprang. Während der Abstand in der Glocke immer 1,6 cm war, sprang bei einer Versuchsreihe dort der Funke immer über, als sie Wasserstoff enthielt, wenn die äuſseren Kugeln 0,99 cm entfernt waren, als sie Chlorwasserstoff enthielt dagegen, wenn die äuſseren Kugeln 3,5 cm entfernt waren. Zu genauen Messungen ist diese Methode natürlich nicht geeignet, man darf aber daraus schlieſsen, daſs unter sonst gleichen Umständen die Schlagweite in den verschiedenen Gasen verschieden ist, sie ist nach obigen Angaben in Wasserstoff bedeutend gröſser, in Chlorwasserstoff bedeutend kleiner als in Luft[2]).

1) *Faraday*, Experimental Researches 12. ser. §. 1383 ff. Poggend. Ann. Bd. XLVII.

2) Denselben Gegenstand betreffende Versuche von *Macfarlane* sehe man Philos. Magazin 5 series vol. X.

Digitized by Google

§. 60.

Messung der elektrischen Dichtigkeit einer Batterie. Nach den im vorigen Paragraphen mitgeteilten Erfahrungen entspricht jeder Dichtigkeit, also jedem bestimmten Potentialwerte der Elektricität eine bestimmte Schlagweite, und die Versuche von Rijke setzen uns in den Stand, aus den verschiedenen Schlagweiten einer Batterie bei den verschiedenen Ladungen die mittleren elektrischen Dichtigkeiten mit einander zu vergleichen. Dieses Mittel der Bestimmung der elektrischen Dichtigkeit hat indes einen Übelstand, nämlich den, dafs die Messung der Dichtigkeit immer zugleich die Batterie entladet, so dafs man dadurch nicht imstande ist, der Batterie eine gewisse vorher bestimmte Dichtigkeit zu geben.

Man kann indes doch mit Hilfe der Entladungen in einer bestimmten Schlagweite die einer Batterie gegebene Elektricitätsmenge und somit die mittlere elektrische Dichtigkeit derselben bestimmen, indem man die in der äufseren Belegung erregte Influenzelektricität benutzt. Man leitet dieselbe nicht direkt zur Erde ab, sondern läfst sie entweder an einer Stelle in einem Funken überspringen, oder führt sie erst in eine Leydener Flasche, welche sich dann bei bestimmter Schlagweite von selbst entladet.

Hat man nur eine Leydener Flasche zu laden, so ist zu dieser Messung das von Riess[1]) angegebene Ladungsstativ sehr bequem. Dasselbe besteht aus einem auf isolierendem Glasfufse stehenden Metallteller, an welchem seitlich eine Kugel angebracht ist. Dieser gegenüber steht, auf einem Schlitten wie bei dem Funkenmikrometer verschiebbar, eine vollkommen zur Erde abgeleitete Kugel. Bringt man diese in einen bestimmten Abstand von der ersten Kugel, so springt, wenn die von der äufseren Belegung auf den Teller übergehende Influenzelektricität der zweiten Art eine bestimmte Dichtigkeit erhalten hat, ein Funke über. Wenn die durch diesen Funken abgeleitete Elektricität wieder ersetzt ist, so springt ein neuer Funke über und so fort, so dafs jeder überspringende Funke die Erregung einer bestimmten Menge von Influenzelektricität anzeigt. Da nun die erregte Influenzelektricität der Menge der erregenden proportional ist, so folgt auch, dafs jeder Funke eine bestimmte Menge der Flasche gegebene Elektricität anzeigt. Setzt man deshalb die Menge der Elektricität, welche einen Funken veranlafst, gleich 1, so giebt die Anzahl der übergesprungenen Funken die Menge der der Batterie mitgeteilten Elektricität in einer bestimmten Einheit an. Man kann diese Einheit beliebig bestimmen, indem man die Schlagweite des Mefsapparates verändert. Je gröfser man die Schlagweite wählt, um so gröfser ist die zu Grunde gelegte Einheit.

Die beschriebene Methode läfst sich nur bei Ladung einer einzelnen Flasche gut anwenden, bei Ladung einer Batterie wendet man bequemer die Lanesche Mafsflasche an[2]). Diese ist eine Leydener Flasche (Fig. 89), welche auf einer leitenden Bodenplatte aufgesetzt ist; auf derselben Platte neben der Flasche steht ein Glasfufs, welcher oben eine Messingröhre

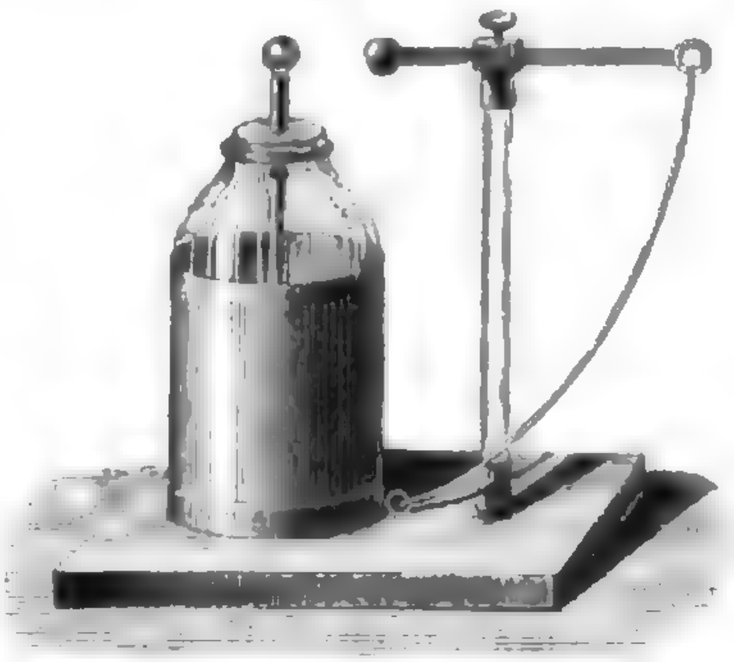
---

1) *Riess*, Reibungselektricität Bd. I, §. 359.
2) *Riess*, Poggend. Ann. Bd. XL. Reibungselektricität Bd. I, §. 386.

Digitized by Google

trägt, in der ein Messingstäbchen horizontal verschoben und mit einer Druckschraube festgestellt werden kann. Das Stäbchen trägt eine Teilung. An dem dem Kopfe der Flasche zugewandten Ende des Stäbchens ist eine kleine Kugel, an dem abgewandten Ende ein Ring befestigt. Um die äufsere Belegung ist unten ein Kupferstreifen herumgelegt, welcher an einer Stelle in der Nähe des Glasfufses einen kleinen Ring trägt. Der Ring des Streifens ist mit dem des Stäbchens durch einen dünnen Draht verbunden. Bei feineren Apparaten ist die mit der äufseren Belegung verbundene Kugel ähnlich wie bei dem Funkenmikrometer auf einem Schlitten befestigt und kann mit einer Führschraube der Kugel der inneren Belegung mehr oder weniger genähert werden.

Fig. 89.



Um die einer Batterie gegebene Elektricitätsmenge zu bestimmen, stellt man dieselbe isoliert auf und verbindet die äufsere Belegung der Batterie mit der inneren Belegung der Mafsflasche. Die mit der äufseren Belegung der Mafsflasche verbundene Kugel wird dem Knopfe der Mafsflasche in einer bestimmten Entfernung gegenübergestellt. Wird nun der inneren Belegung der Batterie die Elektricitätsmenge q mitgeteilt, so wird auf der äufseren Belegung die Menge $m \cdot q$ durch Influenz erregt, welche sich über die mit der äufseren Belegung verbundenen Leiter und insbesondere über die innere Belegung der Laneschen Flasche verbreitet. Reicht die durch die Menge mq der Flasche gegebene Ladung bei dem gewählten Abstande der beiden Kugeln, also der gewählten Schlagweite, zur Entladung der Flasche hin, so wird sich dieselbe entladen, und damit aus der ganzen Flasche, sowie von der mit ihr verbundenen äufseren Belegung die durch Ladung der Batterie erregte Influenzelektricität der zweiten Art verschwinden. Fährt man dann fort, der Batterie Elektricität zu geben, so wird wieder, wenn dieselbe die Menge q erhalten hat, die Menge mq erregt werden und eine neue Entladung der Mafsflasche eintreten. Jede Entladung der Mafsflasche zeigt also auch hier an, dafs der Batterie die Elektricitätsmenge q gegeben ist. Bei n Entladungen der Mafsflasche hat also die Batterie die Elektricitätsmenge nq erhalten; ist nun s die Anzahl der Flaschen, so ist

$$d = \frac{n \cdot q}{s}$$

die mittlere Dichtigkeit der Elektricität in der Batterie.

Damit diese Messungen genau sind, ist es jedoch zunächst notwendig, dafs die Batterie kontinuierlich, also durch Verbindung der inneren Belegung mit dem Konduktor der Elektrisiermaschine geladen wird. Denn wird sie stofsweise, also durch überspringende Funken geladen, so können, wie leicht zu sehen, die Entladungen der Flasche nicht gleichwertig sein. Denn es sei durch eine Anzahl von Funken die Batterie so weit geladen,

dafs nur eine sehr kleine Menge Elektricität fehlt, so wird bei dem folgenden Funken die Entladung eintreten, einerlei ob derselbe der Batterie gerade die noch zur Entladung fehlende oder eine bedeutend gröfsere Elektricitätsmenge giebt; die äufsere Belegung wird dann aber ebenso gut die gesamte Influenzelektricität der zweiten Art verlieren, als wenn sie nur die Menge mq besäfse.

Damit jede Entladung bei derselben Elektricitätsmenge eintrete, ist es ferner nötig, dafs die Kugeln der Mafsflasche an den Stellen, wo der Funke übergeht, durchaus rund und gut poliert sind und bleiben. Riess giebt an, dafs kupferne Kugeln sorgfältig mit Öl und Zinnasche poliert am besten dem Zwecke entsprechen.

Die angeführte Methode zur Messung der elektrischen Dichtigkeit bedarf noch einer Korrektion aus im nächsten Paragraphen zu betrachtenden Gründen; sie macht nämlich die Voraussetzung, dafs es immer derselben Elektricitätsmenge mq bedürfe, um die Mafsflasche zu entladen, und dafs es immer der Elektricitätsmenge q bedürfe, um die Menge mq zu erregen, deshalb, schliefst sie, zeigen n Entladungen der Mafsflasche die Menge nq Elektricität an, welche der Flasche gegeben ist. Die zweite dieser Voraussetzungen ist nach der Theorie der Influenz, nach welcher unter sonst gleichen Umständen die Menge der Influenzelektricität der Menge der erregenden proportional ist, unbestritten; sie ist überdies noch durch Versuche von Riess[1]), nach welchen die Abstofsung einer am Knopfe einer Leydener Flasche oder einer Batterie anliegenden Kugel der Quadratwurzel aus der in der angegebenen Weise gemessenen Dichtigkeit der Batterie proportional ist, bestätigt worden. Die erste der beiden Voraussetzungen gilt aber nur für die der ersten folgenden Entladungen der Mafsflasche. Es bleibt nämlich nach jeder Entladung ein Rückstand der Elektricität in der Flasche zurück; nach der ersten Entladung wird daher nur die bei der Entladung verschwundene Elektricitätsmenge ersetzt, während zur ersten Entladung aufser dieser auch die zurückbleibende Elektricität der Mafsflasche mitgeteilt werden mufste. Um den dadurch bei der Messung entstehenden Fehler zu korrigieren, ist es am besten, dafs man vor den Messungen die Flasche einmal bei der gewählten Schlagweite ladet und entladet.

In allen den Fällen, in denen man nicht durch Messung der Potentialfunktion aus der gemessenen Kapacität einer Batterie die Ladung derselben bestimmen kann, ist die Messung der Ladung mit der Mafsflasche das beste Mittel, die Kapacität der Mafsflasche, sowie die einer bestimmten Schlagweite entsprechenden Werte der Potentialfunktion kann man ein für allemal bestimmen.

§. 61.

Partialentladungen. Dauer der Entladung einer Batterie. Wenn man eine Batterie in der Schlagweite entladet, so verschwindet aus ihr nicht die gesamte in ihr aufgehäufte Elektricität; man kann sich davon leicht überzeugen, indem man die Kugeln eines in den Schliefsungsbogen einer Batterie eingeschalteten Funkenmikrometers vorsichtig einander nähert.

1) *Riess*, Poggend. Ann. Bd. XL. Reibungselektricität Bd. I, §. 389.

Digitized by Google

Hat man die Batterie bei dem gröfsten Abstande der Kugeln entladen, so findet immer bei einer gewissen bedeutend kleineren Entfernung eine zweite Entladung, und in manchen Fällen noch bei einer dritten von der Berührung zu unterscheidenden Entfernung eine dritte Entladung statt. Riess hat diesen Satz noch auf eine andere Weise nachgewiesen[1]). Er bestimmte die Elektricitätsmenge mit der Mafsflasche, welche erforderlich war, um eine gegebene Batterie zu laden, so dafs sie bei einer bestimmten Schlagweite sich entlud. Ohne an der Batterie dann etwas zu ändern, wurde sie nach der Entladung sofort wieder geladen, bis bei derselben Schlagweite eine neue Entladung eintrat. Die in dem zweiten Falle der Batterie zu gebende Elektricitätsmenge war bedeutend kleiner als die zur ersten Entladung notwendige, wie folgende Tabelle zeigt:

Flaschenzahl der Batterie s	Schlagweite d	Elektricitätsmenge vor der ersten Entladung q	Elektricitätsmenge nach der ersten Entladung q'	$\frac{q'}{q}$
3	1	6	5	0,833
	2	10,2	8,8	0,862
	3	15	13	0,866
4	1	8	6,5	0,812
	2	14,5	12,5	0,862
	3	21,5	17	0,798
5	1	10	9	0,900
	2	18	15	0,833
	3	27	22,5	0,833

Wie man sieht, betrug die nach der ersten Entladung der Batterie zu einer zweiten Entladung zu gebende Elektricitätsmenge immer nur im Mittel 0,844 der ursprünglich zu einer gleichen Entladung nötigen Elektricitätsmenge. Da nun immer, damit die Entladung bei derselben Schlagweite stattfindet, die Dichtigkeit der Elektricität an den Punkten der Entladung dieselbe sein mufs, so folgt, dafs durch die Zufuhr dieser geringeren Elektricitätsmenge die Dichtigkeit an den Kugeln wieder die frühere geworden ist, und daraus, dafs von der ursprünglich der Batterie gegebenen Elektricitätsmenge bei der Entladung nur 0,844 verschwunden, in der Batterie also 0,156 der ursprünglichen Ladung zurückgeblieben ist.

Aus dieser Thatsache ergiebt sich, dafs die Entladung einer Batterie, welche dadurch geschieht, dafs man einem Punkte der äufseren Belegung einen mit der inneren Belegung verbundenen Leiter bis zur Berührung nähert, nicht mit einem Schlage erfolgt, wenn der Leiter jenem Punkte bis zur Schlagweite genähert ist, sondern dafs die gesamte Entladung aus einer Reihenfolge von Partialentladungen besteht. Die erste Entladung findet in der Schlagweite der Batterie statt; die Dichtigkeit der Elektricität auf den genäherten Stellen wird dadurch vermindert, so dafs bald keine

1) *Riess*, Poggend. Ann. Bd. LIII. Reibungselektricität Bd. II, §. 628.

Digitized by Google

Elektricität mehr überspringen kann; kommt dann bei der stetigen Annäherung des mit der inneren Belegung verbundenen Leiters derselbe in die der rückständigen Ladung entsprechende Entfernung, so tritt eine neue Entladung ein und so fort bis zur Berührung, in welcher die Batterie vollständig entladen wird. Die auf angegebene Weise stattfindende Entladung hat also eine Dauer, welche von der Schnelligkeit abhängt, mit welcher die mit den beiden Belegungen der Batterie verbundenen Leiter einander genähert werden.

Aber auch die erste Entladung in der Schlagweite geschieht nicht momentan, nicht mit einem Schlage gleichen sich die aus der Batterie verschwindenden Elektricitäten aus, sondern auch diese Ausgleichung erfolgt nach und nach. Denn würde die Entladung momentan sein, d. h. würden mit einem Schlage die sich in der Schlagweite ausgleichenden Elektricitäten überspringen, so dürfte, da die Schlagweite von der Beschaffenheit des Schliefsungsbogens unabhängig ist, auch der Rückstand in der Batterie nicht von der Beschaffenheit des Schliefsungsbogens abhängig sein. Das ist aber nach den Versuchen von Riess[1]) und Feddersen[2]) der Fall; es ergiebt sich aus denselben, dafs der Rückstand der Batterie um so gröfser ist, je gröfser der Widerstand ist, welchen der Schliefsungsbogen der Bewegung der Elektricitäten entgegensetzt. Riess schaltete in den Schliessungsbogen der Batterie in der §. 59 angegebenen Weise die dort beschriebene Wasserröhre ein, und verfuhr dann ganz in der soeben angegebenen Weise bei Benutzung derselben Batterie. Die Resultate seiner Versuche enthält folgende Tabelle.

Flaschenzahl s	Schlagweite d	Elektricitätsmenge		$\frac{q'}{q}$
		vor der ersten Entladung q	nach der ersten Entladung q'	
3	1	6	3,5	0,583
	2	10,5	7	0,666
	3	14,5	10,5	0,724
4	1	8	4,5	0,562
	2	14	9	0,642
	3	19,5	13,5	0,692
5	1	11	5	0,454
	2	19	11,7	0,616
	3	26	17	0,653

Während also bei ganz metallischem Schliefsungsbogen 0,844 der ursprünglichen Ladung verschwunden waren, sind aus derselben Batterie, bei derselben Ladung nur 0,621 der Ladung verschwunden, wenn in den Schliefsungsbogen eine Wasserröhre von 10,17 mm Weite und 22,5 cm

1) *Riess*, Poggend. Ann. Bd. LIII. Reibungselektricität Bd. II. §. 634.
2) *Feddersen*, Poggend. Ann. Bd. CIII.

Digitized by Google

Länge eingeschaltet wurde. Der Rückstand war also ungefähr dreimal so grofs als vorher. Noch viel bedeutendere Rückstände fand Feddersen, als er gröfsere Widerstände einschaltete. Feddersen untersuchte die Schlagweite, indem er nach der ersten Entladung die Kugeln des Funkenmikrometers bis zur zweiten Entladung näherte. Wenn man die Schlagweiten der Dichtigkeit der Elektricität in den Batterien proportional setzt, eine Annahme, welche bei den Versuchen Feddersens, wo die kleinste Schlagweite immer mehr als 2 mm betrug, und die verglichenen Schlagweiten nur sehr wenig verschieden waren, durchaus gestattet ist, so ist der Quotient der zweiten und ersten Schlagweite gleich dem Bruchteile der bei der ersten Entladung in der Batterie zurückgebliebenen Elektricität. Bei Einschaltung einer Wasserröhre von 240 mm Länge und 1 mm Dicke fand Feddersen einen je nach der Stärke der Ladung allerdings verschiedenen, zum mindesten aber die Hälfte der ursprünglichen Ladung betragenden Rückstand. Bei einer Wassersäule von 2830 mm Länge und 1 mm Dicke betrug der Rückstand nach der ersten in der Schlagweite stattgefundenen Entladung sogar 0,97 der ursprünglichen Ladung, so dafs nur 0,03 derselben verschwunden waren.

Daraus folgt mit Notwendigkeit, dafs nicht mit einem Schlage bei der Entladung die Elektricitäten sich ausgleichen, sondern dafs die Entladung nur nach und nach vor sich geht, denn nur so ist es möglich, dafs die Menge der ausgeglichenen Elektricität mit der Beschaffenheit des Schliefsungsbogens sich ändert. Wheatstone und Feddersen haben nun auch in der That nachgewiesen, dafs die Entladung eine mefsbare Zeit dauert, und dafs die Dauer der Entladung je nach Beschaffenheit des Schliefsungsbogens verschieden ist. Die von beiden Beobachtern angewandte Methode ist im wesentlichen dieselbe, beide beobachteten den Entladungsfunken mit einem rotierenden Spiegel.

Läfst man vor einem leuchtenden Punkte einen ebenen Spiegel rotieren, so scheint das Spiegelbild in demselben einen Bogen zu beschreiben, welcher im Winkelmafs doppelt so grofs ist als der Winkel zwischen den beiden Stellungen, bei welchen der Punkt beginnt und aufhört gespiegelt zu werden. Ist die Rotation des Spiegels langsam, so sieht man beim Hineinblicken in den Spiegel den leuchtenden Punkt nach und nach an den verschiedenen Stellen des Sehfeldes; ist dagegen die Rotation des Spiegels rasch, so sieht man wegen der Dauer des Lichteindruckes im Auge das Sehfeld von einer leuchtenden Linie durchschnitten. Leuchtet der Punkt jedoch nur kurze Zeit, fängt er später an zu leuchten als die Stelle, wo er sich befindet, dem Beobachter im Spiegel sichtbar wird, und hört er früher auf zu leuchten, als die Stelle aufhört sichtbar zu sein, so wird die leuchtende Linie nicht das ganze Sehfeld durchschneiden, sondern nur einen Teil desselben, sie wird länger oder kürzer sein, je nach der gröfseren oder kleineren Leuchtdauer des Funkens. Aus der Länge der Funkenlinie und der bekannten Rotationsgeschwindigkeit des Spiegels kann man die Leuchtdauer des Funkens berechnen. Beträgt z. B. die Länge der Funkenlinie im Winkelmafs α^0, so folgt daraus, dafs der Funke so lange Zeit leuchtete, als der Spiegel brauchte, um $\frac{\alpha}{2}$ Grad bei seiner Drehung zurückzulegen. Wenn nun der Spiegel in der Sekunde n Rota-

Digitized by Google

tionen machte, so brauchte er, um den Weg von $\frac{\alpha}{2}$ Grade zurückzulegen, die Zeit

$$\frac{\alpha}{2 \cdot n \cdot 360}.$$

Wheatstone[1]) unterbrach den metallischen Schließsungsbogen einer Batterie an einer Stelle, befestigte an den Enden der Teile kleine Kugeln und entfernte dieselben etwa 2 mm von einander, während die Schlagweite der Batterie mehr als das Doppelte betrug. Wenn nun die Batterie sich entlud, sprang an dieser Stelle des Schließsungsbogens ein Funke über, dessen Leuchtdauer gleich der Dauer der Entladung der Elektricitäten war. In der Nähe dieser Stelle war ein kleiner ebener Spiegel aufgestellt, welcher um eine der Richtung, in welcher der Funke übersprang, parallele Axe rotierte. Als der Spiegel nur langsam rotierte, erschien der überspringende Funke als eine scharfe, die beiden Kugeln verbindende helle Linie; als aber der Spiegel rascher rotierte, wurde diese helle Linie in die Breite gezogen, und bei 800 Rotationen erschien sie als ein Lichtband, dessen Breite ungefähr 24° betrug. Die Leuchtdauer des Funkens und somit die Dauer des Entladungsstromes beträgt demnach

$$\frac{24}{2 \cdot 800 \cdot 360} = 0{,}000042 \text{ Sekunde.}$$

Feddersen hat eine Reihe von Untersuchungen angestellt, um die Dauer einer Entladung zu bestimmen. Bei der ersten[2]) wandte er im wesentlichen das Verfahren von Wheatstone an, um die Entladungsdauer eines Stromes zu bestimmen, in dessen Schließsungbogen Flüssigkeiten eingeschaltet waren. Er fand die Dauer der Entladung um so größer, je größer der Widerstand des Schließsungsbogens ist, und bei verschiedenen Batterien um so größer, je größer die elektrische Oberfläche der Batterie ist. Als er eine Leydener Flasche bis zu 10 mm Schlagweite lud, fand er die Dauer bei Einschaltung eines 9 mm langen, 1 mm dicken Wasserrohres gleich 0,0014 Sekunden, bei Einschaltung eines Wasserrohres von 180 mm Länge und 1 mm Dicke gleich 0,0183, also ungefähr 14mal so groß. Bei denselben Widerständen fand er, als eine Batterie von zwei der vorigen gleichen Flaschen zu derselben Schlagweite geladen war, 0,0020 und 0,0310 Sekunden.

Bei seinen späteren Untersuchungen änderte Feddersen[3]) seine Methode wesentlich ab, indem er an Stelle eines rotierenden Planspiegels einen rotierenden Hohlspiegel anwandte. In einer dem Radius des Hohlspiegels gleichen Entfernung, und etwas über dem Mittelpunkt desselben war die Stelle des Schließsungsbogens angebracht, an welcher der Funke übersprang. War die spiegelnde Fläche dem Funken zugewandt, so bildete sich deshalb etwas unterhalb des Funkens selbst bei ruhendem Spiegel das

---

1) *Wheatstone*, Philosophical Transactions f. the y. 1834. Poggend. Ann. Bd. XXXIV.

2) *Feddersen*, Poggend. Ann. Bd. CIII.

3) *Feddersen*, Poggend. Ann. Bd. CXIII und CXVI.

Digitized by Google

reelle Bild des Funkens. Dasselbe wurde auf einer matten Glastafel aufgefangen, damit es von allen Seiten gesehen werden konnte. Wenn nun der Spiegel rotierte, so wurde das reelle Bild gerade so in die Breite gezogen, wie das virtuelle Bild in dem rotierenden ebenen Spiegel. Mit Hilfe einiger geometrischen Sätze, welche wir hier wohl nicht näher zu entwickeln brauchen, läſst sich aus der Breite des Bildes und der Rotationsgeschwindigkeit des Spiegels die Leuchtdauer des Funkens und somit die Dauer des Entladungsstromes berechnen.

Ein Teil des Rotationsapparates von Feddersen war in den Schlieſsungsbogen selbst eingeschaltet, so daſs jedesmal dann, wenn der Spiegel dem Funkenapparate zugewandt war, die geladene Flasche entladen wurde. Die Breite des Bildes auf der Glastafel wurde entweder dadurch bestimmt, daſs die Stelle, welche das Bild bedeckt hatte, mit einem Maſsstabe ausgemessen wurde, oder daſs man Papierstreifen von bekannter Breite auf die Glastafel klebte und mit diesen die Breite des Funkenbildes verglich. Bei späteren Versuchen ersetzte Feddersen auch die Glastafel durch eine präparierte photographische Platte von groſser Empfindlichkeit, auf welcher das Bild sich photographierte und nachher mit Ruhe ausgemessen werden konnte.

Mit Hilfe dieses Verfahrens kam Feddersen zu ganz überraschenden Resultaten. Zunächst bestätigte er die früher schon gefundenen Sätze, nämlich, daſs wenn in den Schlieſsungsbogen überhaupt ein groſser Widerstand durch einen Flüssigkeitsfaden eingeschaltet war, die Dauer der Entladung mit der Gröſse des Widerstandes zunahm, daſs ferner die Dauer der Entladung mit der Gröſse der Batterie bei gleicher Schlagweite zunahm, und daſs ferner mit der Schlagweite die Dauer gröſser wurde.

So fand Feddersen z. B. folgende Werte, als der Widerstand des Schlieſsungsbogens gleich dem einer in Glasröhren eingeschlossenen Säule verdünnter Schwefelsäure von 1 mm Dicke und folgenden Längen war:

2 Flaschen		6 Flaschen		8 Flaschen		16 Flaschen	
Widerst.	Dauer	Widerst.	Dauer	Widerst.	Dauer	Widerst.	Dauer
mm	"	mm	"	mm	"	mm	"
41	0,00002	25	0,00003	18	0,00004	14	0,00006
71	0,000035	48	0,00006			25	0,00010
		71	0,00008				

Wurde indes nun von dem kleinsten der bei jeder Versuchsreihe beobachteten Widerstände der Widerstand des Schlieſsungsbogens noch weiter verkleinert, so nahm die Dauer der Entladung wieder bedeutend zu, und sie wurde am gröſsten bei kurzem metallischen Schlieſsungsbogen von sehr kleinem Widerstande. So erhielt Feddersen folgende Werte bei kurzem metallischen Schlieſsungsbogen, welche zugleich die Abhängigkeit der Dauer von der Schlagweite und Oberfläche der Batterie nachweisen.

Digitized by Google

Zahl der Flaschen	Schlagweite mm	Dauer Sekunden
1	1,5	0,00004
	3,75	0,00007
	6,65	0,00010
	10,00	0,00015
2	1,5	0,00006
	3,75	0,00014

Wie man sieht, ist die Dauer der Entladung nach diesen Beobachtungen bedeutend gröfser bei kurzem metallischen Schliefsungsbogen, als bei Einschaltung grofser Widerstände.

Aus den mitgeteilten Erfahrungen über die Dauer der in der Schlagweite stattfindenden Entladung lassen sich wichtige Schlüsse ziehen über den Mechanismus der Entladung, es folgt daraus, dafs die Entladung in der Schlagweite im allgemeinen ebenfalls aus einer Reihenfolge von Partialentladungen besteht. Da nämlich die Schlagweite einer Batterie nur von der Dichtigkeit der Elektricität an den Stellen des überspringenden Funkens abhängt, so zwar, dafs der mit der Batterie verbundene und dann von ihr getrennte Leiter dieselbe Schlagweite besitzt, so folgt, dafs zunächst bei der Entladung nur der Schliefsungsbogen selbst entladen wird. Infolge dieser Entladung kann sich von der inneren Belegung wieder Elektricität über den Schliefsungsbogen verbreiten, und ist die Dichtigkeit an den Stellen, wo der Funke überspringt, wieder hinreichend, so springt ein neuer Funke über und so fort, bis die in der Batterie vorhandene Elektricitätsmenge die Dichtigkeit an der Entladungsstelle nicht mehr so weit steigern kann, dafs noch ein Funke übertreten kann.

Ehe wir diese Hypothese über den Vorgang der Entladung mit den aufgestellten Gesetzen vergleichen, müssen wir zunächst eine Schwierigkeit wegräumen, welche dieselbe auf den ersten Blick für unmöglich erscheinen läfst. Wir sahen nämlich, jeder elektrischen Dichtigkeit entspricht eine bestimmte Schlagweite; durch die erste Partialentladung wird nun die elektrische Dichtigkeit der Batterie um eine gewisse Gröfse vermindert, so dafs sie an den Stellen, wo die Entladung stattfindet, nie wieder die frühere werden kann. Es würde deshalb der ersten Entladung ohne Verringerung der Schlagweite durchaus keine zweite folgen können. Wir haben indes in den Versuchen von Harris bereits den Beweis gesehen, dafs die Schlagweite einer Batterie gröfser wird, wenn die Luft zwischen den Kugeln des Funkenapparates verdünnt ist. Wir werden später den Beweis liefern, dafs die elektrische Entladung, welche die Luft durchbricht, dieselbe zugleich nach den Seiten treibt, so stark, dafs leichte Körper dadurch fortgeblasen werden können. Daraus folgt also, dafs nach der ersten und der folgenden Partialentladung zwischen den Kugeln ein luftverdünnter Raum ist, es können also bei neuer Ladung des Leiters, selbst bei geringerer Dichte der Elektricität neue Entladungen stattfinden, und zwar so lange, als die Schlagweite der Batterie dieser verdünnten Luft entspricht.

Die Möglichkeit der Partialentladungen ergiebt sich daraus mit Sicher-

Digitized by Google

heit; ihre wirkliche Existenz ist später auch von Feddersen[1]) nachgewiesen worden; er sah nämlich bei Betrachtung des Funkens im rotierenden Spiegel mehrfach, dafs sich das in die Breite gezogene Bild des Funkens wie Fig. 90 in einzelne helle einander parallele Linien auflöste, welche

Fig. 90.

anfangs näher beisammen, später weiter von einander standen. Jeder dieser hellen Linien entspricht ein besonderer überspringender Funke, so dafs also bei diesen Entladungen, welche Feddersen intermittierende nennt, die Partialentladungen aus einzelnen überspringenden Funken bestehen. In anderen Fällen beobachtete Feddersen diese einzelnen Funken nicht, dann schien nach dem ersten einleitenden scharf als Linie auftretenden Funken das ganze Bild schwach, aber mit abnehmender Stärke leuchtend. Die Partialentladungen bestanden dann also nicht aus einzelnen scharf getrennten Funken, sondern aus einem mehr gleichmäfsigen Überströmen der Elektricität. Letztere Art der Entladung trat bei relativ geringeren Widerständen leichter auf, sie war aber oft, wie

Fig. 91.

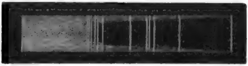


Fig. 91 zeigt, mit einzelnen Funken untermischt, die gegen das Ende der Entladung immer weiter von einander entfernt waren.

Die von Feddersen angegebenen Gesetze, sowie die von Riess und Feddersen gemachte Beobachtung über die Gröfse des Rückstandes ergeben sich, wenn wir zunächst die Schliefsungsbogen von gröfserem Widerstande beachten, unmittelbar. Zunächst nimmt die Dauer der Entladung bei gleichem Schliefsungsbogen und gleicher Schlagweite mit der Gröfse der Batterie, also mit der Menge der Elektricität zu. Da wir sahen, dafs die Partialentladungen jedesmal dann eintreten, wenn die Unterbrechungsstelle des Schliefsungsbogens die erforderliche elektrische Dichtigkeit erhalten hat, so wird bei gleicher Dichtigkeit, aber gröfserer Elektricitätsmenge in der Batterie die Zahl der Partialentladungen zunehmen, und deshalb die Dauer der gesamten Entladung eine gröfsere sein müssen, da man nach den Versuchen von Riess annehmen darf, dafs jedesmal nach beendigter Gesamtentladung in der Batterie derselbe Bruchteil der ursprünglichen Ladung zurückbleibt. Je gröfser daher die disponible Elektricitätsmenge ist, um so häufiger wird der Schliefsungsbogen die zur Entladung erforderliche Dichtigkeit erhalten.

1) *Feddersen*, Poggend. Ann. Bd. CIII.

Digitized by Google

Die Dauer der Entladung nimmt bei gleicher Batterie und gleichem Schliefsungsbogen mit der Schlagweite, aber nur langsam zu. Daraus würde zu folgern sein, dafs der Rückstand in der Batterie um so kleiner wird, je gröfser die Schlagweite ist, denn dann würde mit der Dichtigkeit der Elektricität in der Batterie ebenfalls die Zahl der Partialentladungen zunehmen. In der That hat Feddersen dieses nachgewiesen. Der Rückstand der Batterie nahm in einem Falle[1]) ab von 0,63 bis 0,5, als die Schlagweite von 3,8 auf 8,30 mm zunahm. Andererseits scheint nach den Beobachtungen von Feddersen die zwischen zwei Partialentladungen liegende Zeit abzunehmen, so dafs aus beiden zusammen eine nur geringe Zunahme der Dauer der Gesamtentladung folgt.

Der Einflufs vergröfserten Widerstandes auf die Entladung ist ein doppelter; zunächst mufs die Zwischenzeit zwischen zwei Entladungen wachsen, da die Elektricität gröfsere Zeit notwendig hat, um an die Stellen zu kommen, an welchen der Funke überspringt. In der That fand Feddersen in einem Falle bei Verdreifachung eines eingeschalteten Widerstandes den Zeitabstand zwischen zwei Partialentladungen auf das Achtfache wachsen. Zugleich aber mufs mit der Gröfse des Widerstandes die Zahl der Partialentladungen eben wegen des gröfseren Zeitabstandes abnehmen. Denn nach jeder Partialentladung wird durch den Druck der umgebenden Luft in den Funkenkanal Luft hineingetrieben werden, durch die folgende Partialentladung wird, da sie schwächer ist als die vorhergehende, nur ein Teil dieser Luft wieder fortgetrieben, die Dichtigkeit der Luft im Funkenkanal nimmt deshalb allmählich wieder zu. Je weiter der Zwischenraum zwischen zwei Partialentladungen ist, um so stärker mufs deshalb die Dichtigkeit der Luft wieder zunehmen. Da die Partialentladungen aufhören, wenn die Dichtigkeit der Luft im Funkenkanal so grofs ist, dafs bei der an den Enden des Schliefsungsbogens vorhandenen elektrischen Dichtigkeit der Funke nicht mehr überspringen kann, so folgt, dafs bei vergröfsertem Widerstande des Schliefsungsbogens die Partialentladungen früher aufhören müssen. Deshalb ist der Rückstand in der Batterie gröfser. Bei sehr grofsem Widerstande wird es vorkommen können, dafs letzterer Einflufs überwiegt, dann wird die Dauer der Entladung wieder kleiner werden.

Die eigentümlichen Beobachtungen Feddersens, dafs bei Verkleinerung des Widerstandes von einem gewissen Widerstande an, den er Grenzwiderstand nennt, die Dauer der Entladung wieder zunimmt, und zwar um so mehr, je kleiner der Widerstand des Schliefsungsbogens wird, lassen sich mit dem vorigen nicht vereinigen. Feddersen wurde dadurch dazu geführt, die Entladung bei kleinerem Widerstande des Schliefsungsbogens als eine ganz andere anzusehen, die er oscillierende nennt, bei welcher nämlich durch den Schliefsungsbogen der Batterie nicht nur ein Strom oder eine Anzahl gleichgerichteter Partialströme hindurchgehen, bei welcher vielmehr ein Hin- und Herfliefsen von Elektricität stattfindet, der Strom abwechselnd von der inneren zur äufseren und wieder zu der innern Belegung zurückfliefst u. s. f.

---

1) *Feddersen*, Poggend. Ann. Bd. CIII.

Digitized by Google

Man hat sich nach Feddersen[1]) diesen Vorgang so zu denken, daſs die Elektricität im Schlieſsungsdraht sich nicht nur so lange bewegt, bis die disponible Ladung verschwunden, also die Hälfte der positiven Elektricität von der inneren zur äuſseren und die Hälfte der negativen Elektricität zur inneren Belegung geflossen ist, sondern daſs sie infolge eines gewissen Beharrungsvermögens sich auch, nachdem so die bewegende Kraft aufgehört hat, noch weiter bewegt. Daraus wird dann folgen, daſs die Batterie jetzt neuerdings geladen wird und zwar entgegengesetzt wie früher; ist diese Ladung soweit vorgeschritten, daſs die auf den Belegungen neuerdings angesammelte Elektricität infolge ihrer abstoſsenden Kraft den fernern Zufluſs hindert, so tritt momentane Ruhe ein, und auf diese folgt ein Zurückströmen der Elektricität, eine Entladung der neuen Ladung, welche eine der frühern Ladung entgegengesetzte Richtung hat. Nach dem Schlusse dieser Entladung wird sich der Vorgang wiederholen und so fort, so daſs ein Hin- und Herströmen der Elektricität im Schlieſsungsdrahte stattfindet. Wenn der Schlieſsungsbogen ganz ohne Widerstand wäre, dann würden diese Oscillationen niemals aufhören, da dann jede neue Ladung mit der vorhergehenden gleiche Stärke haben müſste, um die Bewegung der Elektricität aufhören zu machen; da aber jeder Leiter der Bewegung der Elektricität einen Widerstand entgegensetzt, so wird dadurch die Bewegung der Elektricität gemindert, und deshalb ist jede folgende Ladung schwächer als die frühere. Daraus folgt, daſs nach einiger Zeit die Bewegung der Elektricität aufhört, daſs also nur eine bestimmte Zahl von Oscillationen stattfindet. Die Zahl dieser Oscillationen wird abnehmen mit zunehmendem Widerstande des Leiters, und es wird einen gewissen Widerstand geben, wo überhaupt keine Oscillation mehr stattfindet, dann wird die einfache von uns bisher betrachtete Entladung eintreten, deren Gröſse mit der Gröſse des Widerstandes zunimmt.

Daſs also, wenn der Widerstand unter den vorhin erwähnten Grenzwiderstand hinabsinkt, die Dauer der Entladung wieder zunimmt, hat seinen Grund darin, daſs eine Anzahl von Entladungen eintritt, deren jede einzelne gleichwertig mit der Entladung bei gröſserem Widerstande, aber von kürzerer Dauer ist.

Die Betrachtung des Funkenbildes auf der matten Glasplatte bestätigte diese Theorie. Bei Anwendung eines Schlieſsungsbogens von kleinem Widerstande erhielt Feddersen das Funkenbild Fig. 92, eine Anzahl heller Streifen, getrennt durch mehr oder weniger dunkele Zwischenräume. Die Rotationsgeschwindigkeit war dabei viel kleiner als jene, welche die Bilder Fig. 90 und 91 gab. Die Breite der einzelnen hellen Streifen beweist deshalb schon, daſs dieselben nicht den dort abgebildeten Partialentladungen entsprechen. Wurde der Widerstand des Schlieſsungsbogens vergröſsert, so nahm die Zahl der Streifen ab, ohne daſs, natürlich bei gleichbleibender Rotationsgeschwindigkeit des Spiegels, die Breite der einzelnen Streifen vergröſsert wurde. Bei einem bestimmten, je nach der Gröſse der angewandten Batterie verschiedenen Widerstande

Fig. 92.

1) *Feddersen*, Poggend. Ann. Bd. CXIII.

Digitized by Google

zeigte sich nur ein Streifen mehr, und bei fernerer Vergröfserung nahm dann in der vorher angegebenen Weise die Breite des einzelnen Streifens zu. So fand Feddersen z. B. bei Entladung einer Flasche und den in Längen einer 1 mm dicken Säule von verdünnter Schwefelsäure angegebenen Widerständen:

Widerstände	Zahl der Streifen	Breite	Widerstände	Zahl der Streifen	Breite
mm		mm	mm		mm
7	6	3—4	58	1	3—4
9	5	dieselbe	72	1	5
12	4	„	91	1	7
19	3	„	105	1	10
35	2	„	1000	1	40

Bei 58 mm Widerstand trat immer nur ein Streifen auf, der von da mit wachsendem Widerstande breiter wurde.

Ein genaueres Studium der oscillierenden Entladung wurde Feddersen dadurch möglich, dafs er das Funkenbild anstatt auf einer matten Glasplatte auf einer photographisch präparierten Platte auffing und es so fixierte[1]). Aus der Messung der Breite der Funkenbilder und der bekannten Rotationsgeschwindigkeit sowie den Abständen des Funkens und des Bildes vom Spiegel konnte er direkt die Dauer der einzelnen Oscillationen sowie die Abhängigkeit der Oscillationsdauer von den verschiedenen Umständen bestimmen. Es wurde zu dem Ende stets die Breite einer Anzahl von unter denselben Verhältnissen erhaltenen Streifen gemessen, und die so erhaltene Breite durch die Anzahl der Streifen dividiert.

Aus diesen Versuchen ergab sich zunächst, dafs bei gegebener Batterie und gegebenem Schliefsungsbogen die Oscillationsdauer unabhängig war von der in der Batterie aufgehäuften Elektricitätsmenge, also von der Höhe der Ladung. So fand Feddersen, als eine Batterie von 10 Flaschen durch einen kurzen Schliefsungsbogen entladen wurde

	bei 4 mm Schlagweite	8 mm Schlagweite
die Dauer gleich	0,00000304 Sekunde	0,00000305 Sekunde;

als 16 Flaschen durch einen langen Schliefsungsbogen entladen wurden

	bei 1,5 mm Schlagweite	9 mm Schlagweite
die Dauer gleich	0,0000511 Sekunde	0,0000514 Sekunde.

Bei gegebener Leitung zeigte sich dagegen, wenn eine verschiedene Anzahl von Flaschen gleicher Gröfse entladen wurde, die Dauer der Oscillationen der Quadratwurzel aus der Anzahl der Flaschen proportional, also

$$t = a \cdot \sqrt{s},$$

wenn t die Dauer der Oscillation, s die Zahl der Flaschen und a eine von der Beschaffenheit der Flaschen abhängige Konstante bedeutet.

1) *Feddersen*, Poggend. Ann. Bd. CXVI.

Digitized by Google

So ergab sich bei einem Schliefsungsbogen, dessen Länge 161,3 m betrug, folgende Oscillationsdauer:

Flaschenzahl	Oscillationsdauer in Sekunden	
	beobachtet	berechnet
16	0,0000446	0,0000445
8	0,0000314	0,0000315
4	0,0000224	0,0000222
2	0,0000156	0,0000157.

Die als berechnet angegebenen Zahlen sind mit dem aus den vier Beobachtungen sich ergebenden Mittelwerte für $a = 0{,}000011125$ berechnet.

Bei Leitungen verschiedener Länge zeigte sich die Dauer der Oscillationen mit zunehmender Länge des Schliefsungsbogens vergröfsert, ohne dafs sich jedoch ein einfaches Gesetz dafür ergab. So erhielt Feddersen unter andern folgende Werte bei Entladung einer Batterie von 10 Flaschen

Länge des Schliefsungsbogens in Meter	Oscillationsdauer in Sekunden
5,26	0,00000132
25,26	0,00000410
65,26	0,00000753
115,26	0,00000935
317,0	0,0000177
1343	0,0000398.

Aufserdem hängt die Oscillationsdauer von der Art und Weise ab, wie die Drähte des Schliefsungsbogens gegen einander gelagert sind, da davon die im letzten Kapitel dieses Bandes zu besprechende Induktion der Leiter auf einander abhängig ist.

Die Deutung Feddersens, dafs die beobachteten Erscheinungen als hin und hergehende aufzufassen seien, dafs also zunächst die positive Elektricität bei positiver Ladung von innen nach aufsen sich bewegt, dann wieder von aufsen nach innen, stimmt vollständig mit der Theorie der Entladung überein.

Zunächst hat Helmholtz[1]) die Notwendigkeit einer solchen Entladungsweise aus den Wärmewirkungen des Entladungsschlages und dem Principe der Erhaltung der Kraft vorausgesagt; wir werden darauf demnächst zurückkommen.

Ferner haben W. Thomson[2]) und Kirchhoff[3]) bei einer Untersuchung über die Elektricitätsbewegung dasselbe gezeigt.

Kirchhoff weist nach, dafs bei einem Strome derart, wie ihn die Leydener Flasche liefert, die Bewegung der Elektricität bei kleinen Widerständen eine oscillierende, bei grofsen eine einfach fortschreitende nach Art der geleiteten Wärme sein mufs. Er gelangt nämlich zu folgendem

1) *Helmholtz*, Die Erhaltung der Kraft. Berlin 1847. S. 44.
2) *W. Thomson*, Philosophical Magazin. 4. Series. vol. V.
3) *Kirchhoff*, Poggend. Ann. Bd C. CXI. CXXI.

Digitized by Google

Ausdrucke[1]) für die auf der innern Belegung der Flasche vorhandene Elektricitätsmenge Q

$$Q = e^{-ht}\left(A \cdot \cos \pi \frac{t}{T} + B \cdot \sin \pi \frac{t}{T}\right),$$

worin t die Zeit von dem Beginne einer Entladung, h eine von der Beschaffenheit des Schliefsungsbogens abhängige Konstante, und T die Oscillationsdauer ist. A und B sind zwei Konstante.

Für T ergiebt die Theorie bei nicht zu grofsem Widerstande des Schliefsungsbogens einen reellen, kleinen Wert, welcher der Quadratwurzel aus der zu entladenden Fläche proportional ist, und der etwas rascher wächst als die Länge des Schliefsungsbogens.

Ist der Widerstand des Schliefsungsbogens sehr grofs, so wird T imaginär, und es tritt die andere Entladungsart ein.

Ist T reell, so ergeben sich für Q die Werte

$$Q = A \quad \text{für} \quad t = 0,$$

so dafs also A die ursprünglich der Batterie gegebene Ladung bedeutet; bezeichnen wir dieselbe mit Q_0, so wird

$$\begin{aligned} Q &= -Q_0 e^{-hT} && \text{für } t = T \\ Q &= Q_0 e^{-2hT} && \text{,, } t = 2T \\ Q &= -Q_0 e^{-3hT} && \text{,, } t = 3T \\ Q &= Q_0 e^{-4hT} && \text{,, } t = 4T \end{aligned}$$

u. s. w.

oder es mufs nach der ersten Oscillation die innere Belegung negativ geladen sein, nach der zweiten, in welcher die positive Elektricität zurückkehrte, wieder positiv u. s. f. oder nach irgend einer ungeraden Zahl von Oscillationen mufs die Flasche ihrer ursprünglichen Ladung entgegengesetzt geladen sein, während nach irgend einer Anzahl geraden Oscillationen die Ladung das ursprüngliche Vorzeichen haben mufs. Die Stärke dieser Ladungen mufs in einer geometrischen Reihe abnehmen.

Da man die Entladungen nicht willkürlich unterbrechen kann, so ist es nicht möglich, diesen Gang der Ladungen der Batterie wirklich zu konstatieren, indes mufs es doch wenigstens möglich sein zu zeigen, dafs nach einer Entladung der ursprünglich positiv geladenen Batterie in derselben eine negative Ladung vorhanden sein kann. Das ist in der That Oettingen[2]) gelungen; die von ihm benutzte Einrichtung zeigt schematisch Fig. 93. Durch den mit dem Konduktor der Elektrisiermaschine in Verbindung stehenden Draht CK, an welchem bei der Ladung die Kugel A anlag, wurde die Batterie B geladen, bis in dem Schliefsungsbogen $BFSJ$, welcher bei F ein Funkenmikrometer enthielt, das für eine beliebige Schlagweite gestellt werden konnte, die Entladung eintrat. In dem Momente der Entladung wurde die Kugel A, welche an dem

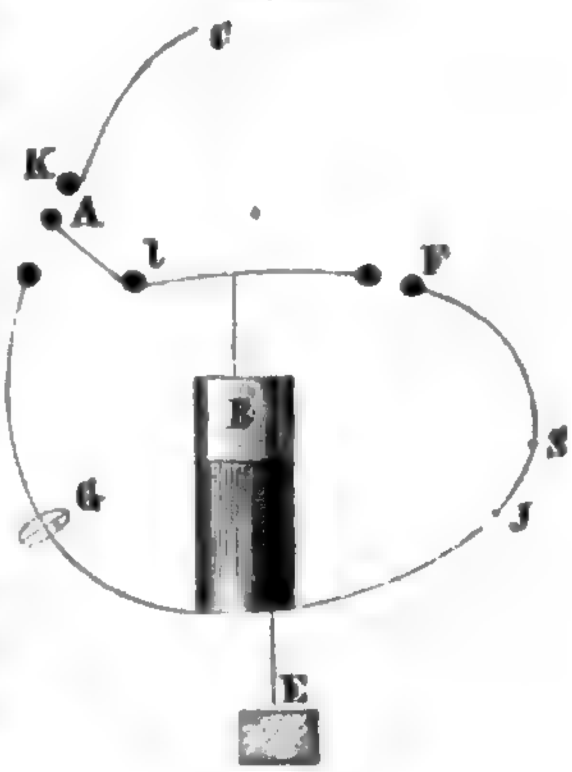
1) *Kirchhoff*, Poggend. Ann. Bd. CXXI, S. 554.

2) *v. Oettingen*, Poggend. Ann. Bd. CXV. Man sehe auch die Versuche von *v. Oettingen* in Poggend. Ann. Jubelband und Wiedem. Ann. Bd. II.

Digitized by Google

Drahte lA befestigt war, herabgedrückt, so daſs der Schlieſsungsbogen BlG ohne Funkenstrecke geschlossen war. In diesem Schlieſsungsbogen trat dann die Entladung des nach der ersten Entladung in der Flasche enthaltenen Rückstandes ein. Die Richtung des Stromes der positiven Elektricität in diesem Schlieſsungsbogen gab die Art der Ladung der Batterie nach der ersten Entladung an. Die Richtung des Stromes erkannte man an der Bewegung der Nadel des bei G in den Stromkreis eingeschalteten Galvanometers, und die Menge der entladenen Elektricität an der Gröſse des Ausschlages, welchen die Nadel des Galvanometers erhielt.

Fig. 93.



Auf diese Weise gelang es Oettingen die Existenz negativer Rückstände nachzuweisen, und so einen neuen Beweis dafür zu liefern, daſs entsprechend den theoretischen Untersuchungen von Kirchhoff bei nicht zu groſsen Widerständen und nicht zu kleiner Schlagweite die Entladungen im allgemeinen oscillierende sind.

Einen ebenso eclatanten Beweis für die Existenz dieser Entladungsart hat schlieſslich Paalzow[1]) gegeben, der die beiden Entladungsströme entgegengesetzter Richtung direkt sichtbar machte, indem er in den Schliessungsbogen eine Geisslersche Röhre einschaltete und diese dem Einfluſs eines Magnetes aussetzte. Die dann auftretenden Erscheinungen werden wir im letzten Kapitel besprechen[2]).

§. 62.

Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Elektricität. An die im vorigen Paragraphen behandelte Frage über die Dauer des elektrischen Zustandes eines Schlieſsungsbogens knüpft sich sofort die Frage über die Schnelligkeit, mit welcher sich derselbe in dem Schlieſsungsbogen fortpflanzt. Der erste Versuch, dieselbe zu bestimmen, rührt von Watson her[3]), welcher die Erfahrung dazu benutzte, daſs ein durch unseren Körper hindurchgehender elektrischer Strom uns einen deutlich fühlbaren Schlag erteilt. Er spannte auf trocknen Holzpfosten einen Draht von 374,2 m Länge aus, so daſs seine beiden Enden und seine Mitte in demselben Zimmer waren. Die Mitte des Drahtes war durchschnitten und die leitende Verbindung zwischen den Teilen dann durch den Körper des Beobachters hergestellt. Das eine Ende war mit der inneren Belegung in Verbindung, und das andere Ende wurde der äuſseren Belegung genähert, bis ein Funke übersprang. Der Beobachter sah also den überspringenden Funken und fühlte den Schlag; es gelang aber nicht, diese Empfindungen als zeitlich verschieden wahrzunehmen.

---

1) *Paalzow*, Poggend. Ann. Bd. CLII.

2) Man sehe im letzten Kapitel §. 156. Einfluſs des Magnets auf das elektrische Licht.

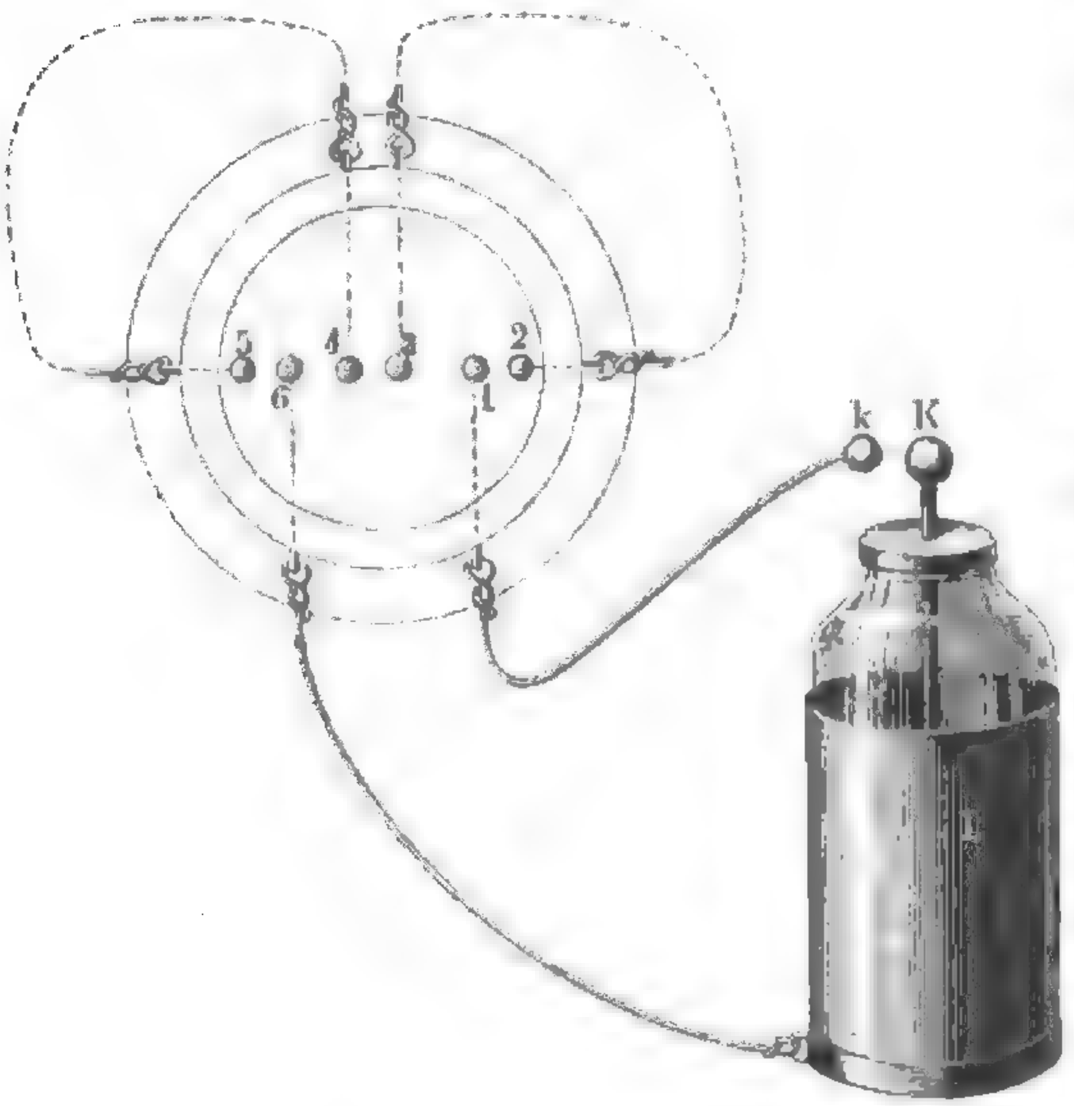
3) *Watson*. Man sehe Fischers Geschichte der Physik. Bd. V, S. 515 ff.

Digitized by Google

Wheatstone[1]) nahm diese Frage bei Gelegenheit des vorhin erwähnten Versuches wieder auf, und es gelang ihm unter Anwendung des rotierenden Spiegels und eines Drahtes von 804 m Länge zu zeigen, dafs der elektrische Zustand Zeit braucht, um sich fortzupflanzen.

Von einem circa 1,5 mm dicken Kupferdraht wurden 20 Stücke von 36,576 m Länge neben einander isoliert ausgespannt, und je zwei Enden mit Ausnahme der beiden mittelsten mit einander verbunden, so dafs die sämtlichen Drähte zwei Längen von 402 m bildeten Die beiden Enden jeder dieser Längen waren mit Kugeln versehen, welche isoliert von einander auf einem einzigen Brette, dem Funkenbrette Fig. 94 befestigt waren. Mit Kugel 2 wurde der Anfang des einen Drahtstückes, mit Kugel 3 das Ende desselben, mit Kugel 4 der Anfang des zweiten Drahtes, mit Kugel 5 das Ende dieses Drahtes in Verbindung gesetzt. Die Kugel 1 war dann durch einen Draht mit einer Kugel k verbunden, welche dem Knopfe der Leydener Flasche gegenüberstand, während die Kugel 6 mit der äufseren Belegung der Batterie L verbunden war. Der Abstand der Kugel k vom Knopfe ist gröfser als die Abstände der Kugeln 1—2, oder 3—4, oder 5—6. Wenn nun die Flasche bis zu einer bestimmten Dichtigkeit, welche der Schlagweite kK entspricht, geladen ist, so tritt, wie wir bereits früher sahen, trotz der dreimaligen Unterbrechung des Schliessungsbogens die Entladung ein, und der positive Strom geht von k nach 1, dort springt ein Funken über nach 2, von dort geht der Strom durch 402 m Draht nach 3, springt als Funke nach 4, geht wieder durch 402 m Draht nach 5 und als Funke nach 6, von wo er zur äufseren Belegung der Batterie kommt. Wie man sieht, springen also auf dem Funkenbrett drei Funken, welche in gerader Linie neben einander liegen, über, als Anfang, Mitte und Ende des Stromes. Diesem Funkenbrett gegenüber war der Spiegel aufgestellt, welcher um eine der Linie 5—2 parallele Axe rotierte. Wenn man nun in einer bestimmten Richtung

Fig. 94.



---

1) *Wheatstone*, Philosophical Transactions f. the y. 1834. Poggend. Ann. Bd. XXXIV.

in den ruhenden oder nur langsam rotierenden Spiegel sah, so beobachtete man drei Funken, welche in einer geraden Linie lagen. Als indes der Spiegel in einer Sekunde 800 Umdrehungen machte, da erschienen die Funken als drei in die Breite gezogene Lichtstreifen, deren mittlerer gegen die beiden äufseren verschoben war, entweder wie Fig 95 a, oder wenn der Spiegel entgegengesetzt rotierte wie Fig. 95 b. Es ergab sich daraus, dafs der mittlere Funke später zu leuchten begann und später zu leuchten aufhörte, als die Funken an den Enden des Drahtes. Die Gröfse der Verschiebung schätzte Wheatstone auf $0{,}5^0$, so dafs also der mittlere Funke um

Fig. 95.

a b

$$\frac{0{,}5}{2 \cdot 800 \cdot 360} = 0{,}000000868 \text{ Sekunden}$$

später leuchtete. Da nun der Funke zu leuchten beginnt, wenn der elektrische Strom beginnt, so folgt, dafs der elektrische Zustand in der Mitte des Drahtes später beginnt als an beiden Enden, dafs also der elektrische Zustand im Entladungsstrome, wie wir es auch bei demselben annahmen, gleichzeitig von den beiden Belegungen aus sich fortpflanzt. Der elektrische Strom ist also ein doppelter, er besteht in der gleichzeitigen, aber entgegengesetzt gerichteten Bewegung der beiden Elektricitäten.

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des elektrischen Zustandes in dem von Wheatstone angewandten Drahte ergiebt sich hiernach, da er 0,000000868 Sekunden brauchte, um eine Drahtlänge von 402 m zu durchlaufen, zu

$$\frac{402000000000}{868} = 463133 \text{ Kilometer}$$

oder ungefähr 62500 Meilen in der Sekunde.

Dieses Resultat kann nur ein angenähertes sein und nur den Beweis liefern, dafs die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Elektricität sehr grofs und mit derjenigen des Lichtes vergleichbar ist; es würde aber nicht richtig sein, daraus mit Sicherheit schliefsen zu wollen, dafs sie in dem von Wheatstone angewandten Drahte gröfser ist als jene des Lichtes, da von einer exakten Messung nach dieser Methode keine Rede sein kann.

Siemens hat die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Elektricität in einem eisernen Telegraphendraht gemessen[1]); er benutzte dazu einen rotierenden berufsten Stahlcylinder von 125 mm Umfang, der genau 100 mal in der Sekunde rotierte. Zwei Leydener Flaschen, die eine von grofser, die andere von kleiner Oberfläche, deren innere Belegungen mit einander verbunden waren, wurden sorgfältig von einander und vom Erdboden isoliert aufgestellt. Die äufsere Belegung der kleinern war durch einen kurzen Metalldraht mit einer isolierten Platinspitze verbunden, diejenige der gröfsern Flasche durch einen mehrere Kilometer langen Telegraphendraht mit einer zweiten ebenso sorgfältig isolierten Platinspitze verbunden. Die Spitzen befanden sich nahe neben einander in der Nähe der Oberfläche des rotierenden Cylinders und zwar so aufgestellt, dafs ihre Verbindungslinie senkrecht war zu der Rotationsrichtung der Cylinderoberfläche. Der

1) *Siemens*, Poggend. Ann. Bd. CLVII.

Digitized by Google

Telegraphendraht zwischen der äufsern Belegung der grofsen Flasche und der mit derselben verbundenen Spitze hatte bei einigen Versuchen eine Länge von 23,372, bei andern von 7,352 km. Der rotierende Cylinder war mit der Erde in leitender Verbindung. Wurde nun eine leitende Verbindung zwischen der innern Belegung und der Erde hergestellt, und war der Abstand der Platinspitzen von dem Stahlcylinder nicht gröfser als die Schlagweite, so trat gleichzeitig eine Entladung beider Flaschen ein, bei welcher von beiden Platinspitzen ein Funke auf den Stahlcylinder übersprang und auf dessen Oberfläche teils durch Fortnahme des Rufses, teils auf der polierten Stahlfläche eine Funkenmarke erzeugte. Der Funke entsprach der von der äufsern Belegung zur Erde abfliefsenden Elektricität. Da die von der kleinen Flasche herkommende Elektricität nur den kurzen, die von der grofsen Flasche herkommende dagegen den Draht von mehreren Kilometer Länge bis zu dem Stahlcylinder hatte durchfliefsen müssen, so mufste der dieser Entladung entsprechende Funke um so viel später auftreten, als die Elektricität Zeit brauchte, um den Draht zu durchlaufen. War der Cylinder bei der Entladung in Rotation versetzt, so mufste demnach die Marke dieses Funkens gegen die Marke des Funkens der kleinen Flasche um eine Strecke verschoben sein, welche die Oberfläche des Cylinders innerhalb der Zeit, welche die Elektricität zum Durchlaufen des Drahtes brauchte, zurückgelegt hatte. Die Funkenmarke wurde durch ein mit Fadenkreuz versehenes Mikroskop beobachtet, und die Verschiebung der Funkenmarke wurde dadurch gemessen, dafs zunächst das Mikroskop auf die erste Funkenmarke eingestellt wurde, wenn der Cylinder nicht mehr rotierte, und dann der Cylinder durch eine Schraube ohne Ende, welche in ein in die Cylinderaxe eingeschnittenes Gewinde eingriff, langsam weiter gedreht wurde, bis das Fadenkreuz des Mikroskops auf der zweiten Funkenmarke einstand. Man konnte so Drehungen des Cylinders mit Sicherheit erkennen, welche bei der vorhin angegebenen Rotationsgeschwindigkeit einem Milliontel einer Sekunde entsprach. Die Zehnmilliontel liefsen sich noch schätzen.

Im Folgenden sind die bei 22 von Frölich ausgeführten Beobachtungen gemessenen Verschiebungen in Milliontel Sekunden angegeben, wenn ein Telegraphendraht von 23,372 km Länge zwischen der äufsern Belegung der grofsen Flasche und der betreffenden Spitze eingeschaltet war.

100,4	88,7	108,7	102,5
102,7	103,6	101,1	104,2
91,2	95,6	108,3	104,2
100,8	97,5	102,0	107,3
100,6	100,5	104,2	110,3
91,4	104,7		

Im Mittel beträgt die Verschiebung somit 101,4 Milliontel Sekunden. Da der durchlaufene Weg 23,372 km war, so ergiebt sich die Fortpflanzungsgeschwindigkeit zu 230 500 km oder 31 060 geogr. Meilen.

Andere Messungen an der 7,352 km langen Leitung ergaben 241 800 km; und eine zweite Reihe mit dem ersten Draht 256 600 km. Die Zahlen sind etwas mehr als halb so grofs wie die von Wheatstone gefundenen; man könnte geneigt sein den Unterschied darin zu suchen,

Digitized by Google

dafs Wheatstone mit Kupfer, Frölich dagegen mit Eisen experimentierte, somit in dem Unterschiede einen Beweis zu sehen, dafs die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in den verschiedenen Leitern eine verschiedene sei. Indes ist die Beobachtung Wheatstones wohl soviel weniger genau als die von Fröhlich, dafs man zu einem solchen Schlusse nicht berechtigt ist; auch Siemens hält die hier gefundenen Werte nicht für abschliefsend. Jedenfalls bedarf es neuer Messungen, um zu konstatieren, ob eine Verschiedenheit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Elektricität in verschiedenen Metallen vorhanden ist.

Ob man eine solche Verschiedenheit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Elektricität annehmen will oder nicht, die Thatsache, dafs die Fortpflanzung des elektrischen Zustandes eine gewisse Zeit braucht, giebt uns die Berechtigung anzunehmen, dafs die Entladung einer gewissen Elektricitätsmenge durch verschiedene Leiter eine verschiedene Zeit in Anspruch nimmt, entsprechend der im Beginne dieses Abschnittes erkannten verschiedenen Leitungsfähigkeit der Leiter. Es ist für die Darstellung der Wirkungen des elektrischen Stromes in vielen Fällen bequem, die Entladungszeit oder eine derselben proportionale Eigenschaft des Schliessungsbogens, den Leitungswiderstand, welchen Riess als Verzögerungskraft bezeichnet, in Rechnung zu ziehen. Der Widerstand ist das Umgekehrte der Leitungsfähigkeit; denken wir uns einen Leiter, durch welchen in der Zeiteinheit die Elektricitätsmenge 1 hindurchfliefst, so wird ein anderer Leiter, durch welchen in derselben Zeit die Elektricitätsmenge $^1/_2$ hindurchfliefst, den Widerstand 2 haben, wenn jener erste den Widerstand 1 hat. Dafs das auch bei gleicher Fortpflanzungsgeschwindigkeit möglich ist, erkennt man durch Betrachtung einer analogen Erscheinung; wenn man an ein mit Flüssigkeit gefülltes Gefäfs zwei Röhren mit verschiedenem aber so grofsem Querschnitt anbringt, dafs die Reibung nicht mehr in Betracht kommt, so kommt in einer gewissen Tiefe unter dem Niveau der Flüssigkeit die durch die Röhren abfliefsende Flüssigkeit gleichzeitig an, aber trotzdem fliefst durch die Röhre mit engerem Querschnitt in dem Mafse weniger Flüssigkeit ab, als der Querschnitt enger ist. Dafs wir uns die Fortpflanzung der Elektricität in einem Leiter ähnlich wie das Fliefsen der Flüssigkeit in einer Röhre denken könnten, soll damit keineswegs behauptet werden, das Bild soll uns nur zeigen, dafs es bekannte Erscheinungen giebt, die uns bei gleicher Geschwindigkeit des austretenden Stromes doch in gleicher Zeit ganz verschiedene Mengen desselben liefern.

§. 63.

Der elektrische Rückstand in der Batterie. Wenn man eine elektrische Batterie dadurch entladet, dafs man die innere und äufsere Belegung mit einander in leitende Verbindung bringt, so wird auch dann die Batterie nicht vollständig entladen. Denn unterbricht man die Verbindung und stellt sie nach einiger Zeit wieder her, so findet eine zweite Entladung statt, der häufig wieder nach einiger Zeit noch eine dritte und selbst eine vierte Entladung folgen kann. Es folgt daraus, dafs trotz der leitenden Verbindung der beiden Belegungen in der Batterie Elektricität zurückgeblieben ist, welche nicht auf den Leiter, der die Belegungen

Digitized by Google

verband, übergehen konnte. Diese in der Batterie zurückgebliebene Elektricität nennt man den Rückstand.

Derselbe ist noch in anderer Weise zu erkennen. Ladet man eine Batterie und bringt den Knopf derselben sofort nach der Ladung mit einem Sinuselektrometer in Verbindung, so erkennt man an der Bewegung der Nadel desselben, dafs die elektrische Dichtigkeit des Knopfes unmittelbar nach der Ladung sehr viel rascher abnimmt als einige Zeit später, sehr viel rascher, als sie infolge der Zerstreuung der Elektricität in die Luft abnehmen kann.

Diese Beobachtung in Verbindung mit der vorigen beweist, dafs in der Batterie unmittelbar nach der Ladung sich eine gewisse Elektricitätsmenge gewissermafsen verbirgt, derart, dafs infolgedessen die Dichtigkeit der Elektricität, welche über die mit der inneren Belegung verbundenen Leiter verbreitet ist, bedeutend abnimmt, und dafs sie bei einmaliger metallischer Verbindung der beiden Belegungen nicht mit entladen wird. Diese verborgene Elektricität tritt wieder hervor und kann entladen werden, wenn die Batterie entladen ist.

Kohlrausch[1]) hat in einer ausgedehnten Experimentaluntersuchung die Gesetze dieser Rückstandsbildung zu bestimmen gesucht, indem er mit gröfster Sorgfalt die Dichtigkeit der Elektricität am Knopfe der Leydener Flasche mit dem Sinuselektrometer mafs, sowohl gleich nach der Ladung als auch nachdem die Flasche einmal oder mehrmals ihrer entladbaren Elektricität, oder wie Kohlrausch diese nennt, der disponiblen Ladung beraubt war.

Schon früher war es bekannt, dafs ein solcher Rückstand überhaupt nur auftritt bei Ansammlungsapparaten mit starren, niemals bei solchen mit luftförmigen Isolatoren; Kohlrausch hat dann gezeigt, dafs die Gröfse dieses Rückstandes wesentlich von der Beschaffenheit des starren Isolators abhängig ist, er schlofs aus seinen Versuchen, dafs er auch abhängig sei von der Dicke desselben. Der Rückstand wird um so gröfser, je dicker der Isolator ist.

Unter sonst gleichen Umständen ist der Rückstand, der also bei derselben Flasche in derselben Zeit sich bildet, der anfänglichen Ladung proportional. Es ergab sich nämlich, dafs immer nach Bildung des Rückstandes die Dichtigkeit der Elektricität der anfänglichen Ladung proportional ist. Da nun die disponible Ladung, welche der so gemessenen Dichtigkeit proportional ist, gleich ist der anfänglichen Ladung weniger dem gebildeten Rückstand, so folgt auch, dafs der gebildete Rückstand der anfänglichen Ladung proportional ist.

Die Gröfse des gebildeten Rückstandes überhaupt ist abhängig von der seit der Ladung verstrichenen Zeit; er nähert sich immer mehr, je länger man wartet, einem gewissen für jede Flasche konstanten Bruchteile der ursprünglichen Ladung.

Dafs die Gröfse des Rückstandes von der Beschaffenheit und, wie Kohlrausch meint, auch von der Dicke des Isolators abhängig sei, soll demnach heifsen, dafs der in gleichen Zeiten gebildete Rückstand ein je nach diesen Umständen verschiedener Bruchteil der ursprünglichen Ladung sei.

1) *Kohlrausch*, Poggend. Ann. Bd. XCI.

Digitized by Google

Da ein Rückstand sich überhaupt nur dann bildet, wenn ein starrer Isolator sich zwischen den Belegungen befindet, so folgt, dafs bei der Bildung desselben der Isolator eine wesentliche Rolle spielt. Faraday, welcher bei seiner Untersuchung des specifischen Induktionsvermögens die allmähliche Abnahme der Ladung einer Batterie zuerst ausführlicher behandelte[1]), schrieb dieselbe einem Eindringen der Elektricität in die Isolatoren zu, und hauptsächlich diese Abnahme der Ladung war es, welche ihn veranlafste, die Isolatoren neben ihrer Eigenschaft als Dielektrica auch als wenn auch schlechte Leiter anzusehen. Bei den Ladungsapparaten mit starren Isolatoren, auf welche die Leiter dicht aufgelegt sind, verläfst nämlich nach einem schon älteren Versuche von Franklin die Elektricität fast vollständig die leitenden Belegungen und begibt sich auf die Oberflächen des Isolators. Wenn man nämlich etwa eine Franklinsche Tafel mit abnehmbaren Belegungen ladet, und dann eine oder beide Belegungen abnimmt, so findet man dieselben kaum merklich elektrisch; entladet man die abgenommenen Belege und setzt die Tafel wieder zusammen, so findet man die Ladung der Tafel kaum schwächer, wie vor Abnahme der Belege. Faraday nimmt nun an, dafs von den Oberflächen aus die Elektricitäten allmählich immer tiefer in die Isolatoren eindringen, was natürlich eine stetige Abnahme des Potentials oder der elektrischen Dichtigkeit zur Folge haben mufs. Bei der Entladung wird dann eben wegen der schlechten Leitungsfähigkeit der Isolatoren nicht alle die Elektricität, welche in den Isolator eingedrungen ist, sofort wieder hervortreten können; es kann vielmehr die in den Isolator eingedrungene Elektricität, ebenso wie sie nach vollendeter Ladung allmählich in den Isolator eindrang, auch nur allmählich an die Oberfläche des Isolators und auf die Belegungen zurückkehren. Es wird sich deshalb die Batterie einige Zeit nach der Entladung neuerdings laden müssen.

Gegen diese früher wohl allgemein angenommene Theorie der Rückstandsbildung erhob jedoch Kohlrausch einen bedeutsamen Einwand; da nämlich während der Entladung und auch noch eine kurze, aber gegen die Dauer der Entladung selbst immer ziemlich lange Zeit nach der Entladung die innere sowohl wie die äufsere Belegung mit der Erde in leitender Verbindung ist, so mufs durch Influenz der im Isolator haftenden Elektricität auf den beiden Belegungen Elektricität erregt werden, wovon diejenige erster Art auf jeder Belegung festgehalten wird. Nehmen wir an, die Batterie sei positiv geladen gewesen, so ist im Isolator der innern Belegung zunächst positive Elektricität, der äufsern zunächst negative. Auf der innern Belegung würde also nach der Entladung negative Elektricität vorhanden sein müssen, auf der äufseren positive. Wenn nun, meint Kohlrausch, die Elektricitäten aus dem Glase wieder hervortreten, dann müfste die anfänglich hervortretende durch die auf der Belegung vorhandene entgegengesetzte Elektricität neutralisiert werden; der wieder auftretende Rückstand könne deshalb nur gleich sein der Differenz zwischen dem gebildeten Rückstande und dieser Influenzelektricität. Nun zeige aber die Erfahrung, dafs der auftretende Rückstand um so näher gleich der Differenz zwischen der ursprünglich der Batterie gegebenen

1) *Faraday,* Experimental researches XI. series. Poggend. Ann Bd. XLVI.

und der disponibeln Ladung sei, je rascher nach der Entladung die Rückstände untersucht seien, je geringer also der Elektricitätsverlust durch Zerstreuung in die Luft sei.

Kohlrausch erklärte deshalb die Rückstandsbildung durch die allmählich anwachsende Influenz auf die Isolatoren, für welche er eine der Faradayschen ähnliche Konstitution annahm. Seine Ansicht ist im wesentlichen folgende. Durch die Elektricitäten der Belegungen werden die Moleküle des Isolators in einen polaren Zustand versetzt, oder vielmehr ist es wahrscheinlich, dafs die Moleküle des Isolators sich von vornherein in einem solchen polaren Zustande befinden, so zwar, dafs in den Molekülen die beiden Elektricitäten schon getrennt sind, ähnlich wie in den magnetischen Substanzen die Moleküle von vornherein magnetisch sind. Wie nun in einer magnetischen Substanz durch Einwirkung eines Magnetes die Moleküle gerichtet werden, so in dem Isolator die elektrischen Moleküle infolge der auf den Belegungen vorhandenen Elektricitäten. Wie dann ferner an einem Magnete infolgedessen ein Nord- und Südende auftritt, mufs auch der Isolator an der der inneren Belegung zugewandten Seite entgegengesetzt elektrisch werden, als an der der äufseren Belegung zugewandten Seite, und zwar mufs, wenn die Batterie positiv geladen war, die innere Seite des Isolators negativ, die äufsere positiv, also entgegengesetzt wie die Belegungen selbst oder ihre Oberflächen elektrisch werden. Diese Elektricitäten der Isolatoren wirken influenzierend auf die Belegungen; die von ihnen erregte Influenzelektricität zweiter Art vermindert die Dichtigkeit auf den mit der inneren Belegung verbundenen Leitern, und die Influenzelektricität der ersten Art, oder ein Teil der ursprünglichen Ladung wird an der Entladung verhindert und auf den Belegungen festgehalten. Wenn durch die Entladung die Belegungen unelektrisch geworden sind, so hört auch die Richtung der Moleküle in dem Isolator auf, ebenso wie der Magnetismus des weichen Eisens aufhört, wenn die Wirkung des Magnetes aufhört. Deshalb hört auch die Influenzwirkung des Isolators auf, und die Elektricität verbreitet sich nach den gewöhnlichen Gesetzen der elektrischen Verteilung auf den Belegungen, so dafs eine neue Entladung stattfinden kann.

Um es schliefslich zu erklären, dafs die Bildung des Rückstandes sowohl, als das Wiederauftreten nur allmählich geschieht, nimmt Kohlrausch an, dafs in den Isolatoren der Drehung der Moleküle ein gewisser Widerstand entgegenstehe, so dafs sie in beiden Fällen nur ganz allmählich erfolge.

Auch Clausius[1]) schliefst sich der Theorie von Kohlrausch an, indem er gegen die ältere Theorie des Eindringens noch bemerkt, dafs man gar nicht absehen könne, wie nach dieser eine neue Ladung nach der ersten Entladung aus den eingedrungenen Elektricitäten sich entwickeln könne, indem die eingedrungenen Elektricitäten sich gegenseitig anziehen, demnach eine Rückkehr auf die Belegungen nur in dem Mafse stattfinden könne, als die eingedrungenen von den durch sie auf den Belegungen influenzierten zurückgezogen werden. Die so zurückkehrenden Mengen

1) *Clausius*, Abhandl. zur mechan. Wärmetheorie II, S. 135 ff. Poggend. Ann. Bd. CXXXIX.

Digitized by Google

werden aber nur dazu dienen, die influenzierten Elektricitäten zu neutralisieren, während die nicht zurückkehrenden Elektricitäten sich im Innern des Glases ausgleichen. Die Bildung des Rückstandes sei demnach durch die eingedrungene Elektricität nicht zu erklären, sondern das Eindringen schwäche die Ladung, wie der Verlust durch Zerstreuung.

Indem Clausius diese Theorie dann mathematisch formuliert, gelangt er zu einem Ausdrucke für die Rückstandsbildung, das heifst für die Abnahme des Potentials auf der innern Belegung, welcher direkt das von Kohlrausch abgeleitete Gesetz liefert, dafs die Abnahme der Potentialfunktion auf der innern Belegung dem anfänglichen Werte derselben proportional sein mufs. Ist nämlich, unter Voraussetzung, dafs die äufsere Belegung abgeleitet ist, V die Potentialfunktion der auf den Belegungen vorhandenen Elektricität auf der innern Belegung und U die Potentialfunktion der in dem Isolator influenzierten Elektricität auf der innern Belegung, so ist nach erfolgter Rückstandsbildung die Potentialfunktion auf der innern Belegung

$$V + U = (1 - \alpha) V,$$

worin α eine von der Natur des Isolators abhängige Konstante ist. Diese Gleichung von Clausius gilt indes nicht nur unter der Voraussetzung, dafs die Influenz in einer Polarisation der Moleküle besteht, sondern ganz allgemein, wenn man nur annimmt, dafs die Influenz auf den Isolator die Ursache der Rückstandsbildung sei.

Es läfst sich das leicht nachweisen. Ist V die Potentialfunktion auf der innern Belegung, und Q die auf ihr vorhandene Elektricität, so ist

$$Q = K \, . \, V,$$

wenn K die Kapacität des Ansammlungsapparates ist. Es ist somit

$$V = \frac{Q}{K}.$$

Für einen Ansammlungsapparat mit starrem den ganzen Zwischenraum ausfüllenden Isolator fanden wir, dafs die Kapacität K wird K_1, worin

$$K_1 = \frac{K}{1 - \alpha}$$

und α die durch die dem Potentialwerte eins entsprechende auf der innern Belegung vorhandene Elektricitätsmenge in dem Isolator bewirkte Influenz war. Bezeichnen wir bei dem letztern Ansammlungsapparat das durch die der innern Belegung zugeführte Elektricitätsmenge Q auf dieser Belegung vorhandene Potential mit $V + U$, so wird

$$V + U = \frac{Q}{K}(1 - \alpha) = V(1 - \alpha).$$

Wir können ebenso mit K die Kapacität des Ansammlungsapparates mit starrem Isolator unter Berücksichtigung der momentanen Influenz des Isloators bezeichnen. Durch die im Isolator mit der Zeit wachsende Influenz nimmt dann die Kapacität des Ansammlungsapparates

Digitized by Google

zu. Bezeichnen wir mit a die nach einer gewissen Zeit im Isolator stattgefundene Zunahme der Influenz in demselben Sinne, wie wir sie für die momentane mit α bezeichneten, so wird jetzt

$$V + U = \frac{Q}{K}(1 - a) = V(1 - a)$$

ganz in der Weise wie bei der Berechnung von Clausius.

Wird der Ansammlungsapparat entladen, so mufs, da die innere Belegung dabei mit der Erde in leitende Verbindung kommt, die Potentialfunktion auf derselben gleich null werden. Würde alle Elektricität abfliefsen, so würde die Potentialfunktion auf derselben gleich U werden, es mufs deshalb eine solche Menge Elektricität auf derselben bleiben, dafs deren Potentialfunktion R sich aus der Gleichung ergiebt

$$R + U = 0, \qquad R = aV,$$

es mufs also die Rückstandsladung mit der ursprünglichen von gleichem Vorzeichen und der ursprünglichen Ladung proportional sein.

Nach stattgehabter Entladung ist die Ursache, welche die Influenzelektricitäten im Isolator getrennt erhalten hat, verschwunden, sie müssen somit allmählich sich vereinigen und damit mufs die Potentialfunktion der im Isolator vorhandenen Elektricität kleiner werden, damit wird

$$R + U > 0,$$

und es tritt wiederum die Ladung der Batterie hervor. Da indes, sobald die Potentialfunktion auf der Belegung von null verschieden ist, der Wert derselben im Isolator nicht konstant ist, so kann der Wert von U nicht gleich null werden; es kann deshalb die Potentialfunktion der Ladung auf der innern Belegung nicht gleich R werden, oder es kann bei einer zweiten Entladung nicht der ganze Rückstand verschwinden, sondern nur ein Teil derselben. Nach der zweiten Entladung ist deshalb noch eine dritte möglich u. s. f.

Aus der Annahme, dafs die allmählich anwachsende Influenz im Isolator die Ursache der Rückstandsbildung ist, ergeben sich somit die Erscheinungen im wesentlichen den Versuchen von Kohlrausch entsprechend, nur in einem Punkte weichen die Folgerungen der Theorie von den Angaben von Kohlrausch ab. Nach Kohlrausch soll die in gleichen Zeiten stattfindende Rückstandsbildung abhängig sein von der Dicke des Isolators, das heifst also der gleichen Zeiten nach der Ladung entsprechende Wert von a soll von der Dicke des Isolators abhängig sein, er soll mit zunehmender Dicke wachsen, während die Theorie von Kohlrausch und Clausius a als unabhängig von der Dicke erscheinen lassen.

Bezold hat dies als Einwand gegen diese Theorie hervorgehoben[1]) und noch besonders darauf aufmerksam gemacht, dafs sich aus der Theorie des Potentials ergebe, dafs die Influenzwirkung der auf den Belegen befindlichen Elektricität im Isolator in der That von der Dicke desselben unabhängig sein müsse. Bezold schliefst sich deshalb wieder der älteren

1) *von Bezold*, Poggend. Ann. Bd CXIV. CXXV, CXXXVII.

Theorie an, und versucht den Nachweis zu liefern, dafs die von Kohlrausch und Clausius in der älteren Theorie gefundenen Schwierigkeiten in der That nicht existieren, indem er zeigt, dafs die nach der älteren Theorie in den Isolator eingedrungenen Elektricitäten auf die Belegungen nur eine geringe Influenzwirkung ausüben, und weiter, dafs an der Grenze des Isolators in der That Kräfte vorhanden seien, welche die eingedrungenen Elektricitäten wieder auf die Belegungen zurückkehren lassen.

Ich habe deshalb später durch einen direkten Versuch zwischen den beiden Theorien zu entscheiden versucht[1]), indem ich auf den schon von Kohlrausch bemerkten Umstand zurückging, dafs unmittelbar nach der Entladung der Rückstand nach der Theorie des Eindringens dem Vorzeichen nach der ursprünglichen Ladung entgegengesetzt sein mufs, während nach der Theorie, dafs die Ursache der Rückstandsbildung in der Influenz des Isolators liegt, der Rückstand mit der ursprünglichen Ladung das gleiche Vorzeichen haben mufs. Man hat deshalb nur das Vorzeichen des Rückstandes im Momente der Entladung zu bestimmen. Es ist das sehr leicht, indem man einen Kondensator anwendet, welcher gestattet, beliebig die Belegungen von dem Isolator zu trennen. Entfernt man die Kollektorplatte im Momente der Entladung von dem Isolator, so läfst sich direkt das Vorzeichen der auf ihr befindlichen Elektricität bestimmen.

Ich habe den Versuch mit dem bereits §. 50 Fig. 72 beschriebenen Apparate ausgeführt. Auf den Rand des Gefäfses *G* wurde eine durch einen feinen Draht mit der Erde ableitend verbundene Metallplatte gelegt, auf diese eine gefirnifste Glasscheibe, und auf diese wurde die Platte *P* Fig. 72 bis zur Berührung herabgelassen, welche, wie §. 50 erwähnt wurde, durch einen feinen Draht mit dem Sinuselektrometer verbunden war. Die Platte wurde, und zwar stets positiv, geladen und indem man den Wert des Potentials auf derselben am Sinuselektrometer verfolgte, eine längere oder kürzere Zeit liegen gelassen. Dann wurde der Apparat entladen und sofort die Platte *P* emporgezogen. Der auf ihr vorhandene Rückstand gab sich sofort dadurch zu erkennen, dafs die Nadel des Sinuselektrometers wieder je nach der Stärke des Rückstandes mehr oder weniger abgelenkt wurde. Zur Erkennung der Natur des Rückstandes, ob positiv ob negativ, hatte man dann der Platte *P* nur ein geriebenes Porcellanrohr, welches durch das Reiben mit Amalgam stets positiv elektrisch wurde, zu nähern. War der Rückstand positiv, so mufste die Ablenkung der Nadel im Sinuselektrometer wachsen, war er negativ, so mufste die Ablenkung kleiner werden.

Der Versuch entschied stets für die Theorie, nach welcher der Rückstand Folge der Influenz im Isolator ist, denn der Rückstand hatte stets das positive Vorzeichen.

Ich teile im Folgenden einige Beobachtungsreihen mit, welche den Gang der Rückstandsbildung zeigen; es sind die von Minute zu Minute beobachteten Werte der Potentialfunktion der geladenen Platte, bei Anwendung verschiedener, stets mit Firnis überzogener Glasplatten, die von Kohlrausch sogenannten disponibeln Ladungen.

---

1) *Wüllner*, Poggend. Ann. Bd. CLIII.

Digitized by Google

Zeit nach der Ladung Minuten	Werte der Potentialfunktion.				
	Spiegelglasplatte 8 mm dick		desgl. 6 mm dick	desgl. 4 mm dick	Fensterglas 2,4 mm dick
1	1,424	1,394	1,380	1,370	1,250
2	1,164	1,147	1,143	1,137	1,075
3	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
4	0,9020	0,8912	0,8972	0,8950	0,9478
5	0,8092	0,8113	0,8238	0,8174	0,9130
6	0,7302	0,7461	0,7601	0,7552	0,8820
8	0,6284	0,6503	0,6726	0,6659	0,8400
12	0,8497	0,5175	0,5642	0,5331	0,7854
16	0,4131	0,4292	0,4983	0,4503	0,7363

Die Zahlen zeigen, dafs ein Einflufs der Dicke, wie ihn Kohlrausch annahm, sich mit Sicherheit nicht erkennen läfst, denn für die Spiegelgläser ist der Gang der Potentialwerte nur wenig verschieden, für das Spiegelglas mittlerer Dicke ist die Abnahme die geringste; ganz anders ist er allerdings für die dünnste Platte, für die Fensterglasplatte. Man wird indes den Unterschied eher der Verschiedenheit des Materials als der Dicke zuschreiben. Auf Verschiedenheit des Materials und zum Teil auch Verschiedenheit des Elektricitätsverlustes durch Ableitung ist nach meiner Ansicht der von Kohlrausch und von v. Bezold beobachtete verschiedene Gang der Potentialfunktion bei verschieden dicken Gläsern zurückzuführen.

Wurden die Spiegelgläser unterhalb der Platte P von Firnis entblöfst, so dafs die Platte direkt auf dem Glase auflag, so trat allerdings auch ein merkliches Eindringen der Elektricität in das Glas ein, und es zeigten sich unter Umständen gleich nach der Entladung negative Rückstände. Wenn man indes dann die Platte nach der Entladung längere Zeit liegen liefs, so wurde der Rückstand niemals positiv, sondern er blieb negativ und immer sehr schwach. Es kann deshalb auch durch Eindringen der Elektricität eine Rückstandsbildung eintreten, aber auch dann ist der Rückstand Folge der Influenz auf die Belegungen, ein Wiederhervortreten der eingedrungenen Elektricitäten ist, entsprechend der Bemerkung von Clausius, niemals wahrzunehmen. Wendet man demnach Batterien mit Gläsern an, in welche die Elektricität eindringt, so ist dieses Eindringen ein Verlust der Ladung, gleich dem Verluste durch Zerstreuung.

Giese hat gegen die hier vorgetragene Theorie des Rückstandes, welche denselben lediglich auf die mit der Zeit wachsende Influenz im Dielektricum zurückführt, den Einwand erhoben[1]), dafs nach meinen eigenen Versuchen diese Erklärung nicht zulässig sei, da der Gang der Potentialfunktion bei der Rückstandsbildung ein ganz anderer sei, als der von mir bei der Influenz der Isolatoren beobachtete. Ich hätte den Gang der Influenz in den Isolatoren dargestellt durch eine Gleichung von der Form

$$\varepsilon - a = (\varepsilon - a_0)\, b^{-t},$$

1) *Giese*, Wiedem. Ann. Bd. IX.

Digitized by Google

während aus den Untersuchungen von Kohlrausch, welche durch Gieses Messungen bestätigt werden, sich ergebe, dafs der Gang der Potentialfunktion bei der Rückstandsbildung ein anderer sei. Die Kurve der Potentialfunktion, welche deren Abhängigkeit von der Zeit darstelle, falle anfangs viel steiler ab, als dafs dieselbe durch eine geometrische Reihe dargestellt werden könne.

Der Einwurf Gieses ist gegenüber der Deutung, die ich früher meinen Versuchen gegeben habe, ganz richtig, nicht aber gegenüber den Versuchen selbst. Ich habe schon in meiner Abhandlung über die Influenz in festen Isolatoren[1]) hervorgehoben, dafs obige Gleichung die Werte $1 - a$ oder $\varepsilon - a$ nur etwa von der dritten Minute an darstellt, nicht für die ersten Minuten, wie das auch die im §. 50 mitgeteilten Tabellen zeigen. Ich habe auch schon §. 50 mitgeteilt, dafs ich diesen Umstand früher darauf zurückgeführt hatte, dafs von den die leitende Platte meines Apparates tragenden Glasstäbchen Elektricität, welche bei der Ladung der Platte sich auf die Stäbchen begeben hätte, auf die Platte zurückgekehrt sei, wodurch in den ersten Minuten die beobachtete Potentialfunktion zu grofs geworden sei. Ich habe indes auch schon §. 50* darauf hingewiesen, dafs diese Deutung meiner Versuche nach den Ergebnissen der Beobachtungen über die Influenz in Flüssigkeiten nicht mehr zulässig sei, dafs in der That angenommen werden mufs, der Gang der Influenz in den Isolatoren sei anfangs ein ganz anderer wie später, es bestehe neben der Leitung im Isolator auch eine wahre dielektrische Nachwirkung, durch welche die Abnahme der Potentialfunktion in den ersten Minuten erheblich rascher erfolge als später. Wir sahen, dafs sich die Werte $1 - a$ oder $\varepsilon - a$ auch für die ersten Minuten ganz vortrefflich durch Gleichungen von der Form

$$\varepsilon - a = Ab^{-t} + Cd^{-t}$$

herstellen lassen, worin d, das die Schnelligkeit der dielektrischen Nachwirkung mifst, stets einen recht grofsen Wert hat.

Kohlrausch giebt in seiner Abhandlung den Gang der Potentialfunktion, wie er mit dem Sinuselektrometer bei der Rückstandsbildung beobachtet wurde, für drei Ladungsapparate an, für zwei Leydener Flaschen und eine Franklinsche Platte. Die in den Tabellen von Kohlrausch angegebenen Werte der Potentialfunktion entsprechen allerdings nicht genau den Werten $V(1 - a)$, da die Ladungsapparate stets mit dem Elektrometer verbunden waren und deshalb bei Verminderung der Potentialfunktion im Ladungsapparate Elektricität aus dem Elektrometer auf die innere Belegung des Ladungsapparates hinüberflofs. Infolgedessen nimmt die Potentialfunktion etwas langsamer ab, als wenn der Ladungsapparat von dem Elektrometer getrennt wäre, bezw. die Kapacität des Elektrometers gegen jene des Ladungsapparates verschwindend klein wäre. Andererseits findet in dem Ladungsapparat auch ein geringer Verlust durch Zerstreuung statt, durch welchen die Potentialfunktion kleiner wird. Letztere giebt Kohlrausch an, so dafs man den Gang der Potentialfunktion bei konstanter Ladung berechnen könnte. Bei der nachstehenden Vergleichung des Ganges der Potentialfunktion, wie sie Kohlrausch beobachtet hat, mit

---

1) *Wüllner*, Wiedem. Ann. Bd. 1.

Digitized by Google

dem Gange der Influenz, nach meinen Beobachtungen, in Ebonit und Petroleum habe ich indes die Werte der Kohlrauschschen Tabelle nicht auf konstante Ladung umgerechnet, sondern die Zahlen von Kohlrausch direkt genommen, indem ich annahm, dafs die Vergröfserung der Potentialfunktion wegen der Kapacität des Elektrometers und die Verminderung derselben wegen der Zerstreuung sich ungefähr ausgleichen, so dafs die direkt beobachteten Zahlen dem wirklichen Gange der Potentialfunktion am nächsten kommen.

In folgender Tabelle sind unter K die von Kohlrausch in seiner Tabelle b gegebenen Potentialfunktionen bezogen auf diejenige der ersten Minute als eins, welche Kohlrausch als die disponibeln Ladungen bezeichnete, auf volle Minuten durch lineare Interpolation aus den benachbarten Werten berechnet, unter E die von mir bestimmten Werte von $1 - a$ für Ebonit, unter P die für Petroleum angegeben, ebenfalls bezogen auf den am Ende der ersten Minute beobachteten Wert von $1 - a$ als Einheit. Für die Zeit $t = 0$ sind die Werte aus den im §. 50 mitgeteilten Gleichungen gesetzt:

Zeit	K	E	P
0′	1,185	1,073	1,184
1	1,000	1,000	1,000
2	951	958	889
3	918	928	815
4	893	906	765
5	872	—	—
6	853	869	702
8	821	823	652
12	771	778	586
16	731	765	533
20	697	726	—
24	666	675	—

Der gleichartige Verlauf der Reihen ist unverkennbar, die Reihen für E und P geben in den ersten Minuten eine ebenso rasche Abnahme als die Reihe K, für das Petroleum bleibt die Abnahme überhaupt etwas stärker als in der Reihe von Kohlrausch, bei Ebonit dagegen ist die Abnahme eine etwas kleinere als bei der Leydener Flasche von Kohlrausch.

Jedenfalls ist der Gang der Rückstandsbildung ein derartig mit demjenigen der Influenz übereinstimmender, dafs man darin den experimentellen Beweis für die Richtigkeit der Auffassung der Rückstandsbildung als Folge der mit der Zeit wachsenden Influenz im Isolator erkennt. Der Annahme eines Eindringens der Elektricität in den Isolator oder irgend einer andern bedarf es nicht. Die Isolatoren sind eben in elektrischer Beziehung als sehr komplicierte Medien aufzufassen.

Zu ganz dem gleichen Schlusse gelangt Maxwell[1]) in seiner Theorie des elektrischen Rückstandes, er findet, dafs bei einem durchweg ganz gleichartigen Dielektricum überhaupt keine Rückstandsbildung möglich

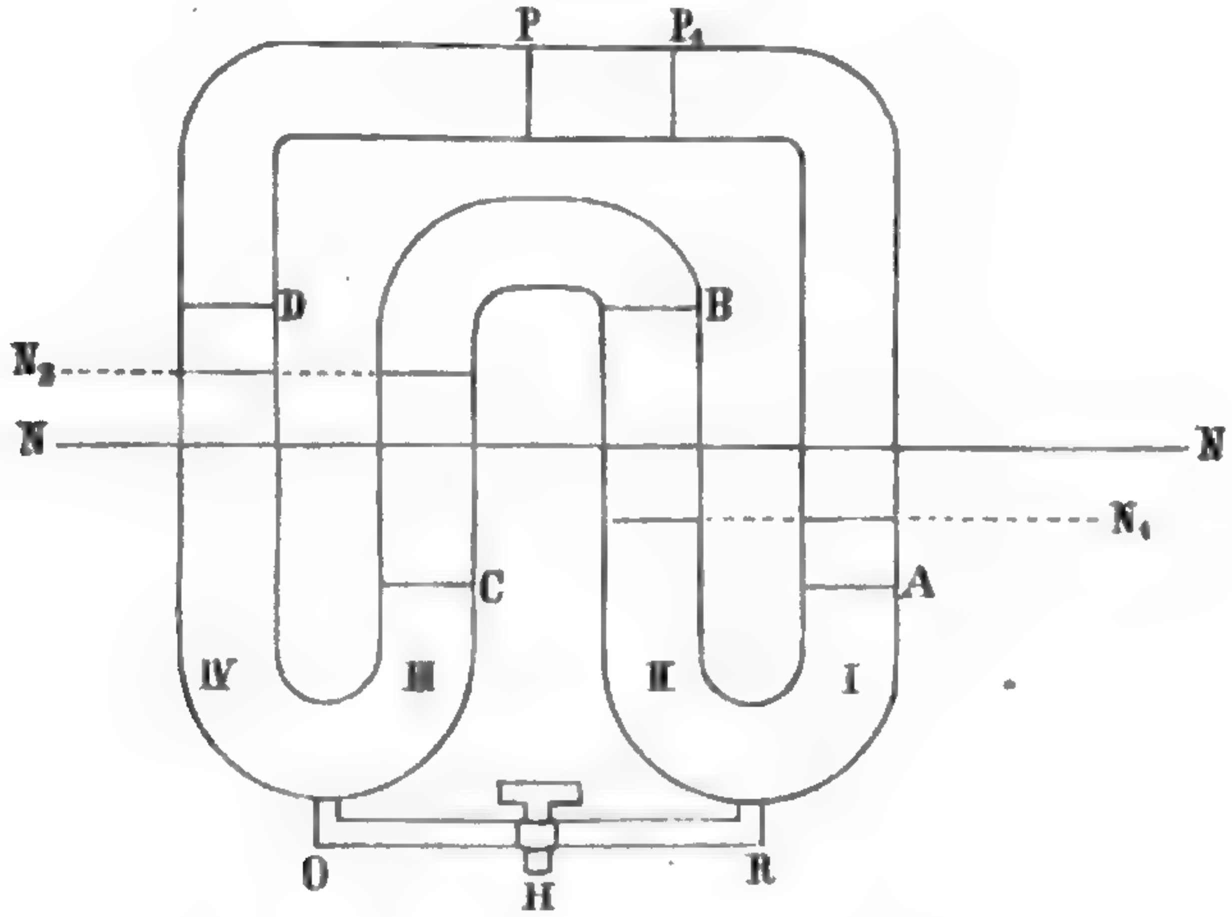
1) *Maxwell*, A Treatise on Electricity Bd. I, Kap. X.

Digitized by Google

ist, dafs zur Rückstandsbildung ein Dielektricum erfordert wird, das aus verschiedenen Molekülen, in denen das elektrische Leitungsvermögen in verschiedenem Verhältnis zur Dielektricitätskonstante steht, zusammengesetzt sein mufs. Es ist, sagt Maxwell, auch möglich, dafs die Rückstandsbildung die Existenz einer ganz besondern Art von dielektrischer Polarisation in homogenen Substanzen anzeigt, eine Art, die vielleicht mehr der elektrochemischen als der hier supponierten dielektrischen Polarisation angehört.

Wenn wir auch auf Maxwells Theorie der Rückstandsbildung nicht ausführlicher eingehen können, so müssen wir doch kurz andeuten, wie nach den Maxwellschen Anschauungen überhaupt eine Rückstandsbildung möglich ist. Denn wir erwähnten im §. 52, dafs die Abnahme der Potentialfunktion auf der geladenen Platte eines Kondensators, welche wir der Zunahme der Influenz im Isolator zuschreiben, nach Maxwell eine wirkliche Abnahme der Potentialfunktion auf der Grenzfläche des Dielektricums, hervorgerufen durch die Abnahme der Spannung im Dielektricum, bedeutet. Um die Möglichkeit zu zeigen, dafs mit dieser Abnahme des Spannungszustandes eine Rückstandsbildung verbunden sei, bedient sich Maxwell eines Bildes, indem er einen mechanischen Vorgang darstellt, in welchem etwas ähnliches eintritt[1]). Er denkt sich eine mehrfach gebogene, ganz in sich geschlossene Röhre, Fig. 96, von überall gleicher Weite; dieselbe bildet

Fig. 96.



ein doppeltes *U*, so dafs zwei *U* neben einander gestellt und sowohl die beiden einander nächsten als die entfernten Schenkel mit einander verbunden sind. Die untern Biegungen der beiden *U* sind durch eine Röhre verbunden, *OR*, welche einen Hahn *H* hat, so dafs man durch Öffnen oder Schliefsen des Hahnes die Räume der beiden *U* in Verbindung setzen kann. Die Röhren seien bis zum Niveau *NN* mit Quecksilber und dann vollständig mit Wasser gefüllt, der Hahn *H* geschlossen. In der Mitte

1) *Maxwell* a. a. O. Artikel 334.

des obern horizontalen Verbindungsstückes befinde sich ein wasserdicht schliefsender verschiebbarer Stempel, wenn alles im Gleichgewicht ist, also das Quecksilberniveau in den vier Schenkeln das gleiche ist. Nun werde der Stempel nach P_1 verschoben. Da wir die Flüssigkeiten soweit als inkompressibel ansehen können, mufs in der Röhre I das Niveau des Quecksilbers bis A sinken, so dafs $AN = PP_1$ ist, in II ebensoviel bis B steigen, in III ebensoviel bis C sinken und in IV wieder ebensoviel bis D steigen. Nennen wir die Strecke, um welche der Stempel P verschoben ist, h, so hat der Stempel auf der Seite gegen A einen Druck einer Quecksilbersäule zu tragen, deren Höhe $4h$ ist, der Druck sucht ihn in die Gleichgewichtslage zurückzutreiben.

Stellt man sich unter Wasser positive, unter Quecksilber negative Elektricität und unter den zu beiden Seiten des Stempels herrschenden Druckkräften eine elektromotorische Kraft vor, so stellt jene Anordnung den Zustand eines Dielektricums dar, das von einer elektromotorischen Kraft $4h$ angegriffen ist; die Röhre D erhält einen Überschufs an negativer, A einen solchen an positiver Elektricität. Die Differenz der Potentialfunktion auf der positiven Seite des Dielektricums gegen den Wert derselben auf der negativen Seite wird durch die Differenz des Druckes auf der A zugewandten Seite des Stempels gegen den auf der andern Seite des Stempels wirkenden Druck dargestellt.

Kann sich der Stempel frei bewegen, so geht er in seine frühere Lage zurück und die Verschiebung der Flüssigkeiten in den Röhren wird rückgängig. Der Vorgang entspricht der vollständigen Entladung, bei welcher die elektrische Verschiebung im Dielektricum ganz zurückkehrt.

Nun sei der Stempel wieder nach P_1 geschoben, und während er dort festgehalten wird, werde der Hahn H geöffnet. Damit treten die Röhren A und D, sowie B und C direkt in Verbindung. In A und D bleibt auch dann das Quecksilberniveau ungeändert, in B und C gleicht es sich dagegen aus, bis es in beiden wieder im Niveau N ist. Die Druckdifferenz auf den Stempel sinkt bei ungeänderter Niveaudifferenz in A und D auf $2h$, also die Hälfte.

Dem geöffneten Hahn entspricht in dem Dielektricum die Existenz eines Bestandteiles, welcher ein schwaches Leitungsvermögen besitzt, der aber nicht das ganze Dielektricum durchzieht, also keinen leitenden Kanal bildet.

Die Ladungen der entgegengesetzten Seiten des Dielektricums bleiben ungeändert, aber die Spannung, die Potentialdifferenz vermindert sich, ganz so wie hier die Druckdifferenz abnimmt.

Wird der Hahn jetzt geschlossen und der Stempel losgelassen, so geht der Stempel nicht in die frühere Lage zurück nach P, sondern bleibt in der Mitte zwischen P und P_1, indem in D das Quecksilber um $\frac{1}{2}h$ sinkt bis N_2 und in C um ebensoviel bis N_2 steigt, in B sinkt es wieder um $\frac{1}{2}h$ und in A steigt es um $\frac{1}{2}h$ bis N_1. In den Schenkeln der einzelnen U steht also das Quecksilber gleich hoch, in den verschiedenen U aber verschieden. Es entspricht das der teilweisen Entladung nach der Rückstandsbildung, welche den normalen Zustand noch nicht hergestellt, sondern hier erst die halbe Elektricität entladen hat. Wird der Hahn H wieder geöffnet, so gleicht sich der Quecksilberstand in B und C wieder

Digitized by Google

aus und man erhält am Stempel wieder eine Druckdifferenz h; durch die Leitung werden die in B und C entstandenen entgegengesetzten Verschiebungen wieder ausgeglichen, der wieder auftretenden Druckdifferenz h entspricht die Rückstandsladung. Würde jetzt der Hahn wieder geschlossen und der Stempel frei gelassen, so geht er, entsprechend der Entladung des Rückstandes, zurück, aber wieder nicht bis P, weil in B und C wieder wie vorher eine der ursprünglichen entgegengesetzte Verschiebung entsteht u. s. f. Durch öfteres Wiederholen des Vorganges tritt allmählich der frühere Zustand wieder ein. Was wir hier durch abwechselndes Schliefsen und Öffnen des Hahns bewerkstelligt haben, tritt natürlich ebenso ein, wenn wir uns an Stelle desselben eine stets offene enge Öffnung denken; die ursprüngliche Verschiebung, die ursprüngliche Ladung wird dadurch kaum geändert; setzen wir aber den Stempel in P_1 fest, so tritt der Ausgleich allmählich ein, es entspricht das der mit der Zeit wachsenden Abnahme der Potentialfunktion, dem wachsenden Rückstande.

Man sieht, die Vorstellungen Maxwells sind den unseren gerade entgegengesetzt, doch gelangt er zu demselben Resultat. Wir nehmen eine mit der Zeit wachsende Elektrisierung der Oberfläche des Isolators infolge der Influenz und der im Dielektricum vorhandenen Leitung an. Von der Oberfläche des Dielektricums kann die Elektricität nicht auf die Leiter übergehen, da letztere den Isolator nur in einigen Punkten berühren; die durch die Influenz in der Nähe der positiven Belegung vorhandene negative Elektricität vermindert nur durch ihre Anziehung den Wert der Potentialfunktion und hält bei der Entladung einen Teil der Ladung fest. Nach Maxwell ist die Abnahme der Potentialfunktion eine wirkliche Abnahme der Spannung im Dielektricum, die Entladung bringt eine der ursprünglichen entgegengesetzte Verschiebung im Innern des Dielektricums hervor, deshalb kann sie nicht vollständig stattfinden. Die Ausgleichung dieser entgegengesetzten Verschiebung liefert die neue, dem wieder aufgetretenen Rückstande entsprechende Ladung.

§. 64.

Wärmeerregung durch die elektrische Entladung. Die Wirkungen des elektrischen Entladungsstromes haben wir in diesem Abschnitte nur kurz zu betrachten, da die folgenden Abschnitte uns die Wirkungen der elektrischen Entladung oder des elektrischen Stromes unter viel günstigern Umständen kennen lehren werden. Wir werden dort die Mittel finden, einen konstanten Strom von beliebiger Dauer herzustellen, und können so die Wirkungen des Stromes viel bequemer und viel vollständiger kennen lernen. Hier haben wir nur die Wirkungen des Stromes zu betrachten, welche infolge seines raschen Verlaufes und der plötzlichen Ausgleichung grofser Elektricitätsmengen dem Entladungsstrom der Leydener Flasche eigentümlich sind. Aber auch von diesen werden wir einen Teil am besten später genauer betrachten, wenn wir die Wirkungen des konstanten Stromes kennen.

Die Wirkungen des elektrischen Entladungsstromes teilen wir in zwei Gruppen, in solche, welche in dem Schliefsungsbogen der Batterie sich zeigen, und in jene, welche ausserhalb desselben auftreten. Von ersteren

Digitized by Google

können wir noch eine Unterabteilung absondern, nämlich jene Wirkungen, welche sich an der Unterbrechungsstelle eines Schliefsungsbogens zeigen.

Die im Schliefsungsbogen selbst sich zeigenden Wirkungen sind Wärmewirkungen, chemische, physiologische, mechanische und Lichtwirkungen; letztere zwei treten hauptsächlich an der Unterbrechungsstelle des Schliefsungsbogens auf. Die aufserhalb des Schliefsungsbogens auftretenden Wirkungen sind magnetische und elektrische.

Wir betrachten zunächst die Wärmewirkungen des Entladungsstromes.

Dafs die elektrische Entladung mit Wärmeentwickelung verbunden ist, davon kann man sich leicht schon am Konduktor der Elektrisiermaschine überzeugen; läfst man nämlich einen Funken von dem Konduktor in einen mit Schwefeläther gefüllten Löffel überspringen, so wird der Äther sofort entzündet. Alkohol, Terpentinöl und andere ätherische Öle kann man ebenso entzünden, es gelingt am besten, wenn man dieselben vorher etwas erwärmt. Ebenso gelingt es leicht, Knallgas zu entzünden und ähnliche brennbare Gasgemische. Man wendet bei dem Versuche der Entzündung des Knallgases gewöhnlich die sogenannte elektrische Pistole an, einen an seinem einen Ende offenen Messingcylinder, in dessen Wand an einer Stelle ein Draht isoliert und luftdicht eingesetzt ist, welcher nahe bis an die gegenüberstehende Wand reicht. An seinem äufseren Ende trägt derselbe ein kleines Metallknöpfchen. Man füllt die Pistole, indem man die Mündung einige Zeit über einen Wasserstoffapparat hält. Schliefst man sie dann mit einem Pfropfen und läfst einen Funken von dem Konduktor einer Maschine überspringen, so entzündet sich das gebildete Knallgas und der Pfropfen wird mit einem lauten Knalle ausgetrieben.

Die Zündung fester Körper gelingt mit dem Entladungsschlage der Batterie ziemlich leicht. Man bringt auf den Tisch des allgemeinen Ausladers einen mit fein gepulvertem Harz versehenen Baumwollbausch und läfst über oder durch denselben einen Funken springen, indem man die Kugeln des Ausladers so weit einander nähert, dafs sie die Baumwolle eben oder kaum berühren. Der überspringende Funke entzündet das Harzpulver.

Man kann in dieser Weise auch Schiefspulver, Zunder, Phosphor entzünden, doch ist es dafür gut, wenn man in den Schliefsungsbogen einen feuchten Leiter einschaltet, da ohne diesen das Pulver zerstreut wird ohne zu zünden. Der feuchte Leiter verzögert den Entladungsstrom oder giebt ihm eine längere Dauer, so dafs man sieht, dafs zur Entzündung des Pulvers eine gewisse Zeit erforderlich ist.

Um die Gesetze der Wärmeentwickelung durch den Entladungsschlag, also die Abhängigkeit von der Elektricitätsmenge, welche entladen wird, und deren Dichtigkeit ferner von der Beschaffenheit des Schliefsungsbogens zu bestimmen, wandte Riess[1]) das elektrische Luftthermometer an. Die Form, welche Riess demselben gab, zeigt Fig. 97.

Eine Glaskugel von 8—10 cm Durchmesser, deren Rauminhalt genau bestimmt ist, ist an eine möglichst cylindrische Glasröhre von 450 mm Länge und von kleiner lichter Weite, deren Querschnitt vorher bestimmt ist, angesetzt. An das Ende der Glasröhre ist, zur Axe derselben senk-

1) *Riess*, Poggend. Ann. Bd. XL. Reibungselektricität. Bd. I, §. 410 ff.

Digitized by Google

recht, ein kleines Glasgefäfs von circa 12 mm Weite und 4,5 cm Länge angesetzt. Dasselbe dient dazu, die Flüssigkeit aufzunehmen, welche die in der Kugel und Röhre enthaltene Luft absperren soll. Die Röhre ist auf einem geteilten Metallstreifen und mit diesem auf einem Brette befestigt, welches in einem Scharniere drehbar ist, und mittels des Gradbogens und der Klemmschraube *k* gegen die Horizontale verschieden geneigt werden kann. Die Kugel ruht auf dem kleinen Ringe *r*.

Fig. 97.

Die Kugel hat drei Öffnungen, welche mit aufgekitteten Metallfassungen versehen sind. Die eine derselben *c* ist für gewöhnlich mit einem eingeschliffenen Metallstöpsel luftdicht verschlossen; sie dient zur Regulierung der Luftdichtigkeit in der Kugel und somit der Stellung der Flüssigkeit in der engen Röhre. Die beiden anderen Öffnungen liegen in einem horizontalen Durchmesser der Kugel sich diametral gegenüber, sie sind durch aufgeschraubte Köpfe und Liederung luftdicht verschlossen; zwischen denselben ist quer durch die Kugel ein meist spiralförmiger Metalldraht ausgespannt, welcher mit den Metallfassungen in metallischer Berührung ist. Von den Metallfassungen gehen kurze Drähte zu den auf dem Fufsbrette stehenden Klemmschrauben *ss*, in welche, um den Apparat in den Stromkreis einzuschalten, die Enden des Schliefsungsbogens eingeklemmt werden.

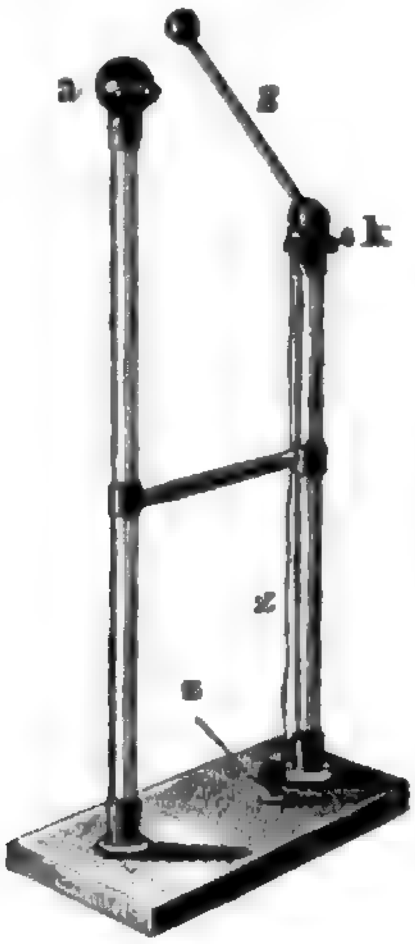
Um den Schliefsungsbogen beliebig ändern zu können, ist in denselben der allgemeine Auslader eingeschaltet, zwischen dessen Armen beliebige Drähte oder feuchte Leiter eingeschaltet werden können.

Damit der Stromkreis immer in derselben Weise geschlossen wird,

Digitized by Google

und die Entladung immer vollständig stattfinde, ist neben der Batterie ferner der Entladungsapparat Fig. 98 eingeschaltet[1]). Auf einer gefirnisten Glasstütze ist eine Metallkugel *a* aufgesetzt, welche mit der inneren Belegung der Batterie fest verbunden ist. Dieser Glassäule gegenüber steht eine zweite, welche oben ein Kugelgelenk trägt, in welchem der Messingstab *s* drehbar ist. Der Messingstab trägt eine Kugel. In der in der Figur gezeichneten Stellung wird derselbe durch einen Schieber getragen, welchen eine Feder in die Höhe drückt. Der Schieber kann durch die Schnur *z*, welche um eine auf dem Fuſsbrette des Apparates befestigte Rolle geht, niedergezogen werden. Der Messingstab fällt dann durch das Gewicht der Kugel hinabgedrückt auf die Kugel *a*; die Batterie wird so in der Schlagweite entladen, und bleiben die Kugeln in Berührung, so wird auch der Rückstand entladen. In die Klemmschraube *k* wird die Fortsetzung des Schlieſsungsbogens eingeschaltet.

Fig. 98.



Die Anordnung des Schlieſsungsbogens bei den Versuchen von Riess über die Wärmeentwickelung war im wesentlichen folgende. Die innere Belegung der Batterie war mit dem Entladungsapparat, dieser mit dem allgemeinen Auslader und dieser mit der einen Klemmschraube des Luftthermometers verbunden. Von der anderen Klemmschraube des Luftthermometers ging ein Draht auf einigen Umwegen, welche den Zweck hatten, bequem die Maſsflasche einschalten zu können, zur äuſseren Belegung der Batterie. Bei der Entladung war der Schlieſsungsbogen auſserdem durch die Gasröhren des Hauses mit dem Erdboden in leitender Verbindung, so daſs in der Batterie kein Rückstand bleiben konnte.

Wird auf diese Weise durch den Draht des Luftthermometers ein Entladungsstrom geführt, so wird zunächst der Draht erwärmt. Die Wärme desselben dient zu einer Temperaturerhöhung der in der Kugel eingeschlossenen Luft, und infolge dieser zeigt sich eine Depression der Flüssigkeitssäule in der mit der Kugel verbundenen Röhre. Um aus der Beobachtung dieser Depression auf die Wärmewirkung des Entladungsschlages schlieſsen zu können, müssen wir zunächst untersuchen, in welcher Beziehung die Erwärmung des Drahtes zu der beobachteten Depression steht.

Nehmen wir zur Untersuchung dieser Beziehung an, alle Teile des Thermometers hätten dieselbe Temperatur t^0, etwa 15^0, und der Druck der Luft sei innen und auſsen gleich 760 mm. Der Barometerstand sei während des Versuches konstant. Nun sei durch den Entladungsschlag die Temperatur des Drahtes gleich T geworden und die Temperatur der Luft in der Kugel durch die vom Drahte abgegebene Wärme auf t' gestiegen. Infolge dieser Temperaturerhöhung sei die Flüssigkeitssäule in der Röhre um ϑ mm zurückgedrängt; der Neigungswinkel der Röhre gegen

1) *Riess*, Poggend. Ann. Bd. XLIII. Reibungselektricität. Bd. I, §. 445 ff.

Digitized by Google

die Horizontale sei φ. Wir werden annehmen dürfen, daſs das Niveau der Flüssigkeit in dem kleinen, mit der Röhre in Verbindung stehenden Gefäſse ungeändert geblieben ist. Der Kubikinhalt der Kugel sei K, der Querschnitt der Röhre gleich q.

Sei der Druck der Luft durch die Temperaturerhöhung auf t' gleich b' geworden, so ist nach dem Gay-Lussacschen Gesetze bei konstantem Volumen der abgesperrten Luft:

$$b : b' = 1 + \alpha t : 1 + \alpha t' \quad . \; . \; . \; (a).$$

Wäre durch die Depression der Flüssigkeit in der engen Röhre das Volumen der abgesperrten Luft nicht geändert, so gäbe die Beobachtung der Depression sofort b'; infolge der stattfindenden Ausdehnung durch das Zurückweichen der Flüssigkeit in der Röhre sinkt aber die Spannung der Luft auf b'', und diese ist es, welche wir beobachten. Nach dem Mariotteschen Gesetze erhalten wir aber

$$b' : b'' = K + \vartheta q : K,$$

oder wenn wir das Volumen der Kugel $K = kq$ setzen, so wird

$$b' : b'' = k + \vartheta : k$$

$$b' = b'' \left(1 + \frac{\vartheta}{k}\right).$$

Der beobachtete Druck der inneren Luft ist gleich b plus der auf Quecksilberdruck reduzierten Niveaudifferenz der Sperrflüssigkeit in der engen Röhre und im Gefäſse. Diese ist, da vor der Depression der Flüssigkeitsstand in beiden gleich hoch war, und da wir annehmen dürfen, daſs das Flüssigkeitsniveau in dem Gefäſse sich nicht geändert hat, $\vartheta \,.\, \sin\varphi$. Ist δ die Dichtigkeit des Quecksilbers in Bezug auf die Sperrflüssigkeit, so ist

$$b'' = b + \frac{\vartheta \,.\, \sin\varphi}{\delta},$$

und somit

$$b' = \left(b + \frac{\vartheta \,.\, \sin\varphi}{\delta}\right)\left(1 + \frac{\vartheta}{k}\right).$$

Setzen wir diesen Wert in die Gleichung (a), so erhalten wir zur Berechnung von t' die Gleichung

$$b : \left(b + \frac{\vartheta \,.\, \sin\varphi}{\delta}\right)\left(1 + \frac{\vartheta}{k}\right) = 1 + \alpha t : 1 + \alpha t'.$$

Man erhält daraus leicht

$$kb\,\frac{\alpha(t' - t)}{1 + \alpha t} = \vartheta^2 \frac{\sin\varphi}{\delta} + \vartheta\left(b + k\,\frac{\sin\varphi}{\delta}\right).$$

Setzen wir nun $\frac{\delta}{\sin\varphi} = c$, $\frac{1}{\alpha} = a$, multiplizieren mit c und lösen die Gleichung nach ϑ auf, so wird

$$\vartheta = -\,{}^1\!/_2\,(bc + k) \pm \sqrt{\frac{t' - t}{a + t}\,kbc + {}^1\!/_4\,(bc + k)^2},$$

oder da das Vorzeichen vor der Wurzel, weil ϑ einen positiven Wert hat, wenn $t' > t$, jedenfalls positiv sein muſs,

Digitized by Google

$$\vartheta = -\tfrac{1}{2}(bc+k) + \tfrac{1}{2}(bc+k)\sqrt{\frac{t'-t}{a+t}\cdot 4\,\frac{kbc}{(bc+k)^2}+1}.$$

Entwickeln wir die Wurzel in eine Reihe und begnügen uns mit den beiden ersten Gliedern derselben, da die Reihe wegen der Gröfse von k sehr rasch konvergiert, so wird

$$\vartheta = (t'-t)\,\frac{kbc}{(bc+k)(a+t)},$$

und somit

$$t'-t = \vartheta\cdot\frac{(bc+k)(a+t)}{kbc}.$$

Hiernach ist also die Temperaturerhöhung der Luft in der Kugel der beobachteten Depression des Flüssigkeitsfadens in der Röhre proportional, und zwar um so genauer, je gröfser der Kubikinhalt der Kugel im Verhältnis zum Querschnitt der Röhre ist. Ganz dasselbe gilt für die Temperaturerhöhung des Drahtes $T - t$; denn ist das Gewicht des Drahtes gleich p, das Gewicht der Luft in der Kugel gleich p', und sind die specifischen Wärmen des Drahtes und der Luft gleich s und s', so besteht zwischen $T - t'$ und $t' - t$ bekanntlich die Gleichung

$$(T-t')\,.\,ps = (t'-t)\,.\,p's',$$

und daraus folgt

$$T-t = (t'-t)\,\frac{ps+p's'}{ps},$$

somit

$$T-t = \vartheta\,\frac{(bc+k)(a+t)}{kbc}\cdot\frac{ps+p's'}{ps},$$

oder wenn wir den Koefficienten von ϑ mit A bezeichnen,

$$T-t = A\,.\,\vartheta,$$

so dafs also die Temperaturerhöhung des Drahtes der beobachteten Depression proportional ist.

Um die im Drahte entwickelte Wärmemenge zu erhalten, hat man die gefundene Temperaturerhöhung nur mit ps zu multiplizieren.

Der Koefficient A hängt aufser von den Konstanten des Instrumentes k, c, δ, $\sin\varphi$, auch ab von der Temperatur der Luft und dem Barometerstande. Untersucht man aber die Veränderungen, welche A erhält, wenn t und b sich innerhalb der Grenzen ändern, innerhalb welcher die Temperatur der Luft und der Barometerstand sich zu ändern pflegen, so findet man diese Veränderungen so klein, dafs man ohne merklichen Fehler A als konstant setzen und alle mit demselben Thermometer erhaltenen Resultate als vergleichbar ansehen darf.

Um zunächst die Abhängigkeit der Erwärmung von der Menge der entladenen Elektricität und der Gröfse der angewandten Batterie zu untersuchen, entlud Riess durch einen und denselben Schliefsungsbogen, der zugleich das Luftthermometer enthielt, nach einander verschiedene und zu verschiedener Stärke geladene Batterien. Die Stärke der Ladung wurde durch eine Mafsflasche gemessen, deren Kugeln 2,26 mm von einander

Digitized by Google

entfernt waren. Die Resultate einer grofsen Zahl Versuche sind in folgender Tabelle zusammengestellt. Die oberste Horizontalreihe enthält die Anzahl s der Flaschen, welche zur Batterie zusammengestellt waren, die erste Vertikalreihe die denselben gegebene Elektricitätsmenge, gemessen durch Entladungen der Mafsflasche, die mit ϑ überschriebenen Kolumnen enthalten die Depressionen des Luftthermometers, wenn die an der Spitze der Kolumne stehende Flaschenzahl mit der in der gleichen Horizontalreihe stehenden Elektricitätsmenge q geladen war.

Flaschenzahl = s	2		3		4		5		6	
Elektricitätsmenge q	Depressionen ϑ									
	beob.	ber.	beob.	ber.	beob.	ber.	beob.	ber.	beob.	ber.
2	1,5	1,8								
3	4,3	4,0	3	2,6	2,0	2,0	1,5	1,6		
4	6,7	7,0	4,5	4,7	3,2	3,5	3,0	2,8	2,6	2,3
5	9,3	11,0	7,0	7,3	5,2	5,5	4,5	4,4	3,8	3,7
6	13,4	15,8	9,7	10,6	7,3	7,9	6,5	6,3	5,5	5,3
7			15	14,4	11,0	10,8	8,8	8,6	7,3	7,2
8			17,5	18,8	14,1	14,1	11,3	11,3	9,3	9,4
9					17,8	17,8	14,3	14,3	11,7	11,9
10							16,7	17,6	14,3	14,7

Vergleichen wir zunächst die in den einzelnen Vertikalreihen stehenden Zahlen, so folgt, dafs unter sonst gleichen Umständen die Depression ϑ und somit die Temperaturerhöhung des Drahtes zunimmt und zwar dem Quadrate der Elektricitätsmenge proportional, denn es ist z. B.

$$\frac{6,7}{1,5} = 4,4; \quad \frac{13,4}{4,3} = 3,35; \quad \frac{17,5}{4,5} = 3,9; \quad \frac{14,1}{3,2} = 4,4.$$

Eine Vergleichung der in derselben Horizontalreihe stehenden Werte von ϑ zeigt, dafs bei Entladung derselben Elektricitätsmenge die Depressionen der Zahl der Flaschen oder der Gröfse der Batterieoberfläche umgekehrt proportional sind.

Bezeichnet demnach a die Depression des Thermometers, wenn die Elektricitätsmenge 1 von einer Flasche durch den Schliefsungsbogen entladen wird, so ist allgemein

$$\vartheta = a\frac{q^2}{s} = aq\frac{q}{s}.$$

Die Konstante a ergiebt sich bei obigen Versuchen gleich 0,88, mit dieser sind aus jener Formel die als berechnet angegebenen Werte von ϑ gefunden worden, welche die Übereinstimmung dieser Formel mit den Versuchen beweisen.

Es ist somit die Temperaturerhöhung eines Metalldrahtes in einem Schliefsungsbogen dem Quadrate der in der Batterie enthaltenen Elektricitätsmenge direkt, der Oberfläche der Batterie umgekehrt proportional. Oder bezeichnen wir den Quotienten $\frac{q}{s}$ als die Dichtigkeit der Elektricität

Digitized by Google

in der Batterie, so ergiebt sich die Erwärmung dem Produkte aus der Elektricitätsmenge in die Dichtigkeit derselben proportional.

Nachdem Riess auf diese Weise die Abhängigkeit der Erwärmung von der Menge und Dichtigkeit der entladenen Elektricität festgestellt hatte, untersuchte er den Einflufs, welchen Veränderungen in dem Schliefsungsbogen hervorbrachten. Schaltete er in denselben zwischen den Armen des allgemeinen Ausladers feuchte Leiter, befeuchtete Schnüre oder Wassersäulen ein, so wurde die Erwärmung ganz unmerklich; schaltete er Metalldrähte ein, so nahm die Erwärmung ab, wenn die Länge der Drähte zunahm; sie nahm bei gleicher Länge der eingeschalteten Drähte zu, wenn die Dicke der Drähte zunahm. Es wird überflüssig sein, die einzelnen Versuche von Riess, welche den obigen ganz analog waren, anzuführen; er erhielt bei denselben das Resultat, dafs bei Einschaltung verschiedener Drähte von der Länge l und dem Radius r die Depression wurde

$$\vartheta = \frac{a}{1 + c\,\frac{l}{r^2}} \cdot \frac{q^2}{s},$$

worin c eine von dem Stoffe des angewandten Drahtes abhängige Konstante ist.

Um dieser Formel eine physikalische Deutung zu geben, nimmt Riess an, dafs die Erwärmung im Schliefsungsbogen von der Dauer der Entladung abhängig ist, und zwar, dafs sie der Dauer derselben umgekehrt proportional sei. Gehen wir von der Dauer der Entladung durch den einfachen Schliefsungsbogen aus, so wird dieselbe um einen gewissen Wert verzögert werden, wenn man einen gewissen Draht einschaltet. Nennt man die Verzögerung der Entladung, welche ein bestimmter Draht zur Folge hat, z, so wird die Dauer der Entladung bei Einschaltung dieses Drahtes $1 + z$, und nach der Hypothese von Riess wird die Temperaturerhöhung, welche bei dem einfachen Schliefsungsbogen war

$$T = a\,\frac{q^2}{s},$$

nach Einschaltung des Drahtes

$$T = \frac{a}{1 + z} \cdot \frac{q^2}{s}.$$

Vergleichen wir diesen Ausdruck mit dem empirischen, so wird

$$z = c \cdot \frac{l}{r^2}.$$

Das in der Formel bei Einschaltung eines Drahtes von der Länge l und dem Radius r auftretende Glied bedeutet also die Verzögerung, welche der Strom durch Einschaltung des Drahtes erfährt. Die Konstante c giebt die Verzögerung eines Drahtes von der Länge $l = 1$ und dem Radius $r = 1$. Bezeichnet man diesen Wert für irgend ein bestimmtes Metall mit c', so kann man ihn für jedes andere setzen $c' \cdot x$, wodurch die Verzögerung durch irgend einen Draht wird

$$z = c' \cdot \frac{xl}{r^2}.$$

Digitized by Google

Riess setzt x für Platin gleich 1 und nennt die allein von der Natur des Metalles abhängige Konstante eines anderen Metalles, welche angiebt, in welchem Verhältnis ein Draht desselben den Strom mehr verzögert als ein gleicher Platindraht, die Verzögerungskraft des Metalles.

Den Quotienten $\frac{xl}{r^2}$ nennt Riess den Verzögerungswert eines bestimmten Metalldrahtes; er giebt an, in welchem Verhältnisse der Draht den Strom stärker verzögert als ein Platindraht, dessen Länge und Radius der Einheit gleich sind. Bezeichnen wir diesen mit Z, so wird der Ausdruck für die Temperaturerhöhung

$$T = \frac{a}{1 + c'Z} \cdot \frac{q^2}{s}.$$

Die im Bisherigen mitgeteilten Untersuchungen von Riess beziehen sich auf die Temperaturänderungen eines bestimmten, im Schliefsungsbogen der Batterie eingeschalteten Drahtes und deren Abhängigkeit von der Menge und Dichtigkeit der entladenen Elektricität und der sonstigen Beschaffenheit des Schliefsungsbogens. Um vollständigen Aufschlufs zu erhalten, welche Wärmemenge durch die Entladung erregt wird, erübrigt noch die Untersuchung der Wärmeentwickelung der verschiedenen Teile des Schliefsungsbogens.

Zu dem Ende schaltete Riess in den einfachen Schliefsungsbogen eine Anzahl verschiedener Drähte ein, welche dann nach und nach in das Luftthermometer eingezogen werden. Es wurde so zunächst neben dem Luftthermometer ein Draht desselben Metalles von verschiedener Länge, aber derselben Dicke, ferner Drähte von verschiedener Dicke, und Drähte anderer Metalle eingesetzt. Nun wurde zunächst die Temperaturerhöhung in dem Luftthermometer nach Einschaltung aller dieser Drähte untersucht. Bezeichnet jetzt Z den Verzögerungswert sämtlicher eingeschalteter Drähte, so ist nach dem Vorigen

$$T = \frac{a}{1 + c'Z} \cdot \frac{q^2}{s}.$$

Wurden nun in das Luftthermometer die andern Drähte aus demselben Metall, aus welchem der Draht des Luftthermometers bestand, es war Platin, und von derselben Dicke eingeschaltet, so findet Riess die Temperaturerhöhung derselben ganz gleich, so dafs also die Temperaturerhöhung an allen gleich beschaffenen Stellen eines und desselben Schliefsungsbogens dieselbe ist.

Wurden dagegen Drähte desselben Metalles aber anderer Dicke in das Luftthermometer eingezogen, so wurde die Temperaturerhöhung eine andere, und zwar ergab sich, wenn man mit ϱ den Radius der Drähte bezeichnet, dafs die Temperaturerhöhung der Drähte der vierten Potenz von ϱ umgekehrt proportional ist, oder dafs

$$T = \frac{a}{\varrho^4} \cdot \frac{1}{1 + c'Z} \cdot \frac{q^2}{s}.$$

Unter sonst gleichen Umständen änderte sich die Temperaturerhöhung mit der Natur der Drähte, und zwar in der Art, dafs wenn a' die Kon-

Digitized by Google

stante in obiger Formel für Platin bedeutet, man für jedes andere Metall setzen kann

$$a = a'y,$$

also

$$T = \frac{a'y}{c'\varrho^4} \cdot \frac{1}{\frac{1}{c'} + Z} \cdot \frac{q^2}{c'} = A \frac{y}{\varrho^4} \frac{1}{\frac{1}{c'} + Z},$$

wenn wir $\frac{a'}{c'} = A$ setzen, und y eine nur von der Natur des angewandten Metalles abhängige Konstante ist. Riess nennt dieselbe das Erwärmungsvermögen der Metalle. Dieses Erwärmungsvermögen steht in einer sehr einfachen Beziehung zu der Verzögerungskraft, es ist nämlich, wenn γ'' die Dichtigkeit des Metalles und k'' seine specifische Wärme, beide bezogen auf jene des Platins gleich 1, und x' die Verzögerungskraft des im Luftthermometer befindlichen Drahtes ist,

$$y = \frac{x'}{k''\gamma''},$$

also das Erwärmungsvermögen der Verzögerungskraft des Metalles direkt, seiner Dichtigkeit und specifischen Wärme umgekehrt proportional.

Hiernach kann man sofort die Temperaturerhöhung irgend einer Stelle des Schliefsungsbogens berechnen, wenn man für denselben die beiden Konstanten a' und c' durch den Versuch bestimmt hat. Die Konstante A bedeutet, wie man sieht, die Temperaturerhöhung eines Platindrahtes, dessen Radius $\varrho = 1$ ist, wenn $q = 1$, $s = 1$ und zugleich $\frac{1}{c'} + Z = 1$ ist. Die Konstante c' hängt von der Beschaffenheit des konstanten Teiles des Schliefsungsbogens ab, sie giebt in Bruchteilen der Entladungsdauer durch den konstanten Teil des Schliefsungsbogens die Verzögerung durch einen Platindraht, dessen Länge und Querschnitt der Einheit gleich sind. Setzen wir die Dauer der Entladung der in der Batterie enthaltenen Elektricität durch diesen Platindraht, also durch den Platindraht, dessen Länge und Radius der Einheit gleich ist, gleich der Einheit und schreiben

$$\frac{1}{c'} = B,$$

so wird

$$\frac{1}{c'} + Z = B + Z$$

und der Nenner giebt uns die Entladungsdauer der Batterie in Einheiten an, deren jede gleich ist der Entladungsdauer der Batterie durch einen Platindraht, dessen Länge und Querschnitt der Einheit gleich sind. Für A folgt daraus weiter, dafs es die Temperaturerhöhung des erwähnten Drahtes ist, wenn er allein den Schliefsungsbogen der Batterie ausmacht.

Man kann hieraus nun auch leicht die Wärmemenge W' bestimmen, welche in einem Drahte von der Länge λ und dem Radius ϱ durch den Entladungsschlag frei wird. Ist k die specifische Wärme, γ die Dichtigkeit des Drahtes, so ist

Digitized by Google

$$W' = T \lambda \varrho^2 \pi k \gamma,$$

somit

$$W' = \frac{A \cdot \frac{x'}{k'' \gamma''} \varrho^2 \lambda k \gamma \pi}{\varrho^4} \cdot \frac{1}{B+Z} \cdot \frac{q^2}{s}.$$

Bezeichnen nun k' und γ' die specifische Wärme und Dichtigkeit des Platins, so ist

$$k'' = \frac{k}{k'}, \qquad \gamma'' = \frac{\gamma}{\gamma'},$$

und somit

$$W' = (A k' \gamma' \pi) \frac{x' \cdot \lambda}{\varrho^2} \cdot \frac{1}{B+Z} \cdot \frac{q^2}{s} = C \frac{Z'}{B+Z} \cdot \frac{q^2}{s},$$

indem wir $A k' \gamma' \pi = C$ und den Verzögerungswert $\frac{x' \cdot \lambda}{\varrho^2}$ des in dem Luftthermometer befindlichen Drahtes gleich Z' setzen. Es ergiebt sich also, dafs die in einem bestimmten Drahte entwickelte Wärmemenge dem Verzögerungswerte des Drahtes proportional ist.

Denken wir uns den gesamten Schliefsungsbogen in lauter einzelne Teile zerlegt, deren Verzögerungswerte sind $Z', Z'' \cdots Z^n$, so werden die in den Teilen entwickelten Wärmemengen

$$W' = C \cdot \frac{Z'}{B+Z} \cdot \frac{q^2}{s}, \quad W'' = C \cdot \frac{Z''}{B+Z} \cdot \frac{q^2}{s} \cdots W^n = C \cdot \frac{Z^n}{B+Z} \cdot \frac{q^2}{s}.$$

Die Summe aller dieser einzelnen Wärmemengen

$$W' + W'' + \cdots W^n = W$$

ist jedenfalls die gesamte in den Schliefsungsbogen entwickelte Wärmemenge. Die Summe aller Verzögerungswerte $Z' + Z'' + \cdots Z^n$ ist jedenfalls, den Schliefsungsbogen als ganz kontinuierlich vorausgesetzt, gleich der ganzen Entladungsdauer, also gleich $B + Z$; es folgt somit

$$W = C \cdot \frac{B+Z}{B+Z} \cdot \frac{q^2}{s} = C \cdot \frac{q^2}{s}.$$

Es ergiebt sich also der wichtige, zuerst von Vorsselmann de Heer[1]) aus den Versuchen von Riess abgeleitete Satz, dafs die Entladung einer mit derselben Elektricitätsmenge geladenen Batterie in einem ganz kontinuierlichen, das heifst ganz metallischen Schliefsungsbogen immer dieselbe Wärmemenge hervorbringt.

Der Satz gilt nur, wenn in dem Schliefsungsbogen keine Unterbrechungsstelle vorhanden, also kein Funke auftritt, und durch den Entladungsstrom im Schliefsungsbogen überhaupt keine andere Wirkung ausgeübt wird. Die Erwärmung wird an allen Stellen des Schliefsungsbogens geringer, sobald der Entladungsschlag irgend eine Arbeit leistet. Riess[2]) wies das durch eine Anzahl Versuche nach, bei welchen er in den Schliessungsbogen eine Funkenstrecke einschaltete, und den Funken zwang, durch verschiedene feste Körper hindurchzugehen, also den Widerstand dieser

1) *Vorsselmann de Heer,* Poggend. Ann. Bd. XLVIII. Bemerkung dazu von *Riess* in demselben Bande.

2) *Riess*, Poggend. Ann. Bd. XLIII, S. 82.

Digitized by Google

Körper zu überwinden. So erhielt er unter andern folgende Depressionen des Luftthermometers, als er in den Schliefsungsbogen ein Funkenmikrometer einschaltete und zwischen die Kugeln, oder Spitzen oder Scheiben desselben, welche immer 0,5 mm von einander entfernt waren, den Entladungsfunken derselben Batterie bei immer gleicher Ladung hindurchgehen liefs

durch	zwischen Scheiben	Kugeln	Spitzen
Luft	15,9	15,4	15,1
ein Kartenblatt	11,7	12,0	11,6
zwei Kartenblätter	8,0	8,8	10,4
Glimmerblatt	6,8	4,7	4,8.

Die Versuche von Riess, welche längere Zeit vor Begründung der mechanischen Wärmetheorie angestellt wurden, beweisen, dafs die Principien dieser Theorie auch in den Wirkungen der Elektricität ihre Anwendung finden, indem die von Riess beobachteten Thatsachen und die daraus abgeleiteten Gesetze sich unmittelbar aus der Sätzen der mechanischen Wärmetheorie ableiten lassen [1]).

Wir haben schon §. 9 den Nachweis geliefert, dafs die Arbeit, welche eine gegebene Elektricitätsmenge zu leisten imstande ist, wenn sie in solche Umstände gebracht wird, dafs sie verschwindet, also indem man etwa einen geladenen Konduktor entladet, gleich ist dem Potentiale dieser Elektricitätsmenge auf sich selbst. In den Ansammlungsapparaten haben wir eine gewisse Elektricitätsmenge angehäuft, wenn wir dieselben bis zu einem bestimmten Werte der Potentialfunktion geladen haben; entladen wir dieselbe, so mufs in dem Schliefsungsbogen die soeben bestimmte Arbeit geleistet werden, also die dem Potentiale der in demselben vorhandenen Elektricität auf sich selbst gleiche Arbeitsmenge. Tritt dieselbe nicht als wirklich geleistete Arbeitsmenge hervor, so mufs sie als entwickelte Wärmemenge erscheinen, es mufs also dann die mit dem Wärmewert der Arbeitseinheit multiplizierte Arbeitsmenge als Wärme in dem Schliefsungsbogen entwickelt werden. Wird irgend eine Arbeit wirklich geleistet, so mufs die entwickelte Wärmemenge um den Wärmewert dieser Arbeit kleiner sein. Die zuletzt erwähnten Versuche von Riess liefern schon ohne weiteres eine Bestätigung dieser Folgerung, indem sie zeigen, dafs die Erwärmung einer beliebigen Stelle des Schliefsungsbogens, damit auch des ganzen, kleiner wird, wenn der Entladungsfunke im Funkenmikrometer einen Widerstand zu überwinden hat, und dafs die Abnahme der Wärmewirkung um so stärker ist, je gröfser dieser Widerstand ist.

Um die Übereinstimmung der von Riess erhaltenen Resultate mit der Theorie weiter zu zeigen, haben wir das Potential der in einem Ansammlungsapparate vorhandenen Elektricität auf sich selbst zu berechnen.

Wie wir §. 9 nachgewiesen haben, ist das Potential einer gegebenen Elektricitätsmenge auf sich selbst, welches wir, da das früher angewandte Zeichen W bereits oben für die entwickelte Wärmemenge benutzt ist, mit P bezeichnen wollen, gegeben durch

1) *Helmholtz*, Erhaltung der Kraft. S. 38 ff. *Clausius*, Poggend. Annalen. Bd. LXXXVI.

Digitized by Google

$$P = \tfrac{1}{2} \int V\, dq,$$

wenn V die Potentialfunktion der gesamten Elektricitätsmenge auf den Punkt bezeichnet, der das Element dq enthält, und wo die Summe aller einzelnen Vdq der gesamten vorhandenen Elektricitätsmenge zu nehmen ist.

Bei den Ladungsapparaten hat die Potentialfunktion für alle Punkte der innern Belegung ein und denselben Wert, den wir stets mit V_1 bezeichneten, dieselbe ist dagegen für alle Punkte der äufsern Belegung gleich 0, für die äufsere Belegung sind somit alle einzelnen Produkte Vdq, somit auch die ganze Summe gleich 0. Wir haben deshalb jene Summe nur für die innere Belegung zu bilden. Da auf dieser die Potentialfunktion an allen Stellen denselben Wert V_1 hat, somit jede einzelne der Summen Vdq diesen konstanten Faktor hat, so können wir denselben auch vor das Summenzeichen setzen, und erhalten

$$P = \tfrac{1}{2} V_1 \int dq.$$

Die Summe ist nun aber nichts als die auf der innern Belegung vorhandene Elektricitätsmenge Q, somit wird

$$P = \tfrac{1}{2} V_1 \cdot Q.$$

Wir haben früher die Potentialfunktion für einen kugelförmigen und für einen plattenförmigen Ansammlungsapparat berechnet, also für eine kugelförmige Leydener Flasche und für eine Franklinsche Tafel. Ist der Radius der innern Kugel gleich R, der der äufsern R_1, ist weiter D die Dielektricitätskonstante des Isolators, so ist

$$V_1 = Q \frac{R_1 - R}{R \cdot R_1} \frac{1}{D}.$$

Setzen wir $R_1 - R = \delta$, und berücksichtigen, dafs δ nur sehr klein gegen R ist, so dafs wir $R \cdot R_1 = R(R + \delta) = R^2$ setzen können, so wird

$$V_1 = Q \frac{1}{D} \frac{4\pi\delta}{4 R^2 \pi} = \frac{Q}{S} \frac{1}{D} 4\pi\delta,$$

wenn wir die Oberfläche der Kugel mit S bezeichnen. Damit wird P für die kugelförmige Leydener Flasche

$$P = \frac{Q^2}{S} 2\pi\delta \frac{1}{D}.$$

Für die Franklinsche Tafel mit kreisförmigem Beleg, deren Platten den Abstand δ hatten, war

$$V_1 = 4\pi\delta h \frac{1}{D}.$$

Ist auch hier Q die auf der innern Belegung vorhandene Elektricitätsmenge, so ist h, die als gleichförmig vorausgesetzte Dichtigkeit

$$h = \frac{Q}{S},$$

wenn S die Gröfse der Platte bedeutet. Damit wird

Digitized by Google

$$V_1 = \frac{Q}{S}\,\frac{1}{D}\,4\pi\delta,$$

und daraus

$$P = \frac{Q^2}{S}\,2\pi\delta\,\frac{1}{D}.$$

Dieselben Ausdrücke gelten auch für beliebig geformte Flaschen mit Abweichungen, welche nur Glieder vernachlässigen, welche gegen die hier beibehaltenen sehr klein sind, so dafs wir allgemein für jede Leydener Flasche setzen können

$$V_1 = k\,\frac{Q}{S}, \quad P = \frac{k}{2}\,\frac{Q^2}{S}.$$

Werden mehrere Flaschen zu einer Batterie verbunden, so bleiben die Ausdrücke für V_1 und P ganz dieselben, wenn S die Fläche sämtlicher innerer Belegungen und Q die gesamte der Batterie gegebene Elektricität bedeutet. Sind die Flaschen ganz gleich, und n solcher verbunden, so ist der auf allen Belegungen gleiche Wert des Potentials

$$V_1 = k\,\frac{q}{s} = k\,\frac{Q}{n\cdot\frac{S}{n}} = k\,\frac{Q}{S}$$

und damit auch

$$P = \frac{k}{2}\,\frac{Q^2}{S}.$$

Da nun nach der Entladung der Wert des Potentials gleich null wird, so mufs die geleistete Arbeit gleich P sein, somit die entwickelte Wärmemenge gleich dem Wärmewert dieser Arbeit oder, wenn der Wärmewert der Arbeitseinheit gleich A gesetzt wird,

$$W = A\,\frac{k}{2}\,\frac{Q^2}{S}.$$

Die entwickelte Wärmemenge mufs somit dem Quadrate der in der Batterie vorhandenen Elektricitätsmenge direkt, der Oberfläche der Batterie umgekehrt proportional sein.

Genau dieselbe Gleichung für die im Schliefsungsbogen entwickelte Wärme hat, wie vorhin gezeigt wurde, Vorsselmann de Heer aus den Versuchen von Riess abgeleitet.

Auf einen Umstand sei noch hingewiesen. Die Konstante k in der Gleichung für entwickelte Wärmemenge ist der Dielektricitätskonstanten umgekehrt proportional. Bei gleichen verschiedenen Batterieen gegebenen Elektricitätsmengen mufs also die entwickelte Wärmemenge der Dielektricitätskonstanten umgekehrt proportional sein, weil die Potentialfunktion bei gleichem Werte von Q der Dielektricitätskonstanten umgekehrt proportional ist. Werden dagegen Batterieen mit verschiedenen Isolatoren bis zur gleichen Potentialfunktion geladen, so mufs die Erwärmung bei der Entladung der Dielektricitätskonstanten proportional sein, da die einer gleichen Potentialfunktion entsprechende Elektricitätsmenge Q der Dielektricitätskonstanten proportional ist.

Schwedoff[1]) hat diesen Einflufs des Dielektricums auf die im Schlies-

---

1) *Schwedoff*, Poggend. Ann. Bd. CXXXV. Bd. CXXXVII.

Digitized by Google

sungskreis bei der Entladung entwickelte Wärme direkt gezeigt. Es wurden zwei Franklinsche Platten hergestellt, die eine hatte als Isolator eine Glasplatte, die andere eine Ebonitplatte; die Dicke des Isolators und die Gröfse der Belegung war bei beiden ganz gleich. Bei der Entladung gleicher Elektricitätsmengen war die Erwärmung im Schliefsungskreise der aus Ebonit hergestellten Franklinschen Tafel ungefähr doppelt so grofs als im Schliefsungskreise der aus Glas hergestellten Tafel. Wir wir wissen, ist die Dielektricitätskonstante des Glases erheblich gröfser als die des Ebonit.

Eine numerische Vergleichung der im Schliefsungsbogen entwickelten und der von der Theorie geforderten Wärmemenge ist nicht leicht zu erreichen, da die Entladung immer in der Schlagweite stattfindet, und es nicht leicht möglich ist, die bei der Erzeugung dieses Funkens geleistete Arbeit zu messen. Auf den ersten Blick könnte es scheinen, als sei es leicht, durch Variierung der Schlagweite diese Arbeit zu bestimmen[1]), indes eine genauere Betrachtung des Funkens zeigt doch, dafs das nicht einfach zu erreichen ist, da mit geänderter Schlagweite der Funke selbst zu sehr geändert wird; mit gröfserer Schlagweite wird er glänzender, und springt mit einem lauteren Knalle über, ein Beweis, dafs die zur Herstellung des Funkens verwandte lebendige Kraft je nach der Schlagweite sehr verschieden ist.

Weiter aber ist auch ein Teil der Energie im Dielektricum in Form der dort vorhandenen Polarisation aufgespeichert, welche bei der Entladung eine Erwärmung des Isolators zur Folge haben mufs. Diese Erwärmung der Isolatoren ist auch direkt von Siemens[2]) beobachtet worden; die in den Isolatoren entwickelte Wärmemenge zu messen bietet indes grofse Schwierigkeit.

§. 65.

Mechanische Wirkungen der Entladung. Die mechanische Wirkung der elektrischen Entladung läfst sich ebenfalls schon an dem Konduktor der Elektrisiermaschine nachweisen, indem die von demselben aus Spitzen ausströmende Elektricität mehrfache Bewegungen hervorzubringen imstande ist. Bringt man an den Konduktor einer Elektrisiermaschine eine Spitze an, so geht, wenn man den Konduktor dauernd geladen erhält, von der Spitze ein stetiger Luftstrom aus, den man leicht nachweisen kann, indem man nahe vor die Spitze eine Lichtflamme hält, welcher bei kräftig geladenen Konduktoren aber auch fühlbar ist. Die Entstehung dieses elektrischen Windes erklärt sich leicht; die an der Spitze vorhandene Luft wird durch die von der Spitze ausströmende Elektricität elektrisiert und infolgedessen von dem elektrischen Konduktor und besonders von der Spitze, auf welcher die Elektricität am dichtesten ist, abgestofsen, so dafs der Luftstrom von der Spitze auszugehen scheint. Dieser elektrische Wind ist selbst auch imstande, andere Bewegungen zu erzeugen. Bringt man auf dem Konduktor eine vertikale Spitze an und legt auf dieselbe ein leichtes

1) Man sehe dahin gerichtete Versuche von *Schwedoff*, Poggend. Annalen Bd. CXXXV.

2) *Siemens*, Poggend. Ann. Bd. CXXV.

Digitized by Google

Rädchen von Metall, dessen Speichen sämtlich in der Art wie bei dem Reaktionswasserrad nach einer Seite umgebogen und mit Spitzen versehen sind, so nimmt bei stetiger Ladung des Konduktors das Rädchen bald eine rasche Rotation an, und zwar in der der ausströmenden Elektricität entgegengesetzten Richtung. Der Grund dieser Bewegung ist im wesentlichen derselbe, wie jener der Bewegung des Reaktionswasserrades; die Bewegung ist Folge der zwischen der Luft und der Spitze thätigen Abstofsung, nicht eine Reaktion der ausströmenden Elektricität. Man überzeugt sich davon, indem man ein solches elektrisches Flugrädchen unter die Glocke der Luftpumpe bringt und elektrisiert, nachdem die Luft aus der Glocke fortgenommen ist. Die Bewegung des Rades ist dann eine viel langsamere.

Viel kräftigere mechanische Wirkungen kann man mit dem Entladungsschlage der Batterie hervorbringen und zwar besonders, wenn man den Schliefsungsbogen an einer Stelle durch Luft oder durch einen festen Isolator oder flüssigen Halbleiter unterbricht.

Ist der Schliefsungsbogen durch Luft unterbrochen, so wird dieselbe, wie wir wissen, von einem Funken durchbrochen und dabei mit grofser Heftigkeit nach allen Seiten fortgestofsen. Leichte Körper, wie Korkstückchen oder Pulver, welche sich in der Nähe befinden, werden durch den Luftstrom auf die Seite geworfen und auseinandergefegt. Läfst man den Entladungsfunken nahe über einer mit einem feinen Pulver bestreuten Fläche hinschlagen, so werden auf der Fläche durch die nach allen Seiten hin ausweichende Luft ziemlich regelmäfsige Zeichnungen hervorgebracht.

Mit welcher Kraft die Luft durch den Funken zur Seite geschleudert wird, davon kann man sich überzeugen, wenn man den Funken in einem verschlossenen Gefäfse überspringen läfst. Riefs giebt an[1]), dafs ein Entladungsfunke von 7 mm Länge imstande ist, den Pfropfen aus einer zugekorkten Flasche mit Heftigkeit herauszuschleudern.

Schaltet man in den Schliefsungsbogen einer kräftig geladenen Batterie an einer Stelle einen festen Isolator ein, so wird derselbe durch die Entladung durchbohrt und zerschmettert. Am besten ist es, dazu die Leitung an den Einschaltungsstellen mit geraden Spitzen zu versehen und die Spitzen dem Isolator bis zur Berührung zu nähern. Durch Kartenblätter, Pappe oder eine Glastafel wird durch die Entladung leicht ein Loch durchgeschlagen, eine Holzplatte wird gespalten und die Stücke umhergeworfen. Damit der Versuch bei Anwendung einer Glasplatte gelinge, mufs man, weil das Glas sehr hygroskopisch ist, die Oberfläche des Glases vorher sorgfältig mit Alkohol und Schwefeläther abwaschen; gut ist es auch, auf der Platte, dort wo die eine Spitze sie trifft, einen Tropfen Olivenöl anzubringen, da sonst die Entladung sehr leicht über die Glasplatte hin stattfindet.

Wenn eine Pappescheibe von dem Entladungsschlage durchbohrt wird, so findet man die Ränder des Loches auf beiden Seiten nach aufsen erhaben, als wenn die Durchbohrung von innen nach aufsen stattgefunden hätte. Man hat wohl darin einen Beweis für die Existenz des Doppelstromes, des positiven und negativen, sehen wollen, indes bemerkt Riess[2]) mit

1) *Riess*, Reibungselektricität. Bd. II. §. 550.
2) *Riess*, a. a. O. §. 554.

Digitized by Google

Recht, dafs dem nicht so sei, dafs daraus nur folge, dafs die mechanische Wirkung nach allen Richtungen stattfinde; die zerrissenen Fasern der Pappe werden nach jener Seite hingewandt, wo sie keinen Widerstand finden.

Führt man die Enden der Unterbrechungsstelle des Schliefsungsbogens in eine Flüssigkeit, welche in einer Röhre eingeschlossen ist, so wird bei starker Ladung die Flüssigkeit von einem Funken durchbrochen, und wegen der gleichmäfsigen Fortpflanzung des Druckes nach allen Seiten hin entsteht durch das Verdrängen der Flüssigkeit aus dem Funkenkanal ein starker Druck auf die Wände, so zwar, dafs dieselben häufig zerschmettert werden. Durch leitende Flüssigkeiten geht die Entladung zuweilen auch ohne Funken hindurch; dann zeigen sich keine mechanischen Wirkungen.

Auch in einem ganz metallischen Schliefsungsbogen zeigen sich bei Entladung grofser Elektricitätmengen, wenn dünne Metalldrähte eingeschaltet sind, mechanische Wirkungen, und das Glühen und Schmelzen solcher Drähte ist nach den Versuchen von Riess[1]) nicht eine reine Wirkung der durch den Entladungsstrom bewirkten Wärme.

Wenn man in dem Schliefsungsbogen einer Batterie einen dünnen Draht anbringt und die Batterie ziemlich stark ladet, so zeigt sich die erste mechanische Wirkung in einer Erschütterung des ganzen Drahtes und in dem Losreifsen von Metallteilchen von der Oberfläche, die sich in Gestalt eines dichten grauen Dampfes von ihm erheben. Zugleich erscheinen sprühende Funken an den Stellen, wo der Draht in dem Schliefsungsbogen befestigt ist. Durch Verstärkung der Ladung wird der Draht bleibend geändert, indem er plötzlich an einer, oder je nach der Stärke der Ladung, an mehreren Stellen Biegungen oder Knickungen erhält, wie wenn er von einem kantigen Instrumente eingedrückt wäre. Bei einer ersten Entladung sind diese Einbiegungen nur schwach, sie nehmen bei jeder folgenden Entladung bis zu einer gewissen Grenze an Tiefe zu. Bei einem Versuche mit einem in dem allgemeinen Auslader eingeschalteten nicht gespannten, 0,05 mm dicken Platindrahte fand Riess bei Anwendung von 3 Flaschen und folgenden Elektricitätsmengen:

Elektricitätsmenge	
8	einen Funken an der äufseren Befestigung des Drahtes,
9	Erschütterung, Einbiegung,
10	Einbiegung vertieft,
11	noch mehr vertieft, neue Einbiegungen.

Die Einheit der Elektricitätsmenge entsprach jener, welche zwei Entladungen der Mafsflasche bei 1,1 mm Abstand der Kugeln hervorbrachte.

Steigert man die Ladung der Batterie noch weiter, so kommt der Draht zum Glühen und zwar je nach der Stärke der Ladung erst zum Rotglühen, dann zum Weifsglühen. Das Glühen tritt bei einem Drahte von bestimmtem Querschnitte immer bei derselben durch die Erwärmung eines Luftthermometers gemessenen Stärke des Entladungsstromes ein; die zu einem bestimmten Glühen notwendige Stärke des Entladungsstromes

1) *Riess*, Abhandlungen der Berliner Akademie 1845. Poggend. Annalen Bd. LXV. Reibungselektricität §§. 567–585.

Digitized by Google

mufs aber um so gröfser sein, je dicker der Draht ist, und zwar ist sie der vierten Potenz des Radius proportional. Die Stärke des Stromes mufs ferner bei den Drähten verschiedenen Metalles verschieden sein.

Bei noch stärkerer Ladung zerreifsen die Drähte in mehrere Stücke und zersplittern selbst in eine Menge kleiner Stücke, welche bei weiter verstärkter Ladung immer kleiner werden, zuerst an der Oberfläche schmelzen und zuletzt in geschmolzene Kugeln zusammenfliefsen. Die letzte, durch die stärkste Ladung zu erzielende Wirkung ist das Zerstäuben der Drähte; die Zerstäubung geschieht unter glänzender Lichterscheinung und mit einem starken Knalle.

Dafs das Glühen und Zerschmelzen der Drähte nicht einfach Folge der durch die Stärke der Ladung gesteigerten Wärmeentwickelung ist, das ergiebt sich zunächst aus den stets dem Glühen vorhergehenden mechanischen Änderungen des Drahtes Riess hat das aber auch direkt dadurch nachgewiesen, dafs er die Temperatur des Drahtes berechnete, unter der Voraussetzung, dafs die Temperaturerhöhung in demselben einfach den Gesetzen der Wärmeerregung folge. Wie das geschehen kann, ergiebt sich aus den Entwickelungen des vorigen Paragraphen. Es wurde in den Schliefsungsbogen ein Luftthermometer eingeschaltet, und aus der Beobachtung desselben ergaben sich die Konstanten der Wärmeformel. Aus dem bekannten Verzögerungswerte des eingeschalteten dünnen Drahtes konnte die Temperatur desselben unter obiger Voraussetzung bei der ihn zum Schmelzen bringenden Batterieladung berechnet werden. So fand Riess für einen schmelzenden dünnen Platindraht die Temperatur noch nicht 250° C., eine Temperatur, bei welcher der Draht noch lange nicht zum Glühen kommt.

In welcher Weise beim Glühen und Schmelzen die mechanischen und Wärmewirkungen zusammenkommen, das läfst sich nicht vollkommen übersehen. Riess hält dafür, dafs die Drähte durch den Entladungsschlag aufgelockert werden, wodurch der Verzögerungswert des Drahtes sich verändert, und wodurch die Fortpflanzung des Stromes eine ganz andere wird. In manchen Fällen, nämlich bei der Entladung durch leicht oxydierbare Drähte, ist das Glühen und Schmelzen jedoch als eine sekundäre Wirkung der Entladung zu betrachten, indem bei diesen das Glühen nach dem Entladungsschlage an Stärke zunimmt und dann erst das Schmelzen eintritt; das ist zuweilen der Fall bei Eisendrähten. Der Grund dafür ist, dafs durch die Entladung eine oberflächliche Verbrennung des Eisens eingeleitet wird, welche dann eine solche Wärme entwickelt, dafs der Draht weiter glüht und abschmilzt.

§. 66.

Lichtwirkung der elektrischen Entladung. Jedesmal dann, wenn die elektrische Entladung durch Luft oder irgend ein Gas und häufig auch wenn sie durch Flüssigkeiten hindurch stattfindet, ist sie mit einer Lichterscheinung verbunden, welche je nach Art der Entladung verschieden sein kann. Die einfache Entladung der Batterie ist stets von einem, auch in hellem Zimmer sichtbaren Funken begleitet, welcher bei Annäherung der Kugeln in dem Entladungsapparate mit lautem Geräusche überspringt. Bei gleicher Schlagweite der Batterie ist der Funke um so heller und das

Digitized by Google

Geräusch um so stärker, je gröfser die entladene Elektricitätsmenge ist und je besser der Schliefsungsbogen leitet.

In ganz ähnlicher Weise lassen sich durch die Entladung des Konduktors einer Elektrisiermaschine Funken hervorbringen, wenn man demselben Leiter mit abgerundeten Flächen hinreichend nähert. Die Bahn des Funkens ist bei geringer Schlagweite eine gerade, ebenso wie bei dem Entladungsfunken der Batterie; bei gröfserer Schlagweite wird sie zickzackförmig und schon bei einer Länge von 5—10 cm zeigt sie mehrere Einknickungen. Bei grofser Schlagweite und grofser durch dieselbe entladener Elektricitätsmenge fahren dann auch wohl von den Winkelspitzen Äste aus. Man kann auf diese Weise Funken von 0,33 m und mehr Länge erhalten. Die Länge der Funken hängt natürlich wesentlich ab von der Form des Konduktors und des funkenziehenden Leiters, da die Schlagweite von der Dichtigkeit der Elektricität an den Stellen abhängt, an welchen der Funke überspringt. Der Funke wird um so länger, je gröfser die Dichtigkeit ist, ohne dafs ein Ausströmen stattfindet, er wird deshalb im allgemeinen am gröfsten sein, wenn man an den Konduktor der Maschine eine kleine Kugel ansetzt und dieser eine mit der Erde in leitender Verbindung stehende Kugel nähert. Befestigt man an dem Konduktor eine Spitze oder nähert man demselben eine Spitze, so werden wegen der stattfindenden Ausströmung nur in sehr kleinen Schlagweiten Funken überspringen können, nämlich in solchen, welche der auf der Spitze möglichen Dichtigkeit entsprechen, die ihr trotz des Ausströmens verbleibt. Entfernt man sich dann mit der Spitze so weit, dafs von ihr keine Ausströmung mehr stattfindet, dann wird im allgemeinen die Entfernung zu grofs sein, als dafs noch ein Funke überspringen könnte. In manchen Fällen ist das aber möglich, dann zeigen sich die zuerst von Gross[1]) beobachteten, später von Riess[2]) genauer untersuchten elektrischen Pausen; bei sehr kleinem Abstande der Spitze vom Konduktor springen Funken über, bei etwas gröfserem nicht, und bei noch gröfserem springen sie wieder über, bis sie schliefslich bei zu grofser Schlagweite überhaupt nicht mehr entstehen können.

Die Funken sind nur bei kleinerer Schlagweite überall gleich hell, bei gröfserer findet sich in denselben in der dem negativen Leiter zugewandten Hälfte eine lichtschwächere Stelle; häufig zeigt sich dann auch der Funke selbst an den verschiedenen Stellen verschieden gefärbt, nämlich in der gröfseren, dem positiven Leiter zugewandten Hälfte bläulich weifs, in der andern rötlich. Die Farbe desselben ändert sich indes sehr mit den Metallen, zwischen denen er überspringt. Eine prismatische Untersuchung der Funken zeigt, wie zuerst Fraunhofer[3]) fand, und später Wheatstone[4]) und Masson[5]) genauer untersuchten, dafs das Funkenspektrum

---

1) *Gross*, Elektrische Pausen. Leipzig 1776. *Riess*, Reibungselektricität Bd. II. §. 671.

2) *Riess*, Poggend. Ann. Bd. XCIX.

3) *Fraunhofer*, Denkschriften der Münchener Akademie aus den Jahren 1814 und 1815. Bd. V.

4) *Wheatstone*, Poggend. Ann. Bd. XXXVI.

5) *Masson*, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. XXXI. Krönigs Journal Bd. II.

Digitized by Google

nicht wie das der Sonne oder sonstiger Flammen ein kontinuierliches ist, sondern dafs es aus einer Anzahl durch dunkle Zwischenräume getrennter heller Streifen besteht. Die Farbe oder Lage dieser Streifen im Spektrum und ihre Zahl hängt wesentlich ab von den Metallen, aus welchen die Funken gezogen werden. Wie Kirchhoff schliefslich gezeigt hat[1]), sind die Streifen, welche in dem aus einem bestimmten Metalle gezogenen Funken auftreten, ganz dieselben, welche eine Flamme zeigt, in welcher der Dampf eines Salzes jenes Metalles glüht, so zwar, dafs der elektrische Funke das bequemste Mittel ist, um das Spektrum der Metalle zu untersuchen.

Auf die Farbe des Funkens ist ferner von Einflufs das Gas, in welchem er überspringt. Nach den Versuchen von Faraday[2]) ist der in atmosphärischer Luft überspringende Funke bläulich weifs, in Stickgas blau oder purpurn, in Sauerstoffgas weifs, in Wasserstoffgas hochrot, in Kohlensäure grünlich und von auffallend unregelmäfsiger Gestalt, in Salzsäure ist er weifs. Mit der Dichtigkeit des Gases nähert sich die Farbe in allen mehr dem Weifsen.

Die Thatsache, dafs die Farbe des Funkens wesentlich, ja allein abhängt von der Natur der Metalle, zwischen denen der Funke überspringt, und der Natur des zwischen denselben befindlichen Gases, führt auf die Vermutung, dafs das elektrische Licht nur eine sekundäre Wirkung der Elektricität, nur eine Folge der Wärmewirkung ist. Es würden darnach in dem Funken nur die von den Metallen losgerissenen Teilchen und die Gase in dem Funkenkanal glühend, und das Leuchten dieser glühenden Teile wäre das elektrische Licht. Dafs in der That in den Funken Metallteilchen mitgerissen werden, das läfst sich auch direkt nachweisen. Denn einmal werden die Flächen, aus denen man viele Funken gezogen hat, allmählich rauh und zeigen Gruben, aus denen das Metall fortgeschleudert ist, und andererseits zeigt sich nach mehrfacher Entladung zwischen verschiedenen Metallen auf dem einen ein Anflug des anderen. Läfst man so Funken zwischen Kupfer und Silber überschlagen, so zeigt das Silber einen Anflug von Kupfer und das Kupfer einen Anflug von Silber. Wir haben bei Besprechung der Spektralerscheinungen im zweiten Bande ebenfalls schon gezeigt, dafs das von den glühenden Gasen ausgesandte Licht nur von deren Natur und der Dicke der leuchtenden Schicht abhängt, somit dafs es ein eigentümliches elektrisches Licht nicht giebt.

Über die Lichtstärke des Funkens beim Entladungsstrome einer Batterie hat Masson[3]) Messungen angestellt und gefunden, dafs in einem konstanten Schliefsungsbogen die Lichtstärke des Funkens immer der an einer konstanten Stelle des Schliefsungsbogens erregten Wärmemenge proportional ist. Mit einer Veränderung des Schliefsungsbogens verändert sich auch die Lichtstärke, und zwar wieder in demselben Sinne und demselben Verhältnisse, in welchem die Erwärmung einer konstanten Stelle des Schliefsungsbogens sich ändert. Auch dieser Satz, welcher ganz allgemein

---

1) *Kirchhoff*, Abhandlungen der Berliner Akademie aus dem Jahre 1861. Über das Sonnenspektrum und das Spektrum der chemischen Elemente.

2) *Faraday*, Experimental researches. XII. Reihe, Art. 1423. Poggend. Ann. Bd. XLVII.

3) *Masson*, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. XIV u. XXX.

Digitized by Google

die Lichtwirkung der Entladung mit der Wärmewirkung in die innigste Beziehung setzt, beweist, dafs die Lichtwirkung nur sekundärer Natur, nur eine Folge der Wärmewirkung ist.

Bei der Entladung des Konduktors einer Elektrisiermaschine können sich noch andere Lichtwirkungen zeigen. Wenn nämlich die Dichtigkeit der Elektricität an einem Punkte des Konduktors so grofs wird, dafs die Elektricität ausströmt, und kein Leiter in der Nähe ist, welcher die Bildung eines Funkens veranlafst, so zeigen sich an der Ausströmungsstelle leuchtende Büschel. Dieselben sind bedeutend lichtschwächer als die Funken, so dafs sie nur in verfinsterten Räumen wahrgenommen werden können. Sie erscheinen dann als bläuliche Lichtkegel, deren Spitze die Ausströmungsstelle des Leiters bildet; die Kegelform rührt daher, dafs die ausströmenden elektrischen Strahlen sich abstofsen. Man kann die Büschel an jedem Konduktor erhalten, wenn man auf denselben ein zugespitztes Holzstück oder einen an seinem Ende rund gefeilten Draht aufsetzt. Nähert man einem Konduktor, von welchem die Elektricität ausströmt, einen Leiter, jedoch nicht so weit, dafs ein Funke überspringt, so kann man die Länge des Büschels bedeutend vergröfsern und seine Gestalt abändern.

Die Helligkeit und Farbe des Büschels ändert sich nach den Versuchen Faradays[1]) mit dem Gase, in welchem er sich bildet, die Farbe im allgemeinen ebenso wie diejenige des Funkens. Die Gröfse des Büschels ist immer der Dichtigkeit der Elektricität an der Ausströmungsstelle proportional. In Bezug auf die Gröfse zeigen sich die Büschel positiver und negativer Elektricität meist verschieden, nnd zwar der positive Büschel meist gröfser als der negative. Der Grund dieses Unterschiedes ist aber wohl eher in einer gewissen Elektrisierung der Luft, als in einem charakteristischen Unterschiede der beiden Elektricitäten zu suchen.

Eine eigentümliche Art des Büschels zeigt sich an den Spitzen, aus welchen die Elektricität ausströmt, das Spitzenlicht oder der elektrische Stern; er zeigt sich als im Dunkeln sichtbarer leuchtender Punkt auf den ausströmenden Spitzen. Dafs an solchen Spitzen trotz der starken Ausströmung der Elektricität sich nur ein auf die Spitze beschränkter Lichtpunkt zeigt, hat seinen Grund in dem schon früher erwähnten, von den Spitzen ausgehenden elektrischen Winde. Wie wir bereits anführten, ist dieser Wind eine Hauptursache der Ausströmung, indem an der Spitze die Luft infolge der grofsen dort vorhandenen elektrischen Dichtigkeit elektrisch wird und dann abgestofsen wird. Die Elektricität wird also gewissermafsen ähnlich dort weggenommen, als wenn man in rascher Folge die Stelle des Konduktors mit kleinen Kugeln berührte und diese dann wegnimmt. Dafs dieser Umstand in der That die Beschränkung des Lichtes auf den Stern bewirkt, zeigt sich auch dadurch, dafs man an nicht gerade mit Spitzen versehenen Körpern, welche in gewöhnlicher Luft Büschel zeigen, Glimmlicht erhält, wenn man sie in einen luftverdünnten Raum bringt, also in einen Raum, in welchem die Luft beweg-

---

1) *Faraday*, Experimental researches. XII. Reihe, Art. 1454 ff. Poggend. Ann. Bd. XLVII.

Digitized by Google

licher ist, dafs man ferner einen Büschel in Glimmlicht verwandeln kann, wenn man gegen die Ausströmungsstelle bläst.

Fig. 99.

Die elektrischen Lichterscheinungen nehmen bedeutend an Schönheit zu, wenn man sie in einem luftverdünnten Raume hervorbringt. Sehr bequem dazu ist das elektrische Ei Fig. 99. Dasselbe besteht aus einem eiförmigen rings geschlossenen Glasgefäfse, welches an den Enden der grofsen Axe durchbohrt und mit Metallfassungen versehen ist; die untere Fassung setzt sich in eine mit einem Hahne verschliefsbare Röhre fort, welche auf die Luftpumpe aufgeschraubt werden kann. Von der unteren Fassung und mit ihr in metallischer Verbindung steigt in das Gefäfs ein Metallstab auf, welcher oben in einer kleinen Kugel endet. Ein ebensolcher Stab, mit einer kleinen Kugel an seinem unteren Ende versehen, reicht durch eine Stopfbüchse der oberen Fassung in das Gefäfs hinab und kann der unteren Kugel beliebig genähert werden.

Verdünnt man die Luft in dem Ei sehr weit und bringt den oberen Metallstab mit dem Konduktor einer Elektrisiermaschine in Verbindung, während der untere mit der Erde in leitender Verbindung ist, so geht die Elektricität in Form eines leuchtenden Büschels von grofser Breite von einer Kugel zur anderen über, in welchem man oft deutliche Schichtungen beobachten kann. Es genüge hier, auf diese Erscheinungen aufmerksam gemacht zu haben; wir werden bei Betrachtung der Geisslerschen Röhren im letzten Abschnitte darauf zurückkommen.

§. 67.

Übersicht über die weiteren Wirkungen des Entladungsstromes.

Aufser den in den letzten Paragraphen betrachteten drei Gruppen von Wirkungen des Entladungsschlages lassen sich leicht noch einige andere erkennen, welche teils in dem Schliefsungsbogen, teils aufserhalb desselben sich zeigen. Wir werden dieselben, wie erwähnt, in den nächsten Abschnitten ausführlicher betrachten, da wir sie dann erst vollständig verstehen können, wenn wir die Wirkungen des einfachen konstanten galvanischen Stromes kennen gelernt haben; hier werden wir sie nur kurz der Vollständigkeit halber anführen.

Wenn man in den Entladungsstrom einer Batterie chemisch zusammengesetzte Flüssigkeiten einschaltet, so werden dieselben durch den Strom in ihre näheren oder entfernteren Bestandteile zerlegt; den Nachweis davon lieferte Wollaston[1]), indem er einen Silberdraht, welcher mit dem Konduktor einer Elektrisiermaschine in leitender Verbindung stand, und welcher aufser an seinem freien Ende mit Siegellack überzogen war, in eine Lösung von Kupfervitriol tauchte, in welche zugleich ein ebensolcher mit dem Reibzeuge in Verbindung stehender Draht eintauchte. Nachdem die

1) *Wollaston*, Gilberts Annalen Bd. XI.

Digitized by Google

Scheibe der Maschine 100mal umgedreht war, zeigte sich die metallische Oberfläche des mit dem Reibzeuge verbundenen Drahtes mit Kupfer bedeckt. An dem mit dem Konduktor verbundenen Drahte wurde Schwefelsäure frei, wie dadurch bewiesen wurde, dafs sich das Kupfer wieder auflöste, als der vorhin mit dem Reibzeuge verbundene Draht mit dem Konduktor verbunden wurde. An dem Draht, aus welchem der Strom in die Flüssigkeit eintrat, wurde also die Säure frei, an dem anderen das Metall. Ebenso gelang es Wollaston, das Wasser zu zersetzen, es zeigte sich jedoch meist an beiden Spitzen Wasserstoff und Sauerstoff. Andere Zersetzungen hat Faraday ausgeführt.

An den Unterbrechungsstellen des Schliefsungsbogens zeigen sich ebenfalls chemische Einwirkungen der Funken auf die Gase. Läfst man den Funken häufig durch feuchte Luft schlagen, so bildet sich stets etwas Salpetersäure; zugleich tritt ein eigentümlicher, der sogenannte elektrische Geruch auf, welcher nach Schönbein in einer Modifikation des Sauerstoffs, welche sich bildet und die er Ozon nennt, seinen Grund hat. Der Sauerstoff ist ein zweiatomiges Gas, der elektrische Funke oder schon die ausströmende Elektricität zerreifst die Doppelatome des Sauerstoffs, welche dann gesondert oder indem die einzelnen Atome an unzerrissene Moleküle sich ansetzen und so dreiatomige Moleküle bilden, als Ozon auftreten. Weiteres darüber sehe man in den Lehrbüchern der Chemie.

Läfst man den Funken durch entzündliche Gasgemische, so durch Wasserstoff und Sauerstoff, Wasserstoff und Chlor schlagen, so verbinden sich dieselben, eine Thatsache, welche in der Chemie bei der Gasanalyse im Eudiometer vielfach angewandt wird.

Umgekehrt werden zersetzbare Gase, so Stickoxydul durch den Funken zerlegt.

Welche von diesen Wirkungen als chemische, welche als sekundäre zu betrachten sind, darauf werden wir später zurückkommen.

Eine fernere Gruppe von Wirkungen im Schliefsungsbogen sind die physiologischen, welche sich wahrnehmen lassen, wenn man seinen Körper in den Schliefsungsbogen einschaltet, so dafs der Entladungsstrom durch denselben hindurchgeht; im Augenblicke der Entladung fühlt man einen Schlag im Innern des Körpers, besonders an den Gelenken, welcher mit der Stärke der Ladung zunimmt. Bei sehr starken Ladungen kann dieser Schlag sogar dauernde Lähmungen und selbst den Tod zur Folge haben.

Aufser diesem Schlage zeigt sich die Einwirkung auf den Organismus in einem örtlichen Schmerze an den Stellen, wo man auf denselben einen Funken überspringen läfst. Bei vielfachem Überspringenlassen auf dieselbe Stelle bildet sich eine Blase aus, welche zu Geschwüren Anlafs geben kann.

Die Wirkungen aufserhalb des Schliefsungsbogens sind magnetische und elektrische; erstere zeigen sich darin, dafs durch den Entladungsstrom Magnetnadeln, um welche derselbe geführt wird, aus dem Meridiane abgelenkt werden, und dafs Stahlnadeln, welche in der Nähe des Schliefsungsbogens liegen, oder um welche derselbe geführt wird, bleibend magnetisch werden.

Die elektrischen Wirkungen der Entladungen in neben den ursprünglich elektrisierten stehenden Leitern sind Wirkungen der Influenz. Wir

Digitized by Google

erwähnen an dieser Stelle nur den sogenannten Rückschlag in Leitern, welche dem Konduktor einer Elektrisiermaschine, welche plötzlich entladen wird, nahe stehen. In isolierten Leitern, welche dem elektrisierten Konduktor nahe stehen, werden die beiden Elektricitäten durch Influenz getrennt; wird nun der elektrische Zustand des Konduktors plötzlich aufgehoben, so treten die getrennten Elektricitäten ebenfalls wieder zusammen; dieses Zusammentreten bezeichnet man als Rückschlag. Man nimmt den Rückschlag sehr gut wahr an Froschschenkeln, welche frisch präpariert, isoliert in der Nähe eines Konduktors hingelegt sind; jedesmal, wenn man dem Konduktor einen Funken entzieht, beobachtet man infolge des Rückschlages eine Zuckung des Froschschenkels.

Man kann den Rückschlag ferner leicht beobachten, wenn man in der Nähe eines Konduktors zwei Leiter so aufstellt, dafs die Verbindungslinie beider gegen den Konduktor gerichtet ist, und dafs sie nur durch eine schmale Luftschicht getrennt sind. Ist der nähere von beiden isoliert, der von dem Konduktor entferntere mit der Erde in leitender Verbindung, so wird der nähere durch Influenz elektrisch und die Influenzelektricität der zweiten Art springt auf den entfernteren über und wird zur Erde abgeleitet. Ist der Gleichgewichtszustand hergestellt, so ist der erste Leiter mit Influenzelektricität der ersten Art versehen, welcher in dem zweiten auf der dem ersten zugewandten Seite entgegengesetzte Elektricität influenziert. Wird der Konduktor plötzlich unelektrisch, so dafs auf dem ersten Leiter die Elektricität sich frei verbreiten kann, so findet auch zwischen den beiden nahen Leitern die Ausgleichung statt.

Auf die ferneren elektrischen Wirkungen, die von Riess beobachteten Seitenentladungen wie auf die Nebenströme, werden wir in dem letzten Abschnitte eingehen.

Digitized by Google

Dritter Abschnitt.

Der Galvanismus.

Erstes Kapitel.

Die Entstehung des galvanischen Stromes und die Gesetze der Stromstärke.

§. 68.

Elektricitätserregung durch Berührung zweier Metalle. Bereits bei Gelegenheit der Aufzählung der verschiedenen Elektricitätsquellen haben wir erwähnt, dafs bei der Berührung heterogener Substanzen sich Elektricität entwickle. Die erste, jedoch nicht so verstandene Beobachtung dieser Art rührt von Sulzer her[1]), welcher folgenden Versuch beschreibt. Wenn man zwei Stücke Metall, ein bleiernes und ein silbernes, so mit einander vereinigt, dafs ihre Ränder eine Fläche bilden, und man bringt sie an die Zunge, so wird man einen gewissen Geschmack daran merken, welcher dem des Eisenvitriols nahe kommt, während jedes einzelne Metall denselben nicht zeigt. Diese Beobachtung blieb mehr als 30 Jahre eine vereinzelte Thatsache, bis in den neunziger Jahren des vorigen Jahrhunderts Volta sie wieder hervorhob und erklärte.

Die zweite Beobachtung dieser Elektricitätserregung machte im Jahre 1789 Luigi Galvani, Professor zu Bologna[2]), zufällig, veranlafst durch einen falsch verstandenen elektrischen Versuch. In der Nähe des Konduktors einer Elektrisiermaschine waren präparierte Froschschenkel wie Fig. 100 auf einen Tisch gelegt, und man fand, dafs dieselben jedesmal zuckten, wenn aus dem Konduktor ein Funke gezogen wurde. Galvani erkannte nicht, dafs diese Zuckung einfach eine Folge des Rückschlages war, welche das noch nicht abgestorbene Präparat ebenso zucken macht, wie der durch den menschlichen oder tierischen Organismus geführte Entladungsschlag in demselben eine Zuckung hervorruft, er glaubte vielmehr in demselben eine Einwirkung der Elektricität auf die von ihm angenommene tierische Elektricität zu erkennen.

---

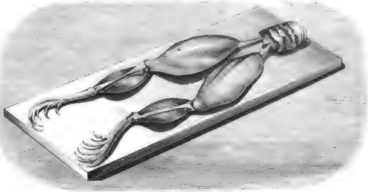
1) *Sulzer*, Mémoires de l'Académie de Berlin 1760.

2) *Galvani*, De viribus in motu musculari Commentarius, in den Commentariis Acad. Bononiae. T. VII. 1791.

Digitized by

Um zu untersuchen, ob die atmosphärische Elektricität auf die tierische einen ebensolchen Einflufs habe, hing Galvani mehrere Froschpräparate mit einem kupfernen Haken an das eiserne Gitter seines Gartens. Die Froschpräparate bestanden (Fig. 100) aus den von ihrer Haut entblöfsten Hinter-

Fig. 100.



schenkeln eines Frosches, welche durch die Schenkelnerven noch mit einem Stücke der Wirbelsäule verbunden waren. Die kupfernen Haken waren durch die Wirbelsäule gesteckt, so dafs sie mit dem Rückenmarke in leitender Verbindung waren, mit welchem andererseits noch die Schenkelnerven verbunden waren.

Ein Einflufs der atmosphärischen Elektricität zeigte sich allerdings nicht, denn so lange die Froschschenkel an den Kupferdrähten hingen, ohne das eiserne Gitter zu berühren, zeigte sich an ihnen gar nichts. Als aber Galvani die Kupferdrähte zurückbog, so dafs die Froschschenkel das Eisen berührten, zeigten sich an denselben die lebhaftesten Zuckungen; Galvani erkannte sofort, dafs dieselben nicht Folge der atmosphärischen Elektricität sein konnten, und überzeugte sich noch weiter davon, indem die Zuckungen ganz ebenso auftraten, als er in einem Zimmer die Froschschenkel auf eine Eisenplatte legte und mit den Kupferdrähten dann die Eisenplatte berührte. Bei weiteren Versuchen zeigte sich, dafs die wesentliche Bedingung zum Auftreten der Zuckungen in der Herstellung eines metallichen Bogens vom Rückenmark des Frosches zu den Schenkelmuskeln bestand, dafs sie, so lange das Präparat noch nicht abgestorben war, jedesmal mit Heftigkeit auftraten, wenn dieser Bogen aus zwei Metallen, wie in den ersten Versuchen aus Kupfer und Eisen, bestand, dafs sie aber auch auftreten konnten, wenn auch schwächer und nicht so regelmäfsig, wenn dieser Bogen nur aus einem Metalle bestand.

Galvani sah in diesen Versuchen eine Bestätigung seiner Lieblingstheorie einer tierischen, durch den Lebensprozefs entwickelten Elektricität, und nahm an, dafs das Froschpräparat einer mit dieser geladenen Leydener Flasche zu vergleichen wäre, deren innere Belegung der Nerv, deren äufsere der Muskel bildete. Wenn durch den metallischen Bogen die leitende

Digitized by Google

Verbindung zwischen beiden hergestellt werde, trete die Entladung ein, und infolge dieser die Zuckung.

Die Bekanntmachung dieser Versuche erregte das gröfste Aufsehen, und die Versuche wurden allerorten wiederholt. Eine aufmerksame Wiederholung erregte aber zunächst bei Alexander Volta[1]), Professor zu Pavia, Zweifel an der Richtigkeit der Erklärung, welche Galvani ihnen gegeben; er wurde darauf aufmerksam, dafs die Versuche am besten gelangen, wenn der Nerv und Muskel verbindende Bogen aus zwei Metallen bestand, dafs die Zuckungen nur höchst unregelmäfsig auftraten und oft ganz ausblieben, wenn der Bogen nur aus einem Metalle bestand. Er nahm daher an, dafs die eigentliche Quelle der die Zuckungen erregenden Kraft in der Berührung der beiden Metalle liege, dafs bei dieser Berührung Elektricität entwickelt werde und dafs die Ausgleichung dieser Elektricität durch das Froschpräparat dasselbe zum Zucken bringe. Das Froschpräparat wäre demnach nur als ein sehr empfindliches Elektroskop zu betrachten. Dafs auch bei einem Metalle der Versuch wohl gelinge, das glaubte Volta daraus zu erklären, dafs wohl auch in einem von demselben Metalle genommenen Streifen Ungleichartigkeiten vorkämen, oder später auch, dafs die ungleiche Berührung des Metalls mit Nerv und Muskel schon Elektricität hervorbrächte.

Es entspann sich jetzt ein heftiger Streit zwischen Galvani und seinen Anhängern einerseits und Volta andererseits, auf welchen wir hier nicht näher eingehen können[2]), der aber mit dem Siege Voltas endete, als er auch auf andere Weise unzweideutig den Nachweis lieferte, dafs bei der Berührung zweier Metalle Elektricität entwickelt wird. Dadurch wurde Volta der eigentliche Begründer dieses Zweiges der elektrischen Erscheinungen, welche indes nach demjenigen, der sie zuerst beobachtet, wenn auch falsch verstanden hat, galvanische Erscheinungen genannt werden.

Die Versuche Voltas, welche seitdem als Fundamentalversuche bezeichnet werden, sind, wenn auch in etwas anderer Form, folgende[3]):

Man nehme zwei eben auf einander geschliffene Platten, die eine von Kupfer, die andere von Zink, von circa 10 cm Durchmesser, welche mit isolierenden Handhaben versehen sind, und setze sie auf einander. Dann hebe man sie einander parallel von einander, und berühre mit der Kupferplatte die Kollektorplatte eines kondensierenden Elektroskopes. Als solches wendet man am besten ein Behrenssches nach der Einrichtung von Fechner oder Riess an, welches mit einem Kondensator versehen ist; auf den Metallstift des Elektroskopes ist zu dem Ende eine Kupferplatte geschraubt, welche auf ihrer oberen Fläche mit einer sehr dünnen Firnisschicht versehen ist, auf dieser steht eine Zinkplatte, welche auf ihrer unteren Seite ebenfalls mit einer möglichst dünnen Firnisschicht versehen ist.

Ist das Elektroskop recht empfindlich, so wird man bei dem Abheben

---

1) *Volta*, Giornale Physico-medico di D. Brugnatelli 1794. Grens Journal für Physik. Bd. II.

2) Eine äufserst interessant geschriebene Geschichte des Streites zwischen Galvani und Volta giebt Du Bois Reymond in dem ersten Bande seiner Untersuchungen der tierischen Elektricität.

3) *Voltas* Fundamentalversuche sind mitgeteilt in Grens Neues Journal für Physik Bd. IV, Gilberts Ann. Bd. X.

Digitized by Google

der Kondensatorplatte schon jetzt eine Bewegung des Goldblättchens wahrnehmen, welche anzeigt, dafs die Kollektorplatte negative Elektricität erhalten hat. Viel stärker wird aber die Ladung, wenn man den Versuch einigemal wiederholt; man berührt dann mit der Kupferplatte die kupferne Kollektorscheibe, mit der Zinkplatte zugleich die Kondensatorscheibe von Zink, setzt sie darauf wieder wie vorher zusammen und berührt nach dem Abheben der Zinkplatte die Kollektorplatte wieder mit der Kupferscheibe, die Kondensatorplatte mit der Zinkscheibe. Nach einigen Wiederholungen dieses Verfahrens wird man in der Kollektorplatte des Elektroskopes ziemlich kräftige negative Elektricität finden.

Wendet man als Kollektorscheibe des Kondensators eine Zinkplatte an, als Kondensatorscheibe eine Kupferplatte, und wiederholt den beschriebenen Versuch ganz in der angegebenen Weise, nur mit dem Unterschiede, dafs man jetzt mit der unteren Kollektorplatte die Zinkplatte mehrmals in Berührung bringt, so zeigt das Elektroskop jetzt ebenso starke positive Elektricität an wie vorher negative.

Dieser Versuch beweist, dafs bei der Berührung der Kupfer- und Zinkscheibe Elektricität entwickelt wird, indem nach der Berührung der beiden Platten die Zinkplatte sich positiv, die Kupferplatte sich negativ elektrisch zeigte.

Man kann diesen Versuch in mannigfacher Weise mit gleich günstigem Erfolge abändern. Zunächst kann man die erregenden Platten selbst als Kondensatorplatten anwenden in der Art, dafs man die eben benutzte Kupfer- oder Zinkplatte direkt auf das Elektroskop schraubt und auf dieselbe die andere der beiden Platten isoliert aufsetzt, so dafs die beiden Metalle sich in der ganzen Fläche berühren. Ist das Elektroskop hinreichend empfindlich, so wird es nach dem Abheben der oberen Platte negative Elektricität zeigen, wenn dieselbe die Zinkplatte war, positive, wenn dieselbe die Kupferplatte war.

Ist das Elektroskop nicht empfindlich genug, um bei diesem Versuche Elektricität zu zeigen, so setze man auf dasselbe wieder den zuerst angewandten Kupferzink-Kondensator und verbinde die Rückflächen der beiden Scheiben durch einen Kupfer- oder Zinkdraht, welchen man isoliert hält. Auch nach einer noch so kurzen Verbindung der beiden Platten wird man nach dem Abheben der Kondensatorplatte kräftige Anzeigen von Elektricität erhalten, von negativer, wenn Kupfer, von positiver, wenn Zink unten war. Bei diesem Versuche wird die Elektricität an der Berührungsstelle des Drahtes mit dem ungleichartigen Metalle erregt, von dort fliefst dieselbe in die Platten des Kondensators und zwar so lange, bis die Dichtigkeit auf der Kollektorscheibe oder dem damit in Verbindung stehenden Drahte gleich ist der Dichtigkeit der durch die Berührung erregten Elektricität. Es ist bei diesem Versuche ganz gleichgiltig, ob man den Draht an den Scheiben einfach anlegt, oder ob man mit demselben die Platten reibt, ein Beweis, dafs die allenfalls bei allen diesen Berührungen vorkommende Reibung nicht die Quelle der beobachteten Elektricität ist.

Ebenso wie bei der Berührung von Kupfer und Zink zeigen sich auch Elektricitäten bei der Berührung irgend zweier anderer Metalle, so dafs immer das eine von zweien positiv, das andere negativ elektrisch wird.

Digitized by Google

Es ergiebt sich demnach, dafs stets bei der Berührung zweier verschiedener Metalle und infolge dieser Berührung auf den beiden Metallen gleiche Mengen entgegengesetzter Elektricität auftreten. Wir sind daher genötigt anzunehmen, dafs bei der Berührung eine Kraft auftritt, welche die in den neutralen Metallen verbundenen Elektricitäten von einander trennt und veranlafst,, dafs eine gewisse Menge positiver Elektricität von dem ersten auf das zweite, eine gewisse Menge negativer Elektricität von dem zweiten auf das erste übergeht. Diese Kraft, welche bei und infolge der Berührung der Metalle auftritt, nennt man die elektromotorische Kraft.

Das Bedingende dieser Kraft sieht Helmholtz[1]) in einer verschieden starken Anziehung der verschiedenen Metalle auf die beiden Elektricitäten; er nimmt an, dafs die Materie der Metalle eine Anziehung auf die Elektricitäten ausübt, und dafs diese Anziehung eine verschiedene Gröfse habe je nach Art der Elektricität. Diese Anziehung soll nach Art der Molekularkräfte nur in unmefsbar kleinen Entfernungen wirken, während die Elektricitäten auf einander aus endlichen Entfernungen wirken.

In wie weit durch solch eine verschiedene Anziehung der beiden Metalle auf die verschiedenen Elektricitäten eine Trennung derselben und Verteilung über die Metalle eintreten kann, läfst sich leicht erkennen. Im Innern jedes der einzelnen Metalle ist die Anziehung auf beide Elektricitäten dieselbe, in einem gewissen Abstande von der Grenzfläche dagegen mufs infolge dieser Verschiedenheit eine Trennung der Elektricitäten eintreten. Nehmen wir z. B. Kupfer und Zink und setzen voraus, dafs ersteres stärker die negative, letzteres stärker die positive Elektricität anzieht, so wird auf die in den der Berührungsstelle nahe liegenden Stellen des Kupfers vorhandene positive Elektricität eine gegen das Zink gerichtete, auf die negative dagegen, welche in den der Grenze nahe liegenden Zinkteilen vorhanden ist, eine gegen das Kupfer gerichtete Kraft wirken. Infolgedessen wird negative Elektricität auf das Kupfer, positive auf das Zink fliefsen, bis die Anziehung der getrennten Elektricitäten zu einander den Anziehungen der Metalle auf die verschiedenen Elektricitäten entgegengesetzt gleich ist, oder bis die Differenz der Potentialwerte der gesamten freien Elektricität in den beiden Metallen der elektromotorischen Kraft gleich ist. Die getrennten Elektricitäten verbreiten sich nämlich über die beiden Metalle und verteilen sich so, dafs ein den elektrischen Gesetzen entsprechender Gleichgewichtszustand hergestellt wird. Dazu mufs die Potentialfunktion der gesamten Elektricitäten an allen Punkten eines und desselben Metalles, welche hinreichend weit von der Berührungsstelle entfernt sind, einen und denselben Wert haben, in den verschiedenen Metallen mufs aber der Wert verschieden, in dem einen etwa V_1, in dem anderen etwa V_2 sein. Die Werte ändern sich in der Nähe der Berührungsfläche und gehen, indem man aus dem einen Metall in das andere fortschreitet, von V_1 in V_2 über. Die Niveauflächen dieser veränderlichen Potentialfunktion V müssen der Berührungsfläche der beiden Metalle parallel sein, da in gleichen Abständen von der Grenze an jeder Seite die von dem andern Metall ausgeübten Kräfte gleich sein müssen. Ändert sich die Potentialfunktion, wenn wir von einer Niveaufläche zur

1) *Helmholtz*, Erhaltung der Kraft. Berlin 1847. S. 47.

Digitized by Google

andern übergehen, welche in der Richtung der Normale um dn entfernt ist, um dV, so giebt uns

$$-\frac{dV}{dn}$$

die Kraft, mit welcher die in einem Punkte der betrachteten Niveaufläche vorhandene Einheit der freien Elektricität nach der einen oder andern Seite getrieben wird. Die Kraft, welche auf die in der Länge dn vorhandene freie Elektricität wirkt, ist dann

$$-\frac{dV}{dn}\cdot dn$$

und die Kraft, welche die freie Elektricität überhaupt in der Richtung dieser Normalen nach der einen oder andern Seite treibt, ist gleich der Summe aller dieser Werte, dieselbe ausgedehnt über alle Punkte der Normale, in denen überhaupt die Potentialfunktion einen veränderlichen Wert hat. Rechnen wir die Normale von der Berührungsfläche aus, und setzen den Abstand von der Berührungsfläche, in welchem die Potentialfunktion den konstanten Wert V_1 hat, gleich $+n$, den, in welchem es den Wert V_2 hat, gleich $-n$, so ist diese Summe

$$-\int_{-n}^{+n}\frac{dV}{dn}\,dn = V_2 - V_1.$$

Da nun die elektromotorische Kraft nach Herstellung des Gleichgewichtszustandes dieser so bestimmten Kraft, welche die getrennten Elektricitäten wieder zu vereinigen sucht, entgegengesetzt gleich sein mufs, so wird dieselbe

$$E = V_1 - V_2.$$

Da unserer Voraussetzung nach die Anziehungen der Metalle auf die Elektricitäten sich nur auf unmefsbar kleine Entfernungen erstrecken, so folgt, dafs die elektromotorische Kraft E unabhängig ist von der Gröfse und Ausdehnung der sich berührenden Körper und von der Ausdehnung der Berührungsfläche, dafs sie nur abhängig ist von der Verschiedenheit der Metalle. Damit folgt dann aus obiger Gleichung, dafs durch die Berührung zweier Metalle eine Zerlegung der Elektricitäten eintreten mufs, derart, dafs das eine Metall eine gewisse Menge positiver, das andere eine gewisse Menge negativer Elektricität erhält, bis die Werte der elektrischen Potentialfunktion in den beiden Metallen eine bestimmte Differenz haben, welche nur abhängig ist von der Natur der Metalle.

Dafs durch die elektromotorische Kraft die Elektricitäten nur bis zu einer bestimmten Differenz der elektrischen Potentiale getrennt werden können, das ergiebt sich schon aus dem zweiten der vorhin erwähnten Versuche, nach welchem die Divergenz der Goldblättchen erst eintritt, wenn von den beiden sich berührenden auf dem Elektroskop befindlichen Platten die eine fortgehoben wird. Denn würde die Trennung der Elektricitäten in beiden Platten eine unbegrenzte sein, das heifst, würde sie nicht aufhören, wenn die Dichtigkeit der getrennten Elektricitäten eine bestimmte geworden ist, so müfste auch, wenn die obere Platte nicht abgehoben wird,

Digitized by Google

sehr bald eine solche Menge von Elektricität in die Goldblättchen eintreten, dass dieselben zur Divergenz kämen.

Dafs nach dem Abheben der obern Platte die Goldblättchen divergieren, hat seinen Grund darin, dafs die getrennten Elektricitäten sich gegenseitig anziehen, und dafs deshalb die gröfste Menge derselben sich an beiden Seiten der Berührungsfläche ansammelt, gerade wie bei dem Kondensator.

Die bei dem einfachen Kondensator vorhandene isolierende Zwischenschicht wird hier durch die elektromotorische Kraft ersetzt, welche die Elektricitäten getrennt erhält.

Wir können aus der Theorie des kreisförmigen Ansammlungsapparates sogar leicht bestimmen, welcher Bruchteil der Elektricität sich frei in das Elektroskop verbreiten, welcher an der Berührungsfläche bleiben wird. Sehen wir von den Ansätzen der Platten ab, und betrachten sie als einfache kreisförmige Platten, so können wir direkt die für den plattenförmigen Ansammlungsapparat im §. 41 durchgeführten Rechnungen benutzen. Ist die Dichtigkeit der Elektricität auf der obern Zinkplatte gleich $+h$, somit auf der untern Platte $-h$, ist der Radius der Platte gleich R, und ist der Abstand der elektrischen Schichten, wenn wir uns die Elektricitäten in je einer Schicht angehäuft denken, gleich δ, so wird aus der untern Platte derselbe Bruchteil der Elektricität sich in das Elektroskop verbreiten, welcher von der untern Platte abfliefsen würde, wenn wir uns diese Platte mit der Erde in leitender Verbindung denken; derjenige Bruchteil wird an der Berührungsfläche festgehalten, welcher in der Kondensatorplatte des Ansammlungsapparates durch Influenz erregt und festgehalten wird. Wie wir sahen, ist die Dichtigkeit h_1 auf der abgeleiteten Kondensatorplatte, da auf dieser das Potential V_2 gleich null ist,

$$h_1 = -h\left(1 - \frac{\delta}{R}\right).$$

Da die Dichtigkeit der negativen Elektricität auf der Kupferplatte h ist, so folgt, dafs die der Dichtigkeit $h\,\frac{\delta}{R}$ entsprechende Elektricitätsmenge sich in dem Elektroskop verbreiten wird, jedenfalls nur ein sehr kleiner Bruchteil der gesamten erregten Menge; wir werden später einen Versuch von Fechner kennen lernen, welcher die Menge dieser sich frei verbreitenden Elektricität bestimmt.

Ein weiterer Beweis dafür, dafs bei der Berührung die Elektricitäten nur bis zu einer bestimmten Differenz ihrer Potentialwerte getrennt werden können, ergiebt sich ferner aus der Erfahrung, dafs Elektricität, welche der einen der beiden Platten mitgeteilt wird, auch auf die andere übergeht, und dafs der elektrische Zustand der einen der Platten wesentlich von demjenigen der andern Platte abhängt. Schichten wir z. B. auf eine Kupferplatte eine Zinkplatte und auf diese wieder eine Kupferplatte, so ist auf beiden Kupferplatten keine Spur von Elektricität nachzuweisen. Durch die Berührung der Zinkplatte mit der untern Kupferplatte tritt eine solche Trennung der Elektricitäten ein, dafs die freie Fläche der untern Kupferplatte die dem Potentialwerte V_2 entsprechende Dichtigkeit $-h$ erhält, und die Rückfläche der Zinkplatte, dieselbe als frei gedacht,

Digitized by Google

die Dichtigkeit $+h$ bekäme. Die Rückfläche der oberen Kupferplatte erhält durch die Berührung mit der Zinkplatte die Dichtigkeit $-h$, und die untere Fläche der Zinkplatte die Dichtigkeit $+h$. Da nun beide Kupferplatten sich unelektrisch erweisen, so folgt, dafs die freie positive Elektricität der Zinkplatte, welche durch die Berührung mit der untern Kupferplatte entsteht, auch auf die obere Kupferplatte übergeht und die dort durch die Berührung mit der Zinkplatte verbreitete neutralisiert, und dafs ganz dasselbe an der untern Kupferplatte stattfindet.

Betrachten wir die drei Platten als drei Flächen, so können wir auch hier, zum genauern Verständnis dieses Versuches die Rechnungen des §. 41 für den plattenförmigen Ansammlungsapparat benutzen. Wir bezeichnen die Dichtigkeit der Elektricität auf der untern Kupferplatte infolge der Berührung mit der Zinkplatte als $-h$, dieselbe als gleichförmig über die ganze Platte, dieselbe als Fläche gedacht verbreitet. Die Dichtigkeit auf der Zinkplatte ist dann $+h$. Sind die beiden Platten allein vorhanden, so ist die Potentialfunktion auf der Zinkplatte, wie sich unmittelbar aus den Rechnungen des §. 41 ergiebt, indem dort die Dichtigkeit $h_1 = -h$ gesetzt wird,

$$V_1 = 2\pi\delta h$$

und auf der Kupferplatte

$$V_2 = -2\pi\delta h.$$

Somit

$$V_1 - V_2 = 4\pi\delta h.$$

Durch die Berührung der Zinkplatte mit der obern Kupferplatte steigt der Wert der Potentialfunktion auf der Zinkplatte um $2\pi h\delta$, es wird also

$$V_1' = 4\pi h\delta.$$

Ist in der That die Potentialdifferenz zwischen zwei Metallen konstant, so mufs durch diese Steigerung das Potential auf der untern und obern Platte gleich null werden, das heifst der Zustand der beiden Platten mufs derselbe sein, wie der einer abgeleiteten Belegung einer Franklinschen Tafel, sie können keine ableitbare Elektricität enthalten, wie es der Versuch ergab.

Dafs die elektromotorische Kraft unabhängig ist von der Gröfse und Ausdehnung der sich berührenden Körper und der Berührungsfläche, das läfst sich durch eine Variierung der zuletzt erwähnten Form des Fundamentalversuches, bei welchem die Rückflächen des Kupferzinkkondensators durch einen Draht verbunden wurden, leicht zeigen. Ob man dazu einen einfachen Kupferdraht oder einen breiten Streifen, oder einen in der Mitte zusammengelöteten Kupfer-Zinkstreifen anwendet, dessen Zink die Zinkplatte, dessen Kupfer die Kupferplatte berührt, ist für den Erfolg ganz gleichgültig. Bei Anwendung desselben Kondensators erhält man immer dieselben Elektricitätsmengen. In diesem Falle dienen die Platten nur als Ansammlungsapparat, die Erregung der Elektricität findet dort statt, wo sich die Metalle berühren, und von dort fliefst die Elektricität so lange auf die Platten ab, bis auf der Zinkplatte das Potential V_1, auf der Kupferplatte V_2 geworden ist. Die Menge der auf der Zinkplatte dann vorhandenen positiven Elektricität ist:

Digitized by Google

$$Q = \frac{F}{4\pi\delta}(V_1 - V_2),$$

wenn F die Gröfse der Platten, δ die Dicke der isolierenden Zwischenschicht bedeutet. Die Menge der in die Platten überfliefsenden Elektricität hängt somit wesentlich ab von der Gröfse der Platten und von der Dicke der isolierenden Zwischenschicht. Da die Differenz der Potentialwerte auf sich berührenden Metallen nun immer nur eine sehr kleine ist, so mufs man zum sichern Gelingen der Fundamentalversuche immer möglichst grofse Platten benutzen.

§. 69.

Die elektrische Spannungsreihe. Das elektromotorische Verhalten zweier sich berührender Metalle ist sehr verschieden je nach der Natur der Metalle sowohl in Bezug auf die Art der erregten Elektricität, als in Bezug auf die Gröfse der Differenz der Potentialwerte. Bei der Berührung mit Zink z. B. wird das Kupfer negativ elektrisch, ebenso, aber bedeutend schwächer bei der Berührung mit Zinn oder Eisen; mit Platin oder Silber dagegen berührt wird das Kupfer positiv elektrisch. Sowohl in Bezug auf die Art der Erregung als auch auf die Gröfse derselben lassen sich die Metalle in eine Reihe, die von Volta sogenannte Spannungsreihe, ordnen, derart, dafs die Stellung zweier Metalle in dieser Reihe angiebt, welche Elektricitätsart jedes der Metalle erhält und wie grofs die elektrische Differenz derselben ist.

Zur Bestimmung der Stellung, welche die Metalle in der Spannungsreihe haben, untersucht man, welche Elektricität dieselben bei der Berührung unter einander und mit solchen, deren Stellung in der Spannungsreihe bekannt ist, annehmen. Hat man ausgedehnte Flächen der Körper zu Gebote, so kann man die erregte Elektricität einfach auf den Kondensator übertragen. Man habe z. B. einen Kondensator von Messingscheiben, und wolle untersuchen, in welcher Weise Zinn und Silber elektrisch werden, wenn sie sich berühren. Man versieht die beiden zu untersuchenden Metalle mit isolierenden Handhaben, hält sie an einander, hebt sie isoliert ab und legt eine derselben an die Kollektorscheibe, indem man letztere in einem Punkte berührt. Man wiederholt dieses mehreremale, indem man vor jedem neuen Zusammenlegen die beiden zu prüfenden Platten mit einem Drahte ihres Metalles ableitend berührt. Die Kollektorplatte wird dann immer die Elektricität der angelegten Platte annehmen. Denn wenn auch durch die Berührung der letzteren mit der Kollektorplatte Elektricität frei wird, so ist die hierdurch auf die Kollektorplatte übergehende Elektricität jedenfalls nur höchst unbedeutend, so dafs sie kaum einen störenden Einflufs haben kann. Es folgt das aus der Theorie des Kondensators; bei der Berührung wird auf beiden Platten an der Berührungsstelle Elektricität einer gewissen Dichtigkeit erzeugt, und da die angelegte Platte isoliert ist, nur soviel, dafs das berührte Flächenstück die erwähnte Dichtigkeit erhält. Diese geringe Elektricitätsmenge ist es dann, welche sich nach Fortnahme der Platte über dem Kondensator verbreitet und zu der von der Platte auf den Kondensator übergegangenen summiert oder davon subtrahiert. Das Qualitative der Resultate wird deshalb dadurch nicht gestört sein können.

Eine andere Methode zur Aufstellung der Spannungsreihe ist von

Digitized by Google

Pfaff angewandt worden; er berührte mit den zu untersuchenden Metallen die Zink-Kollektorplatte eines Kondensators und beobachtete die Stärke der elektrischen Erregung. Das Zink wurde mit allen Metallen positiv elektrisch; je stärkere Elektricität es annahm, wenn es mit einem Metalle berührt wurde, um so weiter war es von dem Zink in der Spannungsreihe entfernt. So findet man z. B., dafs Zink mit Eisen berührt schwächer elektrisch wird als mit Kupfer, deshalb steht Eisen zwischen Zink und Kupfer. Das Gesetz der Spannungsreihe als richtig vorausgesetzt schliefst man dann daraus schon, dafs Eisen mit Kupfer berührt positiv wird, wie es auch der direkte Versuch zeigt.

Das genaueste Verfahren ist indes die Anwendung von Kondensatoren der zu untersuchenden Metalle und dieses, wie es von Kohlrausch angewandt wurde, ist das einzige, welches zu Messungen über die Gröfse der elektromotorischen Kraft oder der elektrischen Differenz zweier Metalle angewandt werden kann.

Nach diesem oder ganz ähnlichen Verfahren hat zuerst Volta[1]) den Nachweis geliefert, dafs sämtliche Metalle sich in eine Reihe derart ordnen lassen, dafs jedes vorhergehende Metall bei der Berührung mit allen nachfolgenden positiv elektrisch, jedes nachfolgende bei der Berührung mit einem vorhergehenden negativ elektrisch wird. Aufser den Metallen ordnen sich in diese Spannungsreihen noch Kohle, einige Superoxyde und einige Schwefelmetalle. Die Voltasche Spannungsreihe ist später von verschiedenen Physikern vervollständigt worden; es folgen hierunter die Angaben von Seebeck[2]), Munk af Rosenschöld[3]), Pfaff[4]) und Péclet[5]).

Spannungsreihe der Metalle
nach:

Volta	Seebeck	Munk	Pfaff	Péclet
+	+	+	+	+
Zink	Zink		Zink	Zink
Blei	Blei poliert		Kadmium	Blei
Zinn	Zinn		Zinn	Zinn
Eisen	Blei rauh		Blei	Wismut
Kupfer	Antimon		Wolfram	Antimon
Silber	Wismut	Kupfer	Eisen	Eisen
Gold	Eisen	Silber	Wismut	Kupfer
Graphit	Kupfer	Gold	Antimon	Gold
Braunstein	Platin	Schwarzes Schwefelquecksilber	Kupfer	—
—	Silber		Silber	
	—	Schwefelkies	Gold	
		Braunstein	Uran?	
		Bleisuperoxyd	Tellur	
		—	Platin	
			Palladium	
			—	

1) *Volta*, Gilberts Annalen. Bd. X.
2) *Seebeck*, Abhandlungen der Berliner Akademie 1822—1823.
3) *Munk af Rosenschöld*, Poggend. Ann. Bd. XXXV.
4) *Pfaff*, Poggend. Ann. Bd. LI.
5) *Péclet*, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. II.

Digitized by Google

Wie man sieht, stimmen diese Reihen im ganzen gut mit einander überein, nur in Bezug auf einige wenige Metalle, so bei Eisen, Antimon und Wismut sind die Angaben nicht übereinstimmend. Der Grund davon kann darin liegen, dafs die Metalle Seebecks nicht vollkommen chemisch rein waren, denn die geringste Verschiedenheit in denselben bedingt auch eine Veränderung in der elektromotorischen Kraft, wie das schon die verschiedene Stellung von poliertem und rauhem Blei in Seebecks Reihe zeigt.

Die elektrische Spannungsreihe giebt nicht allein der Art nach die elektrische Erregung bei der Berührung zweier Metalle an, sondern zugleich die relative Gröfse derselben in dem Satze, dafs die elektrische Differenz zweier Metalle in der Spannungsreihe gleich ist der Summe der elektrischen Differenzen aller zwischenliegenden.

Dieser Satz wurde zuerst von Volta[1]) bewiesen durch Messung der elektrischen Differenzen an einem Strohhalmelektrometer, welches mit dem Kondensator in Verbindung war. Er setzte, allerdings, wie wir im vorigen Abschnitte sahen, ungenau, die erregte Elektricität der Divergenz der Strohhalme proportional.

In dieser Weise gemessen fand Volta für die elektrischen Differenzen folgende Werte:

Zink | Blei 5	Zink | Silber 12
Blei | Zinn 1	Zink | Eisen 9
Zinn | Eisen 3	Zinn | Kupfer 5.
Eisen | Kupfer 2	
Kupfer | Silber 1	

Bezeichnen wir die Metalle mit ihren chemischen Zeichen, und die elektromotorische Kraft zwischen denselben durch die mit einem vertikalen Strich getrennte Zusammenstellung der Zeichen der Metalle, wobei im allgemeinen das mit positiver Elektricität versehene Metall zuerst geschrieben werden soll, so ergiebt sich aus obigen Zahlen

$$Zn \mid Ag = Zn \mid Pb + Pb \mid Sn + Sn \mid Fe + Fe \mid Cu + Cu \mid Ag.$$

$$Zn \mid Fe = Zn \mid Pb + Pb \mid Sn + Sn \mid Fe.$$

$$Sn \mid Cu = Sn \mid Fe + Fe \mid Cu.$$

Die Zahlen von Volta sind wie gesagt nicht genau, man kann indes die Richtigkeit dieses Spannungsgesetzes noch durch eine andere Erfahrung beweisen, welche keine genaue Messung erfordert.

Legt man an einen Kupfer-Zink-Kondensator eine Kupferplatte, welche auf einer in der Hand gehaltenen Zinkplatte liegt, und berührt zugleich die Zinkplatte des Kondensators ableitend, so erhält der Kondensator eine gewisse Elektricitätsmenge, welche nach Abheben der Zinkplatte eine ganz bestimmte Ablenkung des Goldblättchens zur Folge hat. Wiederholt man jetzt den Versuch, indem man zwischen Zink und Kupfer eine Anzahl beliebiger anderer Metalle einschaltet, so zeigt die Ablenkung des Goldblättchens, dafs die in den Kondensator übergegangene Elektricitätsmenge derjenigen bei dem vorigen Versuche ganz genau gleich ist. Es ergiebt

1) *Volta*, Gilberts Annalen. Bd. X.

Digitized by Google

sich aus diesem Versuche, dafs die elektrische Differenz der Endglieder einer Reihe von einander sich berührenden Metallen nur abhängig ist von derjenigen der Endglieder, dafs es einerlei ist, ob zwei Metalle sich direkt oder mit Zwischenschaltung einer beliebigen Anzahl Metalle berühren.

Dieser Satz ist eine unmittelbare Folge des Spannungsgesetzes, denn er sagt aus, dafs z. B.

$$Zn \mid Cu = Zn \mid Pb + Pb \mid Sn + Sn \mid Fe + Fe \mid Cu$$

ist; die Bestätigung desselben in der Erfahrung ist also rückwärts ein Beweis für die Richtigkeit des Spannungsgesetzes.

Eine Folgerung dieses Satzes ist, dafs bei einer Metallkette, deren Endglieder aus denselben Metallen bestehen, die elektrische Dichtigkeit auf den Endgliedern stets gleich null sein mufs, und dafs auf einem Metallringe, der in sich geschlossen ist, die Dichtigkeit der Elektricität überall gleich null sein mufs, Folgerungen, welche sich in der Erfahrung leicht bestätigen lassen.

Das Spannungsgesetz ist schliefslich von Kohlrausch durch exakte Messungen an dem von ihm konstruierten Kondensator bestätigt worden[1]).

Kohlrausch wandte zu dem Ende in dem schon früher beschriebenen Kondensator Platten der verschiedenen Metalle, oder nachdem er sich von der Zulässigkeit des Verfahrens überzeugt hatte, Messingplatten oder andere an, welche auf den einander zugewandten Flächen mit den zu untersuchenden Metallen gleichmäfsig galvanisch überzogen waren. Die Platten des Kondensators wurden, während sie einander genähert waren, durch einen Draht mit einander in Berührung gebracht, dann von einander entfernt und bald die eine bald die andere an dem von Kohlrausch verbesserten Dellmannschen Elektrometer geprüft. Aus den Angaben des Elektrometers ergiebt sich nach §. 45 der Potentialwert oder die Dichtigkeit der auf der geprüften Platte vorhandenen Elektricität.

Nach den Entwickelungen des vorigen Paragraphen tritt auf den beiden sich gegenüberstehenden Platten M und M_1, nachdem sie durch einen beliebigen isolierten Draht verbunden waren, eine bestimmte Differenz der Werte der elektrischen Potentialfunktion ein, so dafs die elektromotorische Kraft wird

$$M \mid M_1 = V_1 - V_2.$$

Ist die Dichtigkeit der Elektricität auf der positiven Platte M gleich h, auf der negativen demzufolge gleich $-h$, und ist der Abstand der Platten im Kondensator gleich δ, so ist nach §. 41

$$V_1 = 2\pi\delta h \qquad V_2 = -2\pi\delta h$$
$$V_1 - V_2 = 4\pi\delta h = 2V_1 = -2V_2,$$

so dafs wir also die elektromotorische Kraft auch einfach dem Potentialwerte der durch diese Berührung erregten Elektricität auf jeder einzelnen der Platten proportional setzen können. Wir wollen deshalb, da wir bei vorausgesetzter gleicher Gestalt der beiden sich berührenden Metalle stets $V_2 = -V_1$ haben, weil die Dichtigkeiten auf beiden Metallen dann gleich

---

1) *Kohlrausch*, Poggend. Ann. Bd. LXXXII.

Digitized by Google

sein müssen, unter elektromotorischer Kraft den Potentialwert auf einem der Metalle verstehen, so dafs

$$M \mid M_1 = V_1$$

immer den Potentialwert auf dem vor dem Vertikalstrich stehenden Metalle bedeutet. Damit wird

$$M_1 \mid M = V_2 = - V_1$$
$$M_1 \mid M = - M \mid M_1.$$

Werden zu den Messungen die beiden Platten so weit von einander entfernt, dafs die eine auf die andere nicht mehr einwirkt, so wird das Potential auf denselben

$$V = \pm 2\pi h R,$$

worin das obere Vorzeichen für die positive, das untere für die negative Platte gilt. Es wird somit

$$V = V_1 \frac{R}{\delta}.$$

Das Potential V ist es, welches mit dem Elektrometer gemessen wird; für die elektromotorische Kraft ergiebt sich aus demselben

$$M \mid M_1 = V \frac{\delta}{R}.$$

Wenn man nun das Verhältnis der so bei verschiedenen Metallen gemessenen Potentialwerte demjenigen der elektromotorischen Kräfte zwischen diesen Metallen einfach gleich setzen wollte, dann müfsten nach der letzten Gleichung δ und R immer die gleichen Werte haben, eine Bedingung, welche besonders in Bezug auf δ schwer oder gar nicht zu erreichen ist[1]).

Deshalb begnügte sich Kohlrausch auch nicht damit, einfach die Potentialwerte der verschiedenen Platten mit einander zu vergleichen, welche durch die zwischen den Metallen thätige elektromotorische Kraft entstanden; sondern er verglich bei jedem Plattenpaar zunächst den durch den Kontakt erhaltenen Potentialwert mit jenem, welchen die betreffenden Platten durch die Verbindung mit einer konstanten Elektricitätsquelle erhielten, welche so beschaffen war, dafs die eine der beiden Platten stets positive Elektricität, die andere negative von genau gleicher Dichtigkeit erhielt. Diese Elektricitätsquelle war ein später genauer zu beschreibendes Daniellsches Element. Dasselbe besteht aus einem hohlen Kupfercylinder, welcher in einer Lösung von Kupfervitriol steht; im Innern dieses Cylinders steht eine mit verdünnter Schwefelsäure gefüllte poröse Thonzelle und in dieser ein Zinkcylinder. Wie wir später nachweisen werden, ist auf dem Kupfercylinder positive Elektricität, auf dem Zinkcylinder negative von gleicher Dichtigkeit. Sei der Potentialwert auf denselben $\pm k$. Der Gang der Versuche von Kohlrausch war nun folgender. Zunächst wurden die Platten M und M_1 durch einen Draht direkt verbunden und dann am Elektrometer das Potential $\pm V$ der Platten gemessen; es ist

1) Man sehe darüber *Gerland*, Poggend. Ann. Bd. CXXXIII.

Digitized by Google

$$M \mid M_1 = V_1 = \frac{\delta}{R} V = a V.$$

Darauf wird die Platte M, welche wir als die positive der beiden Metalle annehmen wollen, mit dem Kupfer, M_1 mit dem Zink des Daniellschen Elementes verbunden. Die Flüssigkeit des Daniellschen Elementes leitet die Elektricität. Sei das in dieser Anordnung gemessene Potential $\pm V'$; dann ist gerade wie eben die Potentialfunktion V_1', welche die positive Platte annahm, als ihr die andere im Abstande δ gegenüberstand,

$$V_1' = a V'.$$

Die Potentialfunktion V_1' setzt sich folgendermaſsen zusammen:

1) Infolge der Verbindung mit dem Kupfer, auf welchem der Potentialwert k konstant vorhanden ist und auch bleibt, wenn es mit einem begrenzten Leiter in Verbindung gesetzt wird, nimmt die Platte den Potentialwert k an.

2) Durch die Berührung von M mit dem Kupfer würde die Platte den Potentialwert $\pm M \mid Cu$ annehmen, worin das obere Vorzeichen gilt, wenn M gegen Cu positiv, das untere, wenn es gegen Cu negativ ist; wir wollen, indem wir die Art der erregten Elektricität unbestimmt lassen, das positive Vorzeichen wählen.

3) Durch die Berührung des Zinks im Elemente mit M_1 nimmt das Zink den Potentialwert $Zn \mid M_1$ an; da nun die Flüſsigkeit die Elektricität leitet, so flieſst die diesem Potentialwerte entsprechende Elektricität auch auf das Metall M, so daſs das ohnedem auf M vorhandene Potential um diesen Wert vergröſsert wird.

Der Potentialwert auf dem Kupfer ist die Summe dieser drei Werte, so daſs

$$a V' = V_1' = k + M \mid Cu + Zn \mid M_1.$$

Nun ist nach dem Gesetze der Spannungsreihe

$$M \mid Cu + Zn \mid M_1 = M \mid Cu + Cu \mid Zn + Zn \mid M_1 - Cu \mid Zn$$
$$= M \mid M_1 - Cu \mid Zn,$$

somit wird

$$a V' = k - Cu \mid Zn + M \mid M_1 = F + M \mid M_1.$$

Die Platte M_1 erhält, wie man leicht auf gleichem Wege findet, denselben Wert der Potentialfunktion mit entgegengesetztem Vorzeichen.

Bei einem dritten Versuche wird die Platte M mit dem Zink, die Platte M_1 mit dem Kupfer verbunden. Wird dann an der Platte M die Potentialfunktion V'' beobachtet, so ist

$$V_1'' = a V''.$$

Die Potentialfunktion V_1'' setzt sich jetzt aus folgenden Teilen zusammen:

1) Vom Zink her, welches den Potentialwert $-k$ konstant besitzt, $-k$.

2) Durch die Berührung mit dem Zink $M \mid Zn$.

3) Durch die Berührung des Kupfers mit M_1 kommt hinzu $Cu \mid M_1$, somit wird

$$a V'' = -k + M \mid Zn + Cu \mid M_1$$
$$= -k + M \mid M_1 - Zn \mid Cu.$$

Digitized by Google

Da nun

$$Zn \mid Cu = - Cu \mid Zn,$$

so wird

$$aV'' = - k + Cu \mid Zn + M \mid M_1 = - F + M \mid M_1.$$

Aus diesen beiden Versuchen folgt dann

$$\tfrac{1}{2}(V' + V'') = \frac{M \mid M_1}{a} \quad \tfrac{1}{2}(V' - V'') = \frac{F}{a}$$

$$\frac{V' + V''}{V' - V''} = \frac{M \mid M_1}{F}.$$

Diese beiden Versuche geben also schon allein das gesuchte Verhältnis von $M \mid M_1$ zu der konstanten Gröfse F; der erste der erwähnten Versuche, welcher direkt den Wert von $M \mid M_1$ liefert, hat daher nur die Aufgabe eines Kontrolversuches.

Zur vollständigen Sicherheit bedarf es noch einer Korrektionsbeobachtung; der Wert von k ist nämlich nicht, wie wir oben vorläufig annahmen, vollkommen konstant, sondern mit der Zeit einigen Schwankungen unterworfen. Um diese Schwankungen zu eliminieren, beobachtete Kohlrausch stets zugleich an zwei Kondensatoren, einem bei allen Versuchen konstanten Zink-Kupfer-Kondensator und an dem eben erwähnten. An dem Zink-Kupfer-Kondensator wurde ebenso die Ladung beobachtet, wenn Kupfer mit Kupfer, Zink mit Zink durch einen Draht verbunden war, als auch, wenn das Kupfer des Kondensators mit dem Zink des Elementes und das Zink des Kondensators mit dem Kupfer des Elementes verbunden war.

Den obigen ganz gleiche Betrachtungen zeigen, da bei der Berührung Zink gegen Kupfer positiv ist, dafs in dem letzten Falle die Ladung der Zinkplatte des Kondensators wird

$$A = \frac{1}{a'}(F + Zn \mid Cu),$$

im ersten

$$B = \frac{1}{a'}(Zn \mid Cu - F).$$

Aus diesen beiden Gleichungen folgt wieder

$$\frac{Zn \mid Cu}{F} = \frac{A + B}{A - B}.$$

Setzen wir nun die elektrische Differenz oder den Potentialwert $Zu \mid Cu$ gleich 100, und beziehen auf diese die elektrischen Differenzen der übrigen Metalle, so können wir F selbst eliminieren und erhalten

$$\frac{M \mid M_1}{Zn \mid Cu} = \frac{(V' + V'')(A - B)}{(V' - V'')(A + B)} \quad . \quad . \quad . \quad (a)$$

Kohlrausch beschreibt vollständig einen Versuch zur Ermittelung der elektrischen Differenz zwischen Zink und Platin. Da Zink positiv gegen Platin ist, erhalten wir bei Verbindung des Platins mit dem negativen

Digitized by Google

Zink der Kette den Wert $\frac{1}{a}(F + Zn \mid Pt)$, bei umgekehrter Verbindung erhalten wir $V'' = \frac{1}{a}(Zn \mid Pt - F)$.

Die von Kohlrausch auf den Kondensatorplatten gefundenen Ladungen sind in den von ihm für das Torsionselektrometer gewählten Einheiten

	Zink-Platin-Kondensator			Zink-Kupfer-Kondensator			
	Zinkplatte	Platinplatte	Mittel		Zinkplatte	Kupferplatte	Mittel
V'	+ 11,98	− 12,02	12,000	A	+ 11,0	− 11,12	11,06
V''	− 3,01	+ 2,92	− 2,965	B	− 3,15	+ 3,01	− 3,08
V	+ 4,46	− 4,46	4,46	$\frac{1}{a'} Zn \mid Cu$	+ 3,92	− 4,05	3,985

Dafs die Vorzeichen der Werte V'' und B denen von V' und A entgegengesetzt sind, beweist, dafs F, oder die elektromotorische Kraft des Daniellschen Elementes, gröfser ist als die elektrische Differenz $Zn \mid Pt$, beziehungsweise als $Zn \mid Cu$.

Die halbe Differenz $V' - V''$ giebt die Ladung des ersten Kondensators durch das Daniellsche Element allein oder den Wert $\frac{F}{a}$ zu 7,482; die halbe Summe $V' + V''$ giebt die Ladung $\frac{M \mid M_1}{a}$ zu 4,5175, ein Wert, welcher von dem direkt beobachteten $V = \frac{M \mid M'}{a}$ gleich 4,46 nur äufserst wenig abweicht.

Für den zweiten Kondensator ist

$$\frac{F}{a'} = \frac{A - B}{2} = 7,07.$$

$$\frac{Zn \mid Cu}{a'} = \frac{A + B}{2} = 3,99;$$

während die direkte Beobachtung für den letzten Wert 3,98, also fast genau dasselbe liefert. Für die elektromotorische Kraft $Zn \mid Pt$ in ihrem Verhältnis zu $Zn \mid Cu$ liefert uns dann die Gleichung (a)

$$\frac{Zn \mid Pt}{Zn \mid Cu} = \frac{9,03 \,.\, 14,14}{14,96 \,.\, 7,98} = 1,064.$$

Wird also die elektrische Differenz $Zn \mid Cu$ gleich 100 gesetzt, so wird $Zn \mid Pt = 106,4$.

Kohlrausch hat auf diese Weise direkt folgende Spannungsdifferenzen bestimmt:

Digitized by Google

	Beob.	Ber.	Beob. II.	Beob. III.	Beob. IV.
Zn | *Cu*	100		100	100	100
Zn | *Au*	112,7		115	115,0	
Zn | *Ag*	105,6		109	108,7	
Zn | *Pt*	107,0		123		
Zn | *Fe*	74,7				88
Zn | *Hg*	—				125,3
Fe | *Cu*	31,9	25,3			12
Fe | *Pt*	32,3	32,3			
Fe | *Au*	39,7	38			
Fe | *Ag*	29,8	30,9			
Cu | *Au*					
Cu | *Hg*					25,3
Fe | *Hg*					37,4.

Die als berechnet angegebenen Zahlen sind nach dem Spannungsgesetze berechnet, indem z. B. *Fe* | *Ag* = *Zk* | *Ag* — *Zk* | *Fe* gesetzt wurde. Wie man sieht, stimmen aufser bei *Fe* | *Cu* die berechneten Zahlen fast vollkommen mit den beobachteten überein.

Bei der Untersuchung des Bleis fand Kohlrausch den Einflufs der geringsten Änderung des Metalls bestätigt, indem er für *Zn* | *Pb* ganz andere Werte fand, als er eine frisch gereinigte glänzende Bleiplatte anwandte, wie als dieselbe Bleiplatte bei dem Liegen an der Luft mit einer Oxydschicht sich bedeckt hatte.

Da bei der beschriebenen Versuchsreihe auch die Zinkplatte nicht ganz glänzend geblieben war, so sah sich Kohlrausch dadurch veranlafst, seine Versuche zu wiederholen[1]), indem er vor jeder Beobachtung die Zinkplatte wieder sorgfältig reinigte. Die Resultate dieser Beobachtungen sind oben unter Beob. II mitgeteilt. Für die elektrische Differenz zwischen einer reinen und einer mit Zinkoxyd bedeckten Platte, also für *Zn* | *Zn* O fand Kohlrausch bei dieser Gelegenheit den Wert 39,9.

Die unter Beob. III angegebenen Werte sind ganz nach der Methode von Kohlrausch von Gerland in meinem Laboratorium bei Gelegenheit einer im nächsten Paragraphen zu besprechenden Untersuchung bestimmt worden[2]).

Die unter Beob. IV angegebenen Zahlen sind von Clifton[3]) ebenfalls nach der Methode von Kohlrausch erhalten.

Aufserdem hat Hankel[4]) die elektromotorischen Kräfte zwischen verschiedenen Metallen untersucht, nach einer Methode, welche im Princip mit derjenigen von Kohlrausch übereinstimmt, welche aber nicht der gleichen Genauigkeit fähig ist, da Hankel die an verschiedenen Kondensatoren erhaltenen Werte direkt vergleicht. Die Einrichtung, welche Hankel dem Kondensator gab, war folgende. Eine Kupferplatte wurde auf einem Glas-

1) *Kohlrausch*, Poggend. Ann. Bd. LXXXVIII.

2) *Gerland*, Poggend. Ann. Bd. CXXXIII.

3) *Clifton*, Proceedings of the London Royal Society vol. XXVI, Beiblätter zu Poggend. Ann. Bd. I, p. 568.

4) *Hankel*, Abhandl. der mathem. Klasse der Königl. Sächs. Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig. Bd. IV. 1864.

Digitized by Google

cylinder genau horizontal befestigt, über derselben schwebte an drei Fäden eine zweite Kupferplatte von genau gleicher Gröfse, welche an einer Führung gehoben und gesenkt werden konnte, so dafs sie in jeder Höhe vollkommen horizontal blieb. Von dieser Platte führte ein zu einer losen Spirale gewundener Platindraht zu dem Goldblättchen eines Behrensschen Elektroskops, dessen trockne Säule durch eine Zink-Wasser-Kupfersäule ersetzt war. Die der beweglichen Platte erteilte Ladung, respektive deren Potentialwert wurde durch den Ausschlag des Goldblättchens gemessen, den Hankel immer nur sehr klein werden liefs, und den er deshalb durch ein Mikroskop mit Okularmikrometer beobachtete. Dem Ausschlage des Goldblättchens setzte er den Potentialwert der beweglichen Platte proportional. Zur Untersuchung der elektromotorischen Kräfte legte nun Hankel die sorgfältig gereinigten und abgeschliffenen Metallplatten, deren Durchmesser wie jener der Kupferplatten 95 mm betrug, auf die untere Kupferplatte, liefs die obere herab, so dafs sie der aufgelegten Platte bis auf 0,94 mm genähert wurde, und stellte kurze Zeit die Verbindung der untern und obern Kupferplatte durch zwei zur Erde abgeleitete Platindrähte her. Darauf wurde die Verbindung unterbrochen, die obere Platte gehoben, bis sie 330 mm von der untern entfernt war, und sofort der Ausschlag an dem Elektroskop beobachtet.

Bezeichnen wir den Wert der Potentialfunktion auf der beweglichen Kupferplatte K im Momente des Ablesens mit V, zur Zeit, als sie der untern auf der Kupferplatte liegenden Metallplatte M bis auf den Abstand 0,94 mm $= \delta$ genähert war, mit V_1, den Potentialwert auf der untern Platte M mit V_2, so ist nach §. 41

$$V = \frac{R}{2\delta}(V_1 - V_2),$$

wenn R den bei allen Platten gleichen Radius bedeutet. Der Potentialwert V_1 ist nun gleich

$$V_1 = K \mid Pt + Pt \mid A,$$

wenn wir annehmen, dafs das mit der Erde leitend verbundene Platin infolge dieser Verbindung einen gewissen elektrischen Zustand erhalten habe, der mit $Pt \mid A$ bezeichnet sei.

Ebenso erhalten wir für V_2

$$V_2 = M \mid Cu + Cu \mid Pt + Pt \mid A = M \mid Pt + Pt \mid A.$$

Damit wird

$$V = \frac{R}{2\delta}(K \mid Pt - M \mid Pt) = \frac{R}{2\delta} K \mid M.$$

Ersetzen wir das Metall M durch ein anderes M', so wird, unter der Voraussetzung, dafs R und δ genau dieselben Werte haben, der Potentialwert V' der beweglichen Platte

$$V' = \frac{R}{2\delta} K \mid M'.$$

Für ein drittes Metall M'' wird ebenso

$$V'' = \frac{R}{2\delta} K \mid M''.$$

Digitized by Google

Daraus ergiebt sich dann

$$V - V' = \frac{R}{2\delta}(K \mid M - K \mid M') = \frac{R}{2\delta}(K \mid M' + M' \mid M - K \mid M')$$

$$V - V' = \frac{R}{2\delta} M' \mid M; \qquad V - V'' = \frac{R}{2\delta} M'' \mid M,$$

und daraus schliefslich

$$\frac{V - V''}{V - V'} = \frac{M'' \mid M}{M' \mid M},$$

ein Quotient, der uns die elektromotorische Kraft zwischen irgend zwei Metallen bezogen auf diejenige zwischen irgend zwei andern als Einheit liefert.

Wie man sieht, ist hier bei allen Versuchen die Gleichheit von R und δ vorausgesetzt, eine Voraussetzung, welche sich kaum ganz vollkommen realisieren läfst.

Die von Hankel an frisch geputzten Metallen gefundenen Werte sind

$Zn \mid Al =$	-20	$Zn \mid Fe =$	84
$Zn \mid Zn =$	0	$Zn \mid Cu =$	100
$Zn \mid Cd =$	19	$Zn \mid Au =$	110
$Zn \mid Pb =$	44	$Zn \mid Pd =$	115
$Zn \mid Sn =$	51	$Zn \mid Ag =$	118
$Zn \mid Sb =$	69	$Zn \mid C =$	122
$Zn \mid Bi =$	70	$Zn \mid Pt =$	123
$Zn \mid Hg =$	81		

Als Kohle war eine Platte von Gaskohle benutzt. Die von Hankel gefundenen Werte stimmen bei denselben Metallen ziemlich gut mit den von Kohlrausch gefundenen Werten überein[1]).

Hankel fand den Einflufs der Oberflächenänderung bestätigt, indem er für die elektrischen Differenzen ganz andere Werte erhielt, nachdem die Metalle eine Zeit lang an der Luft gelegen hatten.

Pellat[2]) hat bei Messungen der elektromotorischen Kräfte den Einflufs der oberflächlichen Beschaffenheit etwas näher verfolgt und kommt zu dem Resultate, dafs nicht nur chemische, sondern auch physikalische Änderungen der Oberfläche die elektromotorische Kraft verändern können, ganz besonders glaubt er, dafs eine oberflächliche Härtung der Metalle von Einfluss sei. So fand er, dafs die elektrische Differenz einer mit feinem Schmirgel geputzten, dann mit Alkohol gewaschenen Zinkplatte gegen Gold nach 14tägigem Liegen auf 0,75 ihres Wertes herabging. Wurde sie sorgfältig mit Tripel, einem weniger harten Material, blank geputzt und in Alkohol gewaschen, so stieg die Differenz auf 0,87 des frühern Wertes. Eine erneuerte Behandlung mit Schmirgel und Alkohol hob den Wert der Differenz

---

1) Weitere Bestimmungen sehe man von *Ayrton* und *Perry*, Philosophical Transactions für 1880. *Hoorweg*, Wiedem. Ann. Bd. IX. *Fr. Exner*, Wiedem. Ann. Bd. IX.

2) *Pellat*, Comptes Rendus T. LXXX p. 990, Journal de physique T. X.

Digitized by Google

höher, wie er anfänglich gewesen war auf 1,06, von welchem Werte er nach längerem Liegen auf 0,99 zurückging, ein Wert, der durch Behandeln mit Tripel und Alkohol nicht mehr erheblich gesteigert wurde.

Man wird daher kleinere Schwankungen in den für die elektromotorischen Kräfte bei verschiedenen Beobachtungen erhaltenen Werten nicht auffallend finden.

Das aus den Beobachtungen sich ergebende Gesetz der Spannungsreihe wird von der Helmholtzschen Auffassung der elektromotorischen Kraft durch folgende Überlegung als notwendig verlangt[1]).

Liegen eine Zinkplatte und eine Kupferplatte auf einander, so wird durch Überführung einer gewissen Elektricitätsmenge aus dem einen Metall in das andere eine gewisse Arbeit geleistet. Nennen wir K_c die Potentialfunktion der molekularen Kräfte des Kupfers an der Grenze, wo diese aufhören zu wirken, so wird $K_c e$ das Potential dieser molekularen Kräfte, auf eine dort befindliche Elektricitätsmenge e. Wird bei dem Übertritt dieser Elektricitätsmenge in das Kupfer die Potentialfunktion desselben gleich V_c, so ist die hierbei gewonnene oder geleistete Arbeit nach §. 9 gleich $e\,(K_c - V_c)$. Haben K_z und V_z dieselbe Bedeutung für das Zink, so folgt, dafs wenn die Elektricitätsmenge e aus dem Zink in das Kupfer übertritt, die dabei geleistete oder gewonnene Arbeit wird

$$e\,(K_c - V_c) - e\,(K_z - V_z),$$

denn das Austreten der Elektricität aus dem Zink erfordert dieselbe Arbeit, welche bei dem Eintreten geleistet wird oder umgekehrt. Die effektiv in dem Falle gewonnene oder geleistete Arbeit ist somit

$$e\,(K_c - K_z - (V_c - V_z)).$$

Ist der elektrische Gleichgewichtszustand erreicht, so hört das weitere Fliefsen der Elektricität auf, weil zu dem Transport der Elektricität in dem einen Sinne ebensoviel Arbeit verlangt wird wie zu demjenigen im andern Sinne, es mufs demnach V_c und V_z einen solchen Wert annehmen, dafs

$$K_c - V_c = K_z - V_z,$$

oder dafs

$$V_z - V_c = K_z - K_c.$$

Nehmen wir ein drittes Metall und bedeuten K_m und V_m dasselbe für das dritte Metall, so tritt bei Berührung desselben mit dem Kupfer der Gleichgewichtszustand ein, wenn

$$V_m - V_c = K_m - K_c$$

bei Berührung mit dem Zink, wenn

$$V_m - V_z = K_m - K_z = (K_m - K_c) + (K_c - K_z)$$

und das ist das Spannungsgesetz. Man erkennt gleichzeitig, dafs das Gesetz nur gelten kann, wenn zwischen den Körpern sich ein elektrischer Gleichgewichtszustand herstellen kann, für solche, wo das nicht der Fall ist, gilt der Satz nicht

1) *von Helmholtz*, Wiedem. Ann. Bd. VII.

Digitized by Google

Aus den Versuchen von Kohlrausch, deren einen wir vorhin im Detail angegeben haben, ergiebt sich für das Verhältnis der elektromotorischen Kraft $Zn \mid Cu$ zu derjenigen eines Daniellschen Elementes, welche früher allgemein und noch jetzt vielfach als eine bequeme Einheit der elektromotorischen Kraft angewandt wird,

$$\frac{Zn \mid Cu}{F} = \frac{A+B}{A-B} = \frac{3,99}{7,07} = 0,564;$$

Clifton findet für dieses Verhältnis 0,789, Ayrton und Perry 0,67.

Von Helmholtz hat darauf aufmerksam gemacht, dafs wir hiernach mit einem Zink-Kupfer-Kondensator, wenn eine geschliffene Zinkplatte unmittelbar auf einer geschliffenen Kupferplatte steht, so dafs die Elektrisierung durch den Kontakt der beiden stattfindet, einen ganz enormen Wert der Potentialfunktion erhalten müfsten, wenn wir die beiden Platten von einander trennen. Ist R der Radius der Platten, δ der Abstand der beiden Schichten der elektrischen Doppelschicht, und ist V_1 die Potentialfunktion der obern Platte, so wird die Potentialfunktion der Platte nach dem Abheben, wenn alle in ihr vorhandene Elektricität auch nach dem Abheben noch in ihr bliebe,

$$V = \frac{R}{2\delta} V_1,$$

da der Faktor das Kapacitätsverhältnis des Kondensators zu der einzeln stehenden Platte darstellt. Der Abstand δ ist jedenfalls eine molekulare Entfernung, so dafs der Koefficient $\frac{R}{2\delta}$, wenn man etwa Platten von 1 Decimeter nähme, viele Millionen beträgt. Es würde daher auf der abgehobenen Platte eine Potentialfunktion sein, welche ebenfalls, da V_1 gleich etwa 0,66 Daniell ist, einer Ladung von vielen Millionen Daniellschen Elementen entspräche. Nach Thomson kann man durch eine Ladung mit 5500 Daniellschen Elementen einen Funken von mehr als 1 mm Länge erhalten, die abgehobene Platte müfste deshalb einen Funken von vielen hundert Centimetern geben, wenn man das Gesetz, dafs die Schlagweite der Potentialfunktion proportional ist, soweit anwenden wollte. Es folgt somit, dafs bei dem Abheben der Platten, weil wir sie nie parallel sich selbst abheben können, der gröfste Teil der getrennten Elektricitäten wieder zusammenfliefst.

§. 70.

Elektricitätserregung bei Berührung von Metallen und Flüssigkeiten. Nach der ersten Entdeckung der Elektricitätserregung durch Berührung glaubte Volta, dafs nur bei der Berührung zweier Metalle Elektricität erregt würde; er liefs diese Ansicht jedoch fallen, als Galvani gezeigt hatte, dafs auch bei Anwendung eines ganz homogenen Bogens Zuckungen an dem Froschpräparat eintraten. Es gelang ihm später auch an einem besonders konstruierten Kondensator, dem sogenannten Duplikator, die Elektricitätserregung bei dem Kontakt von Metallen und Wasser nachzuweisen[1]). Er fand, als er isolierte Platten von Zink, Messing,

1) *Volta*, Brief an Green übersetzt in dem ersten Bande von Ritters Beiträgen.

Digitized by Google

Silber, Zinn mit gehörig benetztem Holze in Berührung brachte, dafs alle diese Metalle negativ elektrisch wurden.

Um die elektrische Erregung der Metalle und Flüssigkeiten direkt nachzuweisen, kann man, wie Buff es gethan hat[1]), auf die Platte eines Säulenelektroskopes eine dünne Glasplatte legen, deren untere Fläche und Ränder gefirnifst sind, um die allenfallsige Oberflächenleitung des Glases abzuschneiden. Auf die von dem Firnifs frei gelassene obere Glasfläche bringt man eine dünne Schicht der zu untersuchenden Flüssigkeit, indem man entweder eine mit derselben getränkte Scheibe von Fliefspapier darauf legt, oder indem man die Flüssigkeit mit dem Pinsel aufträgt. Darauf wird ein Draht von demselben Metalle, aus welchem die Kondensatorplatte gefertigt ist, mit einer isolierten Handhabe zugleich mit der auf der Glasplatte befindlichen Flüssigkeit und mit der Platte des Kondensators in Berührung gebracht. Die elektrische Erregung findet dann statt an der Stelle, wo der Draht die Flüssigkeit berührt; von dort aus verbreitet sich die eine Elektricität in der Flüssigkeit, die andere über der Platte des Kondensators, so lange, bis die Dichtigkeit der Elektricität an dem Punkte, wo der Draht die Kondensatorplatte berührt, gleich ist der Dichtigkeit der Elektricität auf dem Drahte. Nimmt man den Draht fort und hebt die Glasplatte ab, so verbreitet sich die vorher an der Oberfläche der Kondensatorplatte angehäufte Elektricität in das Elektroskop, und die Bewegung des Goldblättchens giebt die Art der auf dem Metalle durch die Berührung mit der Flüssigkeit erregten Elektricität.

Nach diesem Verfahren hat Buff eine Anzahl Metalle und Flüssigkeiten geprüft und folgende Resultate erhalten.

Es werden bei Berührung mit

Wasser	Zink stark, Platin schwach negativ elektrisch.
verd. Schwefelsäure	Zink, Eisen, Kupfer negativ, Zink am stärksten, Kupfer am schwächsten; Gold, Platin positiv.
verd. Salpetersäure	Eisen, Zink negativ, Platin, Gold positiv, Kupfer wird nicht elektrisch.
konzentr. Salpetersäure	Zink negativ, sehr schwach, Platin, Gold, Kupfer, Eisen positiv.
Kalilauge	alle Metalle negativ.
konzentrierter Lösung von Zinkvitriol	Zink stark, Kupfer schwach negativ, Platin positiv.

Eine grofse Anzahl Versuche hat in ähnlicher Weise Pfaff angestellt[2]). Nach ihm sind in Berührung mit alkalischen Flüssigkeiten, wie Kalilauge, Natronlauge alle Metalle positiv.

Bei den Säuren teilten sich die Metalle in zwei Gruppen, von denen die einen meist positiv, die anderen meist negativ werden, ein Resultat, welches die Versuche Buffs bestätigen. So werden nach Pfaff mit konzentrierter Schwefelsäure, Salpetersäure, Salzsäure Silber, Gold, Platin stets positiv, Zink wurde stets negativ elektrisch; mit Schwefelsäure wurden aufserdem positiv Blei, Kupfer und weiches Eisen, negativ Antimon

1) *Buff*, Liebigs Annalen der Chemie etc. Bd. XLII u. XLIV.
2) *Pfaff*, Poggend. Ann. Bd. LI.

Digitized by Google

und Zinn, mit Salpetersäure positiv Stahl, Blei, Zinn und Kupfer, negativ weiches Eisen und Antimon.

Für die Lösungen von Salzen giebt Pfaff an, daſs Metalle, welche in dieselben getaucht wurden, im allgemeinen der Art nach ebenso elektrisch wurden, als wenn sie mit dem Metalle, aus welchem die Salze gebildet waren, in Berührung standen; so machen die Zinksalze alle Metalle ausser Zink negativ, in einer Lösung von Goldchlorid dagegen wurden alle Metalle positiv.

Überblicken wir die in dem Vorigen zusammengestellten Beobachtungen, so ergiebt sich zunächst in Bezug auf die Art der erregten Elektricität das wichtige Resultat, daſs die Flüssigkeiten sich nicht in die für die Metalle aufgestellte Spannungsreihe einordnen lassen. Bei den Säuren finden wir z. B., daſs Zink von denselben stets negativ erregt wird; das Zink steht nun an der Spitze der Spannungsreihe, wenn deshalb die Säuren in die Spannungsreihe gehörten, so müſsten alle übrigen Metalle bei Berührung mit ihnen ebenfalls negativ werden. Es ist das aber nicht der Fall, vielmehr werden gerade die an dem negativen Ende der Spannungsreihe stehenden Metalle von den Säuren positiv erregt.

Daſs die Flüssigkeiten nicht in die Spannungsreihe gehören, läſst sich auch leicht durch einen Versuch beweisen, welcher analog demjenigen ist, aus welchem direkt das Spannungsgesetz folgte. Wenn man eine Reihe von Metallen zusammenstellt, so ist die Dichtigkeit der Elektricität auf den Endgliedern gleich null, wenn die Endglieder aus demselben Metalle sind. Unterbricht man dagegen die Reihe an einer Stelle und taucht die Unterbrechungsstellen in eine Flüssigkeit, so ist auf den Endgliedern wieder Elektricität vorhanden, vorausgesetzt nur, daſs die Unterbrechungsstellen von verschiedenem Metalle sind. Daraus folgt unmittelbar, daſs die Flüssigkeiten sich nicht in die Spannungsreihe der Metalle einordnen lassen.

Man unterscheidet deshalb die Metalle und die Flüssigkeiten als Leiter erster und Leiter zweiter Klasse; jene Körper, welche in die Spannungsreihe der Metalle sich einordnen, heiſsen Leiter erster Klasse, jene, welche die Elektricitäten leiten, aber nicht in die Spannungsreihe gehören, heiſsen Leiter zweiter Klasse. Wir werden später sehen, daſs auch in der Art, wie diese Körper die Elektricität leiten, ein Unterschied besteht.

Früher glaubte man vielfach, daſs die Elektricitätserregung der Metalle bei Flüssigkeiten gegen diejenigen der Metalle bei wechselseitiger Berührung nur sehr schwach sei: schon Pfaff indes giebt an[1]), daſs, wenn auch im allgemeinen die elektrische Erregung der Metalle durch Flüssigkeiten schwächer sei als die der Metalle unter einander, doch in manchen Fällen die elektrische Erregung von Metallen durch Flüssigkeiten stärker sei als selbst der in der Spannungsreihe am weitesten von einander entfernten Metalle.

Es ergiebt sich das direkt aus einem Versuche Becquerels[2]) an einem Zink-Platin-Kondensator. Verbindet man die beiden Metalle durch einen Draht, so wird das Platin negativ, das Zink positiv; verbindet man aber

1) *Pfaff*, Poggend. Ann. Bd. LI.
2) *E. Becquerel*, Comptes Rendus. T. XXII. p. 677.

Digitized by Google

die beiden Metalle durch die feuchten Finger, so wird das Zink negativ, das Platin positiv, woraus folgt, dafs die negative Erregung des Zinks durch Feuchtigkeit viel gröfser ist als die positive Erregung desselben durch Platin.

Péclet[1]) hat in dieser Beziehung einige Messungen angestellt unter Anwendung eines Gold-Zink-Kondensators. Wurden beide Platten durch einen Draht verbunden, so zeigte nach dem Abheben der Zinkplatte das Goldblatt des Elektroskopes eine Ablenkung, welche nach einem willkürlichen Mafse gemessen gleich — 3 war; das negative Vorzeichen bedeutet, dafs die Elektricität des Goldes negativ war. Wurden dagegen die Platten durch die feuchten Finger verbunden, so zeigte sich nach dem Abheben der Zinkplatte die Ablenkung + 20. Die Ladung rührt in diesem Falle hauptsächlich von der Erregung des Zinks durch die Feuchtigkeit der Hand; so dafs daraus folgen würde, dafs die Erregung des Zinks durch diese Feuchtigkeit fast siebenmal so stark ist als diejenige des Zinks bei der Berührung mit Gold.

Auch die genauen Messungen von Kohlrausch[2]) haben den Beweis geliefert, dafs die elektrischen Erregungen von Metallen und Flüssigkeiten oft diejenigen von Metallen unter einander überwiegen. Das von Kohlrausch benutzte Verfahren war demjenigen gleich, welches bei den im vorigen Paragraphen beschriebenen Versuchen gedient hatte.

An einem Kupfer-Zink-Kondensator wurde zunächst die Ladung bestimmt, wenn die beiden Platten direkt durch einen Draht verbunden waren. Die Ladung fand sich am Torsionselektrometer an der von Kohlrausch gewählten Einheit gleich 4,17. Darauf wurde das Kupfer des Kondensators mit dem Kupfer, das Zink mit dem Zink eines Daniellschen Elementes verbunden, dessen Zink in einer Lösung von Zinkvitriol, dessen Kupfer in einer Lösung von Kupfervitriol stand. Die in diesem Falle vorhandenen elektromotorischen Kräfte sind der Kontakt des Zinks mit dem Zinkvitriol, des Kupfers mit dem Kupfervitriol und der Kontakt der beiden Flüssigkeiten. Letzterer ist indes zu vernachlässigen, da, wie wir später noch besonders zeigen werden, die elektromotorische Kraft bei der Berührung der Flüssigkeiten kaum merklich ist. Zink wird bei der Berührung mit Zinkvitriol negativ, die Flüssigkeit positiv; Kupfer wird bei der Berührung mit Kupfervitriol ebenfalls negativ, die Flüssigkeit positiv. Die Ladung des Zinks in der Flüssigkeit und somit auch des Zinks des Kondensators ist daher proportional der Differenz zwischen den elektromotorischen Kräften zwischen Zink, Zinkvitriol und Kupfer, Kupfervitriol. An dem Torsionselektrometer zeigte sich die Ladung des Kondensators gleich 4,51. Aus diesen beiden Beobachtungen folgt, da bei beiden derselbe Kondensator diente,

$$Zn \mid Cu : (Zn \mid Zn\,SO_4 - Cu \mid Cu\,SO_4) = 4{,}17 : 4{,}51.$$

Zur Bestimmung des Verhältnisses der elektromotorischen Kräfte $Zn \mid Zn\,SO_4$ und $Cu \mid Cu\,SO_4$ zur elektromotorischen Kraft $Zn \mid Cu$, bedarf es aufser obiger noch einer Gleichung. Um diese zu erhalten,

1) *Péclet*, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. II.
2) *Kohlrausch*, Poggend. Ann. Bd. LXXIX.

Digitized by Google

wandte Kohlrausch die Methode von Buff an. Auf eine als Kollektorplatte dienende Zinkplatte wurde eine dünne Glasscheibe gelegt, und auf diese eine mit Zinkvitriol getränkte Scheibe von Fliefspapier. Die Zinkplatte wurde dann negativ elektrisch und am Torsionselektrometer ergab sich die Zahl 4,41. Diese Zahl ist mit den vorigen indes nicht vergleichbar, da die Verstärkungszahl des Kondensators jetzt eine andere ist als vorher.

Deshalb wurde weiter anstatt der mit Zinkvitriol getränkten Scheibe von Fliefspapier eine ebensolche mit Kupfervitriol getränkte auf die Glasplatte des Kondensators gelegt, und die Verbindung zwischen der Flüssigkeit und der Zinkplatte durch einen Kupferdraht hergestellt. Die Zinkplatte lud sich jetzt durch die Differenz der elektromotorischen Kräfte $Zn \mid Cu$ und $Cu \mid CuSO_4$, da das Kupfer bei der Berührung mit Kupfervitriol negativ elektrisch wird. Am Torsionselektrometer ergab sich für die Ladung 2,94.

Da die beiden letzten Zahlen an demselben Kondensator erhalten sind, so sind sie vergleichbar, es ist deshalb

$$Zn \mid ZnSO_4 : (Zn \mid Cu - Cu \mid CuSO_4) = 4{,}41 : 2{,}94.$$

Setzt man nun die elektromotorische Kraft $Zn \mid Cu = 4{,}17$, so ergiebt sich aus diesen beiden Gleichungen

$$Zn \mid ZnSO_4 = 5{,}21; \qquad Cu \mid CuSO_4 = 0{,}70.$$

Durch eine Reihe ähnlicher Versuche fand Kohlrausch für einige andere Flüssigkeiten folgende Werte:

Zink	Kupfer	100
Zink	Zinkvitriol . . .	— 129
Zink	Schwefelsäure .	— 115
Kupfer	Zinkvitriol . . .	— 36
Kupfer	Kupfervitriol . .	— 21,5,

zu welchen er später[1]) noch folgende Werte fügte:

Amalgamiertes Zink	Schwefelsäure	— 149
Platin	Salpetersäure	149.

Es ergiebt sich daraus, dafs in vielen Fällen die elektromotorische Kraft zwischen Metallen und Flüssigkeiten jene zwischen Metallen ganz bedeutend übersteigt. Die von Kohlrausch untersuchten Fälle sind für die Praxis die wichtigsten, da gerade diese es sind, welche in den galvanischen Kombinationen stets angewandt werden[2]).

Wenn wir auch an dieser Stelle noch nicht auf die theoretische Streitfrage eingehen, welches denn eigentlich die Ursache der elektrischen Erregung ist, so müssen wir doch eine Ansicht schon hier erwähnen, die Ansicht nämlich, dafs eine Elektricitätserregung bei dem Kontakte zwischen Metallen überhaupt nicht stattfinde, sondern dafs nur bei Berührung von Flüssigkeiten mit Metallen Elektricität erregt würde. In einer anderen, später zu betrachtenden Weise ist diese Ansicht schon sehr alt; schon

1) *Kohlrausch*, Poggend. Ann. Bd. LXXXII. S. 407.

2) Messungen von *Clifton* sehe man Proceedings of London Royal Society vol. XXVI, von *Ayrton* und *Perry* ebendort vol. XXVII und Philos. Transactions (London) for 1880 part. I.

Digitized by Google

bald nach Voltas Entdeckung und nach der Beobachtung der chemischen Wirkungen des durch die Kontaktelektricität entstehenden galvanischen Stromes nahmen viele an, dafs Elektricitätserregung nur Folge von chemischer Aktion sei, dafs nur dann bei der Berührung zweier Körper Elektricität auftrete, wenn zwischen denselben eine chemische Einwirkung vorhanden wäre, und dafs die erregte Elektricität Folge dieser chemischen Aktion wäre. Diese Physiker mufsten deshalb die elektrische Erregung zwischen chemisch indifferenten Körpern und selbstverständlich beim Kontakte von Metallen leugnen. Es wird uns später leicht sein, die Unhaltbarkeit dieser Ansicht nachzuweisen. Aber auch ohne so weit zu gehen, dafs sie jede elektrische Erregung auf eine chemische Aktion zurückführen wollen, halten manche die Erregung von Elektricität beim Kontakte von Metallen für nicht erwiesen, und glauben die dabei beobachtete Elektricität auf den Kontakt von Flüssigkeiten und Gasen mit den Metallen zurückführen zu können.

Wenn bei dem Voltaschen Fundamentalversuch nicht strenge alle Flüssigkeiten ausgeschlossen werden, so ist er allerdings nicht beweisend, deshalb habe ich keiner der Modifikationen desselben Erwähnung gethan, bei denen ein einseitiger Kontakt von Flüssigkeiten und Metallen vorkommt. Aber auch die vorgeführten Versuche gelten nicht für beweisend und man hält es wenigstens für möglich, dafs bei ihnen auch der Flüssigkeitskontakt es sei, welcher die Elektricität erregt, indem man auf die Erklärung dieser Versuche von De la Rive zurückgeht.

De la Rive glaubt[1]), dafs die Feuchtigkeit der Luft die Ursache der bei dem Metallkontakte beobachteten Elektricität sei. Jeder Körper kondensiert auf seiner Oberfläche Gas aus seiner Umgebung; die zu den Fundamentalversuchen benutzten Platten sind daher mit kondensierter Luft und Feuchtigkeit bedeckt. Der Kontakt dieser Feuchtigkeit mit den Metallen macht letztere, und zwar in den meisten Fällen negativ, elektrisch, während die Feuchtigkeit selbst positiv elektrisch wird. Da beide Elektricitäten gleich dicht sind, so kann ein einzeln stehender Körper nicht elektrisch erscheinen. Wird aber mit einem solchen ein anderer in metallische Berührung gebracht, welcher durch die auf ihm kondensierte Feuchtigkeit weniger stark negativ oder gar positiv erregt wird, so fliefst die negative Elektricität so lange in denselben über, bis die Dichtigkeit der negativen Elektricität in beiden gleich ist. Da zwei Platten sich immer nur in wenigen Punkten der Berührungsflächen wirklich metallisch berühren, während sonst zwischen ihnen noch jene Gas- und Feuchtigkeitsschicht sich befindet, so wird, so lange die Platten zusammen sind, die positive Elektricität der Gasschicht die negative in dem Metalle an den einander zugewandten Flächen kondensieren. Hebt man nun aber die Metalle von einander ab, so wird in dem durch die Flüssigkeit stärker negativ erregten wegen des Abflusses eines Teiles der negativen Elektricität die positive jetzt überwiegen und zum Teil fortgenommen werden können; deshalb erscheint die Platte jetzt positiv elektrisch, während die andere wegen des Überschusses der negativen Elektricität jetzt negativ erscheint.

1) *De la Rive*, Poggend. Ann. Bd. XV. Traité de l'électricité. T. II. p. 776.

Digitized by Google

So bei einer Zink- und Kupferplatte. Das Zink wird von der Feuchtigkeit stärker negativ erregt als das Kupfer; legt man die Platten auf einander, so tritt durch die wirklichen Berührungspunkte derselben ein Teil der negativen Elektricität zum Kupfer; hebt man die Zinkplatte ab, so erweist sich die Kupferplatte negativ und die Zinkplatte mit ihrer Gasschicht positiv elektrisch. Der Versuch, bei welchem eine Kupferplatte und eine Zinkplatte wiederholt isoliert von einander abgehoben und an den Kondensator gelegt werden, soll sich in derselben Weise erklären, indem jedesmal unmittelbar nach der Abgabe der Elektricitäten der Platten die kondensierten Feuchtigkeitsschichten wieder elektromotorisch wirken. Bei dem Aufeinanderlegen der Platten wird sich daher der Procefs in der angegebenen Weise wiederholen.

Gegen diese Erklärung der Voltaschen Fundamentalversuche sind besonders Pfaff[1]) und Fechner[2]) aufgetreten, indem sie zeigten, dafs Elektricität erregt wird, wenn Metalle unter der Glocke der Luftpumpe oder in Räumen, welche mit vollkommen getrocknetem Wasserstoffgas gefüllt waren, mit einander in Berührung gebracht wurden, oder indem sie nachwiesen, dafs ein Messingdraht oder ein Platindraht negativ elektrisch wurden, als sie an eine vollständig mit Firnifs überzogene Zinkplatte angelötet waren.

Gegen diese Versuche könnte eingewandt werden, dafs weder unter der Glocke der Luftpumpe, noch bei dem Übertragen in vollkommen trockne, mit Wasserstoff gefüllte Räume, noch auch bei dem Überziehen mit Firnifs die kondensierte Feuchtigkeitsschicht fortgenommen wird, dafs daher in allen Fällen die supponierte Erregungsursache noch fortdauere.

Es wäre jedenfalls gut, wenn derartige Versuche wiederholt würden, indem nach der Methode von Waidele[3]) Platten von den kondensierten Gas- und Feuchtigkeitsschichten befreit und dann unter der Glocke der Luftpumpe oder in mit trocknem Wasserstoffgas gefüllten Räumen die Metalle zur Berührung gebracht würden. Bei solchen Versuchen könnte der Einwurf, dafs auf den Metallen die kondensierte Feuchtigkeitsschicht vorhanden sei, nicht gemacht werden.

Indes auch ohnedem ist, wie mir scheint, die erwähnte Ansicht aus mehreren Gründen nicht haltbar.

Zunächst nämlich ist es eine willkürliche Annahme, dafs die kondensierte Gasschicht jedes Metalles auch nach der Berührung mit dem andern ihren elektrischen Zustand ganz ungeändert beibehalte. Nehmen wir zwei Platten, eine Zink- und eine Kupferplatte, welche mit ihren Flächen auf einander liegen, so soll nach dieser Ansicht die Elektricität der Metalle sich ausgleichen. Nun durchdringen sich aber die Gasschichten der zugewandten Flächen jedenfalls teilweise; ich kann deshalb keinen Grund einsehen, weshalb sich nicht auch die Elektricitäten der Gasschichten wenigstens teilweise ausgleichen sollen. Diese Ausgleichung müfste zudem jedenfalls verschieden sein, je nachdem die Platten mehr oder weniger stark und längere oder kürzere Zeit zusammengeprefst wären. Man

1) *Pfaff*, Revision der Lehre vom Galvano-Voltaismus. Altona 1837.
2) *Fechner*, Poggend. Ann. Bd. XLII.
3) Man sehe im 1. Bd. §. 113.

Digitized by Google

müfste also je nachdem eine verschiedene elektrische Erregung erhalten, was nach allen vorliegenden Erfahrungen, wie wir sahen, nicht der Fall ist.

Ein zweiter gegen diese Ansicht sprechender Grund ist die nachgewiesene Richtigkeit des Gesetzes der Spannungsreihe. Will man dieses Gesetz mit der erwähnten Hypothese vereinigen, so mufs man annehmen, dafs die Berührung mit der kondensierten Gasschicht die Metalle gerade in der Reihenfolge negativ elektrisch errege, in welcher sie nach dem Spannungsgesetze positiv elektrisch werden, dafs also das Zink am stärksten, das Platin oder Gold am schwächsten negativ elektrisch werde. Es müfste ferner die elektrische Differenz, welche zwei Metalle zeigen, proportional sein dem Unterschiede in der elektrischen Erregung derselben durch die kondensierte Gasschicht.

Das elektromotorisch Wirksame in der auf den Metallen kondensierten Gasschicht kann nur die Feuchtigkeit sein, da, wie wir später noch besonders nachweisen werden, Stickstoff und Sauerstoff bei der Berührung mit den Metallen kaum elektromotorisch wirksam sind[1]); die Feuchtigkeit der Luft ist aber Wasser, es müfste sich daher genau dieselbe Art der elektrischen Erregung zeigen, wenn man die Metalle in Wasser taucht, d. h. auch bei der Berührung mit Wasser müfste der Unterschied in den elektrischen Erregungen zweier Metalle der elektrischen Differenz der Metalle proportional sein.

Das ist jedoch nach Versuchen von Hankel[2]) und von Gerland[3]) nicht der Fall. Hankel stellte seine Versuche nach der schon im vorigen Paragraphen beschriebenen Methode an, dieselbe wurde dem Zwecke der Versuche entsprechend nur so abgeändert, dafs die untere Kupferplatte durch eine Wasserfläche ersetzt wurde. Zu dem Ende wurde an die Stelle der untern Kupferplatte ein Glastrichter gebracht, dessen oberer Rand so weit abgeschliffen war, dafs er einen Durchmesser von 95 mm, also denselben wie alle untersuchten Metallplatten erhielt. Das Rohr dieses Trichters war verlängert und dann unten U-förmig umgebogen, so dafs das nach oben gebogene Ende des Rohres etwas höher war als der Rand des Trichters. Durch dieses Rohr konnte dann der Trichter mit Wasser gefüllt werden, so dafs dasselbe den Rand des Trichters gerade bedeckte, so dafs also die kreisförmige Wasserfläche einen Durchmesser von genau 95 mm besafs.

Zu den Messungen wurde dasselbe Differenzverfahren angewandt, nach welchem die elektrischen Erregungen der Metalle bestimmt waren. Auf den Trichter wurde zunächst, ehe er mit Wasser gefüllt war, eine Zinkplatte gelegt, die Kupferplatte K bis auf 0,94 mm von der Zinkplatte herabgelassen, und dann in der im vorigen Paragraphen angegebenen Weise $K \mid Zn$ gemessen. Darauf wurde die Zinkplatte durch die eines Metalles M ersetzt und $K \mid M$ gemessen, die Differenz $K \mid Z - K \mid M$ lieferte den Wert von $M \mid Zn$.

Nun wurde der Trichter bis an den Rand mit Wasser gefüllt, die

1) Auf die Ansicht von *Exner* kommen wir später zurück. Man s. §. 113.

2) *Hankel*, Abhandl. der Königl. Sächs. Gesellsch. der Wissensch. zu Leipzig. Mathem. Klasse. Bd. VII. 1865.

3) *Gerland*, Poggend. Ann. Bd. CXXXIII.

Digitized by Google

Scheibe K der Wasserfläche bis auf 0,94 mm genähert, und dann in das Wasser des seitlichen Rohres ein sorgfältig mit feinem Schmirgel geputztes oder mit einer Feile abgeriebenes Stück des Metalles M eingetaucht, welches ebenso wie die Platte K durch einen Platindraht zur Erde abgeleitet war. Da, wie wir §. 50 sahen, die der Platte K gegenüberstehende Wasserfläche sich in Bezug auf die Leitung der Elektricität, wie die vorher an derselben Stelle befindliche zur Erde abgeleitete Metallfläche verhält, so können wir annehmen, dafs die Kapacität oder die Verstärkungszahl des jetzt hergestellten Kondensators dieselbe ist, wie die des Metall-Metall-Kondensators. Demnach ist das an der Platte K gemessene Potential proportional der Summe $K \mid M + M \mid H_2O$, und die Differenz des jetzt bestimmten Wertes und des vorher gefundenen $K \mid M$ giebt die gesuchte elektrische Erregung zwischen dem Metall M und Wasser. Da nun $K \mid M$ in der gewählten Einheit $Zn \mid Cu$ bekannt ist, so kann auch $M \mid H_2O$ in dieser Einheit ausgedrückt werden.

Die von Hankel gefundenen Zahlen werden wir gleich mit denen von Gerland zusammenstellen.

Die von Gerland in meinem Laboratorium angestellten Versuche waren etwas anders angeordnet. Die eine Platte eines Kohlrauschschen Kondensators wurde durch ein achteckiges ganz aus Glas verfertigtes Kästchen ersetzt. Die der Metallplatte zugewandte vordere Platte dieses Kästchens war von dünnem Spiegelglase, gut mit Schellackfirnifs überzogen, und so grofs, dafs sie die Metallplatte, wenn dieselbe der Glasplatte bis zur Berührung genähert war, rings etwas überragte. Die entgegengesetzte Wand des Kästchens war von gleicher Gröfse und von der erstern etwa 1 cm entfernt. Die den acht Seiten der Platte entsprechenden acht Seitenwände des Kästchens waren durch 1 cm breite Glasstreifen hergestellt, welche durch Glaserkitt an den beiden Platten wasserdicht befestigt waren. Das Kästchen war rings geschlossen, nur der die obere Seitenwand bildende Glasstreifen hatte eine Durchbohrung, durch welche das Kästchen mit Wasser gefüllt wurde, und durch welche der Metalldraht eingeführt wurde, dessen elektrische Erregung durch Wasser geprüft werden sollte. Es war auf diese Weise der Metallplatte des Kondensators eine Wasserplatte von 1 cm Dicke gegenübergestellt.

Bei den Versuchen wurde das Glaskästchen mit Wasser gefüllt, die Metallplatte der gefirnifsten Vorderseite des Glaskästchens bis zur Berührung genähert, und dann ein gabelförmig gebogener isolierter Metalldraht mit der einen Zinke in das Wasser des Kästchens getaucht, mit der andern Zinke an die Metallplatte des Kondensators angelegt, und die Verbindung einige Sekunden unterhalten. Die Metallplatte wurde dann nach Unterbrechung der Verbindung von dem Glaskästchen entfernt, und der auf ihr vorhandene Potentialwert am Torsionselektrometer gemessen.

Dann wurde das Glaskästchen vom Wasser entleert, neuerdings gefüllt, die Platte angeschoben und zunächst etwa $\frac{1}{2}$ Minute stehen gelassen, um zu untersuchen, ob der Kondensator unelektrisch sei. Stellte sich das heraus, so wurde die Platte wieder angeschoben, mit einem zweiten Metalldraht die Verbindung der Platte mit dem Wasser hergestellt, und wieder das Potential auf der Metallplatte gemessen. Ebenso wurde mit dem Drahte eines dritten Metalls verfahren u. s. f.

Digitized by Google

Da bei einer solchen Versuchsreihe immer dieselbe Metallplatte benutzt, und diese immer bis zur Berührung an das durch eine schwache Feder gegen die Metallplatte gedrückte Glaskästchen geschoben wurde, so war bei einer solchen Reihe die Verstärkungszahl des Kondensators konstant, es konnte also die bei jedem Versuche stattgefundene elektrische Erregung der beobachteten Potentialfunktion proportional gesetzt werden. Sei die Metallplatte z. B. eine Zinkplatte und sei nach und nach ein Zinkdraht, ein Kupferdraht und ein Silberdraht zur Verbindung der Platte mit dem Wasser benutzt worden, und seien die beobachteten Potentialwerte a, b, c, so ist, wenn k eine Konstante bedeutet,

$$Zn \mid H_2O = k \cdot a; \quad Zn \mid Cu + Cu \mid H_2O = k \cdot b$$
$$Zn \mid Ag + Ag \mid H_2O = k \cdot c.$$

Die drei Gleichungen enthalten indes noch vier Unbekannte, sie genügen deshalb noch nicht. Bei einer zweiten Versuchsreihe wurde deshalb die Zinkplatte mit einer Kupferplatte vertauscht, und wieder in derselben Weise verfahren. Seien jetzt die beobachteten Potentiale d, e, f, und k' eine andere Konstante, so wird

$$Cu \mid Zn + Zn \mid H_2O = k' \cdot d; \quad Cu \mid H_2O = k' \cdot e$$
$$Cu \mid Ag + Ag \mid H_2O = k' \cdot f.$$

Aus diesen und den vorigen Gleichungen lassen sich die gesuchten Werte berechnen, und da mehr Gleichungen als Unbekannte vorhanden sind, auch kontrolieren. So wird z. B.

$$Zn \mid H_2O = \frac{a(e-d)}{ae-db} \cdot Zn \mid Cu; \quad Cu \mid H_2O = \frac{e(b-a)}{ae-db} \cdot Zn \mid Cu$$

u. s. f.

Die von Hankel und Gerland gefundenen Werte zeigen folgende Zusammenstellung, beide gelten für frisch polierte Metalle gleich nach dem Eintauchen, sie geben die Werte $M \mid H_2O$ bezogen auf $Zn \mid Cu = 100$.

	Hankel	Gerland
Aluminium	+ 12	—
Zink	+ 16	— 61,6
Kadmium	+ 11	
Zinn	— 4	
Antimon	— 3	
Wismut	+ 3	
Eisen	— 9	
Kupfer	— 9	— 33,0
Gold	— 10	— 33,7
Palladium	— 4	
Silber	— 8	— 17,0
Platin	— 14	— 44,7.

Mit Ausnahme des für Zink gefundenen Wertes stimmen die in beiden Reihen angegebenen Erregungen dem Zeichen nach und in soweit überein, dafs die Reihenfolge der Metalle dieselbe ist. Woher die Unter-

Digitized by Google

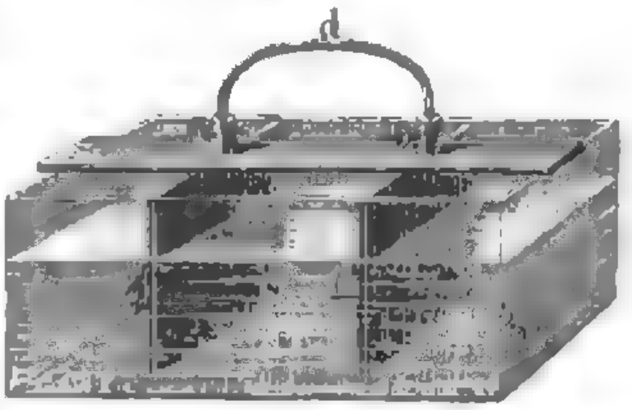
schiede der absoluten Werte und besonders der grofse Unterschied beim Zink rührt, das läfst sich nicht erklären, er kann nicht darin liegen, dafs bei den Gerlandschen Versuchen die Zinkplatte etwa nicht rein gewesen sei, da die für $Zn \mid H_2O$ gefundene Zahl nicht nur aus Beobachtungen an der Zinkplatte, sondern auch aus solchen an Kupfer-, Gold- und Silberplatten sich ergiebt. Wir werden aufserdem an einer andern Stelle noch eine weitere Bestätigung der Gerlandschen Zahlen erhalten[1]).

Wenn demnach über die wahren Werte der elektrischen Erregungen der Metalle durch Wasser immerhin noch Unsicherheit vorhanden ist, so stimmen die Versuche Gerlands und Hankels doch soweit überein, dafs sie die Erklärung der elektrischen Erregungen der Metalle bei der Berührung als durch die Unterschiede in den Erregungen durch die Luftfeuchtigkeit unmöglich machen, wir müssen deshalb eine Erregung durch den Kontakt der Metalle allein annehmen.

§. 71.

Spannungsreihe der Metalle in Flüssigkeiten. Die Thatsache, dafs die Flüssigkeiten nicht in die Spannungsreihe der Metalle gehören, setzt uns in den Stand, auch in geschlossenen Kreisen freie Elektricität zu erhalten. Verbinden wir (Fig. 101) ein Zinkblech Z durch irgend einen Draht mit einem Kupferbleche C, und tauchen dann die beiden Bleche in eine Flüssigkeit, etwa eine Lösung von Zinkvitriol, so wird durch den Kontakt des Kupfers mit dem Zink von der Berührungsstelle aus positive Elektricität sich über das Zink, negative sich über das Kupfer hin verbreiten. Da die Flüssigkeit nicht mit zur Spannungsreihe gehört, so können wir sie zunächst als einen elektrisch indifferenten Leiter betrachten. Die auf dem Zink erregte positive Elektricität wird daher in die Flüssigkeit übertreten, und dafselbe wird die negative Elektricität des Kupfers thun. Aus der Flüssigkeit wird sich aber auch die positive Elektricität dem Kupfer mitteilen und die negative dem Zink, so dafs infolge der leitenden, zwischen Zink und Kupfer hergestellten Verbindung eine Veränderung der Dichtigkeit der auf den beiden Platten erregten Elektricität stattfinden wird. Da nun aber die elektrische Differenz zweier sich berührender Metalle konstant ist, so wird durch die bei der Berührung stattfindende elektromotorische Kraft sofort eine neue Scheidung der Elektricitäten eintreten, welche positive Elektricität von C durch den Draht d nach Z und negative Elektricität durch den Draht nach C hintreibt. Es entsteht somit eine Bewegung der beiden Elektricitäten durch den ganzen Strom-

Fig. 101.



1) *Clifton* findet, dafs Zink und Kupfer durch Wasser gleich stark positiv erregt werden. Proceedings of Royal Society vol. XXVI. Beiblätter Bd. 1 p. 566. Auch *Thomson* kommt zu diesem Resultate, Beiblätter a. a. O. *Pellat* findet, dafs die Erregung der Metalle durch die Flüfsigkeiten wesentlich von der Dauer der Einwirkung abhängt (Journal de physique T. XVI) und ist der Ansicht, dafs zunächst die auf den Metallen befindliche Gasschicht die Einwirkung der Flüssigkeit verhindere.

Digitized by Google

kreis, indem die positive Elektricität von dem positiven Metalle *Z* durch die Flüssigkeit zu dem negativen Metalle *C*, und von diesem wieder durch den Draht *d* nach dem positiven Metalle *Z* hinfliefst, die negative Elektricität dagegen den umgekehrten Weg einschlägt.

Diese Bewegung der Elektricitäten durch einen geschlossenen Kreislauf bezeichnet man als einen galvanischen Strom; in dem galvanischen Strome bewegen sich also, wie in dem Entladungsstrome der Leydener Flasche, die beiden Elektricitäten durch den Stromkreis nach entgegengesetzten Richtungen. Wie man aber dem Entladungsstrome der Leydener Flasche eine bestimmte Richtung giebt, indem man dieselbe nach der Richtung bestimmt, welche die positive Elektricität verfolgt, so auch bei dem galvanischen Strome. Man bezeichnet als die Richtung des galvanischen Stromes ebenfalls jene, welche die positive Elektricität in ihm hat; in dem obigen Beispiele ist also die Richtung des Stromes innerhalb der Flüssigkeit vom Zink zum Kupfer, aufserhalb der Flüssigkeit im Drahte von dem Kupfer zum Zink gerichtet.

Würde man in dem obigen Beispiele die Zinkplatte durch eine andere ersetzen, welche in der Spannungsreihe zwischen dem Zink und Kupfer stände, so würde immer noch, die elektrische Unwirksamkeit der Flüssigkeit vorausgesetzt, die Richtung des Stromes, wie sich aus den obigen ganz gleichen Betrachtungen ergiebt, dieselbe sein, es würden sich in dem Stromkreise aber nur geringere Mengen von Elektricität bewegen, der Strom würde schwächer sein.

Vertauschte man indes *Z* mit einem Metalle, welches gegen Kupfer negativ wäre, so würde die Richtung des Stromes umgekehrt sein und seine Stärke würde abhängen von der elektrischen Differenz der beiden Metalle.

Zu der Kontaktwirkung der beiden Metalle tritt nun aber noch die elektrische Erregung zwischen Metall und Flüssigkeit. In unserem Beispiele wird das Zink sowohl als das Kupfer von der Lösung negativ erregt; erstere Erregung vergröfsert, letztere vermindert die in dem Stromkreise cirkulierende Elektricitätsmenge. Ohne schon hier auf die Theorie des galvanischen Stromes einzugehen, ist es nach dem Frühern wohl ohne weiteres ersichtlich, dafs die in dem Stromkreise infolge des Kontakts Zink-Kupfer cirkulierende Elektricitätsmenge der elektromotorischen Kraft oder der Differenz der Potentialwerte zwischen diesen Metallen proportional ist; setzen wir dieselbe gleich 100. Durch den Kontakt zwischen Zink und Zinkvitriol wird nun in der vorhin betrachteten Weise von der Berührungsstelle aus negative Elektricität in das Zink und weiter von diesem durch den Draht zum Kupfer fliefsen müssen, positive Elektricität dagegen durch die Flüssigkeit zum Kupfer und von diesem durch den Draht zum Zink. Die Bewegung der Elektricitäten durch diesen Kontakt ist also dieselbe, welche sie infolge des Zink-Kupfer-Kontaktes haben. Die Menge der infolge desselben fliefsenden Elektricitäten ist wieder der elektrischen Differenz zwischen Zink und Zinkvitriol proportional, und da diese, jene zwischen Zink und Kupfer gleich 100 gesetzt, gleich 129 ist, so ist die infolge des Kontaktes zwischen Zink und Zinkvitriol cirkulierende Elektricität gleich 129 zu setzen. Das Kupfer wird durch die Berührung mit dem Kupfervitriol negativ, von der Berührungsstelle fliefst

also negative Elektricität in das Kupfer und von diesem durch den Draht zum Zink, positive aber durch die Flüssigkeit zum Zink und von diesem durch den Draht zum Kupfer. Die Menge der so den beiden anderen entgegengesetzt cirkulierenden Elektricität ist gleich 36. Man wird nun ohne weiteres zugeben, dafs diese Menge sich mit einer gleich grofsen aber entgegengesetzten, mit ihr nach gleicher Richtung sich bewegenden Elektricität neutralisiert, so dafs dann die durch den Stromkreis sich nach gleicher Richtung bewegenden Elektricitäten sind

$$100 + 129 - 36 = Zn \mid Cu + ZnSO_4 \mid Zn + Cu \mid ZnSO_4.$$

Es ergiebt sich daraus, dafs die Menge der in dem Stromkreise cirkulierenden Elektricitäten der Summe der in demselben thätigen elektromotorischen Kräfte proportional ist.

Würde nun in einem anderen Falle in dem Gefäfse sich eine Flüssigkeit befinden, welche das Zink positiv elektrisch macht, das Kupfer negativ, so würde, wenn wir die Flüssigkeit mit F bezeichnen, die in dem Stromkreise cirkulierende Elektricitätsmenge proportional sein

$$Zn \mid Cu + F \mid Zn + Cu \mid F,$$

und je nach der Gröfse des Wertes $F \mid Zn + Cu \mid F$ könnte diese Summe gleich null oder selbst negativ sein, d. h. also die wirklich cirkulierende Elektricität könnte derjenigen entgegengesetzt gerichtet sein, welche infolge des Metallkontaktes sich darin bewegt.

Nach den früheren theoretischen Ansichten glaubte man, dafs die Kontaktwirkung zwischen Flüssigkeiten und Metallen verschwindend wäre gegen die Kontaktwirkung zwischen den Metallen; um deshalb die zuletzt erwähnte Erscheinung zu erklären, nahm man an, dafs die elektrische Differenz zweier Metalle in Flüssigkeiten eine andere sein könne als in Luft, dafs also z. B. die elektrische Differenz zwischen Zink und Kupfer in einer Lösung von Zinkvitriol gleich 193 sei, während sie sonst gleich 100 ist. Daraus folgte dann, dafs die Spannungsreihe der Metalle in den Flüssigkeiten verschieden sein konnte, je nach der Natur der Flüssigkeit, in welcher dieselben stehen, indem immer nach jener Anschauungsweise, nach welcher nur durch die Berührung der Metalle der Strom entsteht, jenes von zweien in einer Flüssigkeit stehenden das positive ist, zu welchem durch den Draht die positive Elektricität sich hinbewegt. In dieser Voraussetzung hat man die Spannungsreihen der Metalle in verschiedenen Flüssigkeiten bestimmt.

Wenn nun auch die so bestimmten Spannungsreihen nicht jene Bedeutung haben, so ist die Kenntnis derselben doch von grofsem Nutzen, da sie uns sofort das elektrische Verhalten der Metalle in Flüssigkeiten erkennen lassen.

Die Spannungsreihen der Metalle in Flüssigkeiten lassen sich nur bestimmen durch Beobachtung des Stromes, wir müssen deshalb hier vorgreifend einige Wirkungen des Stromes erwähnen, welche uns in den Stand setzen, die Richtung und Stärke des Stromes zu erkennen.

Von den Wirkungen des Stromes sind zu diesem Zwecke vorwiegend geeignet die chemischen und magnetischen.

Wenn man den Draht, welcher Fig. 101 die Platten Z und C ver-

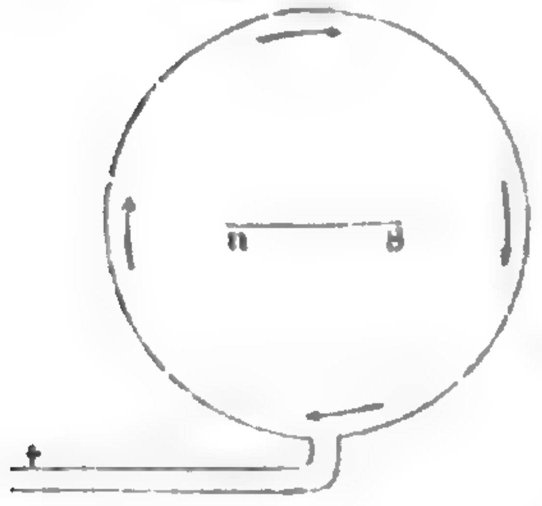
Digitized by Google

bindet, an einer Stelle unterbricht, die Unterbrechungsstellen mit Platinblechen verbindet und nun diese in ein Gefäfs mit angesäuertem Wasser taucht, so wird das Wasser von dem hindurchgehenden Strome zersetzt. Der Sauerstoff zeigt sich an dem mit der Kupferplatte verbundenen Platinblech, der Wasserstoff an dem mit dem Zink verbundenen Bleche; der Sauerstoff zeigt sich also dort, wo der positive Strom in das Wasser eintritt, an der sogenannten positiven Elektrode, oder wie Faraday sie nennt, der Anode, während der Wasserstoff sich dort zeigt, wo der Strom das Wasser verläfst, an der negativen Elektrode oder Kathode. Man kann demnach in anderen Fällen, in denen man die Richtung des Stromes nicht kennt, dieselbe dadurch bestimmen, dafs man in den Stromkreis ein Gefäfs mit angesäuertem Wasser bringt, und beobachtet, an welchem der in das Wasser getauchten Bleche der Sauerstoff, an welchem der Wasserstoff auftritt; ersteres ist die positive, letzteres die negative Elektrode, und der Strom geht von ersterem zu letzterem.

Da die durch das Wasser fliefsende Elektricität die Ursache der Wasserzersetzung ist, so wird zur Zersetzung derselben Wassermenge immer dieselbe Elektricitätsmenge erforderlich sein; wir werden deshalb in der Menge des in der Zeiteinheit zersetzten Wassers ein Mafs für die in dieser Zeit durch den Stromkreis fliefsende Elektricität erhalten. Wenn nun bei allen vergleichenden Versuchen der Stromkreis ungeändert bleibt, und nur die Platten *Z* und *C* mit anderen vertauscht werden, so werden die durch den Stromkreis in der Zeiteinheit fliefsenden Elektricitätsmengen der Summe der in dem Stromkreis vorhandenen elektromotorischen Kräfte oder der elektrischen Differenz der Metalle in der Flüssigkeit proportional sein. Wir werden also unter diesen Voraussetzungen in der Menge des in der Zeiteinheit zersetzten Wassers ein Mafs für die elektrische Differenz der in Flüssigkeit stehenden Metalle haben.

Die Messung der elektromotorischen Kraft nach diesem, dem sogenannten chemischen Mafse, ist nur dann mit Erfolg anwendbar, wenn man bedeutende Kräfte hat, da zur Zersetzung mefsbarer Wassermengen schon grofse Elektricitätsmengen erfordert werden. Ein viel empfindlicheres Prüfungsmittel für das Vorhandensein eines Stromes und ein Mittel zur Messung auch schwächerer Kräfte wird uns durch eine magnetische Wirkung des Stromes geboten, durch die Ablenkung der Magnetnadel aus dem magnetischen Meridiane. Leitet man den Draht, durch welchen ein Strom kreist, um eine im magnetischen Meridiane befindliche Nadel, so wird dieselbe aus dem Meridiane abgelenkt, so dafs sie je nach der Stärke des Stromes einen mehr oder weniger grofsen Winkel mit dem Meridiane bildet. Diese Ablenkung ist dem Sinne nach verschieden, je nach dem Sinne, in welchem der Strom um die Nadel kreist. Ist Fig. 102 *ns* die Nadel, und zugleich die Richtung des Meridianes, so dafs *n* der Nordpol, *s* der Südpol der Nadel ist, und bewegt sich die positive Elektricität in der Richtung der Pfeile, so dafs sie in dem Leitungsdrahte an der Nordseite der Nadel aufsteigt, über

Fig. 102.

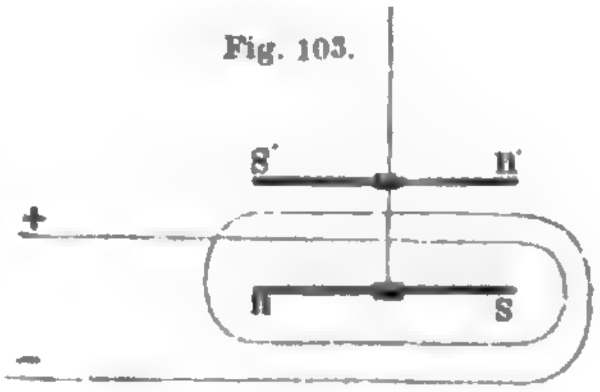


der Nadel sich von Norden nach Süden bewegt, im Süden der Nadel absteigt und unter derselben wieder sich von Süden nach Norden bewegt, so wird die Nadel so abgelenkt, dafs der Nordpol nach Osten, der Südpol nach Westen zeigt. Bewegt sich der Strom nach der entgegengesetzten Richtung, so wird die Nadel auch nach der entgegengesetzten Seite abgelenkt. Die Regel, welche die Ablenkung der Nadel durch den Strom bestimmt, ist folgende: man denke sich in der Richtung des Stromes schwimmend, das Gesicht der Nadel zugewandt, so wird der Nordpol der Nadel immer nach der linken Seite abgelenkt.

Man hat daher, um die Richtung des Stromes zu bestimmen, nur die Ablenkung einer Nadel zu beobachten, um welche in der angedeuteten Weise ein Strom geführt ist. Die Stärke des Stromes, d. h. die Menge der in jedem Augenblicke in dem Stromkreise fliefsenden Elektricität läfst sich aus der Gröfse der Ablenkung bestimmen, und zwar ist sie, wie wir an einer späteren Stelle nachweisen werden, der Tangente des Ablenkungswinkels proportional, wenn der Strom in einem Kreise um die Nadel geführt wird, dessen Radius gegen die Länge der Nadel sehr grofs ist.

Um durch sehr schwache Ströme noch hinreichend merkbare Ablenkungen zu erhalten, führt man den Strom in mehrfachen Windungen um die Nadel und verkleinert den Radius des Stromkreises, da die ablenkende Wirkung des Stromes auf die Nadel um so gröfser wird, je geringer der Abstand desselben von der Nadel ist. Die gröfste Empfindlichkeit erhält dieser Apparat, wenn er eine astatische Doppelnadel enthält, d. h. zwei Magnetnadeln, welche mit einander fest und so verbunden sind (Fig. 103), dafs wenn die untere sich in ihrer normalen Lage, *n* gegen Norden, *s* gegen Süden, befindet, die obere entgegengesetzt liegt. Die Nadeln sind fast gleich stark magnetisch, so dafs sie nur mit einer sehr geringen Differenz ihrer magnetischen Direktionskräfte in dem Meridiane zurückgehalten werden. Der Strom wird zwischen den Nadeln durch und unter denselben hergeführt (Fig. 103); wie sich aus der vorhin angeführten Regel ergiebt, wirkt er dann auf beide Nadeln in gleichem Sinne ablenkend. Durch vielfache Windungen und Anwendung eines möglichst astatischen Systemes kann man so auch die schwächsten Ströme nachweisen.

Fig. 103.



Die Spannungsreihen der Metalle in den Flüssigkeiten lassen sich nun am leichtesten mit Hülfe der Ablenkungen der Magnetnadel bestimmen. Auf diese Weise sind auch meist die folgenden erhalten worden, welche das elektromotorische Verhalten der Metalle in den wichtigsten Flüssigkeiten angeben. Es ist auch bei diesen Reihen stets das vorhergehende Metall positiv gegen das nachfolgende, d. h. der Strom geht in dem Verbindungsdrahte von dem nachfolgenden zu dem vorhergehenden Metalle.

Digitized by Google

Spannungsreihen der Metalle in

Wasser nach Fechner [1])	Verd. Schwefelsäure nach Poggendorff [2])	Verd. Salpetersäure nach Faraday [3])	Konzentr. Salpetersäure nach Faraday [4])	Konzentr. Salpetersäure nach Schönbein [5])	Cyankalium nach Poggendorff [6])
+	+	+	+	+	+
Zink	Zink	Zink	Kadmium	Passives Eisen	Amalgam. Zink
Blei	Kadmium	Kadmium	Zink	Platin	Zink
Zinn	Eisen	Blei	Blei	Bleisuperoxyd	Kupfer
Eisen	Zinn	Zinn	Zinn	Silbersuperoxyd	Kadmium
Antimon	Blei	Eisen	Eisen		Zinn
Wismut	Aluminium	Nickel	Wismut		Silber
Kupfer	Nickel	Wismut	Kupfer		Nickel
Silber	Antimon	Antimon	Antimon		Antimon
Gold	Wismut	Kupfer	Silber		Blei
	Kupfer	Silber	Nickel		Quecksilber
	Silber				Palladium
	Platin				Wismut
					Eisen
					Platin
					Gufseisen
					Kohle.

Die angeführten Spannungsreihen gelten besonders in den Flüssigkeiten, welche auf die Metalle chemisch einwirken, für den Moment des Eintauchens und unter der Voraussetzung, dafs die Metalle gleichzeitig eingetaucht werden. Geschieht das nicht, oder beobachtet man erst längere Zeit nach dem Eintauchen, so findet man oft ganz andere Resultate, da die durch die Flüssigkeiten veränderten Metalle häufig ganz anders elektromotorisch wirksam sind als die nicht geänderten.

Im allgemeinen stimmen die verschiedenen Spannungsreihen unter einander und mit der früher für die Metalle aufgestellten Spannungsreihe überein, woraus sich ergiebt, dafs die Metalle durch die Flüssigkeiten im allgemeinen um so stärker negativ erregt werden, je näher sie dem positiven Ende der Spannungsreihe stehen. Es zeigen sich jedoch einige Abweichungen selbst bei gleichen aber verschieden konzentrierten Flüssigkeiten. In konzentrierter Salpetersäure steht Kadmium über Zink, Kupfer über Antimon, in verdünnter Säure stehen sie umgekehrt; es folgt daraus, dafs Kadmium von konzentrierter Säure stärker, von verdünnter schwächer negativ erregt wird als Zink. Sehr auffallend ist die Spannungsreihe der Metalle in Cyankaliumlösung, in welcher das Kupfer unmittelbar auf Zink folgt und das Eisen unmittelbar vor dem Platin steht. Es folgt daraus, dafs Kupfer durch Cyankaliumlösung stärker negativ erregt wird als Zink, und überhaupt, dafs diese Lösung die Metalle nicht um so stärker negativ erregt, als sie dem positiven Ende der Spannungsreihe näher stehen.

---

1) *Fechner*, Schweiggers Journal. Bd. LIII. Jahrg. 1828.
2) *Poggendorff*, Poggend. Ann. Bd. LXXIII.
3) *Faraday*, Experimental researches. XVII. Reihe, art. 2012. Poggend. Ann. Bd. LIII.
4) *Faraday* a. a. O.
5) *Schönbein*, Poggend. Ann. Bd. XLIII.
6) *Poggendorff*, Poggend. Ann. Bd. LXVI.

Digitized by Google

Mit Hülfe der Beobachtung des galvanischen Stromes hat Poggendorff in sehr sinnreicher Weise einen experimentellen Nachweis für das Gesetz der Spannungsreihe geliefert[1]), für das Gesetz nämlich, dafs die elektrische Differenz irgend zweier der Spannungsreihe angehöriger Metalle gleich ist der Summe der elektrischen Differenzen der dazwischen liegenden Metalle.

Es folgt nämlich aus diesem Gesetze ein anderes, welches Poggendorff das elektromotorische nennt, und welches er folgendermafsen formuliert: Ordnet man die Metalle in eine Reihe von dem positivsten zum negativsten und greift irgend drei Metalle aus der Reihe heraus, so muss die elektromotorische Kraft, welche die beiden äufseren in einer Flüssigkeit entwickeln, gleich sein der Summe der elektromotorischen Kräfte, welche das mittlere mit jedem der äufseren in derselben Flüssigkeit entwickelt.

Fig. 104.

Wie dieses Gesetz aus dem der Spannungsreihe folgt, ergiebt sich leicht folgendermafsen. Man habe Zink, Kupfer und Platin, und ordne wie in Fig. 104 zunächst Zink und Platin zu einem galvanischen Element. Die elektromotorische Kraft ist dann, wenn wir die Flüssigkeit mit F bezeichnen, gleich

$$Zn \mid Pt + F \mid Zn + Pt \mid F = a.$$

Vertauschen wir jetzt das Platin mit Kupfer, so wird die elektromotorische Kraft

$$Zn \mid Cu + F \mid Zn + Cu \mid F = b.$$

Bringen wir dann an die Stelle des Zinks Platin, so wird die elektromotorische Kraft, da das Kupfer gegen Platin positiv ist,

$$Cu \mid Pt + F \mid Cu + Pt \mid F = c.$$

Nun ist

$$b + c = Zn \mid Cu + Cu \mid Pt + F \mid Zn + Pt \mid F + F \mid Cu + Cu \mid F,$$

und da

$$F \mid Cu = - Cu \mid F$$

$$b + c = Zn \mid Cu + Cu \mid Pt + F \mid Zn + Pt \mid F.$$

Wenn das Spannungsgesetz richtig ist, dann ist

$$Zn \mid Cu + Cu \mid Pt = Zn \mid Pt,$$

und somit

$$b + c = Zn \mid Pt + F \mid Zn + Pt \mid F = a.$$

Bestätigt sich demnach das elektromotorische Gesetz, so ist dadurch zugleich, wenn man überhaupt annimmt, dafs der Kontakt der Metalle elektromotorisch wirkt, das Spannungsgesetz bewiesen.

---

1) *Poggendorff*, Poggend. Ann. Bd. LXX.

Digitized by Google

Poggendorff hat in einer grofsen Anzahl von Versuchen die elektromotorischen Kräfte der gebräuchlichsten Metalle mit einander verglichen; die Methode, welche er dabei anwandte, können wir erst an einer späteren Stelle auseinandersetzen; es genüge, hier einige von Poggendorffs Angaben mitzuteilen, wobei nur bemerkt werden mag, dafs die Angabe der elektromotorischen Kräfte nach chemischem Mafse geschieht.

I. Flüssigkeit: verdünnte Schwefelsäure.

Metall: Zink, Zinn, Kupfer: $b = 7{,}70$; $c = 7{,}79$; $b + c = 15{,}49$; $a = 15{,}52$

Zink, Kupfer, Silber: $b = 15{,}76$; $c = 4{,}04$; $b + c = 19{,}80$; $a = 19{,}83$

Eisen, Kupfer, Silber: $b = 7{,}86$; $c = 4{,}02$; $b + c = 11{,}86$; $a = 11{,}87$.

II. Flüssigkeit: verdünnte Salpetersäure.

Amalg. Zink, Kupfer, Platin: $b = 16{,}61$; $c = 11{,}60$; $b + c = 28{,}21$; $a = 28{,}18$.

III. Flüssigkeit: Lösung von Ätzkali.

Metall: Zink, Eisen, Silber: $b = 18{,}88$; $c = 3{,}78$; $b + c = 22{,}66$; $a = 22{,}57$

Zink, Antimon, Platin: $b = 10{,}20$; $c = 13{,}66$; $b + c = 23{,}56$; $a = 23{,}67$.

IV. Flüssigkeit: Lösung von Cyankalium.

Metall: Zink, Silber, Eisen: $b = 10{,}27$; $c = 7{,}91$; $b + c = 18{,}18$; $a = 18{,}21$

Zink, Kupfer, Wismut: $b = 0{,}98$; $c = 15{,}41$; $b + c = 16{,}39$; $a = 16{,}46$.

Die Summen $b + c$ sind also in allen Fällen bis auf äufserst kleine Bruchteile, welche man unbedenklich den unvermeidlichen Beobachtungsfehlern zuschreiben darf, den beobachteten Werten von a gleich, so dafs diese Versuche der schönste Beweis für die Richtigkeit des Spannungsgesetzes, als auch des Satzes sind, dafs die in dem Stromkreise sich bewegenden Elektricitäten der Summe der elektromotorischen Kräfte proportional sind.

Gerland hat das Poggendorffsche Gesetz auch nachgewiesen, wenn die Flüssigkeit reines Wasser ist, und die Versuche zugleich benutzt, um die Richtigkeit der im vorigen Paragraphen mitgeteilten Zahlenwerte der Erregungen Metall-Wasser zu prüfen[1]. Werden nämlich in die Gleichungen für a, b, c die Werte $M \mid M'$ und $M \mid H_2O$, $M' \mid H_2O$, wie sie Gerland gefunden hat, eingesetzt, so müssen sich die daraus berechneten Werte verhalten wie die nach diesem Verfahren beobachteten Werte von a, b, c. Dafs dies wirklich der Fall ist, zeigt folgende Zusammenstellung, in welcher mit a, b, c wie vorher die beobachteten elektromotorischen Kräfte in einer willkürlichen aus den Versuchen sich direkt ergebenden Einheit und darunter mit E_a, E_b, E_c die aus den Gerlandschen Zahlen sich ergebenden elektromotorischen Kräfte bezogen auf $Zn \mid Cu = 100$ angegeben sind.

1) *Gerland*, Poggend. Ann. Bd. CXXXVII.

Digitized by Google

Flüsssigkeit: Wasser.

Zink, Kupfer, Silber: $b = 130,44$; $c = 24,54$; $b + c = 154,98$; $a = 155,21$

$$E_a = 128,6 \quad E_c = 24,7 \quad E_a = 153,3$$

$$\frac{a}{b} = 1,190 \qquad \frac{E_a}{E_b} = 1,192$$

$$\frac{c}{b} = 0,188 \qquad \frac{E_c}{E_b} = 0,192$$

Zink, Kupfer, Gold: $b = 154,13$; $c = 17,34$; $b + c = 171,47$; $a = 171,19$

$$E_b = 128,6 \quad E_c = 14,3 \quad E_a = 142,9$$

$$\frac{a}{b} = 1,111 \qquad \frac{E_a}{E_b} = 1,111$$

$$\frac{c}{b} = 0,113 \qquad \frac{E_c}{E_b} = 0,111$$

Zink, Kupfer, Platin: $b = 145,72$; $c = 13,34$; $b + c = 159,06$; $a = 158,97$

$$E_b = 128,6 \quad E_c = 11,3 \quad E_a = 139,9$$

$$\frac{a}{b} = 1,091 \qquad \frac{E_a}{E_b} = 1,088$$

$$\frac{c}{b} = 0,092 \qquad \frac{E_c}{E_b} = 0,088.$$

Als Mittelwerte einer gröfseren Anzahl Versuche erhielt Gerland für die Verhältnisse der elektromotorischen Erregungen zu Zink-Wasser-Kupfer

von	Zink-Wasser-Silber	1,194	berechnet	1,192
„	Zink-Wasser-Gold	1,113	„	1,111
„	Zink-Wasser-Platin	1,085	„	1,088.

Wie man sieht, stimmen die so gefundenen Zahlen mit den frühern fast vollkommen überein.

§. 72.

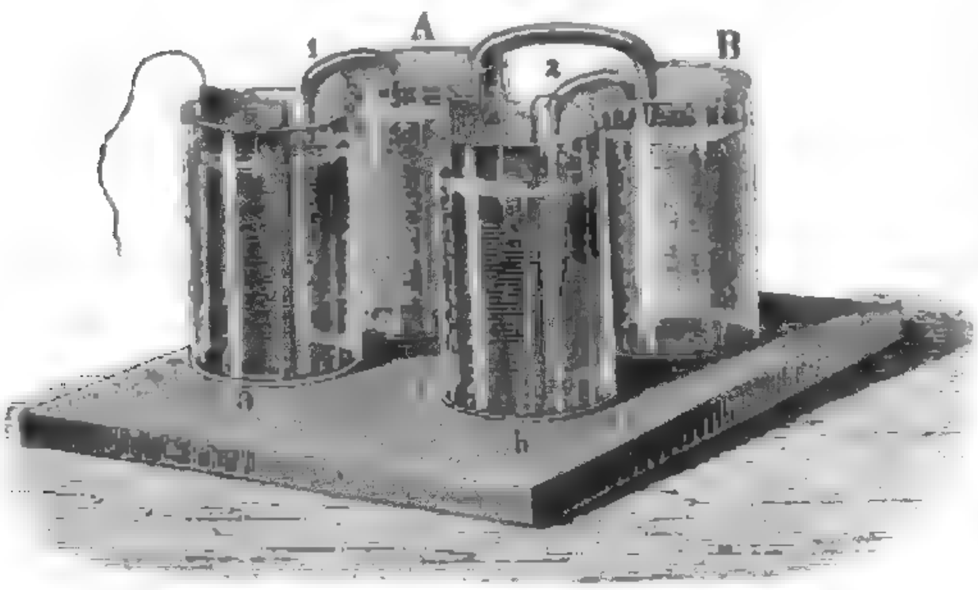
Elektricitätserregung bei Berührung zweier Flüssigkeiten. Dafs auch Flüssigkeiten bei der Berührung elektromotorisch auf einander wirken, ist zuerst von Nobili[1]) nachgewiesen; die ausgedehntesten und sichersten Versuche aber verdanken wir Fechner. Fechner[2]) stellte seine Versuche folgendermafsen an. Von den vier Gefäfsen *a*, *b*, *A*, *B*, Fig. 105, werden die beiden vorderen *a* und *b* mit derselben Flüssigkeit, Brunnenwasser, Kochsalzlösung oder dergl. gefüllt. Die Gefäfse *A* und *B* werden mit zwei verschiedenen Flüssigkeiten gefüllt. Um die Gefäfse in leitende Verbindung zu bringen, dienen die drei ∩-förmig gebogenen Röhren, deren

1) *Nobili*, Poggend. Ann. Bd. XIV. Annales de chim. et de phys. T. XXXVIII.
2) *Fechner*, Poggend. Ann. Bd. XLVIII.

Digitized by Google

umgebogene Teile bis zu kapillaren Öffnungen ausgezogen werden. Das Niveau der Flüssigkeiten in den Gefäſsen *a*, *b* war bei dem Beginne der Versuche immer etwas höher als in den Gefäſsen *A* und *B*, damit, wenn die gebogenen Röhren als Heber wirkten, nur Flüssigkeit von *a* nach *A* und von *b* nach *B* flieſsen konnte, so daſs die Flüssigkeit der Gefäſse *a* und *b* nicht verunreinigt werden konnte. Die Röhren 1 und 2 waren stets mit derselben Flüssigkeit gefüllt, welche sich in den Gefäſsen *a* und *b* befand; die Röhre, welche die Gefäſse *A* und *B* verband, wurde mit einer der in den beiden Gefäſsen enthaltenen Flüssigkeiten gefüllt, also mit einer der Flüssigkeiten, deren elektromotorisches Verhalten gegen einander geprüft werden sollte.

Fig. 105.



In die Gefäſse *a* und *b* tauchten in jedes eine Platinplatte, welche mit den Enden eines Galvanometerdrahtes, also eines Drahtes, welcher in vielfachen Windungen um eine Magnetnadel ging, verbunden waren. Die Platinplatten müssen möglichst sorgfältig und gleichartig gereinigt sein, da man sonst bei Beobachtung eines elektrischen Stromes nicht sicher sein kann, daſs derselbe wirklich in dem Kontakt der Flüssigkeiten seinen Grund hat. Besitzen die beiden Platinplatten nur die geringste Verschiedenheit, so entsteht schon ein Strom, wenn sie in dieselbe Flüssigkeit tauchen, weshalb man immer, wenn man sichere und zuverlässige Resultate erhalten will, erst untersuchen muſs, ob nicht schon ein Strom entsteht, wenn die beiden Platinplatten in eine und dieselbe Flüssigkeit tauchen. Bei der Anordnung von Fechner kann man sich von dieser Homogenität der Platten überzeugen, indem man vor dem eigentlichen Versuche die beiden Gefäſse *a*, *b* durch eine den anderen gleiche Röhre verbindet, welche mit der in denselben Gefäſsen enthaltenen Flüssigkeit gefüllt ist. Man wird bei ähnlichen Versuchen finden, daſs es äuſserst schwierig ist, die Platten vollkommen gleichartig zu machen, wenn man sie vorher auch noch so gleichartig behandelt hat. Wenn indes die Platten wirklich aus ganz gleichem Platin hergestellt sind, so stellt sich die Gleichartigkeit der Platten immer nach einiger Zeit her, was man daran erkennt, daſs die Galvanometernadel nicht mehr abgelenkt wird. War diese Gleichartigkeit erreicht, so setzte Fechner die Röhren 1 und 2 ein, welche *a* mit *A* und *b* mit *B* verbanden, und wartete, ob nicht allenfalls durch dieses Einsetzen eine Ungleichartigkeit der in den Gefäſsen *a* und *b* enthaltenen Flüssigkeit hervorgebracht wurde. Man erkennt das daran, ob nach dem Einsetzen der Röhren 1 und 2, während die Verbindungsröhre zwischen *a* und *b* noch nicht fortgenommen ist, die Nadel des Galvanometers abgelenkt wird oder nicht. Bleibt sie in Ruhe, so kann man sicher sein, daſs die Flüssigkeiten in *a* und *b* gleichartig sind.

Hierauf wurde dann die Röhre 3 eingesetzt, welche mit einer der

Digitized by Google

beiden in A und B enthaltenen Flüssigkeiten gefüllt war, und die Ablenkung der Nadel beobachtet.

Bezeichnen wir die Flüssigkeiten in den Gefässen a und b mit F, in A mit F_1, in B mit F_2, so sind die in dieser Kombination vorhandenen elektromotorischen Kräfte

$$F \mid F_1 + F_1 \mid F_2 + F_2 \mid F.$$

Wenn sich ein Strom zeigt, so folgt deshalb, dafs die Flüssigkeiten auf einander elektromotorisch wirken, und zugleich, dafs dieselben nicht in eine Spannungsreihe gehören.

Fechner beobachtete bei allen seinen Versuchen eine Ablenkung der Nadel, woraus also folgt, dafs die von ihm untersuchten Flüssigkeiten sich nicht in eine Spannungsreihe ordnen lassen. Wir lassen hier einige Angaben Fechners folgen.

Flüssigkeit in a und b	Flüssigkeit in A	in B	Richtung des Stromes in der Flüssigkeit
Brunnenwasser	Salpetersäure	Lösung von	
"	"	Kochsalz	B zu A
"	"	Salmiak	desgl.
"	"	Kali	desgl.
"	"	Zinkvitriol	desgl.
"	"	Kupfervitriol	desgl.
"	"	Salpeter	desgl.
"	"	Glaubersalz	desgl.
"	"	Schwefelsäure	A zu B
"	Schwefelsäure	Kochsalz	B zu A
"	"	Salmiak	desgl.
"	"	Kupfervitriol	desgl.
"	"	Salpeter	desgl.
"	"	Glaubersalz	desgl.
"	Salzsäure	Kochsalz	B zu A
"	"	Salmiak	desgl.
"	"	Kali	desgl.
"	"	Salpeter	desgl.
"	"	Schwefelsäure	A zu B

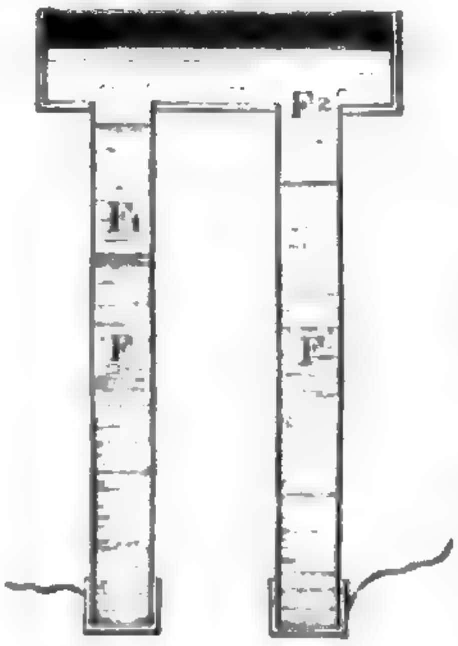
Die Reihenfolge, in welcher die Lösungen jedesmal angegeben sind, zeigt zugleich die Grösse der resultierenden elektromotorischen Kraft an; sie sind von der stärkeren zu der schwächeren geordnet.

Wild hat später gezeigt[1]), dafs gewisse Flüssigkeitsgruppen sich in Spannungsreihen ordnen. Er wandte zu seinen Versuchen den Apparat Fig. 106 an. In den Boden eines Holzkästchens waren zwei Glasröhren eingesetzt, welche unten mit Metallkapseln, welche galvanisch verkupfert waren, verschlossen waren. Die Metallkapseln waren mit den Enden eines Galvanometerdrahtes verbunden und auf ihre Homogenität geprüft. In die Glasröhren wurde zunächst bis zu einer gewissen Höhe dieselbe Flüssigkeit F

1) *Wild*, Poggend. Ann. Bd. CIII.

gebracht; dann wurde die eine Röhre bis nahe unter den Boden des Kästchens mit einer zweiten Flüssigkeit F_1 so gefüllt, dass sie sich mit F nicht mischte; schliesslich wurde dann mit derselben Vorsicht die andere Röhre und das Kästchen mit einer dritten Flüssigkeit F_2 gefüllt. Die Resultate, welche Wild aus seinen Versuchen zieht, sind folgende:

Fig. 106.



1) Die Flüssigkeiten befolgen im allgemeinen unter einander nicht das Voltasche Spannungsgesetz.

2) Die elektrischen Differenzen zwischen verschiedenen Lösungen ändern sich mit der Konzentration der Lösungen.

3) Auch gelöste Verbindungen gleicher Ordnung befolgen im allgemeinen nicht das Spannungsgesetz.

4) Dagegen gehorchen alle neutralen schwefelsauren Salze nach der Form RSO_4 dem Spannungsgesetze; eine Ausnahme davon macht das neutrale schwefelsaure Ammon, denn die Kombination

$$CuSO_4 \mid (NH_4)_2SO_4 \mid K_2SO_4 \mid CuSO_4$$

gab einen Strom, welcher in der Lösung von dem schwefelsauren Ammon zum schwefelsauren Kali ging.

5) Zu der Spannungsreihe der neutralen schwefelsauren Salze gehören nicht die Salze, welche nach der Form $R_2(SO_4)_3$ zusammengesetzt sind, denn die Kombination

$$\overrightarrow{ZnSO_4 \mid K_2SO_4 \mid Al_2(SO_4)_3 \mid ZnSO_4}$$

gab einen wie der über der Kombination stehende Pfeil gerichteten Strom in den Flüssigkeiten.

6) Die Säuren gehorchen im allgemeinen nicht dem Spannungsgesetze, und ebenso nicht die Salze gleicher Basis, aber verschiedener Säure.

7) Die Haloidsalze KCl, KBr, KS befolgen das Spannungsgesetz.

Die Resultate Wilds wurden später von L. Schmidt erweitert[1]); die Versuche wurden ganz nach der Methode von Wild angestellt und ergaben:

1) Nicht nur die neutralen schwefelsauren Salze nach der Form RSO_4, sondern auch die salpetersauren Salze von der Form RNO_3 und die Chlormetalle RCl folgen unter sich dem elektrischen Spannungsgesetze.

2) Die Spannungsreihe der schwefelsauren, salpetersauren Salze und der Chlormetalle fällt zusammen mit der Spannungsreihe der Metalle. So ist die Spannungsreihe

der schwefelsauren Salze	ihrer Metalle	der salpetersauren Salze	ihrer Metalle
$ZnSo_4$	Zn	$Zn(NO_3)_2$	Zn
$FeSO_4$	Fe	$Pb(NO_3)_2$	Pb
$CuSO_4$	Cu	$Fe(NO_3)_2$	Fe
		$Cu(NO_3)_2$	Cu
		$AgNO_3$	$Ag.$

1) *L. Schmidt*, Poggend. Ann. Bd. CIX.

Digitized by Google

Mit Hilfe der Untersuchung der schwefelsauren und salpetersauren Salze und der Chlorverbindungen gelang es dann Schmidt, eine Anzahl noch nicht bestimmter Metalle in die Spannungsreihe einzuordnen. Er giebt dieselben folgendermassen an: Mangan, Natrium, Zink, Zinn, Magnesium, Kalcium, Kalium, Blei, Eisen, Kupfer, Strontium, Barium, Silber.

Schliesslich giebt Schmidt an, dass bei Anwendung von Salzen gleicher Basis aber verschiedener Säuren die Richtung des Stromes gleich derjenigen sei, welche bei Anwendung der Säuren allein sich zeigte, dass also der Art nach die elektrische Differenz zweier verschiedener Salze gleicher Basis gleich ist der elektrischen Differenz ihrer Säuren.

In sehr ausgedehnter Weise hat kürzlich Worm Müller[1]) die elektromotorischen Kräfte zwischen Alkalien und Säuren und den aus ihnen gebildeten Salzen untersucht. Als allgemeines Resultat seiner sehr zahlreichen Versuche giebt er dabei an, dafs stets die Säure positiv ist gegen das Alkali, dafs also stets der Strom durch die Berührungsstelle vom Alkali zur Säure geht. Dieser Satz gilt auch, wenn man ein Salz entweder mit dem betreffenden Alkali oder mit der betreffenden Säure zur Berührung bringt. Das Salz ist positiv gegen das Alkali, aber negativ gegen die Säure, die Wirkung des Salzes ist also gegenüber einem seiner Bestandteile qualitativ gerade so, wie wenn der andere Bestandteil allein vorhanden wäre. Quantitativ dagegen überwiegt die Wirkung der freien Bestandteile, also des Alkalis und der Säure gegen jene eines der Bestandteile und des Salzes. Die Grösse der elektromotorischen Kräfte hängt wesentlich von der Konzentration der auf einander einwirkenden Lösungen ab.

§. 73.

Elektricität bei Berührung von Metallen und Gasen. Die Elektricitätserregung bei der Berührung von Metallen und Gasen ist schon früh bei den später zu betrachtenden Ladungserscheinungen in galvanischen Kombinationen beobachtet, aber nicht richtig erkannt worden, indem man für diese Erscheinungen andere Erklärungen aufsuchte; Matteucci[2]) und Schönbein[3]) behaupteten zuerst, dafs diese Erscheinungen in einer Bedeckung der Metalle mit Gasen ihren Grund haben. Buff[4]) hat dann mit dem Kondensator gezeigt, dafs reines Zink gegen solches, welches mit einer Wasserstoff-Atmosphäre bedeckt ist, sich negativ verhält. Am einfachsten und ausführlichsten wurde aber die elektrische Erregung der Metalle durch Gase von Grove[5]) nachgewiesen.

Die Anordnung des Versuches, welche Grove als die bequemste angiebt, ist folgende. In die beiden seitlichen Tubuli einer dreifach tubulierten Woulfschen Flasche sind mit eingeriebenen Glasstöpseln zwei unten

---

1) *Worm Müller,* Untersuchungen über Flüssigkeitsketten. Leipzig 1869. Poggend. Ann. Bd. CXL.

2) *Matteucci,* Comptes Rendus. T. VI. p. 741.

3) *Schönbein,* Poggend. Ann. Bd. XLVII.

4) *Buff,* Liebigs Annalen Bd. XLI.

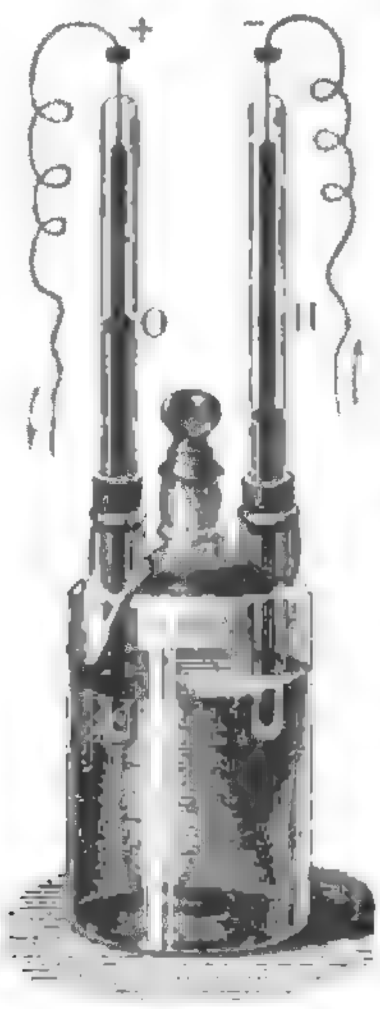
5) *Grove,* Philosophical Magazin. vol. XIV. Jahrg. 1839. Poggend. Ann. Bd. XLVII. Philosophical Magazin. vol. XXI. 1842. Poggend. Ann. Bd. LVIII. Philosophical Transactions for the year 1843. Poggend. Ann. Ergänzungsband II. Philosophical Transactions 1845. Poggend. Ann. Ergänzungsband II.

Digitized by

offene Glasröhren *O* und *H* Fig. 107 eingesetzt. In den Glasröhren befindet sich ein Platinblech, welches an einem in dem Glase eingeschmolzenen Drahte befestigt ist. Dieser Platindraht reicht aus der oben und zugeblasenen Röhre heraus und steht in Verbindung mit zwei kleinen Platinnäpfchen, welche etwas Quecksilber enthalten. Die Platinstreifen in den Röhren sind platiniert, d. h. mit einer dünnen Schicht von Platinschwamm bedeckt.

Die Flasche wird etwas über die Hälfte mit schwach durch Schwefelsäure angesäuertem Wasser gefüllt, die mittlere Öffnung verschlossen, und durch Umkehr der Flasche bewirkt, dass die Röhren sich mit dem angesäuerten Wasser füllen. Darauf wird die Flasche wieder wie vorher hingestellt, und, da die Röhren so tief in die Flasche hineinreichen, dass ihre Mündung in die Flüssigkeit taucht, so bleiben sie mit Wasser gefüllt. Durch in die Flasche geführte Röhrenleitungen wird die Röhre *H* bis nahe über dem Propfen mit Wasserstoff, die Röhre *O* ungefähr halb so weit mit Sauerstoff gefüllt.

Fig. 107.



Verbindet man die beiden Quecksilbernäpfe mit einem Galvanometerdraht, so wird die Nadel des Galvanometers abgelenkt, und zwar so, dafs sie einen Strom nachweist, welcher durch die Flüssigkeit von dem Platinbleche, welches mit Wasserstoff umgeben ist, zu dem mit Sauerstoff umgebenen Platinbleche fliefst, der also ausserhalb von *O* durch das Galvanometer nach *H* fliefst. Zugleich sieht man, wie in beiden Röhren die Flüssigkeit aufsteigt, in dem Rohre *H* etwa doppelt so rasch als in dem Rohre *O*. Das Aufsteigen der Flüssigkeit hat seinen Grund darin, dafs der durch die Flüssigkeit cirkulierende Strom die Flüssigkeit in Wasserstoff und Sauerstoff zersetzt. Der Wasserstoff steigt in dem Rohre *O*, der Sauerstoff in *H* auf. Oberhalb der Flüssigkeit sind dann sowohl in *O* als *H* Sauerstoff und Wasserstoff mit Platin in Berührung; die beiden Gase verbinden sich daher infolge der Kontaktwirkung oder der katalytischen Kraft des Platins zu Wasser; da nun zwei Volume Wasserstoff mit einem Volumen Sauerstoff sich zu Wasser verbinden, so folgt, dafs das Volumen des Wasserstoffs in *H* doppelt so rasch sich vermindern mufs als das des Sauerstoffs in *O*.

Die Richtung des Stromes beweist, dafs das Platin von dem Wasserstoff negativ, und wenn überhaupt, von dem Sauerstoff positiv oder schwächer negativ erregt wird. Denn da sonst in der Kette alles ganz gleichförmig ist, die beiden gleichen Platinplatten in derselben Flüssigkeit stehen, der einzige Unterschied nur der ist, dafs das Platin in *H* von Wasserstoff, in *O* aber von Sauerstoff umgeben ist, so kann nur in dieser Verschiedenheit die Ursache des Stromes liegen. Da nun die positive Elektricität aus der Röhre *H* durch die Flüssigkeit nach *O* fliefst, die negative aber durch den Draht, so folgt, dafs der Wasserstoff positiv, das Platinblech negativ wird.

Um das elektromotorische Verhalten des Sauerstoffs zu dem Platin zu untersuchen, läfst man in *O* keinen Sauerstoff eintreten, sondern die

Digitized by Google

Röhre mit dem sauern Wasser gefüllt. Verbindet man dann die beiden Bleche mit einem Galvanometer, so zeigt sich in dem ersten Augenblicke der Strom fast genau so stark als vorher; er nimmt aber rasch an Stärke ab. Daraus folgt, dafs die elektrische Differenz des Sauerstoffs und Platins nur sehr klein ist, denn sonst müfste der Strom gleich anfangs schwächer sein als bei dem vorigen Versuche. Der Grund der raschen Abnahme bei diesem Versuche erklärt sich leicht, er liegt wieder in der Zersetzung des Wassers, infolge deren Wasserstoff in der Röhre *O* aufsteigt und an das Platinblech sich anlegt. Dadurch wird nach kurzer Zeit auch in *O* das Platinblech mit Wasserstoff bedeckt, und die Wirkung desselben auf das Platin muss natürlich die elektromotorische Wirkung in der Röhre *H* aufheben.

Leitet man in die Röhre *O* Sauerstoff, während man die andere mit Wasser gefüllt läfst, so beobachtet man, wenn überhaupt, nur einen äufserst schwachen Strom von der früheren Richtung, woraus folgt, dafs das Platin von dem Sauerstoff nur äufserst schwach positiv erregt wird[1]).

Chlor und Brom, sowie ozonhaltiger Sauerstoff erregen aber, wie Schönbein gezeigt hat, das Platin kräftig positiv[2]).

Grove hat eine grofse Anzahl von Gasen und Dämpfen mit verschiedenen Metallen untersucht[3]) und gezeigt, dafs man die Gase mit den Metallen in eine Spannungsreihe ordnen kann. Diese Reihe ist von dem negativsten angefangen:

Chlor	Stickstoffoxyd	Ätherische Öle	Kohlenoxyd
Brom	Kohlensäure	Ölbildendes Gas	Wasserstoff
Jod	Stickstoff	Äther	Metalle, welche das Wasser zersetzen.
Superoxyde	Metalle, welche das Wasser nicht zersetzen	Alkohol	
Sauerstoff	Kampher	Schwefel	
		Phosphor	

Diese Spannungsreihe ist folgendermafsen zu verstehen: wird eines der das Wasser nicht zersetzenden Metalle, wie Platin, Gold, Silber etc. mit einem der über denselben stehenden Gase in Berührung gebracht, so wird dasselbe positiv; wird es mit einem der unterhalb stehenden Gase oder Dämpfe in Berührung gebracht, so wird es negativ, die elektrische Erregung des Metalles ist um so stärker, je weiter das Gas von ihm in der Spannungsreihe entfernt ist. Um in der oben angegebenen Weise einen kräftigen Strom zu erhalten, wird man daher die Metallbleche in der einen der beiden Röhren mit einem unterhalb derselben stehenden Gase, in der andern mit einem möglichst weit darüber stehenden umgeben.

Die Gröfse der bei der Berührung von Gasen und Metallen auftretenden elektromotorischen Kräfte werden wir bei einer späteren Gelegenheit betrachten.

Aus dem in den letzten Paragraphen Mitgeteilten ergiebt sich, dafs stets dann, wenn zwei Körper, welche die Elektricität leiten, mit einander

1) *Schönbein*, Poggend. Ann. Bd. LXII.
2) *Schönbein*, Poggend. Ann. Bd. LXXII und LXXIV.
3) *Grove*, Philosophical Transactions 1845. Poggend. Ann. Ergänzungsband II.

Digitized by Google

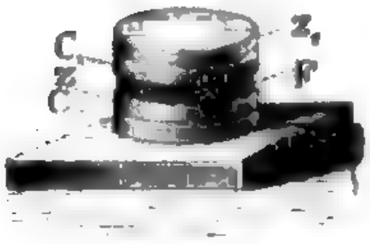
in Berührung gebracht werden (bei den Gasen müssen wir die auf der Metalloberfläche kondensierten Gasschichten als leitend ansehen), infolge der Berührung Elektricität auftritt. Es ist indes nicht erforderlich, dafs beide Körper leiten, damit bei Berührung derselben Elektricität auftritt. Schon Fechner[1]) giebt mehrere Erfahrungen an, welche beweisen, dafs Metalle in Berührung mit Isolatoren, wie Schwefel, elektrisch werden. Vor kurzem hat nun Buff[2]) nachgewiesen, dafs auch zwei schlechte Leiter in Berührung mit einander elektrisch werden, und zwar in demselben Sinne, als wenn die beiden Körper an einander gerieben werden. Wir können deshalb ganz allgemein den Satz aufstellen, dafs, wenn irgend zwei heterogene Substanzen sich berühren, Elektricität auftritt, indem die eine positiv, die andere ebenso stark negativ elektrisch wird. Buff schliefst daraus, dafs die Quelle der bei der Reibung entstehenden Elektricität zunächst in der Berührung zu suchen ist, und dafs die Reibung dabei nur insofern wirke, als durch dieselbe immer andere Stellen der Körper mit einander in Berührung treten, während man von den Stellen, welche in Berührung waren, die Elektricitäten ansammeln kann.

§. 74.

Die Voltasche Säule. In den vorigen Paragraphen haben wir die Elektricitätserregungen der verschiedensten Kombinationen betrachtet, und bereits an einer Stelle den Satz aufgestellt und bewiesen, dafs die an den Enden einer galvanischen Kombination auftretenden elektrischen Differenzen, oder die in einem Stromkreise cirkulierenden Elektricitäten proportional sind der Summe der in dieser Kombination vorhandenen elektromotorischen Kräfte. Aus diesem Satze, verbunden mit der Erfahrung, dafs die Flüssigkeiten nicht zur Spannungsreihe der Metalle gehören, ergiebt sich die Anordnung zur Verstärkung der bei der Berührung auftretenden Elektricitäten, welche zuerst Volta angewandt hat, und welche danach den Namen der Voltaschen Säule erhalten hat. Dieselbe ist geeignet, ohne weitere Hilfsmittel die bei der Berührung auftretende Elektricität nachzuweisen.

Legt man auf ein Plattenpaar C, Z Fig. 108 von Kupfer und Zink, von denen das Kupfer mit der Erde in leitender Verbindung steht, eine mit schwach sauerm Wasser angefeuchtete Tuchplatte F und auf diese ein zweites Plattenpaar C_1 Z_1 u. s. f., so wird zunächst, da die Kupferplatte mit der Erde in leitender Verbindung steht, der Wert der elektrischen Potentialfunktion auf der Kupferplatte gleich 0 sein müssen. Die Zinkplatte erhält aber durch die Berührung mit der Kupferplatte eine gewisse Menge positiver Elektricität, welche sich zugleich durch Leitung über alle darüber liegenden Platten verbreitet. Da infolge der zwischen den Metallen thätigen elektromotorischen Kraft eine ganz bestimmte Differenz der Werte der elektrischen Potentialfunktionen vorhanden sein mufs, so mufs, da die Potentialfunktion auf dem Kupfer gleich 0 ist, der Wert derselben auf der Zinkplatte

Fig. 108.



1) *Fechner*, Lehrbuch des Galvanismus, zugleich als III. Band der II. Auflage seiner Übersetzung von Biots Physik S. 21.

2) *Buff*, Liebigs Ann. Bd. CXIV.

Digitized by Google

und allen darüber befindlichen Platten nach der Bezeichnung des §. 69 gleich $2\,Zn \mid Cu$ sein, wofür wir das Zeichen $E_{z \mid c}$ einsetzen wollen.

Die auf der Zinkplatte liegende feuchte Tuchscheibe wird durch die Berührung mit dem Zink ebenfalls positiv erregt, und bezeichnen wir die Differenz der Potentialwerte auf der feuchten Tuchscheibe und der Zinkplatte mit $E_{F \mid Z}$, so mufs auf der Tuchscheibe infolge der Berührung mit dem Zink der Potentialwert steigen auf $E_{z \mid c} + E_{F \mid Z}$. Ganz denselben Wert des Potentials erhalten dann auch infolge dieser Kontakte die auf der Tuchscheibe weiter aufgeschichteten Platten.

Liegt auf der feuchten Tuchscheibe die Kupferplatte C_1, so wird infolge der zwischen dem Kupfer und der Flüssigkeit thätigen elektromotorischen Kraft das Kupfer negativ erregt; der Wert des elektrischen Potentials, welcher dem Kupfer durch Leitung mitgeteilt ist, mufs deshalb um die Differenz der Potentialwerte, welche infolge der Berührung zwischen Kupfer und Flüssigkeit vorhanden ist, kleiner werden. Bezeichnen wir diese Differenz mit $E_{C \mid F}$, so wird der Wert der elektrischen Potentialfunktion auf der Kupferplatte C_1

$$E_1 = E_{z \mid c} + E_{F \mid Z} - E_{C \mid Z}.$$

Wird auf die Kupferplatte wieder eine Zinkplatte, auf diese ein feuchter Leiter und weiter eine Kupferscheibe gelegt, so erhält die obere Kupferplatte den Potentialwert $2\,E_1$. Denn da stets zwischen zwei sich berührenden Zink- und Kupferplatten dieselbe Differenz $E_{z \mid c}$ der Potentialwerte vorhanden sein mufs, so steigt durch die Berührung des Zinks mit dem Kupfer auf ersterem der Wert der Potentialfunktion um diese Differenz, derselbe wird also $E_1 + E_{z \mid c}$. Auf dem feuchten Leiter steigt aus demselben Grunde der Wert der Potentialfunktion um $E_{F \mid Z}$, er wird also $E_1 + E_{z \mid c} + E_{F \mid Z}$, und auf der darüber liegenden Kupferplatte nimmt er wieder um $E_{C \mid F}$ ab, er wird also dort

$$E_2 = E_1 + E_{z \mid c} + E_{F \mid Z} - E_{C \mid F} = 2\,E_1.$$

Schichten wir weiter Zink, feuchten Leiter, Kupfer auf, so wiederholt sich die elektrische Erregung, so dafs, wenn wir n mal Kupfer, Zink und feuchten Leiter auf einander geschichtet und auf die n·Kombination wieder eine Kupferplatte legen, die elektrische Potentialfunktion auf derselben wird

$$E_n = n\,E_1.$$

Der Wert der elektrischen Potentialfunktion oder auch die Dichtigkeit der Elektricität auf einer mit ihrem einen Ende zum Erdboden abgeleiteten Voltaschen Säule wächst also nach ihrem andern Ende hin der Anzahl der Plattenkombinationen, oder der einzelnen Elemente, wenn wir jede einzelne Kombination Kupfer, Zink, feuchten Leiter als Element bezeichnen, proportional; und zwar ist, wenn das untere Ende abgeleitet ist, und die Platten in der Reihenfolge Kupfer, Zink, feuchter Leiter u. s. w. auf einander geschichtet sind, die auf der Säule verbreitete Elektricität positiv.

Wäre bei der eben betrachteten Anordnung das obere Ende abgeleitet, oder wären die Platten in der Reihenfolge Zn, Cu, feuchter Leiter auf einander geschichtet, so würde über die ganze Säule freie negative

Digitized by Google

Elektricität verbreitet gewesen sein und auf der obern Grenze der n Kombination wäre der Wert des Potentials

$$- E_n = - nE_1$$

gewesen, wie sich unmittelbar ergiebt.

Biot hat diesen Satz experimentell geprüft[1]), indem er das obere Ende von Säulen mit einer verschiedenen Anzahl Platten, deren unteres Ende vollkommen zum Erdboden abgeleitet war, mit einem Kondensator in leitende Verbindung brachte, nach aufgehobener Verbindung die von der Kondensatorplatte entfernte Kollektorplatte mit der Standkugel einer Torsionswage berührte, und dann die Kugel in der Torsionswage untersuchte. Wurde die Kollektorplatte immer an demselben Punkte berührt, so war die der Standkugel erteilte elektrische Dichtigkeit der elektrischen Potentialfunktion an dem obern Ende der Säule proportional. Es zeigte sich in der That, daſs der Wert der Potentialfunktion am obern Ende der Anzahl der Plattenkombinationen proportional war.

Die elektrische Dichtigkeit änderte sich bei gleicher Plattenzahl mit der Natur des feuchten Leiters, sie war unabhängig von der Gröſse der Platten, zwei Sätze, welche sich unmittelbar aus dem Früheren ergeben.

Fechner[2]) hat mit Hilfe einer so konstruierten Säule einen interessanten Versuch gemacht, um das Verhältnis zwischen den Elektricitätsmengen zu bestimmen, welche bei dem Kontakt zweier Metalle an der Berührungsstelle angehäuft wird, und welche sich frei über dem Metalle verbreitet, um also gewissermaſsen die Verstärkungszahl der als Kondensatorplatte betrachteten Zink-Kupfer-Platte zu bestimmen. Legt man auf die obere Kupferplatte der Säule von n Paaren eine isolierte Zinkplatte und berührt diese mit einer isolierten Kupferplatte nur in wenig Punkten, so giebt die Kupferplatte am Elektroskop geprüft positive Elektricität an, welche durch Leitung auf die Kupferplatte übergeht, da das obere Ende der Säule den Potentialwert nE_1 hat.

Legt man dagegen die Kupferplatte auf die Zinkplatte und hebt sie in der Weise ab, wie man die Platte bei dem Voltaschen Fundamentalversuch abhebt, so zeigt eine Prüfung der Platte am Elektroskop, daſs die Platte negativ elektrisch ist. Durch den Kontakt mit der Zinkplatte wird das Kupfer negativ elektrisch, der gröſste Teil dieser negativen Elektricität sammelt sich an der Berührungsfläche an, während ein geringer Teil sich verbreitet und von der positiven Elektricität nE_1 neutralisiert wird. Hebt man nun die Platte ab, so wird sie positiv oder negativ erscheinen, je nachdem die Dichtigkeit der negativen Elektricität nach ihrer Verbreitung auf der Kupferplatte kleiner oder gröſser ist als nE_1. Fechner fand nun, daſs in diesem Falle die Kupferplatte nach dem Abheben bei Säulen von 50—100 Plattenpaaren noch negativ war, ja, daſs es einer Säule von ungefähr 700 Plattenpaaren bedürfe, um die an der Berührungsfläche angehäufte negative Elektricität zu neutralisieren. Die Bemerkung von Helmholtz (§. 68) zeigt, daſs auch hier bei dem Abheben noch eine Aus-

1) *Biot*, Fechner Lehrbuch des Galvanismus S. 38.
2) *Fechner*, Lehrbuch des Galvanismus S. 49. Poggend. Ann. Bd. XLI.

Digitized by Google

gleichung des gröfsten Teiles der durch den Kontakt Kupfer-Zink erregten Elektricitäten stattgefunden hat.

Die Verteilung der freien Elektricität in einer Voltaschen Säule, welche an ihren beiden Enden isoliert ist, ist eine andere, auf ihr sind beide Elektricitäten in gleicher Menge vorhanden, und da von je zwei Berührungsstellen aus die beiden Elektricitäten nach entgegengesetzten Seiten abfliefsen, so folgt, dafs die eine Hälfte der Säule positiv, die andere negativ elektrisch ist. Um die Verteilung sofort zu übersehen, denken wir uns zwei Säulen aufgebaut, beide auf isoliertem Fufse, die eine in der eben angenommenen Reihenfolge $Cu\,Zn\,F$, $Cu\,Zn\,F$ u. s. f., so dafs sie oben mit der Kupferplatte auf dem feuchten Leiter schliefst, die andere in umgekehrter Reihenfolge $Zn\,Cu\,F$, $Zn\,Cu\,F$ u. s. f., so dafs sie oben mit einer Zinkplatte schliefst. Werden die oberen Enden beider Säulen zum Erdboden abgeleitet, so wird die erste an ihrem unteren Ende negativ elektrisch und den Potentialwert $-nE_1$ haben, die andere wird an ihrem unteren Ende positiv elektrisch sein und der Wert des Potentials ist $+nE_1$. Setzen wir nun die beiden Säulen mit ihren abgeleiteten Enden auf einander, so zwar, dafs die zweite auf die erste zu stehen kommt, dann erhalten wir eine Säule von $2n$ Elementen in der Reihenfolge $Cu\,Zn\,F$, $Cu\,Zn\,F$ u. s. f., welche in ihrer Mitte die elektrische Dichtigkeit 0 hat, da die Mitte abgeleitet ist, und in welcher von der Mitte an nach unten hin die negative Elektricität bis zu dem Potentialwerte nE_1 wächst, während von der Mitte an nach oben hin die positive Elektricität bis zu demselben Werte zunimmt. An diesem elektrischen Zustande der Säule wird sich, da in der Mitte der Wert der Potentialfunktion gleich 0 ist, und da sich von beiden Seiten nach der Mitte hin in jedem Augenblicke die gleiche Menge entgegengesetzter Elektricitäten bewegt, nichts ändern, wenn die Ableitungen zur Erde fortgenommen werden. Es folgt somit, dafs auf den Enden einer isolierten Säule von $2n$ Elementen die Dichtigkeit der Elektricität gleich nE_1 ist, halb so grofs als auf dem isolierten Ende einer Säule, deren anderes Ende abgeleitet ist, dafs das eine Ende positiv, das andere negativ elektrisch und dafs die Mitte nicht elektrisch ist.

Man kann diesen Satz auch direkt ableiten, indem man die elektrischen Dichtigkeiten auf den Platten untersucht, welche sie erhalten, wenn das unterste Ende ebenfalls isoliert ist. Setzen wir zu dem Ende die elektrischen Differenzen

$$E_{z\,|\,c} = 2a, \quad E_{F\,|\,z} = 2b, \quad E_{c\,|\,F} = 2c,$$

so wird infolge des früher bewiesenen Satzes, dafs die elektrischen Differenzen zweier sich berührender Substanzen konstant und unabhängig sind von dem elektrischen Zustande des einen derselben, in der unten abgeleiteten Säule, wie wir schon vorher erhielten, von unten nach oben der elektrische Zustand sein

$Cu = 0$ . . . . $= 0$

$Zn = 2a$

$F = 2a + 2b$

$$
\begin{aligned}
Cu &= 2a + 2b + 2c \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots &= E_1\\
Zn &= 2a + 2b + 2c + 2a\\
F &= 2a + 2b + 2c + 2a + 2b\\
Cu &= 2a + 2b + 2c + 2a + 2b + 2c \quad \ldots\ldots\ldots &= 2E_1\\
Zn &= 2a + 2b + 2c + 2a + 2b + 2c + 2a\\
F &= 2a + 2b + 2c + 2a + 2b + 2c + 2a + 2b\\
Cu &= 2a + 2b + 2c + 2a + 2b + 2c + 2a + 2b + 2c &= 3E_1.
\end{aligned}
$$

Ist dagegen das Kupfer nicht abgeleitet, so behält es die negative Elektricität $-a$ und das erste Zink erhält nur $+a$; die auf dem Zink liegende feuchte Scheibe bewirkt, dafs das Zink $-b$, die feuchte Scheibe $+b$ erhält u. s. f., so dafs folgendes Schema den elektrischen Zustand der isolierten Säule angiebt, welche mit der soeben betrachteten die gleiche Plattenzahl hat:

$$
\begin{aligned}
Cu &= +a+b+c+a+b+c+a+b+c = & 3\frac{E}{2}\\
F &= +a+b+c+a+b+c+a+b-c\\
Zn &= +a+b+c+a+b+c+a-b-c\\
Cu &= +a+b+c+a+b+c-a-b-c = & \frac{E}{2}\\
F &= +a+b+c+a+b-c-a-b-c\\
Zn &= +a+b+c+a-b-c-a-b-c\\
Cu &= +a+b+c-a-b-c-a-b-c = - & \frac{E}{2}\\
F &= +a+b-c-a-b-c-a-b-c\\
Zn &= +a-b-c-a-b-c-a-b-c\\
Cu &= -a-b-c-a-b-c-a-b-c = - & 3\frac{E}{2}.
\end{aligned}
$$

Wie man sieht, ist die elektrische Differenz der auf einander folgenden Platten ganz dieselbe, wie in dem vorigen Falle; da aber die negative Elektricität nicht abfliefst, kann die Dichtigkeit der positiven Elektricität an dem oberen Ende nur halb so grofs sein.

Von der Richtigkeit dieser Schlüsse kann man sich leicht durch den Versuch überzeugen. Man baue, wie Fig. 109, auf einem isolierten Stativ zwischen drei Glassäulen eine Säule von 100 Plattenpaaren auf, *Cu Zn F*; *Cu Zn F* u. s. f., so dafs die Säule oben wieder mit der auf den letzten feuchten Leiter gelegten Kupferplatte endet, und befestige an den beiden die Säule begrenzenden Kupferplatten Drähte. Legt man dann an den Draht der oberen Platte ein Elektroskop an, so divergiert dasselbe mit positiver, legt man es an den unteren Draht, mit negativer Elektricität.

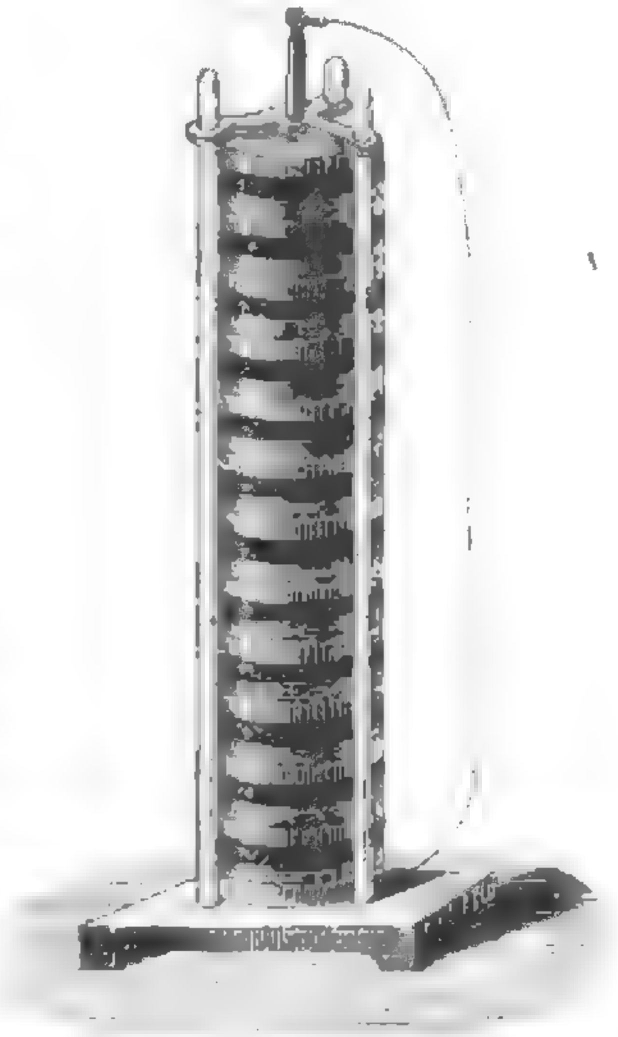
Legt man das Elektroskop an einen der Drähte, während man den anderen ableitend berührt, so wird die Divergenz der Goldblättchen bedeutend stärker.

Einer solchen Voltaschen Säule kann man sich als einer allerdings nur schwachen Elektrisiermaschine bedienen, und mit der von ihr gelieferten Elektricität alle jene Erscheinungen hervorbringen, welche wir bei der

Digitized by Google

Reibungselektricität kennen gelernt haben; so kann man mit derselben die elektrischen Anziehungen und Abstofsungen zeigen, einen Ladungsapparat laden u. s. f., so dafs man dadurch, wenn es dessen nach dem Vorigen noch bedürfte, den Beweis für die Identität der Reibungselektricität und Berührungselektricität liefern könnte.

Fig. 109.



Verbindet man das obere Ende der Säule mit dem unteren durch einen Metalldraht, so cirkuliert durch den Draht und die Säule ein Strom, welcher von dem positiven oberen Pole zu dem negativen unteren durch den Draht geht und in der Säule von dem unteren zu dem oberen Pole geht. Die untere Kupferplatte ist hierbei elektromotorisch unwirksam, da nach dem Spannungsgesetze dieselbe elektromotorische Kraft auftritt, wenn wir die obere Kupferplatte direkt mit der unteren Zinkplatte durch einen Draht verbinden. Man kann sie daher fortnehmen und den Aufbau der Säule mit der Zinkplatte beginnen. Man erkennt dann sofort, dafs hier der Strom ganz in demselben Sinne cirkuliert, wie bei dem einfachen Elemente, von dem positiven Metalle durch die Säule zu dem negativen Endmetalle, aufserhalb aber von dem negativen Endmetalle zu dem positiven. Nennen wir nun jenen Pol bei der Säule, und diese Benennung werden wir auch später beibehalten, den positiven, welcher isoliert positive Elektricität enthält, und von welchem aus der positive Strom durch den Verbindungsdraht geht, so wird das in der Spannungsreihe negativere Endmetall stets den positiven, das in der Reihe positivere Endmetall stets den negativen Pol bilden. Als Spannungsreihe gilt dann immer jene, welche die Metalle zeigen, wenn sie in der betreffenden Flüssigkeit stehen, mit welcher die Säule aufgebaut ist.

§. 75.

Trockne Säulen. Einer besonderen Art der Voltaschen Säulen, der Zambonischen oder trocknen Säulen müssen wir hier erwähnen, teils weil sie häufig als Beweis angesehen wurden, dafs es durchaus keiner Feuchtigkeit bei Erregung der Kontaktelektricität bedürfe, teils wegen ihrer Wichtigkeit für die Konstruktion der empfindlichen Elektroskope.

Zur Herstellung solcher Säulen[1]) kann man unächtes Gold- und Silberpapier benutzen. Ersteres besteht aus Papier, welches auf der einen Seite mit einer dünnen Kupferschicht, letzteres aus solchem, welches auf der einen Seite mit einer dünnen Zinnschicht bedeckt ist. Man klebt zwei

1) Derartige Säulen wurden zuerst konstruiert von Behrens. Gilberts Ann. Bd. XXIII; sie werden Zambonische genannt, weil Zamboni sich vielfach mit denselben beschäftigte. Gilberts Annalen Bd. XLIX, Bd. LI, Bd. LX.

Digitized by Google

solcher Bogen mit ihrer Rückseite auf einander, so dafs die eine Seite eines so kombinierten Bogens Zinn, die andere Kupfer ist. Mehrere solcher Bogen werden auf einander gelegt, so dafs die Zinn- und Kupferschichten sich berühren; dann zerteilt man sie mit einem Oblatenmesser in lauter Scheiben von etwa 2 cm Durchmesser. Derartiger Scheiben schichtet man in einer trocknen Glasröhre, deren eines Ende mit einer Messingkapsel verschlossen ist, etwa 2000 auf einander, wobei man dafür sorgt, dafs stets in derselben Reihefolge Kupfer, Zinn, Papier auf einander folgen. Man schliefst dann die Glasröhre, indem man auf das andere Ende ebenfalls eine Messingkapsel aufsetzt, von welcher ein mit einem Metallplättchen versehener Stift in die Röhre hineinragt, welcher den Zweck hat, die Papierscheiben gehörig zusammen zu pressen.

Anstatt Zinn- und Kupferpapier kann man auch manche anderen Materialien anwenden; so bestrich Zamboni die Rückseite eines Zinnpapieres mit Mangansuperoxyd; es gelingt das am besten, wenn man möglichst fein gepulverten Braunstein mit etwas Gummiwasser anmacht, ihn dann mit einem Pinsel aufträgt und, um ihn recht gleichmäfsig zu verteilen, mit einem Korkpfropf verreibt.

Wie man sieht, wird auch hier die Messingkapsel, an welcher die letzte Zinnschicht anliegt, den negativen, diejenige, an welcher die letzte Kupfer- oder Braunsteinschicht anliegt, den positiven Pol bilden, da diese Säule gerade so angeordnet ist, wie die zuletzt betrachtete Voltasche Säule. Die Dichtigkeit der freien Elektricität an den Messingkapseln kann bei sehr grofser Plattenzahl ziemlich beträchtlich sein, indes dauert es, wenn man die Pole einmal entladen hat, wegen der geringen Leitungsfähigkeit des lufttrocknen Papieres, immer einige Zeit, bis die elektrische Dichtigkeit der Pole wieder die frühere geworden ist. Deshalb zeigt sich auch bei Verbindung der beiden Pole nur ein äufserst schwacher Strom. Aus demselben Grunde hängt auch die Dichtigkeit der freien Elektricität an den Polen ab von dem Feuchtigkeitszustande der Luft; eine Säule kann, je nachdem das Papier mehr oder weniger trocken ist, in feuchte Luft gebracht, stärkere oder schwächere Spannung zeigen. Kann die Feuchtigkeit der Luft zu dem Papier dringen und dasselbe feuchter machen, so wird dadurch die Leitungsfähigkeit des Papieres verbessert, es kann mehr Elektricität zu den Polen fliefsen, und die Dichtigkeit der Elektricität kann dort gröfser werden. Da indes in feuchter Luft die Elektricität sich rascher zerstreut als in trockner Luft, so verlieren in gleichen Zeiten auch die Pole mehr Elektricität. Überwiegt der erste Umstand, so wird die Dichtigkeit der Elektricität an den Polen nach Herstellung des Gleichgewichtszustandes gröfser sein, überwiegt der zweite, so wird sie kleiner sein, denn der Gleichgewichtszustand ist immer dann erreicht, wenn in gleichen Zeiten die Pole aus der Säule immer so viel Elektricität erhalten, als sie an die Luft abgeben.

Über die Verwendung der trocknen Säulen zu dem Behrensschen oder Bohnenbergerschen Elektroskope brauchen wir hier nichts hinzuzufügen, wir können in Bezug darauf auf den vorigen Abschnitt verweisen.

Man hat, wie erwähnt, geglaubt, dafs diese Säulen bei Abwesenheit aller Feuchtigkeit elektromotorisch wirken, indem man glaubte, dafs die Elektricität nicht durch Leitung an die Pole käme, sondern dadurch, dafs

Digitized by Google

die an den Berührungsstellen jedes Paares angesammelte Elektricität auf die folgenden influenzierend wirkte. Die Möglichkeit dieser Wirkungsweise mufs allerdings zugegeben werden, wie man leicht durch Erwägung der möglichen Influenzen ersieht[1]). Indes ist diese Anschauung nicht die richtige, wie sich unmittelbar daraus ergiebt, dafs die Säulen ihre Wirksamkeit vollständig verlieren, wenn man das Papier seiner hygroskopischen Feuchtigkeit beraubt, indem eine Säule nach und nach unwirksam wird, wenn man sie in einer Flasche neben Chlorkalcium aufbewahrt[2]). Die Säule liefert deshalb keinen direkten Beweis für die Elektricitätserregung durch den Kontakt der Metalle allein; indes ist selbstverständlich die Notwendigkeit der Gegenwart von Feuchtigkeit auch kein Beweis dagegen, da die Feuchtigkeit notwendig ist, damit das Papier leitet.

§. 76.

Verschiedene Formen der Voltaschen Säule. Die Voltasche Säule hat einige grofse Unbequemlichkeiten, welche ihren Gebrauch zur Herstellung dauernder und kräftiger galvanischer Ströme sehr beschränken. Infolge des starken Druckes, den die aufgehäuften Metallplatten auf die unteren feuchten Tuchscheiben ausüben, wird die Feuchtigkeit aus denselben herausgeprefst. Die an der Säule herablaufende Flüssigkeit dient dazu, der zu den Polenden abfliefsenden Elektricität eine Leitung darzubieten, in welcher sich die positive und negative wieder vereinigen; infolgedessen tritt eine Schwächung der an den Polen angesammelten Elektricität und dadurch auch eine Schwächung des Stromes ein, welcher den die Pole verbindenden Draht durchfliefst. Durch das Austrocknen der Tuchscheiben wird ferner die Leitungsfähigkeit der Säule vermindert; dasselbe geschieht dadurch, dafs das angesäuerte Wasser die Zinkplatten angreift, dafs sich schwefelsaures Zinkoxyd bildet, welches als krystallinischer Überzug die Oberfläche des Metalles bedeckt. Auch deshalb wird bei dieser Säule die elektrische Dichtigkeit an den Polen bald sehr klein.

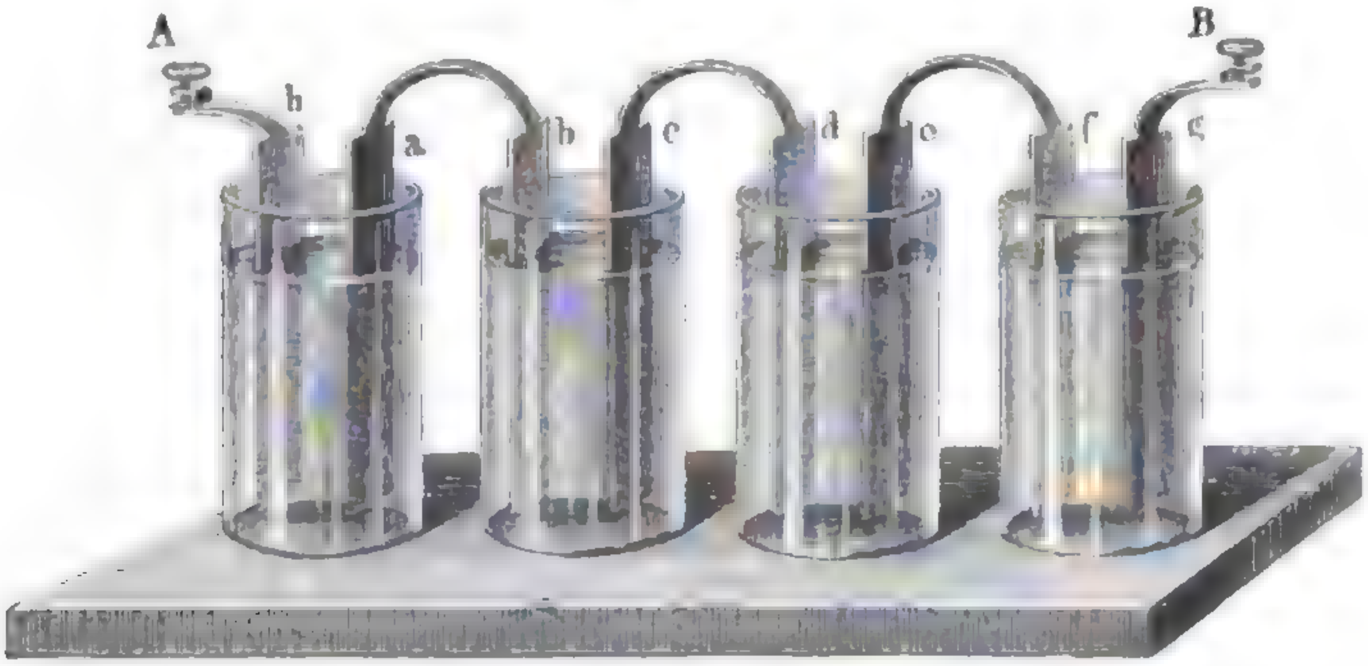
Schon Volta hat daher anstatt der vorhin beschriebenen andere Formen der Säule angewandt[3]). Zunächst baute er die Säulen zwischen horizontalen Glasträgern horizontal, wodurch das Auspressen der feuchten Tuchscheiben und somit das rasche Austrocknen vermindert wurde. Um die Bedeckung des Zinkes mit dem Salze und die Nebenschliefsungen von Pol zu Pol zu vermindern, konstruierte er die Tassen- und Bechersäule Fig. 110. Anstatt der runden Metallscheiben dienen zu derselben rektanguläre Metallstreifen a, b, c. Dieselben sind U-förmig gebogen, der eine vertikale Schenkel des U ist von Zink und an den horizontalen Teil des Kupferstreifens angelötet. In dem letzten Becher zur Rechten steht dem letzten Zinkstreifen gegenüber ein Kupferstreifen, welcher bei B eine Klemme zur Aufnahme des Drahtes trägt; ebenso steht in dem ersten Becher dem Kupfer gegenüber ein Zinkstreifen, welcher ebenfalls mit einer Klemmschraube versehen ist.

1) *Jäger*, Gilberts Annalen Bd. XLIX und LII. Man sehe auch *Wiedemann*, Elektricitätslehre Bd. I, §. 290 ff.
2) *Erman*, Gilberts Annalen Bd. XXV.
3) *Volta*, Gilberts Annalen Bd. VI.

Digitized by Google

Wie man sieht, ist im übrigen die Anordnung dieses Apparates ganz die der Säule, es folgen sich *Zn F Cu*, *Zn F Cu*, u. s. f. Bei der Verbindung von *A* und *B* geht der positive Strom von *B* nach *A*, es ist

Fig. 110.



also *B* der positive, *A*, das Zinkende, der negative Pol der Säule. Ist die Säule nicht geschlossen, so ist bei *A* freie negative, bei *B* freie positive Elektricität.

Da die einzelnen Zink-Kupferpaare in verschiedenen Bechern stehen, so findet aufser durch den Verbindungsdraht keine leitende Verbindung von Pol zu Pol statt, und da die Metalle in den Flüssigkeiten selbst stehen, so kann ein Austrocknen der feuchten Leiter und ein Ansetzen des krystallinischen Salzes an den Zinkstreifen nicht stattfinden, die Leitung in der Säule wird mit der Zeit nicht allmählich schlechter.

Der Aufbau einer Voltaschen, auch einer Tassensäule, von vielen Elementen ist immer eine langwierige Arbeit, besonders da man die einmal zusammengesetzten Säulen nach jedem längeren Gebrauche wieder auseinandernehmen mufs, weil sie auch in der letzten Form allmählich an Kraft verlieren, und weil sie sonst zu rasch verbraucht werden. Man hat deshalb die Apparate vielfach geändert, um sie so bequemer zum Gebrauche zu machen.

Fig. 111.

Der Cruickshanksche Trogapparat[1]) (Fig. 111) braucht nicht nach dem Gebrauche auseinandergenommen zu werden, er wird aufser Thätigkeit

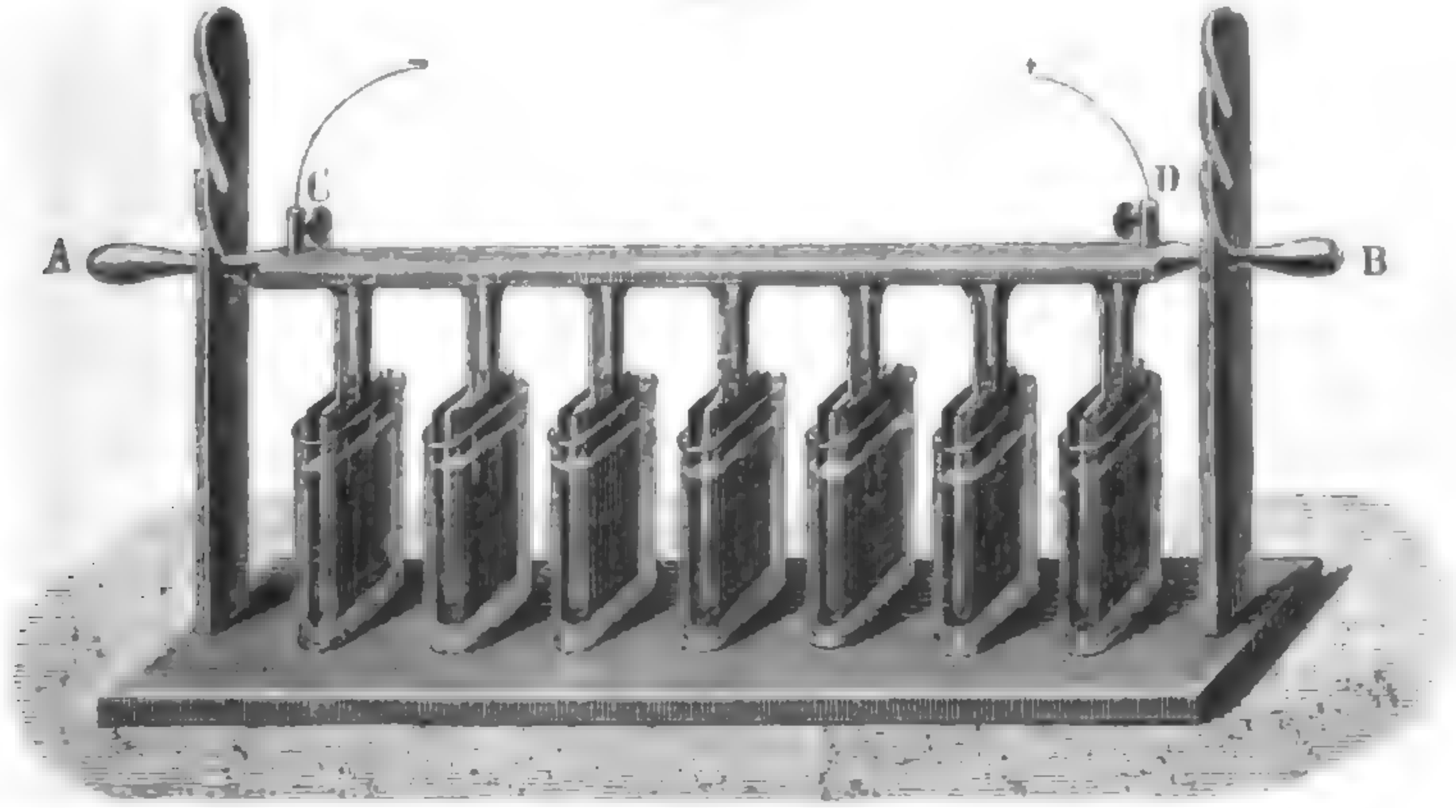
1) *Cruickshank*, Gilberts Annalen Bd. VII.

Digitized by Google

gesetzt, indem man einfach das mit Schwefelsäure angesäuerte Wasser aus dem Apparate ausgiefst. Quadratische Kupfer- und Zinkplatten sind ihrer Fläche nach, je eine Kupfer- und Zinkplatte zusammengelötet. Dieselben sind, in der Fig. 111 angegebenen Weise, in einen Holztrog eingesetzt, so dafs sie in die Fugen der Seitenwände eingreifen. Häufig sind sie auch in diese Fugen eingekittet. Um den Apparat in Thätigkeit zu setzen giefst man nur in die Zwischenräume von je zwei Plattenpaaren das angesäuerte Wasser. Die letzten Platten A, B brauchen natürlich keine Doppelplatten, sondern nur die eine von Zink, die andere von Kupfer zu sein. Wenden die Platten alle nach A ihre Kupferseite, nach B ihre Zinkseite, so mufs in dem Falle A eine Zinkplatte, B eine Kupferplatte sein, und wie man sieht, ist dann wie bei der Voltaschen Säule das Zinkende der negative, das Kupferende der positive Pol.

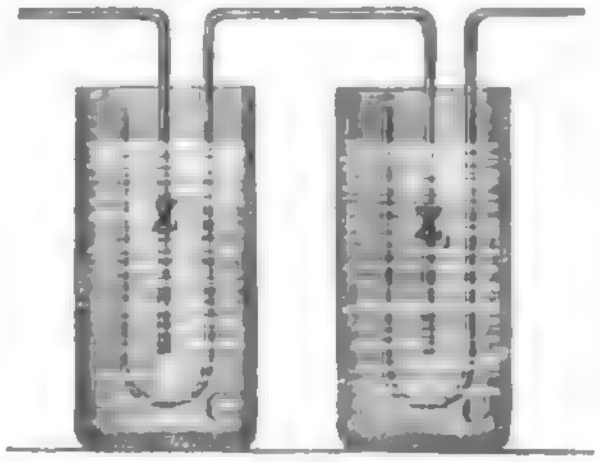
Die Wollastonsche Säule[1]) ist eine Verbesserung der Voltaschen Tassensäule. Er befestigte (Fig. 112) die einzelnen Zink- und Kupferpaare an einem Holzrahmen A, B, so dafs sie alle zugleich aus den Bechern herausgehoben und wieder hineingelassen werden können. Zu-

Fig. 112.



gleich gab er, um die Oberfläche des Kupfers zu vergröfsern, und so, wie wir später nachweisen werden, die Leitungsfähigkeit der Säule zu verbessern, den Metallen die in Fig. 113 in vergröfsertem Mafsstabe dargestellte Form.

Fig. 113.



Die Kupferplatte C umgiebt die Zinkplatte Z, welche eine Gröfse von mehreren Quadratcentimetern hat, von beiden Seiten; sie ist dann mit einem Kupferstreifen, gerade wie bei der Tassensäule, an das folgende Zink Z_1 angelötet, welches seinerseits von der Kupferplatte C_1 umgeben ist. Die Kupferstreifen, welche die Kupfer- und Zinkplatten verbinden, sind isoliert an dem Holzrahmen AB befestigt. Der letzte Kupferstreifen ist mit der Klemmschraube D, der mit der

1) *Wollaston*, Gilberts Annalen Bd. LIV.

Digitized by Google

ersten Zinkplatte verbundene Kupferstreifen ist mit der Klemmschraube *C* in leitender Verbindung. *D* ist demnach wieder der positive, *C* der negative Pol.

Der Holzrahmen *AB* ruht auf den Einschnitten der Holzständer, welche an den Seiten der Säule auf demselben Fufsbrette stehen, auf welchem die Säule steht; verschiedene Einschnitte in den Ständern gestatten die Metalle ganz aufserhalb der Flüssigkeit aufzuhängen oder mehr oder weniger tief einzusenken.

Die Wollastonsche Anordnung der Metalle ist später noch mannigfach abgeändert worden. So wandte Young[1]) doppelte Zink- und doppelte Kupferplatten an, Fig. 114, so dafs sowohl das Zink auf beiden Seiten von Kupfer, wie auch das Kupfer auf beiden Seiten von Zink umgeben ist. Die Zinkplatten *ZZ* sind mit einander durch den Zinkstreifen *z* mit den folgenden, unter sich durch den Kupferstreifen *k* verbundenen Kupferplatten *KK* durch den Streifen *a* in metallische Verbindung gebracht.

Wenn es sich bei diesen Apparaten nur darum handelt, einen kräftigen galvanischem Strom in dem die Pole verbindenden Drahte zu erhalten, so ist es nicht notwendig, die einzelnen Metallkombinationen, wie es Wollaston that, in besondere Gefäfse zu tauchen, sondern man kann sie dann, ohne eine merkliche Schwächung des Stromes, in dieselbe Flüssigkeit, als in einen grofsen Trog setzen. Der Grund ist, wie wir später nachweisen werden, der, dafs der Widerstand, welchen die Elektricität in der Flüssigkeit findet, sehr viel bedeutender ist als derjenige im Schliefsungsdrahte. Wenn aber der an den Polen angesammelten Elektricität zwei Wege zur Ausgleichung geboten werden, welche verschiedenen Widerstand leisten, so ist die durch jeden Weg strömende Elektricitätsmenge dem Widerstande des Wegs umgekehrt proportional. Eine Vereinfachung der Wollastonschen Einrichtung ist es daher, wenn man anstatt der einzelnen Gefäfse nur einen gemeinsamen Trog anwendet.

Fig. 114.

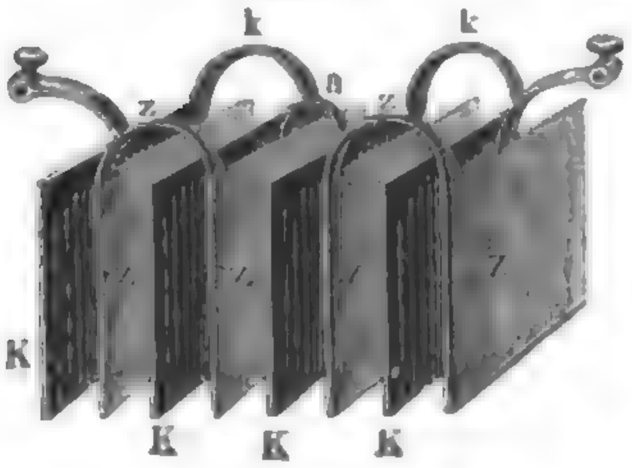


Fig. 115.

Will man die einzelnen Gefäfse beibehalten, so kann man, wie es Oersted[2]) that, die Kupferplatte selbst als Gefäfs anwenden. Oersted gab seiner Säule die Form Fig. 115. Die Kupferplatten erhielten die Gestalt von unten geschlossenen Doppelcylindern *K*, die Zwischenräume zwischen den äufseren und inneren Kupfercylindern werden mit der verdünnten Schwefelsäure gefüllt und dann werden die Zinke ebenfalls in Form von Cylindern, welche unten aber offen sind, in den ringförmigen Zwischenraum hineingesetzt. Um die metallische Berührung des Kupfers mit dem eingesetzten Zinkcylinder zu verhindern, kann man dem letzteren unten

1) *Young*, Philosophical Magazin Bd. X. 1837. Poggend. Ann. Bd. XL.
2) *Oersted*, Schweiggers Journal Bd. XX. Jahrgang 1818.

Digitized by Google

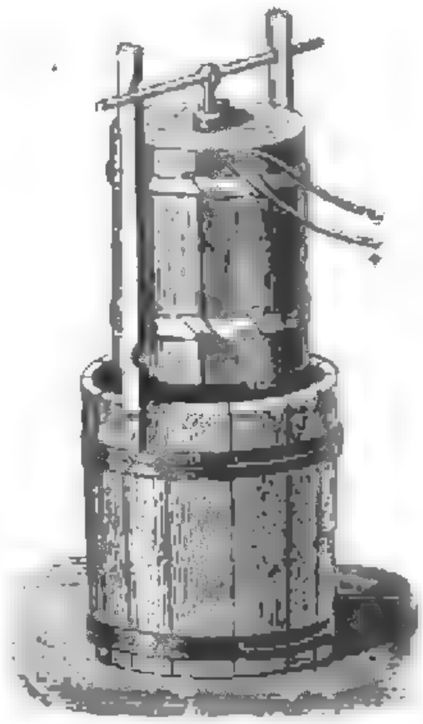
einen Korkring geben. Die Cylinder tragen angesetzte Streifen, welche oben Quecksilbernäpfchen tragen, in welche man die Enden der Drähte, welche die aufeinander folgenden Zink- und Kupfercylinder mit einander verbinden, oder die Enden der den Stromkreis schliefsenden Drähte einsetzt.

Eine noch bedeutendere Verminderung des Widerstandes als die Elemente von Wollaston, Young und Oersted darbieten, erreicht man mit manchen anderen Anordnungen, so ganz besonders mit der Anordnung von Hare[1]). Derselbe wickelt zwei durch Tuchstreifen vor metallischer Berührung bewahrte Bleche, eines von Kupfer, das andere von Zink, von vielleicht 0,5 m Breite und mehreren Metern Länge um einen Holzcylinder. Dieselben werden dann in einen mit verdünnter Schwefelsäure gefüllten Holzeimer gesetzt. Verbindet man die Enden des Kupfers und des Zinks durch einen kurzen Draht, so cirkuliert durch denselben ein äufserst kräftiger Strom. Weil man mit einem solchen Apparat leicht Drähte zum Glühen bringen kann, nennt man sie Kalorimotoren.

Aufser den angegebenen hat man noch Säulen der verschiedensten Formen gebildet[2]), deren Beschreibung indes überflüssig ist.

Nur erwähnen müssen wir hier noch, dafs man anstatt Kupfer und Zink mehrfach andere Metalle und zuweilen auch wohl andere Flüssigkeiten als verdünnte Schwefelsäure angewandt hat.

Fig. 116.



Man benutzt anstatt des reinen amalgamiertes Zink als positives Metall. Man erreicht dadurch einen doppelten Vorteil. Zunächst ist der Zinkverbrauch bedeutend kleiner, da amalgamiertes Zink für sich von der verdünnten Schwefelsäure nicht aufgelöst wird, das Zink also nur nach Mafsgabe des benutzten Stromes durch die mit dem Strome auftretenden chemischen Prozesse verbraucht wird.

Zweitens aber ist die elektrische Differenz zwischen Kupfer und amalgamiertem Zink eine gröfsere als zwischen Kupfer und gewöhnlichem Zink, indem das amalgamierte Zink gegen gewöhnliches selbst positiv elektrisch ist, eine Erfahrung, welche um so auffallender ist, da das Quecksilber in den Spannungsreihen zu den negativen Metallen gehört, und für welche man noch keine stichhaltige Erklärung gefunden hat. Einen ähnlichen Einflufs zeigt das Quecksilber auch bei der Amalgamierung anderer Metalle, es verändert deren Stellung in der Spannungsreihe, jedoch nicht alle nach der positiven Seite. So ist nach Poggendorff[3]) amalgamiertes Zinn und amalgamiertes Blei positiver als gewöhnliches Zinn und gewöhnliches Blei, dagegen amalgamiertes Kadmium gegen gewöhnliches negativ, und ebenso auch amalgamiertes Eisen negativ gegen nicht amalgamiertes.

Als negatives Metall hat man in der Kette Platin oder platiniertes,

1) *Hare*, Gilberts Annalen Bd. LXXI.

2) Unter andern *Faraday*, Experimental researches. X. Reihe. Poggend. Ann. Bd. XXXVI.

3) *Poggendorff*, Poggend. Ann. Bd. L.

d. h. mit Platinschwamm überzogenes Silber angewandt[1]). Ketten aus amalgamiertem Zink, verdünnter Schwefelsäure und platiniertem Silber, Smeesche Ketten, sind viel kräftiger als Zink-Kupfer-Ketten. In diesen Ketten ist das Platin in Form des Platinschwammes an die Stelle des Kupfers getreten, und man hat es daher versucht, an die Stelle des teuren Silbers andere Metalle als Unterlage für das Platin zu wählen. Nach Paterson[2]) soll das Eisen dazu vorzüglich geeignet sein, welches man dadurch platiniert, dafs man es einfach in eine Lösung von Platin in Königswasser taucht.

Auch Eisen allein hat man als negatives Metall in der Kette angewandt[3]) und gefunden, dafs trotzdem, dafs Eisen in den Spannungsreihen näher bei dem Zink steht als das Kupfer, die aus Zink, verdünnter Schwefelsäure und Eisen gebildeten Ketten wirksamer sind als die Zink-Kupfer-Ketten. Den Grund dieser auffallenden Erscheinung werden wir später kennen lernen.

Als Flüssigkeiten hat man anstatt der verdünnten Schwefelsäure mehrfach andere angewandt: verdünnte Salpetersäure, Kupfervitriollösung, Zinkvitriollösung, Salmiaklösung u. a. m. Die Ketten werden dadurch nicht wesentlich geändert[4]).

§. 77.

Die konstanten Ketten. Die sämtlichen in dem vorigen Paragraphen beschriebenen und mit ihnen alle Ketten, welche aus zwei Metallen und einer Flüssigkeit konstruiert sind, haben den grofsen Fehler, dafs sie bald nach ihrer Zusammenstellung von viel schwächerer Wirkung sind als zu Anfang. Der Grund dieser Schwächung liegt hauptsächlich darin, dafs sich infolge des die Kette durchfliefsenden Stromes in der Kette selbst eine elektromotorische Kraft ausbildet, welche einen dem Strome der Kette entgegengesetzten Strom erzeugt. Der durch die Kette selbst hindurchfliefsende Strom zersetzt nämlich die zwischen den Metallen befindliche Flüssigkeit, die verdünnte Schwefelsäure; die Bestandteile derselben, SO_4 und Wasserstoff, werden dadurch zu den Metallen geführt und bedecken dieselben. Da nun in der Kette der Strom stets von dem positiven zu dem negativen Metalle, also von dem Zink zum Kupfer fliefst, so setzt sich der Wasserstoff an dem Kupfer ab, der Atomkomplex SO_4 am Zink. Letzterer verbindet sich mit einem Molekül Zink zu Zinksulphat, $ZnSO_4$, und dieses löst sich im Wasser auf. Der Wasserstoff dagegen wird an der Oberfläche des Kupfers kondensiert und bedeckt dieselbe in ähnlicher Weise, wie der Wasserstoff sich am Platin der Groveschen Gaselemente verdichtet. Da nun das Kupfer, wie alle negativen Metalle der Ketten, das Wasser für sich nicht zersetzen kann, so

1) *Smee,* Philosophical Magazin Bd. XVI. Poggend. Ann. Bd. LI. S. 379.

2) *Paterson,* Mechanics Magazin vol. XXXIII. Doves Repertorium Bd. VIII. S. 3.

3) *Roberts,* Philosophical Magazin vol. XVI. Poggend. Ann. Bd. XLIX. Siehe auch Poggend. Ann. Bd. LV. S. 337.

4) Eine Zusammenstellung der vielfachen Modifikationen der Voltaschen Säule siehe aufser Wiedemann a. a. O. auch Doves Repertorium Bd. VIII. S. 1 ff. von Beetz.

Digitized by Google

tritt hier wie in den Gassäulen eine elektromotorische Kraft auf, welche einen Strom veranlafst, der in der Flüssigkeit von dem Kupfer zum Zink fliefst, also demjenigen entgegengesetzt, welcher durch die sonst in der Kette vorhandenen elektromotorischen Kräfte erzeugt wird.

Um diesen Fehler zu verbessern, mufs man deshalb dafür sorgen, dafs während der Wirkung des Stromes das negative Metall nicht mit Wasserstoff bedeckt wird. Man hat dazu früher manche Mittel angewandt, welche teils auf mechanischem, teils auf chemischem Wege das Anlegen des Wasserstoffes an dem negativen Metalle verhindern sollten[1]); indes wurde hierdurch die Wirkungsabnahme der Kette nur etwas verzögert, nicht aber verhindert.

Der erste, welcher diese Schwächung der Kette vollständig verhinderte, und welcher Ketten aufbaute in der ausgesprochenen Absicht, die durch Bedeckung der negativen Metalle mit Wasserstoff auftretende elektromotorische Kraft zu beseitigen, war Daniell[2]), indem er verhinderte, dafs in der Umgebung des negativen Metalles Wasserstoff auftritt. Die Form, welche Daniell seiner Batterie gab, ist folgende.

In einen Kupfercylinder, dessen Boden in der Mitte durchlöchert ist, ist ein Stück einer Ochsengurgel *o* (Fig. 117) aufgehängt, welches unten

Fig. 117.

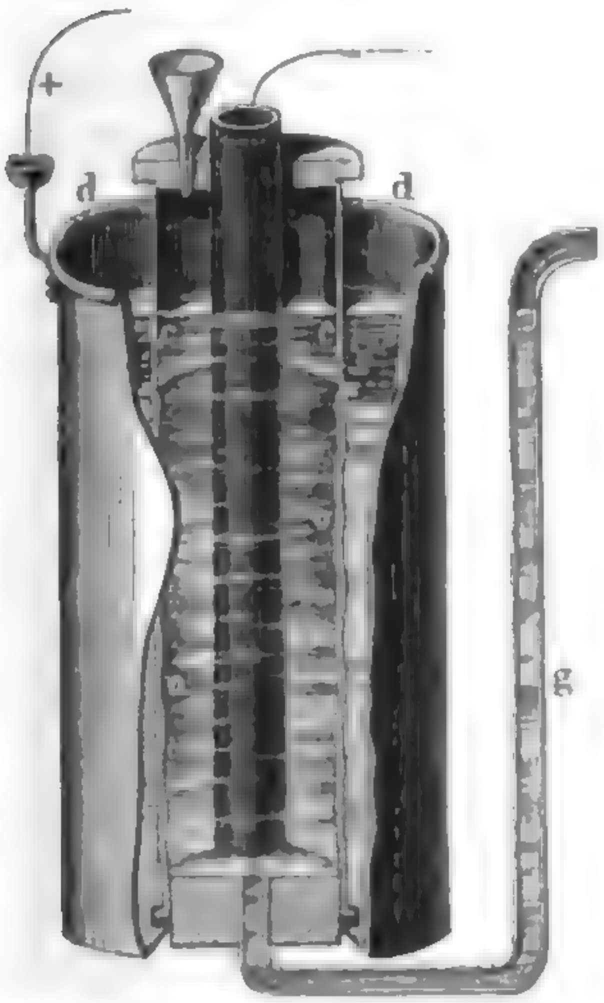


Fig. 118.

Fig. 119.

durch einen Korkpfropf geschlossen ist, der zugleich die Öffnung des Kupfercylinders verschliefst. Die Ochsengurgel ist oben an einen Cylinder *c* befestigt, der sich in der Mitte des siebförmigen Deckels *d* befindet. Durch die Mitte des Korkpfropfens reicht in die Ochsengurgel das ge-

1) Man sehe darüber Doves Repertorium. Bd. VIII. S. 5, auch Wiedemanns Galvanismus Bd. I. §. 270 f. 2. Aufl.

2) *Daniell*, Philosophical Transactions 1836 u. 1837. Poggend. Ann. Bd. XLII. und Bd. LX.

Digitized by Google

bogene Glasrohr *g*. Der Kupfercylinder wird mit einer konzentrierten Lösung von Kupfervitriol gefüllt und, um dieselbe immer konzentriert zu erhalten, der Deckel mit Krystallen des Salzes bedeckt. Die Ochsengurgel wird mit verdünnter Schwefelsäure gefüllt. In die Schwefelsäure taucht ein amalgamierter Zinkcylinder, welcher in dem hölzernen Deckel des Cylinders *c* befestigt ist. In diesem Deckel befindet sich zugleich ein Trichter, der den Zweck hat, frische verdünnte Schwefelsäure nachzufüllen. Ist die Schwefelsäure nämlich eine Zeit lang im Gebrauch so löst sie infolge der mit dem Strome verbundenen chemischen Prozesse Zink auf; die Lösung des schwefelsauren Zinkoxydes ist schwerer als die Schwefelsäure; sie sinkt deshalb zu Boden und bei dem Nachfüllen der Schwefelsäure fliefst sie durch das gekrümmte Rohr *g* ab.

An dem Kupfercylinder und an dem Zink sind entweder Metallstreifen, an denen Klemmschrauben befestigt werden können, oder es sind daran Quecksilbernäpfchen angebracht, welche die Enden der Leitungsdrähte aufnehmen.

Die Form des Daniellschen Elementes ist mehrfach geändert worden; die jetzt gebräuchlichste Form zeigt Fig. 118. In einem Glasgefäfse steht ein hohler, unten und oben offener Kupfercylinder, in diesem ein unten geschlossener Cylinder von porös gebrannter Porzellanmasse, sogenannte Thonzellen, und in diesen steht das Zink, entweder in Form eines massiven oder hohlen Cylinders, oder in Form eines Kreuzes Fig. 105. An dem Kupfer sowohl als an dem Zink sind Metallstreifen befestigt, an denen die Klemmschrauben zur Aufnahme der Leitungsdrähte angebracht werden.

Das Glas wird mit einer konzentrierten Lösung von Kupfervitriol, die Thonzelle mit der verdünnten Schwefelsäure gefüllt.

Um die Richtung des Stromes in diesem Elemente bei Verbindung des Zinks mit dem Kupfer zu bestimmen, haben wir nur die in demselben thätigen elektromotorischen Kräfte aufzusuchen. Dieselben sind

$$HgZn \mid Cu + H_2SO_4 \mid HgZn + CuSO_4 \mid H_2SO_4 + Cu \mid CuSO_4.$$

Die elektromotorische Kraft zwischen den beiden Flüssigkeiten ist nach den Untersuchungen Fechners zu vernachlässigen. Nach den Untersuchungen von Kohlrausch (§. 70) ist

$$Zn \mid Cu = 100,\ H_2SO_4 \mid HgZn = 149,\ Cu \mid CuSO_4 = -21{,}5.$$

Setzen wir in Ermangelung genauer Zahlen $HgZn \mid Cu$ ebenfalls gleich 100, so ist die Summe der elektromotorischen Kräfte

$$100 + 149 - 21{,}5,$$

woraus folgt, dafs der positive Strom in dem Verbindungsdrahte von dem Kupfer zum Zink, im Elemente durch die Flüssigkeit vom Zink zum Kupfer geht; es ist also auch hier das negative Metall der positive Pol.

Die Konstanz der Daniellschen Kette ist eine Folge der in derselben vor sich gehenden chemischen Prozesse; wir werden dieselben an einer anderen Stelle ausführlich betrachten; hier sei nur erwähnt, dafs ebenso, wie die verdünnte Schwefelsäure, auch die Lösung von schwefelsaurem

Digitized by Google

Kupferoxyd zersetzt wird, und dafs es in dieser das Salz ist, welches in seine Bestandteile zerlegt wird. Dasselbe zerfällt in SO_4 und in Cu, und das Kupfer schlägt sich auf den Kupfercylinder nieder; es tritt hier also an dem negativen Metalle überhaupt kein Wasserstoff auf, so dafs die elektromotorische Kraft zwischen Wasserstoff und Kupfer gar nicht zur Thätigkeit kommen kann. Daraus ergiebt sich, dafs die Kette so lange von konstanter Wirksamkeit sein mufs, als die Kupferlösung hinreichend konzentriert ist.

Die verdünnte Schwefelsäure nimmt man in diesen Elementen 1 Teil Schwefelsäure auf 12—20 Teile Wasser, konzentriertere anzuwenden ist nicht ratsam, da sonst die Zinkcylinder, wenn sie etwa an einer Stelle nicht gut amalgamiert sind, zu stark angegriffen werden.

Man kann ohne die elektromotorische Kraft der Kette zu schmälern anstatt der Schwefelsäure auch eine Lösung von Zinkvitriol anwenden. Daraus folgt, dafs die an dem ursprünglichen Daniellschen Elemente angebrachte Röhre *g* zum Ablassen der entstandenen Lösung und das Nachfüllen neuer Schwefelsäure zum Konstanthalten der elektromotorischen Kraft nicht erforderlich ist.

Da, wie wir später sehen werden, die Wirksamkeit eines Elementes nicht allein von der Gröfse der elektromotorischen Kraft, sondern auch von der Leitungsfähigkeit der Elemente abhängig ist, so müssen die Thonzellen möglichst dünn und nicht zu dicht gebrannt sein; einmal schwach gebrannte möglichst poröse Zellen sind die besten, da die Porzellanmasse selbst nicht leitend ist, sondern nur die die Poren ausfüllende Flüssigkeit. Es ist gut, wenn man bei der Füllung immer zuerst die Thonzellen mit der Schwefelsäure füllt, so dafs die Poren vollständig mit ihr gefüllt sind, ehe man auswärts die Lösung von Kupfervitriol einfüllt, so dafs in die Thonmasse ebenfalls nur durch Diffusion das Kupfersalz eindringen kann. Der Grund ist, weil sonst der bei der Auflösung des Zinks bleibende, die dem Zink stets beigemischten fremden Metalle enthaltende Zinkschlamm, welcher sich an die Innenwand der Thonzelle anlegt, das Kupfer aus seiner Lösung ausfällt und an und in der Wand der Zelle bedeutende Kupferniederschläge bewirkt, welche die Thonzellen bald unbrauchbar machen. Um denselben ganz zu verhindern, ist es gut[1]), den Boden und die Seitenwand bis zu der Höhe, bis zu welcher der Zinkschlamm sich absetzt, mit Stearin zu tränken.

Die Form der Daniellschen Kette ist mehrfach geändert worden, besonders um lange Zeit möglichst konstante, wenn auch schwache Ströme zu erhalten. Alle diese Modifikationen kommen darauf hinaus, die Mischung der beiden Flüssigkeiten möglichst zu verlangsamen, was entweder durch eine besondere Anordnung der Diaphragmen wie von Buff[2]) und Siemens[3]) erreicht wird, oder dadurch, dafs man ohne Diaphragmen die Flüssigkeiten ihrem specifischen Gewichte nach über einander schichtet, wie es in dem von Meidinger[4]) konstruierten Elemente geschieht. Meidinger stellt auf den Boden eines Glasgefäfses Fig. 120, welches bei *a* etwas verengert

---

1) *Place*, Poggend. Ann. Bd. C.
2) *Buff*, Liebigs Annalen Bd. LXXXV.
3) *Siemens*, Poggend. Ann. Bd. CVIII. S. 608.
4) *Meidinger*, Poggend. Ann. Bd. CVIII.

Digitized by Google

ist, einen Kupferring *K*, von welchem aus ein innerhalb des Gefäfses mit Guttapercha umhüllter Draht durch den Deckel des Gefäfses bis *p* heraufgeführt ist. Auf die Verengerung des Gefäfses bei *aa* ist ein Zinkring gestellt, von welchem ein Draht *n* aus dem Gefäfse hervorragt.

Durch eine mittlere Durchbohrung des Deckels ist eine Glasröhre *R* in das Gefäfs herabgesenkt, bis etwa in die Mitte des Kupferringes, welche unten eine enge Öffnung hat. Die Röhre wird mit Krystallen von Kupfervitriol und dann das ganze Gefäfs mit einer Lösung von schwefelsaurer Magnesia gefüllt. Das Kupfersalz löst sich dann in der Salzlösung und die Kupferlösung sinkt, sobald sie hinreichend konzentriert und dadurch specifisch schwerer geworden ist als die Bittersalzlösung, auf den Boden des Gefäfses und umspült den Kupferring. Da die Kupferlösung in jene des Bittersalzes nur sehr langsam diffundiert, so bleibt das Element sehr lange konstant, wenn nur dafür gesorgt wird, dafs in der Röhre *R* stets hinreichender Vorrat von Kupfervitriol ist.

Bedeutend kräftiger und fast ebenso konstant als die Daniellschen sind die Groveschen Elemente[1]). Die äufsere Form derselben, wie sie jetzt allgemein gebräuchlich sind (Fig. 121), ist derjenigen der Daniellschen ganz ähnlich. In ein ebensolches Glasgefäfs wird ein unten und oben offener Zinkcylinder gestellt, in diesen eine Thonzelle und in die letztere ein *S* förmig gebogenes Platinblech Fig. 122. Letzteres ist in

Fig. 120.

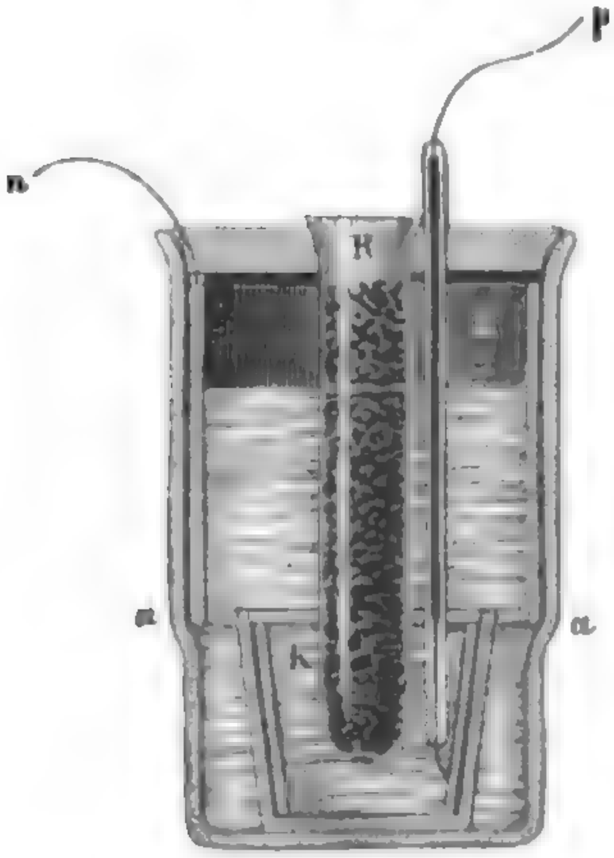


Fig. 121.

Fig. 122.

einem unten mit Schwefel ausgegossenen Holzdeckel befestigt, welcher, wenn das Blech in die Thonzelle eingesetzt ist, dieselbe bedeckt. Statt der Holzdeckel wendet man auch solche von Porzellan an. Die Deckel haben in ihrer Mitte einen kleinen Schlitz, durch welchen ein an das Blech angenieteter plattgeklopfter Platindraht hindurchreicht, der zwischen zwei auf dem Deckel befestigte Kupferstreifen eingeklemmt ist, welche

1) *Grove*, Comptes Rendus T. VIII. p. 567. Poggend. Ann. Bd. XLVIII.

Digitized by Google

die Klemmschraube zur Aufnahme der Leitungsdrähte tragen. Der Zinkcylinder trägt eine ebensolche Klemmschraube. Das Glas wird mit verdünnter Schwefelsäure und die Thonzelle mit ganz konzentrierter Salpetersäure gefüllt, so dafs also in diesem Elemente die Reihenfolge der elektromotorisch wirksamen Substanzen ist: Zink, Schwefelsäure, Salpetersäure, Platin.

Die Richtung des Stromes ergiebt sich wieder aus einer Betrachtung der elektromotorischen Kräfte; dieselben sind, wenn Zink und Platin mit einander durch einen Draht verbunden sind,

$$Hg\,Zn \mid Pt + H_2SO_4 \mid Hg\,Zn + HNO_3 \mid H_2SO_4 + Pt \mid HNO_3$$

oder in Zahlen, wenn wir wieder für $Hg\,Zn \mid Pt$ in Ermangelung einer genauern Zahl $Zn \mid Pt$ einsetzen, nach Kohlrausch

$$123 + 149 + 149,$$

da wir auch hier die elektrische Differenz zwischen den Flüssigkeiten vernachlässigen dürfen.

Es ergiebt sich daraus, dafs durch den Draht die positive Elektricität von dem Platin zum Zink, in der Flüssigkeit vom Zink zum Platin geht. Es ist also auch hier das in der Spannungsreihe negativere Metall der positive Pol, das positive Metall der negative Pol. Zugleich ergiebt sich, dafs die resultierende elektromotorische Kraft in dem Groveschen Elemente ungefähr 1,8 mal so grofs ist, als in dem Daniellschen, denn in letzterem ist dieselbe gleich 227,5, in dem Groveschen dagegen 421.

Die Konstanz der Groveschen Kette beruht auf der oxydierenden Wirkung der konzentrierten Salpetersäure; der bei der Zersetzung des Wassers frei werdende Wasserstoff entzieht der Salpetersäure Sauerstoff und bildet mit demselben Wasser. Die Salpetersäure wird dabei zu Stickoxyd reduziert, welches sich teils unter Bildung von Untersalpetersäure in der Salpetersäure löst und dieselbe grün färbt, teils aus der Flüssigkeit entweicht und an der Luft sich zu den braunen Dämpfen der Untersalpetersäure oxydiert.

Die elektromotorische Kraft der Groveschen Kette bleibt deshalb im wesentlichen ungeändert, so lange noch hinreichend Salpetersäure zugegen ist, um den bei der Zersetzung des Wassers frei werdenden Wasserstoff zu oxydieren.

Wegen ihrer bedeutend gröfseren Stärke ist die Grovesche Kette der Daniellschen überlegen, sie hat indes gegenüber derselben zwei Nachteile; der erste ist, dafs sie wegen der Verwendung des Platin und auch der Salpetersäure bedeutend teurer ist als die Daniellsche; der zweite liegt in der Gasentwickelung, welche während ihres Gebrauches stattfindet. Die sauren Dämpfe der Untersalpetersäure sind sowohl der Gesundheit nachteilig, als auch verderben sie die metallischen Apparate, mit denen man arbeitet. Aus dem letzteren Grunde ist es ratsam, bei dem Gebrauche diese Batterie in einem besonderen, mit einem Abzuge versehenen Raume aufzustellen.

Die grofse Kostbarkeit der Groveschen Kette, welche hauptsächlich in der Verwendung des Platin ihren Grund hat, hat dazu geführt, das Platin durch Kohle zu ersetzen.

Digitized by Google

Die Anwendung der Kohle wurde zuerst vorgeschlagen von Cooper[1]); in die Praxis ist sie indes erst übergegangen, seit Bunsen die nach ihm benannte Zinkkohlenkette, die Bunsensche Säule oder Bunsensche Kette konstruiert hat[2]). In der Bunsenschen Kette, wie sie jetzt gebräuchlich ist, wird die Kohle in Form hohler, unten und oben offener Cylinder angewandt, welche die Stelle der Kupfercylinder in der Daniellschen Säule einnehmen. Die Kohlen, wie sie zuerst nach Bunsens Angaben von Brettbauer in Marburg verfertigt wurden, erhält man, indem man zwei Teile backende Steinkohle und einen Teil Coaks mischt und in den betreffenden Formen von Eisenblech bei mäſsigem Feuer glüht. Die so hergestellten Cylinder werden dann in ganz konzentrierte Zuckerlösung getaucht, getrocknet und nach dem Trocknen in einem mit Kohlenstücken gefüllten bedeckten feuerfesten Kasten der mehrstündigen Einwirkung einer starken Weiſsglühhitze ausgesetzt. Die so gefertigte Kohle ist vollkommen homogen, wenig porös, nicht im mindesten abfärbend, klingend und ganz fest. Sie leitet die Elektricität wie die Metalle, und ordnet sich in die Spannungsreihe, in welcher sie noch negativer ist als das Platin.

In den Bunsenschen Elementen steht die Kohle in einem Glase (Fig. 123), in dem Kohlencylinder steht ebenso eine poröse Thonzelle und in dieser das amalgamierte Zink, entweder in der Form eines hohlen oder massiven Cylinders oder eines Zinkkreuzes. Das Glasgefäſs wird mit konzentrierter Salpetersäure, die Thonzelle mit verdünnter Schwefelsäure gefüllt.

Fig. 123.

Um den Leitungsdraht mit der Kohle zu verbinden, wird um dieselbe ein Messing- oder Kupferring gelegt und mit einer Schraube *s* festgezogen; an diesem Ringe ist der Metallstreifen befestigt, an welchem die Klemme zur Aufnahme der Leitungsdrähte angebracht ist. Damit infolge der Kapillarität die Salpetersäure in der Kohle nicht zu hoch steige und so den um die Kohle gelegten Kupferstreifen angreife, wird der obere Teil der Kohle mit heiſsem Wachs getränkt. Die Leitungsfähigkeit der Kohle wird dadurch nicht merklich vermindert. Indes hindert auch dies auf die Dauer die Oxydierung des Kupfers nicht, weshalb es vorteilhaft ist, im Innern der Ringe an das Kupfer ein Stück Platinblech anzulöten, welches von der Salpetersäure nicht angegriffen wird[3]).

In sehr ausgedehnter Weise wird zu den Bunsenschen Ketten jetzt die in den Steinkohlengasretorten abgesetzte Kohle verwandt, welche sehr kompakt und hart ist, deshalb besser leitet und in Form von Platten verwandt

1) *Cooper,* Philosophical Magazin vol. XVI. 1840. Doves Repert. Bd. VIII.
2) *Bunsen,* Poggend. Ann. Bd. LIV u. LV.
3) *Wiedemann,* Galvanismus. Bd. I, §. 281. 2. Aufl.

Digitized by Google

werden kann. Bei den mit solcher Kohle hergestellten Elementen steht in dem mit verdünnter Schwefelsäure passend gefüllten Glase der unten und oben offene Zinkcylinder, im Innern desselben die mit konzentrierter Salpetersäure gefüllte Thonzelle, in welcher sich die Kohle befindet. Um die Kohle in die Leitung einzuführen, genügt es, oben in dieselbe ein kleines Loch einzubohren, in welches entweder ein mit einer Klemmschraube versehener Kupferzapfen eingesteckt oder welches mit Quecksilber gefüllt wird, in das dann die Leitungsdrähte eingetaucht werden. Diese Art der Verbindung läfst die Kohle ebenso leicht in die Leitungen einfügen, wie irgend ein Metall, so dafs die Bunsenschen Ketten in dieser Form ebenso bequem sind wie die Groveschen.

Die Richtung des Stromes ist bei diesen Elementen dieselbe, wie bei den Groveschen, d. h. der positive Strom geht von der negativen Kohle zu dem Zink durch den die beiden verbindenden Draht, wie sich schon daraus ergiebt, dafs Zink gegen Kohle positiv, gegen die Schwefelsäure negativ ist.

Ein anderes Ersatzmittel für das Platin ist Eisen. Taucht man Eisen in ganz konzentrierte Salpetersäure, so geht es in den sogenannten passiven Zustand über, es wird von der Salpetersäure nicht mehr angegriffen und durch den Kontakt mit der Salpetersäure sehr stark positiv elektrisch. Es kann daher die Stelle des Platin vertreten; indes mufs dann immer dafür gesorgt werden, dafs es von ganz konzentrierter Säure umgeben ist, da verdünnte Salpetersäure das Eisen lebhaft angreift und durch Berührung negativ elektrisch macht.

Um die störenden untersalpetersauren Dämpfe bei den Groveschen und Bunsenschen Elementen zu vermeiden, hat man an Stelle der Salpetersäure andere oxydierende Flüssigkeiten, so besonders Chromsäure, oder eine Lösung von doppeltchromsaurem Kali mit Schwefelsäure anzuwenden versucht, die Resultate sind jedoch nicht befriedigend ausgefallen, wenigstens ist die Salpetersäure dadurch nicht verdrängt worden[1]).

Eine konstante Kette mit nur einer Flüssigkeit ist kürzlich fast gleichzeitig von Pincus[2]) und Warren de la Rue und Hugo Müller[3]) konstruiert worden. In einem Glascylinder wird unten ein kleines Gefäfs von dünnem Silberblech eingesetzt, von welchem der Leitungsdraht isoliert aus dem Glasgefäfs herausgeführt ist. Das Silbergefäfs wird mit Chlorsilber gefüllt und dann der Glascylinder mit verdünnter Schwefelsäure oder Kochsalzlösung, in welche dann das Zink getaucht wird. Die Abscheidung des Wasserstoffs am Silber wird hier durch das Chlorsilber verhindert, welches durch den abgeschiedenen Wasserstoff reduziert wird. Der Wasserstoff tritt mit dem Chlor zur Salzsäure zusammen, und das Silber scheidet sich in Form eines feinen Pulvers aus. Die Wirkung des Elementes ist demnach so lange konstant, als hinreichend Chlorsilber zur Zersetzung vorhanden ist. Diese Kette wirkt in ähnlicher Weise wie die Daniellsche, indem statt des Wasserstoffs ein Metall abgeschieden wird,

---

1) Man sehe darüber *Doves* Repertorium. Bd. VIII, S. 19 und *Wiedemann*, Galvanismus. Bd. I, §. 284 2. Aufl.

2) *Pincus*, Poggend. Ann. Bd. CXXXV.

3) *Warren de la Rue* und *H. Müller*, Poggend. Ann. Bd. CXXXV.

Digitized by Google

sie hat vor der Daniellschen den Vorzug, dafs das zu zersetzende Salz in fester Form angewandt und deshalb die Konstanz der Kette nicht durch Mischung der Lösungen gestört werden kann. Sie ist indes viel teurer als die Daniellsche Kette, ohne eine gröfsere Kraft zu besitzen.

Bunsen wendet neuerdings in seiner Kette ebenfalls nur mehr eine Flüssigkeit an[1]), nämlich Chromsäurelösung. Für eine Batterie von 40 Elementen, deren Gläser je 2 Liter Inhalt haben, werden 6,182 kg doppeltchromsaures Kali, 6,282 Liter Schwefelsäurehydrat und 60,47 Liter Wasser gemischt, und nachdem das Salz gelöst ist, die Flüssigkeit in die Elemente verteilt. In der Flüssigkeit hängen Zink- und Kohlenplatten, welche in ähnlicher Weise wie bei der Wollastonschen Kette an einem Rahmen befestigt sind, so dafs man alle Platten gleichmäfsig herausheben und einsenken kann. Indem der Wasserstoff durch die Chromsäure oxydiert wird, sind die Ströme anfangs recht konstant. Da indes die Oxydation des Wasserstoffs nicht so vollständig ist als durch Salpetersäure, nimmt die Wirkung der Kette nach einiger Zeit ab. Es genügt dann aber, die Platten kurze Zeit aus der Flüssigkeit herauszuheben, um ihre frühere Wirkung wieder zu erhalten.

Es bedarf wohl keiner besonderen Erwähnung, dafs man die Daniellschen, Groveschen und Bunsenschen Elemente ebenso zu Säulen zusammenstellen kann, wie die im vorigen Paragraphen betrachteten inkonstanten Ketten. Um einen der Voltaschen Tassensäule ganz ähnlichen Apparat zu haben, verbindet man von einer Anzahl Elemente jedes vorhergehende Kupfer oder Platin oder Kohle mit dem folgenden Zink. Fig. 124 stellt schematisch eine solche Zusammenstellung dar. Es versteht sich nach dem Vorigen von selbst, dafs auch hier das letzte Kupfer oder Platin der positive, das letzte Zink der negative Pol ist, dafs also in dem Leitungsdrahte der Strom vom Platin zum Zink geht, während in jedem Elemente der Strom von dem positiven Zink zu dem negativen Platin geht.

Ebenso kann man auch eine Anzahl Elemente zu einem dem Hareschen Kalorimotor ähnlichen Apparate zusammensetzen, also zu einem Elemente, dessen Metalle eine grofse Oberfläche haben. Man verbindet dann alle Zinke mit einander und ebenso alle Kupfer. Fig. 125 zeigt eine solche

Fig. 124.

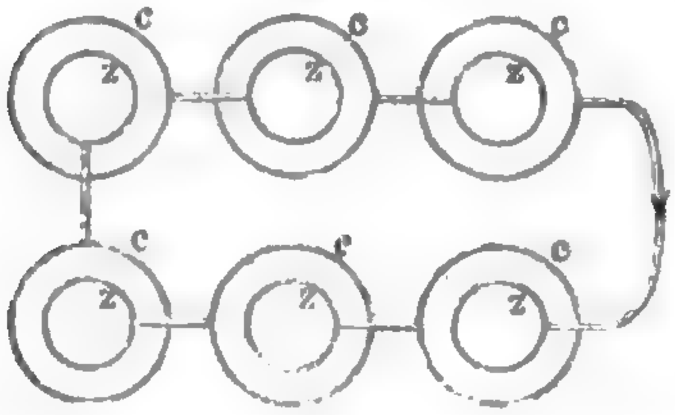
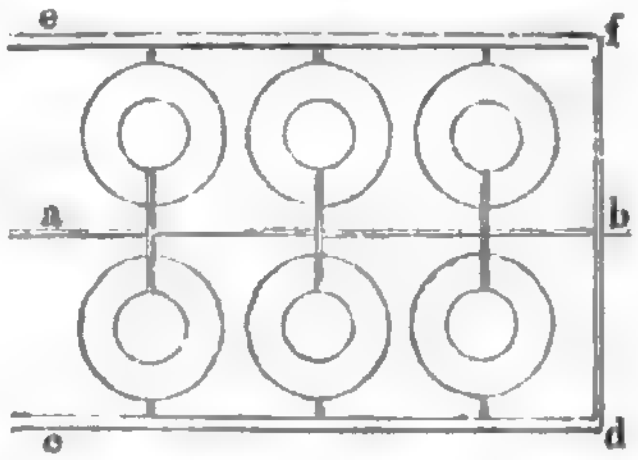


Fig. 125.



Anordnung, die Zinke sind alle mit einem Metallstreifen verbunden, der an dem mittleren Stabe ab eines Holzrahmens befestigt ist, die Kupfer oder Kohlen sind alle mit den an den äufseren Stäben cd und ef be-

1) Nach der Angabe *Wiedemanns*. Galvanismus Bd. 1, §. 278 a. 2. Aufl.

Digitized by Google

festigten Metallstreifen verbunden, welche sich auf dem Querstabe df vereinigen. Auf diese Weise sind alle Kupfer und alle Zinke mit einander in metallischer Verbindung, die Zusammenstellung wird sich also verhalten wie ein Element, dessen Oberfläche die sechsfache jedes einzelnen ist.

Wir haben die zuletzt beschriebenen Elemente konstante genannt, und in der That sind sie, so lange die Kupfersalzlösung so konzentriert ist, dafs sie merklich blau gefärbt und die Salpetersäure nicht zu verdünnt ist, keinen bedeutenden Schwächungen unterworfen; kleinere Änderungen ihrer Wirksamkeit finden jedoch, wie wir später sehen werden, statt.

§. 78.

Das Ohmsche Gesetz. Wir haben bereits früher erwähnt, dafs bei der Verbindung der beiden Pole einer Voltaschen Kombination in dem Verbindungsdrahte, wie auch in dem Elemente selbst, ein elektrischer Strom entsteht, indem die positive Elektricität durch den Stromkreis nach der einen, die negative Elektricität nach der anderen Richtung sich bewegt. Wir haben an jener Stelle auch bereits erwähnt, dafs je nach der Gröfse der in dem Stromkreise vorhandenen elektrischen Differenzen der Strom eine verschiedene Stärke haben könne, indem wir sahen, dafs je nachdem verschiedene Mengen Elektricität durch den Leiter fliefsen können. Als die Stromstärke bezeichneten wir damals beiläufig die Menge Elektricität, welche in gleichen Zeiten durch den Leiter fliefst. Wir wollen sie jetzt genauer dahin definieren, dafs die Stromstärke an einer bestimmten Stelle des Stromkreises gleich sein soll der Elektricitätsmenge, welche an dieser Stelle in der Zeiteinheit durch den Querschnitt des Leiters fliefst. Es ist jetzt unsere Aufgabe, zu untersuchen, von welchen Umständen dieselbe abhängig ist. Es wird am besten sein, wenn wir dabei jenen Weg einschlagen, welcher zur Entdeckung der die Stärke des Stromes bestimmenden Gesetze geführt hat, indem wir ähnlich wie der berühmte Entdecker, nach welchem dieses oberste Gesetz des Galvanismus benannt ist, G. S. Ohm, aus den Gesetzen der Elektricitätsleitung untersuchen, von welchen Umständen die in dem Stromkreise in gleichen Zeiten cirkulierende Elektricitätsmenge abhängt[1]). Der Weg, welchen wir dabei einschlagen, ist der von Kirchhoff angegebene[2]).

Fig. 126.

Es sei gegeben ein Daniellsches Element, welches, wie im vorigen Paragraphen gezeigt wurde, wenigstens in kurzen Zeiträumen einen konstanten Strom liefert. An dem Zink desselben bei a (Fig. 126) sei ein kurzer dicker Kupferdraht angelötet. Infolge der elektromotorischen Kräfte erhält dann der positive Pol c eine gewisse Menge positiver und der negative Pol b eine ebenso grofse Menge negativer Elektricität, seien diese Mengen, oder vielmehr die an den Polen c und b vorhandenen Werte der elektrischen Potentialfunktion gleich $\pm E$.

Nun werden die Pole b und c durch einen Draht von der Länge l und dem Querschnitte q mit einander verbunden; da nach dem vorigen Abschnitt

1) *G. S. Ohm*, Die galvanische Kette mathematisch bearbeitet. Berlin 1827.
2) *Kirchhoff*, Poggend. Ann. Bd. LVIII.

Digitized by Google

stets, wenn ein Leiter mit einem elektrisierten Körper in Berührung kommt, die Elektricität auf den ersteren übergeht, so wird von beiden Polen Elektricität auf den Draht abfliefsen und auf der Oberfläche desselben sich ansammeln. Wären *b* und *c* nur einmal mit einer gewissen Elektricitätsmenge geladen, so würde dieser Übergang von Elektricität von *b* und *c* auf den Draht und so weiter so lange dauern, bis die Elektricität sich über alle verbundenen Leiter verteilt hätte, so dafs der Wert des Potentials überall derselbe geworden wäre. Das ist aber nicht der Fall, sondern sobald von *b* und *c* Elektricität in den Draht abgeflossen ist, fliefst von den Berührungsstellen $Zn \mid Cu$, $F \mid Zn$, $Cu \mid F$ durch die Flüssigkeiten wieder Elektricität zu den Polen, und von diesen, da der Potentialwert an denselben jedenfalls gröfser ist als auf dem Drahte, wieder Elektricität auf den Draht ab. Der Draht erhält also von *c* in jedem Augenblicke positive, von *b* aber negative Elektricität. Da jeder Abflufs von *b* und *c* auf den Draht sofort wieder durch neuen Zuflufs ersetzt wird, so folgt, dafs nach einiger Zeit in dem ganzen Stromkreis ein stationärer Zustand eingetreten sein mufs, in welchem die Potentialfunktion der freien Elektricität an jedem Punkte des Stromkreises einen ganz bestimmten Wert hat. Nach Eintritt dieses Zustandes, das ergiebt sich zugleich schon, mufs das Ende *c* des Drahtes *bc* einen positiven Wert der Potentialfunktion besitzen, den wir mit ε_1 bezeichnen wollen, der jedenfalls kleiner ist als E und der von der Schnelligkeit abhängt, mit welcher einerseits die Elektricität über den Draht abfliefst, andererseits aus dem Element zu dem Pole hingelangt; die Schnelligkeit, wit welcher die Elektricität von *c* abfliefst, ist um so kleiner, diejenige, mit welcher die Elektricität zufliefst, ist um so gröfser, je kleiner der Wert von ε_1 ist. Der Wert von ε_1 mufs demnach konstant werden, sobald die Schnelligkeit des Abflusses jener des Zuflusses gleich ist. Ebenso mufs das Ende *b* des Drahtes nach derselben Zeit einen konstanten Wert ε_2 der Potentialfunktion erhalten, der von ε_1 verschieden und wenn *b* dem Pole des Elementes nahe liegt, negativ sein mufs; in welcher Weise ε_1 und ε_2 mit den Werten der Potentialfunktion der Pole des nicht geschlossenen Elementes zusammenhängen, wird nachher hervortreten. Von dem Augenblicke an, in welchem ε_1 und ε_2 konstant geworden sind, mufs auch der stationäre Zustand auf dem ganzen Drahte eingetreten sein.

Daraus folgt weiter, dafs dieser stationäre Zustand kein Gleichgewichtszustand, dafs die Elektricität in dem Stromkreise nicht in Ruhe sein kann. Denn betrachten wir irgend einen Querschnitt des Drahtes *cb*, so ist von dem aus gegen *c* gerechnet auf dem Drahte jedenfalls freie positive, gegen *b* hin freie negative Elektricität vorhanden. Die an der einen Seite vorhandene freie positive Elektricität wird eine gewisse Menge der in dem betrachteten Querschnitte vorhandenen Elektricitäten scheiden, die positive nach *b* hin abstofsen, die negative nach *c* hin anziehen; dieser Abstofsung und Anziehung wirkt die auf der anderen Seite des Querschnittes vorhandene freie Elektricität nicht entgegen, sie wird vielmehr von derselben unterstützt, da die Elektricität dort negativ ist, und somit die negative Elektricität des Querschnittes nach *c*, die positive nach *b* hin treibt. Dasselbe gilt für alle Querschnitte, so dafs also im Drahte eine stetige Bewegung der positiven Elektricität nach *b*, der

Digitized by Google

negativen nach c hin stattfindet. Da nun aber die elektrische Potentialfunktion in c und b konstant bleibt, so folgt, daſs in der Flüssigkeit eine stetige Bewegung der Elektricitäten in entgegengesetzter Richtung, der positiven nach c, der negativen nach b hin stattfinden muſs.

Daraus, daſs in dem Stromkreise ein stationärer Zustand vorhanden sein muſs, d. h. daſs ebenso wie bei b und c auch an allen Punkten des ganzen Systems die elektrische Potentialfunktion einen bestimmten und während der Dauer des Stromes konstanten Wert haben muſs, folgt weiter, daſs durch jeden Querschnitt des Leiters in gleichen Zeiten gleiche Elektricitätsmengen hindurchflieſsen müssen, daſs also in dem ganzen Stromkreise die Stromstärke dieselbe sein muſs.

Denn wäre das nicht der Fall, würde durch irgend einen Querschnitt eine gröſsere Menge von Elektricität flieſsen, als durch einen benachbarten, so würde in dem zwischen beiden enthaltenen Teile des Leiters eine Anhäufung von Elektricität, somit eine Dichtigkeitszunahme eintreten, der stationäre Zustand und mit diesem die Konstanz des Stromes wäre gestört.

Wie groſs die Elektricitätsmenge ist, welche durch jeden Querschnitt flieſst, das hängt von den Werten der elektrischen Potentialfunktion auf den verschiedenen Punkten des Leiters ab; kennen wir das Gesetz, nach welchem sich die Werte der Potentialfunktion im Leiter ändern, so erhalten wir daraus sofort auch die Menge der in der Zeiteinheit durch jeden Querschnitt des Leiters flieſsenden Elektricitätsmenge.

Denn denken wir uns an irgend einer Stelle durch den Leiter eine Niveaufläche gelegt, welche dem Potentialwerte V entspricht, und ist dV die Änderung des Potentialwertes, wenn wir uns in der Richtung der Normalen der Niveaufläche um dN von derselben entfernen, so ist zunächst

$$\mp \frac{dV}{dN}$$

die Kraft, mit welcher die auf dem Leiter vorhandene Elektricität auf die Einheit der in einem Punkte der Niveaufläche vorhandenen Elektricität einwirkt, worin das obere Zeichen für die positive, das untere für die negative Elektricität gilt. Sind beide Elektricitäten gleichzeitig vorhanden, so werden dieselben auseinandergetrieben, indem die eine nach der einen, die andere nach der gerade entgegengesetzten Richtung getrieben wird. Wir machen nun die Annahme, daſs die Geschwindigkeit, mit welcher sich die Elektricität dieser Kraft folgend durch den Leiter bewegt, in jedem Augenblicke direkt der Gröſse dieser Kraft proportional ist, oder was dasselbe ist, daſs die Bewegung der Elektricität eben nur so lange dauert, als die Kraft wirksam ist. Diese Annahme fällt mit der Voraussetzung zusammen, daſs, wenn die Kraft eine Zeit hindurch konstant wirkt, die Bewegung der Elektricität keine beschleunigte sein kann, daſs sie also in ihrer Bahn einen so groſsen Widerstand findet, daſs sie keine meſsbare Zeit nach dem Aufhören der wirksamen Kraft die ihr durch dieselbe erteilte Geschwindigkeit beibehält. Sie bewegt sich demnach in dem Leiter, wie ein Körper in einem widerstehenden Medium von im Verhältnis zu der des Körpers sehr groſser Dichtigkeit. Diese Annahme ist ein Ausdruck der Erfahrung, daſs in der That sofort jede Bewegung der

Digitized by Google

Elektricität aufhört, wenn die treibende Kraft gleich null wird, wenn also die Potentialfunktion in dem Leiter konstant wird, denn wie wir im vorigen Abschnitt sahen, tritt dann sofort in den Leitern das elektrische Gleichgewicht ein.

Die Menge der in der Zeiteinheit durch ein Element $d\omega$ der Niveaufläche hindurchfliefsenden Elektricität ist unter dieser Voraussetzung direkt der Geschwindigkeit, welche die Elektricität an der Stelle besitzt, proportional, wir können sie daher ausdrücken durch

$$e = \mp k \frac{dV}{dN} d\omega \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (\mathrm{I}),$$

wenn k eine von der Natur des Leiters abhängige Konstante, nämlich die in der Zeiteinheit durch die Flächeneinheit der Niveaufläche hindurchtretende Elektricitätsmenge ist, wenn die bewegende Kraft der Einheit gleich ist.

In der Gleichung (I) bezieht sich nach der vorhin gemachten Bemerkung das obere Vorzeichen auf die positive, das untere auf die negative Elektricität; die Gleichung giebt also sofort zu erkennen, dafs durch die Niveaufläche gleichzeitig gleiche Mengen positiver Elektricität nach der einen, negativer Elektricität nach der entgegengesetzten Richtung fliefsen

Denken wir uns jetzt eine zweite, der ersten sehr nahe Niveaufläche, welche dem Potentialwert V' entspricht, und in derselben ein dem Elemente $d\omega$ entsprechendes Element $d\omega'$. Das entsprechende Element soll so bestimmt sein, dass wir durch alle Punkte der Begrenzung von $d\omega$ Linien so legen, dafs sie alle zwischen den beiden betrachteten Niveauflächen liegenden Niveauflächen und diese selbst in normaler Richtung treffen. Das von diesen Linien aus der zweiten Niveaufläche vom Potentialwerte V' herausgeschnittene Element soll das Element $d\omega'$ sein. Die durch dieses Element in der Zeiteinheit fliefsende Elektricitätsmenge ist dann gerade wie bei der ersten

$$e' = \mp k' \frac{dV'}{dN} d\omega' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (\mathrm{Ia}).$$

Nach Eintritt des stationären Zustandes mufs durch die zweite Niveaufläche, soweit sie im Leiter befindlich ist, genau dieselbe Elektricitätsmenge hindurchfliefsen, wie durch die erste. Da aber eine Bewegung der Elektricität nur nach der Richtung der Normalen der Niveauflächen stattfindet, so verläfst die durch ein Element $d\omega$ in den Zwischenraum zwischen zwei Niveauflächen eintretende Elektricität diesen Zwischenraum nur durch das entsprechende Element $d\omega'$ der zweiten Niveaufläche. Jener stationäre Zustand kann daher nur bestehen, wenn $e = e'$, also

$$k \frac{dV}{dN} d\omega = k' \frac{dV'}{dN} d\omega' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (\mathrm{II}),$$

oder wenn, im Falle es sich um einen homogenen Leiter handelt, für welchen $k = k'$ ist,

$$\frac{dV}{dN} d\omega = \frac{dV'}{dN} d\omega' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (\mathrm{IIa}).$$

Die Gleichung, welche der Ausdruck des stationären Zustandes ist, giebt uns die erste, und in einzelnen Fällen allein ausreichende Beziehung

zur Bestimmung des Ganges des Potentialwertes. Sie beweist uns aber gleichzeitig, dafs im Innern des Leiters überhaupt keine freie Elektricität vorhanden ist, dafs die einzige freie, die Bewegung bedingende Elektricität die auf der Oberfläche des Leiters vorhandene ist. Wir haben nämlich §. 7 allgemein den Satz aufgestellt und bewiesen, dafs die in einem gegebenen rings geschlossenen Volumen vorhandene Elektricitätsmenge gleich ist der über die ganze Oberfläche ausgedehnten Summe der in jedem Elemente der Oberfläche zu demselben senkrechten, nach aufsen gerichteten Kräfte dividiert durch 4π. Wir erhalten demnach die Menge der freien Elektricität, welche in dem von den beiden Elementen $d\omega$ und $d\omega'$ und den die Grenzen derselben verbindenden Normalen umschlossenen Volumen vorhanden ist, wenn wir die Kräfte bestimmen, welche auf die verschiedenen Elemente der Oberfläche dieses Volumens nach aufsen gerichtet sind, und diese alle summieren. Zur Oberfläche senkrechte Kräfte wirken aber überhaupt an diesem Raume nur auf die Elemente $d\omega$ und $d\omega'$, da die übrige Begrenzung durch Linien gebildet ist, welche überall normal zu den Niveauflächen sind, so dafs also an alllen Punkten dieser Begrenzung die Richtung der Kraft der Begrenzungsfläche selbst parallel ist.

Die auf das Element $d\omega$ wirkende gegen das zweite Element, also nach innen gerichtete Kraft ist nun, wie wir sahen,

$$\mp \frac{dV}{dN} d\omega.$$

Die von der zweiten Niveaufläche fort, also nach aufsen gerichtete Kraft ist demnach von gleicher Gröfse, nur mit dem entgegengesetzten Vorzeichen versehen, also

$$\pm \frac{dV}{dN} d\omega.$$

Die auf das zweite Element $d\omega'$ von der ersten Niveaufläche fort, also nach aufsen wirkende Kraft ist

$$\mp \frac{dV'}{dN} d\omega'.$$

Die Summe beider somit

$$\pm \left(\frac{dV}{dN} d\omega - \frac{dV'}{dN} d\omega' \right).$$

Nach Gleichung (IIa) ist aber der Wert dieser Klammer gleich null, somit kann zwischen zwei entsprechenden Elementen zweier Niveauflächen und damit überhaupt in einem homogenen, von einem konstanten elektrischen Strome durchflossenen Leiter keine freie Elektricität vorhanden sein, oder die gesamte freie Elektricität ist die auf der Oberfläche der Leiter nach elektrostatischen Gesetzen angeordnete Elektricität. Die von dieser aus auf die neutrale im Innern des Leiters vorhandene Elektricität ausgeübte Wirkung ist, wie wir es schon vorhin allgemein ableiteten, die treibende Kraft des Stromes.

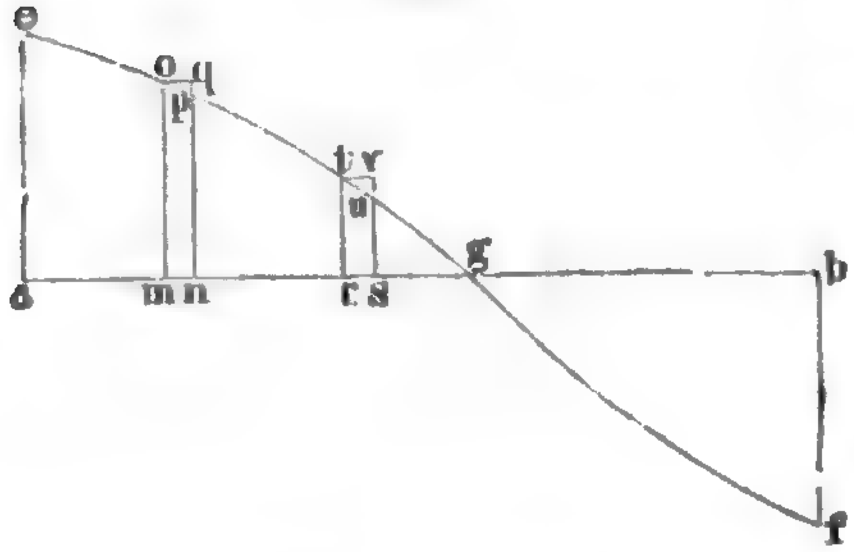
Wenden wir uns jetzt dazu, den Gang der Potentialwerte in einem Stromkreise näher zu untersuchen, um die Menge der strömenden Elektricität in ihrer Abhängigkeit von der Beschaffenheit des Stromkreises zu bestimmen. Wir beschränken uns dabei auf lineare Stromkreise, das heifst

Digitized by Google

Stromkreise, deren Querschnitt überall derselbe und gegen die Länge nur ein geringer ist. Wir haben bei dieser Untersuchung nur den Strom der positiven Elektricität ins Auge zu fassen, da, wie schon oben gezeigt wurde, die Menge der nach der entgegengesetzten Richtung fliefsenden negativen Elektricität jener genau gleich ist.

Wir denken uns einen linearen Stromkreis, der überall die gleiche Beschaffenheit hat, welcher in *ab* Fig. 127 als gerade Linie dargestellt ist, (wäre er geschlossen, so würden *a* und *b* zusammenfallen), in welchem infolge einer elektromotorischen Kraft, bei der Berührung von *a* und *b*, die Elektricität in Bewegung gesetzt wird. Wir würden einen solchen z. B. erhalten, wenn wir eine kreisförmige, mit Flüssigkeit gefüllte Röhre an einer Stelle durch eine Zink-Kupferplatte so unterbrechen, dafs die Flüssigkeit an der einen Seite mit dem Zink, an der anderen Seite mit dem Kupfer in Berührung wäre.

Fig. 127.



Die Berührungsfläche zwischen Zink und Kupfer können wir dann als den Sitz der elektromotorischen Kraft ansehen, die positive Elektricität fliefst vom Kupfer durch die Berührungsfläche zum Zink und durch die Flüssigkeit vom Zink zum Kupfer. Sei infolge der elektromotorischen Kräfte der Wert der Potentialfunktion an dem einen Ende *a* des Leiters, also etwa der am Zink anliegenden Flüssigkeitsschicht gleich ε_1, an dem anderen Ende *b* gleich ε_2.

Da wir einen überall ganz gleich beschaffenen Leiter voraussetzen, so mufs nach Eintritt des stationären Zustandes der Wert der Potentialfunktion in einem zur Axe des Leiters senkrechten Querschnitt des Leiters überall derselbe sein, oder es müssen diese durch den Leiter geführten Schnitte Niveauflächen sein. Die Werte der Potentialfunktion müssen sich aber von Querschnitt zu Querschnitt ändern, und indem man von *a* nach *b* fortschreitet, stetig von ε_1 in ε_2 übergehen. Denken wir uns den jedem Querschnitt des Leiters entsprechenden Wert der Potentialfunktion durch eine an der betreffenden Stelle errichtete Senkrechte, die positiven nach oben, die negativen nach unten dargestellt, und die Endpunkte dieser Senkrechten durch eine stetige Linie *egf* Fig. 127 verbunden, so werden uns die Ordinaten dieser Kurve an jeder Stelle den Wert der Potentialfunktion an der betreffenden Stelle geben. Da die Querschnitte des Leiters Niveauflächen sind, so fällt die Längsrichtung des Leiters mit den Normalen der Niveauflächen zusammen; wir können demnach in den Gleichungen (I) und (Ia) an Stelle der Elemente $d\omega$ und $d\omega'$ der Niveauflächen einfach den Querschnitt q des Leiters einsetzen; wir erhalten so für die durch einen von a um x entfernten Querschnitt m in der Zeiteinheit hindurchfliefsende Menge der positiven Elektricität

$$e = -\frac{V}{dx} k q,$$

Digitized by Google

wenn wir den Potentialwert bei m mit V bezeichnen und, da die Richtung der Normale mit jener der x zusammenfällt, dN mit dx vertauschen.

Aus eben dem Grunde, weil in allen Querschnitten des Leiters die Richtung der Normalen mit der Längsrichtung x des Leiters zusammenfällt, bedeutet der Quotient $\frac{dV}{dx}$ die Neigung der die Potentialwerte darstellenden Kurve egf über dem betrachteten Querschnitte m. Denn dV ist die Zunahme des Wertes von V, welche bei einem Fortschreiten um dx in der Richtung von a nach b, also wenn n ein um dx von m entfernter Querschnitt ist, von m nach n stattfindet. Ist nun np gleich dem Werte von V bei n, so ist $dV = np - mo = -pq$ und

$$\frac{dV}{dx} = -\frac{pq}{oq} = -\operatorname{tang}\alpha,$$

wenn wir mit α den Winkel poq, also den Neigungswinkel der Kurve gegen die Abscissenaxe bei m bezeichnen.

Für die durch einen zweiten Querschnitt r des Leiters, bei welchem die Potentialfunktion den Wert V' hat, in der Zeiteinheit hindurchfließende Elektricitätsmenge erhalten wir

$$e' = -\frac{dV'}{dx}\cdot kq,$$

worin gerade wie eben

$$\frac{dV'}{dx} = -\frac{uv}{vt} = -\operatorname{tang}\alpha',$$

Nach Eintritt des stationären Zustandes ist für alle Querschnitte

$$e = e', \quad \frac{dV}{dx} = \frac{dV'}{dx'}, \ \operatorname{tang}\alpha = \operatorname{tang}\alpha'$$

oder es ist über allen Querschnitten des Leiters die Neigung der die Potentialwerte darstellenden Kurve eine gerade Linie, da nur eine gerade Linie an allen Stellen gegen eine andere Gerade dieselbe Neigung besitzt. Wir erhalten dieselbe, wenn wir die Endpunkte der die Potentialwerte bei a und b darstellenden Senkrechten durch eine Gerade verbinden.

Für den Wert V der Potentialfunktion an einer um x von a entfernten Stelle erhalten wir, da ε_1 der Wert der Potentialfunktion bei a, also für $x = 0$ ist,

$$V = \varepsilon_1 - \operatorname{tang}\alpha \,.\, x$$

und den Wert von $\operatorname{tang}\alpha$ in dieser Gleichung erhalten wir aus der Bedingung, daſs wenn x gleich der Länge des Leiters ist, $V = \varepsilon_2$ wird. Bezeichnen wir die Länge des ganzen Leiters mit l, so ist

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_1 - \operatorname{tang}\alpha \,.\, l$$

$$\operatorname{tang}\alpha = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{l}$$

und damit schliesslich

$$V = \varepsilon_1 - \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{l}\, x.$$

Es folgt somit, daſs die Abnahme der Potentialfunktion der Elektricität, oder wie es Ohm nennt, das Gefälle der Elektricität in einem

Digitized by Google

homogenen Schliefsungsbogen der Differenz der Potentialwerte oder der elektrischen Differenz an den Polen direkt, dagegen der Länge des Bogens umgekehrt proportional ist. Die Potentialfunktionen nehmen in einer arithmetischen Progression ab, wenn die auf dem Schliefsungsbogen gemessenen Abstände von dem positiven Pol in einer arithmetischen Progression zunehmen.

Ist im speciellen Falle, wie bei der von uns vorher gedachten Röhre, welche an einer Stelle durch eine dünne Doppelplatte von Zink und Kupfer unterbrochen ist,

$$\varepsilon_2 = -\varepsilon_1 = -E,$$

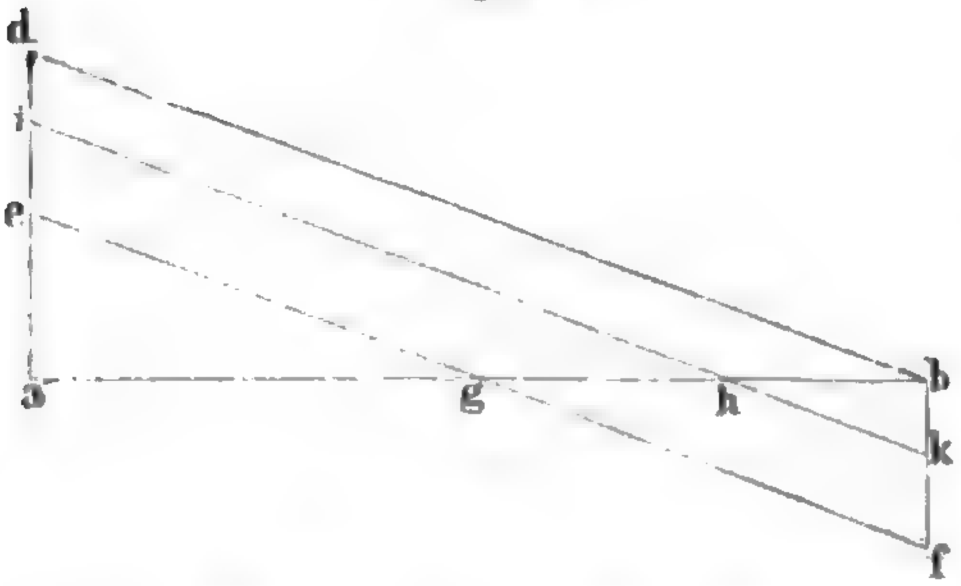
so wird

$$V = E - \frac{2E}{l}x.$$

Setzen wir dann $x = \frac{1}{2}l$, so wird $V = 0$; auf der dem positiven Pole zugewandten Hälfte des Schliefsungsbogens hat also das Potential einen positiven Wert, welcher bis zu Null abnimmt, von da ab ist gegen den negativen Pol das Potential negativ, und das negative Potential wächst bis $-E$. Bringen wir mit irgend einem Punkte des Schliefsungsbogens durch einen langen dünnen Draht einen Leiter in Verbindung, so mufs nach §. 40 dieser Leiter denselben Potentialwert annehmen wie der abgeleitete Punkt; liegt der abgeleitete Punkt zwischen $x = 0$ und $x = \frac{1}{2}l$, so mufs demnach der Leiter positiv elektrisch werden, an andern Stellen dagegen negativ. Die Thatsache, dafs man durch Verbindung mit der ersten Hälfte des Leiters einen Körper positiv laden kann, spricht man häufig so aus, dafs diese Hälfte des Leiters freie positive Elektricität besitze, während auf der andern Hälfte freie negative Elektricität sei.

Um das Gefälle zu bestimmen, bedarf es nur der Beobachtung zweier Potentiale V' und V'' an Punkten des Leiters, deren Abstände von dem positiven Pole respektive x' und x'' sind, denn man hat dann

Fig. 128.



$$V' = \varepsilon_1 - \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{l}x',$$

$$V'' = \varepsilon_1 - \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{l}x''$$

und daraus

$$\frac{V' - V''}{x'' - x'} = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{l}.$$

Wenn irgend ein Punkt des Schliefsungskreises, z. B. der Punkt h (Fig. 128) mit dem Erdboden in leitende Verbindung gebracht wird, so mufs der Wert der Potentialfunktion dort gleich null sein; nichts destoweniger bleibt, wie wir wissen, die elektrische Differenz der Pole und somit das Gefälle konstant; wir erhalten deshalb die Potentialkurve, wenn wir durch h die mit ef parallele ihk ziehen. Die Potentialfunktion an dem entfernteren Pole steigt also auf ai, an dem näheren nimmt sie ab

Digitized by Google

auf bk. Ist der Pol b selbst abgeleitet, so ist die Potentialfunktion dort gleich null, und die durch b gelegte mit ef parallele db giebt uns die Potentialkurve. An dem Pole a wird also die Potentialfunktion der Elektricität gleich $\varepsilon_1 + \varepsilon_2$, ein Satz, den wir schon bei Betrachtung der Voltaschen Säule ableiteten.

Setzen wir den gefundenen Wert des Gefälles in den für die Elektricitätsmenge, welche einen Querschnitt des Leiters durchströmt, erhaltenen Ausdruck ein, so wird

$$e = -kq\frac{dV}{dx} = kq\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{l} = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\dfrac{l}{k \cdot q}},$$

es ergiebt sich also, dafs die Stromstärke, oder die durch einen Querschnitt des Leiters in der Zeiteinheit fliefsende Elektricitätsmenge der Differenz der Werte der elektrischen Potentialfunktion an den Enden des Schliefsungskreises oder der elektromotorischen Kraft direkt proportional ist, dafs sie dagegen der Länge des Leiters, dem reciproken Werte dessen Querschnittes und des Koefficienten k umgekehrt proportional ist. Den Quotienten

$$\frac{l}{kq} = w,$$

welcher sich auf den Schliefsungsbogen bezieht, nennt man den Widerstand des Leiters, und erhält so das Ohmsche Gesetz in der einfachsten Form, die Stromstärke ist der elektromotorischen Kraft direkt, dem Widerstande des Schliefsungskreises umgekehrt proportional. Der Widerstand des Schliefsungskreises ist der Länge desselben direkt, dem Querschnitte und dem Koefficienten k umgekehrt proportional. Die Bedeutung des Koefficienten k, den wir vorher als die Elektricitätsmenge definierten, welche durch die Flächeneinheit der Niveaufläche fliefst, wenn die bewegende Kraft der Einheit gleich ist, können wir jetzt fafslicher definieren als die Elektricitätsmenge, welche die Querschnittseinheit des Schliefsungsbogens durchfliefst, wenn die Differenz der Potentialwerte zweier um die Längeneinheit von einander entfernter Querschnitte des Leiters gleich der Einheit ist. Man bezeichnet ihn als die specifische Leitungsfähigkeit der Substanz, aus welcher der Leiter besteht. Den reciproken Wert derselben

$$\frac{1}{k} = r$$

nennt man den specifischen Leitungswiderstand der Substanz. Führen wir diesen Wert ein, so ist der Widerstand eines Leiters seiner Länge, seinem specifischen Widerstande direkt, seinem Querschnitte umgekehrt proportional.

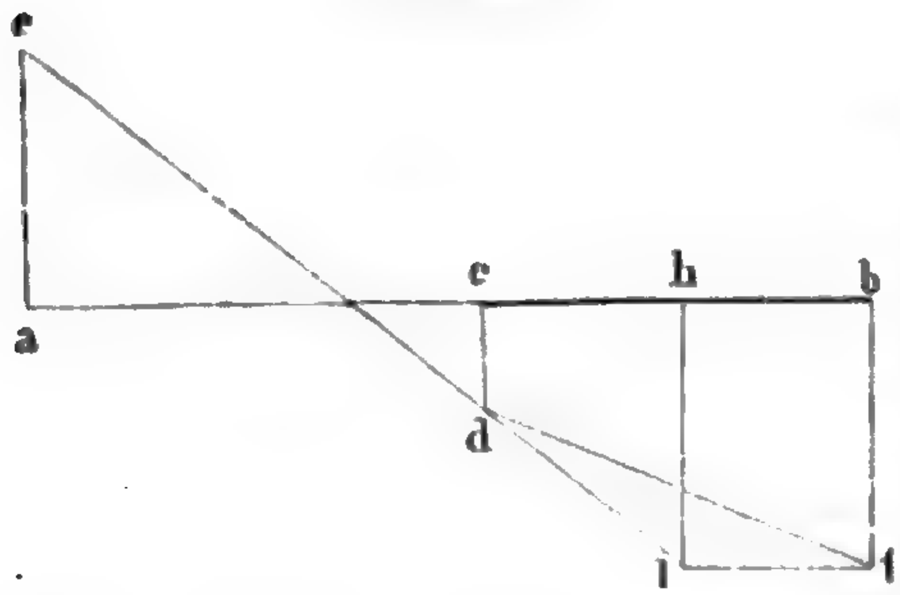
Wir haben bisher den einfachsten Fall betrachtet, einen Schliefsungskreis von gleichartiger Beschaffenheit, in welchem sich an einer einzigen Stelle eine elektromotorische Kraft befindet; wir gelangen in ganz ähnlicher Weise zu den Gesetzen der Stromstärke, wenn der Leiter aus verschiedenen Stücken besteht.

Sei zu dem Ende der Leiter ab (Fig. 129) aus zwei Stücken ac und cb zusammengesetzt, welche die Längen $ac = l$, $cb = l'$, die Quer-

Digitized by Google

schnitte q und q', und die Leitungsfähigkeiten k und k' haben; zunächst befinde sich an der Grenze c noch keine elektromotorische Kraft, sondern auch jetzt sei nur bei der Berührung von a und b eine elektromotorische Kraft thätig, welche dem Pole a den Potentialwert ε_1, dem Pole b den Wert ε_2 erteile.

Fig. 129.



Für die Gefälle in diesem zusammengesetzten Leiter ergiebt sich zunächst folgendes. Da bei gleichem Gefälle die durch einen Querschnitt des Leiters strömende Elektricitätsmenge dem Querschnitte q und der Leitungsfähigkeit k proportional ist, so mufs, weil in dem konstanten Strom auch jetzt durch alle Querschnitte des zusammengesetzten Leiters in gleichen Zeiten gleiche Elektricitätsmengen hindurchfliefsen müssen, das Gefälle in den verschiedenen Teilen des Leiters verschieden sein. Bezeichnen wir nun die Differenz der Potentialwerte zweier um die Längeneinheit im ersten Leiter von einander entfernter Punkte mit δ, im zweiten mit δ', so ist die durch den Querschnitt des ersten Leiters fliefsende Elektricitätsmenge

$$e = \delta k q,$$

die durch den Querschnitt des zweiten Leiters fliefsende

$$e' = \delta' k' q'.$$

Diese beiden Mengen müssen gleich sein, es ist also

$$\delta k q = \delta' k' q'; \quad \frac{\delta}{\delta'} = \frac{k' q'}{k q}.$$

Da nun, wie sich aus dem Vorigen unmittelbar ergiebt, δ und δ' die Gefälle in diesen Teilen des Leiters sind, so folgt, dafs die Gefälle in verschiedenen Teilen des Schliefsungsbogens den Leitungsfähigkeiten und Querschnitten dieser Teile umgekehrt proportional sind.

Die Gefälle werden also in diesem Falle durch die gebrochene Linie cdf (Fig. 129) dargestellt, die Neigungen ihrer einzelnen Teile verhalten sich umgekehrt wie die Produkte aus den Leitungsfähigkeiten in die Querschnitte der Leiter.

Bezeichnen wir den Wert des Potentials in dem Punkte c mit V_1, so ist das Gefälle in dem Leiter cb, wie man unmittelbar sieht,

$$\frac{V_1 - \varepsilon_2}{l'},$$

und die Stromstärke in demselben

$$k' q' \frac{V_1 - \varepsilon_2}{l'}.$$

Wir können uns den Draht cb durch einen anderen ch ersetzt denken,

Digitized by Google

dessen Querschnitt und Leitungsfähigkeit gleich q und k ist, dessen Länge $ch = l''$ durch die Gleichung bestimmt ist

$$\frac{l''}{kq} = \frac{l'}{k'q'}.$$

Die Stromstärke wird dadurch nicht geändert, aber das Gefälle wird dann, da wir jetzt einen homogenen Leiter haben, in allen Stellen dafselbe. Es wird

$$\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{l + l''}.$$

Das Gefälle ist der elektrischen Differenz direkt, der auf gleichen Querschnitt und gleiche Leitungsfähigkeit reduzierten Gesamtlänge des Leiters umgekehrt proportional; in Fig. 129 ist es dargestellt durch die Gerade ei.

Die Potentialwerte an den einzelnen Stellen des Leiters lassen sich jetzt leicht bestimmen, auf einem um x von a entfernten Querschnitte des Leiters ist derselbe

$$V = \varepsilon_1 - \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{l + l''} \cdot x.$$

Wird $x = l$, so wird $V = V_1$, somit ist

$$V_1 = \varepsilon_1 - \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{l + l''} \cdot l.$$

Ist nun V_1 gegeben, so erhalten wir den Wert des Potentials V' in einem Punkte des Leiters l', welcher um x' von c entfernt ist,

$$V' = V_1 - \frac{V_1 - \varepsilon_2}{l'} \cdot x'.$$

Aus dem für die auf gleichen Querschnitt und gleiche Leitungsfähigkeit reduzierte Länge berechneten Gefälle ergiebt sich für die Stromstärke

$$e = kq\,\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{l + l''} = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\frac{l}{kq} + \frac{l'}{k'q'}},$$

oder wenn wir die Widerstände

$$\frac{l}{kq} = w, \qquad \frac{l'}{k'q'} = w'$$

nennen,

$$e = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{w + w'}.$$

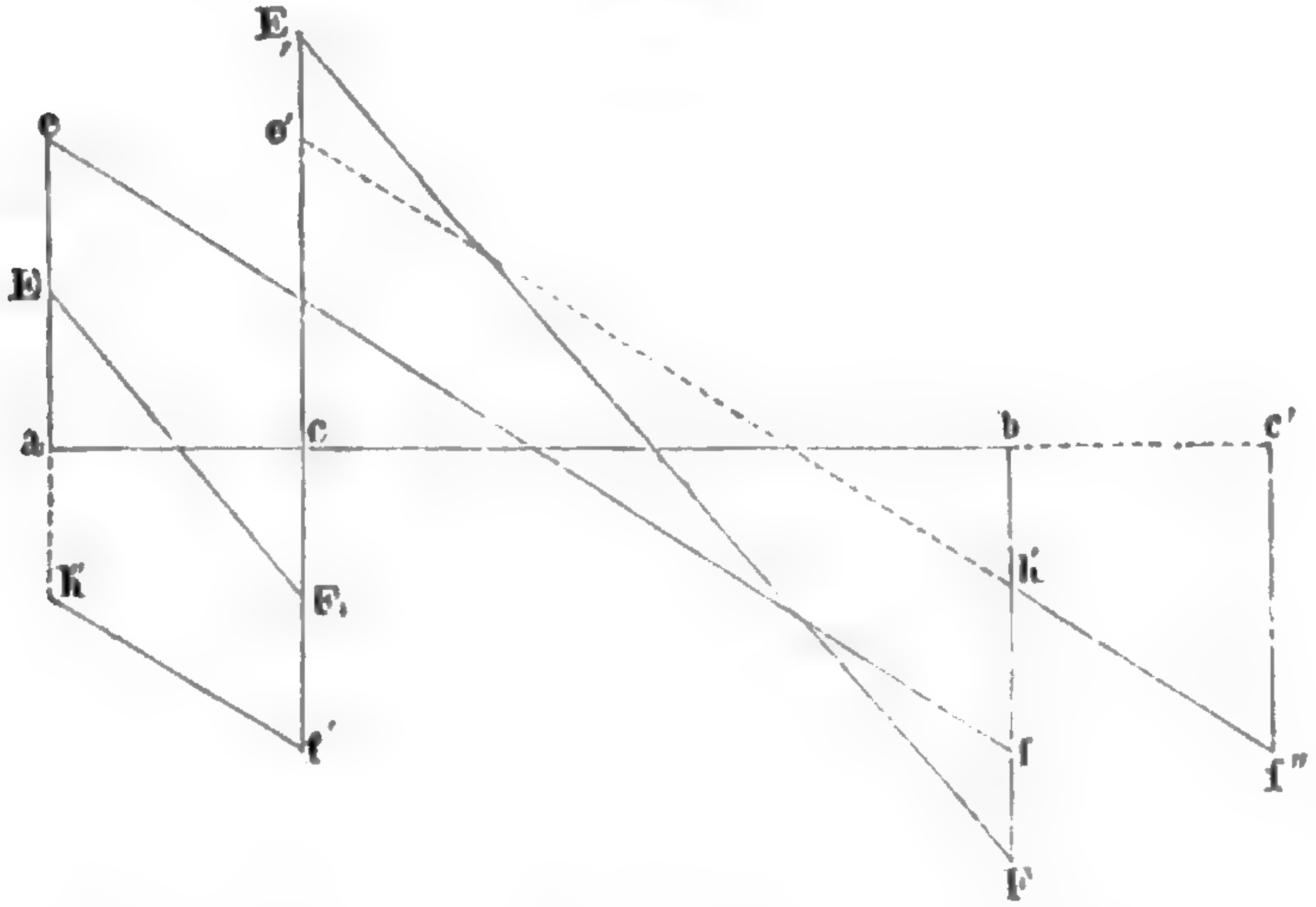
Die Stromstärke ist also einfach der elektromotorischen Kraft direkt und der Summe der Widerstände umgekehrt proportional. Haben wir eine ganze Reihe von Leitern, so ergiebt sich in ganz derselben Weise wie eben, dafs der Nenner in dem Ausdrucke für die Stromstärke die Summe aller Widerstände wird.

Setzen wir jetzt voraus, dafs in dem Berührungspunkte c eine neue elektromotorische Kraft vorhanden sei, welche in gleichem Sinne wirkend wie die erste, in den Berührungsflächen die Potentialfunktionen $\pm E_1$ hervorriefe. Es sei (Fig. 130) ab wieder der durch seine reduzierte Länge

Digitized by

dargestellte Leiter; ae die elektrische Potentialfunktion in a, bf in b, und ef die Potentialkurve, wenn nur die elektrische Differenz $\varepsilon_1 - \varepsilon_2$ vorhanden wäre; es sei cc' die Potentialfunktion $+ E_1$ in c. Denken wir

Fig. 130.



uns den Leiter jetzt von c aus als gerade Linie dargestellt, so würde derselbe cc' sein, wenn $bc' = ac$. Ist dann $c'f''$ die Potentialfunktion $- E_1$, so würde $c'f''$ die Potentialkurve darstellen, wenn nur diese elektromotorische Kraft vorhanden wäre. Um nun die sämtlichen Potentialwerte auf der Linie ab darstellen zu können, machen wir $cf' = c'f''$ und ziehen $h''f'$ parallel zu $e'f''$, dann stellen die Linien $e'h'$ und $h''f'$ die Werte der Potentialfunktion auf dem Leiter infolge der elektromotorischen Kraft $2 E_1$ dar.

Ist die reduzierte Länge des Leiters L, so ist die Potentialfunktion der Elektricität in einem Querschnitte, welcher um x von a entfernt ist, infolge der ersten elektromotorischen Kraft

$$V = \varepsilon_1 - \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{L} x .$$

Bezeichnen wir den Abstand des Punktes c von a mit d, so ist die Potentialfunktion in demselben Punkte infolge der zweiten elektromotorischen Kraft

$$V' = E_1 - \frac{2 E_1}{L} (x - d) .$$

Es müssen sich nun in jedem Punkte die beiden Potentialwerte summieren, so dafs also der resultierende Potentialwert in dem betreffenden Punkte ist

$$V + V' = E_1 + \varepsilon_1 - \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + 2 E_1}{L} \cdot x + \frac{2 E_1}{L} \cdot d .$$

Bestimmen wir so die Potentialwerte für jeden Querschnitt des Leiters, und verbinden die Endpunkte durch eine stetige Linie mit einander, so

Digitized by Google

mufs auch diese Linie eine gerade überall gegen ab gleich geneigte Linie sein, da die Ordinaten dieser Kurve erhalten werden, indem wir an jedem Punkte die Ordinaten zweier gerader Linien summiert haben. Die beiden Linien E_1F und EF_1 stellen, das erstere für das Stück bc, die zweite für das Stück ac, die Potentialwerte dar. Um die Neigung der Linie gegen ab zu bestimmen, haben wir nur die Potentialwerte zweier an derselben Seite von c liegender Punkte zu bestimmen, und die Differenz dieser Werte durch den Abstand der beiden Punkte zu dividieren. Wir haben so für den Potentialwert des Punktes x

$$U = V + V' = \varepsilon_1 + E_1 - \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + 2E_1}{L} \cdot x + \frac{2E_1}{L} \cdot d.$$

Für den Potentialwert des um x_1 von a entfernten Punktes haben wir

$$U_1 = V_1 + V_1' = \varepsilon_1 + E_1 - \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + 2E_1}{L} \cdot x_1 + \frac{2E_1}{L} \cdot d,$$

somit

$$\frac{U - U_1}{x_1 - x} = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + 2E_1}{L}.$$

Das Gefälle oder die Abnahme der Potentialwerte ist also der Summe der elektromotorischen Kräfte direkt, und der reduzierten Länge des Leiters umgekehrt proportional.

Für die Stromstärke, oder für die Menge der in der Zeiteinheit durch den Querschnitt des Leiters fliefsenden Elektricität erhalten wir demnach

$$c = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + 2E_1}{\frac{L}{kq}},$$

so dafs also die Stromstärke der Summe der elektromotorischen Kräfte direkt, dem Widerstande des Leiters umgekehrt proportional ist.

Ist in dem Stromkreise eine beliebige Anzahl elektromotorischer Kräfte und eine beliebige Anzahl von Leitern vorhanden, so erhalten wir für die Stromstärke

$$c = \frac{\Sigma E}{\Sigma w},$$

wenn ΣE die algebraische Summe aller elektromotorischen Kräfte, die einander entgegengesetzt gerichteten natürlich mit entgegengesetztem Vorzeichen versehen, und Σw die Summe aller Widerstände bedeutet.

Es ergiebt sich also aus dieser Untersuchung das allgemeine Gesetz, dafs in einer galvanischen Kombination die Stromstärke der algebraischen Summe der elektromotorischen Kräfte direkt, derjenigen der hinter einander eingeschalteten Widerstände umgekehrt proportional ist.

Es ergiebt sich weiter hieraus, dafs wir bei dem im Anfange dieses Paragraphen betrachteten Daniellschen Elemente zur Bestimmung der Stromstärke nicht die Potentialfunktionen ε_1 und ε_2 an den Enden b und c des Drahtes kennen müssen, dafs wir direkt die elektromotorischen Kräfte, also die Potentialfunktionen der Pole bei nicht geschlossenem Strome einsetzen können, wenn wir als die Summe der Widerstände den des Schliessungsdrahtes und den der Flüssigkeiten des Elementes einsetzen. Würde man bei geschlossener Kette die Werte der Potentialfunktion in den Punk-

Digitized by Google

ten b und c beobachten, so hätte man zur Bestimmung der Stromstärke im Draht nur als Nenner unter die Differenz $\varepsilon_1 - \varepsilon_2$ den Widerstand des Drahtes bc zu setzen.

Wir haben bei der Ableitung des Ohmschen Gesetzes lineare Leiter vorausgesetzt. Dasselbe behält indes seine Gültigkeit auch, wie das Kirchhoff[1]) gezeigt hat, wenn man anders geformte Leiter anwendet. Zunächst erkennt man leicht, dafs auch dann, wenn der Querschnitt des Leiters grofs ist, aber in den Endflächen desselben der Wert der Potentialfunktion überall derselbe ist, dafs auch dann die zu den Endflächen parallelen Querschnitte des Leiters Niveauflächen sein werden, dafs man also auf diese das Gesetz unmittelbar anwenden kann. Einen solchen Leiter erhält man z. B., wenn man einen parallelepipedischen Trog an irgend einer Stelle senkrecht zu seiner Längsaxe durch eine Membran in zwei Teile teilt, in den einen Teil eine Lösung von Zinkvitriol, in den andern eine solche von Kupfervitriol bringt, und nun in letzteres der Membran parallel eine Kupferplatte, in ersteres eine Zinkplatte taucht, und die beiden Platten durch einen Draht verbindet. In dem flüssigen Teil des Stromkreises haben dann Zink- und Kupferplatte bestimmte Potentialwerte, und die ihnen parallel durch die Flüssigkeit gelegten Flächen sind Niveauflächen. Für den flüssigen Teil des Leiters gelten also alle vorhin abgeleiteten Sätze über den Gang der Potentialfunktion sowie die daraus sich ergebenden Folgerungen.

Sind die Querschnitte des Leiters nicht konstant, oder ist der Wert der Potentialfunktion in einem und demselben Querschnitte nicht überall derselbe, wie z. B. wenn wir in einen linearen Stromkreis einen Körper von grösserem Querschnitte einschalten, in welchen der Strom nur an einem Punkte eintritt, an einem andern austritt, so ist der Gang der Potentialwerte schwieriger zu bestimmen, indes das Gesetz für die Stromstärke bleibt auch dann dasselbe, es ist immer die in der Zeiteinheit durch irgend einen Querschnitt des Leiters fliefsende Elektricitätsmenge gleich dem Quotienten aus der Summe der elektromotorischen Kräfte dividiert durch die Summe der Widerstände[2]).

§. 79.

Experimentelle Bestätigung des Ohmschen Gesetzes durch die Versuche von Kohlrausch. Die Ohmsche Theorie kann auf eine doppelte Weise experimentell geprüft werden; einmal, indem man die elektrischen Potentialwerte an den verschiedenen Punkten des Stromkreises und somit das Gefälle der Elektricität untersucht, dann aber, indem man durch die Wirkungen des Stromes das schliefsliche Resultat der Theorie, die Abhängigkeit der Stromstärke von der elektromotorischen Kraft und dem Widerstande einer Prüfung unterzieht.

Den ersten Weg, die Ohmsche Theorie zu bestätigen, schlug Kohlrausch ein. Schon früher indes, schon vor Ohm, war auf dem Schliefsungsbogen der Kette freie Elektricität nachgewiesen; der Erste, dem das gelang, war

---

1) *Kirchhoff*, Poggend. Ann. Bd. LXIV u. LXXV.

2) Eine Zusammenstellung der Untersuchungen über die Stromverteilung in körperlichen Leitern sehe man *Wiedemann*, Elektricitätslehre Bd. I S. 368 ff.

Digitized by Google

Ermann; er schlofs[1]) eine aus vielen Plattenpaaren bestehende Säule mit einer mit Wasser gefüllten Röhre oder mit einer feuchten Hanfschnur von 0,6—1,5 m Länge. Die Röhre hatte mehrere nach oben gerichtete Öffnungen; wurde nun an einen durch die Öffnungen in das Wasser getauchten Draht oder direkt an die Hanfschnur der Knopf eines sehr empfindlichen Elektroskopes gelegt, so zeigte dasselbe in der Nähe des positiven Poles positive, in der Nähe des negativen Poles negative Elektricität; die Potentialfunktion derselben nahm mit dem Abstande des untersuchten Punktes von den Polen ab, so dafs in der Mitte ein Indifferenzpunkt vorhanden war, in welchem die elektrische Potentialfunktion null war.

Auch Ohm selbst[2]) hat derartige Versuche mit demselben Resultate angestellt. Genauere Messungen, welche zu einer Bestimmung der elektrischen Potentialfunktion an den verschiedenen Punkten und des Gefälles der Elektricität hätten führen können, waren erst möglich, als Kohlrausch in seinem Torsionselektrometer und dem Kondensator die Mittel angegeben hatte, auch äufserst geringe Werte der elektrischen Potentialfunktion mit Genauigkeit zu messen.

Mit Hilfe dieser Apparate gelang es Kohlrausch, durch Messung der elektrischen Potentialwerte auf dem Schliefsungsbogen eines Daniellschen Elementes die Ohmsche Theorie auf das vollständigste zu bestätigen[3]).

Zunächst untersuchte Kohlrausch die Veränderung der elektrischen Potentialwerte auf einem einfachen Leiter; als Schliefsungsbogen eines Daniellschen Elementes wurde ein sehr feiner langer, in Form eines Zickzacks, dessen einzelne Glieder gleiche Länge hatten, mit Stecknadeln auf einen leichten Holzrahmen befestigter Draht angewandt. Ein Punkt dieses Drahtes wurde zur Erde abgeleitet, indem er mit dem Drahte, welcher die Kondensatorplatte des Kondensators zur Erde ableitete, verbunden war. Die Kondensatorplatten waren von gleichem Metall. Wird ein anderer Punkt des Leiters mit der Kollektorplatte verbunden, so ladet sich dieselbe soweit mit Elektricität, dafs der Wert der elektrischen Potentialfunktion auf der Kollektorplatte gleich jenem des abgeleiteten Querschnitts ist. Wird also immer derselbe Kondensator angewandt, so ist die Ladung dem Werte der elektrischen Potentialfunktion an den untersuchten Stellen proportional.

An dem einfachen Schliefsungsbogen fand Kohlrausch Folgendes.

1) Wird ein Punkt des Drahtes abgeleitet und ein anderer dem positiven Pole näherer, am Kondensator geprüft, so zeigt die Kollektorplatte positive Elektricität, lag der geprüfte Punkt dem negativen Pole näher, so war die Ladung negativ.

2) Lag dieselbe Drahtlänge zwischen dem abgeleiteten und dem geprüften Punkte, so war auch die Ladung am Kondensator dieselbe, wo auch im übrigen die beiden Punkte auf dem Drahte lagen; die Differenz der elektrischen Potentialfunktion zwischen zwei um dieselbe Strecke von einander entfernten Punkten des Schliefsungsbogens ist also auf dem ganzen Schliefsungsbogen konstant, oder auch das Gefälle ist überall dasselbe.

---

1) *Ermann*, Gilberts Annalen Bd. VIII u. X.
2) *Ohm*, Poggend. Ann. Bd. VII.
3) *Kohlrausch*, Poggend. Ann. Bd. LXXVIII.

Digitized by Google

3) Dasselbe Resultat ergab sich aus folgendem Versuche: wurde ein Punkt zur Erde abgeleitet und eine Anzahl anderer von demselben verschieden weit entfernter Punkte untersucht, so war die Ladung des Kondensators von denselben ihren Abständen von dem abgeleiteten Punkte einfach proportional.

Es wurden nun gleiche Längen verschieden dicken Silberdrahtes gewogen, um die Verhältnisse ihrer Querschnitte zu bestimmen, dieselben mit ihren Enden zusammengeschmolzen und aus ihnen ein Zickzack gebildet, welches zur Hälfte aus dem feinern, zur Hälfte aus dem dickern Drahte bestand, und mit demselben die Kette geschlossen. Es ergab sich, als gerade wie oben geprüft wurde:

1) In einem einzelnen der beiden Teile dieses Bogens war das Gefälle konstant.

2) Wurde das eine Ende eines Zickzacks des feinen Drahtes abgeleitet und das andere geprüft, so fand man den Potentialwert V; wurde mit der dickern Hälfte des Zickzacks ebenso verfahren, so zeigte sich der Potentialwert v. Die Potentialwerte V und v waren den Querschnitten der Drähte umgekehrt proportional. Da an den abgeleiteten Punkten der Wert der Potentialfunktion immer null ist, so geben V und v die Differenzen der Potentialwerte zweier gleich weit auf dem dünnen und solcher auf dem dickern Draht von einander entfernten Punkte. Diesen Differenzen der Potentialwerte ist aber das Gefälle auf jedem der Drähte proportional, die Gefälle verhalten sich also auf zwei Stücken eines Leiters aus verschieden dickem Drahte desselben Metalles umgekehrt wie die Querschnitte der Stücke.

Als Kohlrausch ferner Drähte verschiedener Metalle untersuchte, deren specifische Leitungsfähigkeiten auf andere Weise bestimmt waren, ergab sich ebenfalls, dafs die Gefälle den Produkten aus den specifischen Leitungsfähigkeiten und den Querschnitten umgekehrt proportional waren.

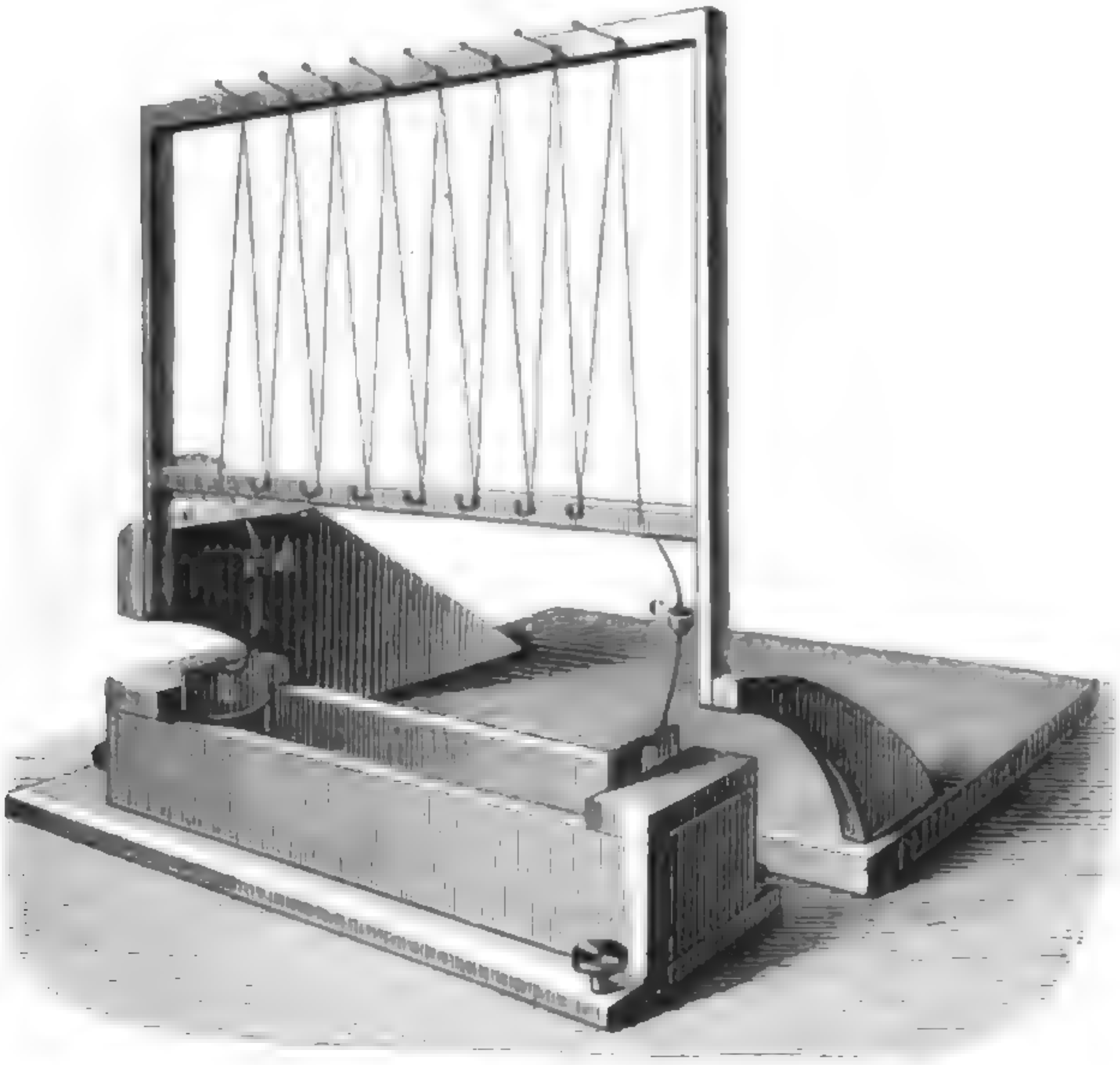
Um zu untersuchen, ob auch in den flüssigen Teilen des Schliefsungsbogens, also der zwischen Kupfer- und Zinkplatte vorhandenen Flüssigkeit, die Gefälle der Ohmschen Theorie folgen, wandte Kohlrausch ein Element von prismatischer Form an. In einem mit Wachs wasserdicht gemachten Holzkasten von viereckigem Querschnitt wurde an dem einen Ende eine Kupferplatte eingetaucht, an dem andern Ende, von einem Thonbecher umschlossen, eine Zinkplatte. Der Thonbecher wurde mit einer Lösung von Zinkvitriol, der Holzkasten mit einer solchen von Kupfervitriol angefüllt. Wurde ein Querschnitt der Kupferlösung zum Boden abgeleitet und eine Anzahl anderer geprüft, so zeigte sich auch hier ein konstantes Gefälle; lag die untersuchte Stelle dem Zink näher als die abgeleitete, so war die Ladung positiv und um so stärker, je näher sie dem Zink war. Auch diese Resultate waren also mit der Theorie vollkommen im Einklang.

Zur vollständigsten Prüfung der Ohmschen Theorie bestimmte Kohlrausch die elektromotorische Kraft seines Daniellschen Elementes und die auf gleichen Querschnitt und gleiche Leitungsfähigkeit reduzierte Länge des ganzen Stromkreises, berechnete daraus die Werte der elektrischen Potentialfunktion an den verschiedenen Punkten des Schliefsungsbogens, und verglich die berechneten Resultate mit dem Versuche.

Digitized by Google

Den dazu benutzten Apparat zeigt Fig. 131. Der Holztrog ist das schon vorhin erwähnte Daniellsche Element, *a* ist die Kupferplatte, *b* die in der Thonzelle stehende Zinkplatte; an *a* und *b* sind dicke Kupferdrähte

Fig. 131.



gelötet, welche in den Quecksilbernäpfchen *c* und *d* endigen. In dieselben tauchten, wenn der Strom geschlossen werden sollte, die Enden des zickzackförmigen Drahtes. Der Holzrahmen, auf welchem der Draht aufgewunden war, konnte zurückgeschlagen und so die Kette geöffnet werden.

Um die in dem Elemente vorhandene elektromotorische Kraft zu bestimmen, verfuhr Kohlrausch in der bereits §. 69 angegebenen Weise. Bei geöffneter Kette wurde das Quecksilbernäpfchen *d* abgeleitet und *c* mit der Zinkplatte eines Zink-Kupfer-Kondensators verbunden. Man erhielt dann, da *db* ein Kupferdraht war, in dem Kondensator die Ladung

$$Zn \mid Cu + F \mid Zn + Cu \mid F_1 + Zn \mid Cu,$$

wo F und F_1 die beiden Flüssigkeiten bedeuten, also die Summe der in dem Daniellschen Elemente thätigen elektromotorischen Kräfte vermehrt um $Zn \mid Cu$. Um $Zn \mid Cu$ zu bestimmen, wurde dann die Kupferplatte des Kondensators direkt mit der Zinkplatte verbunden. Die Platten des Kondensators wurden an dem Torsionselektrometer geprüft und die Ladungen bei konstanter Elongation durch die Torsionen verglichen (§. 33). Nach den Bemerkungen des §. 69 S. 453 sind dann die gesuchten Potentialwerte den in der Torsionswage gemessenen Elektricitäten, somit den Quadratwurzeln aus den Torsionen proportional. Auf diese Weise fand Kohlrausch:

Digitized by Google

$$Zn \mid Cu + F \mid Zn + Cu \mid F_1 + Zn \mid Cu = 12{,}96$$

$$Zn \mid Cu = 4{,}17,$$

somit die elektromotorische Kraft der Daniellschen Kette

$$a = Zn \mid Cu + F \mid Zn + Cu \mid F_1 = 8{,}79.$$

Es wurde nach einer später anzugebenden Methode der ganze Stromkreis in allen seinen Teilen durch auf gleichen Querschnitt und gleiche Leitungsfähigkeit reduzierte Längen ausgedrückt. Das Zickzack, welches eine Länge von 172,77 hatte, fand sich so gleich der reduzierten Länge 474; die Lösung von Kupfervitriol, deren Länge gleich 9 war, wurde 540, und die Lösung von Zinkvitriol, deren Länge gleich 1 war, wurde 103,5.

Nun wurde die Kette geschlossen, das Quecksilbernäpfchen *d* durch einen Kupferdraht zur Erde abgeleitet und die elektrischen Potentialfunktionen an verschiedenen Punkten des Zickzacks und der Flüssigkeit am Kondensator geprüft, indem die zu untersuchenden Punkte durch einen Kupferdraht mit der Kollektorscheibe verbunden, und bei konstanter Elongation durch die Torsionen die Ladungen des Kondensators verglichen wurden.

Auf diese Weise wurden folgende Resultate erhalten; die erste Kolumne enthält in reduzierten Längen die Abstände von dem abgeleiteten Punkte *d* über das Zickzack hin und dann weiter über die Flüssigkeit wieder gegen *d* hin zurück, die zweite die beobachteten, die dritte die nach der Theorie berechneten Werte der Potentialfunktion:

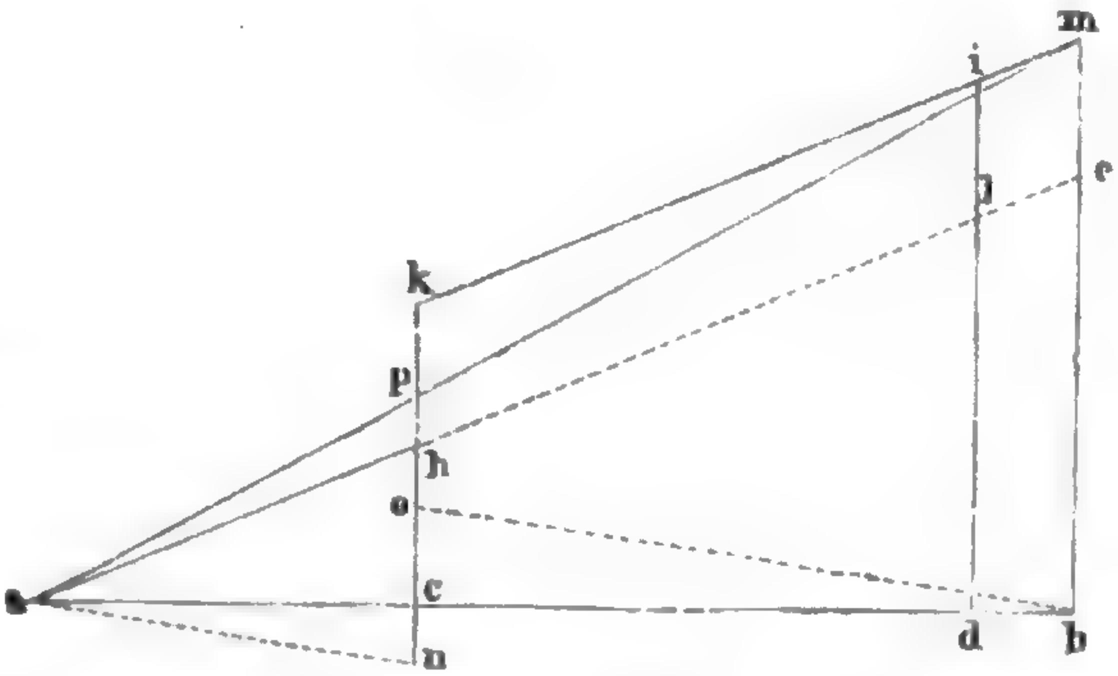
Abstände	Potentialwerte V	
λ	beobachtet	berechnet
118,5	0,85	0,93
237	1,85	1,86
355,5	2,69	2,80
474	3,70	3,73
610,3	5,03	4,80
745,3	5,99	5,86
879	6,93	6,91
1014	7,96	7,98.

Um die Berechnung der Potentialwerte zu übersehen, denken wir uns Fig. 132 in *ab* den ganzen Stromkreis von dem Zink an in reduzierten Längen dargestellt, *ac* sei das Zickzack, *cd* der Kupfervitriol, *db* der Zinkvitriol, so dafs *b* die Grenze zwischen dem Zinkvitriol und dem Zink darstellt. Es sei *bm* der an der Grenze des Zinks vorhandenen, von dem Kontakte des Zinks mit dem Kupfer und mit dem Zinkvitriol herrührenden elektrischen Differenz proportional; wäre nur diese elektromotorische Kraft in der Kette vorhanden, so würde *am* die Potentialkurve sein. Nun ist aber an der Grenze des Kupfers und Kupfervitriols ebenfalls eine elektromotorische Kraft vorhanden, welche das Kupfer negativ, die Flüssigkeit positiv macht; ist *no* dieser elektromotorischen Kraft proportional, so würden die Geraden *na* und *ob* die Potentialkurven vorstellen, wenn nur diese Kraft thätig wäre. Machen wir $pk = oc$, $ph = cn$, so werden

Digitized by Google

ah und *km* die wirklich auf dem Stromkreise vorhandenen Potentialwerte darstellen. In dem Zickzack wird also der Wert der Potentialfunktion von dem Punkte *a*, wo sie null ist, so zunehmen, als wenn die Summe der elektromotorischen Kräfte in der Kette $be = bm - hk$ einfach an der Grenze des Zinkvitriols vorhanden wäre, als wenn also *ae* die Potentialkurve wäre. An der Kupferplatte machen die elektrischen Potentialfunktionen einen Sprung; da indes die Werte derselben in dem Kupfervitriol dadurch untersucht werden, daſs man in dasselbe einen Kupferdraht eintaucht, so wird, da auch hier das Kupfer von der Flüssigkeit negativ erregt wird, der beobachtete Wert der Potentialfunktion nur derjenige sein, wie wenn die elektrische Differenz *hk* nicht vorhanden wäre, wie wenn also überhaupt in dem Schlieſsungskreise nur die elektrische Differenz *be* vorhanden wäre.

Fig. 132.



Bezeichnen wir die reduzierte Länge des Schlieſsungskreises mit l, die Abstände der untersuchten Punkte von dem abgeleiteten a mit λ, so ist der Wert der Potentialfunktion

$$V = \frac{a}{l} \cdot \lambda = \frac{8{,}79}{1117{,}5} \cdot \lambda.$$

Die Tabelle zeigt, wie genau die beobachteten mit den so berechneten Werten der Potentialfunktion übereinstimmen, so daſs also in diesen Versuchen die vollste Bestätigung des Ohmschen Gesetzes gegeben ist.

§. 80.

Experimentelle Bestätigung des Ohmschen Gesetzes durch Messung der Stromstärke. Sehr viel bequemer läſst sich die Richtigkeit des Ohmschen Gesetzes durch Beobachtung der Stromstärke nachweisen; seit Einführung der konstanten Ketten ist die Bestätigung des Ohmschen Gesetzes ein Kollegienversuch geworden. Die Übereinstimmung seiner Theorie mit der Erfahrung hat zuerst Ohm selbst nachgewiesen[1]); er benutzte zu seinen Versuchen die später zu erwähnenden Thermoelemente. Die ausgedehntesten, in der verschiedensten Weise variierten Versuche, welche dem Ohmschen Gesetze die allgemeinste Anerkennung sicherten, rühren von Fechner her[2]), deren Genauigkeit um so bewundernswürdiger ist, da Fechner nur inkonstante Ketten benutzen konnte, deren Veränderlichkeit leicht das Ohmsche Gesetz vollständig verdeckt. Mit Hilfe kon-

1) *Ohm*, Schweiggers Journal. Bd. XLVI. 1826. Bd. XLIX. 1827.
2) *Fechner*, Maſsbestimmungen über die galvanische Kette. Leipzig 1831.

Digitized by Google

stanter Ketten hat dann viel später Pouillet[1]) das Gesetz bestätigt und durch seine Versuche demselben die Anerkennung der französischen Physiker verschafft.

Die Menge der im Stromkreise fliefsenden Elektricität können wir nicht direkt messen, da wir sahen, dafs durch jeden Querschnitt in gleichen Zeiten gleiche Mengen der beiden Elektricitäten fliefsen, somit in jedem Momente an jeder Stelle des Stromkreises beide Elektricitäten in gleicher Menge vorhanden sind. Wir müssen daher auf die Menge der fliefsenden Elektricität, die Stärke des galvanischen Stromes, aus den Wirkungen des Stromes schliefsen; vorzüglich sind es zwei Wirkungen, welche man zur Messung derselben benutzt, nämlich die chemischen und magnetischen. Um die chemischen Wirkungen zu benutzen, schaltet man in den Schliessungsbogen der Säule einen Wasserzersetzungsapparat ein, etwa den Apparat Fig. 133, eine Flasche mit weitem Hals, durch deren Korkpfropfen zwei Platindrähte a und b gehen, an welchen Platinbleche einander parallel in das die Flasche füllende schwach mit Schwefelsäure angesäuerte Wasser hinabhängen. Das Wasser wird dann in seine Bestandteile, Wasserstoff und Sauerstoff zerlegt. Um die entwickelten Gase aufzufangen, ist durch den Kork eine mehrfach gebogene Glasröhre geführt, deren anderes Ende unter einer mit Wasser oder Quecksilber gefüllten kalibrierten Glasglocke mündet. Um die bei verschiedenen Versuchen in gleichen Zeiten erhaltenen Gasvolumina vergleichbar zu machen, reduziert man sie auf gleichen Druck und auf gleiche Temperatur.

Fig. 133.

Bezeichnen wir die elektromotorische Kraft des bei einem bestimmten Versuche gebrauchten galvanischen Stromes mit E, die Summe der Widerstände mit W, so erhalten wir für die Menge der in der Zeiteinheit durch jeden Querschnitt des Drahtes strömenden Elektricität

$$e = \frac{E}{W}.$$

Befindet sich in dem Stromkreise eine Zersetzungszelle, so wird in derselben in der Zeiteinheit durch die strömende Elektricität eine gewisse Quantität J Knallgas entwickelt; die Beobachtung ergiebt weiter, dafs die Menge des entwickelten Knallgases der Dauer des Stromdurchganges direkt proportional ist. Da bei konstantem Stromdurchgange in gleichen Zeiten die gleiche Elektricitätsmenge den Stromkreis durchfliefst, so folgt

1) *Pouillet*, Comptes Rendus T. IV. p. 267. Poggend. Ann. Bd. XLII.

Digitized by Google

aus dieser Beobachtung, dafs die Menge des entwickelten Knallgases der Menge der strömenden Elektricität proportional ist. Das Gleiche mufs auch stattfinden, wenn in gleichen Zeiten verschiedene Elektricitätsmengen den Stromkreis durchfliefsen, oder es mufs die in gleichen Zeiten den Stromkreis durchfliefsende Elektricitätsmenge der Menge des entwickelten Knallgases proportional sein. Ist J die in der Zeiteinheit entwickelte Knallgasmenge, a eine Konstante, so mufs daher und nach dem Ohmschen Gesetze

$$J = ae = \frac{aE}{W}$$

sein. Bezeichnen wir als Einheit der Stromstärke jene, welche in der Zeiteinheit die Volumeinheit Gas entwickelt, so ist J die Stromstärke in chemischem Mafse ausgedrückt. Dieses Mafs wollen wir zunächst festhalten, und die Stromstärke gleich setzen der Anzahl Kubikcentimeter Knallgas bei 0^0 C. und 760 mm Druck, welche der Strom in einer Minute erzeugen kann[1]).

Setzen wir jene elektromotorische Kraft gleich der Einheit, welche in einem Stromkreise, dessen Gesamtwiderstand der Einheit gleich ist, die Einheit der Stromstärke erzeugt, so mufs, wenn das Ohmsche Gesetz richtig ist,

$$J = \frac{E_1}{W}$$

sein, wo E_1 die elektromotorische Kraft in der angegebenen Einheit, also in chemischem Mafse bedeutet.

Um die Stromstärke durch ihre magnetischen Wirkungen zu messen, wendet man am besten die von Pouillet angegebene Tangentenbussole[2]) an. Dieselbe in der jetzt gewöhnlichsten, ihr von W. Weber gegebenen Form (Fig. 134) besteht aus einem an einer Stelle aufgeschnittenen Kupferringe i von circa drei Decimeter Durchmesser, welcher vertikal auf einem Dreifufs befestigt ist. Der Aufschnitt des Ringes befindet sich in dem Fufse, und die eine Seite steht mit der Klemmschraube a, die andere mit b in Verbindung, so dafs, wenn mit den Klemmschrauben Drähte verbunden werden, welche zu den Polen einer Kette führen, durch den Ring ein Strom kreist. Auf demselben Fufse ist eine vertikale Säule befestigt, welche oben eine Bussole trägt. Dieselbe besteht aus einer kleinen, etwa drei Centimeter langen Magnetnadel, welche an einem Coconfaden befestigt ist, der von dem drehbaren Stifte t in der Glasröhre r herabhängt. Die Nadel ist an beiden Seiten durch einen feinen Messingdraht oder Glasfaden verlängert, dessen Enden auf eine Kreisteilung zeigen, deren Mittelpunkt mit dem Mittelpunkte des Kupferringes zusammenfällt. Die Kreisteilung befindet sich in einem Gehäuse, welches,

1) Im zweiten Kapitel des nächsten Abschnittes werden wir das jetzt allgemein eingeführte absolute elektromagnetische Strommafs kennen lernen; in Bezug darauf sei hier schon bemerkt, dafs die darauf basierte praktische Stromeinheit „das Ampère" ein Strom ist, der in der Minute 10,44 ccm Knallgas entwickelt.

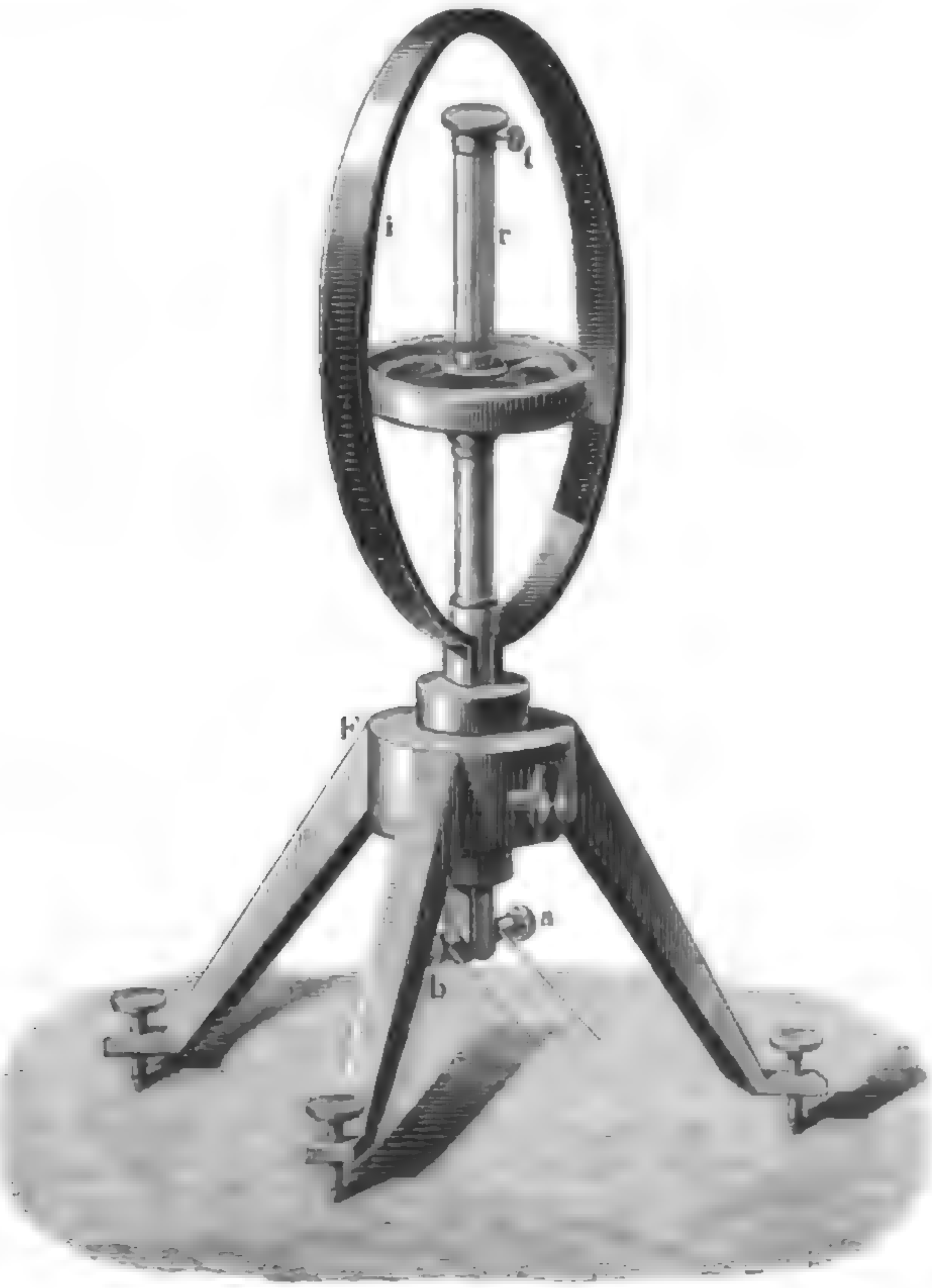
2) *Pouillet*, Poggend. Ann. Bd. XLII. Die oben beschriebene ist im wesentlichen die Webersche. Poggend. Ann. Bd. LV.

Digitized by Google

um die Bewegung der Magnetnadel durch Luftströmungen zu verhindern, mit einer Glasplatte bedeckt ist.

Die ganze Vorrichtung ist schliefslich in dem mit Stellschrauben versehenen Dreifufse um eine vertikale Axe drehbar befestigt.

Fig. 134.



Um den Apparat zu benutzen, stellt man ihn zunächst mit Hilfe der Stellschrauben an dem Dreifufse vertikal, und so, dafs die Ebene des Ringes derjenigen des magnetischen Meridianes parallel ist, was man daran erkennt, dafs die Nadel der Ringebene parallel ist. Wir setzen voraus, dafs die Nadel dann genau auf Null und 180^0 zeigt.

Verbindet man jetzt a und b mit den Polen einer Kette, so dafs durch den Ring in dem einen oder anderen Sinne ein Strom kreist, so wird die Nadel nach der einen oder andern Seite aus dem Meridiane abgelenkt, woraus sich ergiebt, dafs jetzt auf die Nadel ein Kräftepaar wirkt, welches die Nadel senkrecht zur Ebene des Stromkreises, also senkrecht zur Ebene des Meridianes zu stellen sucht.

Bezeichnen wir diese abstofsende Kraft mit i, so werden wir an-

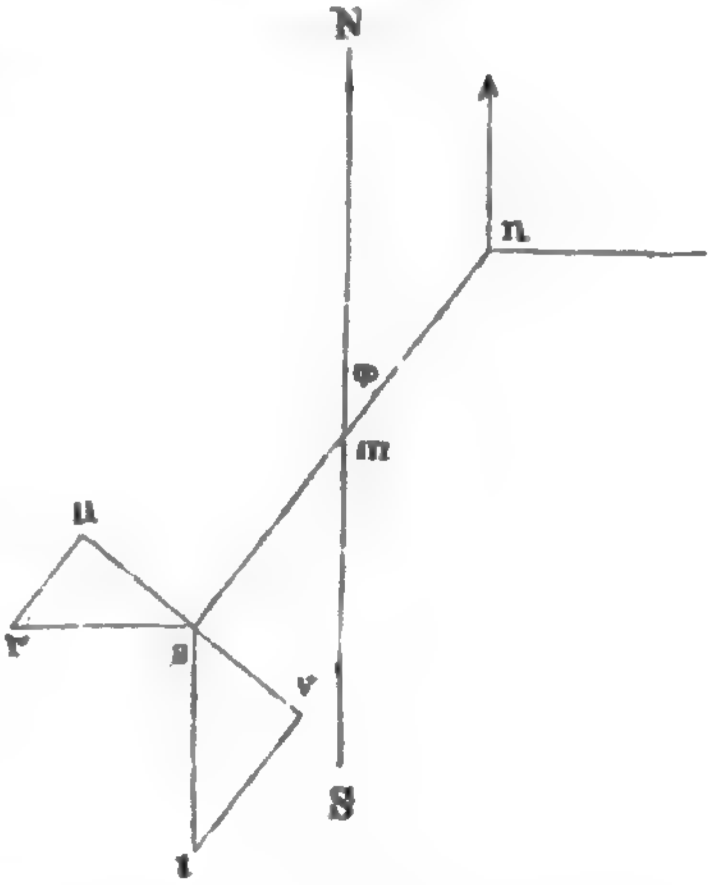
nehmen dürfen, dafs diese der in der Zeiteinheit durch jeden Querschnitt des Drahtes strömenden Elektricität e proportional ist, dafs also

$$i = b \cdot e,$$

da eben die durch den Draht strömende Elektricität es ist, welche die Ablenkung hervorruft. Die Konstante b wird abhängen von der Form des Apparates, insbesondere von dem Durchmesser des Ringes, von dem wir hier nur bemerken wollen, dafs er wenigstens fünfmal so grofs sein mufs, als die Länge der Nadel.

Sobald die Nadel aus dem Meridiane abgelenkt ist, wirkt der Erdmagnetismus auf dieselbe ein und sucht sie zurückzuziehen, die Nadel wird deshalb so weit abgelenkt werden, bis das Drehungsmoment, welches der Strom ihr erteilt, gleich ist dem Drehungsmomente, welches der Erdmagnetismus ihr erteilt, vorausgesetzt, dafs wir die Torsion des Fadens vernachläfsigen dürfen. Bilde die Nadel ns Fig. 135 mit der Meridianebene NS den Winkel φ. Die von dem Strome ausgeübte, zur Meridianrichtung senkrechte Kraft sei proportional sr, so wird, wenn uv zur Richtung der Nadel senkrecht ist,

Fig. 135.



$$su . ms = rs . \cos rsu . ms = i . \cos \varphi . ms$$

das Drehungsmoment sein, welches der Strom der Nadel erteilt.

Ist st proportional der Kraft T, mit welcher der Erdmagnetismus die Nadel zurückzuziehen sucht, so ist

$$sv . ms = st . \sin stv . ms = T . \sin \varphi . ms$$

das vom Erdmagnetismus der Nadel erteilte Drehungsmoment.

Ist die Nadel im Gleichgewicht, so mufs

$$i . \cos \varphi = T . \sin \varphi$$

sein, woraus folgt

$$i = T \cdot \operatorname{tang} \varphi; \quad e = \frac{1}{b} \cdot T \cdot \operatorname{tang} \varphi.$$

Ist in unserm Stromkreise die elektromotorische Kraft E, der Widerstand W, so mufs nach dem Ohmschen Gesetz

$$e = \frac{1}{b} \cdot T \cdot \operatorname{tang} \varphi = \frac{E}{W} \cdot$$

Die Messung der Stromstärke mit der Tangentenbussole ist derjenigen mit dem Voltameter in den meisten Fällen weit vorzuziehen, einmal weil sie weit empfindlicher ist, dann aber auch ganz besonders, weil sie uns den Strom in jedem Augenblicke zu verfolgen gestattet, während die Messung mit dem Voltameter uns nur den Mittelwert der Stromstärke in

Digitized by Google

einem gewissen Zeitraume giebt. Das Instrument hat nur insofern jetzt für uns eine gewisse Unbequemlichkeit, als es uns die Stromstärke nicht sofort in einer leicht definierbaren Einheit giebt. Wir werden zwar im nächsten Abschnitt, wenn wir die Theorie des Instrumentes vervollständigen, sehen, wie wir mit demselben die Stromstärke in sogenanntem absoluten Mafse, wie das des Magnetismus, erhalten; für jetzt können wir diese Einheit aber noch nicht bestimmen. Nichts ist indessen leichter, als mit der Tangentenbussole die Stromstärke auch in chemischem Mafse zu erhalten, man hat zu dem Ende nur aufzusuchen, welches die Stromstärke in chemischem Mafse ist, die den Ablenkungswinkel hervorruft, dessen Tangente gleich 1 ist, welche also $\varphi = 45^0$ macht. Bezeichnen wir diese Stromstärke in chemischem Mafse mit A, so ist die Stromstärke J, welche die Ablenkung φ hervorruft, in chemischem Mafse, da die Stromstärke den Tangenten der Ablenkungswinkel proportional ist,

$$J = A \,.\, \text{tang}\, \varphi.$$

Um die Konstante A, welche man füglich mit Müller[1]) den Reduktionsfaktor der Tangentenbussole nennen kann, zu bestimmen, hat man nur gleichzeitig eine Tangentenbussole und ein Voltameter in den Stromkreis einzuschalten. Ist dann J die in der Zeiteinheit entwickelte Gasmenge, φ die beobachtete Ablenkung, so ist

$$A = \frac{J}{\text{tang}\, \varphi}.$$

Der so bestimmte Reduktionsfaktor gilt nur für das Instrument, für welches er bestimmt ist, und nur an dem Orte, an welchem er bestimmt ist. Denn wie wir oben sahen, ist

$$\text{tang}\, \varphi = \frac{b \cdot e}{T}$$

der Ablenkungswinkel, hängt also ab von der Konstanten b des Instrumentes und der horizontalen Intensität T des Erdmagnetismus.

Um durch Messung der Stromstärke das Ohmsche Gesetz zu bestätigen, kann man ganz einfach folgendermafsen verfahren. Man schliefst ein Bunsensches Element mit der Tangentenbussole und beobachtet die Ablenkung φ_0; ist E die elektromotorische Kraft desselben, W der Widerstand, so ist in chemischem Mafse

$$J_0 = A \,\text{tang}\, \varphi_0 = \frac{E}{W}.$$

Nun schaltet man einen Draht von der Länge l, dem Querschnitt q und dem specifischen Widerstande r ein, dann mufs

$$J = A \,\text{tang}\, \varphi = \frac{E}{W + \frac{r\,l}{q}}.$$

Darauf schaltet man einen zweiten und dritten u. s. w. Draht hinter

1) *Müller*, Lehrbuch der Physik, teilweis nach Pouillet bearbeitet. 5. Aufl. Bd. II. § 79.

Digitized by Google

einander ein, so dafs der Strom alle nach einander durchlaufen mufs, deren Längen und Querschnitte l', q', l'', q'' u. s. w. sind. Man erhält dann

$$J' = A \tang \varphi' = \frac{E}{W + \frac{rl}{q} + \frac{rl'}{q'}}; \quad J'' = A \tang \varphi'' = \frac{E}{W + \frac{rl}{q} + \frac{rl'}{q'} + \frac{rl''}{q''}}$$

u. s. w. Man reduziert alle Drähte auf gleichen Querschnitt, und berechnet aus je zweien der gefundenen Stromstärken den Widerstand W, ausgedrückt in Längen des Drahtes vom Querschnitt q, und die so gefundenen Werte für W müssen alle gleich sein. Die beiden ersten Beobachtungen geben z. B.

$$\frac{J_0}{J} = \frac{\tang \varphi_0}{\tang \varphi} = \frac{W + \frac{rl}{q}}{W}$$

$$W = \frac{Jrl}{q(J_0 - J)}.$$

Dasselbe W mufs die Kombination irgend zweier anderer Beobachtungen geben.

In anderer Weise führen dieselben Beobachtungen zu einer Prüfung des Gesetzes, indem man mit dem aus den beiden ersten bestimmten W

$$E = WJ_0$$

bestimmt, und mit diesem Werte von E dann diejenigen J', J'' u. s. w. berechnet.

Man bildet ferner eine Kette aus n Bunsenschen Elementen, indem man jedes Zink mit der folgenden Kohle verbindet, und schliefst mit der Tangentenbussole. Da der Widerstand der Tangentenbussole gegen den in der Flüssigkeit der Elemente verschwindend klein ist, so ist, da der Strom jetzt n Flüssigkeiten durchlaufen mufs, der Widerstand im Schliefsungskreise $n \cdot W$ geworden; da aber zugleich die elektromotorische Kraft die $n$fache geworden ist, so mufs

$$J^0 = \frac{nE}{nW} = J_0.$$

Schaltet man jetzt die Drähte l, l' ... ein, so mufs

$$J = \frac{nE}{nW + \frac{rl}{q}}, \quad J' = \frac{nE}{nW + \frac{rl}{q} + \frac{rl'}{q'}}$$

sein.

Man verbindet dann bei den Elementen alle Kohlen mit einander und alle Zinke; dadurch entsteht ein Element von $n$fachem Querschnitt, der Widerstand mufs dann $\frac{1}{n}$ des früheren sein; beim Schliefsen mit der Tangentenbussole mufs

$$J^{00} = \frac{E}{\frac{1}{n} W} = \frac{nE}{W} = nJ_0$$

sein, und nach Einschaltung der Drähte l, l' ... mufs

Digitized by Google

$$J = \frac{E}{\frac{1}{n} W + \frac{r l}{q}} = \frac{n E}{W + n \frac{r l}{q}}, \quad J' = \frac{n E}{W + n \left(\frac{r l}{q} + \frac{r l'}{q} \right)}$$

sein.

Mit einiger Vorsicht bei den Versuchen wird man alle von der Theorie geforderten Resultate in unzweideutiger Weise erhalten.

Nach der Ohmschen Theorie hängt die Stromstärke nicht allein von der Gröfse der elektromotorischen Kraft, sondern auch von der Gröfse des Widerstandes ab, und die soeben betrachteten Beispiele zeigen schon, dafs eine Vergröfserung der elektromotorischen Kraft durch Vermehrung der Elemente bei sonst gleich bleibendem Schliefsungskreise nicht immer eine Verstärkung des Stromes zur Folge hat, weil mit derselben zugleich der Widerstand der in den Elementen enthaltenen Flüssigkeiten, der sogenannte wesentliche Widerstand zunimmt.

Haben wir z. B. n Elemente, deren Flüssigkeiten jede den Widerstand W leistet, so wird die Stromstärke im Schliefsungskreise vom Widerstande w bei Anwendung eines Elementes sein

$$J = \frac{E}{W + w}.$$

Schalten wir die Elemente hinter einander ein, so wird

$$J_n = \frac{n E}{n W + w}.$$

Je nach dem Verhältnisse w zu W kann der Strom merklich stärker sein als J oder nicht. Ist w beträchtlich, so ist der Wert des Zählers in diesem Ausdrucke der $n$fache, der Nenner nicht, der Strom J_n ist also stärker als J und um so stärker, je gröfser w im Verhältnis zu W ist; wenn W nur ein verschwindender Bruchteil von w ist, dann ist die Stromstärke die $n$fache geworden; ist w aber klein gegen W, so ist der Strom kaum geändert. In dem Falle müfste man die Elemente alle neben einander, die Zinke mit den Zinken, die Kohlen mit den Kohlen verbinden. Da man dann ein Element von $n$fachem Querschnitte hat, so ist

$$J_n' = \frac{E}{\frac{1}{n} W + w} = \frac{n E}{W + n w}.$$

Wie man sieht, ist der Strom jetzt der $n$fache, wenn w nur ein verschwindend kleiner Teil von W ist.

Es ergiebt sich demnach aus dem Ohmschen Gesetze, dafs die Stromstärke abhängt von dem Verhältnis der Widerstände im Schliessungskreise zu dem wesentlichen Widerstande der Elemente. Es fragt sich daher, wie man eine gegebene Zahl von n Elementen bei einem gegebenen Widerstande w kombinieren mufs, damit man den stärksten Strom erhält, welcher möglich ist[1]).

Ist die elektromotorische Kraft eines Elementes gleich E, der Widerstand desselben gleich W, so würde, wenn alle Elemente hinter einander eingeschaltet würden, die Stromstärke sein:

1) *Poggendorff*, Poggend. Ann. Bd. LV.

Digitized by Google

$$J = \frac{nE}{nW + w}.$$

Würde man nun aber je x Elemente neben einander verbinden, und so $\frac{n}{x}$ Elemente von $x$facher Oberfläche erhalten, so wäre die elektromotorische Kraft jetzt $mE = \frac{n}{x} \cdot E$. Der Widerstand jedes Elementes wird dann $\frac{W}{x}$, und da jetzt $\frac{n}{x}$ solcher Elemente hinter einander verbunden sind, so ist die Stromstärke jetzt

$$J = \frac{\frac{n}{x} \cdot E}{\frac{n}{x^2} W + w}$$

Es ist nicht schwer, den Wert von x zu bestimmen, für welchen J ein Maximum wird; sei derselbe x', und der Wert von J dann

$$J' = \frac{\frac{n}{x'} \cdot E}{\frac{n}{x'^2} \cdot W + w} = \frac{nx' E}{nW + x'^2 w}.$$

Für einen anderen Wert x'', der gröfser oder kleiner sein mag als x', ist die Stromstärke

$$J'' = \frac{nx'' E}{nW + x''^2 w}.$$

Die Differenz $J' - J''$ mufs, wenn J' ein Maximum sein soll, immer positiv sein; für diese Differenz erhalten wir

$$J' - J'' = nE \cdot \frac{nx' W + x' x''^2 w - nx'' W - x'' x'^2 w}{(nW + x'^2 w)(nW + x''^2 w)}$$

$$J' - J'' = nE . (x' - x'') \frac{nW - x' . x'' w}{(nW + x'^2 w)(nW + x''^2 w)}.$$

Da in diesem Ausdrucke der Faktor $x' - x''$ das Zeichen ändert, wenn $x'' \gtrless x'$ ist, so kann diese Differenz nur dann für jeden Wert von x'' positiv sein, wenn der andere mit x' und x'' behaftete Faktor zugleich sein Vorzeichen ändert; daraus folgt, dafs er für $x' = x''$ gleich 0 sein mufs. Wir erhalten also den dem Maximumwerte von J entsprechenden Wert von x aus der Gleichung

$$nW - x'^2 w = 0, \ \frac{n}{x'^2} W = w.$$

Die Stromstärke J erhält ihren gröfsten Wert J', wenn der wesentliche Widerstand gleich dem des Schliessungsbogens ist. Man hat also, wenn man den möglich stärksten Strom bei einer gegebenen Zahl von Elementen und gegebenem Schliessungskreise erhalten will, die Elemente so zu kombinieren, dafs der wesentliche Widerstand gleich ist dem des Schliessungskreises. Die Zahl x der Elemente, welche man zu einem Elemente zusammensetzen mufs, ist dann:

Digitized by Google

$$x = \sqrt{n \frac{W}{w}},$$

also gleich der Quadratwurzel aus dem Verhältnis des wesentlichen Widerstandes, wenn alle Elemente hinter einander eingeschaltet sind, zu dem Widerstande des Schliessungsbogens.

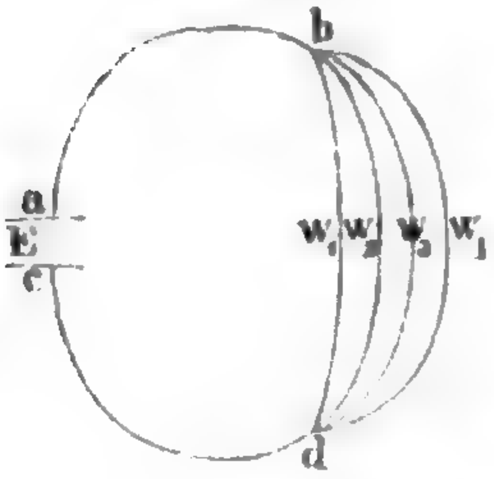
Auch dieser Satz kann leicht durch Versuche bestätigt werden, wie es von Poggendorff und anderen geschehen ist.

§. 81.

Stromverzweigung. Bei unseren bisherigen Untersuchungen haben wir immer angenommen, dafs der Stromkreis einfach sei, das heifst dafs die Verbindung der beiden Pole durch eine einzige Schliessung gebildet würde, und dann in dieser die Stromstärke bestimmt. Es ist nun noch der Fall zu untersuchen, dafs der Stromkreis zum Teil aus mehreren Zweigen bestehe, und die Stromstärke in dem ungeteilten Stücke des Schliessungsbogens, sowie in den einzelnen Zweigen zu bestimmen.

Wir betrachten zunächst, um die Aufgabe zu übersehen, den einfachsten schon von Ohm untersuchten Fall.

Fig. 136.



Es sei Fig. 136 E ein galvanisches Element, dessen elektromotorische Kraft gleich E sei; der Stromkreis $abdc$, welcher die Pole verbindet, sei zwischen b und d verzweigt, so dafs die Verbindung der Punkte b und d durch n Drähte (in der Fig. 4) hergestellt sei.

Der Widerstand des unverzweigten Teiles des Bogens $bacd$ sei gleich W.

Die Länge, der specifische Widerstand und Querschnitt der einzelnen Drähte sei $l_1\, r_1\, q_1,\; l_2\, r_2\, q_2, \ldots l_n\, r_n\, q_n$, so dafs die Widerstände derselben sind

$$w_1 = \frac{l_1 r_1}{q_1},\quad w_2 = \frac{l_2 r_2}{q_2} \ldots w_n = \frac{l_n r_n}{q_n};$$

es soll die Stromstärke J in dem unverzweigten Teile und in den einzelnen Zweigen des Schliessungsbogens bestimmt werden.

Um dahin zu gelangen, denken wir uns die Drähte der Zweige sämtlich durch andere ersetzt, deren Länge für alle dieselbe und gleich l, deren specifischer Leitungswiderstand für alle ebenfalls derselbe und gleich r ist, deren Querschnitte s aber so gewählt sind, dafs die Widerstände der einzusetzenden Drähte gleich sind den Widerständen der Drähte, welche sie ersetzen sollen. Ist demnach s_1 der Querschnitt des Drahtes, welcher den Draht w_1 ersetzt, so soll

$$\frac{l r}{s_1} = w_1 = \frac{l_1 r_1}{q_1},$$

demnach

$$s_1 = \frac{l r q}{l_1 r_1} = \frac{l r}{w_1}$$

sein, so dafs also die Querschnitte dieser Drähte dem Widerstande, welchen sie dem Strome leisten sollen, umgekehrt proportional sind.

Digitized by Google

Die sämtlichen, die Verbindung von b nach d vermittelnden Drähte werden jetzt dem Strome einen ebensolchen Widerstand leisten, als befände sich zwischen b und d ein Draht, dessen Länge gleich l, dessen specifischer Leitungswiderstand gleich r, und dessen Querschnitt Q gleich der Summe aller Querschnitte $s_1 + \cdots s_n$ wäre. Der Widerstand eines solchen Drahtes würde gleich

$$\frac{r\,l}{Q} = \frac{r\,l}{s_1 + s_2 + \cdots s_n}$$

sein.

Der Widerstand, welchen dann der gesamte Schliessungsbogen leistet, ist

$$W + \frac{r\,l}{s_1 + s_2 + \cdots s_n},$$

die Stromstärke in dem ungeteilten Stücke des Schliessungsbogens demnach

$$J = \frac{E}{W + \frac{r\,l}{s_1 + s_2 + \cdots s_n}}.$$

Setzen wir nun für $s_1 \ldots$ die oben bestimmten Werte ein, so wird

$$J = \frac{E}{W + \frac{r\,l}{\frac{r\,l}{w_1} + \frac{r\,l}{w_2} + \cdots \frac{r\,l}{w_n}}} = \frac{E}{W + \frac{1}{\frac{1}{w_1} + \frac{1}{w_2} + \cdots \frac{1}{w_n}}}$$

$$J = \frac{E}{W + \frac{w_1 w_2 w_3 \cdots w_n}{w_2 w_3 \cdots w_n + w_1 w_3 \cdots w_n + \cdots w_1 w_2 \cdots w_{n-1}}}$$

Nehmen wir jetzt der Einfachheit wegen $n = 4$ an, so wird

$$J = \frac{E\,(w_2 w_3 w_4 + w_1 w_3 w_4 + w_1 w_2 w_4 + w_1 w_2 w_3)}{W\,(w_2 w_3 w_4 + w_1 w_3 w_4 + w_1 w_2 w_4 + w_1 w_2 w_3) + w_1 w_2 w_3 w_4}.$$

Die Stromstärke in den einzelnen Zweigen erhalten wir jetzt durch Anwendung folgender zwei Sätze: Erstens mufs die Summe der in allen Zweigschliessungen vorhandenen Stromstärken gleich sein der Stromstärke in dem ungeteilten Bogen. Es folgt das aus dem Satze, dafs die Stromstärke in allen Querschnitten eines Leiters dieselbe sein mufs, und daraus, dafs wir alle Zweige durch einen Draht von der Länge l und dem Querschnitte $Q = s_1 + s_2 \cdots$ ersetzt denken können.

Zweitens mufs die Stromstärke in jedem Zweige dem Widerstande dieses Zweiges umgekehrt proportional sein. In den die vorhandenen Zweige ersetzenden Drähten gleicher Länge und gleichen specifischen Widerstandes wird sich der Strom nämlich so verteilen, dafs durch jeden ein dem Querschnitte desselben proportionaler Teil geht. Da nun die Querschnitte dieser Drähte den Widerständen in den einzelnen Zweigen umgekehrt proportional sind, und da die Stromstärke in den einzelnen Zweigen genau gleich derjenigen in den sie ersetzenden Drähten sein mufs, so folgt, dafs die Stromstärke in jedem Zweigdrahte dem Widerstande desselben umgekehrt proportional sein mufs.

Digitized by Google

Sind demnach $i_1\ i_2 \ldots$ die Stromstärken in den einzelnen Drähten, so ist

$$i_1 + i_2 + \cdots i_n = J$$

$$i_1 : i_2 : \cdots i_n = \frac{1}{w_1} : \frac{1}{w_2} : \cdots \frac{1}{w_n}.$$

Es ist demnach auch weiter

$$i_n : J = \frac{w_1 w_2 w_3 \cdots w_n}{w_2 w_3 \cdots w_n + w_1 w_3 \cdots w_n + \cdots w_1 w_2 \cdots w_{n-1}} : w_n$$

$$i_n = \frac{J . w_1 w_2 w \cdots w_{n-1}}{w_2 w_3 \cdots w_n + w_1 w_3 \cdots w_n + \cdots w_1 w_2 \cdots w_{n-1}}.$$

Bei 4 Zweigen wird demnach z. B.

$$i_4 = \frac{E . w_1 w_2 w_3}{W(w_2 w_3 w_4 + w_1 w_3 w_4 + w_1 w_2 w_4 + w_1 w_2 w_3) + w_1 w_2 w_3 w_4}$$

$$i_3 = \frac{E . w_1 w_2 w_4}{W(w_2 w_3 w_4 + w_1 w_3 w_4 + w_1 w_2 w_4 + w_1 w_2 w_3) + w_1 w_2 w_3 w_4}$$

so dafs also die einzelnen Glieder in dem Ausdrucke für J die Stromstärken der einzelnen Zweige geben und zwar jedes Glied die Stromstärke desjenigen Zweiges, dessen Widerstand im Zähler fehlt.

Ohm[1]) hat durch Versuche die Richtigkeit dieser Formeln dargethan und darin eine neue Bestätigung für die Theorie geliefert.

Unter Anwendung derselben Principien lassen sich die Stromstärken bestimmen, wenn die Zweige anders geordnet sind, nicht alle in einem Punkte zusammentreffen, oder in den Zweigen selbst elektromotorische Kräfte vorhanden sind. Verschiedene Probleme dieser Art sind besonders von Poggendorff[2]) und Lenz[3]) behandelt worden.

Alle diese Fälle lassen sich leicht mit Hilfe zweier Sätze von Kirchhoff[4]) ableiten, welcher in denselben das Problem der Stromverzweigung ganz allgemein gelöst hat. Die beiden Sätze sind:

1) Hat man eine Anzahl sich in einem Punkte c kreuzender Ströme a, a_1, a_2, b, b_1, b_2 Fig. 137, so mufs die algebraische Summe aller Stromstärken, die zu dem Punkte hinströmenden mit entgegengesetztem Vorzeichen als die von demselben fortströmenden genommen, gleich 0 sein. Bezeichnen wir also die Stromstärken mit $Ja\ Ja_1\ Ja_2\ Jb\ Jb_1 \ldots$, so mufs $Ja + Ja_1 + Ja_2 + Jb + Jb_1 + Jb_2 = \Sigma J = 0$ sein. Der Satz folgt unmittelbar daraus, dafs, wenn das nicht der Fall wäre, im Punkte c eine Anhäufung der Elektricität stattfände, somit die Ströme in ihrem Verlaufe gestört würden.

Diesen Satz hatten wir in dem soeben von uns betrachteten Falle unter der Form:

1) *Ohm*, Die galvanische Kette S. 70. Schweiggers Journal Bd. XLIX. Jahrg. 1827.

2) *Poggendorff*, Poggend. Ann. Bd. LIV, LV, LXVII. Letztere Mitteilung enthält eine von W. Weber gegebene Lösung des Problems der Stromverzweigung.

3) *Lenz*, Bulletin phys. math. de l'Acad. de St. Petersbourg. T. III. Doves Repertorium. Bd. VIII.

4) *Kirchhoff*, Poggend. Ann. Bd. LXIV, LXXII, LXXV.

Digitized by Google

$$J = i_1 + i_2 + \cdots i_n,$$

welcher in der Kirchhoffschen Form heifst: die Summe der nach und von dem Punkte b oder d gehenden Ströme, die fortgehenden mit dem negativen Vorzeichen versehen, mufs gleich 0 sein.

2) Der zweite Satz bezieht sich auf Ströme, welche einen geschlossenen Kreis bilden. Bilden die Drähte 1, 2 . . . n einen geschlossenen Kreis, und ist die Stromstärke in denselben resp. $J_1\ J_2 \ldots J_n$, der Widerstand der Drähte resp. $w_1\ w_2 \ldots w_n$, so mufs die Summe der Produkte $J_1 w_1 + J_2 w_2 + \cdots J_n w_n$ gleich sein der Summe der in dem Kreise thätigen elektromotorischen Kräfte. Dabei sind die bei dem Durchschreiten des Kreises nach einer Richtung entgegengesetzt gerichteten Ströme und entgegengesetzt gerichteten elektromotorischen Kräfte mit entgegengesetztem Vorzeichen zu nehmen.

Dieser Satz ergiebt sich folgendermafsen. Es befinde sich z. B. in einem Stromkreis AB (Fig. 138) ein ringsgeschlossener Zweig der Drähte

Fig. 137.

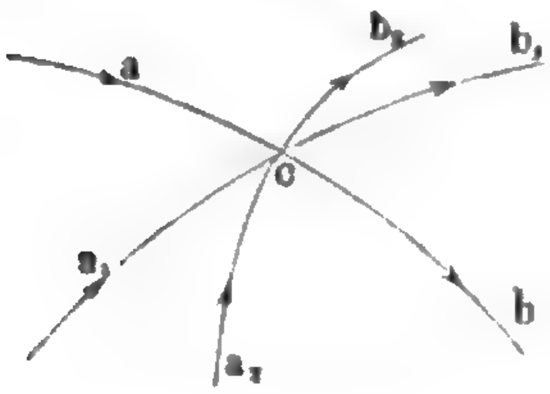
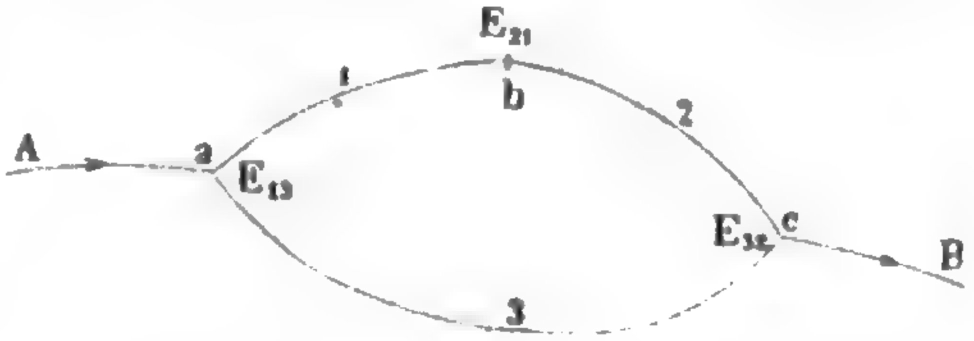


Fig. 138.



1, 2, 3, und an den Grenzen, wo die Drähte zusammenstofsen, seien elektromotorische Kräfte E_{12}, E_{23}, E_{31} vorhanden. Nun sei der Wert des elektrischen Potentials an den Grenzen des Drahtes 1 bei a gleich E_1 und bei b gleich e_1, an den Grenzen des Drahtes 2 bei b und c gleich E_2 und e_2, an denen des Drahtes 3 bei c und a gleich E_3 und e_3.

Die Stromstärken in diesen drei Drähten sind dann

$$J_1 = \frac{E_1 - e_1}{w_1}; \quad J_2 = \frac{E_2 - e_2}{w_2}; \quad J_3 = \frac{E_3 - e_3}{w_3}.$$

Daraus folgt, indem wir jede Stromstärke mit dem zugehörigen Widerstand multiplizieren und summieren,

$$J_1 w_1 + J_2 w_2 + J_3 w_3 = E_1 - e_1 + E_2 - e_2 + E_3 - e_3.$$

Nun ist, welches auch sonst der elektrische Zustand des Kreises sein mag,

$$E_1 - e_3 = E_{13}; \quad E_2 - e_1 = E_{21}; \quad E_3 - e_2 = E_{32},$$

da unter allen Umständen die Differenzen der Potentialwerte an den Berührungsstellen zweier heterogener Leiter dieselben, und zwar die von uns sogenannten elektromotorischen Kräfte sind.

Demnach ist, wenn wir die Summe der in dem Stromkreise vorhandenen elektromotorischen Kräfte mit ΣE, die Summe der Produkte Jw mit ΣJw bezeichnen, in einem geschlossenen Kreise

$$\Sigma Jw = \Sigma E.$$

Digitized by Google

Wäre in dem eben betrachteten Falle in dem Kreise keine elektromotorische Kraft thätig, so müfsten die Stromstärken J_1 und J_2 in den beiden nach einander eingeschalteten Drähten gleich sein, sei sie J, und der Kirchhoffsche Satz würde dann

$$J(w_1 + w_2) + J_3 w_3 = 0$$

$$J(w_1 + w_2) = - J_3 w_3.$$

Die Stromstärken in den beiden Zweigen müfsten sich umgekehrt verhalten wie die Widerstände, und beide Ströme müfsten von a nach c gerichtet sein.

Wäre der Zweig 1, 2, 3 ein für sich bestehender Stromkreis, so müfste nach dem Ohmschen Gesetze die Stromstärke in allen drei Zweigen dieselbe sein; sei sie J. Nach Kirchhoff ist dann

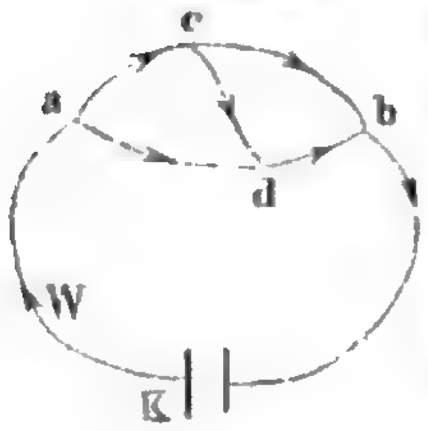
$$J(w_1 + w_2 + w_3) = \Sigma E$$

$$J = \frac{\Sigma E}{w_1 + w_2 + w_3}$$

die einfache Form des Ohmschen Gesetzes.

Mit Hilfe der beiden Kirchhoffschen Sätze ist es nicht schwierig, die Stromstärken in Zweigströmen, selbst in verwickelten Fällen zu bestimmen. Wir wollen dieselben nur zur Behandlung zweier Probleme benutzen, welche wir im Folgenden anwenden werden.

Fig. 139.



Es sei Fig. 139 ein Stromkreis bKa gegeben, der zwischen a und b durch die Zweige acb und adb, welche unter sich durch die Brücke cd verbunden sind, geschlossen ist. Nun soll die Stromstärke in allen Teilen, besonders in der Brücke bestimmt werden.

Es sei in	aKb	ac	cb	ad	db	cd
Stromstärke	J	i_1	i_2	i_3	i_4	i
Widerstand	W	w_1	w_2	w_3	w_4	w

die elektromotorische Kraft gleich E.

Aus den Kirchhoffschen Sätzen folgt

$$J - i_1 - i_3 = 0 \qquad J - i_2 - i_4 = 0$$

$$i_1 - i_2 - i = 0 \qquad i_3 + i - i_4 = 0$$

$$i_1 w_1 + i w - i_3 w_3 = 0 \qquad i w + i_4 w_4 - i_2 w_2 = 0$$

$$J W + i_1 w_1 + i_2 w_2 = E$$

$$J W + i_3 w_3 + i_4 w_4 = E.$$

Wie man sieht, haben wir hier 8 Gleichungen für die 6 zu bestimmenden Gröfsen, das gewöhnliche Auflösungsverfahren liefert daher

$$J = \frac{E[w(w_1 + w_2 + w_3 + w_4) + (w_1 + w_3)(w_2 + w_4)]}{D}$$

Digitized by Google

$$i_1 = \frac{E[w(w_3 + w_4) + w_3(w_2 + w_4)]}{D}; \quad i_2 = \frac{E[w(w_3 + w_4) + w_4(w_1 + w_3)]}{D}$$

$$i_3 = \frac{E[w(w_1 + w_2) + w_1(w_2 + w_4)]}{D}; \quad i_4 = \frac{E[w(w_1 + w_2) + w_2(w_1 + w_3)]}{D}$$

$$i = \frac{E(w_2 w_3 - w_1 w_4)}{D},$$

worin der allen Ausdrücken gemeinschaftliche Nenner ist

$$D = Ww(w_1 + w_2 + w_3 + w_4) + W(w_1 + w_3)(w_2 + w_4) + w(w_1 + w_2)(w_3 + w_4)$$
$$+ w_1 w_2 (w_3 + w_4) + w_3 w_4 (w_1 + w_2).$$

Die Stromstärke i in der Brücke hängt, wie man sieht, aufser von der Gröfse der elektromotorischen Kraft und dem Gesamtwiderstande der Leitung wesentlich ab von der Differenz

$$w_2 w_3 - w_1 w_4,$$

also dem Widerstande in den Zweigen, zwischen welchen die Brücke ausgespannt ist. Ist diese Differenz gleich null oder

$$w_2 w_3 = w_1 w_4,$$

so ist in der Brücke gar kein Strom vorhanden; das ist der Fall, wenn

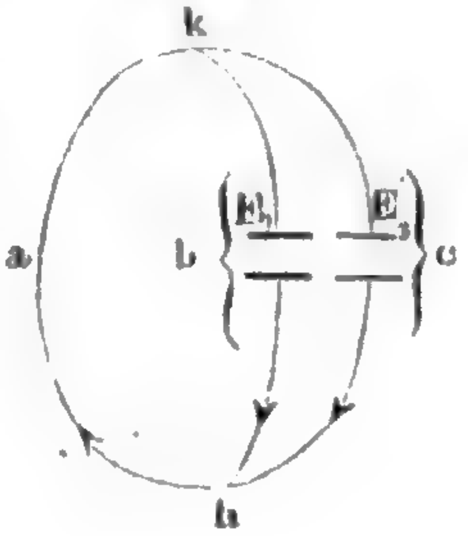
$$w_1 : w_2 = w_3 : w_4.$$

Macht man daher in den Zweigen ac und cb die Widerstände einander gleich, so folgt, wenn in der Brücke kein Strom vorhanden ist, dafs auch $w_3 = w_4$ ist.

Dieser Satz wird in dem Wheatstoneschen Verfahren zur Bestimmung des Leitungswiderstandes angewandt.

Als zweite Anwendung der Kirchhoffschen Sätze wollen wir ein zuerst von Poggendorff[1]) behandeltes Problem wählen, welches wir später bei der Messung elektromotorischer Kräfte benutzen werden. Zwei Elemente E_1 und E_2 sind in der Weise (Fig. 140) mit einander verbunden, dafs die Leitungen b und c, in welchen die Elemente eingeschaltet sind, in h und k zusammenstofsen und die Punkte h und k durch eine Leitung mit einander verbunden sind. Man soll die Stromintensitäten in den drei Zweigen a, b, c bestimmen. Es seien in

Fig. 140.



	a	b	c
Die Stromstärken	i	i_1	i_2
die Widerstände	w	w_1	w_2
die elektrom. Kräfte	0	E_1	E_2.

Wir haben nach den Kirchhoffschen Sätzen

$$i - i_1 - i_2 = 0$$

$$iw + i_1 w_1 = E_1; \quad iw + i_2 w_2 = E_2$$

$$i_1 w_1 - i_2 w_2 = E_1 - E_2,$$

1) *Poggendorff*, Poggend. Ann. Bd. LIV.

Digitized by Google

wenn wir voraussetzen, dafs die Ströme in beiden Zweigen infolge der in ihnen vorhandenen elektromotorischen Kräfte zugleich nach h oder nach k fliessen. Ist die elektromotorische Kraft in einem der Zweige z. B. anders gerichtet, so würde das Vorzeichen von i_2 und E_2 das entgegengesetzte werden.

Das gewöhnliche Auflösungsverfahren liefert uns

$$i = \frac{E_2 w_1 + E_1 w_2}{w w_1 + w w_2 + w_1 w_2}$$

$$i_1 = \frac{E_1 (w + w_2) - E_2 w}{w w_1 + w w_2 + w_1 w_2}$$

$$i_2 = \frac{E_2 (w + w_1) - E_1 w}{w w_1 + w w_2 + w_1 w_2}.$$

Diese Ausdrücke sind mit den von Poggendorff auf anderem Wege erhaltenen gleich und durch Versuche bestätigt worden.

§. 82.

Ströme in ungeschlossenen Leitern. Bisher haben wir bei Besprechung der galvanischen Ströme stets einen geschlossenen Stromkreis, also eine geschlossene leitende Verbindung der beiden Pole der Batterie vorausgesetzt. Nach der Theorie der Strombildung ist dann, wenn wir auch jetzt nur lineare Leiter, das heifst solche, bei denen zu ihrer Axe senkrechte Durchschnitte Niveauflächen sind, voraussetzen, die Stromstärke, also die in elektrostatischen Einheiten ausgedrückte, in der Zeiteinheit durch jeden Querschnitt fliefsende Elektricitätsmenge gegeben in der Gleichung

$$i = -kq\frac{dV}{dx},$$

wo wie bisher immer k die Leitungsfähigkeit, q den Querschnitt des Leiters und V den Wert der Potentialfunktion an der im Abstande x von irgend einem Anfangspunkte gelegenen Stelle des Leiters bedeutet.

Diese Gleichung zeigt, wie wir es bei der Entwicklung derselben schon hervorhoben, dafs die einzige Bedingung für das Auftreten eines elektrischen Stromes die Veränderlichkeit in dem Werte der elektrischen Potentialfunktion in dem Leiter ist, dafs stets, und so lange die Potentialfunktion auf dem Leiter nicht überall denselben Wert hat, so lange also $\frac{dV}{dx}$ nicht gleich null ist, ein elektrischer Strom entstehen mufs. Wir müfsen deshalb auch einen solchen Strom in nicht zu einem Stromkreise geschlossenen Leitern erhalten, wenn wir die Bedingung einer nicht konstanten Potentialfunktion herstellen.

In der That ist das der Fall und in einer bestimmten Anordnung ist diese Strombildung schon lange benutzt worden. Wenn man den einen Pol einer Batterie mit der Erde in leitende Verbindung bringt, und den andern isoliert läfst, so wird auf dem erstern die Potentialfunktion gleich null und an dem andern steigt dieselbe auf ihren doppelten Wert. Wenn man aber auch den andern Pol zur Erde ableitet, so sinkt dort der Wert der Potentialfunktion, auf dem andern Pole steigt er wieder und in beiden Ableitungsdrähten entsteht ein Strom, da auf beiden die Potentialfunktion

Digitized by Google

von einem gewissen Werte an den Polen bis zu dem Werte null, dort wo der Draht die Erde berührt, abnimmt. Dieser Strom ist proportional dem auf beiden Ableitungen gleichen elektrischen Gefälle, also nur abhängig von dem Widerstande, den die Ableitungsdrähte dem Strome entgegensetzen, er ist somit genau derselbe, wie wenn diese Ableitungsdrähte direkt zu einem Stromkreise verbunden wären. Es ergiebt sich das unmittelbar aus unseren Entwicklungen des §. 78, in denen wir zeigten, dafs das Gefälle der Potentialfunktion nicht geändert wird, wenn wir an einer beliebigen Stelle des Stromkreises durch Ableitung den Wert der Potentialfunktion gleich null machen. Wenn wir an dieser Stelle den Stromkreis zerschneiden, und nur dafür sorgen, dafs an den Enden der Drähte, die durch das Zerschneiden entstanden sind, die Potentialfunktion konstant gleich null erhalten wird, so kann dadurch das Gefälle absolut nicht geändert werden, der Strom mufs also auch ungeändert derselbe bleiben. Diese Bedingung ist aber realisiert, wenn wir die beiden Pole einer Batterie zur Erde ableiten, es mufs also in diesen Ableitungsdrähten der Strom genau derselbe sein, wie wenn dieselben direkt zu einem Stromkreise verbunden wären. Dabei ist es ganz gleichgültig, ob die Ableitungsdrähte an einander nahen oder in beliebig von einander entfernten Stellen die Erde berühren, da die Bedingung in beiden Fällen identisch dieselbe ist, dafs an den Enden der Drähte der Wert des Potentials gleich null ist.

Bekanntlich ist dieser Satz bei unsern Telegraphen benutzt, indem die Telegraphenleitungen niemals in sich geschlossene Stromkreise, sondern Ableitungen von den Polen der Batterie zur Erde sind; erst seitdem Steinheil diese Anordnung der Telegraphenleitung in die Praxis eingeführt hat, konnte die Telegraphie ihre jetzige Ausdehnung erhalten, indem die Telegraphenanlagen gegen früher, so lange man geschlossene Kreise anwenden zu müssen glaubte, für die Hälfte des Preises hergestellt werden können.

Ströme, allerdings von kurzer Dauer und rasch abnehmender Stärke, müssen auch stets entstehen, wenn man mit den Polen einer Batterie Drähte verbindet, welche an ihrem anderen Ende isoliert sind; denn auch auf solchen Drähten hat die elektrische Potentialfunktion an den verschiedenen Stellen im ersten Momente einen verschiedenen Wert. Am Ende des Drahtes ist die Potentialfunktion null, dort, wo er an der Batterie anliegt, ist dieselbe gleich V, es mufs also so lange ein Strom vorhanden sein, bis die Potentialfunktion auf dem ganzen Drahte den gleichen Wert hat. In den in unsern Laboratorien zu Gebote stehenden Drahtleitungen sind allerdings diese Ströme kaum wahrzunehmen, man kann sie indes leicht erhalten, wie Siemens[1]) gezeigt hat, wenn man die Pole einer Batterie mit den leitenden Flächen eines Ansammlungsapparates verbindet, den Ansammlungsapparat entladet, ihn wieder mit den Polen des Batterie verbindet u. s. f. Wenn man diese den Ansammlungsapparat ladenden Ströme sich hinreichend rasch folgen läfst, und die-

1) *Siemens*, Poggend. Ann. Bd. CII. Frühere Versuche von Guillemin, jedoch ohne Messungen. Comptes Rendus T. XXIX. p. 632. Poggend. Ann. Bd. LXXIX.

Digitized by Google

selben um eine Magnetnadel leitet, so kann man die Stärke derselben messen und so die Folgerungen der Theorie prüfen.

Für die Stärke des hier zu messenden Stromes erhalten wir nämlich folgenden Wert; sind die beiden leitenden Flächen eines Ansammlungsapparates mit den Polen der Batterie verbunden, so mufs auf denselben der Wert der elektrischen Potentialfunktion gleich dem an den Polen werden. Nennen wir den Wert V_1 und V_2, so mufs, wenn die Kapacität des Ansammlungsapparates gleich K ist, in den Ansammlungsapparat eine solche Elektricitätsmenge Q überfliefsen, dafs

$$Q = K(V_1 - V_2).$$

Wird n mal in der Sekunde, also der Zeiteinheit der Ansammlungsapparat geladen und entladen, so fliefst durch die den Ansammlungsapparat ladende Leitung in der Zeiteinheit die Elektricitätsmenge nQ. Da wir die Intensität des Stromes jene Elektricitätsmenge genannt haben, welche in der Zeiteinheit durch jeden Querschnitt des Stromleiters fliefst, so mufs die an der Magnetnadel gemessene Stromintensität J, vorausgesetzt, dafs n so grofs ist, dafs die rasch folgenden Stösse die Magnetnadel auf einer konstanten Ablenkung halten, werden

$$J = nQ = nK(V_1 - V_2).$$

Ist in unserer frühern Bezeichnung die elektromotorische Kraft der Batterie gleich $2E$, so ist

$$V_1 = +E \quad V_2 = -E$$
$$J = nK \,.\, 2E$$

Für einen aus zwei parallelen Ebenen von der Gröfse F bestehenden Ansammlungsapparat, welche sich im Abstande δ gegenüberstehen und zwischen denen sich ein Isolator befindet, dessen Dielektricitätskonstante gleich D ist, erhielten wir

$$K = \frac{F}{4\pi\delta} D,$$

somit mufs

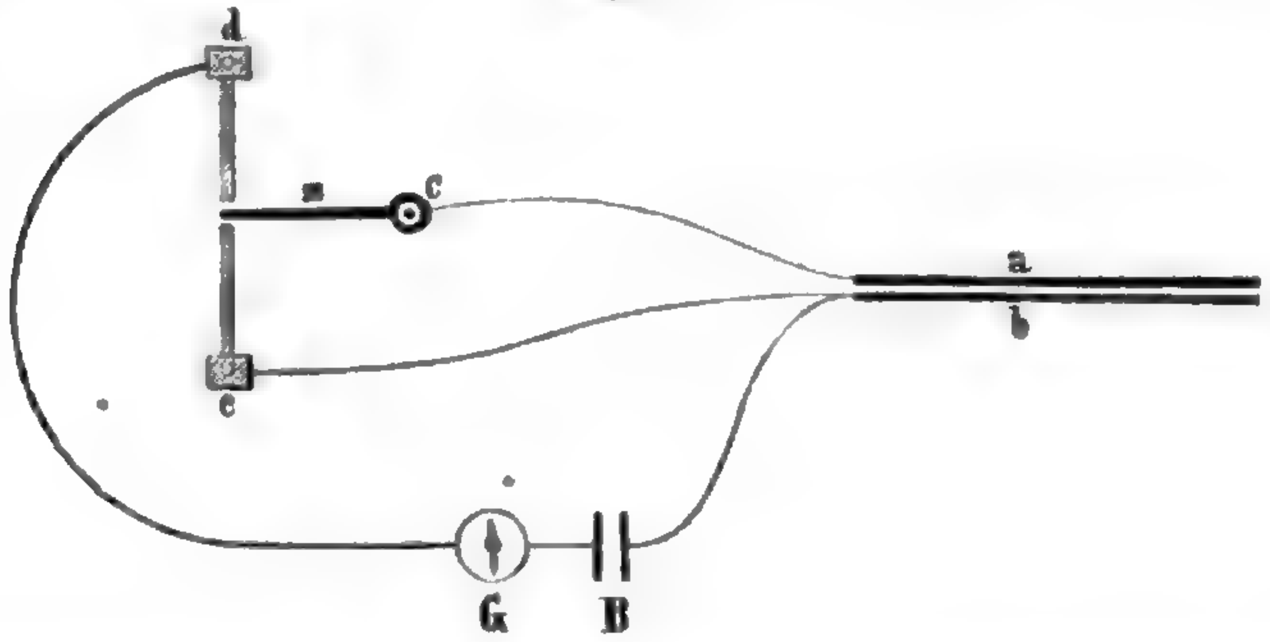
$$J = n\frac{F}{4\pi\delta} D\, 2E.$$

Mit Hilfe einer eigens konstruierten Wippe konnte Siemens sechzigmal in der Sekunde den von ihm benutzten Ansammlungsapparat laden und entladen. Das Schema seiner Versuchsanordnung zeigt Fig. 141. Von dem einen Pole der Batterie B führte ein Draht zu der einen Platte b des Ansammlungsapparates, von dem andern Pole ging der Draht durch das Galvanometer G zu einer Spitze d, welcher in sehr kleinem Abstande eine zweite Spitze e gegenüberstand, welche ihrerseits durch einen Draht mit der Platte b des Ansammlungsapparates in Verbindung stand. Zwischen den beiden Spitzen befand sich die durch die Wippe bewegte Zunge z, welche in der Sekunde 60 Schwingungen machte, und die durch einen Draht mit der Platte a des Ansammlungsapparates in Verbindung stand. Jedesmal somit, wenn die Zunge z an die Spitze d rührte, wurde der Ansammlungsapparat in die Leitung der Batterie eingeschaltet, jedesmal, wenn z an die Spitze e rührte, wurde der Ansammlungsapparat entladen.

Digitized by Google

Der Entladungsstrom des Ansammlungsapparates konnte ebenfalls gemessen werden, indem man das Galvanometer in dessen Leitung *be ca* einschaltete.

Fig. 141.



Der für die Stromstärke J erhaltene Ausdruck zeigt, dafs derselbe unter sonst gleichen Umständen nur von der Potentialdifferenz $V_1 - V_2 = 2E$ abhängig ist. Da nun für den die Platten ladenden Strom diese Potentialdifferenz genau denselben Wert hat, wie für den Entladungsstrom, beim ersten die Differenz von 0 bis zu jenem Werte wächst, bei letzterem von jenem Werte auf 0 abnimmt, so ergiebt sich zunächst, dafs der Entladungsstrom genau dieselbe Stärke haben mufs als der Ladungsstrom. Die Versuche lieferten in der That dieses Resultat, indem die Ablenkung des Galvanometers im Entladungsstrome genau dieselbe war wie im Ladungsstrome.

Dafs in der That die Stromstärke J der elektromotorischen Kraft der angewandten Batterie proportional war, zeigte Siemens, indem er die Batterie aus einer verschiedenen Zahl hinter einander verbundener Daniellscher Elemente zusammensetzte. Folgende Tabelle enthält eine Anzahl der Beobachtungen von Siemens; die Stromstärke ist in einem willkürlichen durch die Ablenkung der Magnetnadel gegebenen Mafse ausgedrückt.

Anzahl der Elemente n	Stromstärke J	$\frac{J}{n}$
3	0,0889	0,0296
4	0,1166	0,0292
5	0,1443	0,0288
6	0,1719	0,0287
7	0,1994	0,0285
8	0,2283	0,0285
9	0,2588	0,0288
12	0,3338	0,0278
18	0,4970	0,0277
	Mittel	0,0286

Der für die Stromstärke entwickelte Ausdruck zeigt ferner, dafs so lange die Kapacität des Kondensators durch die zuleitenden Teile nicht

geändert wird, die Stromstärke unabhängig sein mufs von dem Widerstande der Leiter; dafs das in der That der Fall ist, zeigen schon obige Zahlen, die einfach der elektromotorischen Kraft der Batterie proportional sind, obwohl durch die Hinzufügung der Elemente der Widerstand in den leitenden Teilen des Stromes beträchtlich zunahm. Aufserdem erhielt Siemens dieselben Werte, als er Drähte von beträchtlich verschiedener Länge zwischen der Batterie und dem Ansammlungsapparat einschaltete.

Durch weitere Versuche zeigte Siemens, dafs die Stromstärke der Kapacität des Ansammlungsapparates, also der Gröfse der Flächen direkt, dem Abstande derselben umgekehrt proportional war. Die Kapacität des Ansammlungsapparates hängt ab von dem specifischen Induktionsvermögen des zwischen den leitenden Flächen vorhandenen Isolators, sie ist demselben einfach proportional. Man kann deshalb nach dieser Methode die specifischen Induktionsvermögen oder die Dielektricitätskonstanten der verschiedenen Isolatoren mit einander vergleichen; die im §. 49 mitgeteilten Angaben von Siemens, Silow, überhaupt die als nach der Methode von Siemens gefunden bezeichneten Werte sind auf diesem Wege erhalten.

Ganz dieselben Ströme, welche man in den zu dem Ansammlungsapparate führenden Drähten erhält, mufs man auch in hinreichend langen Drähten erhalten, da auch in diese soviel Elektricität einströmen mufs, bis die Potentialfunktion überall denselben Wert erhält, welcher an dem Pole der Batterie vorhanden ist. Besonders stark müssen diese Ströme bei den Telegraphenkabeln werden, bei denen der innere Draht erst von einer isolierenden und dann wieder von einer leitenden Hülle umgeben ist, bei denen also die Drähte gewissermafsen die innere Belegung einer Leydener Flasche bilden. Sind die Drähte lang genug, so kann man den eine einzelne Ladung bewirkenden Strom beobachten. Alle diese Ströme sind von Guillemin[1]), Siemens[2]), Faraday[3]), Wheatstone[4]) und andern beobachtet und wegen ihrer Wichtigkeit für die telegraphische Praxis näher untersucht worden. Es würde uns hier zu weit führen, wenn wir auf diese Untersuchungen näher eingehen wollten[5]).

Noch eines Falles der Strombildung in ungeschlossenen Leitern müssen wir hier erwähnen, der auf das deutlichste beweist, dafs in der That stets in einem Leiter ein Strom vorhanden sein muss, wenn die elektrische Potentialfunktion auf ihm nicht konstant ist. Denken wir uns nämlich einen hinreichend langen Draht mit dem Pole einer Batterie verbunden, deren anderer Pol zur Erde abgeleitet ist, so muss auch in diesem Drahte ein konstanter aber in verschiedenen Abständen von dem Pole der Batterie

1) *Guillemin*, Comptes Rendus T. XXIX. T. L. Annales de chim. et de phys. III. Série. T. LX. Comptes Rendus T. LI.

2) *Siemens*, Poggend. Ann. Bd. CII.

3) *Faraday*, Poggend. Ann. Bd. XCII.

4) *Wheatstone*, Poggend. Ann. Bd. XCVI.

5) Über die bei diesen Strömen oder auch in langen Drähten und Kabeln, deren eines Ende mit der Batterie verbunden, deren anderes abgeleitet ist, eintretenden Ladungen, der zu diesen Ladungen und der Entwicklung des stationären Zustandes erforderlichen Zeiten, sowie über die für die unterseeische Telegraphie so wichtigen Erscheinungen, wenn ein zur Erde abgeleitetes Kabel auf kurze Zeit mit dem Pole einer Batterie verbunden wird, giebt *Wiedemann*, Elektricitätslehre Bd. I S. 397 ff., eine Übersicht.

Digitized by Google

verschieden starker Strom vorhanden sein. Durch die Verbindung mit dem Pole der Batterie fliefst Elektricität auf den Draht, und wenn von dem Drahte gar kein Verlust von Elektricität stattfände, so würde die Potentialfunktion überall bald denselben Wert erhalten, wie an dem Pole; nun findet aber an allen Stellen von der Oberfläche des Drahtes ein Verlust der Elektricität nach aufsen statt, deshalb kann die Potentialfunktion nicht überall denselben Wert annehmen, sondern es tritt ein stationärer Zustand ein, der dann erreicht ist, wenn in gleichen Zeiten an irgend ein Flächenstück des Drahtes von der Batterie her ebensoviel Elektricität hinströmt, als nach aussen durch Zerstreuung und Ableitung verloren geht. Das Verhalten eines solchen Drahtes gegen die Elektricität ist ganz dasselbe wie das eines in freier Luft erwärmten Drahtes gegen die Wärme; gerade wie bei letzterem ein stationärer Temperaturzustand eintritt, wenn jede Stelle des Stabes soviel Wärme empfängt, als sie abgiebt, so tritt hier ein stationärer Potentialzustand auf, wenn jede Stelle des Drahtes in gleichen Zeiten ebensoviel Elektricität erhält, wie sie abgiebt. Ja wir können, um die Ströme an den verschiedenen Stellen des Drahtes zu erhalten, einfach die Gleichung der Wärmeleitung in einem Stabe anwenden, indem wir für die in letztere eingehende Temperatur einfach die elektrische Potentialfunktion einsetzen. Denn ebenso, wie der Wärmestrom der Temperaturdifferenz der benachbarten Schichten, ist der elektrische Strom der Potentialdifferenz proportional, und ebenso, wie die Wärmeabgabe nach aufsen der Temperatur des Stabes an der betrachteten Stelle, vorausgesetzt, dafs die Temperatur der Umgebung gleich null ist, so ist der Elektricitätsverlust an einer Stelle des Drahtes dem dort vorhandenen Werte der elektrischen Potentialfunktion proportional.

Wir denken uns zwei um die Länge dx von einander entfernte im Abstande x von dem Batteriepole befindliche Querschnitte des Drahtes; ist V die Potentialfunktion des Drahtes an der Stelle x, k die Leitungsfähigkeit, q der Querschnitt des Drahtes, so fliefst durch den Querschnitt x in der Zeiteinheit die Elektricitätsmenge

$$i = - kq \frac{dV}{dx}.$$

Ist V' der Wert der Potentialfunktion an dem um dx entfernten Querschnitte, so fliefst durch diesen in die folgenden Teile des Drahtes

$$i_1 = - kq \frac{dV'}{dx}.$$

Die Differenz der in der Strecke dx ein- und ausfliefsenden Elektricität ist somit

$$i - i_1 = - kq \left(\frac{dV}{dx} - \frac{dV'}{dx} \right) = kq \frac{d^2 V}{dx},$$

wenn wir die von dV verschiedene Änderung $dV' = dV + d^2 V$ setzen.

Nach Eintritt des stationären Zustandes muss diese Elektricitätsmenge nach aufsen aus der Seitenfläche des Drahtes abfliefsen. Bezeichnen wir demnach mit h jene Elektricitätsmenge, welche aus der Flächeneinheit der Oberfläche des Drahtes nach aufsen abfliefst, wenn die Potential-

Digitized by Google

funktion dort den Wert eins hat, so ist die auf der Länge dx, wo der Wert der Potentialfunktion V ist, nach aufsen abfliefsende Menge

$$hp\,V\,dx,$$

wenn p den Umfang des Drahtes bezeichnet. Damit erhalten wir die Gleichung

$$kq\frac{d^2V}{dx} = hp\,V\,dx$$

$$\frac{d^2V}{dx^2} = \frac{hp}{kq}V$$ [1],

eine Gleichung, welche genau der für die Wärmeleitung S. 281 des dritten Bandes gegebenen entspricht. Gerade wie dort ergiebt sich für den Wert der Potentialfunktion an der Stelle x

$$V = A\cdot e^{\sqrt{\frac{hp}{kq}}\cdot x} + B\,e^{-\sqrt{\frac{hp}{kq}}\cdot x}.$$

Die Potentialfunktion nimmt also auf einem solchen Drahte gerade so ab wie die Temperatur auf einem Stabe. Für die Stärke des Stromes an der Stelle x erhalten wir:

---

1) Ebenso erhalten wir auch leicht die Differentialgleichung für den Zustand des Drahtes und die Bewegung der Elektricität bis sich jener stationäre Zustand hergestellt hat, welche also die vorhin erwähnten Ladungserscheinungen bedingt, wenn wir diese Ausdrücke anstatt auf die Zeiteinheit auf die unendlich kleine Zeit dz beziehen und dann nicht den Überschufs der in die Länge dx einfliefsenden Elektricität der nach aufsen abgegebenen gleich setzen, sondern die Differenz der beiden Mengen durch die eintretende Änderung der Potentialfunktion ausdrücken. Ist nämlich der stationäre Zustand noch nicht erreicht, so nimmt in der Zeit dz, weil die Elektricitätsmenge

$$\left(kq\frac{d^2V}{dx} - hp\,V\,dx\right)dz$$

in demselben bleibt, die Potentialfunktion um den Wert dV zu. Nennen wir die Kapacität der Längeneinheit des Drahtes c, so dafs die Kapacität des Stückes von der Länge dx gleich cdx ist, so ist die der Zunahme dV der Potentialfunktion auf dem Stücke dx entsprechende Elektricitätsmenge $c\,dx\,dV$. Wir erhalten demnach die Gleichung

$$\left(kq\frac{d^2V}{dx} - hp\,V\,dx\right)dz = c\,dx\,dV$$

oder

$$kq\frac{\partial^2V}{\partial x^2} - hp\,V = c\frac{\partial V}{\partial z},$$

wo wir in den Differentialquotienten das Zeichen ∂ setzen, um anzudeuten, dafs bei der Differentiation nach x die Zeit z als konstant, dagegen bei derjenigen nach z die Variabele x als konstant zu betrachten ist. Die erste Änderung bedeutet nämlich die Änderung auf dem Draht für einen gegebenen Moment, die zweite die Änderung mit der Zeit für eine gegebene Stelle des Drahtes.

Diese Gleichung ist bereits von Ohm in seinem früher schon erwähnten Werke „Die galvanische Kette" auf diese Erscheinungen angewandt, sie ist, wie man sieht, ganz dieselbe wie für die Wärmeleitung in einem Stabe; sie bildet die Grundlage zur Ableitung der vorhin erwähnten Ladungserscheinungen.

Digitized by Google

$$i = -kq\frac{dV}{dx} = -kq\cdot\sqrt{\frac{hp}{kq}}\left(Ae^{\sqrt{\frac{hp}{kq}}\cdot x} - Be^{-\sqrt{\frac{hp}{kq}}\cdot x}\right).$$

Hat der Draht eine solche Länge, dafs an seinem Ende die Potentialfunktion gleich null wird, ohne dafs der Draht abgeleitet ist, so wird ganz entsprechend wie bei der Gleichung für die Wärmeleitung

$$A = 0 \quad B = E,$$

wenn E die elektromotorische Kraft der Batterie ist, also der Wert der Potentialfunktion für $x = 0$, dann wird somit

$$i = \sqrt{hpkq}\cdot Ee^{-\sqrt{\frac{hp}{kq}}\cdot x}.$$

Mit wachsendem x mufs also die Stärke des Stromes in geometrischer Reihe abnehmen, wenn x in arithmetischer Reihe zunimmt, für gleiche Werte von x mufs die Stärke des Stromes der elektromotorischen Kraft proportional sein.

Dieses Gesetz der Abnahme des Stromes wird man bei den Versuchen nicht bestätigt finden können, da man bei den sehr grofsen Längen, welche die Drähte zur Beobachtung dieser Ströme haben müssen, keineswegs annehmen kann, dafs h überall denselben Wert hat, und ebenso dafs p, k, q genau konstant sind.

Die Existenz dieser Ströme und ihre Abnahme mit zunehmenden Werten von x hat indes Wheatstone[1]) nachgewiesen. Die Versuche wurden an einem 110 engl. Meilen langen Kabel angestellt, welches 6 Kupferdrähte enthielt; jeder war durch einen Guttaperchaüberzug von 0,1 engl. Zoll Dicke isoliert. Die Drähte lagen in einem Kreise von 0,2 Zoll Durchmesser und waren dann noch von einer gemeinsamen Guttaperchahülle von 0,1 Zoll Dicke umgeben. Das Ganze war schliefslich mit Eisendrähten umwickelt, welche eine vollständige metallische Hülle bildeten. Das Kabel war aufgewickelt in einem trocknen Brunnen und das eine Ende war in das Beobachtungszimmer geführt. Die Drähte waren mit 1, 2, 3, 4, 5, 6 nummeriert und die Enden im Brunnen mit einem Accent bezeichnet. Die Enden 1′2, 2′3, 3′4, 4′5, 5′6 wurden durch Hilfsdrähte verbunden, so dafs der elektrische Strom entweder durch alle sechs hinter einander verbundene Drähte oder durch eine geringere Zahl in gleicher Richtung geführt werden konnte.

Als nun das eine Ende des Drahtes mit dem einen Pole einer Batterie verbunden wurde, deren anderer Pol zur Erde abgeleitet war, und das andere Ende des Kabels isoliert gelassen wurde, zeigte ein eingeschaltetes Galvanometer sehr bald einen konstanten Strom an. Die Stärke desselben fand sich im Abstande von der Batterie:

1) *Wheatstone*, Poggend. Ann. Bd. XCVI.

Digitized by Google

Abstand	Stromstärke	theoretischer Wert
0 Meilen	33,5	33,5
110 „	31	22,9
220 „	25	15,6
330 „	15	10,7
440 „	12	7,3
550 „	5	5
660 „	0	0.

Die letzte Kolumne ist aus den Beobachtungen für $x = 0$ und $x = 550$ nach der Gleichung berechnet, welche die Potentialfunktion am Ende des Drahtes als gleich null voraussetzt. Wie es vorauszusehen war, stimmt der beobachtete Gang der Ströme nur wenig mit dem berechneten, derselbe zeigt indes der Theorie entsprechend, daſs auch in dem Falle in dem Drahte ein konstanter aber an verschiedenen Stellen verschiedener Strom vorhanden ist.

Letzteres muſs auch bei einer langen Leitung der Fall sein, welche, wie es mit unsern Telegraphenleitungen der Fall ist, am andern Ende zur Erde abgeleitet ist, und von welcher sei es in die Luft, sei es über die Stützen weg eine Ableitung stattfindet. Der Gang der Potentialfunktion in einem solchen Draht ergiebt sich aus der vorhin abgeleiteten allgemeinen Gleichung für V, indem für $x = 0$ der Wert von V gleich der Potentialfunktion am Pol der Batterie, also E eingesetzt wird und für $x = l$ auch ohne daſs l gleich unendlich gesetzt wird $V_l = 0$. Die Konstanten A und B bestimmen sich demnach durch die Gleichungen

$$E = A + B$$

$$V_l = A e^{al} + B e^{-al} = 0$$

wenn der Kürze wegen $\sqrt{\frac{hp}{kq}} = a$ gesetzt wird,

$$A = E \frac{e^{-al}}{e^{-al} - e^{al}} \qquad B = -E \frac{e^{al}}{e^{-al} - e^{al}}$$

$$V = E \cdot \frac{e^{-a(l-x)} - e^{a(l-x)}}{e^{-al} - e^{al}}$$

$$i = -kq \frac{dV}{dx} = akqE \frac{e^{-a(l-x)} + e^{a(l-x)}}{e^{al} - e^{-al}}.$$

Diese Gleichung entspricht annähernd dem Gange der Ströme in einer längern Telegraphenleitung, sie würde die Ströme genau darstellen, wenn an allen Stellen der Leitung die Gröſsen h, p, k, q genau dieselben wären, was besonders für h wohl niemals zutrifft.

§. 83.

Widerstandseinheiten, Rheostaten und Rheochorde. Die Intensität des Stromes in geschlossenen Stromleitern hängt nach dem Ohmschen Gesetze ab von der Gröſse der elektromotorischen Kraft und der Gröſse des Widerstandes, welchen der Stromkreis dem Strome entgegensetzt. Letzterer hängt ab von der Länge des Schlieſsungskreises, dem Querschnitte des-

Digitized by Google

lben und von der specifischen Leitungsfähigkeit oder dem reciproken erte derselben, dem specifischen Leitungswiderstande. Um daher die ärke eines Stromes im voraus bestimmen zu können, müssen wir sowohl ; Gröſse der elektromotorischen Kraft der zur Stromerzeugung benutzten ɩelle als auch die Gröſse des Widerstandes im Schlieſsungskreise bemmen können.

Wir suchen zunächst den Widerstand oder die Leitungsfähigkeit der romkreise zu bestimmen; da wir die Abhängigkeit von den Dimensionen s Schlieſsungskreises bereits kennen, haben wir nur noch das specifische itungsvermögen der verschiedenen Substanzen aufzusuchen. Die Leiagsfähigkeit oder den Leitungswiderstand eines Körpers kann man entder nach absolutem oder relativem Maſse bestimmen. Gehen wir von r dem Ohmschen Gesetze zu Grunde liegenden Gleichung aus

$$e = \mp kq \frac{dV}{dx},$$

ergiebt sich für einen Leiter, dessen Querschnitt $q = 1$, wenn weiter

$$\frac{dV}{dx} = 1,$$

$$e = \pm k,$$

Leitungsfähigkeit ist also jene positive und nach entgegengesetzter :htung flieſsende negative Elektricität, welche in der Zeiteinheit durch Querschnittseinheit des Leiters flieſst, wenn das Potentialgefälle gleich s ist. Hiernach hängt die Einheit der Leitungsfähigkeit ab von den wählten Einheiten des Potentialgefälles und der im Stromkreise flieſsenden ektricität. Würden wir die Elektricitätsmenge in dem §. 31 definierten ktrostatischen Maſs messen und dem entsprechend die Potentialfunktion mechanischem Maſse (§. 39) messen, so würde die Einheit von k nfalls in absolutem mechanischem oder elektrostatischem Maſse geɔen sein. Wir werden im letzten Kapitel sehen, wie wir zu dieser soluten Einheit des Leitungsvermögens gelangen können, nach welcher e Substanz das Leitungsvermögen eins hat, in welcher die Einheit Kraft in der Zeiteinheit die Menge eins der positiven Elektricität :h der einen, die gleiche Menge entgegengesetzter Elektricität nach der dern Richtung treibt.

Wir werden dort gleichzeitig noch zwei andere, ebenso wie die eben finierte, zuerst von W. Weber eingeführte absolute Einheiten des Widerındes kennen lernen, die auf andern absoluten Maſsen der Stromstärke d der elektromotorischen Kraft, aber immer auf der Definition beruhen, ſs ein Leiter den Widerstand eins hat, wenn die Einheit der elektroɔtorischen Kraft in ihm die Stromstärke eins hervorruft. Daſs diese finition der obigen gleich ist, erkennt man sofort, wenn man für einen mogenen Leiter, wie im §. 79, für das Gefälle der Potentialfunktion nen Wert einsetzt

$$\frac{dV}{dx} = -\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{l},$$

nit

$$e = \pm kq \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{l}.$$

Setzen wir $\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = 1$, so wird $e = 1$, wenn

$$k\frac{q}{l} = 1,$$

ist gleichzeitig $q = 1$, $l = 1$, so wird auch $k = 1$.

Von den von Weber eingeführten Einheiten ist die auf das sogenannte absolute elektromagnetische Mafs gegründete vor jetzt etwa 20 Jahren von der British Association for the advancement of science in die Praxis eingeführt worden. Dieselbe schlug vor, als Widerstandseinheit einen Widerstand zu wählen, welcher gleich 10 000 Millionen Weberscher absoluter elektromagnetischer Einheiten sei, und welchem sie den Namen Ohmad gab. Die British Association liefs nach dieser Einheit Etalons anfertigen, welche von derselben zu beziehen waren [1]). Es hat sich indefs später herausgestellt, dafs das englische Ohmad etwas zu klein ausgefallen war.

Der Vorschlag der British Association, 10 000 Millionen Weberscher elektromagnetischer Widerstandseinheiten als praktische Einheit einzuführen, ist indefs im Jahre 1881 auf dem Pariser Elektriker-Kongrefs allgemein angenommen und als Ohm, dem Entdecker des Ohmschen Gesetzes zu Ehren, bezeichnet worden. Wie der Widerstand zu bestimmen ist, werden wir im letzten Kapitel sehen, wie er praktisch festgesetzt wird, werden wir sofort sehen.

Wenn man den Widerstand nach relativem Mafse bestimmt, so setzt man den Widerstand eines Drahtes eines bestimmten Metalles einer bestimmten Länge und eines bestimmten Querschnitts gleich eins, und vergleicht mit diesem die zu messenden Widerstände. Von den drei zusammenhängenden Gröfsen, Stromstärke, Widerstand und elektromotorische Kraft wird damit, wenn die erste gegeben ist, die zweite willkürlich festgesetzt, und aus diesen ergiebt sich als abgeleitete die Einheit der elektromotorischen Kraft. Welchen Draht man dabei als Einheit wählt, ist vom theoretischen Standpunkte ganz gleichgültig, man hat sich dabei nur von praktischen Rücksichten leiten zu lassen, nämlich eine Einheit zu wählen, welche überall leicht wieder zu finden ist, und welche durch den Gebrauch, durch Aussetzen an der Luft und durch andere Umstände nicht leicht geändert wird.

Es sind zu dem Ende verschiedene Vorschläge gemacht worden, von denen der Jacobis lange Zeit die weiteste Annahme gefunden hat. Jacobi schlug vor, die Leitungsfähigkeit eines cylindrischen Kupferdrahtes von 1 m Länge und 1 mm Durchmesser als Einheit zu wählen. Später hat sich herausgestellt, dafs dieses Mafs nicht vergleichbar hergestellt werden kann, da sehr geringe Verunreinigungen des Kupfers, und selbst verschiedene Härte des Drahtes den Widerstand des gewählten Etalons verändern. Es würden daher nur Etalons aus demselben Kupfer und von demselben Verfertiger dargestellt vergleichbar sein, und deshalb sandte Jacobi [2]) einen bestimmten Draht an verschiedene Physiker mit der Auf-

1) Poggend. Ann. Bd. CXXIV. S. 641. *Flemming-Jenkin*, Poggend. Ann. Bd. CXXVI.

2) *Jacobi*. Man sehe Webers Elektrodynamische Mafsbestimmungen, insbesondere Widerstandsmessungen.

Digitized by Google

rderung, einen diesem gleichen oder vielmehr aus diesem für 1 m Kupfer-
·aht von 1 mm Durchmesser berechneten Widerstand als Einheit zu
:hmen. Es wurden darauf hin die nach diesem Originalmafse in Leipzig
:rfertigten Etalons, wenigstens in Deutschland, als Einheit angewandt.
)äter zeigte sich indes, dafs auch diese Etalons verschiedene Werte
ıben können, und deshalb hat Siemens[1]) vorgeschlagen, als Etalon das
hon früher von Pouillet[2]) angewandte Quecksilber zu wählen, und als
inheit des Widerstandes den Widerstand eines Quecksilberprismas von
m Länge und 1 qmm Querschnitt zu nehmen. Als Vorzug dieses
afses giebt Siemens die leichte Reproduzierbarkeit an, da man leicht
uecksilber in hinreichender Menge und gröfster Reinheit erhalten kann,
ı überdies sehr geringe Verunreinigungen den Widerstand des Queck-
lbers bedeutend weniger verändern als den eines anderen Metalles, und
ı bei einem solchen Quecksilberetalon niemals infolge verschiedener
olekularstruktur wie bei den festen Körpern eine Verschiedenheit der
eitungsfähigkeit eintreten kann. Das Siemenssche Mafs wurde auch bald
lgemein angenommen und bis zum Jahre 1881 ziemlich allgemein an-
:wandt. In Neusilberdraht, welcher zu einer Rolle gewickelt ist, repro-
ızierte mit grofser Sorgfalt hergestellte Etalons der Quecksilbereinheit
nd von Siemens und Halske zu beziehen. Wir werden sehen, dafs man
.r praktischen Verwendung des Ohm mit der gröfsten Sorgfalt gesucht
ıt den Widerstand der Quecksilbereinheit als Bruchteil des theoretischen
hm zu bestimmen. Die Resultate stimmen noch nicht vollständig über-
n, man hat sich indes bis auf weiteres dahin geeinigt, die Siemenssche
inheit gleich 0,9434 Ohm oder das Ohm gleich 1,06 Siemenssche oder
uecksilbereinheit zu setzen.

Andere haben als Einheit der Leitungsfähigkeit oder des Wider-
andes das Silber vorgeschlagen und angewandt, welches vor dem Kupfer
›n Vorzug hat, dafs es die am besten leitende Substanz ist, welche
an bisher kennt, so dafs also auf Silber bezogen alle übrigen die
eitungsfähigkeit oder den Widerstand ausdrückende Zahlen kleiner oder
·öfser als die gewählte Einheit sind. Zugleich sind nach den Versuchen
›n Langsdorf[3]) Drähte aus chemisch reinem Silber auf folgende Weise
ımer von gleichem Widerstande zu erhalten. Das chemisch reine ge-
hmolzene Silber wird in einen Stift ausgegossen und dann im Zieheisen
ı Draht ausgezogen. Vor jedem neuen Ziehen und nach dem letzten
:ehen, welches zweimal durch dasselbe Loch zu geschehen hat, wird der
raht mehrfach ausgeglüht und zuletzt der glühende Draht recht gleich-
äfsig in kaltes Wasser getaucht. Das Silber hat, so behandelt, ein
›ecifisches Gewicht von 10,429.

Später ist von Matthiessen[4]) eine Legierung von zwei Gewichtsteilen
old und einem Gewichtsteil Silber vorgeschlagen worden, und als Vorzug

1) *Siemens*, Poggend. Ann. Bd. CX. In dieser Abhandlung giebt Siemens
eichzeitig ausführlich das Verfahren zur Herstellung von Quecksilberetalons an.
an sehe auch *Dehms*, Poggend. Ann. Bd. CXXXVI.

2) *Pouillet*, Ann. de chim. et de phys. III. Sér. T. XVII.

3) *Langsdorf*, Liebigs Annalen. Bd. LXXXV. Man sehe *Wiedemann*, Gal-
ınismus. Bd. I. §. 182. 2. Aufl.

4) *Matthiessen*, Poggend. Ann. Bd. CXXV.

Digitized by Google

angeführt, dafs, wenn man nur käuflich reines Gold und reines Silber nimmt, der Widerstand der Legierung fast genau derselbe ist, wie sich Matthiessen durch Messung an acht Drähten, welche an den verschiedensten Orten hergestellt waren, überzeugte. Matthiessen hat indessen seinen Vorschlag zu Gunsten der von der British Association vorgeschlagenen Einheit später fallen lassen.

Wir wenden zunächst die Siemenssche Quecksilbereinheit an, welche wir nach der vorhin gemachten Angabe durch Multiplikation mit 0,9434 immer auf das Ohm umrechnen können. Bemerken wollen wir hier in Bezug auf die verschiedenen Einheiten nur, dafs zwischen denselben folgende Beziehungen bestehen:

1 m Siberdraht von 1 mm Durchmesser	ist	gleich	0,02147	Siemens	= 0,02025	Ohm[1]),	
Jacobis Etalon	„	„	0,5745	„	= 0,542	„	[2]),
Ohmad d. British Association	„	„	1,0482	„	= 0,9853	„	.

Die Messungen zur Darstellung des Ohm in einer Quecksilberlänge werden wir, wie schon erwähnt wurde, im letzten Kapitel besprechen. Infolge der Einführung der Quecksilbereinheit werden wir die specifischen Leitungsfähigkeiten k auf Quecksilber als eins beziehen, so dafs die reciproken Werte der Leitungsfähigkeiten den Widerstand eines Drahtes der betreffenden Substanz von 1 m Länge und 1 qmm Querschnitt in der Quecksilbereinheit bedeuten.

Wir haben hiernach die elektrische Leitungsfähigkeit der Körper mit derjenigen des Quecksilbers zu vergleichen, das heifst also den Widerstand eines Drahtes der betreffenden Substanz von bekannter Länge und bekanntem Querschnitt als Bruchteil oder Vielfaches der Siemensschen Einheit auszudrücken. Die Multiplikation der so gefundenen Zahl mit dem Querschnitt des Drahtes und die Division durch die Länge desselben giebt uns nach der Gleichung

$$r\frac{l}{q} = \frac{1}{k}\frac{l}{q} = a$$

den specifischen Leitungswiderstand, dessen reciproker Wert die specifische Leitungsfähigkeit, jene des Quecksilbers gleich eins gesetzt. Die direkte Vergleichung mit einem Siemensschen Etalon läfst sich nicht immer durchführen, man hat daher Rheostaten konstruiert, deren Widerstand man zwischen ziemlich weiten Grenzen variieren kann, die man nach der Quecksilbereinheit graduiert, und mit denen dann die zu untersuchenden Drähte verglichen werden.

Den ungefähr gleichzeitig von Wheatstone[3]) und Jacobi[4]) konstruierten Rheostaten zeigt Fig. 142. Auf eine Rolle von gedörrtem Holz oder

1) Nach *Matthiessen*. Poggend. Bd. BXXV S. 497.

2) Nach *W. Webers* Bestimmung in der Abhandlung zur Galvanometrie. Abhandl. der Göttinger Gesellschaft der Wissenschaften Bd. X.

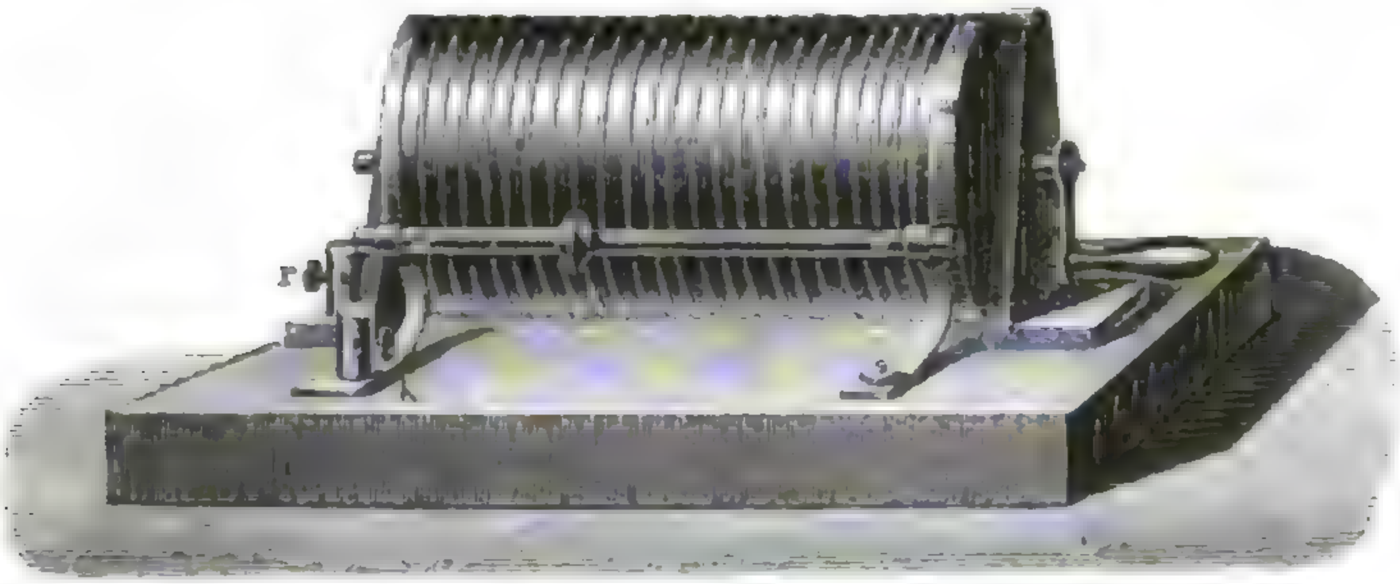
3) *Wheatstone*, Philosophical Transactions for 1843. Poggend. Ann. Bd. LXII.

4) *Jacobi*, Poggend. Ann. Bd. LIV u. LIX.

Digitized by Google

Iarmor oder Serpentin ist ein feiner möglichst gleichmäfsig dicker Neu-lberdraht spiralförmig gewickelt. Das eine Ende des Drahtes an der eite der Walze, an welcher die Kurbel angesetzt ist, ist in der nicht-itenden Substanz der Rolle befestigt, das andere an die metallische Axe

Fig. 142.



r Rolle gelötet. Die Axe der Rolle liegt in Zapfenlagern von Messing, elche vergoldet sind. Auf dem Fufsbrette des Apparates ist ein Messing-äbchen *ss* an Federn befestigt, welches ein auf demselben verschieb-ares Rädchen von Messing trägt. Der Rand des Messingrädchens ist ein-kerbt, so dafs der Draht des Rheostaten gerade in die Kerbe hinein-ifst. Die Federn, welche das Stäbchen tragen, drücken das Rädchen fest gen den auf der Walze befindlichen Draht. Wird die Walze nach der ıen Seite gedreht, so wird das Rädchen, indem es den Windungen des rahtes folgt, nach rechts hin geschoben, wird die Walze entgegengesetzt dreht, so wird das Rädchen nach der anderen Seite geschoben.

Mit dem Messingstäbchen *ss* ist eine Klemmschraube *k* zur Aufnahme s Zuleitungsdrahtes in leitender Verbindung, und die zweite Klemm-hraube *r*, welche den zur Fortleitung des Stromes dienenden Draht auf-mmt, ist mit dem metallischen Zapfenlager der Walze und so mit dem rt an die Axe gelöteten Neusilberdrahte in Verbindung.

Wird der Apparat in den Stromkreis eingeschaltet, so dafs der rom etwa bei *k* eintritt, so geht er von da zu dem Messingrädchen, n diesem auf den Draht des Rheostaten über, durchläuft die Windungen sselben von der Stelle an, welche mit dem Rädchen in Berührung ist, s zu dem an der Axe der Walze angelöteten Ende, geht von der Axe r Walze durch das Zapfenlager zu der zweiten Klemmschraube *r* und n dieser im Stromkreise weiter.

Indem man das Rädchen an der Walze durch Drehung derselben ver-hiebt, schaltet man mehr oder weniger grofse Strecken des Neusilber-ahtes in den Stromkreis ein. Um diese Strecken nach Windungen und uchteilen der Windungen leicht zählen zu können, ist zunächst auf dem essingstäbchen eine den Windungen des Drahtes entsprechende Teilung gebracht, welche die einzelnen in den Stromkreis eingeschalteten Win-ngen zählt; der Nullpunkt der Teilung befindet sich deshalb an dem ıde des Stäbchens, welches dem an die Axe der Walze gelöteten Draht-de zunächst ist. Um die Bruchteile der eingeschalteten Windungen zu

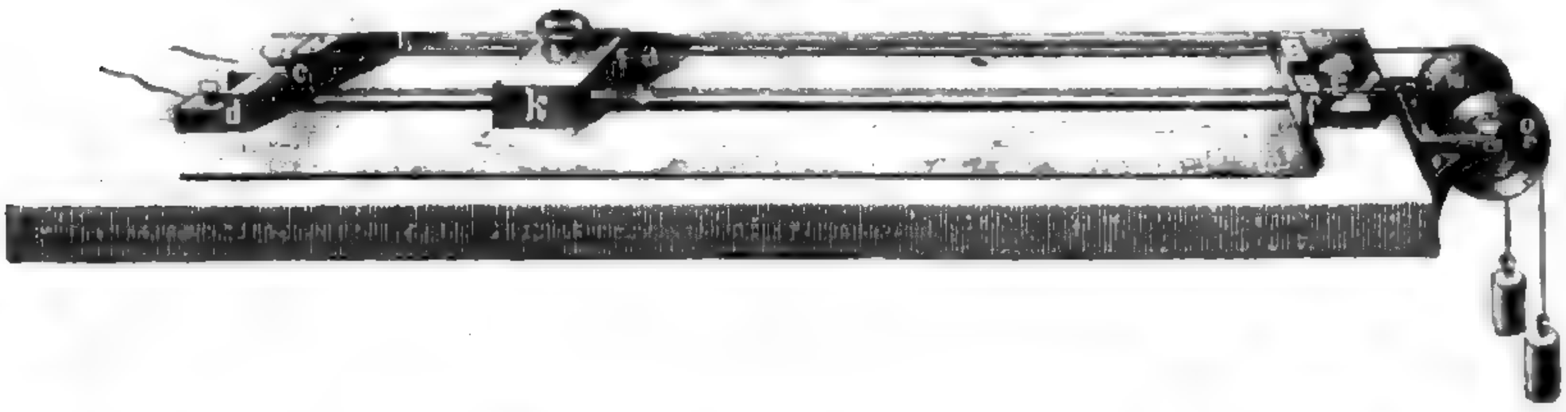
Digitized by Google

bestimmen, ist auf dem einen Rande der Walze eine Teilung, und auf dem Zapfenlager ein nonienartiger Index angebracht.

Dieser Apparat erfüllt somit seinen Zweck, in den Stromkreis beliebige bekannte Widerstände einzuschalten, auf die einfachste Weise; er hat indes mehrere Mängel, welche eine sehr grofse Genauigkeit mit ihm zu erreichen nicht gestatten. Der hauptsächlichste Fehler ist der, dafs der Kontakt des Rädchens und des Drahtes auch bei der gröfsten Vorsicht nicht an allen Stellen genau derselbe sein kann, so dafs der Übergang des Stromes von dem Rädchen auf den Draht des Rheostaten nicht überall mit der gleichen Leichtigkeit erfolgt. Es kommt dadurch bei Anwendung des Apparates ein variabler Widerstand in den Stromkreis, der um so schlimmer ist, da man die Gröfse desselben gar nicht bestimmen kann.

Zu genauen Messungen ist der Rheochord von Poggendorff[1]), besonders in der ihm von Wiedemann[2]) gegebenen Einrichtung geeignet. Die Wiedemannsche Einrichtung desselben zeigt Fig. 143. Zwei feine Platindrähte *a* und *b* sind auf dem Brette parallel neben einander ausgespannt;

Fig. 143.



sie gehen bei *c*, *d*, *e* und *f* über kupferne Lager. An die Lager *c* und *d* sind sie durch aufgeschraubte kupferne Platten fest angedrückt. Jenseits der beiden Lager *e* und *f* sind an die Drähte seidene Schnüre angeknüpft, welche über die Rollen *g* geführt sind und an welchen die die Drähte spannenden Gewichte befestigt sind. Auch auf diese Lager werden zur Festlegung der Drähte kupferne Platten aufgeschraubt. Die Lager *c* und *d* tragen die Klemmschrauben zur Einschaltung des Apparates in den Stromkreis.

Den Drähten parallel ist auf einem Brette ein in Millimeter geteilter Mafsstab befestigt, an welchem der mit einem Nonius versehene Schieber sich bewegen läfst. Dieser Schieber trägt nach der von Neumann angegebenen Einrichtung einen Kasten von Eisenblech, dessen den Lagern zugewandte Wände aus parallelen Glasplatten bestehen, in welchen sich Löcher befinden, so dafs eben die Drähte durch sie hindurchgehen können. Der Kasten wird mit Quecksilber gefüllt. Wenn der Apparat in den Stromkreis eingeschaltet wird, so geht der Strom durch den einen Draht bis zu dem Quecksilberkasten durch das Quecksilber zu dem andern Draht und von diesem in den Stromkreis weiter. Verschiebt man also den Kasten auf den

1) *Poggendorff*, Poggend. Ann. Bd. LII.

2) *Wiedemann*, Galvanismus Bd. I. §. 159. 2. Aufl. Andere Formen des Rheochordes sehe man: *E. du Bois-Reymond*, Abhandlungen der Berliner Akademie aus dem Jahre 1862.

Digitized by Google

ıhten, so schaltet man dadurch verschiedene, an der Teilung genau timmbare Längen von Platindraht ein.

Um den Widerstand des Rheostaten zu vergröfsern, spannte Poggenff mehrere solche Drahtsysteme neben einander auf, welche dann hinter ınder eingeschaltet werden, indem man direkt den zweiten Draht mit ı dritten verbindet und die stromleitenden Drähte an den ersten und ten Draht anbringt.

Andere ebenfalls zu genauen Messungen geeignete Rheostaten, in :hen anstatt der Drähte Quecksilbersäulen benutzt werden, haben ›bi[1]) und Müller[2]) in Wesel konstruiert.

Zu den meisten Versuchen sehr bequem als Rheostaten zu verwenden die Widerstandskästen von Siemens Fig. 144. Auf einer Ebonitplatte,

Fig. 144.

he den Deckel eines Kastens K bildet, sind in zwei parallelen Reihen Anzahl kleiner Platten von dickem Messingblech so neben einander gt, dafs sie sich nicht berühren. Die an der gleichen einen Seite Kastens liegenden Endplatten tragen Klemmschrauben k, durch welche Apparat in den Stromkreis eingeschaltet werden kann, die Endplatten andern Seite sind durch einen dicken Messingstreifen verbunden. Die ›n Stromkreis einzuschaltenden Widerstände befinden sich in dem Kasten, ›estehen aus Spiralen von Neusilberdraht. Dieselben sind aus zwei hen mit einer isolierenden Hülle versehenen Drähten gewunden, so die beiden Dräte parallel neben einander liegen. Die Enden der ıte sind mit einander verlötet, so dafs ein in den Anfang des einen ıtes eintretender Strom erst den einen Draht bis zum Ende durch-, dort in das Ende des zweiten Drahtes übertritt, und nun die Spiim entgegengesetzten Sinne bis zum Anfang des zweiten Drahtes hläuft, der so das zweite Ende der ganzen Wickelung bildet. Diese ›n der Wickelung sind an dicke Kupferdrähte gelötet, welche zu den ingplatten auf dem Deckel führen. Ist das eine Ende der Wickelung der die Klemme k tragenden Messingplatte verbunden, so ist das re Ende mit der neben derselben liegenden Messingplatte verbunden.

1) *Jacobi*, Poggend. Ann. Bd. LXXXVIII.
2) *Müller*, Programm des Gymnasiums zu Wesel 1857. *Wiedemann*, Elektslehre Bd. I S. 488.

Digitized by Google

Das eine Ende der zweiten ebenso gewickelten Spirale ist mit dieser selben zweiten Platte, das andere mit der daneben liegenden dritten Platte verbunden und so fort. Würde der Apparat so in den Stromkreis eingeschaltet werden, so müfste der Strom nach und nach alle Spiralen durchlaufen. Um indes beliebige der Spiralen ausschalten zu können, haben die Messingplatten, an denen die Enden der Spiralen angebracht sind, auf den einander zugewandten Seitenflächen halbkreisförmige und schwach konisch ausgearbeitete Ausschnitte, so dafs je zwei solcher in den neben einander liegenden Platten angebrachte Ausschnitte einen Hohlkegel bilden. In diese Hohlkegel passen mit starker Reibung konische Stöpsel. Wird ein solcher Stöpsel eingesetzt, so geht der Strom direkt von einer Messingplatte zu der neben liegenden, ohne die Spirale, welche im Innern des Kastens die beiden Messingplatten verbindet, zu durchlaufen. Sind alle Löcher gestöpselt, so geht der Strom lediglich durch die dicken mittels der Stöpsel leitend verbundenen Messingplatten, welche demselben nur einen geringen Widerstand entgegensetzen. Wird einer der Stöpsel gezogen, so wird aufserdem der zwischen den entsprechenden Platten befindliche Widerstand durchlaufen. Man kann somit durch Ziehen der Stöpsel beliebige der im Kasten vorhandenen Widerstände einschalten. Die Widerstände in den Kasten sind nach Quecksilbereinheiten oder auch neuerdings nach Ohms ausgeglichen.

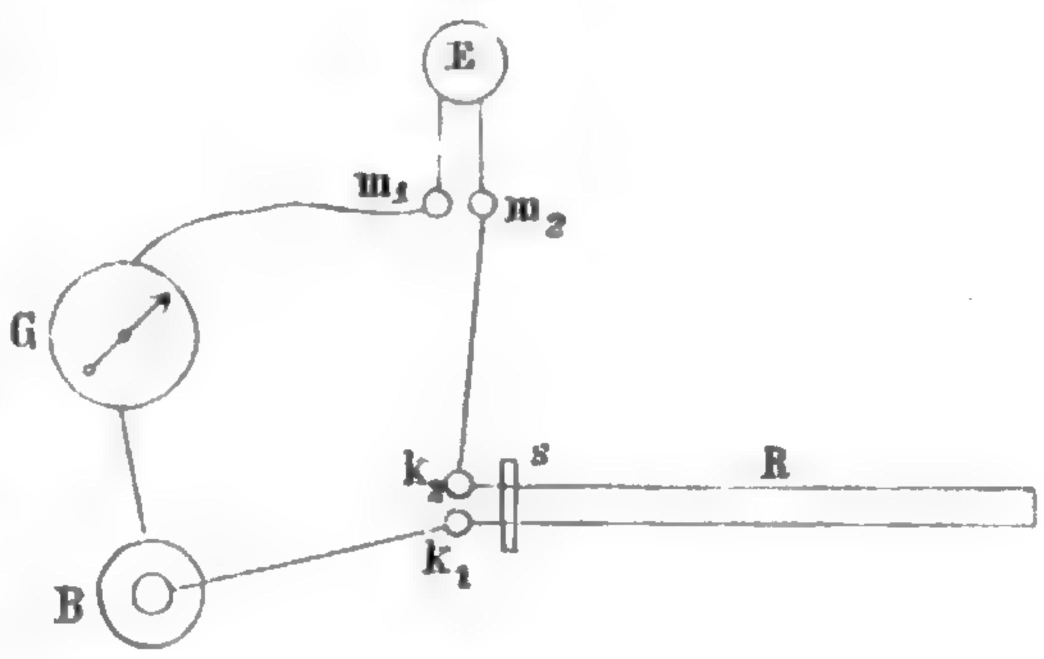
Die Widerstände zwischen den Klemmen sind wie die Gewichtssätze eingeteilt, sie fangen an der Klemme k mit 0,1 an, dann folgen 0, 2, nochmals 0,2, weiter 0, 5, 1, 1, 2, 5 und gehen, wenn 16 Spiralen im Kasten sind, in dieser Weise bis 500, oder wenn 20 im Kasten sind, bis 5000. Mit einem Kasten, der 20 Spiralen in der angegebenen Weise angeordnet enthält, würde man von Zehntel zu Zehntel fortschreitend alle Widerstände zwischen 0,1 und 10 000 Einheiten darstellen können. Andere Kasten sind kleiner. Wir werden sehen, dafs diese Kasten in den meisten Versuchen die Rheostaten oder Rheochorde ersetzen können. Dieselben sind von Siemens und Halske in Berlin, ebenso wie die durch Neusilberdraht hergestellten Etalons zu beziehen.

Die Methode zur Prüfung der Widerstandskasten, ob also die verschiedenen Widerstände den auf den Kasten angegebenen Zahlenverhältnissen entsprechen und ob sie in der richtigen Einheit angegeben sind, sind die gleichen wie zur Messung der Widerstände überhaupt, sie ergeben sich aus den in den nächsten Paragraphen zu besprechenden Methoden.

Für die Rheostaten kann man nicht von vornherein sicher sein, dafs der Widerstand der Drähte an allen Stellen derselbe ist, man mufs sie daher vor dem Gebrauche zu Widerstandsmessungen erst nach dem gewählten Etalon graduieren. Auch die hierzu erforderlichen Methoden werden die nachher zu besprechenden Untersuchungen ergeben, wir deuten daher hier nur kurz eine Methode an, welche direkt die einzelnen Teile des Rheochorddrahtes mit dem Etalon vergleicht. Das Schema dieser Methode zeigt Fig. 145. Man schaltet in den Stromkreis eines konstanten Elementes B ein Galvanometer G von grofser Empfindlichkeit, den Etalon E und den Rheochord ein, dessen Schieber s zunächst auf dem Nullpunkt der Teilung steht. Die Enden des Etalons sind in zwei Quecksilbernäpfchen getaucht, m_1 und m_2, in deren erstes auch die vom Galvanometer her-

mmende Leitung, in deren zweites die zum Rheochord führende Leitung k_2 eintaucht. Man beobachtet im Galvanometer die Stromstärke. Darauf altet man, indem man das Ende des zu k_2 führenden Drahtes aus dem pfchen m_2 in das Näpf-n m_1 hinüberlegt, ohne ıst am Stromkreise das ringste zu ändern, den ılon aus demselben aus, l schaltet durch Ver-iebung des Schiebers Rheochord oder durch ehung der Walze am eostaten, eine solche ahtlänge ein, dafs die omstärke wieder genau selbe ist wie vorher. rausgesetzt, dafs die ktromotorische Kraft Elementes sich nicht geändert hat, ist der Widerstand der eingeschal-en Drahtlänge genau derselbe wie jener des Etalons. Um sich zu ver-vissern, dafs die elektromotorische Kraft dieselbe geblieben ist, wird n der Rheostat wieder auf 0 gestellt und neuerdings der Etalon ein-chaltet. Die Stromstärke mufs ganz dieselbe sein wie bei dem ersten rsuche.

Fig. 145.



Man schaltet dann, während im übrigen die Anordnung wie bei dem ten Versuche ist, irgend ein Stück des Rheostaten, das indes kleiner n soll als das eben für den Widerstand des Etalons erhaltene, in den omkreis ein und beobachtet die Stromstärke. Darauf schaltet man der den Etalon aus und statt dessen ein so grofses Stück des Rheostat-htes wieder ein, dafs die Stromstärke wieder dieselbe ist. Findet man, ı welchem Punkte des Rheostatdrahtes man bei ferneren Versuchen auch geht, immer die gleiche Länge des Drahtes dem Widerstande des Etalons ich, so ist der Rheostatdraht an allen Punkten gleich und der Wider-nd eines eingeschalteten Teiles der Länge desselben proportional. War Länge c dem Etalonwiderstande gleich, so ist bei Einschaltung einer nge l der Widerstand derselben $\frac{1}{c}\, l$.

Findet man dagegen bei diesen Versuchen verschiedene Werte c, wenn n von verschiedenen Punkten des Rheostaten ausgeht, so mufs man h für die Widerstände der verschiedenen Stücke eine Tabelle entwerfen, ılich wie bei einem Thermometer, dessen Rohr nicht genau cylindrisch ist.

§. 84.

Widerstandsmessungen durch Beobachtung von Stromstärken.

s am Schlusse des vorigen Paragraphen angegebene Verfahren zur aduierung eines Rheostaten kann unmittelbar nach Graduierung desselben ɛu dienen, den Widerstand von Drähten zu messen, der nicht gröfser als derjenige des zu Gebote stehenden Rheostaten. Man schaltet an-tt des Etalons den zu untersuchenden Draht ein und verfährt genau

Digitized by Google

wie angegeben ist. Bezeichnen wir mit R den gesuchten Widerstand des Drahtes, mit l die Länge des Rheostatdrahtes, welche denselben ersetzt, so ist in den gewählten Einheiten

$$R = \frac{1}{c} l.$$

Ist r der specifische Leitungswiderstand, L die Länge, Q der Querschnitt des untersuchten Drahtes, so ist

$$R = r \frac{L}{Q} = \frac{l}{c}$$

$$r = \frac{l}{c} \frac{Q}{L}.$$

War der benutzte Etalon nach der Siemensschen Einheit reproduziert, so giebt r sofort den specifischen Leitungswiderstand bezogen auf Quecksilber gleich eins, denn r giebt die Anzahl Meter einer Quecksilbersäule von 1 qmm Durchschnitt, welche einen Draht des untersuchten Metalles von 1 m Länge und 1 qmm Querschnitt ersetzt. Entsprach der Etalon dagegen einer Länge λ einer Quecksilbersäule vom Querschnitt σ, so ist in der gewählten Einheit

$$c = \frac{\lambda}{\sigma}$$

und der specifische Leitungswiderstand der Substanz bezogen auf Quecksilber gleich 1 wird

$$r = \sigma \frac{l}{\lambda} \frac{Q}{L}.$$

Der reciproke Wert von r ist die specifische Leitungsfähigkeit der untersuchten Substanz, jene des Quecksilbers gleich 1 gesetzt.

Nach dieser Methode hat Ohm[1]) für eine Reihe von Substanzen die Leitungsfähigkeiten bestimmt.

Eine etwas davon verschiedene und zwar einfachere Methode wandte Lenz[2]) an. Man beobachtet die Stromstärke, wenn der Stromkreis in irgend welcher Weise geschlossen und der auf den Nullpunkt eingestellte Rheostat und eine Tangentenbussole eingeschaltet ist. Sei dieselbe gleich J, so ist, wenn E die elektromotorische Kraft und W der Widerstand ist,

$$J = \frac{E}{W}.$$

Man schaltet eine Länge l des Rheostatdrahtes ein und beobachtet die Stromstärke J'; der Widerstand der Länge l ist in unserer Einheit ausgedrückt $\frac{l}{c}$, demnach ist

$$J' = \frac{E}{W + \frac{l}{c}}$$

Aus diesen beiden Beobachtungen folgt

$$W = \frac{l}{c} \frac{J'}{J - J'}.$$

---

1) *Ohm*, Schweiggers Journal Bd. XLVI. 1826.
2) *Lenz*, Poggend. Ann. Bd. XXXIV und Bd. XLV.

Digitized by Google

at man auf diese Weise W bestimmt, so hat man nur den Rheostaten ieder auf 0 zu stellen und ohne sonst am Schliefsungskreise etwas zu dern, den zu untersuchenden Draht einzuschalten und wieder die Stromirke zu messen. Ist der Widerstand des zu untersuchenden Drahtes R, ist

$$J'' = \frac{E}{W + R};$$

t der ersten Beobachtung kombiniert wird

$$R = W\frac{J - J''}{J''} = \frac{1}{c}\frac{J'}{J''}\frac{J - J''}{J - J'}.$$

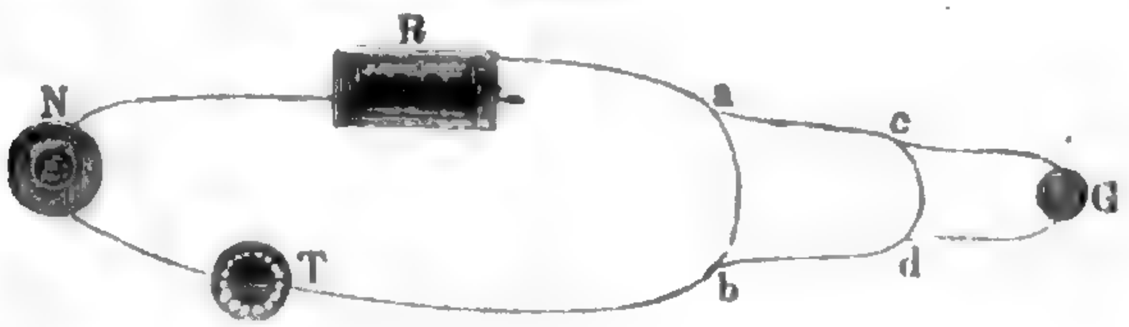
Wie man sieht, hat man so für jede Bestimmung, nachdem der Wert n W einmal erhalten ist, nur eine Beobachtung zu machen.

Die Methode von Lenz ist jedoch keiner grofsen Genauigkeit fähig, die elektromotorische Kraft E und der Widerstand W als konstant rausgesetzt werden; dieselben ändern sich, wie wir sehen werden, auch i den konstanten Elementen.

Eine ebenfalls wie die Lenzsche auf Messung der Stromstärke beiende Methode hat Bosscha angegeben, welche Schröder van der Kolk[1]) einer grofsen Anzahl Messungen und besonders zur Vergleichung der iderstände mehrerer Etalons benutzt hat.

Die Methode beruht auf folgendem Princip. Man teilt einen Strom zwei Zweige bei b Fig. 146, welche sich bei a wieder vereinigen. In

Fig. 146.



ı ungeteilten Stromkreis ist eine Tangentenbussole T eingeschaltet und Rheostat R. Ist im Zweige ab der Widerstand gleich w, in $bdca$ ich w_1, so verhalten sich die Stromstärken in den beiden Zweigen

$$i : i_1 = w_1 : w.$$

mnach ist

$$i_1 = (i_1 + i)\frac{w}{w + w_1} = J\frac{w}{w + w_1},$$

ın wir mit $J = i_1 + i$ die Stromstärke in dem ungeteilten Stromise, welcher die Tangentenbussole enthält, bezeichnen.

Schaltet man in den Zweig $bdca$ einen Widerstand r ein, so wird, ın J dasselbe bleibt, i_1 abnehmen. Verstärkt man aber durch Ausaltung eines Widerstandes in dem ungeteilten Stromkreise die Stromrke, so kann man bewirken, dafs in dem Zweige trotz Einschaltung r die Stromstärke wieder die frühere ist. Sei das der Fall, wenn

1) *Schröder van der Kolk*, Poggend. Ann. Bd. CX.

Digitized by Google

in dem ungeteilten Kreise die Stromstärke J_1 geworden ist; dann besteht zwischen i_1 und J_1 die Beziehung

$$i_1 = \frac{w}{w + w_1 + r} \cdot J_1 .$$

Aus diesem und dem vorigen Werte von i_1 folgt

$$\frac{r}{w + w_1} = \frac{J_1}{J} - 1 = \frac{J_1 - J}{J} .$$

Schaltet man einen anderen Widerstand r_1 anstatt r ein, und ist bei einer Stromstärke J_2 in dem ungeteilten Kreise diejenige im Zweige *b d c a* wieder gleich i_1, so ist jetzt

$$i_1 = \frac{w}{w + w_1 + r_1} \cdot J_2 .$$

Hiernach und aus dem zuerst gefundenen Werte von i_1 hat man

$$\frac{r_1}{w + w_1} = \frac{J_2 - J}{J} .$$

Aus den beiden Werten für r und r_1 erhalten wir dann für das Verhältnis derselben

$$\frac{r_1}{r} = \frac{J_2 - J}{J_1 - J} .$$

Ist demnach r ein Etalondraht, so ist hierdurch sofort der Widerstand von r_1 in den gewählten Einheiten gegeben; vertauscht man r_1 mit anderen Drähten r_2 . ., so liefert jede neue Beobachtung den Widerstand eines Drahtes.

Die Methode ist um so genauer, je gröfser die Differenzen $J_2 - J$ sind, da die unvermeidlichen Beobachtungsfehler dann einen um so kleineren Einflufs haben. Dieser Unterschied ist um so gröfser, je gröfser r_1 im Verhältnis zu w_1 ist; da aber in diesem Zweige sich immer ein empfindliches Galvanometer befinden mufs, so kann der Widerstand w_1 nicht sehr klein sein, deshalb ist in dieser Form die Methode nur bei der Messung bedeutender Widerstände einer grofsen Genauigkeit fähig. Diesen Übelstand hat Schröder van der Kolk in sehr einfacher Weise dadurch beseitigt, dafs er das Galvanometer nicht in dem Zweige *bdca*, sondern in einer an diesem Stromzweige angebrachten Zweigleitung *dGc* aufstellte.

Auch dann folgt aus der Gleichheit der Ablenkung der Galvanometernadel in G, dafs die Stromstärke in dem Zweige *bdca* dieselbe ist; das Galvanometer vermehrt dann aber den Widerstand w_1 nicht, sondern es vermindert ihn, gerade so, als wenn der Querschnitt des Stückes *dc* um einen gewissen Wert vergröfsert worden wäre.

An der Bosschaschen Methode hat später Sirks[1]) noch zwei kleine Modifikationen angebracht, indem er zunächst die Tangentenbussole in den Zweig *ab* einschaltet, also direkt die Stromstärke i beobachtet, und indem er weiter die zu vergleichenden Widerstände nicht in den Zweig *bdca*, sondern ebenfalls in den Zweig *ab* einschaltet. Im übrigen wird die Beobachtung gerade so geführt wie von Schröder van der Kolk.

1) *Sirks*, Poggend. Ann. Bd. CXXXVII.

Digitized by Google

Sei ohne Einschaltung eines Widerstandes an der Tangentenbussole ne Stromstärke i abgelesen, wenn das Galvanometer G im Stromzweige lca die Stromstärke i_1 angiebt, so ist

$$i : i_1 = w_1 : w$$

$$iw = i_1 w_1.$$

Nun sei in ab der Widerstand r eingeschaltet und an der Tangentenssole i' abgelesen, wenn das Galvanometer wieder im Stromkreise $bdca$ e Stromstärke i_1 angiebt; dann ist

$$i'(w + r) = i_1 w_1 = iw.$$

Schliefslich werde der Widerstand r_1 eingeschaltet und die Stromtrke gleich i'' gefunden, wenn sie im Zweige $bcda$ wieder i_1 ist, so ist

$$i''(w + r_1) = i_1 w_1 = iw.$$

Aus diesen beiden Gleichungen folgt

$$i' r = (i - i') w$$

$$i'' r_1 = (i - i'') w$$

d

$$\frac{r_1}{r} = \frac{i'(i - i'')}{i''(i - i')}.$$

Da man w beliebig und gegen w_1 sehr klein wählen kann, so sind Differenzen $i - i''$ und $i - i'$ hier viel gröfser zu erhalten als nach n ursprünglichen Verfahren, die Genauigkeit ist daher nicht unbeträchth gröfser.

Die Methode von Bosscha, besonders in den ihr von Schröder van Kolk und Sirks gegebenen Formen ist ohne Zweifel die beste von en auf Messungen der Stromstärke beruhenden Methoden. Sie ist ganz d gar unabhängig von etwaigen Schwankungen der elektromotorischen aft und des Widerstandes in den Elementen. Es ist ganz gleichgültig, durch die Stromstärke im Hauptkreis geändert wird, denn es geht in schliefslichen Formeln eben nur die Stromstärke im unverzweigten ile des Stromkreises oder in den Zweigen ein. Es bedarf weiter nicht Graduierung eines Rheostaten, man kann direkt den zu untersuchen Widerstand mit dem Etalon vergleichen; zudem können r und r_1 erlich verschieden sein.

Die Methode hat aber mit allen denen, welche auf Strommessungen uhen, den Übelstand, dafs die Ströme eine gewisse Zeit geschlossen n müssen, wodurch, wie wir sehen werden, die Leiter erwärmt werden. le Erwärmung hat aber eine Änderung des Widerstandes zur Folge.

An die Methode der Widerstandsbestimmungen durch Messungen der omstärke schliefst sich diejenige durch Messung der Potentialfunktion. e wir sahen, können wir die Stromstärke, wenn an zwei Punkten des omkreises, welche durch eine Strecke getrennt sind, die den Widerstand besitzt, die Werte der Potentialfunktion V_1 und V_2 sind, schreiben

$$\frac{V_1 - V_2}{w}.$$

Schalten wir demnach in denselben Stromkreis den Etalon und den zu messenden Widerstand ein, so daſs beide von demselben Strom durchflossen werden, so müssen sich die Differenzen der Potentialfunktion an den Enden des Etalons und an den Enden des zu messenden Widerstandes verhalten wie der Widerstand des Etalons zu dem zu messenden Widerstande. Am bequemsten wird man so verfahren, daſs man zunächst das eine Ende des Etalons zur Erde ableitet und die Potentialfunktion V_1 am andern Ende durch direkte Verbindung desselben etwa mit einem Quadrantenelektrometer bestimmt; man verfährt darauf gerade so mit dem zu messenden Widerstande, leitet das eine Ende zur Erde ab und miſst die Potentialfunktion V' am andern Ende. Ist w_e der Widerstand des Etalons, r der zu messende Widerstand, so ist

$$r = w_e \frac{V'}{V_1}.$$

Die Methode empfiehlt sich jedoch nur zur Messung resp. Vergleichung sehr groſser Widerstände, da sonst die zu messenden Potentialdifferenzen zu klein sind[1]).

§. 85.

Widerstandsmessungen durch Stromverzweigungen. Der allen den im vorigen Paragraphen besprochenen Methoden gemeinsame Übelstand, daſs der Strom zur Messung längere Zeit geschlossen sein muſs, wird vermieden durch Anwendung von Stromverzweigung, bei welcher die zu vergleichenden Widerstände gleichzeitig in zwei Zweigen eingeschaltet werden. Ein solches Verfahren wurde zuerst von dem ältern Becquerel[2]) und in etwas anderer Weise von Pouillet[3]) und dem jüngern Becquerel[4]) zu ausgedehnten Versuchen über die Leitungsfähigkeit angewandt. Zur Beobachtung des Stromes diente ein sogenanntes Differentialgalvanometer; dasselbe ist ein Galvanometer, in welchem die Magnetnadel von zwei Drähten gleicher Dicke und in einer gleichen Anzahl von Windungen umgeben ist. Läſst man durch beide Drähte einen Strom in entgegengesetzter Richtung gehen, so wirken die beiden Drähte auf die Magnetnadel in entgegengesetztem Sinne ablenkend ein. Ist daher der Strom in den beiden Windungen genau gleich stark, so wird die Magnetnadel des Galvanometers gar nicht abgelenkt.

E. Becquerel schaltete in die beiden Zweige eines Stromes, deren einer einen Rheostaten enthielt, während in den andern der zu untersuchende Draht eingeschaltet war, ein Differentialgalvanometer ein; ist der Widerstand in beiden Zweigen derselbe, so ist es auch die Stromstärke. Wenn also die Nadel des Galvanometers nicht abgelenkt wurde, so folgte, daſs der Widerstand beider Zweige derselbe war. Die Anordnung der Apparate zeigt Fig. 147. Von dem positiven Pole A des Elementes E teilt sich der

---

1) Man sehe *Fuchs*, Poggend. Ann. Bd. CLVI. *Lippmann*, Comptes Rendus Bd. LXXXIII.

2) *Becquerel*, Ann. de chim. et de phys. T. XXXII. Poggend. Ann. Bd. VIII.

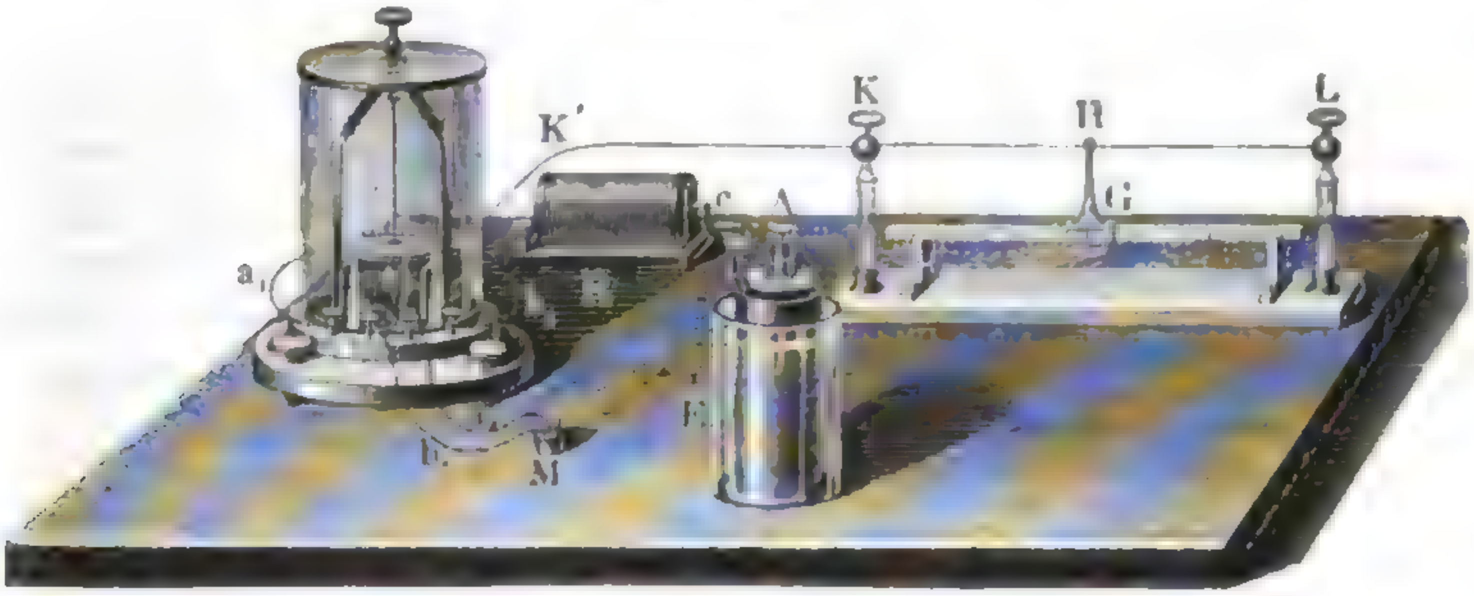
3) *Pouillet*, Ann. de chim. et de phys. III. Sér. T. XVII.

4) *Edm. Becquerel*, Ann. de chim. et de phys. III. Sér. T. XVII. Poggend. Ann. Bd. LXX.

Digitized by Google

Strom sofort in zwei Teile, der eine Ac durchläuft den Rheostaten R, tritt bei b_1 in die einen Windungen des Galvanometers, bei b_2 aus denselben wieder heraus und kehrt über M zu dem negativen Pole des Elementes zurück. Der andere Zweigstrom geht von dem positiven Pole aus und tritt in den auf einem metallischen Mafsstabe gleitenden metallischen Schieber G und von diesem, dessen oberes Ende mit sanfter Reibung an demselben reibt, in den zu untersuchenden Draht, welcher zwischen den Säulen L und K ausgespannt ist. Von hier aus läuft der Strom durch den Draht KK', tritt bei a_1 in die anderen Windungen des Galvanometers, verläfst dieselben bei a_2 und kehrt über M zu dem negativen Pole des Elementes zurück.

Fig. 147.



Ist zwischen KL ein Draht eingeschaltet, so wird zunächst der hieber GH auf den Nullpunkt der Teilung gestellt und der Rheostat reguliert, dafs die Nadel im Galvanometer nicht abgelenkt wird. Dann ıaltet man durch Verrückung des Schiebers eine genau gemessene Länge zu untersuchenden Drahtes ein, und bewirkt durch Regulierung des eostaten, dafs die Nadel im Galvanometer wieder auf 0 kommt. Der derstand des eingeschalteten Drahtstückes ist dann genau gleich dem in den andern Zweig eingeschalteten Rheostatdrahtes.

Indem man verschiedene Längen KH in den einen Zweig einschaltet, ält man mehrere sich gegenseitig kontrolierende Werte der Leitungsigkeit des untersuchten Drahtes, aus denen man, wenn sie nicht vollnmen übereinstimmen, das Mittel nimmt.

Die Methode ist einer grofsen Genauigkeit fähig, wenn man so verrt, dafs man zu den eigentlichen Messungen den Strom nicht dauernd chlossen läfst. Man stellt zunächst bei dauerndem Stromschlufs anernd ein, unterbricht den Strom und läfst die durch den andauernden om erwärmten Drähte wieder die Temperatur der Umgebung annehmen. Unterbrechung bewirkt man durch Herausziehen des zu dem Element E renden Drahtes aus dem Näpfchen M. Man tupft darauf nur einen nent den Draht in das Näpfchen. War die Kompensation vollständig icht, so bleibt die Nadel ganz ruhig, war das nicht der Fall, so er- sie einen Stofs. Man schaltet dann bei geöffnetem Strom am Rheoen je nach dem Sinne der Nadelablenkung ein Stück Draht ein oder

36*

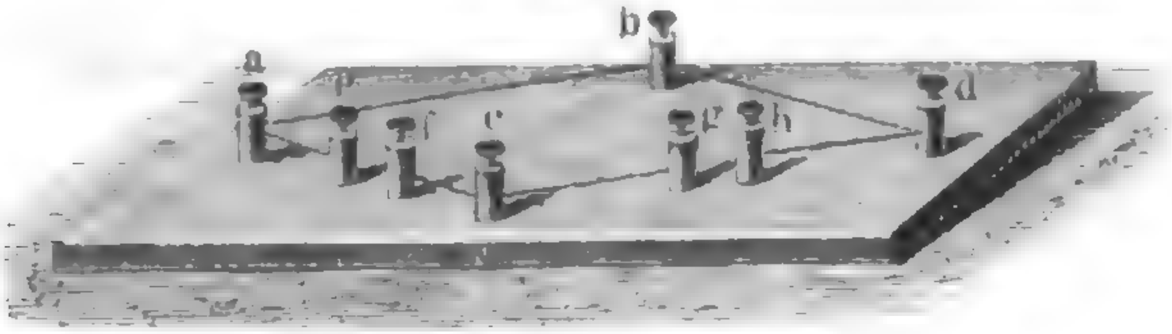
Digitized by Google

aus, oder verschiebt statt dessen den Schieber, bis bei erneutem Tupfen die Nadel unabgelenkt bleibt.

Die Voraussetzung der Methode in der angegebenen Form ist die, dafs die beiden Windungen die Nadel des Galvanometers bei gleichen sie durchlaufenden Strömen um genau gleiche Winkel ablenken; man prüft das, indem man ein und denselben Strom durch die beiden Windungen so gehen läfst, wie bei den oben beschriebenen Versuchen, die Nadel darf dann keine Ablenkung erhalten. Wird sie abgelenkt, so mufs man zunächst untersuchen, wie sich die Stromstärken verhalten, welche durch beide Windungen gehen müssen, damit die Nadel keine Ablenkung erhält. Die Widerstände in den beiden Zweigen, welche hergestellt werden müssen, damit die Nadel nicht abgelenkt wird, verhalten sich dann umgekehrt wie diese Stromstärken. Das gleiche Verhältnis gilt auch für die zu vergleichenden Widerstände[1]).

Nur eines einfachen Galvanometers, oder nur eines empfindlichen Galvanoskopes bedarf die Methode von Wheatstone, welche in ihren mannigfachen Formen und der ihr im Laufe der letzten Jahrzehnte gegebenen Ausbildung die gröfste Genauigkeit zu erreichen gestattet. Wheatstone[2]) wendet eine Stromverzweigung mit einer Brücke an, die nach ihm benannte Brücke Fig. 148. Auf einem Brette sind 8 Klemmschrauben auf-

Fig. 148.



gestellt, von denen vier, a, b, c, d an den Ecken eines Rhombus stehen. Die vier andern, e, f, g, h, stehen in zwei zusammenstofsenden Seiten dieses Rhombus, so dafs $ae = fc = cg = hd$ ist. Die Klemmschrauben a und b sowie b und d sind durch ganz genau gleiche Drähte von nicht zu kleinem Widerstande mit einander verbunden, so dafs die Widerstände der beiden ganz genau gleich sind. Ebenso sind ae, fc, cg, hd durch genau gleiche Drähte verbunden, so dafs die Widerstände $ae + fc = cg + hd$ sind. Wird nun zwischen die Klemmschrauben b und c eine Brücke mit einem Galvanometer, zwischen e und f der zu untersuchende Draht, zwischen g und h der Rheostat eingeschaltet und werden die Klemmschrauben a und d mit den Polen einer Säule verbunden, so ist der Strom in der Brücke gleich null, wenn der gesamte zwischen a und c befindliche Widerstand sich zu dem zwischen c und d befindlichen verhält, wie der Widerstand von ab zu dem von bd. Denn setzen wir den Wider-

1) Die neuern Differentialgalvanometer sind, wie wir sehen werden, so eingerichtet, dafs man stets die Gleichheit der Wirkung beider Windungen auf die Nadel herstellen kann.

2) *Wheatstone*, Philosoph. Transactions for 1843. Poggend. Ann. Bd. LXII.

ınd in $ab = w_1$, in $bd = w_2$, in $ac = w_3$, in $cd = w_4$, so erhielten wir §. 81 für die Stromstärke in der Brücke

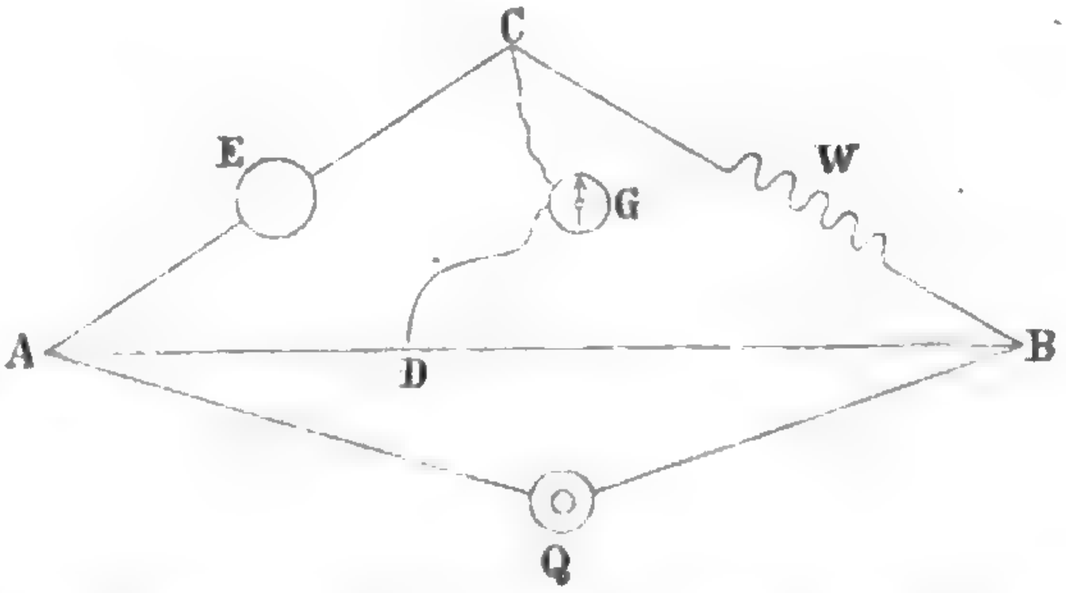
$$i = \frac{E}{D}(w_2 w_3 - w_1 w_4),$$

ırin E die elektromotorische Kraft des Elementes und D ein von dem iderstande des unverzweigten Teiles des Stromkreises sowie den Widerınden sämtlicher Zweige abhängiger Nenner war. Ist, wie wir vorausɜetzt haben, $w_1 = w_2$, und wird der Rheostat so abgeglichen, dafs $= 0$, so folgt $w_3 = w_4$, oder der Widerstand des zu untersuchenden ahtes ist gleich dem des eingeschalteten Rheostaten[1]).

Man sieht unmittelbar, dafs die Anwendung der Wheatstoneschen icke nicht darauf beschränkt ist, $w_3 = w_4$ zu rechnen, dafs man vielhr, wenn w_1 in irgend einem Verhältnisse zu w_2 genommen wird, ; $i = 0$ für w_3 und w_4 dasselbe Verhältnis bekommt.

Die Wheatstonesche Brücke wird jetzt wohl kaum mehr in ihrer prünglichen Form angewandt, es wird statt dessen wohl immer die von Kirchhoff[2]) gegebene Modifikation benutzt. Das Schema derselben ;t Fig. 149. Die Pole des Elementes Q sind mit den Enden eines aden, auf einem fsstabe ausgespann- Drahte, am besten ɜm feinen Platinhte verbunden. In aus dickem Kupferht bestehende, das le A des als Mefsht bezeichneten Plalrahtes AB mit einer ırfachen Klemme C ɔindende Leitung ist E der Etalon ein-

Fig. 149.



:haltet, mit welchem die Widerstände verglichen werden sollen. Diese lerstände werden in die Leitung eingeschaltet, welche die Klemme C dem Ende B des Mefsdrahtes verbindet. Die Klemme C ist mit dem ın Ende der Windungen eines empfindlichen Galvanometers verbunden, ɜn anderes Ende mit einem Schieber D verbunden ist, welcher den sdraht leitend berührt und auf demselben beliebig verschoben werden n. Wie man sieht, entspricht das Stück des Mefsdrahtes AD dem lerstand w_1, das Stück DB dem Widerstand w_2, der Widerstand in ist gleich w_3, der in CB gleich w_4. Es mufs somit der Schieber dem Mefsdrahte so weit verschoben werden, dafs

$$w_1 : w_2 = w_3 : w_4,$$

it der Strom in der Brücke gleich null wird. Setzen wir voraus, dafs Widerstand in den Drähten, welche den Etalon mit A und C, den

1) *Svanbergs* Anordnung, Poggend. Ann. Bd. LXXXIV, unterscheidet sich der Wheatstoneschen nur ganz unwesentlich. Man sehe S. 568.

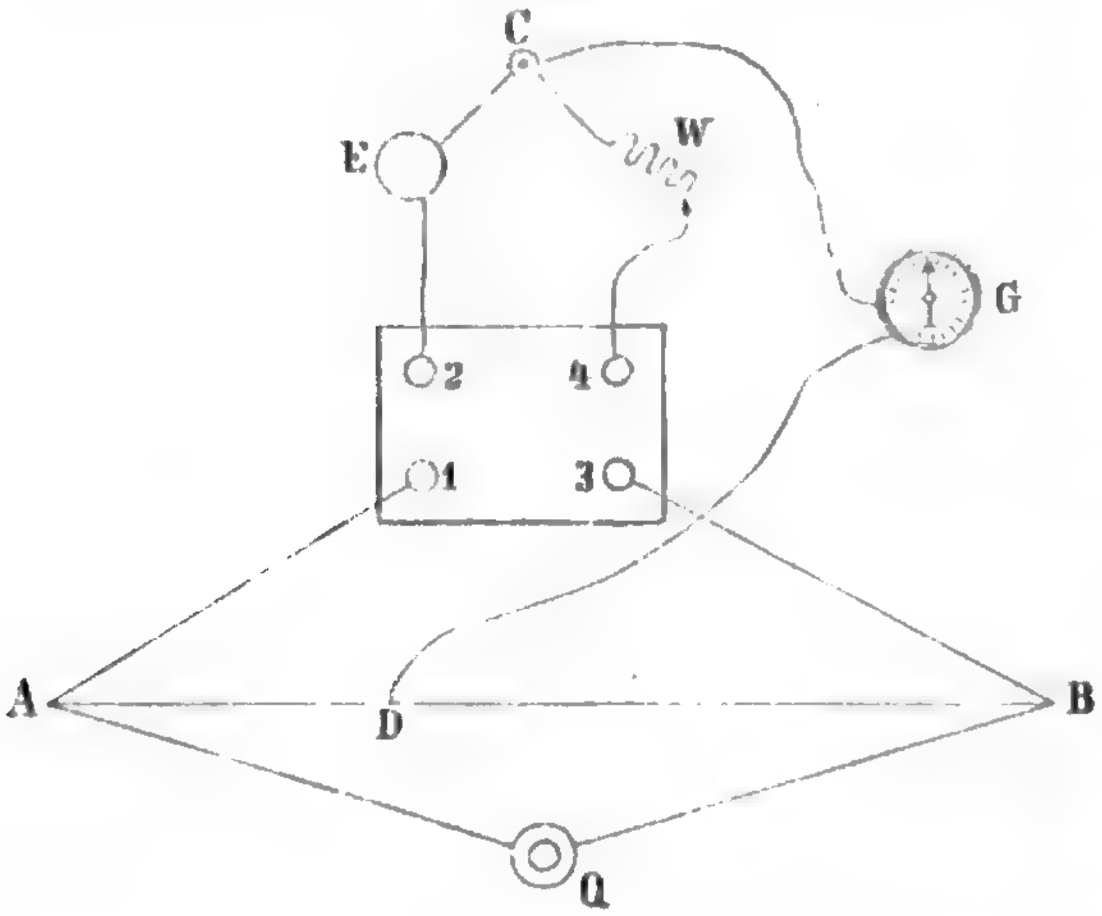
2) *Kirchhoff*, Poggend. Ann. Bd C. S. 177.

zu messenden Widerstand W mit B und C verbinden, vernachlässigt werden darf, was man immer durch Anwendung dicker Kupferdrähte erreichen kann, so wird $w_3 = E$, $w_4 = W$. Setzen wir den Mefsdraht als ganz gleichförmig voraus, setzen die Länge des ganzen Mefsdrahtes $AB = l$ und das Stück $AD = a$, so wird

$$E : W = a : l - a.$$

Um zu prüfen, ob der Mefsdraht ganz gleichförmig ist, ob also in jedem Millimeter desselben der Widerstand der gleiche ist, vertauscht man die Widerstände E und W. Man kann das sehr leicht, indem man nach dem Schema Fig. 150 zwischen A und E einerseits und B und W andererseits einen Kommutator einschaltet. Man kann den Kommutator in der einfachsten Weise herstellen, wenn man in ein Brett vier Löcher bohrt und in diese Quecksilber füllt. Das Ende A wird mit dem Näpfchen 1, das Ende B des Mefsdrahtes mit dem Näpfchen 3 verbunden, die zu C führende, den Etalon E enthaltende Leitung wird mit 2, die den Widerstand W enthaltende mit 4 verbunden. Man stellt sich zwei Paare Kupferbügel her, deren jedes an einem isolierenden Stabe befestigt ist. Das erste Paar ist so gestellt, dafs wenn man die Enden der Bügel in die Quecksilbernäpfchen taucht, 1 mit 2 und 3 mit 4 verbunden ist. Diese Verbindung giebt die Kombination, welche wir vorhin angenommen haben, E ist w_3 und W ist w_4. Das zweite Paar Bügel kreuzt sich, selbstverständlich sind die Bügel von einander isoliert; beim Einsetzen wird 1 mit 4 und 2 mit 3 verbunden. Der Strom geht dann von A über 1 nach 4, durchläuft W und geht von C durch E über 2 und 3 nach B; es ist somit W in w_3 und E in w_4 gesetzt. Finden wir jetzt, dafs der Strom in der Brücke gleich null ist, wenn der Schieber von A um die Strecke b verschoben ist, so ist

Fig. 150.



$$W : E = b : l - b.$$

Ist in der That der Draht durch seine ganze Länge gleichförmig, so mufs

$$b = l - a \qquad a = l - b$$

oder

$$a + b = l$$

ı. Indem man verschiedene Widerstände W mit E vergleicht, erhält ı verschiedene Werte von a und b, findet man stets die Relation - $b = l$, so ist der Draht ganz gleichförmig.

Finden wir die Summe $a + b$ nicht gleich l, so mufs der Draht ibriert werden. In der Regel sind die als Mefsdrähte verwandten Drähte Platin oder Neusilber auf die Länge des Mefsdrahtes hinreichend ıogen, so dafs die Ungleichförmigkeit nur daher rührt, dafs dieselben as konisch sind. Man wird dann annehmen können, dafs der Wider-ıd des Stückes a sich darstellen läfst durch

$$w_1 = a(1 + \alpha a),$$

in also der Widerstand des zwischen 0 und 1 der Skala liegenden imeters gleich 1 gesetzt wird. Den Widerstand des ganzen Drahtes ılten wir dann $l(1 + \alpha l)$ und des Stückes b gleich $b(1 + \alpha b)$. Da den beiden Beobachtungen jedenfalls folgt, dafs der Widerstand der ge b gleich dem Widerstande der Strecke $l - a$ ist, so folgt

$$a + \alpha a^2 + b + \alpha b^2 = l + \alpha l^2,$$

$$\alpha = \frac{a + b - l}{l^2 - a^2 - b^2}.$$

Man prüft, ob sich der Widerstand des Drahtes in dieser Weise stellen läfst, indem man mit dem Etalon verschiedene Widerstände W gleicht und aus jeder Vergleichung den Wert α berechnet. Man mufs ı stets denselben Wert von α oder vielmehr unregelmäfsig schwankende ezu gleiche Werte finden, aus denen man das Mittel nimmt. In der el wird die Bestimmung einer solchen Konstanten genügen; man er-dann aus zwei wie vorhin durchgeführten Beobachtungen

$$\frac{W}{E} = \frac{b}{a} \cdot \frac{1 + \alpha b}{1 + \alpha a}.$$

Genügt die eine Konstante α zur Darstellung des Widerstandes nicht, nufs man den Draht durch direkte Messungen kalibrieren. Es sind ı verschiedene Methoden angegeben[1]), sehr bequem ist die Methode Braun[2]). Derselbe läfst durch den Mefsdraht einen schwachen Strom ın, der durch einen gleichzeitig in den Stromkreis eingeschalteten ostaten ganz konstant erhalten wird. Von dem Mefsdraht wird mittels in einer gewissen Entfernung von einander befindlichen Schneiden Strom abgezweigt, in dessen Stromkreis ein sehr empfindliches Galvano-er eingeschaltet ist. Der Widerstand in diesem Zweige mufs ziemlich s sein, damit der Übergangswiderstand von dem Drahte auf die ıeiden nicht in Betracht kommt. Ist der Draht ganz gleichförmig, nufs der Strom in dem Zweige immer genau gleich stark sein, wenn Schneiden in stets gleichem Abstande auf die verschiedenen Stellen Mefsdrahtes gestellt werden, da auf dem Mefsdraht, wenn er gleich-

1) *Strouhal* und *Barus*, Wiedem. Ann. Bd. X. *Giese,* Wiedem. Ann. Bd. XI hode von Helmholtz). Maggi Nature Bd. 3. Beiblätter zu den Annalen .V S. 61.

2) *Braun*, Centralzeitung für Mechanik und Optik Bd. IV S. 134. Bei-er zu den Annalen Bd. VII S. 776.

Digitized by Google

förmig ist, ein konstantes Gefälle vorhanden, somit die Potentialdifferenz in Punkten, welche gleich weit von einander entfernt sind, die gleiche sein mufs. Ist der Draht nicht gleichförmig, so ist bei konstant erhaltenem Abstande der Schneiden der Zweigstrom um so schwächer, je kleiner der Widerstand zwischen denselben ist. Durch Verschieben der einen Schneide, also Veränderung des Abstandes derselben kann man somit an den verschiedenen Stellen des Drahtes die Strecken gleichen Widerstandes auffinden. Man verfährt daher zur Graduierung so, dafs man zuerst die eine Schneide bei dem Nullpunkte des Mefsdrahtes aufstellt und die zweite Schneide so weit entfernt, dafs man einen scharf mefsbaren Strom in dem Zweige erhält. Man schiebt dann die beiden Schneiden ein kleines Stück auf dem Drahte voran, und verschiebt, wenn die Stromstärke im Zweige sich geändert hat, die zweite Schneide so weit gegen die erste, bis der Strom im Zweige wieder der frühere geworden ist. Dadurch hat man die Strecken gleichen Widerstandes an den verschiedenen Stellen des Drahtes erhalten, und kann sich eine Kalibrierungstabelle entwerfen oder den Widerstand der verschiedenen Längen durch eine Interpolationsformel darstellen.

Man kann bei dem Kirchhoff-Wheatstoneschen Verfahren, wie eine leichte Überlegung ergiebt, die Stellung des Galvanometers G Fig. 149 und Fig. 150 und des Elementes Q ohne weiteres mit einander vertauschen, indem ebensogut die Verbindung AQB als Brücke betrachtet werden kann, wie die Verbindung CGD. Es ist das die vorhin erwähnte kleine Modifikation, die Svanberg dem Wheatstoneschen Verfahren gegeben hat. Die letztere Anordnung bietet sogar einen Vorzug; man mufs nämlich auch hier die Ströme stets nur eine ganz kurze Zeit durch die Leitungen gehen lassen, um störende Erwärmungen zu verhindern. Befindet sich das Element in G, so ist der Strom nur geschlossen, wenn der Schieber D den Mefsdraht berührt, man kann somit durch Tupfen auf dem Mefsdraht die Stelle aufsuchen, an welcher D den Draht berühren mufs, damit $i = 0$ ist, ohne sonst an der ganzen Zusammenstellung irgend etwas ändern zu müssen.

Die Resultate werden bei den Messungen nach dieser Methode um so genauer, je länger der Mefsdraht ist; man erkennt dies unmittelbar, wenn man aus den beiden Gleichungen

$$E : W = a : l - a$$

$$E : W = l - b : b$$

die ihnen gleiche dritte ableitet

$$E : W = l + (a - b) : l - (a - b),$$

aus welcher sich ergiebt, dafs bei gleichem Verhältnisse $E : W$ die Differenz $a - b$ in demselben Verhältnisse zu- oder abnehmen mufs, wie l zu- oder abnimmt. Die Gleichung zeigt weiter, dafs es bei Durchführung der Doppelbeobachtungen nur notwendig ist die Differenz $a - b$ scharf zu messen, um das Verhältnis $E : W$ zu erhalten.

Um daher Widerstände, die nicht zu sehr verschieden sind, mit gröfster Genauigkeit vergleichen zu können, hat Siemens eine von der Firma Siemens und Halske in Berlin zu beziehende Mefsbrücke kon-

Digitized by Google

iert, deren Mefsdraht etwa 2 m lang ist, der aber nur in seiner
e gerade und vor einem 0,75 m langen Mafsstab ausgespannt ist.
dem Mafsstabe ist ein Schlitten, der mit einem Nonius versehen und
einer Mikrometerschraube einzustellen ist. Der Schlitten trägt einen
und nieder zu bewegenden feinen Draht senkrecht zum Mefsdraht
annt, der bei dem Niederlassen den Kontakt *D* Fig. 149 und 150
Brücke mit dem Mefsdraht bewirkt. In der Brücke *CGD* befindet
das Element, in der Brücke *AQD* das Galvanometer. Von den
kten *A* und *B*, bis zu denen der Mefsdraht gerade ausgespannt ist,
lerselbe bis zu den Quecksilbernäpfchen 1 und 3 des Kommutators
150 fortgesetzt. In diesem Falle läfst sich die Länge l nicht direkt
en. Man kann sie indes durch Widerstandsmessungen erhalten. Am
testen geht das, wenn man einen Widerstand W anwendet, der
er oder gröfser als E und dessen Verhältnis zu dem Etalon be-
t ist, es bedarf dann nur einer scharfen Messung, um nach der zu-
abgeleiteten Gleichung den Wert von l zu erhalten.

Hat man keinen Widerstand W, dessen Verhältnis zum Etalon E
kennt, so stellt man sich zwei genau gleiche Widerstände her, die
er sind als E, und deren Gleichheit man dadurch mit der Mefs-
e prüft, dafs man genau die gleichen Werte von $a - b = d$ findet.
man die Gleichheit erkannt und den Wert von d bestimmt, so ver-
it man die Summe der beiden Widerstände mit E. Die erste Ver-
ung giebt

$$E : W = l + d : l - d,$$

veite, bei welcher eine Verschiebung d_1 gemessen sei, welche, wenn
$\frac{1}{2} E$, negativ zu setzen ist, da dann $b > a$,

$$E : 2W = l - d_1 : l + d_1.$$

eiden Gleichungen folgt

$$2\frac{W}{E} = \frac{l + d_1}{l - d_1} = 2\frac{l - d}{l + d},$$

s sich die quadratische Gleichung ergiebt

$$l^2 - 3(d + d_1)\,l + d\,d_1 = 0.$$

Kann man sich, was indes wohl immer möglich ist, nicht zwei
Widerstände herstellen, und hat nur zwei Widerstände W_1 und
i Gebote, so mufs man das Verhältnis $W_1 : E$, ferner $W_2 : E$ und
$W_2 : E$ bestimmen. Die drei Beobachtungen führen zu einer
ung dritten Grades, die in die eben abgeleitete Gleichung zweiten
übergeht, wenn $W_1 : E = W_2 : E$.

n der Wheatstoneschen Methode hat W. Thomson[1]) eine kleine
ufserst wichtige Modifikation angebracht, durch welche selbst sehr
Widerstände mit der gröfsten Sicherheit und Genauigkeit gemessen
können. Das einfache Brückenverfahren gestattet das nicht, da
e nur die Widerstände der Zweige vergleicht, in denen sich die
gleichenden Widerstände befinden. Sie setzt deshalb voraus, dafs

---

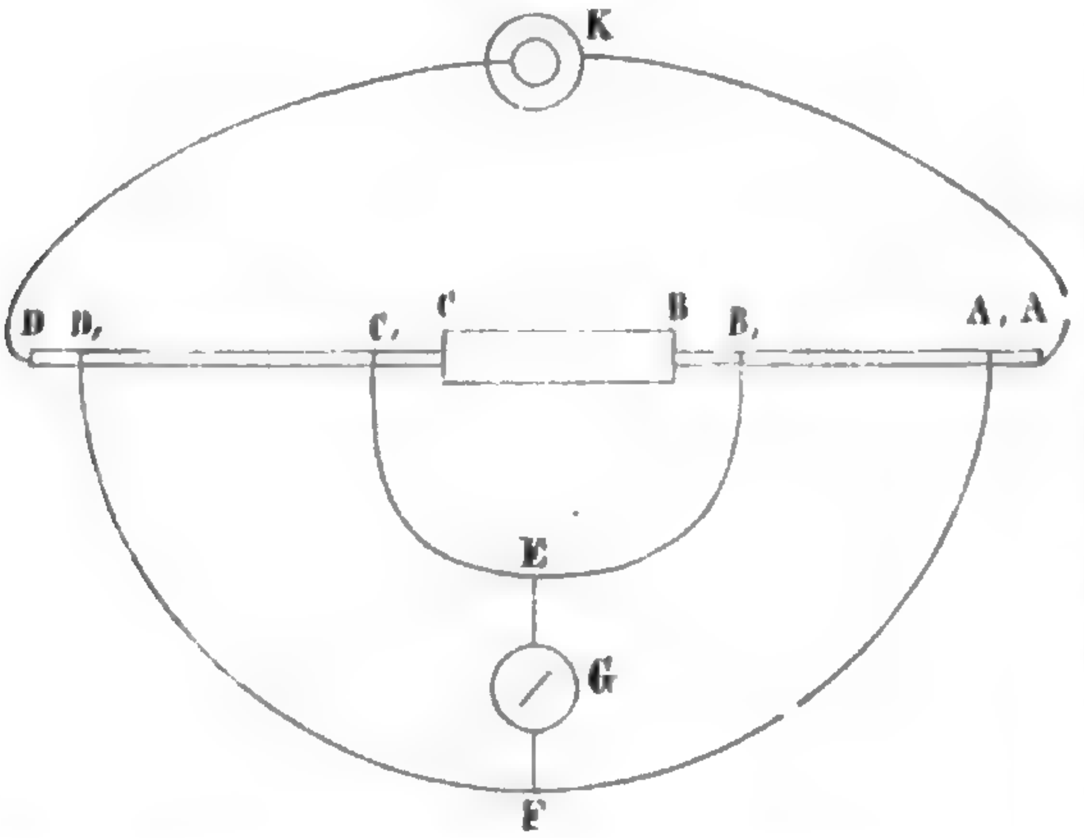
[1]) *W. Thomson*, Philosophical Magazin. 4. Series. vol. XXIV.

Digitized by Google

die Widerstände, welche sich sonst in den Zweigen befinden, verschwindend klein gegen die zu messenden Widerstände sind, oder wenn man nur zwei Widerstände auf ihre Gleichheit prüfen will, dafs die sonst in den Zweigen vorhandenen Widerstände ebenfalls gleich sind. Beides läfst sich nicht so scharf erreichen, dafs man bei Widerständen, welche nur 0,01 S. E. (Siemens Einheit) oder noch weniger betragen, annehmen darf, dafs das eine oder andere erreicht sei, schon wegen der mannichfachen Kontakte, welche vorkommen, in denen selbst bei aller Sorgfalt, wenn man sie durch Quecksilbernäpfchen macht, in welche dicke amalgamierte Kupferdrähte tauchen, ein gewisser Übergangswiderstand vorkommen kann.

Die Modifikation von Thomson besteht darin, dafs er in die Wheatstonesche Drahtkombination noch eine Zweigleitung einschaltet, welche die Klemmen f und g Fig. 148 verbindet, und die Brücke zwischen diesem Zweige und der Klemme b einschaltet. Das Schema der Thomsonschen Anordnung zeigt Fig. 151. Sei AB der Etalon, CD der zu messende Widerstand. Dieselben werden durch einen kurzen Draht mit einander verbunden, und in den Stromkreis $KADK$ eingeschaltet. Es werden dann an zwei Punkten des Etalons, A_1 und B_1, zwischen denen der Widerstand genau bekannt ist, und welche so gelegen sind, dafs der Widerstand $A_1 B_1$ jedenfalls kleiner ist als der Widerstand CD, die Enden A_1 und B_1 der Zweige $B_1 EC_1$ und $A_1 FD_1$ angeklemmt. Das Ende C_1 des ersten Zweiges wird an einem Punkte C_1 des zu untersuchenden Drahtes CD ebenfalls fest angeklemmt, während das Ende D_1 an einer auf CD verschiebbaren Klemme befestigt wird. Zwischen den Punkten E und F dieser beiden Zweige, welche so liegen, dafs die Widerstände $EC_1 = EB_1$ und $FD_1 = FA_1$, wird die Brücke EF mit dem Galvanometer G ausgespannt. Wird dann die Klemme D_1 so weit verschoben, dafs in der Brücke EF der Strom verschwindet, so ist der Widerstand $A_1 B_1$ genau gleich dem von $C_1 D_1$. Der Widerstand des Überganges in den Klemmen A_1, B_1, C_1, D_1 kommt nur für die durch die Zweige fliefsenden Ströme in Betracht, da die Klemmen nur von diesen Zweigströmen passiert werden; den Widerstand der Zweige kann man aber immer so grofs machen, dafs der Übergangswiderstand in den Klemmen dagegen jedenfalls verschwindet.

Fig. 151.



Um die Richtigkeit des diesem Verfahren zu Grunde liegenden Satzes,

Digitized by Google

, wenn die Brücke die Zweige halbiert, aus dem Verschwinden des mes in der Brücke die Gleichheit der Widerstände $A_1 B_1$ und $C_1 D_1$ t, nachzuweisen, gehen wir am bequemsten von den §. 78 abgeleiteten en über das Gefälle der Potentialfunktion aus. Damit nämlich der m in der Brücke verschwinde, mufs die Potentialfunktion der Elektri- in den Punkten E und F, welche durch die Brücke verbunden len, denselben Wert haben, da nach dem Ohmschen Gesetze die Strom- te in einem Leiter der Differenz der Potentialwerte am Ende desselben ch proportional ist.

Um die Werte der Potentialfunktion bei E und F zu berechnen, len wir einfach die §. 78 abgeleiteten Gleichungen für den Gang Potentialwerte an, da diese Gleichungen auch für die Zweige einer veigten Stromleitung ihre Giltigkeit behalten. Man erkennt das un- lbar daraus, dafs in den sämtlichen Zweigen der Strom ebenso kon- sein mufs, wie in dem unverzweigten Leiter, dafs somit auch in Zweigen das Gefälle konstant sein mufs.

Bezeichnen wir die Potentialwerte an den verschiedenen Punkten Leiters mit den dort hingeschriebenen Buchstaben, und die Wider- e in den einzelnen Stücken des Leiters

in $A_1 B_1$, $C_1 D_1$, $A_1 F$, $F D_1$, $B_1 E$, $E C_1$, $B_1 C_1$
mit R W w_2 w_3 w_4 w_5 w_1,

halten wir zunächst

$$F = A_1 - \frac{A_1 - D_1}{w_2 + w_3} \cdot w_2 = \frac{A_1 w_3 + D_1 w_2}{w_2 + w_3}$$

benso

$$E = B_1 - \frac{B_1 - C_1}{w_4 + w_5} \cdot w_4 .$$

Zur Bestimmung von B_1 und C_1 haben wir

$$B_1 = A_1 - \frac{A_1 - D_1}{R + w_1 + W} \cdot R = \frac{A_1 (W + w_1) + D_1 R}{R + w_1 + W}$$

$$C_1 = A_1 - \frac{A_1 - D_1}{R + w_1 + W} (R + w_1) = \frac{A_1 W + D_1 (R + w_1)}{R + w_1 + W} .$$

us den beiden letzten Gleichungen ergiebt sich

$$E = \frac{A_1 (W + w_1) + D_1 R}{R + w_1 + W} - \frac{(A_1 - D_1) w_1}{R + w_1 + W} \cdot \frac{w_4}{w_4 + w_5} .$$

ie Bedingung, dafs in der Brücke der Strom verschwinde, ist, wie it, die Gleichheit der Potentialwerte E und F oder

$$\frac{A_1 w_3 + D_1 w_2}{w_2 + w_3} = \frac{A_1 (W + w_1) + D_1 R}{R + w_1 + W} - \frac{(A_1 - D_1) w_1}{R + w_1 + W} \cdot \frac{w_4}{w_4 + w_5} .$$

us dieser Gleichheit der Potentialwerte, also aus dem Verschwinden omes, ergiebt sich aber nach einigen leicht durchzuführenden Rech- t

$$D_1) \{ W w_2 (w_4 + w_5) - R w_3 (w_4 + w_5) + w_1 (w_5 w_2 - w_4 w_3 \} = 0.$$

Digitized by Google

Da nun die Differenz der Potentialwerte A_1 und D_1 nicht gleich 0 sein kann, so folgt weiter

$$W w_2 (w_4 + w_5) - R w_3 (w_4 + w_5) + w_1 (w_5 w_2 - w_4 w_3) = 0$$

und daraus

$$W = R \frac{w_3}{w_2} - \frac{w_1}{w_2} \frac{w_5 w_2 - w_4 w_3}{w_4 + w_5}.$$

Ist nun, wie vorausgesetzt wurde,

$$w_2 = w_3, \; w_4 = w_5,$$

so ist das zweite Glied der Gleichung auf der rechten Seite gleich null, und es folgt

$$W = R.$$

Setzen wir in der Gleichung für W den Widerstand w_1 gleich null, lassen wir also B_1 und C_1 zusammenfallen, so erhalten wir die einfache Wheatstonesche Brücke.

Die Thomsonsche Methode gestattet gleichzeitig nicht nur dem Etalon R gleiche Widerstände abzugleichen, sondern auch Widerstände zu bestimmen, welche in einem beliebigen Verhältnisse zu R stehen. Man hat dazu nur nötig, die Verhältnisse

$$\frac{w_3}{w_2} = \frac{w_5}{w_4}$$

dem gesuchten Verhältnisse gleich zu machen. Ist $w_3 = n w_2$, $w_5 = n w_4$, so folgt aus dem Verschwinden des Stromes auch, dafs

$$W = n R.$$

Will man nicht auf CD das Stück aufsuchen, dessen Widerstand gleich R oder gleich nR ist, sondern einen gegebenen Widerstand mit dem Etalon vergleichen, so mufs man den Widerstand in den Zweigen veränderlich machen. Man wählt am besten die Widerstände so, dafs $A_1 F = B_1 E$ und $F D_1 = E C_1$ und bringt in die Zweige $A_1 F$ und $B_1 E$ je einen Rheostaten. Mit Hilfe der Rheostaten verändert man dann den Widerstand in diesen beiden Zweigen so lange, bis der Strom in der Brücke verschwindet.

Nimmt man noch einen dritten Rheostaten in dem Zweige $F D_1$ oder $E C_1$ hinzu, so kann man die Widerstände W und R mit grofser Schärfe vergleichen, ohne selbst die Widerstände in den einzelnen Zweigen zu kennen.

Man stellt zunächst die Widerstände in den Zweigen so her, dafs der Strom in der Brücke verschwindet. Darauf schaltet man etwa im Zweige $A_1 F$ einen Widerstand r mittels des Rheostaten ein; um den Strom in der Brücke wieder gleich null zu machen, mufs in dem Zweig $F D_1$ ein Widerstand r_1 eingeschaltet werden, das Verhältnis von W zu R ist dann

$$\frac{W}{R} = \frac{r_1}{r}.$$

Denn da bei der ersten Einstellung

Digitized by Google

$$\frac{w_3}{w_2} = \frac{w_5}{w_4},$$

der zweiten Einstellung

$$\frac{w_3 + r_1}{w_2 + r} = \frac{w_5}{w_4},$$

it auch

$$\frac{w_3}{w_2} = \frac{r_1}{r} = \frac{W}{R}.$$

Kirchhoff[1]) verfährt etwas anders als Thomson zur Messung sehr er Widerstände, er benutzt ein Differentialgalvanometer. Die Enden B_1 des Etalons Fig. 151 werden mit der einen, die Enden C_1, D_1 zu untersuchenden Widerstandes mit der andern Windung des Diffeılgalvanometers verbunden, so dafs die Ströme in den beiden Winen die Nadel nach entgegengesetzten Richtungen ablenken. In beiden gen befindet sich ein Rheostat. Mit Hilfe derselben werden die rstände beider Zweige so abgeglichen, dafs die Nadel des Differenılvanometers nicht abgelenkt wird. Wir setzen voraus, dafs zu dem ke in beiden Windungen genau gleiche Ströme vorhanden sein müssen. Widerstand im Zweige, der den Etalon R mit dem Galvanometer ndet, sei W_1, im Zweige, der die Enden des zu untersuchenden rstandes mit dem Galvanometer verbindet, sei W_2. Die Stromstärke ıverzweigten Teile des Stromkreises sei J, die Stromstärke in der nometerwindung, welche mit dem Etalon verbunden, ist J_R, in jener, e mit dem Widerstande W verbunden, ist J_W, die Stromstärke im n i_R im Widerstande W gleich i_W, so ist nach den Kirchhoffschen Sätzen

$$J = J_R + i_R \qquad J = J_W + i_W$$

$$J_R W_1 = i_R R \qquad J_W W_2 = i_W W.$$

Aus $J_R = J_W$ folgt $i_R = i_W$, demnach liefern die beiden letzten ıungen

$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{R}{W}.$$

Man schaltet, nachdem die Widerstände so abgeglichen sind, in den W_1 einen Widerstand r_1 ein, dann mufs in dem Zweig W_2 ein stand r_2 eingeschaltet werden, damit die Nadel nicht abgelenkt wird. dann

$$\frac{W_1 + r_1}{W_2 + r_2} = \frac{R}{W} = \frac{r_1}{r_2}.$$

Die zu vergleichenden Widerstände verhalten sich somit wie die einılteten Stücke r_1 und r_2. Da man bei Einschaltung der Stücke r_1 die Stromkreise ganz ungeändert läfst, sind die Übergangswideran den Stellen, wo die Ströme abgezweigt werden, ganz eliminiert, selben bei der zweiten Messung ganz genau ebenso in W_1 und W_2 ten sind wie bei der ersten[2]).

) *Kirchhoff*, Berichte der Berl. Akad. 1880. S. 601; *Kirchhoff* und *Hanse-* Wiedem. Ann. Bd. XIII. S. 411.

) Eine etwas andere Anordnung zur Vergleichung zweier sehr nahe gleicher stände, seien sie grofs oder klein, sehe man *F. Kohlrausch*, Wiedem. Ann. K.

Digitized by Google

Die zuletzt beschriebenen Methoden der Widerstandsbestimmungen lassen eine sehr grofse Genauigkeit erreichen, dieselbe ist eigentlich nur bedingt durch die Empfindlichkeit der Galvanometer. Selbstverständlich wird bei all diesen Methoden für die schliefsliche Messung nur ein kurz dauernder Stromschlufs angewandt, um Erwärmungen der Leitungen durch längeren Stromschlufs zu hindern. Wendet man die später zu beschreibenden Spiegelgalvanometer an, bei denen man die geringste Zuckung der Nadel beobachten kann, so lassen sich besonders mit den letzten Methoden selbst kleine Widerstände bis auf 0,0001 ihres Wertes mit einander vergleichen[1]).

§. 86.

Leitungsfähigkeit fester Körper. Die festen Körper lassen sich wie in Bezug auf die Leitungsfähigkeit für die Reibungselektricität, so auch in Bezug auf den galvanischen Strom in zwei Gruppen teilen, in die Leiter, welche den Strom mehr oder weniger gut leiten, und in die Nichtleiter, oder wie wir sie richtiger nennen, die schlechten Leiter, welche den Strom nur sehr wenig leiten, so dafs man sie in den meisten Fällen als Nichtleiter betrachten kann. Dabei zeigt sich, dafs ganz dieselben Körper, welche die Reibungselektricität leiten, auch den galvanischen Strom leiten, dafs ebenso die im vorigen Abschnitt als Nichtleiter angeführten Körper auch für den galvanischen Strom als solche anzusehen sind[2]). Aufser den Metallen leiten die Elektricität Graphit, Kohle, jedoch nicht die reine Zuckerkohle[3]), einige Schwefelmetalle und einige Superoxyde, wie Bleisuperoxyd.

Wir besprechen hier hauptsächlich nur das Verhalten der Metalle und Legierungen, und können auch in Bezug darauf nur die aus dem massenhaften Material zu ziehenden wichtigsten Resultate angeben[4]). Folgende Tabelle enthält eine Anzahl von Bestimmungen der Leitungsfähigkeit mehrerer Metalle, einiger Legierungen und einiger Kohlen. Die Leitungsfähigkeit des bestleitenden Metalles, des Silbers, ist in diesen Tabellen gleich 100 gesetzt. Die Zahlen Matthiessens sind indes auch umgerechnet auf die Leitungsfähigkeit des Quecksilbers als Einheit. In der Kolumne Matthiessen II. sind die so berechneten Werte angegeben. Hinzugefügt sind in der letzten Kolumne die Leitungsfähigkeiten, wie sie sich aus den Versuchen von Riess über die Erwärmung des Schliefsungsbogens bei der Entladung der Leydener Batterie ergeben (§. 64).

1) Eine Vergleichung der bei den verschiedenen Methoden der Widerstandsbestimmungen erreichbaren Genauigkeit giebt *W. Weber* in seiner Abhandlung: Zur Galvanometrie. Abhandl. der Göttinger Gesellschaft der Wissenschaften Bd. X.

2) *Faraday*, Experimental researches etc. IV. Reihe art. 380 ff. Poggend. Ann. Bd. XXXI.

3) *Magnus*, Poggend. Ann. Bd. CIV S. 557.

4) Betreffs der grofsen Menge Detailuntersuchungen über den Widerstand der verschiedensten festen Körper verweisen wir auf *Wiedemanns* Elektricitätslehre Bd. I S. 497—550 und Bd. IV. (Nachträge) S. 1223—1236, wo die bis zum Schlusse des Jahres 1884 veröffentlichten Untersuchungen berücksichtigt sind.

Digitized by Google

Tabelle der Leitungsfähigkeit der Metalle.
Silber = 100 bei 0°.

Namen der Metalle	Beobachter					
	Ohm [1])	Lenz [2])	Ed. Becquerel [3])	Matthiessen [4]) I.	Matthiessen II.	Riefs
er	100	100	100	100	61,35	100
ıfer	280	73,4	91,51	77,43	47,50	66,7
l	161	58,6	64,96	55,91	34,30	59,0
rium	—	—	—	37,43	22,96	—
minium	—	—	—	33,76	20,71	—
ɛ	93	—	24,06	27,39	16,80	—
;nesium	—	—	—	25,47	15,63	—
:ium	—	—	—	22,14	13,58	—
mium	—	—	24,57	22,10	13,56	25,7
um	—	—	—	20,84	12,79	—
ium	—	—	—	19,00	11,66	—
n	48,8	13,1	12,35	14,44	8,86	11,9
adium	—	—	13,97	12,64	7,75	12,2
ı	47	22,6	14,01	11,45	7,02	9,9
in	48	10,3	7,93	10,53	6,46	10,3
	27	10,7	8,27	7,77	4,77	7,0
ntium	—	—	—	6,71	4,12	—
imon	—	6,5	—	4,29	2,63	—
:ksilber	—	3,4	1,73	1,63	1,00	—
mut	—	1,9	—	1,19	0,730	—
silber	—	—	—	7,67	4,71	5,95
v. 32 Wism. 1 Antim.	—	—	—	0,884	0,542	—
v. 12 Wism. 1 Zinn	—	—	—	0,519	0,318	—
phit	—	—	—	0,0693	0,0425	—
kohle	—	—	—	0,0386	0,0237	—

Die in der vorigen Tabelle zusammengestellten, nach den verschie-:n Methoden erhaltenen Zahlenwerte stimmen mit Ausnahme der von ı gegebenen Werte ziemlich gut überein.

Die Abweichung der Ohmschen Werte ist indes in der Wirklichkeit t so grofs, als sie in der Tabelle erscheint, da Ohm nicht als Ein-den von ihm untersuchten Silberdraht, sondern Kupfer zu Grunde . Ohms Silberdraht war offenbar kein reines Silber, denn sonst hätte ie Leitungsfähigkeit des Silbers nicht als fast ein Drittel des Kupfers :n müssen. Die bedeutende Abweichung der in der Tabelle befind-:n Zahlen rührt daher, dafs die von Ohm direkt gegebenen Zahlen

1) *Ohm*, Schweiggers Journal Bd. XLVI.
2) *Lenz*, Poggend. Ann. Bd. XXXIV und Bd. XLV.
3) *Ed. Becquerel*, Ann. de chim. et de phys. 3. Série T. XVII.
4) *Matthiessen*, Poggend. Ann. Bd. C, CIII, CIX, CX.

Digitized by Google

auf Silber als Einheit umgerechnet wurden und dabei Ohms Silber als Einheit genommen ist. Um die Ohmschen Zahlen mit den anderen vergleichbar zu machen, hätte man für die Zahl 100, welche Ohm dem Kupfer beilegt, die aus den anderen Beobachtungen sich ergebende Mittelzahl für Kupfer auf Silber gleich 100 gesetzt annehmen und hiernach die Ohmschen Zahlen umrechnen müssen.

Vergleicht man die Mittelwerte der von den übrigen Beobachtern gefundenen Werte zunächst mit den Werten, welche sich aus Riess' Untersuchungen über die Wärmewirkungen des Entladungsschlages ergeben, es sind die reciproken Werte der Verzögerungskraft, so ergiebt sich, dafs die von Riess für die Verzögerungskräfte der Metalle gefundenen Werte den Leitungswiderständen für den galvanischen Strom gleich sind, und daraus, dafs die Leitungsfähigkeit der Metalle für den galvanischen Strom dieselbe ist, wie für Reibungselektricität.

Die Unterschiede zwischen den einzelnen von den verschiedenen Beobachtern erhaltenen Zahlen sind indes viel zu grofs, als dafs man sie aus den unvermeidlichen Beobachtungsfehlern erklären könnte.

Die Unterschiede rühren zum Teil her von geringen fremden Beimischungen bei den Metallen. Oft können Spuren eines anderen Metalles oder einer Beimischung die elektrische Leitungsfähigkeit ganz bedeutend verändern, wie Matthiessen beim Kupfer nachgewiesen hat[1]). Er giebt bei dieser Untersuchung die Leitungsfähigkeit des durchaus reinen Kupfers, abweichend von dem in der Tabelle angeführten bei 18^0 zu 93,08 an. Schon die geringe Menge Sauerstoff, welche das Kupfer, wenn es an der Luft geschmolzen ist, unter Bildung von Oxydul absorbiert, welches in dem Kupfer sich löst, verändert, wie die Hämmerbarkeit, so auch die elektrische Leitungsfähigkeit ganz bedeutend. Reines, aber an der Luft geschmolzenes Kupfer gab eine Leitungsfähigkeit von nur 69,37. Kupfer, welches 0,05 Prozent Kohle enthielt, gab 74,91, mit 0,13 Prozent Phosphor 67,67, mit geringer Menge Arsen 57,8. Spuren von Zink brachten die Leitungsfähigkeit des Kupfers auf 83, ein halbes Prozent Eisen auf 34,56. Ja selbst eine geringe Menge des besser leitenden Silbers verminderte die Leitungsfähigkeit des Kupfers.

Ähnliches, wenn auch nicht in so hohem Mafse, wird auch bei den anderen Metallen stattfinden; Matthiessen hat über das Verhalten von Legierungen ausgedehnte Untersuchungen angestellt[2]), welche das mit einigen Ausnahmen bestätigen. Er findet, dafs man die Metalle in zwei Gruppen teilen mufs. Die Legirungen aus Metallen der einen Gruppe ändern die Leitungsfähigkeit der Metalle nicht, die Leitungsfähigkeit läfst sich aus dem Volumen jedes in der Legierung vorhandenen Metalles berechnen, in der Weise, dafs wenn v_1 und v_2 die angewandten Volumina der Metalle, c_1 und c_2 die Leitungsfähigkeiten derselben sind, die Leitungsfähigkeit c der Legierung ist

$$c = \frac{v_1 c_1 + v_2 c_2}{v_1 + {}_2}$$

Zu dieser Gruppe gehören Blei, Zinn, Kadmium, Zink.

1) *Matthiessen*, Poggend. Ann. Bd. CX.
2) *Matthiessen*, Poggend. Ann. Bd. CX. und *C. Vogt*, Poggend. Ann. Bd. CXXV.

Digitized by Google

Eine geringe Beimengung eines dieser Metalle zu einem anderen derselben Gruppe wird daher die Leitungsfähigkeit nur wenig von jener des reinen Metalles verschieden ausfallen lassen.

Die zweite Gruppe besteht aus jenen Metallen, welche mit einander oder mit solchen der ersten Gruppe legiert, die Elektricität schlechter leiten, als jene Rechnung ergiebt; zu ihr gehören Wismut, Antimon, Platin, Palladium, Eisen, Aluminium, Gold, Kupfer. Bei diesen kann also eine geringe Beimengung eine erhebliche Veränderung zur Folge haben, was Matthiessens Versuche auch beweisen.

Ein sehr eigentümliches Verhalten zeigt das Quecksilber, da geringe Mengen fremder Metalle die Leitungsfähigkeit desselben gröſser machen, als die in oben angegebener Weise angestellte Rechnung ergiebt, während gröſsere Mengen fremder Metalle es in die zweite Gruppe stellen, die Leitungsfähigkeit also verschlechtern. Ganz geringe Beimengungen ändern den Widerstand des Quecksilbers nicht merklich. So fand R. Lenz[1]) als dem Quecksilber 0,01 Proz. Blei hinzugefügt wurde, wodurch es ganz erheblich verunreinigt schien, den Widerstand ganz ungeändert. Für das nach den verschiedenen gebräuchlichen Methoden gereinigte Quecksilber fand Lenz immer denselben Widerstand.

Die Leitungsfähigkeit der Metalle hängt indes nicht lediglich von ihrer chemischen Reinheit, sondern auch wesentlich von ihrer physikalischen Beschaffenheit ab.

Spannung, Härte und Dichtigkeit ändert die Leitungsfähigkeit ab; verstärkte Spannung scheint nach Versuchen von Mousson[2]) die Leitungsfähigkeit allgemein zu vermindern, Vergröſserung der Dichtigkeit sie bald zu vermehren, bald zu vermindern. Die Leitungsfähigkeit des Eisens ist nämlich um so kleiner, zu je dünnerem Drahte es ausgezogen ist, während die Leitungsfähigkeit des Kupfers um so gröſser wird. Ein gehärteter Stahldraht leitet schlechter als ein nicht gehärteter; wird derselbe angelassen, so nimmt die Leitungsfähigkeit wieder zu; die Leitungsfähigkeit des Kupfers wird durch Härten ebenfalls, aber auch durch Anlassen vermindert.

Die Leitungsfähigkeit hartgezogener Drähte wird nach Mousson und Pouillet[3]) durch Ausglühen vermindert bei Stahl und Kupfer, nach Edm. Becquerel[4]) dagegen bei Silber, Kupfer, Gold, Eisen, Platin vermehrt. Nach Becquerel ist

Leitungsfähigkeit von

	hartgez.	geglüht
Silber	93,448	100,000
Kupfer	89,048	91,439
Gold	64,385	65,454
Eisen	12,124	12,246
Platin	8,042	8,147

1) *R. Lenz*, Beiblätter Bd. VIII S. 593.
2) *Mousson*, Wiedemann Galvanismus Bd. I §. 207. 2. Aufl.
3) *Pouillet*, Wiedemann Galvanismus Bd. I §. 207. 2. Aufl.
4) *Ed. Becquerel*, Poggend. Ann. Bd. LXX.

Digitized by Google

Nach den Versuchen von Siemens[1]) und von Matthiessen[2]) ist das geglühte Kupfer ebenfalls besser leitend als das hartgezogene.

Ganz erheblich ist die Vermehrung des Widerstandes durch Härten beim Stahl, ich erhielt bei einem weichen Stahl für die Temperatur 20° den Widerstand gleich 0,1197, dagegen bei gehärtetem, als Federstahl bezeichneten den Widerstand 0,1632.

Von bedeutendem Einfluſs auf die Leitungsfähigkeit ist nach den Versuchen von Lenz[3]), Becquerel[4]), Arndtsen[5]), Matthiessen[6]), Müller in Wesel[7]) u. a. die Temperatur der Metalle; sie nimmt mit steigender Temperatur stetig ab. Nach den Versuchen von Lenz läſst sich die Leitungsfähigkeit c eines Metalles bei der Temperatur t, wenn man diejenige desselben Metalles bei 0° mit c_0 bezeichnet, darstellen durch die Formel

$$c = c_0 (1 - at + bt^2),$$

worin a und b Konstanten sind, welche für jedes Metall einen verschiedenen Wert haben.

Becquerel und Arndtsen dagegen finden, daſs sich die Leitungsfähigkeit darstellen läſst durch

$$c = c_0 (1 - at),$$

daſs also die Abnahme derselben der Temperaturzunahme proportional ist. Der Koefficient a hat nach Becquerel für jedes Metall einen anderen Wert, er schwankt zwischen 0,004349 für Blei und 0,00104 für Quecksilber. Arndtsen findet dagegen für a Werte, welche alle zwischen 0,00327 und 0,00413 liegen, so daſs er am Schlusse seiner Abhandlung die Vermutung ausspricht, es möchte der Koefficient für alle Metalle wohl derselbe sein, wenn man absolut reine Metalle anwenden könnte.

Die Vermutung ist in der That durch die Versuche Matthiessens bestätigt worden, welcher für 10 von ihm untersuchte Metalle die Formel findet:

$$c = c_0 (1 - 0{,}0037674\, t + 0{,}00000834\, t^2).$$

In folgender Tabelle stellen wir die von Matthiessen für chemisch reine Metalle angegebenen Werte von c_0 und die Koefficienten a von t sowie b von t^2 zusammen

Metall	c_0	a	b
Silber hart	100	0,0038287	0,000009848
Silber weich	108,57		
Kupfer hart	99,95	0,0038701	0,000009009
„ weich	102,21		

1) *Siemens*, Poggend. Ann. Bd. CX.
2) *Matthiessen*, Poggend. Ann. Bd. CXXII. Bd. CXXV.
3) *Lenz*, Poggend. Ann. Bd. XXXIV und Bd. XLV.
4) *Ed. Becquerel*, Poggend. Ann. Bd. LXX.
5) *Arndtsen*, Poggend. Ann. Bd. CIV.
6) *Matthiessen*, Poggend. Ann. Bd. CXV. *Matthiessen* und *C. Vogt*, Poggend. Ann. Bd. CXXII.
7) *Müller* in Wesel, Poggend. Ann. Bd. CIII.

Digitized by Google

Metall	c_0	a	b
Gold hart	77,96	0,0036745	0,000008443
„ weich	79,33		
Zink	29,02	0,0037047	0,000008274
Kadmium	23,72	0,0036871	0,000007575
Zinn	12,36	0,0036029	0,000006136
Blei	8,32	0,0038756	0,000009146
Arsen	4,76	0,0038996	0,000008879
Antimon	4,62	0,0039826	0,000010364
Wismut	1,245	0,0035216	0,000005728.

Die Zahlen weichen nicht mehr vom Mittel ab als die in den einzelnen Reihen für dieselben Metalle direkt gefundenen Werte. Für Quecksilber ist die Änderung der Leitungsfähigkeit mit der Temperatur eine erheblich kleinere, es sind

$$c_0 = 1{,}6588 \quad a = 0{,}00074435 \quad b = 0{,}000000826.$$

Bei den Legierungen ist die Abnahme der Leitungsfähigkeit mit steigender Temperatur vielfach eine kleinere als für die reinen Metalle, bei denjenigen Legierungen indes, deren Leitungsfähigkeit sich in der vorhin angegebenen Weise aus derjenigen der Bestandteile berechnen läfst, scheint die Abnahme die gleiche zu sein.

Die Formel Matthiessens gilt indes nicht für höhere Temperaturen, denn nach derselben würde die Leitungsfähigkeit bei 226° ein Minimum sein und von da ab zunehmen, so dafs sie bei 452° wieder gleich derjenigen bei Null Grad wäre.

Nach den Versuchen von Müller in Wesel, Benoist[1]), C. W. Siemens[2]) u. a. nimmt dagegen die Leitungsfähigkeit mit steigender Temperatur stetig ab. So erhält Müller für einen Eisendraht, Kupferdraht, Platindraht folgende Widerstände

Eisendraht		Kupferdraht		Platindraht	
Temper.	Widerst.	Temper.	Widerst.	Temper.	Widerst.
21°	690	21°	864	21°	1985,5
285	1660	glüht eben	2100	glüht eben	4300
beginnt anzulaufen	2250	karmoisin	2450	rot	4700
gleichm. dunkelgrau	2460	ziegelrot	3330	hellrot	5050
glüht schwach	3058	hellrot	4700	orange	5400
„ dunkelrot	3200	21°	910	hellgelb	6000
„ hellrot	3650			21°	1984
„ ganz hellrot	4550				
„ noch heller	4880				
21°	727				

Es zeigt sich somit eine stetige Zunahme des Widerstandes, also eine Abnahme der Leitungsfähigkeit mit steigender Temperatur.

Aus den von Wiedemann und Franz gefundenen Zahlen für die

1) *Benoist*, Comptes Rendus Bd. LXXVI. p. 342. Carls Repert. Bd. IX.
2) *C. W. Siemens*, Proceedings of the Royal Society London. Bd. XIX.

Digitized by Google

Leitungsfähigkeit der Metalle für Wärme[1]) ergab sich, wenn man dieselben auf die des Silbers gleich 100 bezieht, und dasselbe für die elektrische Leitungsfähigkeit der Metalle thut, dafs beide Leitungsfähigkeiten durch dieselben Zahlen dargestellt werden. In folgender Zusammenstellung sind für die von Wiedemann und Franz untersuchten Metalle die beiden Leitungsfähigkeiten, die elektrischen aus der Tabelle S. 575 nach Matthiessen zusammengestellt.

Metalle	Wärme	Elektr.	Metalle	Wärme	Elektr.
Silber	100	100	Zinn	14,5—15,2	11,45
Kupfer	73,6	77,4	Platin	8,4	10,5
Gold	53,2	55,9	Blei	8,5	7,8
Aluminium	28,1	27,4	Wismut	1,8	1,2
Eisen	11,9	14,4			

Die von uns im dritten Bande ebenfalls angeführten Versuche von Neumann zeigen das gleiche. Neumann erhielt für die Wärmeleitungsfähigkeit k und die elektrische l, für letztere Silber als 1 gesetzt, folgende Werte:

	Kupfer	Messing	Zink	Neusilber	Eisen
k	1,108	0,302	0,307	0,109	0,163
l	0,736	0,179	0,211	0,645	0,102
$\frac{k}{l}$	1,50	1,68	1,45	1,72	1,60

F. Weber kam bei seinen Versuchen über die Wärmeleitungsfähigkeit der Metalle und die elektrische Leitungsfähigkeit zu andern Resultaten, er findet, dafs das Verhältnis $\frac{k}{l}$ mit der von ihm sogenannten specifischen Wärme der Volumeinheit abnehme[2]). Folgende Tabelle enthält die Resultate Fr. Webers, unter k die Leitungsfähigkeit für Wärme (Bd. III. S. 306), unter l die mit 10^4 multiplizierte elektrische Leitungsfähigkeit in später zu besprechendem absoluten Mafse gemessen, ferner das Verhältnis beider und schliefslich unter δc die specifische Wärme der Volumeinheit. Die letzte Kolumne giebt das Verhältnis beider Leitungsfähigkeiten berechnet nach der Gleichung

$$\frac{k}{10^4 l} = 0{,}0880 + 0{,}1365\,\delta c:$$

Metalle	k	$10^4 l$	$\frac{k}{10^4 l}$	δc	$\frac{k}{10^4 l}$ ber.
Kupfer	0,8190	4,081	0,2007	0,827	0,2002
Messing	0,1500	0,762	0,1968	0,791	0,1953
Zink	0,3056	1,743	0,1753	0,662	0,1777
Silber	1,0960	6,587	0,1664	0,573	0,1656
Kadmium	0,2213	1,461	0,1515	0,475	0,1523
Zinn	0,1446	1,034	0,1398	0,380	0,1394
Blei	0,0716	0,532	0,1345	0,340	0,1339
Wismut	0,0108	0,084	0,1289	0,293	0,1275
Quecksilber	0,0152	0,105	0,1452	0,441	0,1475.

1) Man sehe Bd. III. §. 35.
2) *Fr. Weber*, Monatsber. der Berliner Akad. Mai 1880.

Digitized by Google

Auch das Quecksilber reiht sich, wie man sieht, ganz ein; die letzte Kolumne zeigt in der That eine merkwürdige Übereinstimmung zwischen Beobachtung und Rechnung.

Auch Kirchhoff und Hansemann[1]), sowie Lorenz[2]) haben bei ihren im 3. Bande besprochenen Untersuchungen über die Wärmeleitungsfähigkeit die elektrische Leitungsfähigkeit der Metalle untersucht. Die Resultate dieser Physiker widersprechen denen Webers durchaus, sie finden den Satz der Proportionalität zwischen Leitungsfähigkeit für Wärme und Elektricität bestätigt. Kirchhoff und Hansemann finden bei 15° für

	Eisen I	II	III	Blei	Zinn	Zink	Kupfer
k	0,1418	0,0964	0,1637	0,0793	0,1446	0,2545	0,4152
$10^4 l$	0,6803	0,4060	0,6569	0,4569	0,8823	1,483	2,404
$\frac{k}{10^4 l}$	0,208	0,237	0,209	0,174	0,164	0,172	0,173.

Nur für Eisen findet sich ein gröfserer Wert; die Zahlen zeigen auch keine Andeutung des von Weber vermuteten Zusammenhanges zwischen den beiden Leitungsfähigkeiten und den specifischen Wärmen der Volumeinheit.

Lorenz giebt folgende Tabelle für die Leitungsfähigkeiten k und l bei 0° und 10° und deren Verhältnisse:

Metalle	k_0	k_{100}	$10^4 l_0$	$10^4 l_{100}$	$\frac{k_0}{l_0}$	$\frac{k_{100}}{l_{100}} : \frac{k_0}{l_0}$
Kupfer	0,7191	0,7226	4,574	3,382	1574	1,358
Magnesium	0,3760	0,3760	2,447	1,750	1537	1,398
Aluminium	0,3435	0,3619	2,246	1,731	1529	1,367
Messing rot	0,2460	0,2827	1,575	1,331	1562	1,360
Kadmium	0,2200	0,2045	1,441	1,018	1527	1,315
Messing gelb	0,2041	0,2540	1,262	1,100	1617	1,428
Eisen	0,1665	0,1627	1,037	0,663	1605	1,530
Zinn	0,1528	0,1423	0,935	0,652	1635	1,334
Blei	0,0836	0,0764	0,514	0,360	1627	1,304
Neusilber	0,0700	0,0887	0,377	0,363	1858	1,314
Antimon	0,0442	0,0396	0,220	0,152	2010	1,294
Wismut	0,0177	0,0164	0,093	0,063	1900	1,372.

Nehmen wir die drei letzten Metalle aus, so ergiebt sich in der That das Verhältnis der beiden Leitungsfähigkeiten konstant; bei Antimon und Wismut können die Leitungsfähigkeiten indes sehr leicht durch das krystallinische Gefüge alteriert werden.

Interessant ist die letzte Kolumne, welche mit Ausnahme des Eisens zeigt, dafs das Verhältnis

$$\frac{k_{100}}{l_{100}} = \frac{k_0}{l_0} \cdot 1{,}35 = \frac{k_0}{l_0}(1 + 0{,}0035\, t)$$

im Mittel ist. Der Koefficient 0,0035 ist so nahe gleich dem Ausdehnungskoefficienten der Gase, dafs man in der That zu dem Schlusse ge-

1) *Kirchhoff* und *Hansemann*, Wiedem. Ann. Bd. XIII.
2) *Lorenz*, Wiedem. Ann. Bd. XIII.

Digitized by Google

langt, dafs das Verhältnis zwischen den beiden Leitungsfähigkeiten der absoluten Temperatur proportional sei. Auf weitere Folgerungen dieses Satzes, welche Lorenz zieht, kommen wir später zurück.

In Bezug auf die Änderung des Widerstandes mit der Temperatur verhält sich die Kohle entgegengesetzt wie die Metalle, der Widerstand nimmt nach den Versuchen von Matthiessen[1]), Siemens[2]), Beetz[3]) u. a. mit steigender Temperatur erheblich ab; die gefundenen Zahlen für die Abnahme schwanken indes sehr, nach Siemens ist der Koefficient der Abnahme für Steinkohle pro Grad 0,000345, nach Beetz 0,000286, für Holzkohle und Graphit findet Borgmann[4]) einen 10mal so grofsen Wert[5]).

§. 87.

Leitungsfähigkeit der Flüssigkeiten. Die Bestimmung der Leitungsfähigkeit der Flüssigkeiten hat im allgemeinen mit einer Schwierigkeit zu kämpfen, welche darin begründet ist, dafs die Flüssigkeiten durch den Strom zersetzt werden und dafs die an den Elektroden sich absetzenden gasförmigen Zersetzungsprodukte eine elektromotorische Kraft, die sogenannte Polarisation zur Folge haben, welche der den Strom erregenden entgegengesetzt gerichtet ist und so die Stromstärke vermindert. Man kann deshalb nicht einfach, wie bei der Bestimmung des Widerstandes der festen Körper, die zu untersuchende Flüssigkeit an Stelle des Drahtes einschalten, der sie ersetzen soll, da der Strom nicht allein durch den Widerstand der Flüssigkeit, sondern auch durch die eben erwähnte elektromotorische Kraft geschwächt wird.

Durch einen sehr einfachen, von Horsford[6]) angewandten Kunstgriff kann man indes den störenden Einflufs dieser elektromotorischen Kraft leicht eliminieren und den Widerstand einer Flüssigkeit direkt mit dem eines Drahtes vergleichen. Man schaltet zu dem Ende in den Stromkreis aufser einem Galvanometer zugleich einen Rheostaten und ein mit der Flüssigkeit gefülltes Gefäfs ein, in welchem die Elektroden einander parallel verschiebbar sind, und beobachtet am Galvanometer die Stromstärken, wenn die Elektrodenplatten eine gewisse Strecke von einander entfernt sind. Man beobachtet einen Strom, dessen Stärke von dem Gesamtwiderstande des Schliefsungskreises und von der Differenz der elektromotorischen Kräfte in der Batterie und an den Elektroden in der zu untersuchenden Flüssigkeit abhängig ist. Man entfernt darauf die Elektroden in der Flüssigkeit um eine bestimmte Gröfse weiter von einander; infolge des gröfseren Widerstandes wird die Stromstärke kleiner; man schaltet in dem Rheostaten eine solche Drahtlänge aus, dafs die Stromstärke wieder die frühere

1) *Matthiessen*, Poggend. Ann. Bd. CIII.

2) *Siemens*, Berliner Monatsber. Jahrg. 1880. Wiedem. Ann. Bd. X.

3) *Beetz*, Poggend. Ann. Bd. CXI. Wiedem. Ann. Bd. XII.

4) *Borgmann*, Journal der russischen phys.-chem. Gesellschaft Bd. IX. Beiblätter zu den Annalen Bd. III. S. 288.

5) Betreffs der eigentümlichen Erscheinungen, welche Selen und Tellur bieten, bei denen eine ganz erhebliche Zunahme der Leitungsfähigkeit durch Belichtung eintritt, sehe man die Zusammenstellung der Untersuchungen in *Wiedemann*, Elektricitätslehre Bd. I. S. 543 ff.

6) *Horsford*, Poggend. Ann. Bd. LXX.

Digitized by Google

wird. Dann ist jedenfalls der Widerstand des ausgeschalteten Drahtes gleich dem Widerstande jener Flüssigkeitsschicht, welche jetzt mehr zwischen den Elektroden ist, als bei dem ersten Versuche. Denn wenn auch die elektromotorische Kraft an den in die Flüssigkeit tauchenden Platten abhängig ist von der Stromstärke, so mufs sie doch jetzt genau dieselbe sein, wie bei dem ersten Versuche, da die Stromstärke jetzt wieder dieselbe ist. Da also die im Stromkreise vorhandene elektromotorische Kraft der früheren gleich ist, so mufs auch der Gesamtwiderstand der Leitung derselbe sein, es ist also der Widerstand des ausgeschalteten Drahtes gleich dem der weiter eingeschalteten Flüssigkeit.

Horsford benutzte bei seinen Versuchen einen viereckigen Trog von Holz, 30 cm lang, 7,5 cm breit und ebenso tief, der im Innern dick mit Schellackfirnis überzogen war. Auf demselben lagen zwei Brettstücke, von denen das eine festsafs, das andere verschiebbar war; dieselben trugen die in die Flüssigkeit tauchenden Platten, deren Gröfse gleich dem Querschnitt des Kastens war. Die Platten waren an Kupferstreifen geklemmt, welche mit den übrigen Teilen des Stromkreises verbunden waren. Bei dem ersten Versuche wurden die Platten 2,5 cm von einander entfernt, die Stromstärke beobachtet und dann in der vorhin angegebenen Weise verfahren, indem die Platten 5, 10, 15 . . . cm von einander entfernt wurden und die Vergröfserung des Widerstandes durch Verkürzung des eingeschalteten Rheostatdrahtes aufgehoben wurde.

Nach derselben Methode oder einer nur wenig davon verschiedenen sind später von Schmidt[1]) und Wiedemann[2]) Messungen angestellt worden.

Die Methode von Ed. Becquerel[3]) beruht auf demselben Princip. Er schaltete in beide Zweige eines durch ein Differentialgalvanometer gehenden Stromes Säulen der zu untersuchenden Flüssigkeiten ein, in den einen Zweig aufserdem ein Rheochord. In dem einen Zweige war der Abstand der Elektroden in der Flüssigkeit konstant, in dem andern konnte er verkleinert werden. Um die Stromstärke in beiden Zweigen wieder gleich zu machen, wurde eine solche Länge des Rheostatdrahtes eingeschaltet, dafs die Ablenkung der Galvanometernadel wieder aufgehoben wurde. Der Widerstand des eingeschalteten Drahtes ist dem der ausgeschalteten Flüssigkeit gleich.

Eine andere Untersuchungsmethode ist von Becker[4]) angewandt worden. Derselbe bestimmte zunächst durch Einschaltung zweier Drahtlängen des im Stromkreis eingeschalteten Rheostaten von bekanntem Widerstande w_1 und w_2 den Widerstand W des übrigen Schliefsungskreises, also den wesentlichen Widerstand. Ist J_1 und J_2 die in beiden Fällen beobachtete Stromstärke, so ist

$$J_1 = \frac{E}{W + w_1}; \quad J_2 = \frac{E}{W + w_2}; \quad W = \frac{w_2 J_2 - w_1 J_1}{J_1 - J_2}.$$

1) *Schmidt*, Poggend. Ann. Bd. CVII.

2) *Wiedemann*, Poggend. Ann. Bd. XCIX. S. 229 und Elektricitätslehre Bd. I. §. 579.

3) *Becquerel*, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. XVII. Poggend. Ann. Bd. LXX.

4) *Becker*, Liebigs Annalen. Bd. LXXIII u. LXXV.

Digitized by Google

Darauf wurde die zu untersuchende Flüssigkeit in den Stromkreis gebracht, ohne sonst an dem Stromkreise etwas zu ändern, und durch Ausschalten zweier Längen l_1 und l_2 des Rheostatdrahtes der Strom wieder auf die Stärke J_1 und J_2 gebracht. Bezeichnen wir die an den Elektroden in der Flüssigkeit auftretende elektromotorische Kraft mit e, den Widerstand der Flüssigkeit mit r, so ist jetzt

$$J_1 = \frac{E - e}{W + r - l_1}, \quad J_2 = \frac{E - e}{W + r - l_2},$$

woraus sich r unmittelbar ergiebt.

Die Methode ist jedoch nicht einwurfsfrei, da sie die Voraussetzung macht, daſs e, also die Gröſse der Polarisation, von J unabhängig sei, eine Voraussetzung, welche, wie wir später zeigen werden, unrichtig ist. Deshalb sind nur jene Resultate über die Leitungsfähigkeit der Flüssigkeiten annehmbar, welche bei konstanter Stromstärke, also nach einem dem Horsfordschen ähnlichen Verfahren erhalten sind.

Sehr geeignet ist auch, wie Sirks[1]) hervorgehoben hat, die Methode von Bosscha zur Bestimmung der Leitungsfähigkeit der Flüssigkeiten; die zu untersuchende Flüssigkeit wird in dem Zweige *bdca* Fig. 146 eingeschaltet, in welchem bei den Beobachtungen immer dieselbe Stromstärke i_1, somit auch bei Anwendung derselben Flüssigkeit immer dieselbe Polarisation hergestellt wird.

Man füllt die Flüssigkeit in einen dem Horsfordschen ähnlichen Trog und macht folgende vier Beobachtungen:

1) Man schaltet in den Zweig die Flüssigkeit ihrer ganzen Länge nach ein. Sei der Widerstand derselben r und sei, wenn das Galvanometer die Stromstärke im Zweige *bdca* zu i_1 angiebt, die in *ba* beobachtete Stromstärke i. Ist w der Widerstand in *ba*, w_1 der Widerstand in *bdca* auſser der Flüssigkeit und p die dem primären Strome entgegengesetzt gerichtete Kraft der Polarisation, so ist nach dem zweiten der Kirchhoffschen Sätze

$$i_1 (w_1 + r) - iw = -p \quad \ldots \ldots \quad (1)$$

2) Man schaltet in den Zweig irgend einen Teil der Flüssigkeitsschicht ein, deren Widerstand $\frac{1}{n} \cdot r$ sei. Ist dann im Stromkreise *ba* die Stromstärke i', so ist

$$i_1 \left(w_1 + \frac{1}{n} r\right) - i' w = -p \quad \ldots \ldots \quad (2)$$

3) Man schaltet auſserdem einen bekannten Widerstand, etwa einen Draht ein, dessen Widerstand gleich l sei. Ist die beobachtete Stromstärke im Zweige *ba* gleich i'', so ist

$$i_1 \left(w_1 + \frac{1}{n} r + l\right) - i'' w = -p \quad \ldots \quad (3)$$

4) Man schaltet in den Zweig *bdca* den andern Teil des flüssigen

1) *Sirks*, Poggend. Ann. Bd. CXXXVII.

Digitized by Google

Leiters ein, dessen Widerstand $\left(1 - \frac{1}{n}\right)$ ist. Beobachtet man im Zweige ba die Stromstärke i''', so ist

$$i_1\left(w_1 + \left(1 - \frac{1}{n}\right) r\right) - i''' w = - p \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Die vier Gleichungen gestatten die vier Gröfsen p, w, w_1, i_1 zu eliminieren und geben

$$r = \frac{2i - i' - i'''}{i'' - i} l$$

und gleichzeitig

$$\left(1 - \frac{1}{n}\right) r = \frac{i - i'}{i'' - i} \cdot l$$

$$\frac{1}{n} r = \frac{i - i'''}{i'' - i} \cdot l.$$

Kennt man den Wert von n, hat also genau bestimmt, welchen Bruchteil der Flüssigkeit man einschaltet, so genügen die drei ersten Beobachtungen, die vierte liefert aber eine dreifache Bestimmung des gesuchten Wertes von r.

Nach diesen Methoden ist die Leistungsfähigkeit oder der Leitungswiderstand einer Anzahl von Flüssigkeiten bestimmt worden. Wir lassen einige Angaben auf Seite 586 folgen. Becquerel giebt die Leitungsfähigkeit, jene des Silbers gleich 100000000 gesetzt, Horsford den Widerstand, jenen des Neusilbers an dem von ihm benutzten Rheostaten gleich 1 gesetzt. Um diese Zahlen mit anderen vergleichen zu können, giebt er an, dafs der Widerstand dieses Neusilbers auf chemisch reines Silber bezogen gleich 12,4014 sei, was mit den Angaben von Matthiessen nahe übereinstimmt. Wiedemann setzt den Widerstand des Platins gleich 1.

Die Temperaturen, bei welchen diese Widerstände bestimmt sind, liegen zwischen 15^0—20^0 C.

Es ergiebt sich aus diesen Messungen, dafs die Widerstände in den Flüssigkeiten gegen diejenigen der Metalle im allgemeinen sehr grofs sind. Der Widerstand in wässerigen Lösungen hängt ab von dem Salzgehalte der Lösung, und zwar wird er im allgemeinen kleiner, wenn der Salzgehalt zunimmt. Daraus ergiebt sich, dafs die Leitungsfähigkeit des Wassers sehr klein sein mufs. Noch mehr folgt das aus der Angabe Becquerels, dafs bei sehr verdünnten Lösungen der Widerstand in demselben Verhältnisse abnimmt, wie der Salzgehalt zunimmt.

Ein sehr eigentümliches Verhalten zeigt nach Horsford und Wiedemann die verdünnte Schwefelsäure; bei dieser nimmt der Widerstand mit dem Gehalte an Schwefelsäure bis zu einem Minimum ab, welches bei einer Säure vom specifischen Gewicht 1,30 erreicht wird. Konzentriertere Säuren zeigen wieder einen stärkeren Widerstand, und einfaches Schwefelsäurehydrat leitet fast gar nicht.

Auf die Leitungsfähigkeit der Flüssigkeiten ist nach den Versuchen von Hankel[1]), Wiedemann und Becker die Temperatur von Einflufs, und

1) *Hankel*, Poggend. Ann. Bd. LXIX.

Digitized by Google

Horsford

Namen der Flüssigkeiten	Widerstand.
Schwefelsäure 1,10 spec. Gewicht	75673
" 1,15 " "	67770
" 1,20 " "	56180
" 1,24 " "	56180
" 1,30 " "	56180
" 1,40 " "	82520
Kupfervitriollösung in 100 ccm 15,093 gr Salz	972320
in 100 ccm 7,547 gr Salz . .	1410200
Kochsalzlösung in 500 ccm Wasser 27,6 gr Salz	577100
in desgl. 21,3 gr	769460
2fache Verdünnung der letzten Lösung	1488200
4fache Verdünnung	2750560
Chlorkaliumlösung in 500 ccm Wasser 27,6 gr Salz	578000
2fach verdünnt	1103700
4fach verdünnt	2006500

Becquerel

Namen der Flüssigkeiten	Leitungsfähigkeit
Kupfervitriollösung gesättigt . . .	5,42
Kochsalzlösung gesättigt	31,52
Lösung von salpetersaurem Kupfer gesättigt	8,99
Zinkvitriollösung gesättigt	5,77
Schwefelsäure, 220 ccm Wasser und 20 ccm H_2SO_4	88,68
Salpetersäure, käufliche	93,77

Wiedemann

Namen der Flüssigkeiten	Widerstand
Lösung von Kupfervitriol in 1000 ccm Wasser enthaltend:	
31,17 gr $CuSO_4 + 5H_2O$ . .	7805000
62,34 " " " . .	4202000
77,92 " " " . .	3514000
93,51 " " " . .	3178000
124,68 " " " . .	2567000
155,85 " " " . .	2181000
187,02 " " " . .	1936000
Schwefelsäure enthaltend in 100 ccm Wasser:	
3 37 gr SO_3	499000
5,9 " "	283500
11,42 " "	147200
22,82 " "	88070
45,84 " "	79560
74,82 " "	108300
92,26 " "	151900
124,04 " "	322700
183,96 " "	508000

Digitized by Google

zwar in entgegengesetzter Weise als bei den Metallen; die Leitungsfähigkeit nimmt mit steigender Temperatur zu.

Wiedemann findet z. B. für die Kupfervitriollösung

187,02 gr Salz in 1000 ccm Wasser bei	20,2° C.	1907000
" " " " " " " "	26,2 "	1715000
" " " " " " " "	37,5 "	1419000
" " " " " " " "	51,5 "	1163000
" " " " " " " "	60 "	1047000
" " " " " " " "	75,6 "	894000.

Bei einer Temperaturerhöhung von 55° nahm also der Widerstand um mehr als die Hälfte ab.

Auf eine Schwierigkeit bei der Bestimmung der Widerstände in Flüssigkeiten, selbst wenn man die Versuche bei konstanten Strömen, also konstanter Polarisation anstellt, hat Beetz[1]) aufmerksam gemacht, und dieselbe bei seinen Versuchen über die Widerstände in Zinkvitriollösungen vermieden. Beim Durchgange des Stromes durch Flüssigkeiten bedecken sich entweder die Elektroden mit Gas oder es tritt ein Abscheiden der gelösten Bestandteile an den Elektroden ein, und gleichzeitig ändert sich die Flüssigkeit, wie wir im nächsten Kapitel nachweisen werden, in der Nähe der Elektroden. Dadurch ist es möglich und selbst wahrscheinlich, dafs beim Übertritt des Stromes aus den Elektroden in die Flüssigkeit ein Widerstand des Überganges eintritt, der mit der Dauer des Stromes sich ändert, da mit der Dauer des Stromes die Verhältnisse in der Nähe der Elektroden sich ändern. Beetz hat daher ein Verfahren angewandt, bei welchem eine solche Änderung nicht eintreten konnte, indem er kurz dauernde und dazu noch abwechselnd gerichtete Ströme benutzte, um zunächst für eine Flüssigkeit, nämlich Lösungen von Zinkvitriol, die Leitungswiderstände mit einer ähnlichen Genauigkeit, wie für feste Körper zu bestimmen.

Für Lösungen von Zinkvitriol hat nämlich E. Du Bois Reymond gezeigt, dafs, wenn man in dieselben den Strom durch Elektroden von amalgamiertem Zink eintreten läfst, durchaus keine Polarisation eintritt. Man kann deshalb eine mit Zinkvitriollösung gefüllte und mit amalgamierten Zinkplatten geschlossene Röhre gerade so in den Stromkreis einschalten wie einen Metalldraht, ohne dafs durch Einschalten derselben in dem Stromkreise eine neue elektromotorische Kraft auftritt. Infolgedessen kann man den Widerstand dieser Flüssigkeit in einer Wheatstoneschen Brücke direkt mit demjenigen eines Metalldrahtes vergleichen, und da man bei diesem Verfahren den Strom immer nur momentan geschlossen zu halten braucht, um zu konstatieren, dafs in der Brücke die Stromintensität gleich null ist, so treten in der Nähe der Elektroden auch keine Änderungen ein, welche einen Widerstand des Überganges bedingen. Damit indes der letztere gar nicht eintrete, ist es nach den Beobachtungen von Beetz erforderlich, dafs man gut ausgekochte und dadurch von aller Luft befreite Flüssigkeit anwende, da sonst die Elektroden einen Teil

1) *Beetz*, Poggend. Ann. Bd. CXVII.

Digitized by Google

der absorbierten Luft an ihrer Oberfläche verdichten, und dann durch diese kondensierte Luftschicht ein Übergangswiderstand eintritt.

Indem wir wegen der Einzelheiten der Versuche auf die Originalarbeit von Beetz verweisen, stellen wir in folgender Tabelle einige der von Beetz gefundenen Zahlen zusammen. Als Einheit der Leitungsfähigkeit nimmt Beetz jene des Quecksilbers.

Gehalt an $ZnSO_4$ in 100 gr Wasser	Leitungsfähigkeit bei 20° C.		Zunahme der Leitungsfähigkeit für 1° C.
	beobachtet	berechnet	
7,73	0,000002387	0,000002315	0,000000541
13,48	3417	3408	791
24,39	4502	4502	1074
30,99	4640	4651	1216
36,83	4540	4541	1267
47,25	4016	4030	1319
53,94	3582	3585	1313

Auch hier zeigt sich also bei einer bestimmten Konzentration ein Maximum der Leitungsfähigkeit, so daſs sich schon daraus ergiebt, daſs die Annahme Becquerels, daſs die Leitungsfähigkeit einer Lösung dem Salzgehalte proportional sei, nur innerhalb sehr enger Grenzen gültig ist. Die Abhängigkeit der Leitungsfähigkeit vom Salzgehalt bei der Temperatur 20° läſst sich nach Beetz darstellen durch die Gleichung

$$l = a + bp - cp^2 + dp^3,$$

worin p die Menge Salz auf 100 Wasser bedeutet, und die Konstanten die Werte haben

$$a = 0,000000124 \qquad c = 0,000000007874$$
$$b = 0,0000003413\ ^{1)} \qquad d = 0,00000000005079.$$

Die hiernach berechneten Werte sind in der dritten Kolumne der Tabelle angegeben.

Beetz fand bei seinen Versuchen es bestätigt, daſs die Leitungsfähigkeit mit der Temperatur wächst, und zwar zeigte sich, daſs innerhalb des Intervalles von etwa 25° bis 45° die Zunahme der Temperatur proportional war. Die Zunahme hängt, wie die letzte Kolumne obiger Tabelle zeigt, von dem Salzgehalte ab, sie läſst sich für jeden Grad Temperaturzuwachs in dieser Abhängigkeit darstellen durch die Gleichung

$$z = A + Bp - Cp^2,$$

worin

$$A = 0,00000003209 \qquad B = 0,0000000040364$$
$$C = 0,00000000004073.$$

Auf andere Flüssigkeiten hat Beetz seine Versuche noch nicht ausgedehnt. Eine von ihm vorgeschlagene Methode werden wir im letzten Kapitel kennen lernen.

1) *Kohlrausch*, Wiedem. Ann. Bd. VI. S. 30.

Digitized by Google

Paalzow hat die Unpolarisierbarkeit der amalgamierten Zinkplatten in Zinkvitriollösungen zu Messungen von Widerständen in Flüssigkeiten in der Weise benutzt, dafs er die Zuleitungsdrähte des Stromes in Gefäfse mit Zinkvitriollösung führte, und die Gefäfse dann durch die zu untersuchende Flüssigkeit in Verbindung brachte[1]). Es wurden zu dem Zwecke zwei weite Glasgefäfse mit einer konzentrierten Lösung von Zinkvitriol gefüllt und in dieselben möglichst grofse Elektroden von amalgamiertem Zink hineingesetzt. Auf diese Elektroden kamen poröse Thonzellen zu stehen, welche durch ein Heberrohr verbunden wurden. Thonzellen und Heberrohr waren mit der zu untersuchenden Flüssigkeit gefüllt.

Die Zinkelektroden des Apparates wurden mit den Zuleitungsdrähten des einen Zweiges einer Wheatstoneschen Brücke verbunden, während sich im andern Zweige ein Normaletalon von 0,1 bis 50000 Siemensschen Einheiten befand, und der Widerstand des Apparates in gewohnter Weise bestimmt.

Es wurde dann rasch das Heberrohr durch ein zweites kürzeres ersetzt und der Widerstand wieder bestimmt; die Differenz beider Bestimmungen gab den Widerstand einer Flüssigkeitssäule von bestimmter Länge und bestimmtem Querschnitt. Zur Kontrolle wurde noch ein drittes, wieder kürzeres Heberrohr angewandt.

Um sofort den Widerstand der Flüssigkeiten auf Quecksilber als Einheit erhalten zu können, waren vorher dieselben drei Heberrohre mit Quecksilber gefüllt und auf ihren Widerstand untersucht. Dividierte man die Differenz der Widerstände des ersten und zweiten Rohres, wenn es mit irgend einer Flüssigkeit gefüllt war, durch die Differenz, die sich bei Füllung derselben beiden Rohre mit Quecksilber ergeben hatte, so gab der Quotient direkt den Widerstand der Flüssigkeit bezogen auf Quecksilber. Der Quotient aus denselben Differenzen des ersten oder zweiten und des dritten Rohres gab eine Kontrolle der gefundenen Zahlen.

Die von Paalzow auf diese Weise gefundenen Zahlen sind folgende.

Zusammensetzung der Flüssigkeiten	Temperatur	Widerstand im Vergleich mit Quecksilber	
	Schwefelsäure		
H_2SO_4	15° C.	96950	
$H_2SO_4 + 14\,H_2O$	19°	14157	} Minimum
$H_2SO_4 + 13\,H_2O$	22°	13310	} Minimum
$H_2SO_4 + 499\,H_2O$	22°	184773	
	Zinkvitriol		
$ZnSO_4 + 33\,H_2O$	23°	194400	
$ZnSO_4 + 24\,H_2O$	23°	191000	— Minimum
$ZnSO_3 + 107\,H_2O$	23°	354000	
	Kupfervitriol		
$CuSO_4 + 45\,H_2O$	22°	202410	
$CuSO_4 + 105\,H_2O$	22°	339341	

1) *Paalzow*, Poggend. Ann. Bd. CXXXVI.

Digitized by Google

Zusammensetzung der Flüssigkeiten	Temperatur	Widerstand im Vergleich mit Quecksilber
	Schwefelsaure Magnesia	
$MgSO_4 + 34\,H_2O$	22°	199180
$MgSO_4 + 107\,H_2O$	22°	323600
	Salzsäure	
$HCl + 15\,H_2O$	23°	13626
$HCl + 500\,H_2O$	23°	86697

Paalzow untersuchte ferner Gemische verschiedener Flüssigkeiten; betreffs deren Widerstände sollte man entweder vermuten, dafs derselbe das arithmetische Mittel zwischen den Widerständen der einzelnen Flüssigkeiten ist, oder dafs sich der Strom zwischen den beiden Flüssigkeiten nach dem Ohmschen Gesetze teilt. Wird eine Röhre von der Länge l und dem Querschnitt q mit gleichen Volumen zweier Flüssigkeiten von dem specifischen Widerstande k_1 und k_2 gefüllt, so würde nach dem Ohmschen Gesetze der durch jede Flüssigkeit fliefsende Teil des Stromes sein

$$c_1 = \frac{E}{k_1 \frac{2l}{q}} \qquad c_2 = \frac{E}{k_2 \frac{2l}{q}},$$

somit die Stromstärke sein

$$J = c_1 + c_2 = \frac{E}{2\frac{l}{q}} \left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}\right)$$

oder der Widerstand einer solchen Röhre wäre

$$W = 2\frac{l}{q} \cdot \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}.$$

Es zeigte sich indes, dafs die Widerstände der Gemische weder mit der einen noch der andern Voraussetzung übereinstimmten, wie folgende Zahlen zeigen.

Gemische aus	k_1 und k_2	$\frac{k_1 + k_2}{2}$	$2\frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2}$	beobachtete Widerstände
$ZnSO_4 + 50\,H_2O$ $CuSO_4 + 50\,H_2O$	232600 213832	223216	222840	193920
$ZnSO_4 + 50\,H_2O$ $H_2SO_4 + 50\,H_2O$	232600 25775	129187	46300	64800
$CuSO_4 + 50\,H_2O$ $H_2SO_4 + 50\,H_2O$	213832 25775	119803	45900	63460
$CuSO_4 + 23\,H_2O$ $ZnSO_4 + 55\,H_2O$	194400 225254	209827	208700	192430

Digitized by Google

Wie man sieht, ist der beobachtete Widerstand immer kleiner als das arithmetische Mittel, zuweilen auch kleiner als der nach dem Ohmschen Gesetze berechnete. Allgemeine Resultate lassen sich sonst aus diesen Versuchen nicht ziehen; eine Übereinstimmung zwischen der elektrischen Leitungsfähigkeit und der für Wärme zeigt sich nach den Versuchen Paalzows[1]) ebenfalls nicht. Denn ordnen wir die Flüssigkeiten nach diesen beiden Leitungsfähigkeiten, so ist die Reihenfolge derselben eine ganz verschiedene

Leitung für Wärme	Leitung für Elektricität
Quecksilber	Quecksilber
Wasser	Schwefelsäure
Kupfervitriol	Kochsalzlösung
Schwefelsäure	Zinkvitriol
Zinkvitriol	Kupfervitriol
Kochsalzlösung	Wasser.

Unsere Kenntnisse von der elektrischen Leitungsfähigkeit der Flüssigkeiten sind wesentlich erweitert durch die Versuche, welche F. Kohlrausch teils in Verbindung mit Nippoldt[2]), teils in Verbindung mit Grotrian[3]) und allein[4]) ausgeführt hat.

Die bei diesen Versuchen angewandte Methode unterscheidet sich von den früheren wesentlich dadurch, daſs statt konstanter Ströme alternierende benutzt wurden, welche in sehr rascher Folge durch die Flüssigkeit hindurchgesandt wurden. Derartige hin und hergehende Ströme erhält man, wie wir im letzten Kapitel zeigen werden, wenn man in einer flachen aus Kupferdraht gewundenen Spirale einen Magnet um eine einem Durchmesser der Spiralwindungen parallele Axe in rasche Rotation versetzt. Die dann entstehenden Induktionsströme sind an Stärke einander genau gleich; aber bei jeder ganzen Umdrehung des Magnets durchlaufen sie die Spirale, und damit den zwischen deren Enden eingeschalteten Stromkreis einmal in dem einen, dann aber im entgegengesetzten Sinne. Derartige rasch wechselnde Ströme kann man natürlich mit einem Galvanometer nicht messen, da sie in rascher Folge die Magnetnadel einmal in dem einen, dann aber in dem entgegengesetzten Sinne ablenken würden, so daſs die entgegengesetzten Impulse auf die Nadel sich gegenseitig aufheben. Man kann sie indes messen durch das im nächsten Abschnitte beschriebene Elektrodynamometer, indem man die Ströme nach einander durch die feste und die bewegliche Rolle des Dynamometers hindurchführt. Die Ablenkung der beweglichen Rolle ist nämlich, wie wir dort nachweisen werden, immer dieselbe, wenn der Strom in der festen und losen Rolle gleichgerichtet ist, einerlei welche Richtung er besitzt; nur

1) *Paalzow*, Poggend. Ann. Bd. CXXXVI. Man sehe im 3. Bande §. 37.

2) *Kohlrausch* und *Nippoldt*, Poggend. Ann. Bd. CXXXVIII.

3) *Kohlrausch* und *Grotrian*, Nachrichten der Königl. Societät der Wissenschaften zu Göttingen 1874. Poggend. Ann. Bd. CLI. Bd. CLIV.

4) *F. Kohlrausch*, Poggend. Ann. Bd. CLIX. Wiedem. Ann. Bd. VI. Bd. XI. In letzterer Abhandlung giebt Kohlrausch eine detaillierte Beschreibung seiner Methode in der zuletzt ihr gegebenen Form.

Digitized by Google

dann geht die Ablenkung in die entgegengesetzte über, wenn der Strom seine Richtung in der einen der beiden Rollen ändert, in der andern dagegen die gleiche Richtung behält.

Wenn man solche Ströme unter Anwendung von grofsen und noch dazu platinierten Elektroden von Platin durch Flüssigkeiten hindurchgehen läfst, so tritt gar keine Polarisation der Elektroden auf. Kohlrausch und Grotrian wandten deshalb bei ihren Versuchen Platinbleche von je 25 qcm Gröfse an, welche mit einem Überzuge von Platinschwarz überzogen waren. Den Nachweis, dafs bei dieser Anordnung in der That keine Polarisation vorhanden war, lieferten Kohlrausch und Grotrian dadurch, dafs sie zeigten, dafs man für den Widerstand der Flüssigkeit ganz denselben Wert fand, welche Intensität man auch den Induktionsströmen gab, und dafs man für Zinkvitriollösungen denselben Wert fand, einerlei ob man platinierte Platinelektroden oder unpolarisierbare amalgamierte Zinkelektroden, wie es Beetz that, benutzte. Dafs die erstere Beobachtung dafür ein Beweis ist, dafs keine Polarisation eintrat, wird im nächsten Kapitel bewiesen, wo wir zeigen werden, dafs bei schwachen Strömen die Polarisation von der Stromstärke abhängig ist.

Nachdem auf diese Weise gezeigt war, dafs bei dieser Anordnung flüssige Leiter ganz wie metallische behandelt werden konnten, konnte man also auch die Leitungsfähigkeit derselben wie diejenige der Metalle untersuchen.

Kohlrausch und Grotrian wandten die Beobachtungsmethode mit der Wheatstoneschen Brücke an. Der von dem Induktionsapparate herkommende Strom durchflofs zuerst die feste Rolle des Elektrodynamometers und wurde dann wie bei der Wheatstoneschen Brücke verzweigt. Der eine Zweig enthielt die zu untersuchende Flüssigkeit, der andere einen nach Quecksilbereinheiten graduierten Rheostaten; nach Durchlaufen der Zweige kehrte dann der Strom zu dem Induktionsapparate zurück. In die Brücke der Verzweigung war die lose Rolle des Dynamometers eingeschaltet. War der Widerstand der Flüssigkeiten jenem des eingeschalteten Rheostaten gleich, so mufste der Strom in der beweglichen Rolle des Dynamometers gleich null sein, dieselbe durfte keine Ablenkung erhalten; war der Widerstand in der Flüssigkeit gröfser als im Rheostat, so durchliefen die Ströme die bewegliche Rolle in dem einen, war der Widerstand im Rheostaten der gröfsere, in dem andern Sinne, während der Sinn der Ströme in der festen Rolle immer derselbe blieb. Die Ablenkung der beweglichen Rolle war also in dem einen Falle die entgegengesetzte als in dem andern. Man konnte deshalb gerade so wie bei Anwendung konstanter Ströme die Widerstände genau abgleichen[1]).

Dafs in der That bei diesem Verfahren keine merkliche Polarisation vorhanden war, dafür mögen nur folgende Zahlen angeführt werden. Der Widerstand einer Zinkvitriollösung von etwa Maximalleitungsvermögen wurde einmal mit konstantem Strom zwischen amalgamierten und nach der Vorschrift von Beetz frisch in Zinklösung abgekochten Zinkelektroden,

1) Bei Anwendung der Brückenmethode kann man nach Kohlrausch als ein noch empfindlicheres Erkennungsmittel, dafs der Strom in der Brücke verschwindet, das Telephon anwenden. *Kohlrausch*, Wiedem. Ann. Bd. XI.

Digitized by Google

sodann zwischen denselben und schliefslich zwischen platinierten Elektroden mit alternierenden Strömen etwa 150 in der Sekunde untersucht. Es ergab sich bei der Temperatur 16°

bei Zink- } elektroden }	und konst. Strom der Widerstand	gleich	537,49
	„ alternierenden Strömen „	„	537,41
Platinelektroden	„ „ „	„	537,20

Werte, welche so genau übereinstimmen, dafs die gröfsten Unterschiede durch eine Schwankung der Temperatur um 0°,05 C. erklärt werden.

Nach dem Verfahren von F. Kohlrausch sind in den letzten Jahren ausgedehnte Versuchsreihen von verschiedenen Experimentatoren durchgeführt worden, so von Grotrian[1]), von Long[2]), von R. Lenz[3]), welcher Lösungen der auch in Alkohol löslichen Salze in Wasser und Alkohol untersucht hat, von Pfeiffer[4]), W. Kohlrausch[5]), Stephan[6]) u. a.

Bouty[7]) hat zu seinen ausgedehnten Versuchen über die Leitung in verdünnten Lösungen die am Schlufse des §. 84 erwähnte Methode benutzt, er mafs die Differenz der Werte der Potentialfunktion an den beiden Enden einer langen mit der zu untersuchenden Lösung gefüllten engen Röhre, welche ähnlich wie bei der Methode von Paalzow in den Stromkreis eingefügt war. Da an den zum Elektrometer führenden Drähten eine Zersetzung der Flüssigkeiten nicht eintritt, ist bei dieser Methode jegliche Polarisation ausgeschlossen.

Wir begnügen uns an dieser Stelle damit, aus der grofsen Zahl der von den verschiedenen Experimentatoren ausgeführten Messungen nur einige allgemeine Resultate anzuführen, da wir im nächsten Abschnitt, nach Besprechung der Elektrolyse auf die Leitungsfähigkeit der Flüssigkeiten nochmals zurückkommen werden (§. 107).

Als allgemeines Resultat ergiebt sich zunächst, dafs für alle untersuchten Lösungen die Leitungsfähigkeit mit steigender Temperatur ganz beträchtlich zunimmt, und dafs dieselbe bei der Temperatur t sich darstellen läfst durch Gleichungen von der Form

$$k_t = k_0(1 + \alpha t + \beta t^2),$$

worin die Koefficienten α und β nicht nur von der Natur der angewandten Lösung, sondern, wie es schon Beetz für die Zinkvitriollösungen fand, auch von der Konzentration derselben abhängig sind. So giebt Grotrian folgende Werte von k_0, α, und β für Schwefelsäurelösungen:

1) *Grotrian*, Wiedem. Ann. Bd. XVIII.
2) *Long*, Wiedem. Ann. Bd. XI.
3) *R. Lenz*, Mémoires de l'Acad. de St. Petersburg. Jahrg. 1878. Bd. XXVI. Beiblätter Bd. II. S. 710. Mém. de St. Petersb. Jahrg. 1882. Bd. XXX. Beiblätter Bd. VII S. 399.
4) *Pfeiffer*, Wiedem. Ann. Bd. XXIII (Untersuchung kohlensäurehaltigen Wassers).
5) *W. Kohlrausch*, Wiedem. Ann. Bd. XVII.
6) *Stephan*, Wiedem. Ann. Bd. XVII.
7) *Bouty*, Ann. de chim. et de phys. 6 Série. T. III.

Digitized by Google

Gehalt an $H_2 SO_4$ in Gewichtsprozenten p	Leitungsfähigkeit bei 0° k_0	α	β
5	0,00001543	0,01768	— 0,00006214
10	2722	1902	6002
20	4659	2156	4976
30	5142	2390	3149
40	4640	2606	0521
50	3578	2802	+ 0,00002908
60	2423	2979	7138
70	1587	3136	+ 0,00012168
80	1053	3275	18000
90	719	3394	24633
100	507	3494	32066.

Die Werte von α und β zeigen, dafs der Prozentgehalt der am besten leitenden Lösungen an $H_2 SO_4$ in verschiedenen Temperaturen ein verschiedener ist. Bei 0° leitet am besten eine Lösung, welche 30,2 Prozent $H_2 SO_4$ enthält, mit steigender Temperatur steigt dieser Gehalt und zwar für je 10° um etwa 0,8.

Ebenso wie die Schwefelsäure zeigen Salzsäure und Salpetersäure bei einem bestimmten Gehalte an Säure ein Maximum der Leitungsfähigkeit, und zwar liegt das Maximum für die Temperatur 0° für Salzsäure bei einem specifischen Gewicht von etwa 1,11, für Salpetersäure bei einem Gehalte von 31,0 Prozent. Die Werte für einige Konzentrationen der Salpetersäure zeigt folgende Tabelle.

Gehalt an HNO_3	k_0	α	β
6,2	0,00002118	0,0218	— 0,000037
12,4	3731	204	25
24,8	5402	184	3
31,0	5462	190	8
37,2	5206	198	1
49,6	4274	212	+ 0,000020
62,0	3296	232	— 0,000027

Für Salzlösungen zeigt sich eine solche Maximalleitungsfähigkeit bei einer bestimmten Konzentration nicht allgemein, bei den Chloriden der Alkalien mit Ausnahme der Chlorlithium z. B. wächst die Leitungsfähigkeit stets mit der Konzentration, wie folgende Zahlen zeigen.

Digitized by Google

Gehalt an Salz Gewichtsprozente		k_0	α	β
Na Cl	5	0,00000402	0,0292	0,000110
	10	729	290	102
	15	998	279	110
	20	1177	290	108
	24	1239	311	111
K Cl	5	0,00000426	0,0271	0,000078
	10	865	249	65
	15	1313	233	58
	20	1778	220	42
	21	1873	217	39
$NH_4 Cl$	0	0,00000572	0,0266	0,000074
	10	1139	242	68
	15	1711	221	53
	20	2251	218	19
Li Cl für 18° *C*	2,5	0,00000383	0,0228	—
	5	685	224	—
	10	1139	219	—
	20	1530	221	—
	30	1307	229	—
	40	789	285	—

Die für *Li Cl* angegebenen Temperaturkoefficienten gelten zwischen 18° und 26°.

Auch hier zeigt sich wieder, dafs die Temperaturkoefficienten nicht nur von der Natur des Salzes, sondern auch von der Konzentration abhängen, im grofsen und ganzen findet man, dafs sie mit zunehmender Leitungsfähigkeit kleiner werden. Wie in diesen Fällen zeigt sich allgemein, dafs das t^2 enthaltende Glied von nicht zu vernachläfsigendem Einflufs ist, die Leitungsfähigkeiten wachsen allgemein rascher wie die Temperatur.

Einen auffallend grofsen Temperaturkoefficienten besitzt eine konzentrierte Lösung von Ätznatron *Na HO*, sie nimmt von 10° bis 80° auf etwa das Hundertfache ihres Anfangswertes zu. Die mit 10^8 multiplizierte Leitungsfähigkeit einer Lösung, welche 43 Teile Natron in 100 Lösung enthält, wird recht gut dargestellt durch die Gleichung

$$10^8\, k = 222\,(1 + 0{,}1059\, t + 0{,}004459\, t^2)$$

Wie bei den Chlorlithium, so zeigt sich noch bei einer Reihe von Salzen, dafs einer bestimmten Lösung ein Maximum der Leitungsfähigkeit zukommt, dafs bei weiterer Konzentration die Leitungsfähigkeit wieder abnimmt. Will man deshalb die Abhängigkeit der Leitungsfähigkeit von der Konzentration darstellen, so mufs man wie Beetz bei Zinkvitriol ein

Digitized by Google

Glied mit der dritten oder selbst mit der vierten Potenz des Prozentgehalts hinzunehmen. Für verdünntere Lösungen, bis etwa 10 Prozent genügen indes nach Kohlrausch Formeln von der Form

$$k = \varkappa p - \varkappa' p^2$$

Formeln, welche, wie schon vorhin bemerkt wurde, darauf hinweisen, dafs das reine Wasser nicht leitet.

Kohlrausch[1]) hat deshalb zu verschiedenen Malen versucht möglichst reines Wasser herzustellen, um diesen Schlufs zu prüfen, nachdem die frühern Beobachtungen schon gezeigt hatten, dafs die Leitungsfähigkeit des Wassers sehr klein war. Kohlrausch destillierte Wasser, dem zur Zerstörung etwaiger organischer Substanzen etwas übermangansaures Kali, zur Zerstörung etwaiger freier Säuren etwas Ätzkali und um etwaiges Ammoniak zurückzuhalten, etwas saures schwefelsaures Kali zugesetzt war, durch ein silbernes Kühlrohr in eine Glasvorlage und aus dieser nochmals durch einen Kühler von Platin in eine Platinschale, in welcher direkt der Widerstand bestimmt wurde. Setzt man das Leitungsvermögen des Quecksilbers gleich 10^{10}, so ergab sich für so gereinigtes Wasser das Leitungsvermögen gleich 0,71 bei $21^0,5$ C. Die geringste Verunreinigung, Stehen an der Luft, Aufbewahren in Glasgefäfsen, wodurch etwas Glas aufgelöst wird, erhöht die Leitungsfähigkeit bedeutend. Bei seinen letzten Versuchen gelang es Kohlrausch, indem er Wasser im luftleeren Raume in zugeschmolzenen Gläsern destillierte, und direkt in dem als Vorlage dienenden Glasgefäfse sofort nach Beendigung der 8—15 Minuten Zeit beanspruchenden Destillation die Leitungsfähigkeit mafs, dieselbe auf $0,25 . 10^{-10}$ von derjenigen des Quecksilbers herabzubringen. Es folgt somit, dafs schon eine geringe Menge absorbierter Luft die Leitungsfähigkeit des Wassers erhöht. Man wird darnach schliefsen dürfen, dafs eine Lösung nur infolge des gelösten Salzes löst. Den Koefficienten $\varkappa$ in der Formel

$$k = \varkappa p - \varkappa' p^2$$

bezeichnet Kohlrausch als das specifische Leitungsvermögen der gelösten Substanz. Für sehr kleine Werte von p, also für sehr verdünnte Lösungen, verschwindet das zweite Glied, so dafs man in der That $\varkappa$ als einen die betreffende Substanz charakterisierenden Wert bezeichnen kann.

Wenn so die Leitungsfähigkeit der Lösung nur auf Rechnung der gelösten Substanz zu setzen ist, so liegt auf den ersten Blick die Vermufung nahe, dafs die Leitungsfähigkeit von dem Lösungsmittel ganz unabhängig sei; die Unhaltbarkeit dieses Schlusses ist indes durch die Versuche von R. Lenz[2]) nachgewiesen, der Lösungen solcher Salze, welche auch in Alkohol löslich sind, in wässerigem Alkohol auf ihren Widerstand untersuchte. Die Leitungsfähigkeit des absoluten Alkohols ist nach Kohlrausch[3]) etwa gleich der des reinsten luftfreien Wassers, 0,3. Die alkoholischen Lösungen der Salze zeigten aber stets einen erheblich gröfsern

1) *F. Kohlrausch*, Poggend. Ann. Erg.-Bd. VIII. Wiedem. Ann. Bd. XXIV.
2) *R. Lenz*, Mém. de St. Petersburg Bd. XXX. 1882. Beiblätter Bd. VII S. 399.
3) *E. Kohlrausch*, Poggend. Ann. Erg.-Bd. VIII.

Digitized by Google

Widerstand als die wässerigen. Für eine 4 % Jodkalium haltende Lösung ergaben sich z. B. die Widerstände R, jener der wässerigen Lösung gleich 100 gesetzt, wenn sie in einem Weingeist gelöst wurden, der v Volumprozent Alkohol enthält, die in folgenden Reihen angegeben sind

$v =$	0	10	20	30	40	50	60	70
$R =$	100	130	165	207	249	286	326	370.

Wir werden im nächsten Abschnitte, wenn wir die Theorie der Leitung in Flüssigkeiten besprechen, sehen, wodurch diese Unterschiede bedingt sind (§. 107).

§. 88.

Bestimmung der elektromotorischen Kraft. Aufser der Kenntnis der Leitungswiderstände in einem Stromkreise bedarf es zur Bestimmung der Stromstärke auch jener der elektromotorischen Kräfte. Das Mafs derselben ist durch die gewählten Einheiten der Stromstärke und des Widerstandes bereits gegeben; wir müssen als Einheit der elektromotorischen Kraft jene bezeichnen, welche in einem Stromkreise, dessen Widerstand der Einheit gleich ist, die Einheit der Stromstärke hervorbringt. Da wir nun als Einheit der Stromstärke jene bezeichnet haben, welche in einem Voltameter in einer Minute ein Kubikcentimeter Knallgas erzeugt, so haben wir einer galvanischen Kombination die Einheit der elektromotorischen Kraft beizulegen, welche in einem Stromkreise, dessen Widerstand der Einheit gleich ist, einen Strom erzeugt, welcher in gleicher Stärke durch ein Voltameter geführt, dort in einer Minute ein Kubikcentimeter Knallgas erzeugt.

Als ein relatives Mafs kann man zur Messung der elektromotorischen Kraft auch jene einer bestimmten galvanischen Kombination benutzen, etwa diejenige eines Daniellschen Elementes. Ist diese nach chemischem Mafse bestimmt worden, so kann man auch alle übrigen daraus erhalten.

Die elektromotorische Kraft konstanter Elemente läfst sich leicht und direkt in chemischem Mafse erhalten durch die Methode von Ohm[1]), welche wir schon früher zur Bestimmung des Leitungswiderstandes benutzt haben. Man schliefst ein Element durch eine Tangentenbussole und ein Rheochord, in welchem der Schlitten auf 0 steht. Kennt man den Reduktionsfaktor der Tangentenbussole, so erhält man sofort die Stromstärke in chemischem Mafse. Sei dieselbe gleich J, und sei E die elektromotorische Kraft, W der Widerstand, so ist

$$J = \frac{E}{W}; \quad E = W.J.$$

Man schaltet dann eine bestimmte Länge des Rheochords ein, deren Widerstand w sei, so wird die Stromstärke eine andere J_1, nämlich

$$J_1 = \frac{E}{W + w}; \quad E = (W + w)\, J_1;$$

1) *Ohm*, Schweiggers Journal Bd. LVIII. Jahrg. 1830.

Digitized by Google

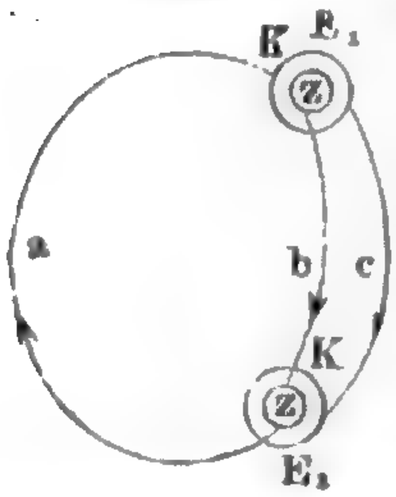
die beiden Gleichungen lassen ebenso wie W auch E bestimmen, es wird nämlich E

$$E = w \cdot \frac{J \cdot J_1}{J - J_1}.$$

Indem man dann mehrere Widerstände w nach einander einschaltet, erhält man aus je zwei Beobachtungen einen Wert für E, aus welchem man zur Erreichung gröfserer Genauigkeit das Mittel nimmt.

Wie man sieht, liefert diese Methode sofort den gesuchten Wert in der aufgestellten Einheit; sie ist aber ebenso zur Vergleichung der elektromotorischen Kräfte zweier Elemente geeignet, indem man nach einander mit den beiden Elementen dieselben Versuche macht. Man kann nach derselben aber nur die elektromotorischen Kräfte konstanter Elemente bestimmen, da während der Zeit, welche zu den Versuchen gebraucht wird, die Stromstärke inkonstanter Ketten infolge der Polarisation sich zu sehr ändert.

Fig. 152.



Zur Bestimmung der elektromotorischen Kräfte konstanter wie inkonstanter Ketten ist dagegen gleich gut geeignet die von Poggendorff gegebene Kompensationsmethode[1]). Zu derselben wendet man die §. 81 zuletzt angegebene Stromverzweigung an. Wie wir damals sahen, ist die Stromstärke in dem die beiden Zweige verbindenden Draht a, dessen Widerstand gleich w ist, wenn die beiden elektromotorischen Kräfte in den Zweigen b und c (Fig. 152) gleich E_1 und E_2, die Widerstände aber resp. w_1 und w_2 sind,

$$i = \frac{E_1\, w_2 + E_2\, w_1}{w w_1 + w w_2 + w_1\, w_2};$$

die Stromstärke in den beiden Zweigen ist

$$i_1 = \frac{E_1\,(w + w_2) - E_2\, w}{w w_1 + w w_2 + w_1\, w_2}$$

$$i_2 = \frac{E_2\,(w + w_1) - E_1\, w}{w w_1 + w w_2 + w_1\, w_2}.$$

Die Stromstärke in den beiden Zweigen hängt daher wesentlich von dem Verhältnisse der Widerstände $w + w_1$ zu w, oder $w + w_2$ zu w ab. Sind nun E_1 und E_2 von einander verschieden, so kann man es leicht durch Regulierung der Widerstände dahin bringen, dafs i_1 oder i_2 gleich 0 wird. Habe man dadurch $i_2 = 0$ gemacht, so ist

$$E_2 = E_1 \frac{w}{w + w_1}.$$

Setzt man diesen Wert von E_2 in die Gleichung für i, so wird

$$i = \frac{E_1}{w + w_1}; \quad E_1 = i\,(w + w_1)$$

und daraus

$$E_2 = i \,.\, w.$$

---

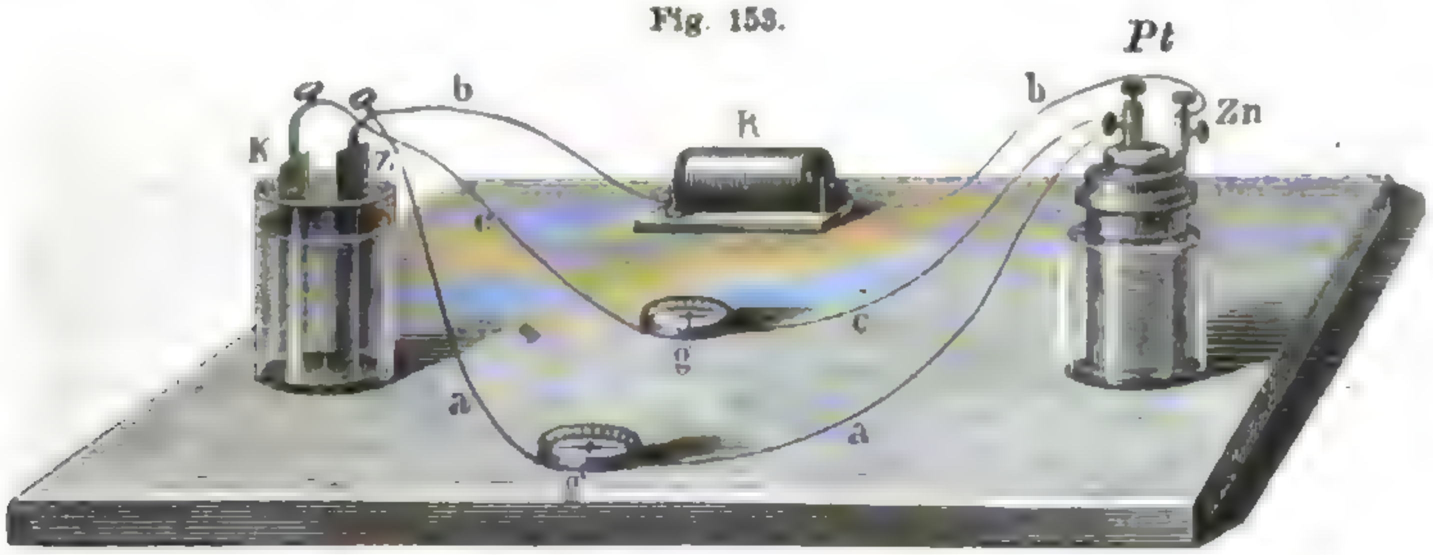
1) *Poggendorff*, Poggend. Ann. Bd. LIV.

Digitized by Google

Wir erhalten demnach auf diese Weise, wenn wir die Widerstände w und w_1 kennen, direkt das Verhältnis der beiden elektromotorischen E_1 und E_2 aus der einzigen Beobachtung $i_2 = 0$. Beobachten wir aber außerdem die Stromstärke i, so können wir sowohl E_1 als E_2 in der gewählten Einheit erhalten.

Zur Messung elektromotorischer Kräfte nach diesem Verfahren operierte Poggendorff in folgender Weise. An Stelle des Elementes E_1 wurde ein konstantes Grovesches Zink-Platin-Element benutzt. Die elektromotorische Kraft und der wesentliche Widerstand desselben, also der Widerstand in dem Elemente selbst, wurden nach der Ohmschen Methode bestimmt. Dasselbe wurde mit dem zu untersuchenden, z. B. einem Zink-Kupfer-Elemente in der Weise Fig. 153 verbunden. Die Elemente standen, wie

Fig. 153.



es auch in Fig. 152 angenommen ist, ganz am Ende der Zweige b und c, so daſs also der Zweig c (Fig. 152), dessen Widerstand wir mit w_2 bezeichneten, aus dem das Platin Pt mit dem Kupfer K verbindenden Drahte c, welcher das Galvanometer G enthält, und dem Widerstand der Flüssigkeit in dem Elemente KZ bestand. Der Zweig b wird gebildet von dem Drahte b, welcher das Zink Z mit dem Zink Zn verbindet und in welchem der Rheochord R eingeschaltet ist, und dem Widerstande der Flüssigkeit in dem Groveschen Elemente. Der die beiden Zweige verbindende Draht a (Fig. 152) ist auch Fig. 153 mit a bezeichnet, er verbindet das Zink des Elementes ZK mit dem Platin des Groveschen Elementes; in ihm ist die Tangentenbussole g' eingeschaltet.

Die mit der Tangentenbussole g' gemessene Stromstärke ist in unsern Formeln mit i bezeichnet, die Stromstärke im Drahte b mit i_1, diejenige in c mit i_2.

Die Drahtverbindung KPt oder c ist für gewöhnlich geöffnet, sie dient nur dazu, den Widerstand w_1 in b so zu regulieren, daſs der Strom i_2 gleich 0 wird. Zu dem Ende wird die Verbindung momentan hergestellt und, wenn das Galvanometer noch einen Strom anzeigt, der Widerstand im Stromzweige b in dem Sinne geändert, daſs bei einer folgenden Schlieſsung von c das Galvanometer keinen Strom mehr anzeigt.

Gerade dieser Umstand ist es, welcher diese Methode zur Messung der elektromotorischen Kräfte inkonstanter Ketten geeignet macht. Denn die Inkonstanz beruht, wie wir sahen, darauf, daſs bei Schlieſsung des Stromkreises die Flüssigkeit in dem Elemente zersetzt wird, und infolgedessen die Metalle sich mit Gas bekleiden. Wird, wie in diesem Falle,

Digitized by Google

die Kette nur auf Augenblicke geschlossen, und wird zugleich der durch diese Schliefsung entstehende Strom fast vollständig durch den von dem andern Elemente herrührenden Strom kompensiert, so wird die Flüssigkeit in dem Elemente nicht zersetzt, und die elektromotorische Gegenkraft tritt gar nicht auf. Sollte aber bei den Versuchen zur Bestimmung des zur Kompensation erforderlichen Widerstandes doch in dem Elemente eine Zersetzung stattgefunden haben, so nimmt man die Platten aus demselben heraus, nachdem man annähernd den zur Kompensation erforderlichen Widerstand w_1 hergestellt hat, und reinigt sie. Dann setzt man den Apparat wieder zusammen und kompensiert vollständig.

Hat man nach der Methode von Ohm die elektromotorische Kraft E_1 und den Widerstand des konstanten Elementes bestimmt, so hat man die Tangentenbussole nicht nötig, da man dann E_2 aus

$$E_2 = E_1 \frac{w}{w + w_1}$$

hat. Es ist indessen auch in dem Falle bequemer, die Stromstärke i zu beobachten, da man dann nur den Widerstand w des Drahtes a zu bestimmen hat, um sofort E_2 zu erhalten; die Bestimmung von w_1 ist nicht erforderlich.

Hat man beides, i und w_1 beobachtet, so braucht man E_1 nicht vorher zu bestimmen, da man auch dieses direkt erhält. Da es indes schwierig ist, w_1 mit Genauigkeit zu messen, so verfährt man am besten so, dafs man E_1 nach der Ohmschen Methode, und damit zugleich w bestimmt, und dann die Stromstärke i nach der Kompensation beobachtet. Es bedarf wohl keiner Erwähnung, dafs nach geschehener Kompensation es gleichgültig ist, ob der Stromzweig c geschlossen ist oder nicht, da die Stromstärke i_2 in demselben gleich 0 ist.

Die Poggendorffsche Methode ist zur Bestimmung der elektromotorischen Kraft konstanter Elemente natürlich ebenso geeignet, ja noch bequemer als zu derjenigen inkonstanter Elemente, da man dann den Zweig c immer geschlossen halten kann.

Durch eine kleine Modifikation der Poggendorffschen Methode hat Bosscha[1]) die Messung der Widerstände w und w_1 ganz umgangen, so dafs man ohne weiteres das Verhältnis E_2 zu E_1, oder wenn man letzteres kennt, auch E_2 in der gewählten Einheit erhält. An Stelle des Galvanometers g wird ebenfalls ein Rheochord angebracht. Hat man den Widerstand w_1 so abgeglichen, dafs in c die Stromstärke gleich 0 ist, so schaltet man in dem Kreise a einen Widerstand l ein; dann ist in c wieder ein Strom vorhanden, und um den zu kompensieren, schaltet man in b einen Widerstand l_1 ein. Da jetzt der Strom wieder in c gleich 0 ist, so ist

$$E_2 = E_1 \frac{w + l}{w + l + w_1 + l_1};$$

da aber vorhin war

$$E_2 = E_1 \frac{w}{w + w_1};$$

1) *Bosscha*, Poggend. Ann. Bd. XCIV.

Digitized by Google

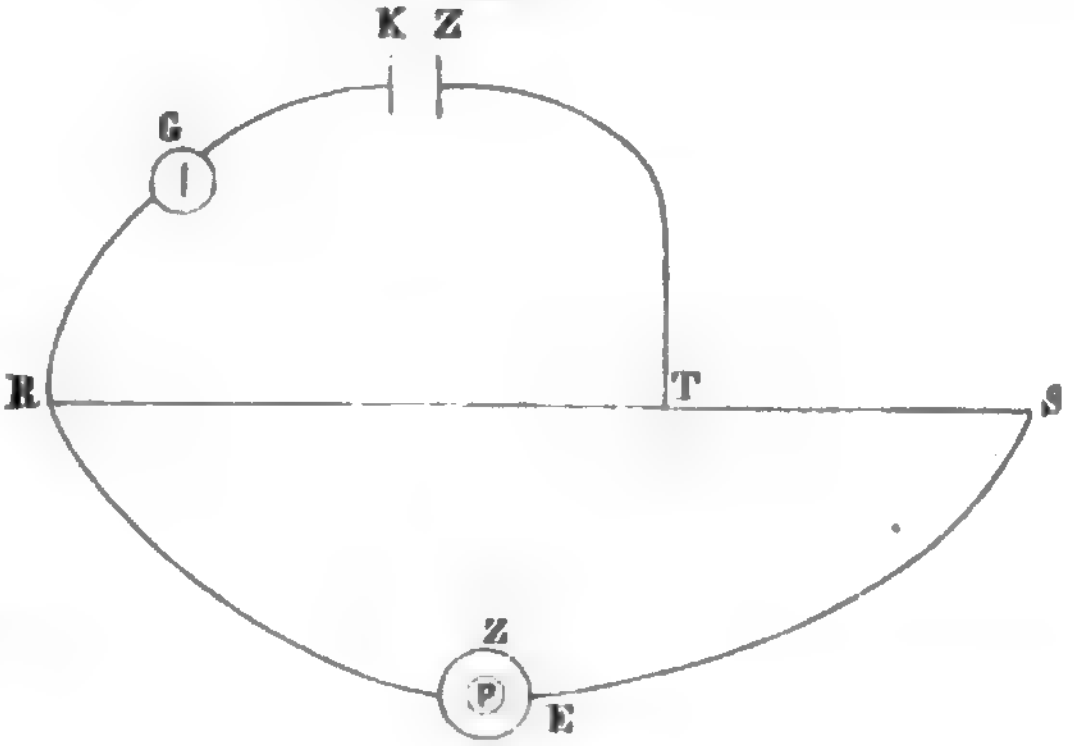
so folgt auch

$$E_2 = E_1 \frac{l}{l + l_1}.$$

Die Widerstände l und l_1 lassen sich mit grofser Genauigkeit bestimmen, da es eben nur Drahtlängen des Rheochords sind, und deshalb läfst sich auf diesem Wege grofse Genauigkeit erzielen.

In etwas anderer Weise hat E. Du Bois-Reymond[1]) die Methode von Poggendorff modifiziert und dadurch noch bequemer gemacht; Du Bois-Reymond verändert nicht nur den Widerstand in den Zweigen, sondern gleichzeitig in dem unverzweigten Teile, um in dem einen Zweige den Strom zum Verschwinden zu bringen. Die Anordnung von Du Bois-Reymond zeigt schematisch Fig. 154. In die Strombahn der konstanten Kette E, mit welcher die elektromotorische Kraft der Kette KZ verglichen werden soll, schaltet man einen Widerstand RS, etwa ein Rheochord ein, auf welchem sich ein Schieber T befindet. Die Strombahn des zweiten Elementes KZ, welche das Galvanometer G enthält, wird dadurch hergestellt, dafs man den einen der Drähte mit R, den andern mit dem Schieber T verbindet. Die Elemente werden so gestellt, dafs der von E herrührende Strom in dem Zweige RKT entgegengesetzt fliefst als der von K herrührende Strom, und der Schieber T auf dem Rheochord RS so weit verschoben, dafs der Strom im Zweige RKT gleich null wird. Das Stück RT entspricht dem Teile a, RKT dem Zweige c, $REST$ dem Zweige b von Fig. 152. Bezeichnen wir deshalb den Widerstand in RT mit w, in $REST$ mit w_1, in RKT mit w_2, die elektromotorische Kraft in E mit E, in KZ mit K, so ist, wenn der Strom in RKT gleich null ist,

Fig. 154.



$$K = E \frac{w}{w + w_1}.$$

Man kann diese Beziehung auch leicht direkt für diese Anordnung aus den Kirchhoffschen Sätzen ableiten. Nennen wir die Stromstärken in RT i, in RES i_1, in RKT i_2, so erhalten wir für den Kreuzungspunkt T

$$i_1 + i_2 - i = 0,$$

und für den Stromkreis $RKTR$

$$i_2 w_2 + iw = K,$$

1) *E. Du Bois-Reymond*, Abhandlungen der Berliner Akad. a. d. J. 1862.

Digitized by Google

für den Stromkreis *RESTR*

$$i_1 w_1 + iw = E.$$

Aus diesen drei Gleichungen erhält man unmittelbar

$$i_2 = \frac{K(w + w_1) - Ew}{ww_1 + w_2(w + w_1)},$$

somit für $i_2 = 0$

$$K = E \cdot \frac{w}{w + w_1}.$$

Um auch bei diesem Verfahren die Widerstände w und w_1 nicht messen zu müssen, kann man mit demselben die Modifikation von Bosscha verbinden. Man schaltet in den Kreis *ERTSE* zwischen E und S einen zweiten Rheochord ein, und schaltet nach einer ersten Kompensation einen Widerstand l_1 an demselben ein. Der Schieber T mufs dann zur Kompensation neuerdings verschoben werden; ist dazu der Widerstand l einzuschalten, so ist jetzt

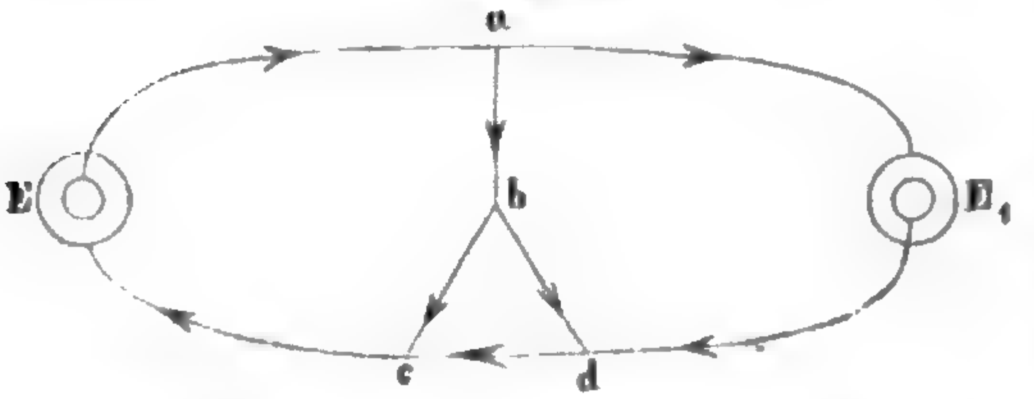
$$K = E \frac{w + l}{w + l + w_1 + l_1 - l},$$

da wenn der Widerstand in RT, also w um l vergröfsert wird, dadurch der oben mit w_1 bezeichnete Teil $REST$ gleichzeitig um l verkleinert wird. Daraus folgt

$$E = E \frac{l}{l_1}.$$

Eine andere Modifikation der Poggendorffschen Methode hat Hoorweg[1]) angegeben, welche wie die Du Bois-Reymondsche sehr geeignet ist, um geringe elektromotorische Kräfte mit grofsen zu vergleichen. Hoorweg schaltet die beiden Elemente so ein, dafs der Strom in den beiden die Elemente enthaltenden Zweigen dieselbe Richtung besitzt, dagegen in dem die beiden Zweige verbindenden Drahte ist der Strom des einen Elementes demjenigen des andern entgegengesetzt. Dieser Draht wird in zwei Zweige gespalten und dann werden die Widerstände so reguliert, dafs in dem einen der Zweige der Strom gleich null wird. Das Schema der Hoorwegschen Anordnung zeigt Fig. 155. E ist das Normalelement, E_1 das zu vergleichende, in dem Zweige bd wird durch Abgleichen der Widerstände die Stromstärke auf null reduziert.

Fig. 155.



Bezeichnen wir nun in den

Zweigen	aEc	ab	bc	bd	cd	aE_1d
die Intensitäten	i_1	i_2	i_3	i_4	i_5	i_6
die Widerstände	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5	w_6,

1) *Hoorweg*, Poggend. Ann. Bd. CXXVII.

Digitized by Google

so erhalten wir nach den Kirchhoffschen Sätzen die Gleichungen

$$i_1 = i_2 + i_6 \qquad i_2 = i_3 + i_4 \qquad i_1 = i_3 + i_5 \qquad i_6 + i_4 = i_5$$

$$i_1 w_1 + i_2 w_2 + i_3 w_3 = E \qquad i_5 w_5 + i_4 w_4 - i_3 w_3 = 0$$

$$i_6 w_6 - i_4 w_4 - i_2 w_2 = E_1 \qquad i_1 w_1 + i_6 w_6 + i_5 w_5 = E + E_1$$

Als Bedingung für $i_4 = 0$ ergiebt sich aus diesen Gleichungen

$$E(w_3 w_6 - w_2 w_5) = E_1 (w_1 + w_2 + w_3) w_5 + w_1 w_2,$$

und daraus für das Verhältnis der elektromotorischen Kräfte

$$\frac{E_1}{E} = \frac{w_3 w_6 - w_2 w_5}{(w_1 + w_2 + w_3) w_5 + w_1 w_2}.$$

Schaltet man jetzt in cEA einen Widerstand a ein, und vergröfsert dann den Widerstand $dE_1 a$ um b,, so dafs wieder $i_4 = 0$ wird, so ist

$$\frac{E_1}{E} = \frac{w_3 w_6 - w_2 w_5 + b \cdot w_3}{(w_1 + w_2 + w_3) w_5 + w_1 w_2 + a(w_5 + w_2)},$$

und aus diesen beiden Gleichungen folgt

$$\frac{E_1}{E} = \frac{b \cdot w_3}{a(w_5 + w_2)}.$$

Man hat also nur die Widerstände in den drei bei b zusammenstofsenden Zweigen, sowie a und b genau zu messen, um das Verhältnis der beiden elektromotorischen Kräfte scharf zu bestimmen.

Aufser diesen Methoden von Ohm und Poggendorff, welche die elektromotorische Kraft der untersuchten Elemente direkt in der gewählten Einheit liefern, giebt es noch eine grofse Anzahl solcher, welche die elektromotorischen Kräfte zweier Elemente vergleichen. Wir erwähnen von denselben nur folgende:

Man schaltet[1]) in einen Stromkreis von so grofsem Widerstande, dafs derjenige in den Elementen dagegen vernachlässigt werden kann, nach einander die verschiedenen zu vergleichenden Elemente ein, und beobachtet die von jedem hervorgebrachte Stromstärke. Da der Widerstand immer derselbe ist, so verhalten sich die elektromotorischen Kräfte direkt wie die Stromstärken. Denn sind in zwei Fällen E und E_1 die elektromotorischen Kräfte, J und J_1 die Stromstärken und ist W der Widerstand des Stromkreises, so ist

$$J = \frac{E}{W}; \qquad J_1 = \frac{E_1}{W}$$

$$E_1 = E \cdot \frac{J_1}{J}.$$

Eine andere von Fechner angewandte Methode[2]) ist folgende: Die zu vergleichenden Elemente werden zugleich hinter einander in den Stromkreis eingeschaltet, einmal so, dafs die von beiden erzeugten Ströme gleich gerichtet sind, sich also summieren; dann, dafs sie entgegengesetzt gerichtet sind, sich also subtrahieren. Seien die beobachteten Stromstärken

1) *Fechner*, Lehrbuch des Galvanismus, zugleich 3. Bd. der 2. Aufl. seiner Übersetzung von Biots Physik. Leipzig 1829.

2) *Fechner*, Mafsbestimmungen der galvanischen Kette.

Digitized by Google

in den beiden Fällen resp. J_1 und J_2, W der Widerstand des Stromkreises, so ist

$$J_1 = \frac{E_1 + E_2}{W}; \qquad J_2 = \frac{E_1 - E_2}{W}$$

$$E_1 = \tfrac{1}{2} W (J_1 + J_2); \qquad E_2 = \tfrac{1}{2} W (J_1 - J_2)$$

$$E_2 = E_1 \frac{J_1 - J_2}{J_1 + J_2}.$$

Nicht sehr von dieser verschieden ist die Methode von Regnauld[1], welcher in einem und demselben Stromkreise die zu untersuchende Kette und in entgegengesetztem Sinne eine Thermokette einschaltete, deren Elementenzahl er willkürlich ändern konnte. Der Widerstand des Stromkreises war zugleich so grofs, dafs derjenige der Thermoelemente dagegen vernachlässigt werden konnte. Die Lötstellen der Elemente hatten eine Temperaturdifferenz von 100°, indem die Reihe der paaren Lötstellen in einem durch schmelzendes Eis auf 0° erkalteten Gefäfse, die unpaaren dagegen in geschmolzenem Wachs sich befanden, welches durch kochendes Wasser auf 100° erwärmt war.

Es wurden nun so viele Thermoelemente eingeschaltet, dafs die Stromstärke gleich 0 wurde. Bezeichnen wir die elektromotorische Kraft des zu untersuchenden Elementes mit E, die eines Thermoelementes mit e, den Widerstand im Stromkreise mit W, so ist die Stromstärke

$$J = \frac{E - n \cdot e}{W},$$

somit wenn $J = 0$,

$$E = n \cdot e.$$

Zur leichteren Vergleichung, besonders von Kombinationen von sehr grofser elektromotorischer Kraft, bestimmte Regnauld zunächst mit möglichster Genauigkeit die elektromotorische Kraft eines Elementes Zink | Zinkvitriol | schwefelsaures Kadmium | Kadmium, und fand dieselbe gleich $55 \cdot e$. Bei Elementen von grofser elektromotorischer Kraft, Daniellschen oder Groveschen, wurden zunächst ein oder mehrere solche Elemente eingeschaltet, und durch Hinzufügen der Thermoelemente der Strom vollständig neutralisiert.

Schliefslich ist noch die Methode von Wheatstone[2]) zu erwähnen. Derselbe schaltet zunächst in den Stromkreis des Elementes, mit welchem die übrigen verglichen werden sollen, eine Tangentenbussole und einen Rheostaten ein, und beobachtet die Stromstärke J; darauf wird eine bestimmte Länge l des Rheostaten eingeschaltet, so dafs die Stromstärke eine andere, J_1 wird. Dann ist

$$J = \frac{E}{W}; \qquad J_1 = \frac{E}{W + l}$$

$$E = l \cdot \frac{J \cdot J_1}{J - J_1}.$$

1) *J. Regnauld*, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. XLIV.
2) *Wheatstone*, Philosophical Transactions for 1834. Poggend. Ann. Bd. LXII.

Digitized by Google

Dann ersetzt er das Normalelement durch das zu untersuchende, und ändert durch Verstellung des Rheostatdrahtes den Widerstand so ab, dafs die Stromstärke wieder gleich J wird. Der Widerstand sei dann W_1; dann schaltet er in den Stromkreis wieder eine solche Länge l_1 des Rheostatdrahtes ein, dafs die Stromstärke gleich J_1 wird. Diese beiden Beobachtungen ergeben

$$J = \frac{E_1}{W_1}; \quad J_1 = \frac{E_1}{W_1 + l_1}$$

$$E_1 = l_1 \frac{J \cdot J_1}{J - J_1},$$

und diese Gleichung mit der vorigen kombiniert giebt

$$E_1 = E \frac{l_1}{l}.$$

Wendet man daher stets dieselben Stromstärken an, und hat man einmal für das Normalelement die Länge l bestimmt, welche die Stromstärke von J auf J_1 zurückbringt, so hat man nur für irgend ein anderes Element die Länge l_1 zu bestimmen, um die elektromotorische Kraft dieses Elementes mit derjenigen des Normalelementes zu vergleichen.

Da man nun aus der Untersuchung des Normalelementes die elektromotorische Kraft desselben sofort in einer bestimmten Einheit berechnen kann, so kann man auch diejenige der übrigen Elemente in dieser Einheit ausdrücken.

Ganz besonders geeignet zur Vergleichung der elektromotorischen Kräfte ist seit Einführung der zur Messung selbst kleiner Werte der Potentialfunktion geeigneten Elektrometer die elektrostatische Methode, da diese von jeder Störung frei ist, welche durch die Inkonstanz der Elemente bedingt ist. Man stellt zu dem Zwecke die zu vergleichenden Elemente sorgfältig isoliert auf und verbindet von jedem einen Pol, sei es der negative mit der Erde. Man verbindet darauf zunächst den isolierten Pol des Normalelementes mit dem einen Quadrantenpaar eines Elektrometers, dessen anderes Quadrantenpaar zur Erde abgeleitet ist, und mifst die Potentialfunktion. Darauf löst man die Verbindung des Normalelementes mit dem Elektrometer, entladet das geladene Quadrantenpaar und stellt in gleicher Weise die Verbindung des isolierten Poles des zu vergleichenden Elementes mit dem wieder isolierten Quadrantenpaar her. Man mifst neuerdings die Potentialfunktion. Das Verhältnis der beiden gemessenen Potentialfunktionen ist jenes der elektromotorischen Kräfte der beiden Elemente

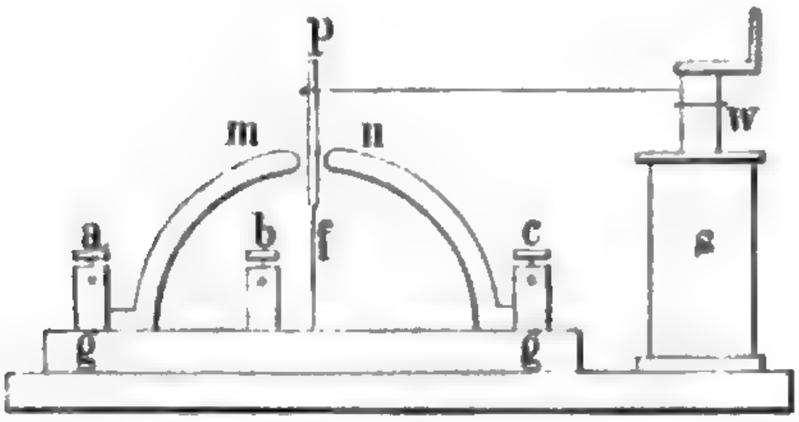
Ebenso verfährt man, wenn man die elektromotorische Kraft eines Elementes bestimmen will, in welchem durch längeren oder kürzeren Stromschlufs eine Polarisation stattgefunden, somit eine Schwächung der elektromotorischen Kraft eingetreten ist. Man verbindet sofort nach Unterbrechung des Stromes den einen Pol des Elementes mit der Erde, den anderen mit dem einen Quadrantenpaar des Elektrometers und erhält so die Potentialfunktion an dem Pole, nachdem dieselbe durch die Polarisation vermindert worden ist.

Die Verbindung des Poles mit dem Elektrometer mufs auf das sorg-

Digitized by Google

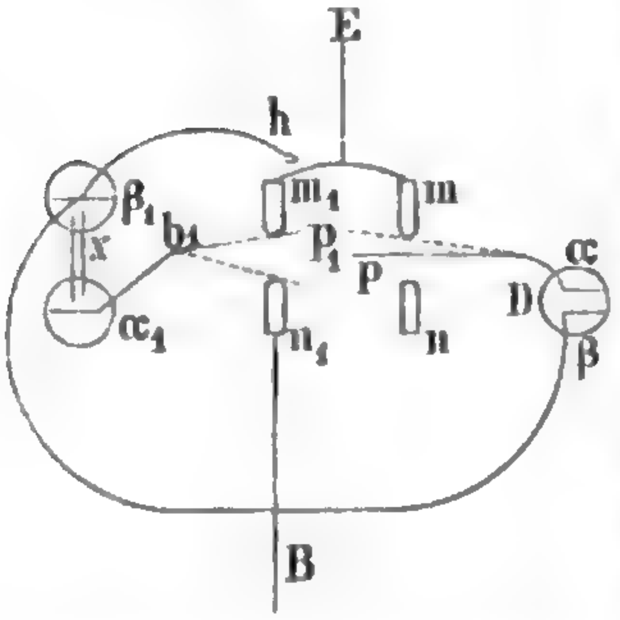
fältigste isoliert sein; die Isolationen müssen ebenso gut sein, wie bei den Versuchen mit Reibungselektricität. Eine sehr bequeme Einrichtung, um die zu diesen Messungen erforderlichen Verbindungen herzustellen ohne die Drähte berühren zu müssen, hat Beetz[1]) in seinem Schlüssel konstruiert (Fig. 156). Auf einem hölzernen Fufsbrett ist eine Ebonitplatte *gg* aufgeschraubt, welche drei Klemmen *a*, *b*, *c* trägt. Mit *a* und *c* sind zwei starke Messingbogen *m* und *n* verbunden, deren freie Enden einander gerade gegenüber stehen. Mit *b* ist eine starke Messingfeder *f* verbunden, welche ein dickeres Messingstück *p* trägt. Die Feder drückt in der Ruhelage *p* gegen *m*. Das Fufsbrett trägt weiter eine Säule *s*, in welcher eine Welle *w* mittels einer Handhabe unter starker Reibung gedreht werden kann. Auf die Welle ist eine seidene Schnur aufgewickelt, deren freies Ende an *p* befestigt ist. Windet man die Schnur mit der Handhabe auf, so kann *p* von *m* getrennt und isoliert oder durch stärkeren Anzug fest gegen *n* gelegt werden.

Fig. 156.



Für die meisten Zwecke ist es bequem zwei solcher Schlüssel auf demselben Fufsbrette neben einander zu haben. Die Anordnung, die man zu treffen hat, um die elektromotorischen Kräfte zweier Elemente mit einander zu vergleichen, zeigt schematisch Fig. 157. Man verbindet die gleichnamigen Bogen *m* der beiden Schlüssel mit einander und dem Elektrometer; den einen Pol α des Normalelementes *D* verbindet man mit der Klemmschraube *b* des einen Schlüssels und stellt *p* so, dafs es weder *m* noch *n* berührt. Den Pol β verbindet man mit dem Erdboden *B*. Den Pol α_1 des zu vergleichenden Elementes verbindet man mit der Klemme b_1 des zweiten Schlüssels und stellt zunächst auch p_1 so, dafs es weder m_1 noch n_1 berührt. Den Pol β_1 des Elementes verbindet man auch mit der Erde, und ebenso n_1. Aufserdem bringt man an der Erdleitung einen Haken an, der an den Bogen m_1 angehängt werden kann, um denselben zur Erde abzuleiten. Man bringt jetzt zunächst *p* zur Berührung mit *m*, und mifst so die Potentialfunktion des Normalelementes; man entladet das Elektrometer, indem *h* eine kurze Zeit mit m_1 verbunden wird, nachdem *p* von *m* wieder entfernt war. Man legt p_1 an m_1 und mifst die Potentialfunktion des Elementes *x*. Man erhält so die Potentialfunktion desselben, wenn es nicht geschlossen war. Will man die elektromotorische Kraft des Elementes, nachdem es längere oder kürzere Zeit vom Strom

Fig. 157.



1) *Beetz*, Wiedem. Ann. Bd. X.

durchflossen ist, bestimmen, so legt man vor der Messung p_1 an n_1, bringt dann für einen Moment p_1 an m_1 und legt es sofort wieder an n_1. In dieser letzteren Lage wird das Element vom Strom durchflossen.

Nach den dargelegten Methoden sind die elektromotorischen Kräfte einer grofsen Zahl der verschiedensten galvanischen Kombinationen untersucht worden. Bevor wir indes einige dieser Resultate mitteilen und daraus weitere Schlüsse ziehen, wird es gut sein, zwei interessante Nachweise zu erwähnen, welche mit Hilfe derselben für die Grundgesetze des Galvanismus geführt sind.

Das erste dieser Gesetze, welches wir früher schon auf andere Weise, besonders durch die Versuche von Kohlrausch bewiesen haben, ist der Satz, dafs die elektromotorische Kraft einer Kombination gleich ist der Summe der in ihr vorhandenen elektromotorischen Kräfte.

Den Beweis dieses Satzes führte Wheatstone[1]) auf folgende Weise nach der soeben als die Wheatstonesche bezeichneten Methode. In den Stromkreis eines Daniellschen Elementes wurde ein Rheostat und eine Tangentenbussole eingeschaltet und der Rheostat so gestellt, dafs die Nadel der Tangentenbussole eine Ablenkung von 45° erhielt. Darauf wurde eine Länge l_1 eingeschaltet, so dafs die Ablenkung der Nadel nur mehr 40° betrug. Derselbe Versuch wurde wiederholt, als anstatt eines 2, 3, 4 Daniellsche Elemente hinter einander eingeschaltet wurden. Die Längen $l_2, l_3, l_4 \ldots$, welche dann erforderlich waren, um die Stromstärke wiederum von 45° auf 40° zurückzuführen, waren resp. $2l_1$, $3l_1$, $4l_1$. Es waren nämlich erforderlich, um den Strom von 45° auf 40° zu bringen, bei

1	Elemente	30	Windungen	des	Rheostaten
2	"	61	"	"	"
3	"	91	"	"	"
4	"	120	"	"	"
5	"	150	"	"	"

Da nun die elektromotorischen Kräfte der verschiedenen Kombinationen bei dieser Methode sich direkt verhalten wie die Längen, welche zur Zurückführung der gleichen Stromstärke um die gleiche Gröfse erforderlich sind, so folgt, dafs die elektromotorischen Kräfte sich verhalten wie die Anzahl der Elemente.

Der zweite Nachweis ist derjenige des Voltaschen Spannungsgesetzes von Poggendorff, den wir bereits §. 71 erwähnten, und für welchen wir bereits einige der von Poggendorff gefundenen Zahlenwerte anführten[2]). Poggendorff kompensierte den Strom, welchen irgend zwei in eine Flüssigkeit getauchte Metallplatten lieferten, durch eine Grovesche Kette und beobachtete zugleich die Stromstärke in dem Zweige c, welcher kein Element enthielt. Der Widerstand dieses Zweiges w war ein für allemal bestimmt. Als Einheit des Widerstandes nimmt Poggendorff den Widerstand eines Neusilberdrahtes von 1 Zoll Länge an, von welchem 100 Pariser Zoll bei 1,5 kg Spannung und mittlerer Temperatur 4,033 g wiegen. Die Einheit der elektromotorischen Kraft ist jene, welche in einem

1) *Wheatstone*, Philosophical Transactions for 1843. Poggend. Ann. Bd. LXII.
2) *Poggendorff*, Poggend. Ann. Bd. LXX. Auch die §. 71 erwähnten Versuche von Gerland sind nach der Kompensationsmethode angestellt.

Digitized by Google

Stromkreise, dessen Widerstand der eben angegebenen Einheit gleich ist, einen Strom von einer solchen Stärke erzeugt, dafs er in einer Minute 14,222 ccm. Knallgas erzeugen würde, wenn er mit derselben Stärke durch ein Voltameter hindurch geleitet würde.

Da Poggendorff den Querschnitt jenes Drahtes nicht angiebt, auch nicht das specifische Gewicht des zu demselben benutzten Neusilbers, so können wir die Einheit nicht direkt in jener ausdrücken, welche wir eigentlich annehmen müssen, da wir als die Einheit des Widerstandes jenen angenommen haben, welchen ein Quecksilberprisma von 1 m Länge und 1 qmm Querschnitt besitzt. Diese Einheit würde jene elektromotorische Kraft sein, welche in einem Stromkreise, dessen Gesamtwiderstand dem des erwähnten Quecksilberprismas gleich ist, einen Strom erzeugt, welcher in einem Voltameter in der Minute ein Kubikcentimeter Knallgas entwickeln würde.

Wir können indes auf folgendem Wege die Poggendorffsche Einheit mit der unsrigen vergleichen. Für die Daniellsche Kette amalgamiertes Zink, verdünnte Schwefelsäure, Lösung von Kupfervitriol, Kupfer, also in Zeichen

$$E = Hg\,Zn \mid H_2SO_4 + H_2SO_4 \mid CuSO_4 + CuSO_4 \mid Cu + Cu \mid Zn$$

erhalten wir aus folgenden Beobachtungen Poggendorffs

$$\begin{aligned} Hg\,Zn \mid H_2SO_4 + H_2SO_4 \mid Fe + Fe \mid Zn &= 10{,}12 \\ Fe \mid H_2SO_4 + H_2SO_4 \mid CuSO_4 + CuSO_4 \mid Cu + Cu \mid Fe &= 8{,}685 \\ \hline E = Hg\,Zn \mid H_2SO_4 + H_2SO_4 \mid CuSO_4 + CuSO_4\,Cu + Cu \mid Zn &= 18{,}805. \end{aligned}$$

Andererseits giebt Bosscha[1]) für die elektromotorische Kraft eines Daniellschen Elementes in absoluten Weberschen Einheiten

$$E_D = 10{,}258 \,.\, 10^{10}.$$

Da hier die Einheit des Widerstandes nach einem von Weber bestimmten Etalon genommen ist, und Weber später durch Vergleichung der Quecksilbereinheit mit seinem Etalon für erstere $1{,}0257 10^{10}$ gefunden hat, so würde auf Quecksilber als Einheit bezogen

$$E_D = 10{,}000.$$

Die hier zu Grunde liegende Einheit der Stromstärke ist, wie im zweiten Kapitel des nächsten Abschnittes nachgewiesen wird, in runder Zahl 1,044 unserer Einheit, damit wird in unserer Einheit

$$E_1 = 10{,}44.$$

Die Schwefelsäure in dem von Bosscha untersuchten Daniellschen Element war jedenfalls merklich konzentrierter als die von Poggendorff benutzte (1 Teil Säure von 1,833 specifischem Gewicht mit 49 Gewichtsteilen Wasser); da nun die elektromotorische Kraft mit der Konzentration der Säure, wenn auch nicht bedeutend zunimmt, so werden wir für die von Poggendorff untersuchte Kombination in runder Zahl setzen dürfen

$$E_1 = 10{,}3.$$

1) *Bosscha*, Mechanische Theorie der Elektrolyse. Poggend. Ann. Bd. CI.

Digitized by Google

Darnach ist die Poggendorffsche Einheit

$$K = \frac{10,3}{18,8} \cdot e = 0,55.$$

Mit dieser Zahl sind daher die in §. 71 angegebenen Werte der elektromotorischen Kräfte zu multiplizieren, um sie auf die von uns angenommene Einheit zu bringen.

Wir haben damals das elektromotorische Gesetz nur für den Fall ausgesprochen, dafs die mit einander verglichenen Metalle in ein und derselben Flüssigkeit stehen, das Gesetz gilt aber auch, wenn die beiden Metalle in zwei verschiedenen Flüssigkeiten stehen. So giebt Poggendorff folgenden Versuch:

$$Fe \mid H_2SO_4 + H_2SO_4 \mid CuSO_4 + CuSO_4 \mid Cu + Cu \mid Fe = 8,685$$
$$Cu \mid CuSO_4 + CuSO_4 \mid HNO_3 + HNO_3 \mid Pt + Pt \mid Cu = 13,39$$
$$Fe \mid H_2SO_4 + H_2SO_4 \mid CuSO_4 + CuSO_4 \mid HNO_3 + HNO_3 \mid Pt + Pt \mid Fe = 22,075.$$

Die direkte Bestimmung ergab

$$Fe \mid H_2SO_4 + H_2SO_4 \mid HNO_3 + HNO_3 \mid Pt + Pt \mid Fe = 22,17,$$

woraus zugleich folgt, dafs Schwefelsäure, Kupfervitriol und Salpetersäure entweder unter sich ebenfalls dem Spannungsgesetze folgen, oder dafs die elektromotorische Erregung zwischen den Flüssigkeiten gegen die übrigen verschwindet.

Auch aus einer grofsen Anzahl von Versuchen, welche Beetz angestellt hat[1]), folgt dasselbe Gesetz.

Im Folgenden stellen wir die elektromotorische Kraft der verschiedenen konstanten Ketten nach den verschiedenen Experimentatoren zusammen. Als Einheit wird bei den übrigen Ketten meist die Daniellsche gewählt, deshalb ist es nur für diese erforderlich, die Einheit nach chemischem Mafse zu bestimmen. Die von den verschiedenen Physikern nach dieser Richtung angestellten Messungen sind indes nur schwierig zu vergleichen, weil die von denselben gewählten Einheiten des Widerstandes schwer mit einander zu vergleichen sind.

Den von Bosscha bestimmten Wert haben wir bereits angeführt, nach diesem ist in unserer Einheit $D = 10,44$.

Müller[2]) erhielt für die elektromotorische Kraft des Daniellschen Elementes, wenn als Einheit des Widerstandes ein Kupferdraht von 1 m Länge, 1 mm Querschnitt gesetzt wird, die Zahl 470.

Die Leitungsfähigkeit des Müllerschen Kupferdrahtes bezogen auf Silber können wir gleich 91,2 setzen, da Müller für Eisen bezogen auf Kupfer die Leitungsfähigkeit gleich 15,9 angiebt, während sich im Mittel aus Beobachtungen von Buff und Matthiessen für Eisen bezogen auf Silber 14,5 ergiebt. Bezogen auf die Silbereinheit erhalten wir daher

$$D = \frac{100 \cdot 470}{91,2} = 515,$$

oder mit der Siemensschen Quecksilbereinheit $D = 11,06$.

1) *Beetz*, Poggend. Ann. Bd. XC. S. 42.

2) *Müller* in Freiburg, Die neuesten Fortschritte der Physik. S. 257. Braunschweig 1849.

Digitized by Google

Buff[1]) erhält für das Daniellsche Element 133 Kubikcentimeter Knallgas in der Minute, wenn als Einheit des Widerstandes ein Neusilberdraht von 0,75 m Länge, 1,5 mm Durchmesser genommen wird, dessen specifischer Leitungswiderstand bezogen auf Silber gleich 1 er zu 12,4014 bestimmte. Auf die Silbereinheit berechnet giebt das

$$133 \,.\, 0{,}75 \,.\, {}^4/_9 \,.\, 12{,}4014 = 549{,}8,$$

oder mit der Siemensschen Einheit $D = 11{,}59$.

Waltenhofen[2]) bestimmte die elektromotorische Kraft des Daniellschen Elementes mit Zugrundelegung der Siemensschen Widerstandseinheit zu

$$D = 12{,}04.$$

Die Abweichung der so gefundenen Werte ist besonders in der Unsicherheit der so verglichenen Widerstände begründet. Die gröfste Sicherheit bietet wohl die Bestimmung von Waltenhofen, da dieser direkt mit dem jedenfalls am sichersten vergleichbar herzustellenden Quecksilberwiderstand beobachtet hat. Waltenhofen macht indes darauf aufmerksam, dafs seine Bestimmung nur für schwache Ströme gilt, da auch die konstanten Ketten nicht ganz ohne Polarisation sind, welche bei starken Strömen die elektromotorische Kraft nicht unmerklich schwächt. In runder Zahl werden wir daher die elektromotorische Kraft des Daniellschen Elementes mit Siemens Einheit gleich 12 setzen können.

Wir haben im § 80 das jetzt in die Praxis übergeführte Strommafs, das Ampère, erwähnt und ebenso im §. 83 das eingeführte Widerstandsmafs, das Ohm. Selbstverständlich gehört zu diesen ein Mafs für die elektromotorische Kraft, welches jene Kraft ist, welche im Widerstande 1 Ohm einen Strom von 1 Ampère erzeugt. Man nennt diese elektromotorische Kraft „das Volt“. Nach unseren Angaben, dafs ein Ampère gleich 10,44 unserer chemischen Einheit, ein Ohm gleich 1,06 Siemens Einheiten, können wir leicht die elektromotorische Kraft des Daniell in Volts angeben. Das Daniellsche Element erzeugt in einem Siemens 12,04 chemische Einheiten oder 11,57 Ampères, im Ohm demnach $11{,}57 \cdot \frac{1}{106} = 1{,}091$, es ist somit

$$1 \text{ Daniell} = 1{,}091 \text{ Volt.}$$

Wir werden im letzten Kapitel die eigentliche Definition der absoluten Einheit der elektromotorischen Kraft kennen lernen, und sehen, dafs aus dieser und der Stromeinheit sich die Widerstandseinheit ergiebt.

Für das Grovesche Element Zink, verdünnte Schwefelsäure, Salpetersäure, Platin, erhalten wir aus den Versuchen Poggendorffs in der von ihm gewählten Einheit folgenden Wert:

$$\begin{array}{r} Hg\,Zn \mid H_2SO_4 + H_2SO_4 \mid Fe + Fe \mid Hg\,Zn = 10{,}12 \\ Fe \mid H_2SO_4 + H_2SO_4 \mid HNO_3 + HNO_3 \mid Pt + Pt \mid Fe = 22{,}17 \\ \hline Hg\,Zn \mid H_2SO_4 + H_2SO_4 \mid HNO_3 + HNO_3 \mid Pt + Pt \mid Hg\,Zn = 32{,}29 \end{array}$$

1) *Buff*, Poggend. Ann. Bd. LXXIII.
2) *von Waltenhofen*, Poggend. Ann. Bd. CXXXIII.

Digitized by Google

Setzen wir die elektromotorische Kraft des Daniellschen Elementes $D = 1$, so wird diejenige des Groveschen

$$G = \frac{32,29}{18,8} = 1,717.$$

An einer andern Stelle giebt Poggendorff[1]) für das Verhältnis beider Elemente

$$G = 1,668 \,.\, D.$$

Für dasselbe Verhältnis fanden

Jacobi[2])	Joule[3])	Buff[4])	Lenz und Saveljew[5])	Beetz[6])	Regnauld[7])
1,672	1,87	1,75	1,92	1,708	1,73

Waltenhofen[8])	Kohlrausch[9])	Crova[9])	Fromme[9])	Riecke[9])
1,67	1,66—1,73	1,73	1,70	1,70

Die Versuche stimmen also ziemlich gut überein; dafs sie verschieden sind, kann daher rühren, dafs die Konzentration der Säuren eine verschiedene war. Denn dieselbe hat einigen Einflufs auf die elektromotorischen Kräfte, wie aus folgenden Versuchen Poggendorffs, sowohl für das Daniellsche als das Grovesche Element hervorgeht[10]):

Daniellsches Element.

1 H_2SO_4 + 12 aq;	Kupfervitriol	gesättigt	1,00
1 „ + 8 „ ;	„	„	1,02
1 „ + 4 „ ;	„	„	1,10.

Grovesches Element.

1 H_2SO_4 + 4 aq;	rauchende Salpetersäure	2,00
1 „ + 4 „ ;	Salpetersäure von 1,33 sp. Gew. . . .	1,85
1 „ + 12 „ ;	„ „ „ „ . . .	1,76
1 „ + 4 „ ;	„ „ 1,19 „ . . .	1,72
1 „ + 12 „ ;	„ „ „ „ . . .	1,66
Salpeters. von 1,19 + 2 aq;	Salpeters. von 1,33 sp. Gew.	1,82
Salzsäure „ 1,2 + 2 „ ;	„ „ „ „ „	1,87
Zinkvitriollösung gesättigt;	„ „ „ „ „	1,71
Kochsalzlösung gesättigt;	„ „ „ „ „	1,94.

1) *Poggendorff*, Poggend. Ann. Bd. LIV.
2) *Jacobi*, Poggend. Ann. Bd. LVII. S. 92.
3) *Joule*, Philosophical Magazin vol. XXIV. 1844. Doves Repertorium Bd. VIII. S. 389.
4) *Buff*, Poggend. Ann. Bd. LXXIII.
5) *Lenz* und *Saveljew*, Poggend. Ann. Bd. LXVII.
6) *Beetz*, Poggend. Ann. Bd. XC.
7) *Regnauld*, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. XLIV.
8) *von Waltenhofen*, Sitzungsberichte der Wiener Akademie. Bd. XLIX.
9) Nach der Zusammenstellung von *Riecke*, Wiedem. Ann. Bd. III und Bd. VIII. Die erste Zahl von Kohlrausch nach der Methode von Ohm, die zweite nach der Kompensationsmethode erhalten.
10) *Poggendorff*, Poggend. Ann. Bd. LIII S. 345.

Digitized by Google

Ähnliche Resultate erhielt Waltenhofen[1]) bei Vertauschung der Salpetersäure mit Gemischen aus Schwefel- und Salpetersäure.

Es ist also sowohl die Konzentration der Schwefelsäure als auch der Salpetersäure auf die elektromotorische Kraft von Einflufs. Daraus ergiebt sich zugleich, dafs die für ein bestimmtes Element gefundene Zahl keine allgemeine Gültigkeit haben kann, sondern nur für solche gilt, deren Flüssigkeiten genau dieselben sind.

Dafs ebenso die Natur der Flüssigkeiten sowohl am positiven als am negativen Metall von Einflufs ist, selbst wenn man Flüssigkeiten wählt, welche keine Polarisation zulassen, versteht sich nach dem Früheren von selbst. Es geht das auch aus den angegebenen Versuchen von Poggendorff hervor, nach welchen Kochsalzlösung anstatt Schwefelsäure die elektromotorische Kraft eines Groveschen Elementes beträchtlich verstärkt. Eine noch viel bedeutendere Verstärkung liefert Kalilauge an der Stelle von Schwefelsäure; die elektromotorische Kraft eines Groveschen Elementes wird dadurch auf 2,41 D bis 2,53 D erhöht.

Für die elektromotorische Kraft des dritten konstanten Elementes, des Bunsenschen, welches aus amalgamiertem Zink, verdünnter Schwefelsäure, konzentrierter Salpetersäure und Kohle besteht, sind folgende Werte angegeben, bei welchen die elektromotorische Kraft des Daniellschen Elementes als Einheit angenommen ist.

Poggendorff[2])	Buff[3])	Ed. Becquerel[4])
1,534—1,619	1,70—1,78	1,70.

Die Zahlen stimmen also fast genau mit den für die Grovesche Säule gefundenen überein, so dafs man die elektromotorischen Kräfte dieser Ketten als merklich gleich ansehen kann, ein Resultat, welches neuere Messungen von Fromme[5]) bestätigen. Auch bei den Bunsenschen Säulen ändert sich die elektromotorische Kraft mit der Konzentration der Säuren; die Kohle in rauchender Salpetersäure lieferte wenigstens Poggendorff denselben Wert, welchen Platin in rauchender Salpetersäure gab.

Ersetzt man in dem Bunsenschen Elemente die Salpetersäure durch Chromsäure, so ist die elektromotorische Kraft etwas gröfser. Nach Poggendorff steigt sie von 1,534 auf 1,574, während im Groveschen Elemente die Vertauschung der Salpetersäure mit Chromsäure die elektromotorische Kraft ganz bedeutend vermindert[6]).

Eine nicht unbeträchtliche Verstärkung der Bunsenschen Kette erhielt Waltenhofen[7]) bei Anwendung eines Gemisches von einem Raumteil Salpetersäure mit zwei Raumteilen konzentrierter Schwefelsäure und besonders mit rauchender Schwefelsäure an Stelle der Salpetersäure. Er erhielt für diese Gemische nämlich die Werte 1,7754 und 1,8981, während

1) *von Waltenhofen*, Sitzungsberichte der Wiener Akademie. Bd. XLIX. Man sehe auch *Riecke*, Wiedem. Ann. Bd. III.
2) *Poggendorff*, Poggend. Ann. Bd. LIV. S. 427. Bd. LVII. S. 104.
3) *Buff*, Poggend. Ann. Bd. LXXIII. Liebigs Ann. CI.
4) *Ed. Becquerel*, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. XLVIII.
5) *Fromme*, Wiedem. Ann. Bd. VIII.
6) *Poggendorff*, Poggend. Ann. Bd. LVII.
7) *von Waltenhofen*, Sitzungsberichte der Wiener Akademie. Bd. XLIX.

Digitized by Google

das Bunsensche Element mit käuflicher Salpetersäure den Wert 1,6814 lieferte.

Bei der neuen Bunsenschen Chromsäurekette (§. 77) ist nach der Angabe Wiedemanns die elektromotorische Kraft im Anfang gleich 2,3 Daniell.

Auf die grofse Zahl Bestimmungen von elektromotorischen Kräften der verschiedensten Kombinationen können wir hier nicht eingehen, besonders deshalb, weil sich aus denselben aufser den mitgeteilten keine allgemeinen Sätze ergeben; wir verweisen deshalb auf die in diesem Paragraphen citierten Originalabhandlungen und auf Wiedemanns Elektricitätslehre, in welcher die zuverlässigsten Resultate sämtlich zusammengestellt sind[1]). Nur einen Punkt müssen wir hier noch erwähnen, nämlich die elektromotorische Kraft der Gassäulen, da aus den Untersuchungen von Beetz hervorgeht[2]), dafs auch bei diesen ein dem von Poggendorff aufgestellten elektromotorischen analoges Gesetz besteht.

Die Gassäulen, welche Beetz zu seinen Versuchen benutzte, waren von den Groveschen nur in so weit verschieden, dafs die Röhren, in welchen die Platinbleche von den Gasen umgeben waren, jede in einem besonderen Gefäfse in die verdünnte Säure, welche als Leitungsflüssigkeit diente, eintauchte. Die einzelnen Gefäfse wurden durch umgekehrte U-förmige Röhren, welche ebenfalls mit der Leitungsflüssigkeit gefüllt waren, verbunden.

Die Bestimmungen geschahen nach der Poggendorffschen Kompensationsmethode, und als kompensierendes Element diente ein Grovesches Element. In der von Beetz angenommenen Einheit ist die elektromotorische Kraft des Groveschen Elementes gleich 42, also des Daniellschen gleich 24,7.

In folgender Tabelle sind einige der Beobachtungen von Beetz zusammengestellt.

Die Platinbleche waren umgeben von:

	das positive	das negative	elektromotorische Kraft
1)	Wasserstoff	Sauerstoff	24,02
2)	desgleichen	Wasser	20,23
3)	Wasser	Sauerstoff	3,49
			Summe von 2 u. 3 = 23,72
4)	Wasserstoff	Kohlensäure	21,88
5)	Kohlensäure	Sauerstoff	2,22
			Summe 24,00
6)	Wasserstoff	Stickoxydul	21,18
7)	Stickoxydul	Sauerstoff	3,03
			Summe 24,21
8)	Stickoxydul	Kohlensäure	0,66
	Differenz zwischen 4 und 6		0,70
	Differenz zwischen 5 und 7		0,81

1) *Wiedemann*, Elektricitätslehre Bd. I. S. 651—795.
2) *Beetz*, Poggend. Ann. Bd. LXXVII.

Digitized by Google

	das positive	das negative	elektromotorische Kraft
9)	Wasserstoff	Chlor	30,25
10)	Wasserstoff	Luft	20,50
11)	Luft	Chlor	9,50
			Summe von 10 u. 11 = 30,0
12)	Wasserstoff	Kohlenoxyd	12,25
13)	Kohlenoxyd	Chlor	17,15
			Summe 29,40.

Diese Zahlen beweisen schon zur Genüge das Vorhandensein des elektromotorischen Gesetzes zwischen den die Platinbleche in den Gasbatterien umgebenden Gasen.

Beetz hat es auf diese Weise bei einer grofsen Zahl von Gasen bestätigt und so die Grovesche Spannungsreihe durch Zahlen vervollständigt.

Von grofsem Interesse ist das aus diesen Messungen von Beetz sich ergebende Resultat, dafs die elektromotorische Kraft einer Wasserstoff-Sauerstoff-Säule fast genau gleich derjenigen eines Daniellschen Elementes ist, während diejenige der Wasserstoff-Chlor-Säule jene des Daniellschen Elementes noch überschreitet.

Wenn als Metall in den Gasketten Platin angewandt wurde, war die elektromotorische Kraft immer dieselbe, ob die Platten platiniert, d. h. mit Platinmoor bedeckt, oder blank waren.

Bei Anwendung anderer Metalle oder Kohle waren die elektromotorischen Kräfte bedeutend kleiner; bei Untersuchung derselben ergab sich, dafs auch dann das elektromotorische Gesetz ganz in derselben Weise giltig ist, und dafs die elektromotorische Kraft bei Anwendung irgend zweier Gase zu derjenigen bei Anwendung derselben Gase und Platin in einem konstanten Verhältnisse stehen. So ist bei Anwendung einer gewissen Art Kohle die elektromotorische Kraft stets 0,4687 derjenigen, welche sich bei Anwendung von Platin ergiebt. Für die Wasserstoff-Sauerstoffkette ergiebt sich nämlich bei Anwendung von Kohle die elektromotorische Kraft zu 11,16; die der Wasserstoff-Chlorkette gleich 14,37.

Bei Anwendung von Silber ist die elektromotorische Kraft 0,0449 derjenigen, welche sich bei Anwendung von Platin zeigt.

Beetz sieht als Grund dieser Erscheinung die verschiedenen Grade der Verdichtung an, welche die Gase an den verschiedenen Körpern erfahren; damit stimmt allerdings überein, dafs bei Anwendung von Platin die elektromotorische Kraft am gröfsten ist, da wir wissen, dafs an Platin, als dem dichtesten Körper, die Verdichtung der Gase jedenfalls am gröfsten ist.

§. 89.

Bestimmung des Widerstandes in den Elementen. Die in den §. 84, 85 und 87 besprochenen Methoden zur Bestimmung der Leitungswiderstände sind nicht geeignet, um die Leitungswiderstände der Elemente selbst, also, wenn wir den Widerstand des äufseren Stromkreises mit r

Digitized by Google

bezeichnen, den innern oder sogenannten wesentlichen mit W, in der Ohmschen Gleichung

$$J = \frac{E}{W + r}$$

den Wert von W zu bestimmen. Denn alle Methoden beruhen darauf, dafs der zu untersuchende Widerstand in einen Stromkreis eingeschaltet wird, dessen elektromotorische Kraft konstant ist. Schalten wir aber irgend ein Element in einen Stromkreis ein, so wird in denselben stets eine neue unbekannte elektromotorische Kraft eingeführt. Eine Methode zur Bestimmung von W haben wir zwar schon bei der Bestätigung des Ohmschen Gesetzes durch Messung der Stromstärke kennen gelernt; wir schalten in den Stromkreis der Kette nach einander zwei Widerstände r_1 und r_2 ein und beobachten die Stromstärken J_1 und J_2; dann ist

$$J_1 = \frac{E}{W + r_1}$$

$$J_2 = \frac{E}{W + r_2}$$

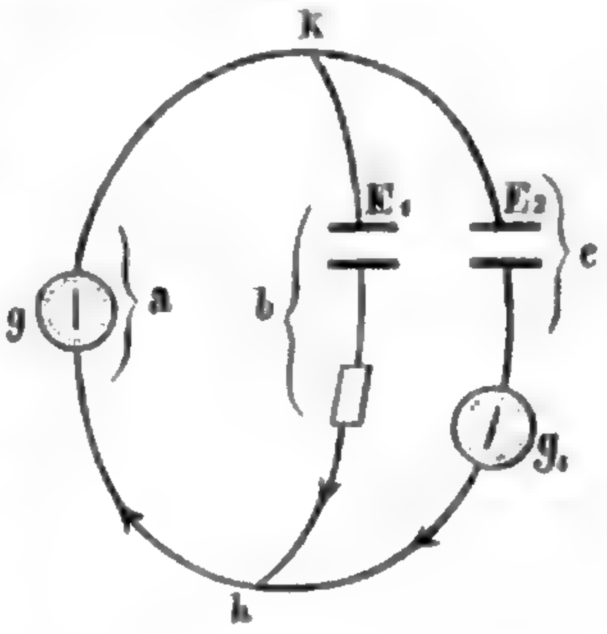
und daraus folgt

$$W = \frac{r_2 J_2 - r_1 J_1}{J_1 - J_2}.$$

Diese Methode und ebenso alle, welche einen mehr oder weniger langen Schlufs des Elementes, dessen Widerstand gemessen werden soll, erfordern[1]), können indes nur exakte Resultate geben bei Anwendung ganz konstanter Elemente, bei denen also durch die Ströme keine Änderung der elektromotorischen Kraft oder des Widerstandes eintritt. Das ist jedoch nur in seltenen Fällen und selbst bei den sogenannten konstanten Ketten nur unter günstigen Umständen zu erreichen, wenn nämlich J_1 und J_2 ziemlich stark, so dafs das Maximum der Polarisation erreicht ist, und nicht zu sehr verschieden sind. In andern Fällen ändert sich E und durch die in den Flüssigkeiten stattfindende Zersetzung auch W.

Deshalb haben vor kurzem von Waltenhofen[2]) und Beetz[3]) Methoden angegeben, welche eine scharfe Messung der Widerstände in den Elementen gestatten, die wir erst an dieser Stelle vorzuführen imstande sind, da sie beide auf der im vorigen Paragraphen besprochenen Methode von Poggendorff zur Messung der elektromotorischen Kraft beruhen.

Fig. 158.



Waltenhofen wendet direkt die Poggendorffsche Stromverzweigung an, und schaltet Fig. 158 in den die beiden Zweige verbindenden Draht a und in den Zweig c, der die Kette enthält, deren Widerstand gemessen werden soll, ein Galvanometer g und g_1

1) Man sehe mehrere solche Methoden in *Wiedemann*, Elektricitätslehre Bd. I. S. 480 ff.

2) *von Waltenhofen*, Poggend. Ann. Bd. CXXXIV.

3) *Beetz*, Poggend. Ann. Bd. CXLII.

Digitized by Google

ein, welches die Stromstärken i und i_2 zu messen gestattet, in den Zweig b, der das kompensierende Element E_1 enthält, dagegen einen Rheostaten. Die Stromstärken in den drei Zweigen sind, wenn wir wie §. 81 i_1 und i_2 mit dem gleichen Vorzeichen versehen, wenn in beiden Zweigen der Strom nach h fliefst,

$$i = \frac{E_2 w_1 + E_1 w_2}{w w_1 + w w_2 + w_1 w_2}$$

$$i_2 = \frac{E_2 (w_1 + w) - E_1 w}{w w_1 + w w_2 + w_1 w_2}.$$

Es soll hierin w_2, der Widerstand im Zweige c bestimmt werden. Zunächst werden die Widerstände so abgeglichen, dafs i_2 gleich 0 ist, also vollständige Kompensation erreicht ist. Damit wird

$$E_2 (w + w_1) - E_1 w = 0$$

$$E_1 = E_2 \frac{w + w_1}{w};$$

nun wird der Widerstand w_1 um eine sehr kleine Gröfse geändert, nehmen wir an er werde um $d w_1$ vergröfsert. Dadurch wird i_2 wieder von 0 verschieden, es werde $d i_2$, und i wird um eine gewisse Gröfse kleiner, es werde $i - d i$. Die Veränderungen $d i_2$ und $d i$ werden an den Galvanometern g und g_1 beobachtet. Diese Veränderungen ergeben sich aus den Gleichungen für i und i_2 folgendermafsen. Es wird

$$i - d i = \frac{E_2 w_1 + E_1 w + E_2 d w_1}{w w_1 + w w_2 + w_1 w_2 + (w + w_2)\, d w_1} = \frac{Z + dZ}{N + dN},$$

somit

$$- d i = i - d i - i = \frac{Z + dZ}{N + dN} - \frac{Z}{N} = \frac{N dZ - Z dN}{N^2 + N dN}.$$

Nehmen wir nun $d w_1$ hinreichend klein, so kann im Nenner $N dN$ gegen N^2 vernachlässigt werden, und es wird

$$- d i = \frac{N dZ - Z dN}{N^2} = \frac{N \,.\, E_2 - (E_2 w_1 + E_1 w_2)(w + w_2)}{N^2}\, d w_1.$$

Ganz in derselben Weise erhalten wir für $d i_2$

$$d i_2 = i_2 + d i_2 - i_2 = \frac{N \cdot E_2 - \{ E_2 (w + w_1) - E_1 w \} (w + w_2)}{N^2} \cdot d w_1.$$

Da wir von dem Werte w_1 ausgingen, der i_2 gleich null machte, so folgt auch jetzt

$$E_2 (w + w_1) - E_1 w = 0,$$

somit

$$d i_2 = \frac{E_2}{N}\, d w_1,$$

und weil

$$E_1 = E_2 \frac{w + w_1}{w},$$

wird

$$- d i = - \frac{E_2}{N} \frac{w_2}{w}\, d w_1.$$

Digitized by Google

Daraus folgt

$$\frac{di}{di_2} = \frac{w_2}{w}; \quad w_2 = w\frac{di}{di_2}.$$

Man hat also aufser den Änderungen der Stromstärken nur den Widerstand des Zweiges a zu kennen, um den Widerstand des Zweiges c zu bestimmen. Bestimmt man den Widerstand r des Zweiges c aufserhalb demjenigen u des Elementes, so wird

$$u = w_2 - r.$$

Eine Kontrollmessung erhält man, wenn man den Widerstand w_1 verkleinert, wodurch i um di wächst und di_2 die entgegengesetze Richtung bekommt, aufserdem noch indem man verschiedene aber immer kleine Werte von dw_1 wählt.

Beetz wendet zur Bestimmung der Widerstände in den Elementen die Poggendorffsche Kompensationsmethode in der ihr von E. Du Bois-Reymond gegebenen Form an. Er mifst nicht wie Waltenhofen den Widerstand der kompensierten Kette, sondern den der kompensierenden, indem er die im vorigen Paragraphen schon erwähnte, von Bosscha bei dem einfachen Poggendorffschen Verfahren angewandte Modifikation benutzt.

Gehen wir von den Gleichungen S. 601 aus, und nehmen an, das kompensierende Element E Fig. 154 sei mit dicken Kupferdrähten, deren Widerstand verschwindend klein ist, mit dem Kompensationsdraht RS verbunden; nennen wir den Widerstand in dem Zweige RES, der dann nur der Widerstand des Elementes ist, W, den Widerstand des ganzen Kompensationsdrahtes $RS = b$ und den Widerstand des Stückes $RT = a$, so wird die Gleichung von S. 601

$$K = E\frac{w}{w + w_1},$$

da

$$w = a; \quad w + w_1 = b + W$$

$$K = E\frac{a}{b + W}.$$

Befindet sich nun bei S Fig. 154 etwa ein Rheochord, bei dem, wie wir damals annahmen, jetzt ein Widerstand l_1 in den Kreis $REST$ eingeschaltet wird, so mufs zur erneuten Kompensation der Widerstand a um eine Gröfse l vermehrt werden, indem der Schieber T gegen S verschoben wird. Nach den Gleichungen des §. 88 S. 602 ist dann

$$K = E \cdot \frac{l}{l_1},$$

und aus dieser und der vorigen Gleichung folgt

$$\frac{a}{b + W} = \frac{l}{l_1},$$

somit

$$W = \frac{a l_1 - b l}{l}.$$

Man hat also nur die Widerstände der vier Drahtlängen a, b, l, l_1 genau zu bestimmen, um den Widerstand W mit derselben Sicherheit zu erhalten.

Digitized by Google

Man erkennt sofort, dafs man mit der Bosschaschen Modifikation auch ebenso gut das einfache Poggendorffsche Verfahren zu demselben Zweck benutzen kann; aus den mit demselben sich ergebenden Gleichungen von S. 600 läfst sich w_1 durch l, l_1 und w unmittelbar ableiten.

Es bedarf keiner besondern Bemerkung, dafs man hierbei gleichzeitig mit W auch das Verhältnis $\frac{E}{K}$ erhält.

Von Waltenhofen und Beetz haben nach dieser Methode die Widerstände einer Anzahl Elemente gemessen; da diese wesentlich von den Dimensionen und der Konzentration der Lösungen abhängen, so haben die erhaltenen Zahlen keine weitere Bedeutung. Für Grovesche Elemente erhält Beetz Werte, welche zwischen 0,28 und 0,5 Siemens Einheiten liegen; die Platinplatten in denselben waren 22 cm lang, 6 cm breit. Für ein Daniellsches Element von 6 cm Höhe fand sich der Widerstand etwa 0,95 Siemens Einheiten.

Man erhält selbstverständlich nach dieser Methode auch die elektromotorischen Kräfte, Beetz giebt für dieselben an

1 Grove = 1,684 Daniell
1 Bunsen = 1,692 Daniell.

Für alte schon lange gebrauchte Meidingersche Elemente erhielt Beetz die elektromotorische Kraft

1 Meidinger = 0,932 Daniell

und 3,74 Siemens Einheiten als Widerstand. Die Meidingerschen Elemente waren aus einer für telegraphische Zwecke bestimmten Batterie, hatten somit wohl die für diesen Zweck gewöhnlich angewandten Dimensionen.

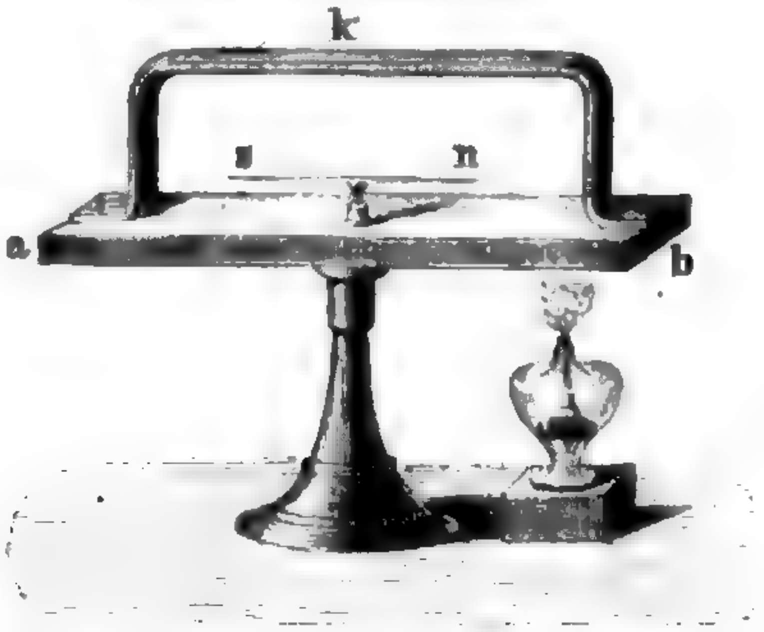
§. 90.

Thermoströme. Die bisher vorgeführten Methoden zur Erzeugung galvanischer Ströme erforderten stets zwischen den erregenden Metallen einen feuchten Leiter. Ein rein metallischer Kreis kann dem Spannungsgesetze zufolge keinen galvanischen Strom liefern, da die an den verschiedenen Berührungsstellen der Metalle thätigen elektromotorischen Kräfte sich gegenseitig aufheben. Das gilt jedoch nur so lange, als die Temperatur an allen Stellen des metallischen Kreises und insbesondere an den Stellen, wo die verschiedenen Metalle sich berühren, dieselbe ist. Wenn das nicht der Fall ist, so tritt auch in dem rein metallischen Kreise ein Strom auf. Die erste Beobachtung dieser Art wurde im Jahre 1823 von Seebeck gemacht. Derselbe lötete auf ein Wismutstäbchen *ab* (Fig. 159) einen Kupferstreifen *k*, so dafs das Wismutstäbchen und der Kupferstreifen zusammen einen geschlossenen Stromkreis bildeten. Im Innern desselben schwebte auf einer auf dem Wismut befestigten Spitze eine Magnetnadel. Sei der Apparat so aufgestellt, dafs das Wismut dem magnetischen Meridiane parallel steht, und sei dann *n* der Nordpol der Magnetnadel. Wird die Lötstelle *b* erwärmt, so wird sofort die Magnetnadel aus dem Meridiane abgelenkt, und zwar so, dafs das Nordende der Nadel nach Osten abweicht. Diese Abweichung beweist, dafs in den Metallen ein Strom kreist, und zwar über der Nadel in der Richtung von Norden nach Süden,

Digitized by Google

unterhalb von Süden nach Norden. Die Erwärmung der Lötstelle veranlafst also einen Strom, welcher durch die erwärmte Lötstelle von dem Wismut zum Kupfer geht. Einen ganz ebenso gerichteten Strom erhält man, wenn man anstatt die Lötstelle *b* auf eine höhere Temperatur zu bringen, die Lötstelle *a* abkühlt, so dafs die Temperatur derselben niedriger wird als jene von *b*. Es folgt also, dafs bei dieser Kombination immer dann ein Strom auftritt, wenn die beiden Stellen, an welchen die Metalle sich berühren, eine verschiedene Temperatur haben, und zwar geht der Strom an der wärmeren Berührungsstelle vom Wismut zum Kupfer, durch die kältere Berührungsstelle vom Kupfer zum Wismut.

Fig. 159.



Daraus folgt schon, dafs der Strom die der angegebenen entgegengesetzte Richtung hat, wenn man die Lötstelle *a* erwärmt oder die Lötstelle *b* abkühlt.

Die Magnetnadel bleibt so lange abgelenkt, als die Temperaturdifferenz der Lötstelle dauert, der Strom dauert also ebenso lange fort; darin erkennen wir einen wesentlichen Unterschied zwischen dieser elektrischen Erregung und der im vorigen Abschnitt erwähnten pyroelektrischen. Letztere dauert nur so lange, wie die Änderung der Temperatur der Krystalle dauert, sie hört auf, wenn dieselbe konstant geworden ist.

Diese sogenannten Thermoströme zeigen sich nicht nur, wenn man einen metallischen Bogen von Wismut und Kupfer an der einen Berührungsstelle erwärmt, sondern überhaupt, wenn man irgend zwei Metalle nimmt, dieselben zu einem geschlossenen Kreise verbindet, und nun eine der beiden Berührungsstellen erwärmt. Dabei zeigt sich, dafs die Metalle sich ebenso in eine thermoelektrische Spannungsreihe einordnen lassen wie in eine Voltasche, d. h. in eine Reihe derart, dafs wenn man irgend zwei in der angegebenen Weise zu einem Bogen verbindet, und die eine der beiden Berührungsstellen erwärmt, der Strom immer durch die warme Lötstelle von dem vorherstehenden Metalle zu dem nachfolgenden geht. Der Analogie mit der Voltaschen Reihe gemäfs nennt man das vorhergehende Metall dann gegen das nachfolgende negativ.

Die von Seebeck[1]) aufgestellte, in dieser Weise geordnete Reihe ist folgende:

1) *Seebeck*, Denkschriften der Berliner Akademie 1822 und 1823. Poggend. Ann. Bd. VI.

Digitized by Google

—		
Wismut	Kupfer (käuflich)	Silber (rein aus Chlorsilber reduziert)
Nickel	Messing No. 1	Zink
Kobalt	Platin No. 3	Wolfram
Palladium	Quecksilber	Platin (No. 1 von Gerätschaften)
Platin (reines)	Blei	Kadmium
Uran	Zinn	Stahl
Kupfer (aus Oxyd) reduziert	Platin No. 2	Eisen (rein von Berzelius)
Mangan	Chrom (rein)	Arsen
Titan	Molybdän	Antimon
Messing No. 2	Kupfer (käuflich)	Tellur
Gold (Dukatengold 6,6 Ag u. 4,3 Cu enthaltend)	Rhodium	+
	Iridium	
	Gold (rein)	

Die Reihe von Hankel[1]) stimmt im wesentlichen mit dieser überein, kleine Abweichungen erklären sich unmittelbar schon aus der Betrachtung der obigen Reihe; denn aus derselben geht hervor, dafs kleine Verunreinigungen die Stellung der Metalle in der Reihe sehr wesentlich verschieben. Kupfer No. 2 und No. 3 z. B. waren beide käufliche Sorten, welche nach H. Roses Untersuchungen von den gewöhnlichen Verunreinigungen, Schwefel, Blei, Eisen, Silber frei waren.

In die Spannungsreihe der einfachen Metalle lassen sich nach den Versuchen von Seebeck auch Metalllegierungen einordnen; dabei zeigt sich, dafs manche Legierungen nicht zwischen den Metallen stehen, aus welchen sie zusammengesetzt sind, sondern höher oder tiefer als die einzelnen Bestandteile. So giebt z. B. Seebeck folgende Reihe für einzelne Legierungen:

—	
Wismut	Zink
Blei	3 Wismut 1 Blei
Zinn	1 Antimon 1 Kupfer
1 Wismut 3 Zink	1 Antimon 3 Kupfer
1 Wismut 3 Blei	1 Antimon 3 Blei; 3 Antim. 1 Blei
Platin No. 2	1 Antimon 3 Zinn; 3 Antim. 1 Zinn
1 Wismut 3 Zinn	Stahl
Kupfer No. 2	Stabeisen
1 Wismut 1 Blei	3 Wismut 1 Zinn
Gold No. 1	1 Wismut 3 Antimon
Silber	Antimon
1 Wismut 1 Zinn	1 Antimon 1 Zinn
	3 Antimon 1 Zink
	+

Die thermoelektrische Spannungsreihe giebt zugleich ebenso wie die Voltasche Aufschlufs über die Gröfse der elektrischen Erregung bei der Erwärmung der einzelnen Berührungsstellen; auch hier wie dort gilt das

1) *Hankel*, Poggend. Ann. Bd. LXII.

Digitized by Google

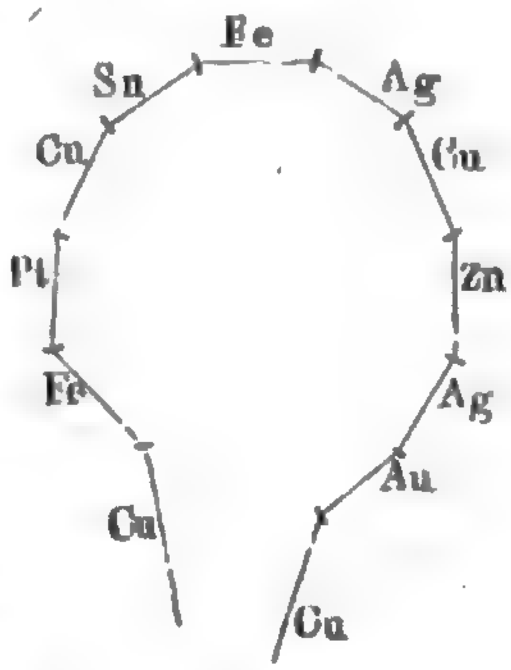
Spannungsgesetz, dafs die elektrische Erregung irgend zweier Metalle der Spannungsreihe gleich ist der Summe der elektrischen Erregungen aller zwischenliegenden Metalle, vorausgesetzt, dafs die Temperaturdifferenz der Lötstellen dieselbe ist. Bezeichnen wir z. B. die elektrische Erregung bei einer Temperaturdifferenz von 50^0 zwischen Wismut und Nickel mit $E_{Bi\,Ni}$, zwischen Nickel und Kupfer mit $E_{Ni\,Cu}$, zwischen Wismut und Kupfer mit $E_{Bi\,Cu}$, so ist

$$E_{Bi\,Cu} = E_{Bi\,Ni} + E_{Ni\,Cu}.$$

Man kann dieses sehr leicht auf folgende Art beweisen: Man nehme irgend einen Metallstab, z. B. einen Antimonstab, und bringe an seine beiden Enden die Drahtenden des Galvanometers. Man erwärme das eine Ende mit dem angelegten Kupferdrahte, so wird man eine bestimmte Ablenkung des Galvanometers erhalten. Ganz dieselbe Ablenkung wird man auch erhalten, wenn man zwischen den Antimonstab und den einen Kupferdraht noch einen anderen Metallstab, z. B. einen Zinkstab einschiebt, und jetzt sowohl die Stellen, wo der Antimon- und Zinkstab sich berühren, als wo der Kupferdraht am Zinkstab anliegt, auf 50^0 erwärmt.

Becquerel[1]) hat diese Bedeutung der thermoelektrischen Reihe durch direkte Vergleichung der elektromotorischen Kräfte verschiedener Metalle bei gleicher Temperaturdifferenz der Lötstellen nachgewiesen. Er setzte zu dem Ende eine Kette aus einer Reihe von Metallen in der Art, wie Fig. 160 zusammen. Alle Stellen, an denen zwei verschiedene Metalle sich berührten, wurden auf der Temperatur 0^0 erhalten, aufser der Berührungsstelle jener beiden Metalle, deren thermoelektrisches Verhalten gegen einander geprüft werden sollte. Die Kette wurde schliefslich durch ein nach der Methode von Melloni graduiertes[2]) Galvanometer geschlossen. Da die ganze Kette aufser an der Berührungsstelle der Metalle, deren thermoelektrisches Verhalten geprüft werden sollte, die Temperatur 0^0 hatte, so entstand ein Strom nur dadurch, dafs diese Metalle an der einen Berührungsstelle eine höhere Temperatur hatten als an der anderen, an welcher sie sich durch Vermittelung der übrigen Metalle berührten, also gerade so wie bei der Einrichtung von Seebeck. Wenn also z. B. die Lötstelle Eisen Zinn auf die Temperatur 20^0 erhöht wurde, so war die elektromotorische Kraft genau dieselbe, als wenn der Eisendraht um das Galvanometer geführt und an der andern Seite das Zinn direkt berührt, und diese Berührungsstelle auf 0^0 erhalten worden wäre. Da nun in dieser Anordnung bei allen Versuchen der Widerstand derselbe war, so war die elektromotorische Kraft der beobachteten Stromstärke einfach proportional. In dieser Weise beobachtete Becquerel folgende elektromotorischen Kräfte, wenn die Temperatur der erwärmten Lötstellen 20^0, die aller übrigen 0^0 war.

Fig. 160.



1) *Becquerel*, Ann. de chim. et de phys. T. XLI. Poggend. Ann. Bd. XVII.
2) Man sehe Teil III. S. 165 ff.

Digitized by Google

Eisen — Zinn	31,24
Zinn — Kupfer —	3,50
Eisen — Kupfer	27,96
Kupfer — Platin	8,55
Eisen — Platin	36,07
Eisen — Silber	26,20
Silber — Kupfer	2,00
Zink — Kupfer	1,00
Silber — Gold	0,50.

Aus dieser Tabelle ergiebt sich, dafs bei der gleichen Temperaturdifferenz von 20^0

$$Fe - Pt = Fe - Sn + Sn - Cu + Cu - Pt$$

$$36{,}07 \qquad 31{,}24 - 3{,}50 \qquad + 8{,}55 = 36{,}29.$$

Ebenso ist $Fe - Cu = Fe - Ag + Ag - Cu$, und so bei den anderen vergleichbaren Versuchen. Wie man sieht, stimmen die Zahlen von Becquerel zugleich mit der Seebeckschen Spannungsreihe überein, indem von dem negativsten Metalle Platin an zu dem positivsten Eisen, in eine Reihe geordnet, die Metalle sich beinahe ebenso folgen, wie bei Seebeck.

Die Becquerelschen Zahlen geben uns zugleich das Verhältnis der thermoelektromotorischen Kräfte der verschiedenen Metalle bei gleicher Temperaturdifferenz der Lötstellen an. Setzen wir die thermoelektrische Differenz zwischen Zink und Kupfer gleich 1, so ist dieselbe zwischen

	nach Becquerel	nach Wiedemann
Eisen und Silber	26,20	29,12
„ „ Gold	26,70	—
„ „ Zink	26,96	29,44
„ „ Kupfer	27,96	30,44
„ „ Zinn	31,24	35,20
„ „ Platin	36	—
„ „ Messing	—	86,32
„ „ Neusilber	—	61,36.

Die Zahlen von Wiedemann[1]) wurden in ähnlicher Weise bestimmt, wie die von Becquerel; nach denselben ist die elektrische Differenz Zink-Kupfer im Verhältnis zu den übrigen Metallen etwas kleiner; die Reihenfolge der Metalle stimmt mit der Becquerelschen indes überein.

Die thermoelektromotorische Kraft zwischen den Metallen ändert sich mit der Temperaturdifferenz der Lötstellen, sie wird gröfser, wenn die letztere wächst. Für kleinere Temperaturdifferenzen darf die elektromotorische Kraft den Temperaturdifferenzen der Lötstellen proportional gesetzt werden; erhält man also die eine Lötstelle auf der Temperatur 0^0 und erwärmt die andere auf die Temperaturen 10^0, 20^0, 30^0, so verhalten sich die beobachteten Stromintensitäten, also auch die elektromotorischen Kräfte wie 1 : 2 : 3. Ganz dasselbe ist auch der Fall, wenn

1) *Wiedemann*, Galvanismus. Bd. I. §. 590. 2. Aufl.

man die Temperatur der einen Lötstelle nicht auf 0° erhält, sondern dieselbe auf t^0 erwärmt und die andere von dieser Temperatur an um 10°, 20° etc. erwärmt[1]).

Dieses Gesetz gilt indes allgemein nur innerhalb ziemlich enger Temperaturgrenzen; häufig reicht schon eine Temperaturdifferenz von 50° hin, um zu bewirken, dafs die Proportionalitat nicht mehr stattfindet. Das zeigen unter anderen folgende Angaben von Wiedemann[2]).

Aus den bei den angegebenen Temperaturdifferenzen beobachteten elektromotorischen Kräften wurde durch Division mit der Temperaturdifferenz die elektromotorische Kraft für die Differenz 1° berechnet.

So lange das Gesetz der Proportionalität gültig ist, müssen die so berechneten Quotienten einander gleich sein. Die Temperatur der einen Lötstelle ist immer 0°.

Name der Ketten	Temperaturdiff.	Elektrom. Kraft
Silber-Stahl	15°	2,80
	45°	2,79
	57°	2,69
	70°	2,64
	88°	2,62
Kupfer-Eisen	35°	3,90
	48°	3,80
	61°	3,73
	76°	3,61
	82°	3,56.

Bei der Kette Silber-Stahl ist also bis zu einer Temperaturdifferenz von 45° die elektromotorische Kraft derselben proportional, bei gröfserer wird die elektromotorische Kraft eine relativ kleinere, sie nimmt langsamer zu als die Temperaturdifferenz. Denselben Gang zeigt die elektromotorische Kraft bei der Kupfereisenkette und fast bei allen, welche darauf untersucht sind.

Bei vielen Ketten hat sich sogar gezeigt, dafs bei grofsen Temperaturdifferenzen die elektromotorische Kraft sogar absolut wieder kleiner wird. Bei solchen Ketten nimmt die Stromintensität bei steigender Temperaturdifferenz zu bis zu einem Maximum, sie nimmt dann ab bis zu null, und geht sogar in die entgegengesetzte über. Schon Seebeck giebt einige dahin gehörige Angaben und Cumming fand[3]), dafs, wenn Gold, Silber, Kupfer, Messing oder Zink mit Eisen zu einem Thermoelement verbunden werden, der Strom zunächst durch die erwärmte Lötstelle zum Eisen ging, dafs aber, wenn die Lötstelle bis zur Rotglut erhitzt war, der Strom die entgegengesetzte Richtung hatte. Nach Becquerel nimmt die elektromotorische Kraft Zink-Gold bis zu einer Temperaturdifferenz von 70° zu, von da ab wird sie kleiner und bei 150° ist sie gleich 0; in noch höheren

1) *Becquerel*, Annales de chim. et de phys. T. XLI. Poggend. Ann. Bd. XVII.
2) *Wiedemann*, Galvanismus. Bd. I. §. 619. 2. Aufl. Man sehe auch *Regnault*, Mémoires de l'Acad. T. XXI. Abhandlung „De la mésure des temperatures".
3) *Cumming*, Electro-dynamics sect. 104 p. 193. Cambridge 1827 und Cambridge Philos. Transact. for 1823 addition to p. 61.

Digitized by Google

Temperaturen geht der Strom nicht mehr durch die erwärmte Lötstelle vom Gold zum Zink, sondern umgekehrt, so dafs also dann in der thermoelektrischen Spannungsreihe das Zink dem negativen Ende näher steht als das Gold.

Hankel[1]) und Gaugain[2]) haben dasselbe für eine grofse Anzahl von Metallen gezeigt, so dafs bei grofsen Temperaturdifferenzen die thermoelektrische Spannungsreihe eine ganz andere ist als bei kleinen Unterschieden der Temperatur.

Die Umkehr des Stromes bei starker Erwärmung der Lötstellen wurde zuerst von Thomson[3]) und später von Avenarius[4]) genauer untersucht. Thomson wies zuerst nach, dafs diese Umkehr nicht nur von der Temperaturdifferenz der Lötstellen, sondern auch von der Temperatur der Lötstellen abhängt. Man erhält nämlich bei den Metallen, welche eine solche Umkehr zeigen, dieselbe nicht nur, wenn man die eine Lötstelle allein erwärmt, sondern auch dann, wenn man bei irgend einer Temperaturdifferenz der Lötstelle beide gleichzeitig erwärmt; es wird immer der Thermostrom gleich null, wenn die halbe Summe der Temperaturen beider Lötstellen einen bestimmten, von der Natur der Metalle abhängigen Wert besitzt. Bei einem von Thomson angewandten Kupfer und Eisen war diese halbe Summe z. B. 280°, so dafs also der Strom jedesmal verschwindet, wenn die Temperatur der einen Lötstelle gerade soviel über 280° erwärmt wird, wie die andere unter 280° erwärmt ist.

Dieser Satz von Thomson wurde von Avenarius bestätigt, der dann zeigte, dafs man diese Erscheinung unmittelbar ableiten könne unter der Voraussetzung, dafs die bei der Berührung zweier Metalle auftretende elektromotorische Kraft eine Funktion der Temperatur von der Form

$$E = a + bt + ct^2$$

sei. Werden zwei Metalle zu einem Thermoelemente verbunden, so wird an der Lötstelle, welche die Temperatur t_1 hat, die elektromotorische Kraft

$$E_1 = a + bt_1 + ct_1^2,$$

an der Lötstelle, deren Temperatur t_2 ist,

$$E_2 = a + bt_2 + ct_2^2.$$

Die elektromotorische Kraft des Thermoelementes ist dann

$$E_2 - E_1 = b\,(t_2 - t_1) + c\,(t_2^2 - t_1^2)$$

$$E_2 - E_1 = (t_2 - t_1)\,\{b + c\,(t_2 + t_1)\}.$$

Nach diesem Ausdruck wird die elektromotorische Kraft des Thermostromes gleich 0 einmal für $t_2 = t_1$, wenn also keine Temperaturdifferenz vorhanden ist, dann aber auch wenn

$$b + c\,(t_2 + t_1) = 0$$

$$t_2 + t_1 = -\frac{b}{a},$$

1) *Hankel*, Poggend. Ann. Bd. LXII.

2) *Gaugain*, Annales de chim. et de phys. III. Série T. LXV.

3) *Thomson*, Philosophical Transactions of London royal society for 1856. part. III.

4) *Avenarius*, Poggend. Ann. Bd. CXIX.

Digitized by Google

eine Gleichung, welche dem oben angeführten Satze von Thomson entspricht.

Zur Prüfung dieser Beziehung bestimmte Avenarius zunächst die Stromstärke einer Anzahl von Thermoelementen und suchte bei solchen, bei denen sich bei steigender Temperaturdifferenz wieder eine Abnahme der Stromstärke zeigte, direkt die Summe $t_2 + t_1$ zu bestimmen, bei welcher der Thermostrom gleich null war. Die von ihm abgeleitete Beziehung fand sich in allen Fällen bestätigt.

So liefs sich für Silber und Eisen die Intensität der Thermoströme in einer willkürlichen Einheit darstellen durch die Gleichung

$$J = (t_2 - t_1)\,\{3{,}29424 - 0{,}00737\,(t_2 + t_1)\}$$

wie folgende Tabelle zeigt; t_1 war gleich 19°.

	J	
t_2	beob.	ber.
300°	258	264,9
280	283	284,6
260	297	298,4
240	308	306,2
220	311,3	308,1
200	307	304,2
180	296	294,2
140	258	256,8
100	195	195,7.

Für die Summe der Temperaturen, für welche $J = 0$ sein mufs, ergiebt sich aus der Gleichung

$$t_2 + t_1 = \frac{3{,}29424}{0{,}00737} = 447.$$

Die Beobachtung ergab unter andern $J = 0$ für

t_2	t_1	$t_1 + t_2$
260°	186	446
289	158	447
302	145	447
312	136	448
328	118	446.

Die halbe Summe der Temperatur, für welche $J = 0$ wird, giebt uns gleichzeitig jene Temperatur an, von welcher die Temperaturen beider Lötstellen gleich weit entfernt sein müssen, damit in der Kombination kein Strom entstehen kann. Für Silber und Eisen ergiebt sich dieselbe zu 223,5. Man nennt diese Temperatur häufig den neutralen Punkt der Kombination. Derselbe ist gleichzeitig dadurch charakterisiert, dafs wenn die Temperatur der einen Lötstelle auf irgend einer beliebigen Temperatur t_1 gehalten wird, der Thermostrom seine gröfste Stärke erhält, wenn die andere Lötstelle bis zu dem neutralen Punkte erwärmt wird. Es folgt das unmittelbar aus der Eigenschaft des neutralen Punktes, ergiebt sich aber auch leicht, wenn man nach der bekannten Regel der Bestimmung des

Digitized by Google

Maximums für ein beliebiges t_1 aufsucht, für welchen Wert von t_2 die elektromotorische Kraft resp. die Stromstärke J ein Maximum wird. Wir haben nach t_2 zu differentiieren und $\frac{dJ}{dt_2} = 0$ zu setzen. Es ist

$$\frac{dJ}{dt_2} = a - 2bt_2;$$

setzen wir das gleich 0, so wird

$$t_2 = \frac{a}{2b}.$$

In der That beobachtete Avenarius bei $t_2 = 220$ den Wert $J = 311$, den gröfsten in der ganzen oben angeführten Beobachtungsreihe.

Für Kupfer und Eisen fand Avenarius in derselben Weise

$$J = (t_2 - t_1)\{0{,}9653 - 0{,}00175\,(t_2 + t_1)\}$$

$$t_2 + t_1 = 551{,}6 \text{ für } J = 0.$$

Bei Platin und Blei, Platin und Palladium trat keine Abnahme der Stromstärke mit steigender Temperaturdifferenz ein, für erstere Kombination erhielt Avenarius

$$J = (t_2 - t_1)\{0{,}085 + 0{,}0046\,(t_2 + t_1)\},$$

für letztere

$$J = (t_2 - t_1)\{3{,}3701 + 0{,}000709\,(t_2 + t_1)\},$$

welche bis $t_2 = 300^0$ die Beobachtungen wiedergab.

In einer folgenden Arbeit[1]) hat Avenarius diese Beziehung noch einer weitern Prüfung unterworfen, indem er die elektromotorischen Kräfte direkt nach der Methode von Kohlrausch mit dem Kondensator mafs.

Bei einer Versuchsreihe erhielt so Avenarius für die elektromotorische Kraft Neusilber | Stahl bei der Temperatur 18^0 nach der Methode von Kohlrausch den Wert 14,56 ausgedrückt in Prozenten der elektromotorischen Kraft eines Daniellschen Elementes, wobei Neusilber sich positiv gegen Stahl ergab. Bei einem aus Drähten dieser Metalle hergestellten Thermoelement ergab sich, dafs der Strom durch die erwärmte Lötstelle vom Neusilber zum Stahl ging. Daraus ergiebt sich, dafs bei diesen Metallen die elektromotorische Kraft mit steigender Temperatur abnimmt, da die Richtung des Stromes beweist, dafs an der kalten Berührungsstelle mehr positive Elektricität auf das Neusilber übergeht als an der warmen.

Um die Werte b und c in der Gleichung

$$E = a + bt + ct^2$$

zu bestimmen, wurde aus diesen Drähten eine Thermosäule von 20 Elementen hergestellt, und die Stromstärke in ihrer Abhängigkeit von der Temperatur untersucht. Es ergab sich dabei

$$20\,(E_1 - E_2) = J = 20\,(t_2 - t_1)\{0{,}07992 - 0{,}000027\,(t_2 + t_1)\}$$

in einer willkürlichen Einheit. Zur Bestimmung des Wertes der elektromotorischen Kraft des Thermostromes in Einheiten des Daniellschen Ele-

1) *Avenarius*, Poggend. Ann. Bd. CXXII.

Digitized by Google

mentes wurde die zweite Fechnersche Methode benutzt, es wurde die Thermosäule, deren eine Lötstelle auf 245°, deren andere auf 18° erhalten wurde, einmal im gleichen, einmal im entgegengesetzten Sinne mit einem Daniellschen Elemente in den Stromkreis eingeschaltet und so Summe und Differenz der Stromstärken beobachtet. Die elektromotorische Kraft ergab sich gleich 8,84 Prozent des Daniellschen Elementes, woraus sich in Verbindung mit obiger Gleichung für $E_2 - E_1$ ergiebt

$$E_2 - E_1 = \{-0{,}002123 + 0{,}000000712\,(t_1 + t_2)\}\,(t_2 - t_1)$$

und für E bei 18°, für welche am Kondensator 14,56 gefunden war,

$$14{,}56 = a - 0{,}002123\,.\,18 + 0{,}000000712(18)^2,$$

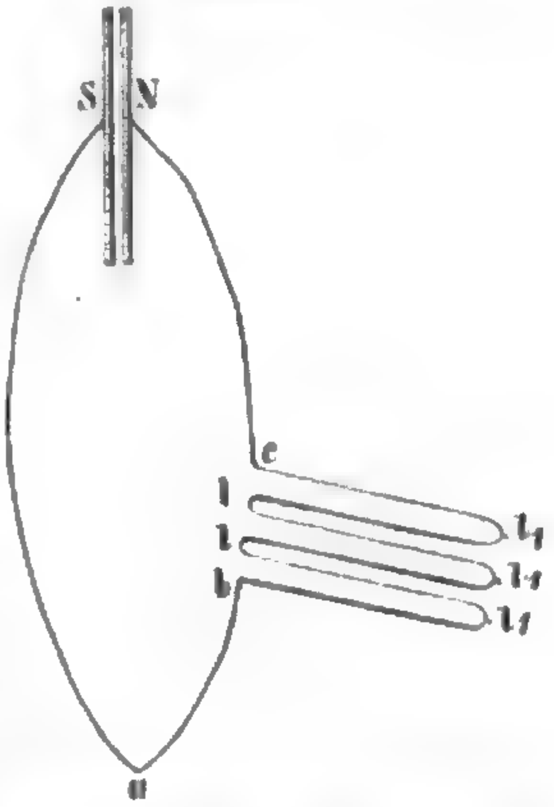
woraus sich ergiebt

$$a = 14{,}598$$

$$E = 14{,}598 - 0{,}002123\,.\,t + 0{,}000000712\,t^2.$$

Zur Prüfung der so gewonnenen Gleichung untersuchte Avenarius die Potentialwerte des Stahl-Neusilber Kondensators, wenn die Berührungsstellen der Metalle auf verschiedene Temperaturen gebracht wurden. Die Anordnung des Versuches zeigt schematisch Fig. 161. Die beiden Kondensatorplatten S und N wurden zunächst durch einen Stahldraht Sa und einen Neusilberdraht Na zur Berührung gebracht, die Berührungsstelle auf 18° gehalten, und die Potentialfunktion der einen Platte gemessen. Dann wurde in den Neusilberdraht zwischen b und c die schon früher benutzte Thermosäule von 20 Elementen eingeschaltet und deren Lötstellen l_1 zu verschiedenen Temperaturen t erwärmt, während die anderen Lötstellen ebenfalls auf 18° gehalten wurden. Die Ladung des Kondensators bei diesem Versuche setzte sich zusammen aus der durch die Berührung bei a getrennten Elektricität und aus der infolge der Temperaturdifferenz der warmen und kalten Lötstellen abfließenden Elektricität. Die Drähte waren so eingeschaltet, daß infolge des letzteren Umstandes der Potentialwert der Platten vergrößert wurde. Nach der vorher aufgestellten Gleichung mußten die Potentialwerte sich darstellen lassen durch

Fig. 161.



$$E = 14{,}56 + (t - 18)\,\{0{,}002123 - 0{,}000000712\,(t + 18)\}\,.\,20.$$

Die erste Beobachtung, ohne Einschaltung der Thermosäule, diente dazu, die am Kondensator gemessenen Potentialwerte auf die frühere Einheit zu reduzieren, da man bei den verschiedenen Versuchen nicht ohne weiteres die Verstärkungszahl des Kondensators immer als gleich ansehen konnte.

Folgende kleine Tabelle giebt die so bestimmten und berechneten Werte von E.

Digitized by Google

	E	
t	beob.	ber.
250	23,4	23,5
200	21,6	21,7
150	19,7	19,8
110	18,3	18,2

Wie man sieht, stimmen Beobachtungen und Rechnung so vollständig überein, dafs dadurch die von Avenarius aufgestellte Beziehung auf das schönste bestätigt wird. Es ergiebt sich daraus, dafs die thermoelektromotorische Kraft eines Thermoelements bei irgend einer Temperaturdifferenz gleich ist der Differenz der elektromotorischen Kräfte der Metalle bei den verschiedenen Temperaturen der Lötstellen.

Avenarius hat aufser Stahl und Neusilber noch einige andere Metalle untersucht, und dabei den Nachweis geliefert, dafs die Voltasche Spannungsreihe der Metalle für alle Temperaturen gültig bleibt, dafs somit die Verschiedenheit der thermoelektrischen Spannungsreihe und der Voltaschen Spannungsreihe ihren Grund nur darin hat, dafs die elektromotorischen Kräfte bei einzelnen Metallkombinationen mit steigender Temperatur zunehmen, bei anderen dagegen abnehmen. So erhält Avenarius folgende Ausdrücke für die elektromotorischen Kräfte

Zink | Stahl

$$E_1 = 96{,}42 - 0{,}001019\, t - 0{,}000002295\, t^2$$

Zink | Kupfer

$$E_2 = 82{,}92 + 0{,}0000378\, t + 0{,}0000007075\, t^2$$

Kupfer | Stahl

$$E_3 = 13{,}82 - 0{,}001062\, t + 0{,}000001606\, t^2.$$

Addieren wir die beiden letzten Ausdrücke Glied für Glied, so mufs, wenn die Voltasche Spannungsreihe für alle Temperaturen gültig ist, die sich ergebende Summe der einzelnen Glieder gleich den entsprechenden Gliedern der Gleichung für E_1 sein. In der That ist das der Fall, denn

$$E_2 + E_3 = 96{,}74 - 0{,}001024\, t + 0{,}000002313\, t^2.$$

Aus den Versuchen von Avenarius ergiebt sich weiter, dafs die thermoelektrische Spannungsreihe nicht nur von der Temperaturdifferenz der Lötstellen, sondern auch von den Temperaturen selbst abhängig ist. Es folgt das unmittelbar aus der allgemeinen Form der Gleichung für die thermoelektromotorische Kraft

$$E_2 - E_1 = (t_2 - t_1)\,\{b + c\,(t_2 + t_1)\},$$

denn die Gleichung zeigt, dafs jedesmal, wenn

$$t_2 + t_1 = -\frac{b}{c},$$

eine Umkehr des Stromes eintreten mufs, somit, dafs wenn $t_2 + t_1 < -\frac{b}{c}$, die Reihenfolge der Metalle in der Thermoreihe eine andere sein mufs, als wenn $t_2 + t_1 > -\frac{b}{c}$.

Digitized by Google

Spätere Versuche von Tidblom[1]), Naccari und Bellati[2]), von Tait[3]) haben gezeigt, dafs für weitaus die meisten Kombinationen sich die thermoelektromotorischen Kräfte durch die Gleichung von Avenarius darstellen lassen.

Thermoelektrische Ströme zeigen sich nicht allein dann, wenn man eine von zwei Berührungsstellen verschiedener Metalle erwärmt, sondern sie lassen sich auch bei Anwendung eines Metalles hervorbringen. Seebeck[4]) zeigte schon, dafs unter Umständen die Erwärmung einer Stelle eines Wismutstabes einen elektrischen Strom erzeugen kann; Becquerel[5]) fand, dafs ein Strom entstehe, wenn man in einem Drahte einen Knoten macht und nun eine neben dem Knoten befindliche Stelle des Drahtes erwärmt. Er glaubte daraus schliefsen zu können, dafs jedesmal wenn man einen dünnen mit einem dicken Drahte verbinde und in der Nähe der Berührungsstelle erwärme, ein elektrischer Strom entstehe. Magnus[6]) hat aber gezeigt, dafs dieser Schlufs irrig sei, dafs kein Strom entsteht, wenn die Drähte im übrigen eine gleiche physikalische Beschaffenheit, insbesondere gleiche Härte haben.

Ist dagegen nur ein geringer Unterschied in der Härte vorhanden, so tritt bei Erwärmung der Berührungsstelle der beiden Drähte immer ein Strom auf, der durch die Berührungsstelle bald von dem weichen zum harten Draht geht, bald umgekehrt.

Der Strom ging bei den Versuchen von Magnus von dem weichen zum harten Draht bei

Messing	Silber	Stahl	Kadmium	Kupfer	Gold	Platin

und lenkte die Nadel des Galvanometers ab um

55°	46°	45°	25°	18°	10°	5°.

Der Strom ging umgekehrt vom harten zu dem weichen Draht bei

	Neusilber	Zink	Zinn	Eisen
Ablenkung	34°	30°	5°	4°.

Bei Anwendung von Bleidrähten konnte kein Strom wahrgenommen werden.

Wie Thomson[7]) gezeigt hat, entsteht ebenso ein Strom, wenn man die Grenzstelle zwischen zwei Stücken eines und desselben Drahtes erwärmt, von denen das eine longitudinal gedehnt ist, das andere nicht; ferner, wenn man einen Draht an einer Stelle transversal prefst oder hämmert und dann die eine Grenze des gehämmerten oder gepressten Stückes erwärmt.

---

1) *Tidblom*. Man sehe *Wiedemann*, Elektricitätslehre Bd. II. S. 297.
2) *Naccari* und *Bellati*, Beiblätter zu den Annalen Bd. II. S. 102.
3) *Tait*, Poggend. Ann. Bd. CLII.
4) *Seebeck*, Poggend. Ann. Bd. VI.
5) *Becquerel*, Traité de l'électricité T. II. p. 88
6) *Magnus*, Denkschriften der Berliner Akademie 1851. Poggend. Ann. Bd. LXXXIII.
7) *Thomson*, Philosophical Transactions of London Royal Soc. for 1856. p. III. Man sehe auch *Le Roux*, Annales de chim. et de phys. IV. Série T. X.

Digitized by Google

Wenn man ferner zwei im übrigen ganz gleiche Drähte zusammenbringt, von denen aber der eine warm, der andere kalt ist, so entsteht ebenfalls im Augenblicke der Berührung ein Strom, der aber verschwindet, wenn die beiden Drähte gleiche Temperatur angenommen haben[1]). Dieser Strom ist häufig sogar stärker als jener, welcher zwischen harten und weichen Drähten entsteht, wie Magnus fand, als er in dieser Weise harte und weiche Drähte zusammenbrachte[2]). Nur beim Zusammenbringen von kaltem und warmem Quecksilber zeigte sich kein Strom.

Es ergiebt sich also, dafs bei den geringsten Verschiedenheiten an beiden Seiten der Berührungsstelle zweier Drähte, auch gleichen Metalls, bei Erwärmung der Berührungsstelle dort eine elektromotorische Kraft auftritt.

Demnach ist schon zu erwarten, dafs zwischen Metallen und Flüssigkeiten ebenfalls thermoelektromotorische Kräfte thätig sein können, und ebenso zwischen verschiedenen Flüssigkeiten. Erstere sind häufig beobachtet worden, indem man in eine Flüssigkeit zugleich einen heifsen und kalten Platindraht einsenkte[3]) Faraday[4]) erwärmte in einem U-förmigen mit Flüssigkeit gefüllten Rohr den einen Schenkel und erhielt Ströme, wenn er gleichzeitig in beide Schenkel die Enden des zum Galvanometer führenden Drahtes senkte. Ich selbst habe sie beobachtet, indem ich ein flaches Gefäfs mit metallischem Boden und metallischem Deckel ganz mit Flüssigkeit, z. B. Wasser oder einer verdünnten Salzlösung anfüllte, so dafs der Deckel von der Flüssigkeit berührt wurde, und nun von unten gelinde erwärmte.

In ähnlicher Weise wie Avenarius die thermoelektrischen Ströme zwischen Metallen, hat Lindig[5]) jene zwischen Metallen und Flüssigkeiten untersucht; aus den Versuchen ergiebt sich, dafs die Änderung der elektromotorischen Kräfte zwischen Metallen und Flüssigkeiten mit der Temperatur im allgemeinen nur sehr gering, zuweilen, wie bei amalgamiertem Zink und Schwefelsäure, nicht mefsbar ist. Auch hier zeigt sich, dafs bei einzelnen Kombinationen, wie bei Kupfer und Kupfervitriollösung, amalgamiertem Zink und Zinkvitriollösung die elektromotorische Kraft mit der Temperatur abnimmt, bei anderen, wie nicht amalgamiertem Zink und Kochsalzlösung dagegen zunimmt. Bei der letzteren Kombination geht daher der Thermostrom durch die erwärmte Grenze von Metall zur Flüssigkeit, bei ersteren umgekehrt.

Ganz entsprechende Resultate erhielten Bleekrode[6]), Voller[7]) und Bouty[8]), welche ebenfalls die Änderung der elektromotorischen Kräfte zwischen Metallen und Flüssigkeiten mit der Temperatur gemessen haben.

---

1) Zuerst beobachtet von *Ritter*, Gilberts Annalen Bd. IX. Man sehe auch Doves Repertorium Bd. I. S. 344 ff.

2) *Magnus*, Poggend. Ann. Bd. LXXXIII.

3) Man sehe *Wiedemann*, Elektricitätslehre Bd. II, S. 346.

4) *Faraday*, Experimental researches. Ser. XVII. §. 1932 ff. Poggend. Ann. Bd. LIII.

5) *Lindig*, Poggend. Ann. Bd. CXXIII.

6) *Bleekrode*, Poggend. Ann. Bd. CXXXVIII.

7) *Voller*, Poggend. Ann. Bd. CXLIX.

8) *Bouty*, Journal de physique (D'Almeida) Bd. IX.

Digitized by Google

Thermoelektrische Ströme zwischen Flüssigkeiten hat Wild[1]) nachgewiesen, indem er die beiden Röhren des §. 72 beschriebenen Apparates bis zu einer gewissen Höhe mit ein und derselben Salzlösung, z. B. Kupfervitriol anfüllte, und dann in der dort angegebenen Weise auf die Flüssigkeit eine andere, z. B. Zinkvitriol brachte, so dafs in dem Apparate die Reihenfolge der Flüssigkeiten war: Kupfervitriol, Zinkvitriol, Kupfervitriol. Die eine der Stellen, wo die beiden Flüssigkeiten sich berührten, wurde erwärmt und die Ablenkung der Magnetnadel des Galvanometers beobachtet, dessen Drähte mit den Kapseln verbunden waren, welche die Röhren unten abschlossen.

Die thermoelektrischen Kräfte zwischen den Flüssigkeiten sind verglichen mit denen der Metalle bedeutend stärker als die elektromotorischen Kräfte bei der Berührung zweier Flüssigkeiten, verglichen mit denen der Metalle. So fand Wild die thermoelektromotorische Kraft zwischen

Schwefelsaurem Kupferoxyd und schwefels.	Kali gleich	5,72
" " " "	Magnesia	4,22
" " " "	Zinkoxyd	3,61.

Das specifische Gewicht der Lösungen war 1,05 bis 1,09; als Einheit liegt die thermoelektromotorische Kraft zwischen Kupfer und Neusilber bei gleicher Temperaturdifferenz zu Grunde.

Auch verschieden konzentrierte Lösungen desselben Salzes sind gegen einander thermoelektromotorisch wirksam.

Zwischen den Flüssigkeiten, für welche Wild eine Spannungsreihe aufgestellt, besteht auch eine thermoelektromotorische Spannungsreihe.

Die Gröfse der elektromotorischen Kräfte der Thermoströme, oder die den verschiedenen Temperaturen der Lötstellen entsprechenden Differenzen der elektromotorischen Kräfte der Metalle, verglichen mit der elektromotorischen Kraft des Daniellschen Elementes, ergiebt sich für eine Anzahl Kombinationen aus den vorhin angegebenen Versuchen von Avenarius.

Setzen wir das Daniellsche Element als Einheit, so sind sie für

Neusilber — Stahl

$$E = (t_2 - t_1)\left\{0{,}00002123 - 0{,}000000007172\,(t_2 + t_1)\right\}$$

Zink — Stahl

$$E = (t_2 - t_1)\left\{0{,}00001019 - 0{,}00000002295\,(t_2 + t_1)\right\}$$

Kupfer — Stahl

$$E = (t_2 - t_1)\left\{0{,}00001062 - 0{,}00000001606\,(t_2 + t_1)\right\}$$

Für einzelne andere Elemente sind schon früher mehrfache Messungen vorgenommen worden.

Die erste Bestimmung der Art rührt wohl von Pouillet[2]) her; er verglich die Widerstände mit einander, welche eingeschaltet werden mufsten, einmal in einem Stromkreise einer Wollastonschen Säule und dann eines Thermoelementes von Wismut, Kupfer, um die Ablenkung

1) *Wild*, Poggend. Ann. Bd. CIII.
2) *Pouillet*, Poggend. Ann. Bd. XLII.

Digitized by Google

einer Bussole auf denselben Wert zu bringen, also in beiden Fällen Ströme gleicher Stärke zu erzeugen. Die elektromotorischen Kräfte beider Ketten verhielten sich dann direkt wie die Widerstände. Er fand, dafs bei einer Temperaturdifferenz von 50° die elektromotorische Kraft der Thermokette 0,0053 der Wollastonschen Säule war.

Wheatstone[1]) bestimmte nach seiner Methode das Verhältnis der elektromotorischen Kraft einer Kupfer-Wismut-Kette bei einer Temperaturdifferenz von 100° gleich 0,0105 einer aus amalgamiertem Zink, Kupfervitriol und Kupfer zusammengesetzten Kette.

Um diese beiden Angaben auf Daniellsche Ketten zu beziehen, benutzen wir die Angabe Becquerels, nach welcher die elektromotorische Kraft eines Wollastonschen Elementes gleich 0,558 derjenigen des Daniellschen ist, und die Angabe von Regnauld, welcher diejenige der Wheatstoneschen Kette gleich 0,838 der Daniellschen gefunden hat.

Daraus erhalten wir für die elektromotorische Kraft der Kupfer-Wismut-Kette bei einer Temperaturdifferenz von 100°

nach Pouillet $2 \cdot 0{,}0053 \cdot 0{,}558 = 0{,}00590\ D$
" Wheatstone $0{,}0103 \cdot 0{,}838 = 0{,}00842\ D$.

Nach einer direkten Vergleichung geben dieselbe an

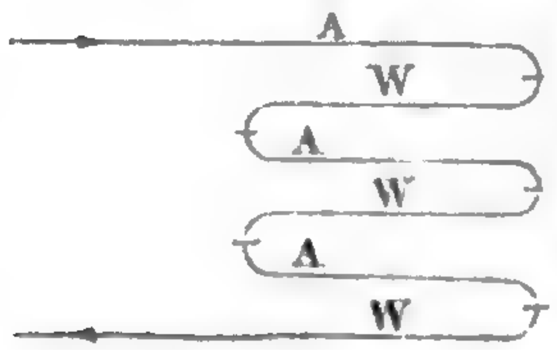
Regnauld[2]) . . . . 0,00558 D
Neumann[3]) . . . . 0,0039 D.

Die elektromotorische Kraft einer Kupfer-Neusilber-Kette giebt Wild[4]) zu 0,001108 D an, nach Avenarius würde sie für $t_1 = 0$, $t_2 = 100°$ gleich 0,001005 D sein.

Die Unterschiede in den obigen Zahlen können nach den vorher mitgeteilten Erfahrungen nicht auffallend erscheinen, da wir wissen, dafs die geringste Verschiedenheit in der physikalischen Beschaffenheit der Metalle die Stellung derselben in der thermoelektrischen Reihe ändert.

Aus den Zahlen ergiebt sich, dafs die elektromotorischen Kräfte der Thermoelemente im allgemeinen gegen diejenigen bei dem Kontakt heterogener Substanzen nur sehr klein sind; die Intensität der von einem Elemente erzeugten Thermoströme ist deshalb nur sehr schwach.

Fig. 162.



Um kräftigere Ströme zu erhalten, verbindet man daher mehrere Thermoelemente zu einer Kette. Derartige Ketten erhält man, wenn man abwechselnd eine Anzahl Stäbchen in der Fig. 162 angegebenen Weise zusammenlötet, also z. B. Antimon, Wismut, Antimon, Wismut u. s. w. Erwärmt man dann entweder die geraden oder die ungeraden Lötstellen, so erhält man einen Strom, der bei gleichem Widerstande sich zu demjenigen eines Elementes verhält, wie die Zahl der erwärmten Lötstellen zu eins, da an jeder dieser Lötstellen eine elektromotorische Kraft thätig ist, welche mit den anderen gleich gerichtet ist.

1) *Wheatstone*, Poggend. Ann. Bd. LXII.
2) *Regnauld*, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. XLIV.
3) *Neumann*. Man sehe *Wiedemann*, Galvanismus. Bd. I, §. 414.
4) *Wild*, Poggend. Ann. Bd. CIII.

Digitized by Google

Betreffs der Konstruktion solcher Ketten zu Thermosäulen für die Wahrnehmung sehr kleiner Temperaturdifferenzen und die Untersuchung der strahlenden Wärme haben wir im dritten Teile (S. 159) bereits das Notwendige kennen gelernt. Gröſsere Säulen für den praktischen Gebrauch in den Laboratorien sind von Markus, Noë, Clamond u. a. hergestellt, die aus vielen Elementen bestehend elektromotorische Kräfte bis zu mehreren Groves haben, und als sehr konstant, nachdem sie thermisch zu einem stationären Zustand gelangt sind, für viele Zwecke sehr bequem sind.

Schlieſslich möge noch bemerkt werden, daſs nach den in diesem Paragraphen mitgeteilten Erfahrungen die elektromotorischen Kräfte der Elemente nur in sehr geringem Grade von der Temperatur beeinfluſst werden können, ein Schluſs, der auch durch Versuche Poggendorffs bestätigt wird[1]).

Zweites Kapitel.

Die Wirkungen des galvanischen Stromes in dem Schlieſsungskreise.

§. 91.

Wärmeentwicklung im Schlieſsungskreise. Wenn man eine galvanische Batterie von groſser Oberfläche, also von geringem wesentlichen Widerstande durch einen dünnen Metalldraht schlieſst, so zeigt sich alsbald in dem Drahte eine bedeutende Temperaturerhöhung, welche unter Umständen bis zum Glühen des Drahtes steigen kann. Es folgt somit, daſs der durch den Draht flieſsende galvanische Strom ebenso wie der Entladungsschlag der Leydener Batterie in dem Drahte Wärme erzeugt. Diese Beobachtung wurde bald nach der Entdeckung des Galvanismus gemacht, und schon Davy zeigte, daſs die Erwärmung abhängig sei von dem Widerstande des Drahtes, daſs sie um so stärker sei, je gröſser bei gleicher Stromstärke der Widerstand des Drahtes ist.

Die Erwärmung ist zugleich abhängig von der Stromstärke und Vorselmann de Heer[2]) glaubte schlieſsen zu dürfen, daſs sie der Stromstärke proportional sei.

Die ersten genaueren Untersuchungen über die Erwärmung von Drähten in einem homogenen Schlieſsungskreise rühren von Joule her[3]). Joule wand einen Draht um das Gefäſs eines empfindlichen Thermometers und tauchte ihn mit demselben in ein Glas mit Wasser. Der Draht wurde in einen Stromkreis eingeschaltet, in welchem sich zugleich eine Tangentenbussole zur Messung der Stromstärke befand.

Wegen der äuſserst geringen Leitungsfähigkeit des Wassers kann man die durch dasselbe bewirkte Nebenschlieſsung vernachlässigen und annehmen, der ganze Strom gehe durch den Draht. Die Temperatur-

---

1) *Poggendorff*, Poggend. Ann. Bd. L. S. 264.

2) *Vorsselmann de Heer*, Poggend. Ann. Bd. XLVI und Bd. XLVIII. Auch Ohm und Fechner nahmen dasselbe an. Man sehe *Fechner*, Lehrbuch des Galvanismus S. 317.

3) *Joule*, Philosophical Magazin vol. XVI. 1841. Doves Repert. Bd. VIII.

Digitized by Google

erhöhung des Wassers wurde an dem Thermometer abgelesen und aus der bekannten Wassermenge die in einer bestimmten Zeit entwickelte Wärmemenge berechnet.

Es zeigte sich zunächst bei Anwendung verschiedener Drähte, dafs die bei konstanter Stromstärke in einer bestimmten Zeit entwickelte Wärmemenge dem Widerstande der angewandten Drähte direkt proportional sei, welches im übrigen auch die Länge oder der Querschnitt der Drähte sein mag.

Durch gewisse theoretische Überlegungen schlofs Joule dann daraus, dafs die in gleichen Zeiten in einem und demselben Drahte entwickelten Wärmemengen bei verschiedener Stromstärke dem Quadrate der Stromstärke proportional sein müssen. Die Versuche bestätigen diesen Schlufs, so dafs also die in einer bestimmten Zeit in einem Drahte, durch welchen ein Strom fliefst, entwickelte Wärmemenge dem Widerstande des Drahtes und dem Quadrate der Stromstärke direkt proportional ist. Bezeichnen wir demnach die in der Zeiteinheit durch einen Strom von der Intensität eins in einem Drahte, dessen Widerstand der Einheit gleich ist, erzeugte Wärmemenge mit w, so ist die in der Zeit t in einem Drahte von dem Widerstande R durch die Stromstärke J erzeugte Wärmemenge

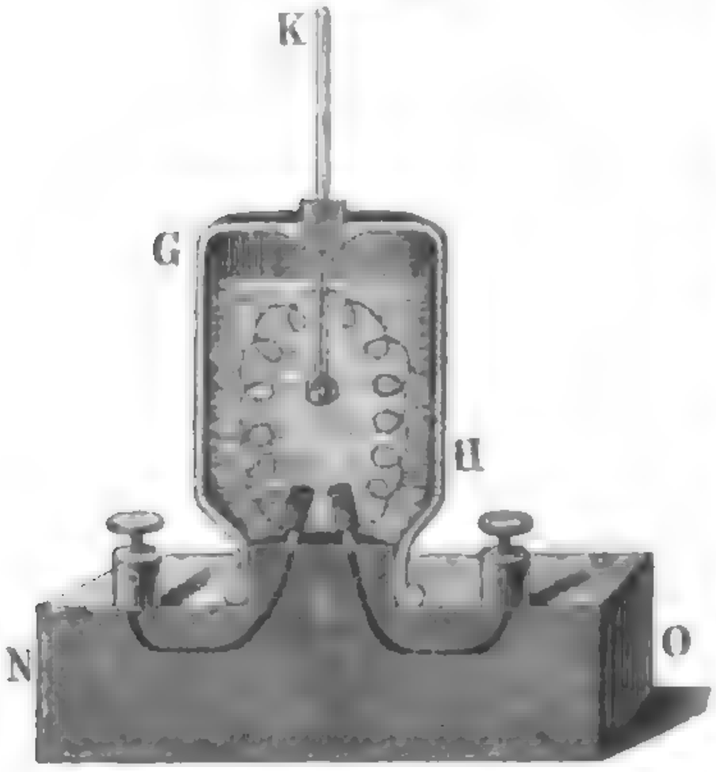
$$W = w \,.\, J^2 \,.\, R \,.\, t.$$

Ist l die Länge, q der Querschnitt, s der specifische Widerstand des Drahtes, so ist

$$W = w \cdot J^2 \cdot \frac{ls}{q} \cdot t.$$

Das Joulesche Gesetz wurde zunächst durch Versuche von Ed. Becquerel[1]) und dann in ausgedehntester Weise durch die Versuche von Lenz[2]) bestätigt. Lenz benutzte zu seinen Versuchen den Apparat Fig. 163. Auf einem Fufsbrette NO ist der für die umgekehrt gestellte Glasflasche GH eingeschliffene Glasstöpsel S befestigt, so dafs auf ihn die Flasche luft- und wasserdicht in umgekehrter Stellung befestigt werden kann. Durch den Glasstöpsel S sind zwei Platindrähte hindurch gebohrt und festgekittet, welche mit ihren kegelförmigen Enden in die Flasche hineinreichen. Auf die Kegel können zwei Platinklötzchen aufgeschoben, und mit ihnen kann der Draht, dessen Erwärmung untersucht werden soll, an die Platindrähte befestigt werden. Der zu erwärmende Draht ist zu einer losen Spirale aufgerollt, so dafs die einzelnen Windungen sich nicht berühren. Er steht in der Flasche in der in der Figur angegebenen Weise durch seine eigene Elasticität aufrecht. Die in den Stöpsel ein-

Fig. 163.



1) *Ed. Becquerel*, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. IX.
2) *Lenz*, Poggend. Ann. Bd. LXI.

Digitized by Google

gekitteten Platindrähte sind durch Kupferdrähte, welche in das Fufsbrett eingelassen sind, mit den Klemmen des Fufsbrettes in leitender Verbindung.

Der nach oben gewandte Boden des Stöpselglases ist in seiner Mitte durchbohrt und durch diese Durchbohrung wurde ein empfindliches, genau kalibriertes Thermometer in die Flasche eingesenkt, auf welchem noch $0^0{,}04$ C. abgelesen werden konnten. Das Thermometer wurde durch einen Kork in der Durchbohrung befestigt. Die Flasche wurde mit 86prozentigem Spiritus gefüllt, da Wasser die Elektricität zu gut leitete, um die Nebenschliefsungen vernachlässigen zu können.

Die Beobachtungen wurden von Lenz in folgender Weise ausgeführt: Zunächst wurde der Apparat $8^0 - 10^0$ C. unter die Temperatur der Umgebung erkaltet, dann in den Stromkreis einer Daniellschen Batterie eingeführt, welcher aufserdem einen Rheostaten und eine Tangentenbussole enthielt, und durch Regulierung des Rheostaten dem Strome eine gewisse Stärke gegeben. War die Temperatur der Umgebung 16^0, so wurden die Zeitpunkte bemerkt, in welchen die Temperatur des Weingeistes gleich 10^0, 11^0 . . . 15^0, 16^0, 17^0 . . . 22^0 war, während man durch rotierende Bewegung des Apparates dafür sorgte, dafs die Temperatur des Weingeistes überall dieselbe war. Man erhielt auf diese Weise die Erwärmungen für sechs Zeitintervalle, von denen jede ebensoviele Grade unter als über der Temperatur der Umgebung umfafste. Dadurch war der Einflufs der umgebenden Temperatur eliminiert, da in der ersten Hälfte des Versuches, während der Weingeist von 10^0—16^0 erwärmt wurde, der Apparat von aufsen ebensoviel Wärme erhielt, als er in der zweiten Hälfte nach aufsen abgab. Man beobachtete also in der That die Zeit, welche der galvanische Strom brauchte, um den Weingeist um 12^0, 10^0 . . . 2^0 zu erwärmen, indem man von der Zeit, zu welcher der Apparat die Temperatur 22^0, 21^0 . . . hatte, jene abzog, zu welcher er die Temperatur 10^0, 11^0 . . . hatte.

Hierauf wurde der Erwärmungsapparat ausgeschaltet, der Stromkreis ohne ihn ganz in der früheren Weise geschlossen, und durch Einschalten einer Länge des Rheostatdrahtes der Strom auf die frühere Stärke gebracht. Der Widerstand des eingeschalteten Rheostatdrahtes ist gleich dem des erwärmten Drahtes.

Ist das Joulesche Gesetz richtig, so mufs die Wärmemenge W, welche in der Zeit t erzeugt wird, wenn w die in der Zeiteinheit durch die Einheit der Stromstärke in einem Drahte, dessen Widerstand der Einheit gleich ist, erzeugte Wärmemenge, J die Stromstärke und R der Widerstand des erwärmten Drahtes ist, sein

$$W = w \,.\, R \,.\, J^2 \,.\, t.$$

Dieselbe Gleichung, welche für die erzeugte Wärmemenge gilt, mufs hier, wo immer derselbe Apparat und dieselbe Menge von Weingeist benutzt wurde, auch für die Temperaturerhöhung gelten, da diese der erzeugten Wärmemenge proportional ist. Streng genommen ist allerdings bei der Anwendung verschiedener Drähte, da auch diese dieselbe Temperaturerhöhung erfahren, ein kleiner Unterschied vorhanden, da die Wärmekapacität und das Gewicht der Drähte verschieden ist. Lenz giebt aber

Digitized by Google

an, dafs der Wärmewert des Drahtes, für welchen dieser Wert am gröfsten war, nur $\frac{1}{1450}$ des Wärmewertes des Apparates betrug, woraus folgt, dafs die Unterschiede in den Produkten aus dem Gewichte der Drähte und ihren Wärmekapacitäten vernachlässigt und die Temperaturerhöhungen den erzeugten Wärmemengen proportional gesetzt werden dürfen.

Bedeutet nun τ die Zeit, welche erfordert wird, um eine Temperaturerhöhung des Apparates von 1^0 hervorzubringen, so folgt aus der vorigen Gleichung, wenn jetzt w die von der Einheit der Stromstärke bei Einschaltung eines Drahtes von der Einheit des Widerstandes in der Zeiteinheit in dem Apparate hervorgebrachte Temperaturerhöhung ist,

$$\frac{1}{w} = J^2 R \,.\, \tau = \vartheta.$$

Der reciproke Wert von w oder ϑ ist nach dem Vorigen eine konstante Gröfse, er bedeutet jene Zeit, welche bei der Einheit der Stromstärke und des Widerstandes des eingeschalteten Drahtes die Temperatur des Apparates um 1^0 erhöht. Wenn demnach das Joulesche Gesetz richtig ist, mufs das Produkt aus dem Quadrate der Stromstärke, dem Widerstande des eingeschalteten Drahtes und der zur Erwärmung des Apparates um 1^0 erforderlichen Zeit eine konstante Gröfse sein.

Dafs dem so ist, zeigen die Versuche von Lenz sehr deutlich, wie die im Folgenden mitgeteilte Tabelle zeigt. Die Zeit τ erhält man, indem man die zur Erwärmung von 12^0 erforderliche Zeit durch 12, die zur Erwärmung von 10^0, 8^0 ... erforderliche Zeit durch 10, 8 ... dividiert und aus diesen Zeiten das Mittel nimmt. In der folgenden Tabelle enthält die erste Kolumne die Bezeichnung der von Lenz benutzten Drähte, die zweite deren Widerstände, die dritte die angewandte Stromstärke, die vierte den in angegebener Weise erhaltenen Wert von τ, die letzte das Produkt $J^2 R\tau$.

Bezeichnung des Drahtes	R	J	τ Minuten	$RJ^2\tau$
Neusilberdraht I.	35,150	10,10	1,3459	4826,0
desgl.	35,20	15,35	0,5711	4734,4
desgl.	36,67	15,35	0,5286	4563,9
desgl.	35,32	20,85	0,3091	4609,2
Neusilberdraht II.	22,09	15,35	0,9166	4784,6
desgl.	22,05	20,85	0,4805	4611,6
desgl.	22,18	26,71	0,2999	4562,4
desgl.	22,62	20,85	0,4575	4514,0
Neusilberdraht III.	16,76	26,71	0,3836	4592,0
Platindraht	18,97	20,85	0,5556	4573,6
desgl.	19,24	26,71	0,3248	4457,9
Eisen	9,37	33,08	0,4353	4480,0
Kupfer	5,22	26,71	1,3010	4845,2
desgl.	5,22	33,08	0,8354	4772,1
desgl.	5,23	40,12	0,5750	4840,4
desgl.	5,26	48,07	0,3810	4640,9

Digitized by Google

Als Mittelwert ergiebt sich daraus

$$\vartheta = 4651,3.$$

Bedenkt man nun, dafs kleine Fehler in den Beobachtungen in dem schliefslichen Resultat sich vielfach multiplizieren, so wird man die Abweichungen in den Werten für ϑ hinreichend erklärlich finden.

Den Wasserwert seines Apparates giebt Lenz zu 82,6 g an, demnach würde die Zeit, welche notwendig wäre, um einem Gramm Wasser eine Temperaturerhöhung von 1° R. durch einen Strom, welcher bei der Einheit der Stärke durch einen Draht von der Einheit des Widerstandes geht, zu erteilen, sein

$$\frac{4651,3}{82,6} = 56,2 \text{ Minuten};$$

für 1° C. wäre demnach die Zeit 45 Minuten.

Als Einheit der Stromintensität gilt ein Strom, der in einer Stunde 41,16 ccm Knallgas bei 0° und 760 mm Druck liefert und als Einheit des Widerstandes jener eines Kupferdrahtes von 6,358 Fufs engl. Länge und 0,0336 Zoll engl. Durchmesser bei 19° C.

Ebenso wie die festen Leiter eines Stromkreises werden auch die flüssigen in demselben enthaltenen Leiter erwärmt; die Gesetze der Wärmeentwicklung lassen sich in denselben aber nur schwierig rein darstellen, da in den flüssigen Leitern durch den Strom stets auch chemische Änderungen hervorgebracht werden, und da diese auf den Wärmezustand der Flüssigkeit von Einflufs sind. Man kann aber unter gewissen Umständen die chemischen Änderungen so regulieren, dafs die durch diese hervorgebrachten Wärmewirkungen sich kompensieren. Das ist z. B. der Fall, wenn man als Flüssigkeit eine konzentrierte Lösung von Kupfervitriol nimmt, und als Elektroden Kupferbleche anwendet. Die chemischen Änderungen der Flüssigkeit bestehen dann darin, dafs an jeder Elektrode, durch welche der Strom die Flüssigkeit verläfst, metallisches Kupfer abgeschieden wird; ganz dieselbe Kupfermenge wird aber von der den Strom zuführenden Elektrode wieder aufgelöst.

Da bei der Oxydation des Kupfers und der Bildung von schwefelsaurem Kupferoxyd ebensoviel Wärme erzeugt wird, als bei der Reduktion des Kupfers aus diesem Salze verbraucht wird, so heben diese Wärmewirkungen sich auf.

In einer solchen Flüssigkeit hat Joule[1]) auch das von ihm für die festen Leiter aufgestellte Gesetz bestätigt gefunden; er beobachtete die Intensität des Stromes und die Temperaturerhöhung der Kupfervitriollösung; er bestimmte den Widerstand der zwischen den Elektroden enthaltenen Lösung und die specifische Wärme der Lösung. Zugleich bestimmte er die Korrektion wegen der Abkühlung der Flüssigkeit durch die Umgebung. Er konnte daraus die entwickelte Wärmemenge und jene bestimmen, welche sich entwickelt haben würde, wenn an Stelle der Lösung ein fester Körper von gleichem Widerstande eingeschaltet gewesen wäre; er fand die beiden Wärmemengen merklich gleich. Liefs Joule dagegen

1) *Joule*, Philosophical Magazin. vol. XIX. 1841. Man sehe betreffs dieser Versuche und der Versuche Becquerels §. 160.

Digitized by Google

den Strom durch angesäuertes Wasser gehen, in welches er mit Platinelektroden geleitet wurde, so war die entwickelte Wärmemenge wegen der eintretenden Gasentwicklung bedeutend kleiner.

Ed. Becquerel[1]) hat durch eine Reihe von Versuchen diese Erfahrungen bestätigt und das Joulesche Gesetz auch in Flüssigkeiten nachgewiesen, in welchen eine Gasentwicklung eintritt. Für die Leitung durch Flüssigkeiten, in welchen Gasentwicklung eintritt, ist nämlich die beobachtete Wärmemenge gleich der Differenz der von dem Strome erzeugten und der zur Bildung der Gase verbrauchten. Ist nun N die zur Bildung von 1 ccm Gas verbrauchte Wärmemenge und q die in der Zeit t aus angesäuertem Wasser entwickelte Gasmenge, so ist die beobachtete Wärmeentwicklung

$$W = w \,.\, RJ^2 \,.\, t - N \,.\, q = M \,.\, J^2 - N \,.\, q.$$

Nach den Angaben von Dulong und Petit wurde für N der Wert 2,071 eingesetzt, und dann aus der in gleichen Zeiten bei verschiedenen Stromstärken entwickelten Wärmemenge der Wert M aus

$$M = \frac{W + Nq}{J^2}$$

berechnet. Man erhielt auf diese Weise bei einer Reihe von Versuchen in der That für M merklich gleiche Werte, nämlich bei drei Versuchen 4,35; 3,42; 4,32.

Daraus ergiebt sich dann, daſs das Joulesche Gesetz auch gültig ist für die Flüssigkeit in den galvanischen Elementen. Auch dafür hat Joule in einem Zinkplatin-Elemente, welches verdünnte Schwefelsäure enthielt, einen Nachweis geliefert. Es versteht sich von selbst, daſs auch hier wegen der in der Kette statthabenden chemischen Vorgänge Korrektionen an der beobachteten Wärme angebracht werden müssen, um das Gesetz zu erkennen.

Aus dem auch auf die flüssigen Leiter ausgedehnten Jouleschen Gesetze ergeben sich wichtige Folgerungen für die Wärmeentwicklung in dem Stromkreise einer galvanischen Kette.

Ist nämlich r der wesentliche Widerstand in einer solchen Kette, r_1 der Widerstand des Schlieſsungsbogens, ist ferner J die Stromstärke, so ist die in der Zeit t in der Kette selbst entwickelte Wärmemenge

$$W_1 t = w \,.\, r \,.\, J^2 \,.\, t,$$

die im Schlieſsungsdrahte erzeugte Wärme

$$W_2 t = w \,.\, r_1 \,.\, J^2 \,.\, t,$$

die im ganzen Stromkreise erzeugte Gesamtwärme ist somit

$$W \,.\, t = w\,(r + r_1) \,.\, J^2 \,.\, t = w \,.\, R \,.\, J^2 \,.\, t,$$

wenn R den Widerstand des ganzen Stromkreises bedeutet. Bezeichnen wir nun mit E die elektromotorische Kraft der Kette, so können wir

1) *Ed. Becquerel*, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. IX.

Digitized by Google

jenen Ausdruck für die im ganzen Stromkreise entwickelte Wärmemenge schreiben

$$W \cdot t = w \cdot E \cdot \frac{E}{R} \cdot t.$$

Die in dem ganzen Schliefsungskreise entwickelte Wärmemenge ist also dem Produkte aus der elektromotorischen Kraft und der Stromstärke direkt proportional.

Wie wir nun früher sahen, ist die Stromstärke direkt proportional der in der Zeiteinheit durch den Stromkreis fliefsenden Elektricität, das Produkt

$$\frac{E}{R} \cdot t = k \cdot e$$

ist deshalb der in der Zeit t durch den Stromkreis fliefsenden Elektricität e proportional; bezeichnet demnach k eine Konstante, und setzen wir das Produkt

$$k \, . \, w = K,$$

so wird die in der Zeit t in dem Stromkreis erzeugte Wärmemenge

$$W \, . \, t = K \, . \, E \, . \, e.$$

Dieselbe ist proportional dem Produkte aus der elektromotorischen Kraft und der in der Zeit t durch den Stromkreis fliefsenden Elektricität.

Die Übereinstimmung dieses Ausdruckes mit dem von Riess für die Erwärmung des gesamten Schliefsungskreises infolge des Entladungsschlages der Leydener Batterie abgeleiteten

$$W = K \cdot \frac{q^2}{s} = K \cdot \frac{q}{s} \cdot q,$$

worin q die Elektricitätsmenge, s die Oberfläche der Batterie, also $\frac{q}{s}$ die Dichtigkeit der Elektricität in der Batterie bedeutet, fällt in die Augen, denn auch in dem Ausdrucke für die Wärmeentwickelung durch den galvanischen Strom ist die Potentialfunktion E der Elektricität an den Polen der Kette der Dichtigkeit der Elektricität proportional.

§ 92.

Beziehung zwischen der im Strome entwickelten zu der durch die chemischen Prozesse im Element entwickelten Wärme. Noch eine bemerkenswerte Folgerung läfst sich aus dem Jouleschen Gesetze und dessen Ausdehnung auf den ganzen Stromkreis ziehen. Wie wir später sehen werden, wird während der Bildung des galvanischen Stromes in der Kette Zink aufgelöst, und der Zinkverbrauch ist in gleichen Zeiten der Stromstärke proportional. Daraus folgt zugleich, dafs der Zinkverbrauch in der Kette derselbe ist, wenn bei einer gewissen Stromstärke der Strom eine gewisse Zeit andauert, oder wenn bei doppelter Stromstärke der Strom nur die halbe Zeit dauert. Unter denselben Umständen ist aber auch die erzeugte Wärmemenge dieselbe, vorausgesetzt, dafs die elektromotorische Kraft dieselbe ist. Denn ist die bei der Stromstärke J in der Zeit t erzeugte Wärmemenge gleich $W \cdot t$, so ist die bei der halben Stromstärke und gleichen elektromotorischen Kraft in derselben Zeit erzeugte Wärme-

Digitized by Google

menge $\frac{1}{2} W \cdot t$, die in der doppelten Zeit also erzeugte Wärmemenge gleich $W \cdot t$. Daraus folgt also, dafs die in einer gegebenen Kette während einer gewissen Zeit, ja überhaupt erzeugte Wärmemenge proportional ist der verbrauchten Zinkmenge, welches auch der Widerstand in dem Schliessungskreise sein mag.

Dieser Satz gilt jedoch nur so lange, als dieselbe galvanische Kombination angewandt wird; ändert sich die elektromotorische Kraft derselben, so ändert sich bei gleicher Stromstärke die erzeugte Wärmemenge proportional der elektromotorischen Kraft.

Die Richtigkeit des letzteren Satzes hat Poggendorff[1]), welcher zuerst auf denselben aufmerksam machte, nachgewiesen, indem er die Wärmeentwicklung in einem und demselben Drahte verglich, welche bei gleicher Stromstärke durch ein Daniellsches und durch ein Grovesches Element eintrat. Dieselbe war genau gleich. Da nun aber bei gleicher Stromstärke die Gesamtwiderstände sich verhalten wie die elektromotorischen Kräfte, so folgt, dafs die gesamten erzeugten Wärmemengen sich verhalten wie die elektromotorischen Kräfte. Denn denken wir uns in beiden Fällen den ganzen Stromkreis ersetzt durch Drähte gleichen Metalles und gleichen Querschnitts, so verhalten sich bei gleicher Stromstärke die Längen dieser Drähte wie die elektromotorischen Kräfte. Da nun aber in gleichen Stücken dieser Drähte die Wärmeentwicklungen dieselben sind, so folgt, dafs die gesamten erzeugten Wärmemengen sich verhalten wie die Längen der Drähte, somit wie die elektromotorischen Kräfte der beiden Batterien.

Den Satz, dafs bei einer und derselben Kette die gesamte erzeugte Wärmemenge proportional ist dem in derselben stattfindenden Zinkverbrauche hat Helmholtz[2]) dahin erweitert, dafs die gesamte in dem Stromkreise erzeugte Wärmemenge gleich jener sein müsse, welche durch die chemischen Prozesse in der Kette frei wird, so dafs der galvanische Strom gewissermafsen nur die in der Kette frei gewordene Wärmemenge im Stromkreise verbreiten würde. Daraus würde weiter sich ergeben, dafs die elektromotorischen Kräfte der verschiedenen Elemente den in ihnen durch die stattfindenden Prozesse entwickelten Wärmemengen proportional wären. Es ergiebt sich das leicht folgendermafsen. Ist die Stromstärke J und die elektromotorische Kraft E, so ist nach dem Jouleschen Gesetze die in der Zeiteinheit im Stromkreise entwickelte Wärmemenge $w = K \,.\, J \,.\, E$. Wir erwähnten schon vorhin, dafs die in den Ketten aufgelöste Menge Zink der Stromstärke proportional ist, somit auch die sämtlichen in der Kette stattfindenden chemischen Prozesse. Nennen wir die Wärmemenge, welche von den der Einheit der Stromstärke entsprechenden chemischen Prozessen entwickelt wird C, so ist die von der Stromstärke J chemisch entwickelte Wärmemenge gleich $J \,.\, C$. Ist nun

$$k \,.\, J \,.\, E = J \,.\, C,$$

so mufs

$$k\,E = C$$

oder die elektromotorische Kraft der durch die Einheit der Stromstärke

1) *Poggendorff*, Poggend. Ann. Bd. LXXIII.

2) *Helmholtz*, Erhaltung der Kraft. Berlin 1847. S. 48 ff. Über die neuern Arbeiten von von Helmholtz sehe man §. 160.

Digitized by Google

chemisch entwickelten Wärmemenge proportional sein. Der erstere dieser beiden Helmholtzschen Sätze ist direkt durch Versuche von Favre[1]) bestätigt worden, der letztere ergiebt sich unmittelbar aus den im dritten Bande mitgeteilten Werten der durch die chemischen Prozesse entwickelten Wärmemengen.

Zum Nachweis des erstern, von Favre übrigens unabhängig von Helmholtz aufgestellten Satzes brachte derselbe in das im dritten Bande S. 816 beschriebene Quecksilberkalorimeter eine Zink-Schwefelsäure-Platin-Kette, so dafs auch der ganze Schliefsungskreis sich im Innern desselben befand. Es wurde nun die Wärmemenge beobachtet, welche entwickelt wurde, während 33 Gramm Zink, also die als Mischungsgewicht 1 g Wasserstoff entsprechende Zinkmenge in Zinkvitriollösung verwandelt wurde. Die Wärmemenge fand sich im Mittel gleich 18160 Wärmeeinheiten. Fast genau dieselbe Wärmemenge erhält man aber bei der Auflösung von 33 g Zink zu Zink-Zinkvitriol, auch wenn dasselbe nicht in einer Kette gelöst wird. Für diese Wärmemenge erhält man nach § 92 des dritten Bandes

Überführung des Zink in Oxyd	42612 W. E.
Bildung und Lösung des Salzes $Zn SO_4$	10398 „ „
	53010 W. E.
Da nun bei dieser Auflösung 1 g Wasserstoff entwickelt wird, so mufs abgezogen werden die dabei verbrauchte Wärmemenge	34462 „ „
	18548. W. E.

Es werden also überhaupt bei diesem Prozesse 18548 Wärmeeinheiten entwickelt, fast genau mit den von Favre beobachteten übereinstimmend.

Dafs sich die elektromotorischen Kräfte der konstanten Ketten verhalten wie die durch die chemischen Prozesse in denselben entwickelten Wärmen, ergiebt sich aus folgenden Zahlen.

In der Daniellschen Kette wird für jedes Mischungsgewicht Zink, welches aufgelöst wird, ein Mischungsgewicht Kupfer reduziert; bei dieser Reduktion werden verbraucht 29645 Wärmeeinheiten, es werden also in derselben frei

$$53010 - 29600 = 23410 \text{ W. E.}$$

In der Groveschen Kette wird für jedes Atom Zink, welches aufgelöst wird, ein Molekül Salpetersäure zu Untersalpetersäure reduziert; die dabei verbrauchte Wärme beträgt, berechnet für die gleiche Menge Zink, 33 g, auf welche sich obige Rechnung bezieht, 6900 W. E.; in der Groveschen Kette würden also durch den Verbrauch der gleichen Zinkmenge wie in der Daniellschen Kette disponibel

$$53010 - 6900 = 46110 \text{ W. E.}$$

Das Verhältnis der in der Groveschen und Daniellschen Kette bei

1) *Favre*, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. XL.

Digitized by Google

gleichem Zinkverbrauch, also bei gleicher Stromstärke in gleicher Zeit erzeugten Wärmemenge ist somit

$$\frac{46110}{23410} = 1,96,$$

eine Zahl, welche nahezu mit dem Verhältnis der elektromotorischen Kräfte dieser beiden Ketten bei Anwendung rauchender Salpetersäure übereinstimmt.

Mit Hilfe des Helmholtzschen Satzes sind wir auch imstande zu berechnen, wie viel Wärme durch die Einheit der Stromstärke in einem Drahte, dessen Widerstand der Einheit gleich ist, in der Zeit einer Minute entwickelt wird. Die von uns gewählte Einheit der Stromstärke liefert in einer Minute ein Kubikcentimeter Knallgas oder zersetzt das an Gewicht diesem gleiche Gewicht 0,53631 Milligramm Wasser. Bei dieser Zersetzung wird, wie später gezeigt wird, 1,96647 Milligramm Zink aufgelöst. In einer Daniellschen Kette werden daher durch die Stromeinheit, nach den Favreschen Bestimmungen, 1,395 Wärmeeinheiten entwickelt. Nach der Bestimmung von Bosscha ist die elektromotorische Kraft des Daniellschen Elementes gleich 10,44, man hat somit in die Daniellsche Kette 10,44 Widerstandseinheiten einzuschalten, um die Stromstärke eins zu erhalten. In jeder Widerstandseinheit wird demnach der $^1/_{10,44}$ Teil der gesamten Wärme, somit 0,1340 Wärmeeinheiten entwickelt. Hiernach würde die Konstante w in der Jouleschen Gleichung

$$W = w \, . \, J^2 R$$

bei Zugrundelegung der von uns gewählten Einheiten

$$w = 0,1340$$

sein, und die Zeit, welche notwendig ist, um durch die Stromeinheit in der Widerstandseinheit eine Wärmeeinheit zu erzeugen, würde 7,47 Minuten betragen. Die Stromeinheit, welche Lenz als Einheit gewählt hat, ist 0,686 der unsrigen, die Bestimmung der Widerstandseinheit aus den Dimensionen des von Lenz angewandten Drahtes ist unsicher, da die Leitungsfähigkeit des Kupfers, wie wir sahen, eine sehr verschiedene sein kann. Bosscha[1]) hat deshalb die Gröfse der von Lenz gewählten Widerstandseinheit aus der von Lenz gewählten Einheit der Stromstärke und der von Lenz selbst bestimmten Gröfse der elektromotorischen Kraft des Daniellschen Elementes berechnet. Lenz giebt nämlich in seiner Abhandlung an, dafs in den von ihm gewählten Einheiten die elektromotorische Kraft eines Daniellschen Elementes, wie er dasselbe benutzte, gleich 47,16 gewesen sei. Es bedurfte demnach 47,16 seiner Widerstandseinheiten, um dem Strome eines Daniellschen Elementes die Einheit der Stärke zu geben. Da nun die Lenzsche Stromeinheit für die Minute 0,686 Kubikcentimeter Knallgas liefert, so bedarf es in unsern Einheiten bei dem Daniellschen Elemente nach der Bosschaschen Bestimmung der elektromotorischen Kraft aus der Gleichung

$$\frac{10,44}{r} = 0,686; \qquad r = \frac{10,44}{0,686} = 15,22$$

1) *Bosscha,* Poggend. Ann. Bd. CVIII.

Digitized by Google

Widerstandseinheiten, um die Lenzsche Einheit der Stromstärke zu erhalten. Die Widerstandseinheit von Lenz ist deshalb in unsern Einheiten

$$\frac{15,22}{47,16} = 0,3227.$$

Die Lenzsche Widerstandseinheit ist somit 0,3227 der unsrigen. Die in dieser durch die Lenzsche Stromeinheit entwickelte Wärmemenge mufs demnach 0,02034 Wärmeeinheiten sein, oder eine Wärmeeinheit mufs in 49,1 Minuten entwickelt werden, eine Zahl, welcher die von Lenz gefundene, 45 Minuten, bei der Unsicherheit unserer Reduktion hinreichend nahe kommt.

Eine direkte Prüfung des Helmholtzschen Satzes ist später von Raoult[1]) und besonders von Thomsen[2]) vorgenommen worden. Thomsen hat direkt die Wärmemenge bestimmt, welche im Stromkreise des Daniellschen Elementes durch den Strom erzeugt wird und ebenso jene, welche durch die chemischen Prozesse in dem Element erzeugt wird; er verfuhr dabei folgendermafsen.

Zunächst wurde die Wärmemenge in einem Kalorimeter genau gemessen, welche von einem Strom, der in der Minute 44,138 ccm Knallgas unter 760 mm Druck und von der Temperatur 0^0 erzeugte, in einer Platinspirale entwickelt wurde. Dieselbe ergab sich zu 387,2 Wärmeeinheiten in der Minute, wenn die Wärmemenge gleich eins gesetzt wird, welche das Gramm Wasser um 1^0 C. erwärmt.

Es wurde darauf nach der Ohmschen Methode die elektromotorische Kraft des Daniellschen Elementes bestimmt; Thomsen wählte diese Methode, um unter denselben Umständen die elektromotorische Kraft des Elementes zu messen, unter welchen die Wärmeentwicklung gemessen wurde, wobei also die chemischen Aktionen in der Kette in voller Thätigkeit waren. Als Einheit des Widerstandes wählte er dabei den Widerstand der Platinspiralen, in welchen die Wärmeentwicklung durch den Strom gemessen war, und als Einheit der Stromstärke jenen Strom, der in der Minute 44,138 ccm Knallgas entwickelte. Nach dem Ohmschen Gesetze

$$J = \frac{E}{W}; \quad E = W \cdot J$$

giebt uns die elektromotorische Kraft gleichzeitig den Widerstand des ganzen Stromkreises, der vorhanden sein mufs, damit die elektromotorische Kraft in demselben die gewählte Einheit der Stromstärke erzeugt. In den von ihm gewählten Einheiten fand Thomsen die elektromotorische Kraft des Daniellschen Elementes gleich 0,17105. Dabei ergab sich, dafs die elektromotorische Kraft dieselbe war, als er in dem Elemente konzentrierte Kupfervitriollösung und verdünnte Schwefelsäure anwandte, welche entweder ein Molekül H_2SO_4 auf 100 Moleküle Wasser (H_2O) enthielt oder auf 200 Moleküle Wasser.

Da hiernach das Daniellsche Element in einem Stromkreise, dessen Widerstand 0,17105 der von Thomsen angewandten Platinspiralen be-

1) *Raoult*, Annales de chim. et de phys. 4. Série. T. IV.
2) *J. Thomsen*, Wiedem. Ann. Bd. XI.

Digitized by

trägt, einen Strom erzeugt, der in dieser Stärke durch ein Voltameter gehend in der Minute 44,138 ccm Knallgas erzeugen würde, so folgt nach dem Jouleschen Gesetze, dafs das Daniellsche Element in demselben, also überhaupt in der Minute

$$0{,}17105 \cdot 387{,}2 = 66{,}23$$

Wärmeeinheiten entwickelt, wenn dem Strom die Stärke von 44,138 gegeben wird, wenn also durch denselben in einer Minute 44,138 ccm Knallgas entwickelt werden; ein Molekül Wasser oder 18 g liefern 33 515 ccm Knallgas, somit würden in

$$\frac{33515}{44{,}138} = 759{,}3 \text{ Minuten}$$

durch diesen Strom 18 g oder ein Molekül Wasser zersetzt und in dieser Zeit die Wärmemenge

$$66{,}23 \cdot 759{,}3 = 50292$$

entwickelt. In derselben Zeit wird in dem Elemente ein Molekül Zink aufgelöst und ein Molekül Kupfer niedergeschlagen.

Die fast gleiche Zahl ergiebt sich auch aus den Versuchen von Lenz; nach denselben wird durch einen Strom, der in der Minute 0,686 ccm Knallgas entwickelt, in dem Drahte, dessen Widerstand eine Einheit von Lenz beträgt, in der Minute 0,0222 Wärmeeinheiten entwickelt. Die elektromotorische Kraft seines Elementes findet Lenz in seinen Einheiten gleich 47,16; somit geben 47,16 seiner Widerstandseinheiten in einem Stromkreise seines Elementes die Einheit seiner Stromstärke. Das Element entwickelt demnach im ganzen bei dieser Stromstärke

$$0{,}0222 \cdot 47{,}16 = 1{,}0474$$

Wärmeeinheiten. Der Strom würde in

$$\frac{33515}{0{,}686} = 48848 \text{ Minuten}$$

ein Molekül Wasser zersetzen, somit in dieser Zeit

$$1{,}0474 \cdot 48848 = 51161$$

Wärmeeinheiten entwickeln.

Die durch die chemischen Prozesse in der Kette, Auflösung von einem Molekül Zink in verdünnter Schwefelsäure und Reduktion eines Moleküls Kupfer entwickelten resp. verbrauchten Wärmemengen sind nach Thomsens Versuchen

Auflösen des Zinks	106090
Reduktion „ Kupfers . . .	55960
Entwickelte Wärme somit . .	50130

eine Zahl, welche so genau mit der durch den galvanischen Strom entwickelten Wärme zusammenfällt, dafs die Beobachtung den Satz von Helmholtz bestätigt.

Für die Wärmeentwicklung in dem Daniellschen Element findet Thomsen einen etwas gröfsern Wert als Favre, der für das halbe Molekül 23410, also für das Molekül aufgelösten Zinkes 46820 Wärmeeinheiten

Digitized by Google

fand. Setzen wir die elektromotorische Kraft des Daniellschen Elementes, wenn es vom Strom durchflossen ist, rund 11, so wird die Konstante in der Jouleschen Gleichung nach Thomsens Zahl

$$w = 0{,}1359,$$

wenn der Strom in unserm chemischen Mafs und der Widerstand in Quecksilbereinheiten gemessen wird.

Ebenso wie für die Daniellsche Kette hat Thomsen noch für eine Anzahl anderer Kombinationen gezeigt, dafs die von den Elementen im Strom gelieferte Wärme gleich der in den Elementen durch die chemischen Prozesse erzeugten Wärme ist, indem er die elektromotorischen Kräfte derselben mit denen des Daniellschen Elementes verglich und zeigte, dafs das Verhältnis der elektromotorischen Kräfte gleich ist dem der in den Elementen frei gewordenen Wärme.

Für das Bunsensche Element ergiebt sich bei Anwendung von ganz konzentrierter Salpetersäure HNO_3, von der ein Molekül in Untersalpetersäure unter Verwendung des abgeschiedenen Sauerstoffs zur Verbrennung des Wasserstoffs reduziert und in der Flüssigkeit gelöst wird, ohne dafs Gasentwicklung eintritt

Lösung des Zinks	106090
Reduktion der Salpetersäure .	10010
	96080.

Das Verhältnis der entwickelten Wärme zu derjenigen im Daniellschen Elemente ist

$$\frac{96080}{50130} = 1{,}92.$$

Bei Anwendung rauchender Salpetersäure ergab sich das Verhältnis der elektromotorischen Kräfte

$$\frac{B}{D} = 1{,}86.$$

Wendet man in den Elementen von Grove und Bunsen verdünntere Salpetersäure an, so wird dieselbe gröfstenteils in Stickoxyd verwandelt, und der Wärmeverbrauch steigt nach Thomsen auf 23250 Wärmeeinheiten, so dafs die disponible Wärme gleich 82810 wird. Hiernach sollte das Verhältnis der elektromotorischen Kräfte sein

$$\frac{B_1}{D} = \frac{82810}{50130} = 1{,}65, \text{ gefunden wurde } 1{,}69.$$

Im Folgenden stellen wir die übrigen Angaben Thomsens zusammen:

Kombination	Chemisch entw. Wärme absolut	Chemisch entw. Wärme $D = 1$	Elektrom. K. $D = 1$
1. $\begin{Bmatrix} Zn - H_2SO_4 + Aq \\ Cd - \text{conc. } CdSO_4 + Aq \end{Bmatrix}$	16590	0,33	0,33
2. $\begin{Bmatrix} Zn - HCl + Aq \\ Ag - AgCl \end{Bmatrix}$	54080	1,08	1,065

Digitized by Google

Kombination	Chemisch entw. Wärme absolut	Chemisch entw. Wärme $D = 1$	Elektrom. K. $D = 1$
3. $\begin{cases} Zn - H_2SO_4 + Aq \\ \text{Kohle} - CrO_3,\ H_2SO_4 + Aq \end{cases}$	99790	1,99	1,85
4. $\begin{cases} Cu - H_2SO_4 + 100\,H_2O \\ \text{Kohle} - HNO_3 \end{cases}$	45950	0,92	0,88
5. $\begin{cases} Cu - H_2SO_4 + 100\,H_2O \\ \text{Kohle} - HNO_3 + 7\,H_2O \end{cases}$	32680	0,65	0,73
6. $\begin{cases} Fe - FeCl_2 + Aq \\ \text{Kohle} - Fe_2Cl_6 + Aq \end{cases}$	44430	0,89	0,90

Die Kette Nr. 1 ist eine von Regnauld konstruierte, Nr. 2 die Kette von Pincus oder Warren de la Rue und Hugo Müller, Nr. 3 Bunsens Chromsäurekette, für welche die elektromotorische Kraft etwas zu klein ausfällt, weil die Kette nicht polarisationsfrei ist, 4 und 5 die von Thomsen modifizierte Bunsensche Kette, in der Kupfer statt Zink genommen ist, Nr. 4 mit Salpetersäurehydrat, Nr. 5 mit verdünnter Säure, Nr. 6 ist eine von Ponci beschriebene konstante Kette[1]).

Wenn wir auch erst an einer andern Stelle die Arbeitsleistungen des Stromes und die Frage nach dem Arbeitsvorrate besprechen, so erkennen wir doch schon jetzt, dafs wenn die im chemischen Prozefs in der Kette erzeugte Wärme sich ganz im Strome wiederfindet, dafs diese chemisch erzeugte Wärme der Arbeitsvorrat für den Strom ist. Leistet der Strom keine andere Arbeit, so tritt eben der Arbeitsvorrat als Wärme im Stromkreise auf, wird Arbeit irgend welcher Art geleistet, so tritt das Äquivalent dieser Arbeit an Wärme weniger auf.

Dem entspricht es dann auch, dafs die elektromotorischen Kräfte der verschiedenen Ketten der chemisch in den Elementen entwickelten Wärme proportional sind, wir können einfach hier schon sagen, dafs die in den Ketten entwickelte Wärme in den elektrischen Strom umgewandelt ist. Wir werden diesen Satz später in einer präciser von W. Thomsen ausgesprochenen Form wiederfinden.

F. Braun[2]) hat die Richtigkeit dieses letzteren Satzes bestritten, und zunächst darauf aufmerksam gemacht, dafs es aus dem Princip von der Erhaltung der Arbeit durchaus nicht verlangt werde, dafs alle im Elemente erzeugte Wärme in elektrischen Strom verwandelt werde, dafs vielmehr zwischen Wärme und elektrischem Strome eine ganz ähnliche Beziehung bestehen könne, wie zwischen Wärme und mechanischer Arbeit. Wie wir nach dem zweiten Hauptsatze der mechanischen Wärmetheorie wissen, kann Wärme überhaupt nur in Arbeit umgewandelt werden, wenn sie von einem wärmern zu einem kältern Körper hinüberströmt. Wird dem wärmern Körper, dessen absolute Temperatur T_1 ist, die Wärmemenge Q_1 entzogen, so wird bei einem umkehrbaren Kreisprozefs

1) *Ponci*, Beiblätter zu den Annalen Bd. II. S. 42.
2) *F. Braun*, Wiedem. Ann. Bd. V, Bd. XVI, Bd. XVII.

Digitized by Google

an den kältern Körper von der Temperatur T_2 die Wärmemenge Q_2 abgeliefert, so dafs

$$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2}; \quad q = Q_1 - Q_2 = Q_1\left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right).$$

Die Wärmemenge q ist es, welche hierbei in Arbeit umgesetzt ist. Ähnlich, meint Braun, kann es sich bei der Umsetzung von Wärme in elektrischen Strom verhalten, es ist möglich, dafs nur ein Teil der Wärme in elektrischen Strom verwandelt werden kann. Würde unter dieser Voraussetzung die umsetzbare Wärme immer derselbe Bruchteil der chemisch erzeugten Wärme sein, so würde allerdings unser Satz, dafs die durch den Strom erzeugte Wärme gleich der chemisch im Elemente erzeugten sei, nicht mehr richtig sein, wohl aber noch der Satz, dafs beide einander proportional und damit weiter, dafs die elektromotorische Kraft der Ketten der chemisch erzeugten Wärme proportional seien. Dann aber würde durch die Versuche von J. Thomsen, der für die Daniellsche Kette gezeigt hat, dafs die vom Strom erzeugte der chemisch entwickelten Wärme gleich ist, die Annahme Brauns schon widerlegt sein. Braun kommt indes zu dem Satze, dafs der Bruchteil der in Strom umgesetzten Wärme bei den chemischen Prozessen ein sehr verschiedener sein könne, so dafs z. B. im Daniellschen Elemente, wenn A die durch Auflösung eines Moleküls Zink in Schwefelsäure, B die durch Auflösung eines Moleküls Kupfer in Schwefelsäure entwickelte Wärme wäre, die in Strom umsetzbare Wärme nicht $x(A - B)$ wäre, wo x ein ächter Bruch, sondern dafs sie gegeben sei durch $xA - yB$, worin x und y ächte Brüche sind, die von einander verschieden sein können. Das heifst also, würde von der bei der Auflösung des Kupfers erzeugten Wärme nur yB in Strom umgesetzt werden, so würde auch von dem Strome, der im Daniellschen Elemente durch die Auflösung des Zinks erzeugt wurde, die zum Niederschlagen des Kupfers erforderliche Wärme B nur zu dem Teile yB dem Strome entnommen, die Wärmemenge $(1 - y)B$ würde anderweitig dem Elemente entnommen.

Hiernach könnte es vorkommen, dafs $xA - yB$ kleiner oder gleich oder selbst gröfser sei als $A - B$, in welch letzterm Falle in dem Elemente weniger Wärme auftreten müfste, als nach dem Jouleschen Gesetze in demselben entwickelt würde.

Wir begnügen uns an dieser Stelle mit dieser Andeutung der theoretischen Ansichten Brauns, vollständiger werden wir die Theorie Brauns im letzten Kapitel §. 160 besprechen und dort auch die Versuche Brauns näher kennen lernen, nur sei hier schon erwähnt, dafs Braun aus seinen Versuchen den Schlufs zieht, dafs in der That die erwähnten Möglichkeiten vorkommen, dafs die im Strom entwickelte Wärme, welche unter allen Umständen der elektromotorischen Kraft proportional ist, kleiner, gleich oder gröfser sein kann als die durch die Differenz $A - B$ gegebene, dafs sie stets aber kleiner ist und sein mufs wie A.

§. 93.

Ableitung des Jouleschen Gesetzes aus dem Ohmschen Gesetze. Die Wärmeentwicklung in den Leitern des galvanischen Stromes ist nach

Digitized by Google

der mechanischen Wärmetheorie als eine gewisse Arbeit aufzufassen, welche die Elektricität bei dem Durchströmen des Leiters leistet. Indem die Elektricität den Widerstand des Leiters überwindet, giebt sie ihre Bewegung an die Moleküle des Leiters ab und erwärmt dadurch den Leiter. Setzen wir zunächst einen rein metallischen Leiter voraus, in welchem die Elektricität sonst gar keine Arbeit leistet, so mufs die gesamte Arbeit der Elektricität als Wärme auftreten. Wenn wir die Anschauung der Elektricität als einer Flüssigkeit festhalten, können wir diese Abgabe der Bewegung derjenigen bei der Reibung zweier Körper analog ansehen, wenn ein Körper über seiner Unterlage oder eine Flüssigkeit durch enge Röhren mit gleichförmiger Geschwindigkeit hin bewegt wird, so dafs in jedem Augenblicke die gesamte geleistete Arbeit nur zur Überwindung der Reibung benutzt wird. Um die von dem galvanischen Strome entwickelte Wärmemenge zu berechnen, haben wir demnach nur die von dem Strome geleistete Arbeit zu bestimmen.

Wie wir im §. 9 nachwiesen, ist die Arbeit, welche eine gegebene Elektricitätsmenge bei irgend einer Zustandsänderung leistet, gleich der Änderung des Potentials der gegebenen Elektricitätsmenge auf sich selbst. Ganz in derselben Weise können wir auch die Arbeit bestimmen, welche ein elektrischer Strom zu leisten imstande ist[1]). Wir betrachten dabei den galvanischen Strom als einen solchen positiver Elektricität, eine Anschauungsweise, welche im schliefslichen Resultat dieselbe ist, als wenn wir den Strom als einen solchen beider Elektricitäten ansehen, welche sich durch den Leiter nach entgegengesetzten Richtungen bewegen. Denn es ist nach allen früheren Entwicklungen dasselbe, wenn sich durch einen Querschnitt des Leiters die Elektricitätsmenge $^1/_2\, q$ nach der einen und $-\,^1/_2\, q$ nach der entgegengesetzten Seite bewegt, oder die Elektricitätsmenge q nur nach der Richtung des positiven Stromes sich bewegt.

Sei nun während des Stromes an irgend einer Stelle des Leiters zur Zeit t das Elektricitätselement dq. Ist der Potentialwert der auf dem Leiter vorhandenen freien Elektricität in der Niveaufläche, in welcher sich gerade das Element dq befindet, gleich V, und ist $-\frac{dV}{dn}$ die Änderung des Potentialwertes parallel der Normale der Niveaufläche, so ist die das Element dq bewegende Kraft gleich

$$-dq \cdot \frac{dV}{dn}.$$

Durch diese Kraft wird das Element in der Zeit dt parallel der Normale der Niveaufläche die Wegstrecke dn fortgeführt, die dieser Bewegung entsprechende Arbeit ist

$$-dq \cdot \frac{dV}{dn}\, dn.$$

Wird das Element dq durch die endliche Strecke n bewegt, so ist die dabei geleistete Arbeit gleich der Summe aller der unendlich kleinen jedem Wegeelement dn entsprechenden Arbeiten, wo für jedes Element

1) *Clausius,* Poggend. Ann. Bd. LXXXVII. Abhandlungen zur mechanischen Wärmetheorie. Abhdlg. XI.

Digitized by Google

dn die dort stattfindende Änderung des Potentialwerts eingesetzt werden mufs. Der Wert der Summe oder

$$-\int^{e} dq \cdot \frac{dV}{dn} \cdot dn$$

ist aber, da dq immer dasselbe ist, und $\frac{dV}{dn} dn = dV$ die Differenz der an den auf einander folgenden Punkten des Weges vorhandenen Werte der Potentialfunktion ist, gleich

$$dq\,(V_1 - V_2),$$

wenn V_1 den Wert der Potentialfunktion der gesamten auf dem Leiter vorhandenen Elektricität beim Beginne und V_2 denselben am Ende des Weges bezeichnet.

Nach der in der Einleitung eingeführten Bezeichnungsweise ist $V_1\,dq$ das Potential der gesamten freien Elektricität auf das bewegte Element dq im Beginne, $V_2 dq$ dasselbe am Ende der Bewegung. Da nun der obige Wert der Arbeit für jedes Element dq gilt, welches durch denselben Weg bewegt wird, also für eine endliche Elektricitätsmenge $q = \int dq$ der Ausdruck gilt

$$q\,(V_1 - V_2),$$

so gelangen wir zu dem Satze: „Die bei einer bestimmten Bewegung einer Elektricitätsmenge von der in dem Leiter wirksamen Kraft gethane Arbeit ist gleich der bei dieser Bewegung eingetretenen Änderung des Potentials der auf dem Leiter vorhandenen Elektricität auf die bewegte Elektricitätsmenge."

Um mit Hilfe dieses Satzes die in einem Stromleiter geleistete Arbeit zu bestimmen, sei Fig. 164 $MNOP$ ein Stück eines lang gestreckten Leiters, der von einem konstanten Strome durchflossen sei, und seien ab und cd die Durchschnitte zweier Niveauflächen und des Leiters, denen in ab der Wert der Potentialfunktion V_1, in $c\,d$ der Wert V_2 entspreche.

Fig. 164.

Die Arbeit, welche der Strom in einer bestimmten Zeit auf der Strecke ac leistet, ist gleich der Veränderung des Potentials der gesamten freien Elektricität auf die während der Zeit in dem Leiterstück bewegte Elektricität. Da wir einen konstanten Strom voraussetzen, so sind die Werte der Potentiale V an den verschiedenen Stellen des Leiters immerwährend unveränderlich, ebenso tritt genau dieselbe Elektricitätsmenge, welche bei ab in das Stück des Leiters eintritt, auch bei cd wieder heraus. Bezeichnen wir mit J die Intensität des den Leiter durchfliefsenden Stromes, so können wir mit $K.J$ die Menge der in der Zeiteinheit durch ab in das Leiterstück hineinfliefsenden und ebenso jene der durch cd das Leiterstück verlassenden Elektricitätsmenge bezeichnen, worin K eine von der gewählten Einheit der Stromstärke abhängige Konstante ist. In der Niveaufläche ab ist das Potential der freien auf dem Leiter vorhandenen Elektricität auf die in der Zeiteinheit bewegte gleich

Digitized by Google

$$K . J . V_1,$$

in der Niveaufläche *cd* dagegen

$$K . J . V_2.$$

Die Änderung des Potentials der freien auf die bewegte Elektricität ist daher in dem Leiterstücke *ac* gleich der Differenz dieser beiden Werte, somit ist die von der strömenden Elektricität geleistete Arbeit

$$L = K . J . (V_1 - V_2)$$

oder die von dem elektrischen Strome in einem beliebigen Leiterstücke in der Zeiteinheit geleistete Arbeit ist gleich der Differenz der Potentialwerte im Anfange und am Ende des Leiterstücks multipliziert mit der Stromstärke, das heifst mit der in der Zeiteinheit durch den Querschnitt des Leiters fliefsenden Elektricitätsmenge.

Bezeichnen wir den Widerstand unseres Leiterstückes mit R, so ist nach dem Ohmschen Gesetze

$$K . J = \frac{V_1 - V_2}{R}$$

$$K . J . R = V_1 - V_2$$

und damit wird die geleistete Arbeit

$$L = K^2 . J^2 . R$$

oder die in einem Leiterstücke von dem Strome geleistete Arbeit ist gleich dem Quadrate der Stromstärke multipliziert mit dem Widerstande des Leiterstückes. Da das Leiterstück beliebig sein kann, so gilt der Satz auch für den ganzen Stromkreis, wenn dann R den Widerstand des Stromkreises bezeichnet.

Wenn in dem Leiterstücke R keine andere Arbeit geleistet wird, so mufs diese gesamte Arbeit als Wärme auftreten; ist deshalb der Wärmewert der Arbeitseinheit gleich A, so wird die in dem Leiterstücke in der Zeiteinheit entwickelte Wärme

$$W = A . L = A K^2 J^2 . R,$$

ein Ausdruck für die entwickelte Wärmemenge, welcher genau dem Jouleschen Gesetze entspricht. Würden wir in dieser Gleichung die Konstante K bestimmen, das heifst die in dem Stromkreise cirkulierende Elektricitätsmenge in dem in der Elektrostatik aufgestellten mechanischen Mafse angeben können, so liefse sich nach dieser Gleichung die Wärmemenge theoretisch berechnen. Diese Messung der Elektricitätsmenge nach mechanischem Mafse können wir indes erst nach Vorführung der Induktionserscheinungen vornehmen; wir werden dann auch die im dritten Bande S. 403 bereits erwähnte Bestimmung des mechanischen Wärmeäquivalents durch elektrische Messungen kennen lernen.

Wenn in dem betrachteten Leiterstücke noch eine andere Arbeit geleistet wird, so mufs die durch den Strom entwickelte Wärmemenge um den Wärmewert dieser Arbeit kleiner sein; wir haben im vorigen Paragraphen bereits die Bestätigung dieses Satzes in den Versuchen von Joule und Becquerel kennen gelernt, welche zeigten, dafs die in Flüssigkeiten

Digitized by Google

erzeugte Wärmemenge um jene Wärmemenge kleiner ist, welche zur Zersetzung der Flüssigkeiten verbraucht wird. In etwas anderer Weise hat Favre[1]) diese Folgerung durch Versuche bestätigt, wir werden diese Versuche bei Gelegenheit der Arbeitsleistungen durch den Strom besprechen.

§. 94.

Temperaturänderungen an Berührungsstellen heterogener Leiter. Aufser der Erwärmung, welche in dem ganzen einen galvanischen Strom leitenden Stromkreise stattfindet, zeigen sich noch besondere Temperaturänderungen an den Stellen, wo zwei verschiedene Metalle zusammenstofsen; derartige Stellen können, wie zuerst Peltier[2]) beobachtet hat, entweder stärker oder weniger stark erwärmt werden als die übrigen Teile der Leitung, oder sogar erkältet werden.

Man nehme einen Stab *A W* Fig. 165, der zur Hälfte *A* aus Antimon, zur Hälfte *W* aus Wismut besteht; wird an diesem Stabe die Lötstelle erwärmt, so cirkuliert in einem Kreise, in welchem der Stab eingeschaltet ist, ein Strom so, dafs er durch die warme Lötstelle vom Wismut zum Antimon geht. Wird dagegen die Lötstelle abgekühlt, so entsteht ein Strom, welcher durch dieselbe vom Antimon zum Wismut geht.

Fig. 165.

Läfst man durch diesen Stab, dessen Temperatur gleich der der Umgebung sein möge, einen schwachen Strom gehen, welcher durch die Lötstelle vom Wismut zum Antimon geht, also wie der Thermostrom, bei Erwärmung der Lötstelle, so wird die Lötstelle unter die Temperatur der Umgebung abgekühlt. Läfst man dagegen den Strom in der Richtung vom Antimon zum Wismut gehen, so wird die Lötstelle erwärmt.

Ganz dasselbe zeigt sich bei Anwendung irgend zweier Metalle, welche thermoelektrisch gegen einander wirksam sind; läfst man einen Strom durch die Lötstelle gehen, dessen Richtung gleich derjenigen ist, welche ein durch Erwärmung der Lötstelle erzeugter haben würde, so wird die Lötstelle abgekühlt, leitet man einen Strom hindurch, welcher gleiche Richtung mit dem durch Erkältung der Lötstelle erzeugten hat, so wird die Lötstelle erwärmt. Ein Strom also, welcher durch Zufuhr von Wärme zu einer Lötstelle erzeugt wird, verbraucht auch auf andere Weise entwickelt, bei dem Durchgange durch die Lötstelle Wärme, ein Strom dagegen, welcher durch Fortnahme von Wärme von einer Lötstelle erzeugt wird, liefert in dieser Lötstelle Wärme.

Man kann diese Erscheinung sehr leicht mit Hilfe des sogenannten Peltierschen Kreuzes (Fig. 166) nachweisen, zwei kreuzweise über einander gelegten und in ihrer Mitte auf einander gelöteten Stäben, der eine *A* aus Antimon, der andere *W* aus Wismut. Die Enden *a* und *b* der Stäbe verbindet man mit einer Daniellschen Säule, die Enden *c* und *d* mit einem Galvanometer *G*. Läfst man den Strom der Säule durch

---

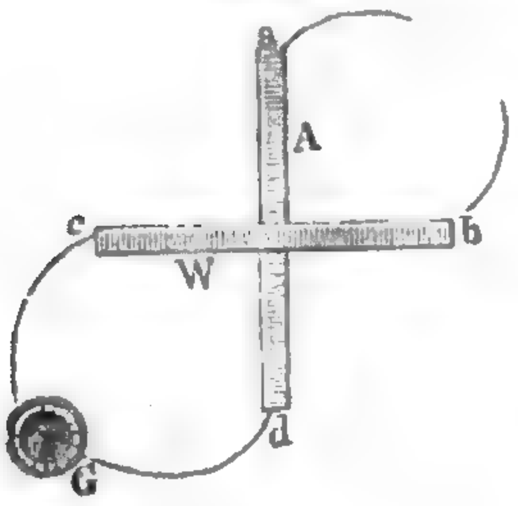
1) *Favre*, Comptes Rendus. T. XXXIX. p. 1212.

2) *Peltier*, Annales de chim. et de phys. T. LVI. Poggend. Ann. Bd. XLIII. *Doves* Repert. Bd. I. p. 358.

Digitized by Google

das Kreuz von b nach a, also vom Wismut zum Antimon gehen, so fliefst nach Unterbrechung des primären Stromes durch das Galvanometer ein Strom von c nach d, welcher nur von der Abkühlung der Lötstelle herrühren kann. Giebt man dem Strome der Säule die entgegengesetzte Richtung, so fliefst nach Unterbrechung des primären Stromes auch durch das Galvanometer ein dem vorigen entgegengesetzter Strom. Die Entstehung von Thermoströmen, wenn durch den Kreuzungspunkt der beiden Stäbe ein Strom hindurchgegangen war, beweist die Erwärmung oder Erkältung der Lötstelle.

Fig. 166.



Man kann indes schon mit weniger empfindlichen Mitteln diese Erkältung der Lötstelle nachweisen. Peltier schlofs in die Kugeln eines Differentialthermometers in jede ein Thermoelement so ein, dafs wenig mehr als die Lötstellen sich im Innern der Kugeln befand. Liefs er einen Strom durch dieselben hindurchgehen, so trat eine bedeutende Verschiebung des Flüssigkeitstropfens nach der Seite ein, wo der Strom vom Wismut zum Antimon durch die Lötstelle ging. Auch wenn ein Strom nur durch eins der Thermoelemente ging, trat die Verschiebung des Index ein, und zwar wenn der Strom vom Wismut zum Antimon ging, trat bei schwachen Strömen eine Erkältung ein, bei stärkeren wurde das Thermoelement erwärmt, aber immer weniger, als wenn der Strom die entgegengesetzte Richtung hatte.

Schliefst man in ein Luftthermometer von Riess einen dem in Fig. 165 dargestellten ähnlichen Stab ein, so dafs die Lötstelle sich im Innern der Kugel befindet, so steigt bei schwachen Strömen in der Richtung vom Wismut zum Antimon die Flüssigkeit gegen die Kugel hin auf, ein Beweis, dafs die Temperatur in der Kugel erniedrigt wird; bei stärkeren tritt eine Temperaturerhöhung ein, welche aber immer geringer ist, als wenn der Strom die entgegengesetzte Richtung hat, und auch geringer, als wenn bei gleichem Widerstande die Lötstelle nicht vorhanden wäre.

Einen sehr auffälligen Beweis für die Kälteerzeugung durch den galvanischen Strom hat Lenz[1]) geliefert. Er lötete eine Wismut- und Antimonstange von circa 1 qcm Querschnitt in der Weise Fig. 165 aneinander, und bohrte in die Lötstelle eine kleine Vertiefung. Die Stange wurde auf schmelzenden Schnee gelegt, und die Vertiefung mit Wasser gefüllt. Darauf wurde der Strom eines Groveschen Elementes von 1 Quadratfufs Oberfläche in der Richtung von dem Wismut zum Antimon durch die Stange geleitet. Nach 5 Minuten war das Wasser vollständig gefroren und das Eis sogar auf $-4{,}4^0$ C. erkaltet.

Aus dem Vorigen ergiebt sich, dafs die Erkältung oder Erwärmung der Lötstelle abhängig ist von der Stärke des durch sie hindurchgesandten Stromes, da je nach der Stärke desselben die Lötstelle erkaltet oder erwärmt wird. Die Abhängigkeit der Temperaturänderung der Lötstellen

1) *Lenz*, Poggend. Ann. Bd. XLIV.

Digitized by G

von der Stromstärke haben von Quintus Icilius[1]) und später Frankenheim[2]) näher untersucht; beide gelangten zu demselben Resultate.

Quintus Icilius leitete dabei einen Strom durch 30 zu einer Kette verbundene Antimon-Wismut-Elemente. Ging der Strom durch die erste, dritte u. s. w. Lötstelle vom Antimon zum Wismut, so ging er durch die zweite, vierte, überhaupt die paaren Lötstellen von dem Wismut zum Antimon. Die ersteren Lötstellen werden dann stärker, die letzteren weniger stark erwärmt, als die Metalle selbst durch den galvanischen Strom erwärmt werden. Wenn man deshalb den durch die Thermokette geleiteten Strom rasch unterbricht und statt dessen die Enden der Thermokette mit einem Galvanometer verbindet, so mufs durch dasselbe ein Thermostrom gehen, dessen Intensität der Temperaturdifferenz der Lötstellen, da diese jedenfalls nur klein ist, proportional gesetzt werden kann. Dieser Temperaturdifferenz sind aber die Erwärmungen und Erkältungen an den Lötstellen proportional, da dieselben zur Hälfte Folge der erkältenden, zur Hälfte Folge der erwärmenden Wirkung an den Lötstellen sind.

Frankenheim wandte bei seinen Versuchen ein Peltiersches Kreuz an und beobachtete den Thermostrom, welcher nach Unterbrechung des erregenden Stromes durch das Galvanometer G (Fig. 166) ging. Dieser Thermostrom hat eine verschiedene Stärke, je nachdem der erregende Strom in der einen oder andern Richtung durch das Kreuz geht. Bezeichnen wir nämlich die Temperaturerhöhung der Lötstelle, welche dort nach dem Jouleschen Gesetze eintritt, der Strom mag in der einen oder andern Richtung hindurchgehen, mit a, die Temperaturänderung infolge des besondern Verhaltens der Lötstelle mit b, so ist die Temperaturerhöhung, wenn der Strom vom Antimon zum Wismut geht $a + b$, geht er umgekehrt $a - b$. Sind die in beiden Fällen beobachteten Thermoströme i_1 und i_2, so ist, da wir auch hier die Thermoströme der Temperaturerhöhung der Lötstelle proportional setzen dürfen,

$$i_1 = k\,(a + b); \qquad i_2 = k\,(a - b)$$

$$b = \tfrac{1}{2}\,\frac{i_1 - i_2}{k}; \qquad a = \tfrac{1}{2}\,\frac{i_1 + i_2}{k},$$

so dafs man also zugleich a und b erhalten konnte.

Beide Physiker fanden übereinstimmend, dafs die Temperaturänderung der Lötstelle infolge jener eigentümlichen Wirkung, also b der Intensität des erregenden Stromes proportional, dafs also $b = B\,.\,J$ ist, während $a = A\,.\,J^2$ ist, wenn B und A Konstante, J die Intensität des erregenden Stromes bedeutet. Geht der Strom vom Wismut zum Antimon, so folgt, dafs die Temperaturänderung der Lötstelle ist

$$t = A\,.\,J^2 - B\,.\,J.$$

Ist nun

$$A\,.\,J^2 = B\,.\,J; \qquad J = \frac{B}{A},$$

---

1) *von Quintus Icilius*, Poggend. Ann. Bd. LXXXIX.

2) *Frankenheim*, Poggend. Ann. Bd. XCI. Man sehe auch *von Waltenhofen*, Berichte der Wiener Akad. Bd. LXXV.

Digitized by Google

so ist die Temperaturänderung gleich 0, die Lötstelle wird weder erwärmt, noch abgekühlt; ist J kleiner, so wird t negativ, da das erste Glied dann rascher abnimmt als das zweite, ist J gröfser, so wird t positiv, die Lötstelle also erwärmt.

In etwas anderer Weise hat später Edlund[1]) die Temperaturänderungen der Lötstellen untersucht, indem er einen dem Riessschen Luftthermometer ähnlichen Apparat dazu benutzte. In das die Kugel des Luftthermometers vertretende kupferne Gefäfs waren isoliert die zusammengelöteten Drähte eingeführt, so dafs die Lötstelle sich in der Mitte des Gefäfses befand. Von dem kupfernen Gefäfs ging eine Röhre aus, welche, nachdem man sich überzeugt hatte, dafs die Drähte luftdicht in das Gefäfs eingeführt waren, durch einen Kautschukschlauch mit einem Flüssigkeitsreservoir verbunden wurde, so dafs man durch Heben und Senken des Reservoirs die Flüssigkeit in der von dem Kupfergefäfs ausgehenden Glasröhre an eine bestimmte Stelle bringen konnte. Um das Gefäfs des Luftthermometers von den Temperaturschwankungen der Umgebung unabhängig zu machen, war dasselbe von einem doppelwandigen Zinkgefäfse umgeben, zwischen dessen Wänden sich etwa 5 Liter Wasser befanden.

Bei den Versuchen wurde zunächst der Strom in der einen Richtung durch die Lötstelle so lange hindurch gesandt, bis die Temperatur des Luftthermometers konstant wurde, bis dasselbe also soviel Wärme an die Umgebung abgab, als es von dem Drahte erhielt. Da die Temperaturerhöhung des Luftthermometers immer nur eine geringe war, so war die Wärmeabgabe nach aufsen der Temperaturerhöhung des Luftthermometers proportional, somit war auch die in dem Drahte in der Zeiteinheit entwickelte Wärmemenge, welche der ausgestrahlten gleich ist, der Temperaturerhöhung des Luftthermometers proportional.

Ist demnach die an einer Skala der Röhre des Luftthermometers beobachtete Depression der Flüssigkeit gleich $A + a$ Skalenteile, und w die in der Zeiteinheit entwickelte Wärmemenge, so ist

$$A + a = k \,.\, w,$$

worin k irgend eine Konstante bedeutet. Die Wärmemenge w rührt her einmal von der nach dem Jouleschen Gesetze in dem Drahte und dann von der an der Lötstelle entwickelten; erstere ist dem Quadrate der Stromstärke, letztere der Stromstärke proportional, so dafs wir setzen können

$$w = m \,.\, J^2 + n \,.\, J$$

und damit

$$A + a = km \,.\, J^2 + kn J = M \,.\, J^2 + NJ.$$

Darauf wird der Strom in entgegengesetzter Richtung durch das Luftthermometer gesandt, wobei sich die entwickelte Wärmemenge von der vorigen nur dadurch unterscheidet, dafs jetzt an der Lötstelle genau so viel Wärme verbraucht wird, wie vorher dort entwickelt wurde. Ist deshalb jetzt die beobachtete Depression $A + a'$, so ist

$$A + a' = MJ^2 - NJ,$$

1) *Edlund*, Poggend. Ann. Bd. CXI.

Digitized by Google

und aus beiden Beobachtungen

$$\frac{a - a'}{2} = NJ.$$

Ist demnach der Satz richtig, dafs die Temperaturänderung, respektive die in der Lötstelle entwickelte oder verbrauchte Wärmemenge der Stromstärke proportional ist, so mufs die Differenz der bei beiden Stromrichtungen beobachteten Depressionen der Stromstärke proportional sein. Es zeigte sich das bei allen Versuchen bestätigt, wie folgende Zahlen zeigen. Die Stromstärken sind an der Tangentenbussole gemessen, sie sind also den Tangenten der unter der Rubrik Stromstärken angegebenen Winkel proportional.

1) Kupfer und Eisen. Geht der Strom vom Kupfer zum Eisen, so wird die Lötstelle abgekühlt.

Stromstärke	$a - a'$	
v	beobachtet	berechnet
45^0	19,4	19,8
$44^0\ 6'$	18,6	19,2
$32^0\ 30'$	12,9	12,6
$31^0\ 25'$	12,5	12,1.

Die berechneten Werte sind nach der Gleichung

$$a - a' = 19{,}82 \text{ tang } v$$

erhalten. Mit einer andern Sperrflüssigkeit, welche ein etwas gröfseres specifisches Gewicht hatte, fand Edlund

$$a - a' = 17{,}83 \text{ tang } v.$$

2) Platin-Kupfer. Geht der Strom vom Platin zum Kupfer, so tritt Abkühlung der Lötstelle ein,

$$a - a' = 7{,}37 \text{ tang } v.$$

3) Neusilber-Kupfer. Abkühlung, wenn der Strom vom Neusilber zum Kupfer geht,

$$a - a' = 15{,}57 \text{ tang } v.$$

4) Wismut-Kupfer. Abkühlung, wenn der Strom vom Wismut zum Kupfer geht,

$$a - a' = 141{,}3 \text{ tang } v.$$

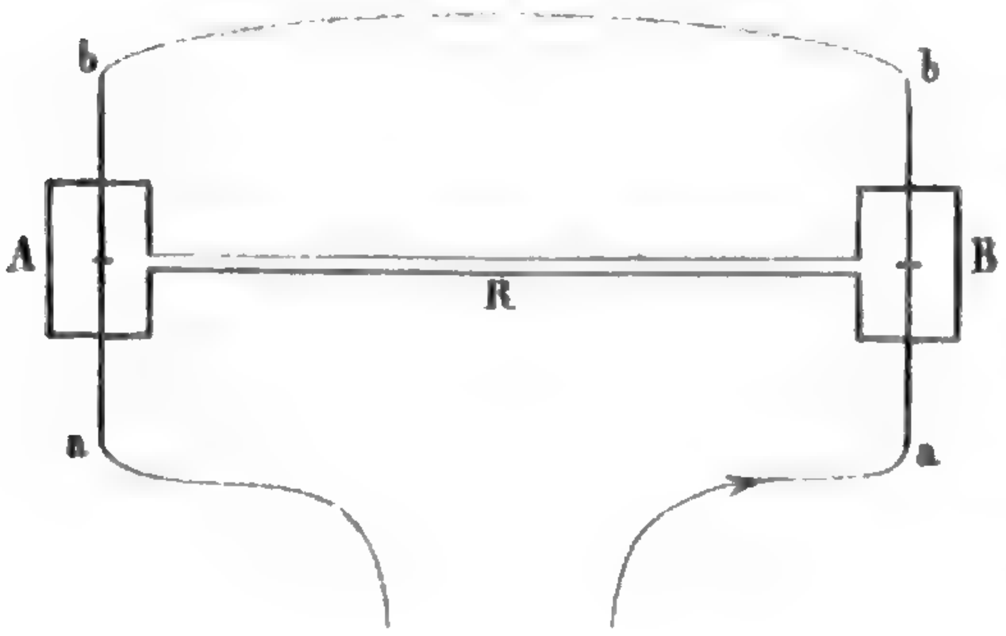
In einer spätern Arbeit hat Edlund[1]) für eine noch gröfsere Anzahl von Kombinationen die Temperaturänderungen bestimmt und dabei eine noch genauere Methode angewandt. Dieselbe unterschied sich von der vorhin angewandten dadurch, dafs er anstatt des früheren einfachen Luftthermometers ein Differentialthermometer benutzte. Das Schema des Versuches zeigt Fig. 167. Zwei thermometrische Gefäfse, jedes im wesentlichen so angeordnet, wie das vorhin beschriebene Luftthermometer, wurden durch eine enge mit einer Skala versehene Röhre in Verbindung gesetzt. In der Röhre befand sich ein Flüssigkeitsindex, der wenn Druck und Temperatur

1) *Edlund*, Poggend. Ann. Bd. CXLIII.

Digitized by Google

der in A und B eingeschlossenen Luft ganz gleich waren, sich in der Mitte der Skala befinde. In jedes der beiden Gefäſse A und B wurde luftdicht eine Kombination von zwei zu untersuchenden Drähten a und b eingesetzt, so daſs sich die Lötstelle etwa in der Mitte der Gefäſse befand. Dann wurden die Enden bb mit einander, die Enden aa mit den Polen einer Batterie verbunden. Wenn man dann einen Strom etwa in der Richtung der Pfeilspitze, also in dem Gefäſse B von a durch die Lötstelle zu b, dagegen in A von b durch die Lötstelle nach a gehen läſst, so kann, vorausgesetzt, daſs die beiden Drahtkombinationen ab im übrigen ganz gleich sind, eine Temperaturverschiedenheit in den beiden Gefäſsen A und B nur dadurch eintreten, daſs in dem einen derselben eine Abkühlung der Lötstelle, in dem andern eine Erwärmung derselben eintritt, denn die durch den Strom nach dem Jouleschen Gesetz entwickelte Wärmemenge ist in dem Falle in den beiden Drähten ab ganz gleich. Die durch die Temperaturdifferenz bewirkte Verschiebung des Index in der Röhre R giebt also sofort die Abkühlung an der einen, die Erwärmung an der andern Lötstelle an, und ist der Temperaturdifferenz der Lötstellen proportional zu setzen.

Fig. 167.



Ist die volle Gleichheit der Drähte nicht erreicht, so kann auch durch die Erwärmung nach dem Jouleschen Gesetze eine Temperaturdifferenz eintreten. Diese ist indes, da sie von der Richtung des Stromes unabhängig ist, leicht zu eliminieren. Man hat nur bei einem zweiten Versuche den Strom in entgegengesetzter Richtung zu leiten. War vorher die Lötstelle in B erwärmt, in A abgekühlt, so findet jetzt das Umgekehrte statt. Die Verschiebung muſs deshalb jetzt die entgegengesetzte und, wenn keine Ungleichheit der Drähte vorhanden ist, der vorher beobachteten gleich sein. Sind die Drähte nicht gleich, so wird jetzt die Verschiebung des Index eine andere, dann ist aber die halbe Summe der beiden beobachteten Verschiebungen jene, welche ohne Ungleichheit der Drähte stattgefunden haben würde; denn war die erste Verschiebung durch direkte Erwärmung der Drähte zu groſs, so ist die zweite genau um denselben Betrag zu klein.

Wegen der genauern Anordnung des Apparates und der vielen von Edlund angewandten Vorsichtsmaſsregeln müssen wir auf die Abhandlung Edlunds verweisen. Die erhaltenen Zahlen werden wir sofort in einer Tabelle zusammenstellen.

Edlund hat von denselben Drahtkombinationen, bei denen er die Temperaturänderungen der Lötstellen untersuchte, auch die elektromotorischen Kräfte bestimmt, indem er die von denselben bei einer Temperaturdifferenz von 10^0 gelieferten Stromstärken und ausserdem die in ihnen vorhandenen Leitungswiderstände bestimmte.

Digitized by Google

Folgende Tabelle stellt die von Edlund erhaltenen Werte zusammen, und zwar unter α die Temperaturänderungen, wenn der Strom von Kupfer zu dem in der ersten Kolumne angeführten Metalle durch die Lötstelle geht, Temperaturerhöhung ist mit dem positiven, Temperaturerniedrigung mit dem negativen Vorzeichen versehen. Die Temperaturänderungen gelten für die bei allen gleiche von Edlund willkürlich gewählte Einheit der Stromstärke; die Angaben sind in einem ebenfalls willkürlichen Mafse. Unter e sind die thermoelektromotorischen Kräfte derselben Kombination, also von Kupfer mit den in der ersten Kolumne angegebenen Metallen bei einer Temperaturdifferenz von 10° (eine Lötstelle 10°, die andere 20°) angegeben; die letzte Kolumne enthält die Quotienten $\frac{e}{\alpha}$.

	α	e	$\frac{e}{\alpha}$
Eisen	— 130,99	146,18	1,12
Kadmium	— 6,88	9,79	1,42
Zink	— 0,34	0,76	2,24
Kupfer	0,00	0,00	—
Silber	+ 1,29	1,89	1,47
Gold	+ 14,76	23,92	1,62
Blei	+ 22,20	27,27	1,23
Zinn	+ 24,71	38,84	1,57
Aluminium	+ 30,77	42,15	1,37
Platin	+ 45,03	58,41	1,30
Palladium	+ 96,23	115,04	1,20
Wismut	+ 783,10	835,10	1,07.

Die letzte Kolumne zeigt, dafs die Temperaturänderungen an den Lötstellen einerseits und die Gröfse der elektromotorischen Kräfte andererseits einander annähernd proportional sind; die Abweichung von dieser annähernden Proportionalität beim Kupferzink ist ohne Bedeutung, da dort sowohl α als e so klein sind, dafs sie nicht mehr mit Sicherheit beobachtet werden können. Aufserdem weichen ziemlich bedeutend Kupfer-Eisen und Kupfer-Wismut von der Proportionalität ab, bei beiden ist α relativ zu grofs[1]).

Die an einer Lötstelle eintretende Temperaturänderung ist der dort entwickelten oder verbrauchten Wärme direkt proportional zu setzen, so dafs sich aus den Versuchen Edlunds ebenfalls der Schlufs ergeben würde, dafs die thermoelektrische Kraft bei Erwärmung der Lötstellen verschiedener Metallkombinationen den bei gleichen Stromstärken für den Durchtritt des Stromes durch die Lötstellen verbrauchten Wärmemengen in derselben Weise annähernd proportional ist.

Diese annähernde Proportionalität der bei dem Durchgange durch eine Lötstelle verbrauchten Wärmemenge und der thermoelektromotorischen Kraft bei Erwärmung der betreffenden Lötstelle hat Le Roux[2]) direkt nachgewiesen, indem er die an den Lötstellen verbrauchten Wärmemengen bei dem Durchtritt des Stromes direkt mafs.

1) Man sehe auch die zu gleichem Resultate führenden Versuche *Sundells*, Poggend. Ann. Bd. CXLIX.

2) *Le Roux*, Annales de chim. et de phys. IV. Série. T. X.

Zu dem Zwecke wurden die Metalle in die Form von Hufeisen gebracht, mit genau gleich langen und gleich dicken Schenkeln; an das untere Ende jedes der Schenkel wurden möglichst identische Kupferstreifen gelötet, an welche die zur Batterie führenden Drähte befestigt wurden. Die beiden Schenkel des hufeisenförmigen Metalles tauchten jeder in ein kleines Kalorimeter von vergoldetem Kupfer, welches 120 Gramm Wasser enthielt. Die kleinen Kalorimeter waren gegen Abgabe von Wärme durch Leitung und Strahlung ganz in der Weise wie bei Untersuchung specifischer Wärmen geschützt. In dieselben tauchten feine Thermometer und ein Rührer bewirkte, dafs die Temperatur des Wassers überall die gleiche war.

Der von der Batterie herkommende Strom trat in dem einen Kalorimeter aus dem Kupfer in das Metall des Hufeisens, in dem andern aus letzterm in Kupfer über; trat an der erstern Lötstelle ein Wärmeverbrauch ein, so an der andern eine Wärmeentwicklung, das eine Kalorimeter erhielt also die Differenz der nach dem Jouleschen Gesetze entwickelten Wärme w_1 und der an der Lötstelle verbrauchten q, das andere die Summe der nach dem Jouleschen Gesetze und der an der Lötstelle entwickelten; bezeichnen wir erstere, um eine mögliche Ungleichheit in den Schenkeln des Hufeisens und der angelöteten Kupferstreifen zu berücksichtigen mit w_2, und ist die Temperaturerhöhung des ersten Kalorimeters t_1, des zweiten t_2, der Wasserwert des ersten Kalorimeters m_1, des zweiten m_2, so ist

$$w_1 - q = m_1 t_1$$
$$w_2 + q = m_2 t_2$$

somit

$$w_2 - w_1 + 2q = m_2 t_2 - m_1 t_1 .$$

Zur Elimination von w_2 und w_1 wird dann der Strom genau so lange und von genau derselben Stärke in entgegengesetzter Richtung durch die Kalorimeter geführt, dann erhält das erstere $w_1 + q$, das zweite $w_2 - q$; sind in dem Falle die Temperaturerhöhungen der Kalorimeter t'_1 und t'_2, so ist

$$w_1 + q = m_1 t'_1$$
$$w_2 - q = m_2 t'_2$$
$$w_1 - w_2 + 2q = m_1 t'_1 - m_2 t'_2$$

und schliefslich

$$q = \tfrac{1}{4} \{ m_1 (t'_1 - t_1) + m_2 (t_2 - t'_2) \}$$

die an einer Lötstelle bei dem Durchtritte des Stromes entwickelte oder verbrauchte Wärmemenge.

Folgende Tabelle enthält die aus den Versuchen abgeleiteten an den Lötstellen entwickelten oder verbrauchten Wärmemengen q, wenn der Strom eine Minute lang durch die Lötstelle von Kupfer zu den in der ersten Kolumne angeführten Metallen ging. Der angewandte Strom hatte eine solche Stärke, dafs er einem Zinkverbrauch von 1,349 Gramm für die Minute in der Daniellschen Kette entsprach. Dabei werden nach den Zahlen von Thomsen im § 92 in der Kette 1038 Wärmeeinheiten entwickelt, also zur Unterhaltung dieses Stromes in der Minute verbraucht.

Digitized by Google

Die dritte Kolumne enthält unter $\frac{q}{e}$ das Verhältnis der bei dem Durchtritt dieses Stromes durch die Lötstelle erzeugten oder verbrauchten Wärmemenge zu jener Wärmemenge, welche zur Unterhaltung des Stromes verbraucht wird. Die vierte Kolumne giebt die von Le Roux ebenfalls gemessenen thermoelektromotorischen Kräfte ε zwischen Kupfer und den in der ersten Kolumne angeführten Metallen, wenn die eine Lötstelle die Temperatur 25°, die andere 0° hat, in einer willkürlichen Einheit, und die letzte Kolumne giebt die Quotienten $\frac{q}{\varepsilon}$.

Tabelle der Versuche von Le Roux.

	q	$\frac{q}{e}$	ε	$\frac{q}{\varepsilon}$
Antimon (*a*)	— 14,5	0,0140	60	0,242
Antimon	— 5,4	0,0052	18	0,300
Eisen	— 2,8	0,0026	12,5	0,224
Kadmium	— 0,51	0,00050	2,2	0,232
Zink	— 0,43	0,0004	0,7	0,614 ?
Neusilber	+ 2,75	0,0027	11,7	0,235
Wismut, rein	+ 21,3	0,0205	81	0,263
Wismut (*b*)	+ 28,8	0,0277	113	0,255

Das Antimon (*a*) war eine Legierung aus 1 Äquivalent Antimon, 1 Äquivalent Kadmium und 0,2 des Gewichtes der Mischung Wismut; das andere war käufliches Antimon, das Wismut (*b*) bestand aus 10 Teilen Wismut und einem Teil Antimon. Die Temperatur der Lötstellen, bei denen diese Wärmewirkungen beobachtet wurden, war zwischen 25° und 30° C.

Die letzte Kolumne giebt, mit Ausnahme des beim Zink beobachteten Wertes, welcher wegen seiner geringen Gröfse nicht sicher zu beobachten ist, wieder deutlich die annähernde Proportionalität zwischen der entwickelten Wärme und der thermoelektromotorischen Kraft zu erkennen.

Le Roux hat gleichzeitig die Frage zu beantworten versucht, wie sich der Wärmeverbrauch bei dem Durchtritte des Stromes durch eine Lötstelle mit der Temperatur der Lötstelle ändert. Bei der grofsen Schwierigkeit dieser Versuche, welche die geringen durch die Ströme bewirkten Temperaturänderungen in verschiedenen Temperaturen zu messen verlangt, begnügte sich Le Roux damit, die Wärmemenge zu vergleichen, welche die Kombination Kupfer-Wismut bei 100° und bei 25° liefert. Die Wärmemenge ergab sich beträchtlich und zwar im Verhältnis von 3,95 zu 3,05, also 1,29 mal gröfser. Der Versuch beweist somit, dafs der Wärmeverbrauch bei dem Durchtritt eines Stromes durch die Lötstelle zweier Metalle von der Temperatur der Lötstelle wesentlich abhängig ist, und zwar dafs dieser Wärmeverbrauch oder die entsprechende Wärmeentwicklung mit steigender Temperatur beträchtlich zunimmt.

Da auch zwischen Metallen und Flüssigkeiten thermoelektrische Ströme erregt werden können, müssen auch bei dem Übertritt des Stromes aus Metallen in Flüssigkeiten oder umgekehrt Wärmewirkungen eintreten, welche dem Peltierschen Phänomen entsprechen. Die Beobachtung der-

Digitized by Google

selben ist wegen der chemischen Wirkungen bei dem Übertritt des Stromes aus Metallen in Flüssigkeiten und umgekehrt schwierig zu beobachten. Indes haben Bouty[1]) und Hoorweg[2]) die Wirkungen nachweisen können. Bouty benutzte zwei verkupferte in konzentrierte Lösungen von Kupfervitriol oder salpetersaurem Kupfer getauchte Thermometer als Elektroden, und fand, dafs an der Elektrode, aus welcher der Strom in die Flüssigkeit übertrat, Erwärmung, an der andern Abkühlung eintrat. Denn wie bei den Versuchen Frankenheims zeigte ersteres Thermometer eine Erwärmung, welche durch $BJ^2 + AJ$, das zweite eine solche, welche durch $BJ^2 - AJ$ gegeben war, wenn J die Stromstärke, A und B zwei Konstante waren. Auch bei Zinkelektroden in Zinksalzen und Kadmiumelektroden in Kadmiumsalzen zeigte sich das gleiche. Bouty sowohl wie Hoorweg kommen zu dem Resultate, dafs die Peltiersche Wärmewirkung der thermoelektromotorischen Kraft zwischen Metallen und Flüssigkeiten proportional ist.

Da Wild auch zwischen Flüssigkeiten thermoelektromotorische Wirkungen beobachtet hat, mufs sich auch dort das Peltiersche Phänomen zeigen. Wild[3]) und Dubois-Reymond[4]) konnten dasselbe indes dort nicht erkennen, Schulz-Sellack[5]) glaubte es dagegen bei dem Übertritt des Stromes aus Chlorkalciumlösung in Salmiak beobachtet zu haben, während Hoorweg[6]) zu dem Resultate kam, dafs die Temperaturänderung bei dem Übertritt aus Kupfervitriol in Schwefelsäure die entgegengesetzte sei, wie bei Metallen. Es trat also Erwärmung der Berührungsflächen ein, wo der Strom in gleichem Sinne hindurchtrat, wie er durch Erwärmung der Berührungsflächen erzeugt wurde. Die Beobachtungen sind indes bei den vielen störenden Umständen durchaus unsicher.

Die im Vorigen mitgeteilten Erfahrungen über die Änderung des Wärmezustandes der Lötstellen, wenn ein Strom durch dieselben hindurchtritt, müssen unsere Anschauung über die Natur der elektromotorischen Kraft, wie wir sie § 68 aufstellten, etwas modifizieren, wie das zuerst Clausius[7]) hervorgehoben hat, wir müssen nämlich annehmen, dafs bei der Bewegung der Elektricität an den Kontaktstellen heterogener Leiter die Wärme eine wesentliche Rolle spielt.

Um das zu übersehen, betrachten wir die Bewegung der Elektricität in den einzelnen Teilen des Stromkreises etwas genauer. Sei Fig. 168 AB der Teil des Stromkreises, in welchem sich die Quelle des Stromes, ein beliebiges Element, befindet, und seien V_1 und V_2 die Potentialwerte der freien Elektricität an den beiden Seiten der Quelle, also etwa an den Polen der Säule. In dem Stromkreise AMB fliefst dann die Elektricität von A über M nach B, also in der Richtung der abnehmenden Po-

1) *Bouty*, Comptes Rendus T. XC. p. 917 und p. 987. Journal de phys. T. IX.

2) *Hoorweg*, Wiedem. Ann. Bd. IX. S. 568 ff.

3) *Wild*, Poggend. Ann. Bd. CIII. S. 358.

4) *E. Dubois-Reymond*, Berliner Monatsberichte für 1856, 17. Juli.

5) *Schulz-Sellack*, Poggend. Ann. Bd. CXLI.

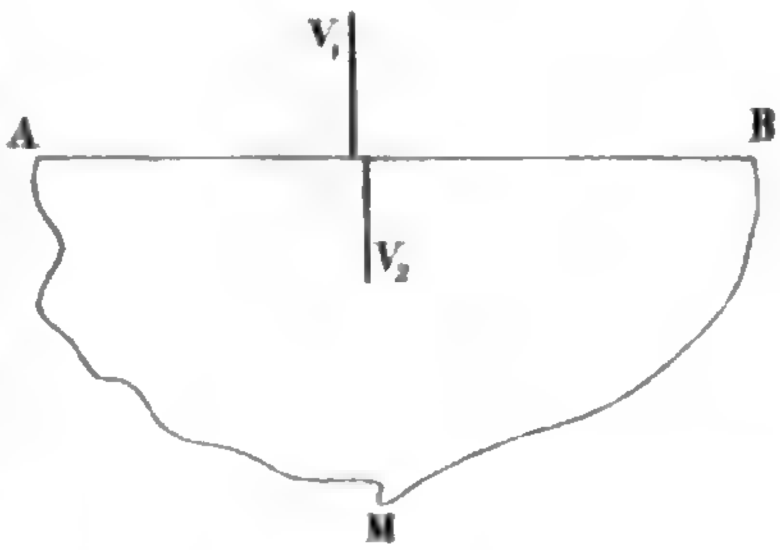
6) *Hoorweg* a. a. O. S. 574.

7) *Clausius*, Poggend. Ann. Bd. XC. Abhandlungen zur mechanischen Wärmetheorie. Abhdlg. XII.

Digitized by Google

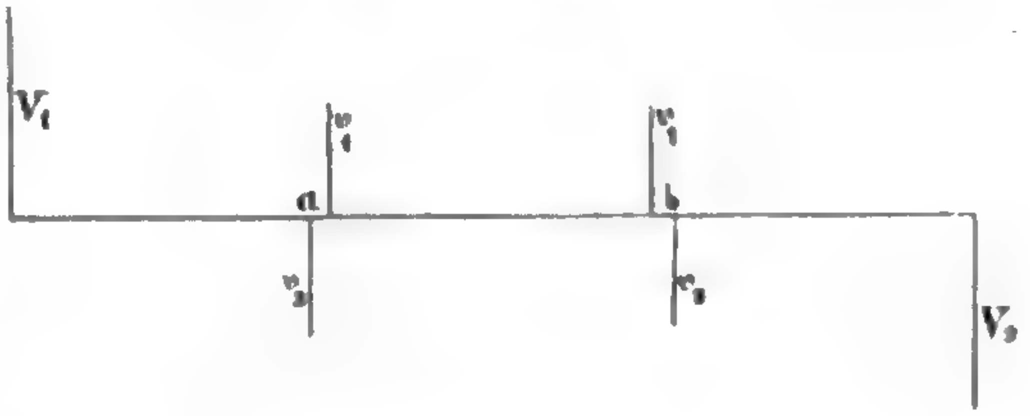
tentialwerte, durch die Quelle dagegen fliefst der Strom von dem tieferen zum höheren Potentialniveau. Um die Elektricität von dem tieferen in das höhere Niveau zu heben, mufs nach unseren früheren Sätzen eine Arbeit geleistet werden, welche dem Produkt aus der Differenz der Potentialniveaus in die Menge der bewegten Elektricität gleich ist. Wenn diese Arbeit nicht auf eine andere Weise geleistet wird, so mufs eine ihr entsprechende Wärmemenge verbraucht werden. Bei der Elektrisiermaschine, wo wir einen Strom von dem Konduktor zum Reibzeuge herstellen können, leisten wir die Arbeit, indem wir die Scheibe der Maschine drehen, bei der galvanischen Kombination dagegen wird die Arbeit durch die in dem Element verbrauchte Wärme geleistet, welche durch die in der Zelle stattfindenden chemischen Prozesse geliefert wird. Die dort in Arbeit umgesetzte Wärme wird in dem Stromkreise als Wärme wiedergewonnen. Wir können in dem Sinne die Elektricität mit einem Gewichte vergleichen, welches von einem tieferen Niveau auf ein höheres gehoben wird durch eine aufgewandte Arbeit, und welches dann dieselbe Arbeit wieder leistet, wenn es mit ganz gleichförmiger Geschwindigkeit wieder zu dem tieferen Niveau herabsinkt, dort wieder gehoben wird und so fort.

Fig. 168.



Denken wir uns jetzt in dem Stromkreise, der Fig. 169 V_1 V_2 in einer geraden Linie dargestellt sei, an einer Stelle, ab, einen Draht eingeschaltet, so dafs in a und b elektromotorische Kräfte vorhanden sind, welche bei a in demselben, bei b in entgegengesetztem Sinne wirken wie die den Strom erzeugenden. Eine Änderung des Gefälles und somit eine Änderung der Stromstärken kann, wie wir wissen, dadurch nicht eintreten. Da aber sowohl bei a wie bei b eine Differenz des Potentialniveaus vorhanden ist, derart, dafs bei a ein Steigen, bei b ein Sinken derselben eintritt, so scheint es auf den ersten Blick, dafs bei den von dem Strom durchflossenen Berührungsstellen eine ebensolche Arbeit geleistet respektive bei b gewonnen werden mufs, wie in der Quelle des Stromes. In der That schliefst Edlund[1]) in dieser Weise und glaubt deshalb, dafs in a ein der elektromotorischen Kraft bei der Berührung der Metalle proportionaler Wärmeverbrauch, in b ein ebensolcher Wärmegewinn eintreten müsse. Das Irrige dieser Schlufsweise ist aber schon früher von Clausius nachgewiesen worden,

Fig 169.



1) *Edlund,* Poggend. Ann. Bd. CXXXVII.

Digitized by Google

indem er zeigte, daſs beim Durchgange des Stromes durch eine Berührungsstelle zweier Leiter nur in dem Maſse Arbeit verbraucht oder gewonnen werden kann, als ein Aufwand von Arbeit erforderlich ist, um die elektrische Differenz in der Berührungstelle zu erzeugen.

Denken wir uns nämlich zunächst die Berührungsstellen von keinem Strome durchflossen, so halten sich die dort thätigen Kräfte gerade das Gleichgewicht. Das eine Metall zieht, nach der im §. 68 dargelegten Auffassung der elektromotorischen Kraft die positive, das andere die negative Elektricität stärker an, es findet daher an beiden Seiten der Berührungsfläche eine Anhäufung der Elektricität, auf dem einen Metall der positiven, auf dem anderen der negativen Elektricität statt. Diese Anhäufung geht soweit, bis die elektrische Anziehung der geschiedenen Elektricitäten der Differenz der molekularen Anziehungen gerade gleich geworden ist. Flieſst nun durch die Berührungsstelle ein Strom, so wird dadurch in der Übergangsschicht die gegenseitige Anziehung der Elektricitäten verkleinert oder vergröſsert, indem entweder, wie bei *a*, eine kleine Verminderung oder, wie bei *b*, eine kleine Vermehrung der Differenz der Potentialniveaus eintritt. Die molekularen Anziehungen bleiben ungeändert dieselben; es muſs deshalb ein in der Übergangsschicht befindliches elektrisches Teilchen jetzt entweder der einen oder der andern Kraft Folge leisten. Haben wir es aber in den Berührungsstellen nur mit molekularen Anziehungen zu thun, so kann in der Übergangsschicht kein anderer Gewinn oder Verlust an Arbeit stattfinden, wie in jedem anderen Querschnitt des Leiters. Denn das Verhältnis ist dort ganz dasselbe, wie wenn auch während des Stromes die im Gleichgewichtszustande wirksamen entgegengesetzt gleichen Kräfte ganz unverändert geblieben, dazu aber als dritte eine kleine elektrische Kraft hinzugekommen wäre, welche in der Richtung des Stromes wirkt und gerade dazu hinreicht, um den in der Übergangsschicht vorhandenen Leitungswiderstand zu überwinden. Diese Kraft ist ganz dieselbe, welche in jeder einen gleichen Widerstand bietenden Schicht des Leiters aufgewandt werden muſs, somit kann auch die darin geleistete Arbeit oder die entwickelte Wärmemenge keine andere sein als in jedem anderen Querschnitte des Leiters.

Anders aber, wenn die Differenz der Potentialniveaus nicht lediglich durch molekulare Anziehungen bedingt ist, wenn die elektrische Differenz an den Berührungsstellen zum Teil durch eine Arbeit der Wärme hervorgebracht wird, welche entweder in demselben oder in entgegengesetztem Sinne wie die molekularen Anziehungen die Elektricitäten in den verschiedenen Metallen anhäuft. Hat sich dann an einer Berührungsstelle der Gleichgewichtszustand, also eine bestimmte Differenz der Potentialniveaus hergestellt, so kann keine Arbeit der Wärme mehr stattfinden, da dann die elektrischen Anziehungen den entgegengesetzten molekularen Anziehungen und dem Bestreben der Wärme, die Elektricitäten zu trennen, das Gleichgewicht halten. Setzen wir voraus, die Wärme suche die Elektricitäten zu trennen, wie die molekularen Anziehungen, so wird, wenn durch irgend einen Umstand die Differenz der Potentialniveaus vermindert wird, sofort durch die Wärmebewegung an der Stelle eine Scheidung der Elektricitäten eintreten, die Wärme muſs somit eine Arbeit leisten, und es muſs an der Stelle, wo diese Arbeit geleistet wird, ein Verbrauch von

Digitized by Google

Wärme eintreten. Wird dagegen die Differenz der Potentialniveaus vergrößert, so muß eine Ausgleichung der Elektricitäten in der Übergangsschicht, und damit ein Gewinn von Arbeit und somit von Wärme eintreten, der genau so groß ist als der zur Trennung einer gleichen Elektricitätsmenge notwendige Verbrauch von Wärme. Beide Wirkungen müssen an den Enden eines in eine Leitung eingeschalteten Drahtes eintreten, an der einen Seite wird durch den Strom die Differenz der Potentialniveaus vermindert, an der anderen Seite erhöht, und deshalb muß an der einen Stelle eine Temperaturerhöhung, an der anderen Seite eine Temperaturerniedrigung eintreten.

Ich habe an einer anderen Stelle[1]) zur Erläuterung dieser Vorgänge auf eine analoge Bewegungserscheinung hingewiesen, ich setze diese Erläuterung auch hierher, da sie mir in der That ein Bild des Vorganges zu liefern scheint. Denken wir uns, aus der Seitenwand eines mit Wasser gefüllten Gefäßes führe ein kapillares Rohr zunächst horizontal, dann vertikal aufwärts, dann wieder horizontal in ein zweites Wassergefäß. Von dem letzteren wollen wir annehmen, es habe einen so engen Durchmesser, daß in demselben das Niveau des Wassers, das durch das Kapillarrohr mit dem des ersten in Verbindung steht, im Gleichgewichtszustand um einen gewissen Betrag höher stehe als im ersten Gefäß, und der vertikale Teil des Kapillarrohres sei kürzer als diese Niveaudifferenz. Der Gleichgewichtszustand ist unter dieser Voraussetzung der, daß das ganze Kapillarrohr mit Wasser gefüllt ist, und daß im zweiten Gefäße das Wasser höher steht als im ersten, in dem Maße als es durch die geringere Oberflächenspannung im zweiten Gefäße bedingt ist. Jetzt werde auf das Wasser des ersten Gefäßes ein Druck ausgeübt. Derselbe bewirkt eine Strömung des Wassers nach dem zweiten Gefäße hin und der Strom wird bei konstantem Drucke konstant, wenn wir dafür sorgen, daß aus dem zweiten Gefäße in jedem Momente das zufließende Wasser fortgenommen wird. Trotzdem in dem vertikalen Teile des die beiden Gefäße verbindenden Rohres das Wasser aufsteigt, wird in demselben nicht mehr Arbeit geleistet als in jedem horizontalen Stück gleicher Länge, weil die Wassersäule durch die Differenz der Oberflächenspannungen getragen wird; es wird in dem vertikalen wie in dem horizontalen Teile des Rohres nur die zur Überwindung der Reibung erforderliche Arbeit geleistet. Die zu leistende Arbeit ist also im ganzen auch die gleiche, wie wenn das Verbindungsrohr ganz horizontal wäre.

Dieser Fall entspricht der Voraussetzung, daß es nur die molekularen Kräfte in der Berührungsfläche sind, welche die elektrischen Differenzen bewirken, es sind nur die molekularen Kräfte, welche die Niveaudifferenz in den Gefäßen, den sich berührenden Metallen erhalten.

Nun setzen wir voraus, der vertikale Teil des Verbindungsrohres der beiden Gefäße sei länger, als es der Differenz der Oberflächenspannung in den beiden Gefäßen entspricht. Damit ein Gleichgewichtszustand sich ausbilde, bei welchem das Verbindungsrohr und ein Teil des zweiten Gefäßes wie vorhin mit Flüssigkeit gefüllt ist, muß auf der Oberfläche des

1) *Wüllners* Compendium der Physik Bd. II. S. 499. Leipzig, B. G. Teubner, 1879.

Digitized by Google

Wassers im ersten Gefäfse ein gewisser Druck wirken; dieser hebt das Wasser durch das Verbindungsrohr und in das zweite Gefäfs so weit, bis die Niveaudifferenz dem ausgeübten Drucke entspricht. Wird dieser Druck verstärkt, so tritt ein Strom ein, und derselbe wird bei konstantem Drucke wieder konstant, wenn dafür gesorgt wird, dafs in dem zweiten Gefäfse das Niveau konstant bleibt. Jetzt wird durch die von dem Drucke geleistete Arbeit in dem vertikalen Teile des Rohres nicht nur die Flüssigkeitsreibung überwunden, sondern auch die Flüssigkeit gehoben, es wird also dort mehr Arbeit geleistet als in einem Stücke des horizontalen Rohres gleicher Länge.

Dieser Fall entspricht unserer modifizierten Anschauung von der Natur der elektromotorischen Kraft, es ist ein gewisser Druck nötig, um die Niveaudifferenz auf einer gewissen Höhe zu halten, und diese Höhe hängt ab von der Gröfse des Druckes; die Arbeit des Druckes ist es, welche das Wasser zum Teil auf das höhere Niveau hinüberführt.

Es ergiebt sich somit aus diesen Überlegungen, dafs wenn ein elektrischer Strom nach der Richtung durch die Berührungsstelle zweier Leiter geht, nach welcher durch die Arbeit der Wärme die positive Elektricität getrieben wird, dafs dann stets ein Wärmeverbrauch eintreten mufs. Tritt er nach entgegengesetzter Richtung ein, so mufs Wärme gewonnen werden. Es ist das gerade wie in unserem Bilde, eine Strömung des Wassers in dem Sinne, wie durch den Druck die Niveaudifferenz erhalten wird, verlangt die zur Hebung des Wassers erforderliche Arbeit, ein Strom im entgegengesetzten Sinne gewinnt die durch das Niedersinken des Wassers geleistete Arbeit.

An welcher Stelle die Temperatur erhöht, an welcher sie erniedrigt wird, ergiebt sich aus der Richtung der Thermoströme bei Erwärmung der Berührungsstellen, indem diese uns zeigen, in welcher Richtung die Arbeit der Wärme die Elektricitäten zu trennen sucht. Denn wenn die Wärme überhaupt eine derartige Arbeit leistet, so mufs mit der Lebhaftigkeit der Wärmebewegung, also mit steigender Temperatur das Bestreben der Wärme, die Elektricitäten zu trennen, zunehmen, es mufs also an der wärmeren von zwei Berührungsstellen eine gröfsere Menge von Elektricität geschieden werden als an der kälteren, und somit der Thermostrom entstehen. Da nun die Richtung des Thermostromes jene ist, nach welcher in einer Berührungsfläche die Elektricität durch die Wärme getrieben wird, so mufs nach dem Vorigen ein Strom, welcher in der Richtung des durch eine Erwärmung erzeugten Thermostromes durch eine Berührungsstelle hindurchgeht, die Berührungsstelle abkühlen, ein entgegengesetzter mufs sie erwärmen.

Aus dieser Entwicklung ergiebt sich, dafs in der Berührungsschicht zweier verschiedener Leiter bei dem Durchgange des Stromes nur in dem Mafse Arbeit geleistet oder gewonnen werden kann, als zur Herstellung einer bestimmten Differenz der Potentialniveaus die Leistung einer Arbeit notwendig ist. Demnach kann die im Peltierschen Phänomen entwickelte oder verbrauchte Wärme nicht der elektromotorischen Kraft bei dem Kontakte zweier Metalle, sie mufs vielmehr der thermoelektromotorischen Kraft proportional sein, wie es die Versuche von Le Roux, Edlund, Sundell und Bouty gezeigt haben.

Digitized by Google

Die von dem Strome in der Berührungsstelle zu leistende respektive zu gewinnende Arbeit ergiebt sich aus dem im vorigen Paragraphen ganz allgemein bewiesenen Satze, dafs die im Leiter zwischen zwei Querschnitten durch den Strom zu leistende Arbeit gleich ist der Differenz der Potentialniveaus multipliziert mit der durch den Leiter fliefsenden Elektricität. Nennen wir deshalb die durch die Arbeit der Wärme bedingte Differenz der Potentialniveaus $\mp e$, wobei das negative Vorzeichen gilt, wenn das in der Richtung des Stromes zweite Potentialniveau höher ist als das erste, und J die Stromstärke, sonach kJ die in der Zeiteinheit durch jeden Querschnitt fliefsende Elektricitätsmenge, so ist die in der Berührungsfläche vom Strome zu leistende Arbeit

$$L = \pm kJe,$$

somit die verbrauchte Wärmemenge

$$W = \pm AkJe,$$

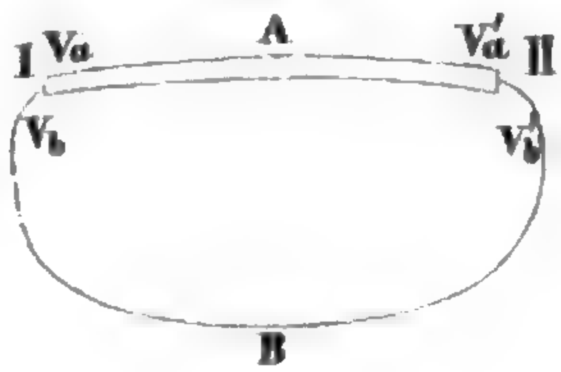
wenn A wie immer den Wärmewert der Arbeitseinheit bedeutet. Da wir hier die von dem Strome zu leistende Arbeit angeben, bedeutet das positive Vorzeichen Wärmeverbrauch, das negative Wärmegewinn.

Es ergiebt sich somit in Übereinstimmung mit den Versuchen, dafs die in der Übergangsschicht verbrauchte oder gewonnene Wärme, somit auch die stattfindende Abkühlung oder Erwärmung der Lötstelle, der Stromstärke proportional sein mufs.

§. 95.

Theorie der Thermoströme. Die im vorigen Paragraphen entwickelte Theorie des Peltierschen Phänomens schliefst gleichzeitig diejenige der Thermoströme in sich.

Fig. 170.



Seien A, B Fig. 170 zwei Metalle und seien auf A die Potentialniveaus an der Lötstelle I V_a, bei II V_a', auf B an der Lötstelle I V_b, an II V_b', und seien die Widerstände in A gleich l_a, in B gleich l_b, so ist nach dem Ohmschen Gesetze die Stromstärke oder die durch jeden Querschnitt des Leiters in der Zeiteinheit fliefsende Elektricitätsmenge in A

$$i = \frac{V_a - V_a'}{l_a};$$

in B ist sie

$$i = \frac{V_b' - V_b}{l_b}.$$

Da die beiden Werte i, weil es sich um einen geschlossenen Strom handelt, dieselben sind, so ist auch

$$i = \frac{V_a - V_a' + V_b' - V_b}{l_a + l_b} = \frac{(V_b' - V_a') - (V_b - V_a)}{l_a + l_b}.$$

Bezeichnen wir die von der Arbeit der Wärme bedingten Differenzen der

Digitized by Google

Potentialniveaus mit e' und e, die nur durch die molekularen Anziehungen bedingten mit E, welche an beiden Berührungsstellen dieselbe ist, so ist

$$V_b' - V_a' = E + e', \quad V_b - V_a = E + e,$$

somit

$$i = \frac{e' - e}{l_a + l_b} = \frac{e' - e}{L}.$$

Sind die Temperaturen an beiden Lötstellen dieselben, so ist $e = e'$, es kann kein Strom vorhanden sein. In welcher Weise sich die Stromstärke mit der Temperatur ändern mufs, das läfst sich durch Anwendung des zweiten Hauptsatzes der mechanischen Wärmetheorie ableiten[1]).

An der Lötstelle II mufs bei der vorausgesetzten Richtung des Stromes, von II über B nach I Arbeit geleistet werden, welche die Elektricität um die Differenz der Potentialniveaus e hebt, es mufs deshalb dort aus einer Wärmequelle stetig Wärme zugeführt werden und zwar die Wärmemenge

$$Q_2 = A \,.\, e' \,.\, i.$$

Da bei der Lötstelle I ein Sinken der Potentialniveaus eintritt, so wird dort Arbeit gewonnen, also Wärme frei, welche, wenn der Strom konstant sein soll, abgeführt werden mufs, so dafs sich die Temperatur der Lötstelle nicht ändert. Die abzuführende Wärmemenge ist

$$Q_1 = A \,.\, e \,.\, i.$$

Die Differenz dieser beiden Wärmemengen ist in elektrische Arbeit verwandelt worden, respektive in dem Stromkreise selbst als Arbeit wieder gewonnen.

Wir sehen also auch hier den in der Wärmelehre überall bestätigten Satz, dafs bei der Umsetzung von Wärme in Arbeit ein Übergang von Wärme von einem wärmern zum kältern Körper stattfinden mufs. Nach dem zweiten Hauptsatze beträgt die umgesetzte Wärmemenge einen von der Temperaturdifferenz der beiden Körper und der absoluten Temperatur derselben abhängigen Bruchteil der übergeführten Wärme, so dafs (Bd. III. S. 413 ff.)

$$\frac{Q_2 - Q_1}{Q_1} = \frac{T_2 - T_1}{T_1},$$

wenn wir mit T_2 und T_1 die Temperaturen der Lötstellen, dieselben gerechnet von dem absoluten Nullpunkte der Temperatur bezeichnen. Setzen wir für Q_1 und Q_2 ihre Werte ein, so folgt daraus

$$\frac{e' - e}{e} = \frac{T_2 - T_1}{T_1}.$$

Nehmen wir an, die eine Lötstelle habe eine beliebige Temperatur T und die andere die unendlich wenig höhere $T + dT$, so werden wir ebenfalls für e' setzen können $e' = e + de$, und damit erhalten wir

$$\frac{de}{e} = \frac{dT}{T},$$

1) *Clausius*, Poggend. Ann. Bd. XC. Abhandlungen zur mechan. Wärmetheorie. Abhdlg. XII.

Digitized by Google

oder der Quotient aus dem unendlich kleinen Zuwachs de der elektromotorischen Kraft e, wenn die Temperatur um dT zunimmt und der Kraft selbst ist gleich dem Quotienten aus dem Zuwachs der Temperatur und der Temperatur T, bei welcher die elektromotorische Kraft gleich e ist. Wie die Integralrechnung lehrt, ist die daraus sich ergebende Beziehung zwischen e und T

$$\log e = \log T + \text{const.},$$

oder wenn wir die Konstante gleich $\log p$ setzen

$$\log e = \log (p \,.\, T)$$

$$e = p \,.\, T$$

oder der von der Temperatur abhängige Teil der elektromotorischen Kraft ist der absoluten Temperatur der Berührungsstellen proportional.

Die vorhin entwickelte Theorie des Peltierschen Phänomens gab zwischen der bei dem Durchtritt eines Stromes von der Intensität J durch die Lötstelle, der dort vorhandenen von der Arbeit der Wärme bedingten elektromotorischen Kraft e und der verbrauchten Wärme W die Beziehung

$$W = AKJe.$$

Sind nun e_1 und e_2 die elektromotorischen Kräfte bei den Temperaturen T_1 und T_2, so giebt die Theorie der Thermoströme

$$e_1 : e_2 = T_1 : T_2;$$

für die bei gleicher Stromstärke verbrauchten Wärmemengen W_1 und W_2, wenn die Lötstellen die Temperaturen T_1 und T_2 haben, ergiebt sich aus der Gleichung für W

$$W_1 : W_2 = e_1 : e_2,$$

somit mufs auch

$$W_1 : W_2 = T_1 : T_2,$$

oder die bei dem Durchtritt gleich starker Ströme an den Lötstellen verbrauchten Wärmemengen müssen den absoluten Temperaturen proportional sein.

Der einzige Versuch, welcher zur Bestimmung der bei verschiedenen Temperaturen verbrauchten Wärme vorliegt, der vorhin erwähnte von Le Roux, stimmt mit dieser Folgerung sehr gut überein. Le Roux fand, dafs die bei dem Durchtritt eines Stromes durch die Lötstelle Kupferwismut verbrauchte Wärme bei 25° und bei 100° sich verhält wie 1 : 1,29. Die Theorie giebt da

$$T_1 = 273 + 25 = 298; \qquad T_2 = 273 + 100 = 373$$

$$W_1 : W_2 = 298 : 373 = 1 : 1,25.$$

Erwägt man, welche Schwierigkeit es hat, die bei der Temperatur [de]r Lötstelle von 100° verbrauchte Wärmemenge genau zu bestimmen, [so] wird man in dem Versuche von Le Roux die vollste Bestätigung der [Th]eorie erkennen.

Der Satz, dafs die von der Arbeit der Wärme abhängige elektro[mo]torische Kraft e der absoluten Temperatur der Lötstelle proportional [ist], schliefst den weitern in sich:

Digitized by Google

$$e' - e = p(T' - T)$$

oder die elektromotorische Kraft der Thermoströme ist der Temperaturdifferenz der Lötstellen proportional.

Nach den Versuchen von Thomson, Avenarius u. a., welche wir im §. 90 mitteilten, bestätigt sich dieser Schlufs aber nicht, im Gegenteil, es ergiebt sich aus denselben, dafs

$$e' - e = (t' - t)\,\{a + b(t' + t)\}$$

ist, somit dafs die elektromotorische Kraft nicht nur von der Temperaturdifferenz, sondern auch von den Temperaturen der Lötstellen selbst abhängt, oder was dasselbe ist, dafs der von der Wärme abhängige Teil der elektromotorischen Kraft sich rascher ändert als die Temperatur.

Schon W. Thomson[1]) machte auf diese Abweichung zwischen Theorie und Erfahrung aufmerksam und erklärte diese Abweichung dadurch, dafs er annahm, die thermoelektrischen Phänomene haben ihre Quelle nicht lediglich in der Berührungsfläche der verschiedenen Metalle, sondern auch in den Metallen selbst, oder wie es Clausius später[2]) präziser ausdrückte, der Grund der Abweichung liegt darin, dafs auch im Innern eines und desselben Metalles, wenn seine verschiedenen Teile sich in verschiedenen Temperaturen befinden, die Wärme das Bestreben hat, die Elektricität nach einer verschiedenen Richtung zu treiben, und dafs daher, wenn der Gleichgewichtszustand eingetreten ist, das Potentialniveau in dem Metalle nicht überall dasselbe ist, sondern dafs auch zwischen den verschiedenen Teilen desselben Metalles elektrische Differenzen vorhanden sind.

Dafs überhaupt solche Differenzen in einem und demselben Metalle vorkommen können, das zeigen alle die im §. 90 erwähnten Versuche, nach denen in Stromkreisen, welche aus nur einem Metalle bestehen, Thermoströme entstehen können, sobald an verschiedenen Stellen die Metalle eine verschiedene molekulare Beschaffenheit, krystallinisches Gefüge oder verschiedene Härte besitzen. Eine derartige Veränderung der molekularen Beschaffenheit kann aber auch vorübergehend durch Temperaturerhöhung hervorgebracht werden, so dafs zwei Teile desselben Metalles, welche eine verschiedene Temperatur haben, elektromotorisch gegen einander wirken, eine Wirkung, welche aufhört, wenn die Metalle wieder an allen Stellen dieselbe Temperatur haben. Nimmt man eine solche Veränderung an, so kann dieselbe auf die Thermoströme in doppelter Weise von Einflufs sein, einmal indem in den homogenen Teilen des Schliefsungsbogens eine Stromquelle auftritt, und dann indem an den Lötstellen die Konstante p der Gleichung

$$e = p \cdot T$$

infolge der molekularen Änderungen sich ändern kann. Dafs beide Einflüsse zusammen den Gang der Thoormoströme in der Weise verändern können, dafs derselbe den Gleichungen von Avenarius entspricht, ist leicht

---

1) *Thomson*, Philosophical Magazin. IV series. vol. III. Ausführlicher in Philosophical Magazin. IV series vol. XI. on the dynamical theory of heat. Part. VI.

2) *Clausius*, Poggend. Ann. Bd. XC. Abhandlungen zur mechan. Wärmetheorie. Abhdlg. XII.

Digitized by Google

einzusehen, wenn es auch nicht möglich ist, diese Einflüsse im einzelnen zu verfolgen.

Ist indes diese Annahme richtig, so mufs sich dieses Verhalten der Metalle nach zwei Richtungen zu erkennen geben, indem man in einem und demselben Metall das Peltiersche Phänomen, das heifst Verschiedenheit der Erwärmung, jenachdem man den Strom in demselben von wärmern zu kältern Stellen oder umgekehrt gehen läfst, mufs beobachten können, und ferner darin, dafs die an den Berührungsstellen zweier Drähte beobachteten Abkühlungen oder Erwärmungen den elektromotorischen Kräften der Thermoströme nicht genau proportional sein dürfen. Denn wenn ein Teil der elektromotorischen Kraft der Thermoströme in den homogenen Metallen ihren Grund hat, kann nicht die gesamte der Erzeugung des Stromes entsprechende Arbeit an den Lötstellen geleistet resp. gewonnen werden.

Was zunächst die letztere Folgerung betrifft, so findet dieselbe ihre Bestätigung in den Zahlen von Le Roux und Edlund, welche vorhin ausführlich mitgeteilt wurden, aus denen sich ergiebt, dafs die Proportionalität zwischen der elektromotorischen Kraft der Thermoströme und den Änderungen des Wärmezustandes an den Lötstellen nur eine angenäherte ist. Lassen wir selbst die Beobachtungen bei Kupfer-Zink als wegen der zu beobachtenden äufserst kleinen Werte zu unsicher aufser Acht, so schwanken die Werte $\frac{e}{\alpha}$ bei Edlund zwischen 1,1 und 1,6 und die entsprechenden Quotienten bei Le Roux zwischen 0,22 und 0,30, Unterschiede, die hinreichend beweisen, dafs die elektromotorischen Kräfte nicht allein in den Berührungsstellen der Metalle liegen.

Die erstere der beiden Folgerungen ist zunächst von Thomson selbst[1]) und später durch ausgedehnte Messungen von Le Roux[2]) bestätigt worden. Thomson leitete den Strom durch Metallstreifen, welche in ihrer Mitte erwärmt, an ihren Enden abgekühlt wurden, und beobachtete die Temperatur zwischen den abgekühlten und erhitzten Stellen der Metalle. In vielen Fällen gelang es entschieden, eine Verschiedenheit der Temperatur zu konstatieren, indem bei einzelnen Metallen die Temperatur konstant höher war, dort wo der Strom von Warm zu Kalt ging, bei andern, wo er von Kalt zu Warm ging. Dafs etwaige Ungleichheiten in der Erwärmung der Leiter durch andere Verschiedenheiten durch öfteres systematisches Wechseln der Stromesrichtung eliminiert wurden, bedarf keines besondern Hervorhebens. So fand sich die Temperatur höher, wenn der Strom von Kalt zu Warm ging in Eisen und Platin, dagegen wenn er von Warm zu Kalt ging in Kupfer und Messing.

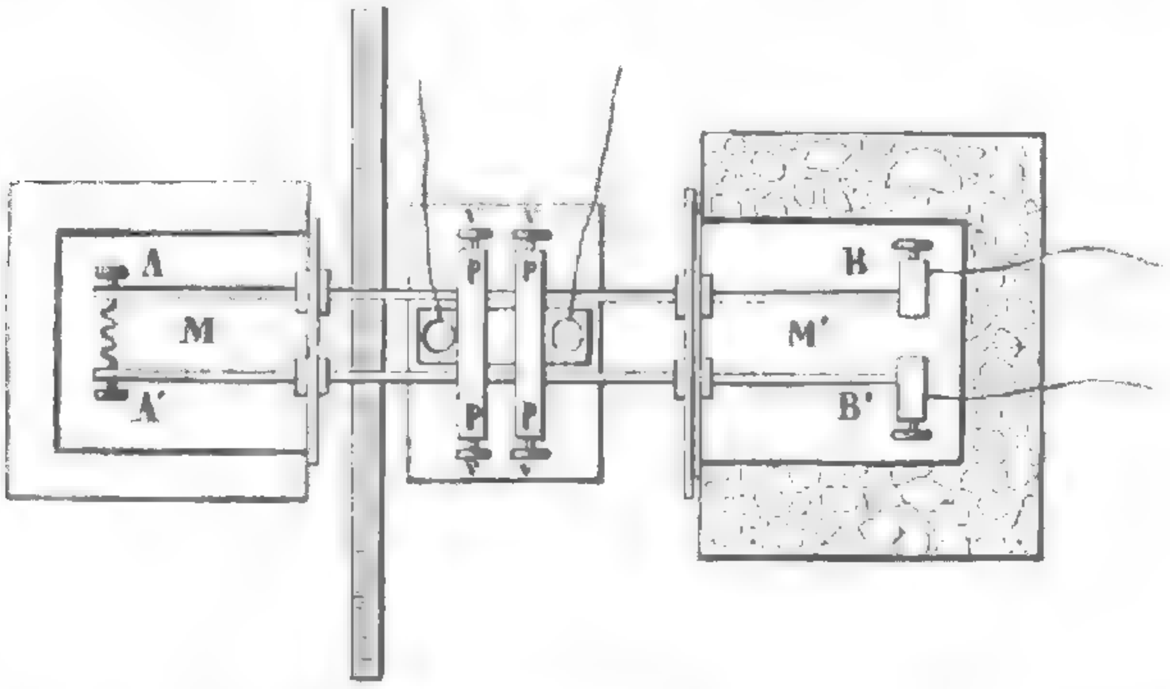
Le Roux führte bei seinen Versuchen den Strom durch dicke Metallstäbe, deren je zwei möglichst identische neben einander gelegt waren (Fig. 171 AB und $A'B'$; die Enden A und A' der Stangen befanden sich in einem Gefäfse M, in welchem sie durch die Dämpfe siedenden Wassers

1) *W. Thomson*, Philosophical Transactions of London Royal society for 1856, erste Abteilung der Abhandlung: On the electro-dynamic properties of metals.

2) *Le Roux*, Annales de chim. et de phys. IV. Série. T. X.

konstant auf der Temperatur 100⁰ gehalten wurden, die Enden BB' waren in einen Raum eingeführt, welcher ringsum mit schmelzendem Eise umgeben und dadurch konstant auf der Temperatur 0⁰ gehalten wurde. Mit den Enden BB' konnten die zu den Polen der Batterie führenden Drähte in Verbindung gebracht werden, und die Enden AA' waren durch eine Drahtspirale leitend verbunden, so dafs ein etwa bei

Fig. 171.



B eintretender Strom das ganze System in dem Sinne $BAA'B'$ durchlief. Die Stäbe hatten eine Länge von etwa 26 cm, von denen an jedem Ende 7 cm sich innerhalb der Räume von konstanter Temperatur befanden, so dafs die Strecke, auf welcher die Temperatur der Stäbe von 100⁰ auf 0⁰ abnahm, etwa 12 cm betrug.

In der Mitte war zwischen die Stäbe eine Thermosäule von 30 Wismut-Antimonstäben gelegt, so dafs die unpaaren Lötstellen den einen, die paaren Lötstellen den andern Stab in einer Ausdehnung von 3 cm berührten. Um eine metallische Leitung zwischen den Stäben und den Lötstellen zu verhindern, waren die erstern mit einer sehr starken Firnifsschicht bedeckt, und aufserdem zwischen den Lötstellen und den Stäben eine vierfache Schicht sehr dünner Goldschlägerhaut eingeschoben. Stäbe und Lötstellen waren dann durch die Bügel P und die Schrauben V aneinander geprefst, in den Kreis der Thermosäule war ein feines graduiertes Galvanometer eingeschaltet.

Da die Thermosäule die durch den Strom in den Stäben bewirkten Temperaturverschiedenheiten messen sollte, so durfte sie ohne Durchgang des Stromes keinen Strom erhalten, so mufsten also die Temperaturen der Lötstellen respektive der Stäbe an den Stellen, wo die Lötstellen anlagen, nicht verschieden sein. Das wurde erreicht, indem die Stäbe möglichst identisch gemacht wurden, indem dann die Wärmeverteilung in denselben nach den Gesetzen der Wärmeleitung die gleiche ist. Eine etwaige noch vorhandene kleine Ungleichheit wurde dadurch ausgeglichen, dafs man die Ablenkungen der Galvanometernadel, wenn die Stäbe von einem Strome durchflossen wurden, von der Lage aus rechnete, welche sie einnahm, wenn in den Stäben kein Strom vorhanden war.

Aufserdem wurde, um sonstige vorhandene auf die durch den Strom bedingte Änderung des Wärmezustandes einwirkende Umstände zu elimi-

Digitized by Google

nieren, der Strom sowohl in der Richtung $BAB'A'$ als auch umgekehrt durch die Stäbe geführt und ausserdem wurden die Stäbe umgelegt, dafs das Ende B sich bei A, B' an der Stelle von A' befand, und auch dann der Strom in beiden Richtungen durch die Stäbe geführt.

Will man die Änderungen des Wärmezustandes durch den Strom in verschiedenen Metallen mit einander vergleichen, so mufs man dafür sorgen, dafs ohne Strom die Stellen der verschiedenen Stäbe, an denen die Thermosäule anliegt, die gleiche Temperatur haben. Nun hängt die Temperaturverteilung in den verschiedenen Stäben wesentlich von der innern Wärmeleitungsfähigkeit und den Dimensionen der Stäbe ab, wenn wie bei den Versuchen von Le Roux in für alle Stäbe gleichen Abständen auf denselben die konstanten Temperaturen 100° und 0° erhalten werden. Wie wir im 3. Bande S. 282 zeigten, ist die Temperaturverteilung in einem Stabe gegeben durch die Gleichung

$$t = Ae^{ax} + Be^{-ax},$$

worin

$$a = \sqrt{\frac{hp}{kq}}$$

ist, wenn k die innere Wärmeleitungsfähigkeit, q den Querschnitt, p den Umfang und h die äufsere Wärmeleitungsfähigkeit des Stabes bedeuten.

Die Konstanten A und B hängen ab von den Temperaturen an den Enden des Stabes für $x = 0$ und $x = l$. Nennen wir diese Temperaturen T_0 und T_e, so ist

$$T_0 = A + B$$
$$T_e = Ae^{al} + Be^{-al},$$

somit

$$B = \frac{T_0 e^{al} - T_e}{e^{al} - e^{-al}} \qquad A = -\frac{T_0 e^{-al} - T_e}{e^{al} - e^{-al}}.$$

Daraus ergiebt sich

$$t = \frac{T_0 e^{al} - T_e}{e^{al} - e^{-al}} e^{-ax} - \frac{T_0 e^{-al} - T_e}{e^{al} - e^{-al}} e^{ax}.$$

Da nun bei den Versuchen von Le Roux die benutzten Stäbe alle lie gleiche Länge hatten, da ferner T_0 und T_e stets die gleichen waren, o folgt, dafs für gleiche Werte von x, dort wo die Thermosäule zwischen en Stäben war, die Temperatur stets dieselbe sein mufs, wenn man dafür orgt, dafs a bei allen angewandten Stäben denselben Wert hat. Le Roux ab daher allen von ihm benutzten Stäben denselben Umfang p und zur erstellung gleicher äufserer Wärmeleitungsfähigkeit stets dieselbe äufsere berfläche. Die Querschnitte des Stabes wurden dann der innern Wärmetungsfähigkeit umgekehrt proportional hergestellt, so dafs auch

$$kq = \text{const.}$$

r.

Zunächst konstatierte nun Le Roux, dafs der Unterschied der Erwärng eines Stabes je nach der Richtung des Stromes der Intensität des omes proportional ist. Unter Anwendung zweier Neusilberstäbe ergab

Digitized by Google

sich eine stärkere Erwärmung, wenn der Strom von Kalt zu Warm, als wenn er von Warm zu Kalt ging; folgende Zahlen zeigen, dafs die Temperaturunterschiede der beiden Stäbe der Stromstärke proportional waren.

Stromstärke J	Temperaturdifferenz Δ	$\frac{\Delta}{J}$
0,783	183	234
0,567	129	228
0,456	99	217
0,279	67	240

Wie man sieht, sind die Zahlen der letzten Kolumne so nahe gleich, dafs man unter Berücksichtigung der Schwierigkeit der Messungen die von der Richtung des Stromes bedingten Temperaturunterschiede, also auch die je nach der Richtung des Stromes bei dem Übergange von wärmeren zu kälteren Stellen in den Stäben verbrauchte oder erzeugte Wärme der Stärke des Stromes proportional setzen darf.

Folgende Tabelle enthält die von Le Roux in verschiedenen Metallen auf Strecken gleicher Temperaturdifferenzen durch den Strom bei dem Übergange von wärmeren zu kälteren Stellen erzeugte oder verbrauchte Wärmemenge in einem willkürlichen Mafse. Die erzeugte Wärme ist mit dem positiven, die verbrauchte mit dem negativen Vorzeichen versehen.

Wismut (*b*)	+ 73
Wismut rein	— 31
Neusilber	— 25
Platin	— 18
Aluminium	— 0,1
Zinn	— 0,1
Blei	unmerklich
Messing	+ 0,3
Silber	+ 6
Kupfer	+ 2
Aluminiumbronze	+ 6
Zink	+ 11
Kadmium	+ 31
Eisen	— 31
Antimon käufliches	+ 64
Antimon (*a*)	— 24

Um eine Vergleichung dieser Wärmewirkung in homogenen Metallen mit derjenigen an der Lötstelle zweier Metalle zu ermöglichen, hat Le Roux die Wärmemenge zu schätzen versucht, welche in einem Stabe von Wismut (*b*) auf einer Strecke erzeugt wird, auf welcher die Temperatur von 100^0 auf 0 abnimmt; er findet, dafs durch einen Strom derselben Stärke, auf den sich die von ihm bei dem Durchgange der Ströme durch Lötstellen gefundenen Werte beziehen, in der Minute etwa eine Wärmeeinheit entwickelt wird.

Digitized by Google

Die Versuche von Thomson und Le Roux genügen jedenfalls, um die Abweichung der thermoelektrischen Erscheinungen von der Theorie zu erklären, wenn es auch nicht möglich ist, diese Abweichungen im einzelnen abzuleiten. Um letzteres zu können, müfste man zunächst wissen, in welcher Weise die durch Temperaturverschiedenheiten in den homogenen Metallen bewirkte molekulare Änderung mit der Temperatur selbst sich ändert, das heifst also wie bei geicher Temperaturdifferenz dT zweier benachbarter Schichten diese Verschiedenheit mit der Temperatur T selbst sich ändert. Eine Änderung mufs eintreten, denn würde man einfach die elektromotorische Kraft zwischen zwei benachbarten Schichten mit der Temperaturdifferenz dT gleich einer Konstante mal dT setzen, so könnte durch die in den einzelnen Metallen vorhandene elektromotorische Kraft eine Abweichung der Proportionalität der thermoelektromotorischen Kraft und der Temperaturdifferenz der Lötstellen überhaupt nicht eintreten. Denn nehmen wir eine Kombination zweier Metalle wie in Fig. 170 und sei im Metall A die elektromotorische Kraft zwischen zwei benachbarten Schichten $\pi_1 dT$, im Metall B gleich $\pi_2 dT$, worin π_1 und π_2 positiv oder negativ sein können, so würde die in der Kombination thätige elektromotorische Kraft, wenn die eine Lötstelle die Temperatur T_1, die andere T_2 hat, gegeben sein durch

$$E = p(T_1 - T_2) + \int_{T_2}^{T_1} \pi_1 dT - \int_{T_2}^{T_1} \pi_2 dT.$$

Die beiden letzten Glieder geben die elektromotorischen Kräfte in den einzelnen Metallen, sie sind die Summe der zwischen den einzelnen Schichten thätigen Kräfte, müssen also, wenn π_1 und π_2 gleiches Vorzeichen haben, in der Gleichung das entgegengesetzte Vorzeichen haben, da in dem einen Draht der Strom von Warm zu Kalt, in dem andern von Kalt zu Warm geht. Sind π_1 und π_2 konstant, so wird

$$E = (p + \pi_1 - \pi_2)(T_1 - T_2).$$

Würde man dagegen voraussetzen, dafs π_1 und π_2 selbst der absoluten Temperatur proportional wären[1]), also $\pi_1 = \varkappa_1 T$, $\pi_2 = \varkappa_2 T$, so würde

$$\int_{T_2}^{T_1} \varkappa_1 T dT = \tfrac{1}{2}\varkappa_1 (T_1^2 - T_2^2); \quad \int_{T_2}^{T_1} \varkappa_2 T dT = \tfrac{1}{2}\varkappa_2 (T_1^2 - T_2^2)$$

und

$$E = (T_1 - T_2)\left(p + \tfrac{1}{2}(\varkappa_1 - \varkappa_2)(T_1 + T_2)\right)$$

oder wenn wir anstatt der absoluten Temperatur die nach der Skala von Celsius einführen, also $T_1 = a + t_1$, $t_2 = a + t_2$ und

$$p + \tfrac{1}{2}(\varkappa_1 - \varkappa_2)\, 2a = b, \quad \tfrac{1}{2}(\varkappa_1 - \varkappa_2) = -c$$

setzen,

$$E = (t_1 - t_2)\left(b - c(t_1 + t_2)\right).$$

Wir erhielten somit die Gleichung von Avenarius.

1) *Avenarius*, Poggend. Ann. Bd. CXLIX.

Digitized by Google

Man erkennt hieraus, daſs, wenn man lediglich im Innern der einzelnen Metalle Veränderungen durch die Temperaturänderungen annimmt, diese auſser der Temperaturdifferenz der benachbarten Schichten der absoluten Temperatur an den verschiedenen Stellen der Metalle proportional gesetzt werden müssen[1]).

Es ist indes sehr möglich, daſs die molekularen Änderungen in den einzelnen Metallen auch von Einfluſs sind auf die elektromotorischen Kräfte in den Lötstellen selbst; die Beobachtung liefert uns die Summe der in dem ganzen Stromkreise vorhandenen elektromotorischen Kräfte. Die einzelnen Kräfte können wir nicht von einander trennen, es ist lediglich eine Hypothese, wenn man annimmt, daſs die elektromotorischen Kräfte an den Lötstellen, wie es aus der Theorie folgen würde, wenn in den einzelnen Metallen keine molekularen Änderungen einträten, der absoluten Temperatur proportional seien und daſs nun zur Bestimmung der ganzen elektromotorischen Kraft im Stromkreise zu der so an den Lötstellen vorhandenen einfach die in den einzelnen Metallen auftretenden zu addieren wären, wie es in obiger Gleichung geschehen ist. Es ist durchaus möglich, daſs durch die molekularen Änderungen in den einzelnen Metallen eine Änderung der Konstanten p in der Gleichung eintritt, da ja durch die Erwärmung geänderte Metalle es sind, welche in der Lötstelle zusammentreffen. Eine sorgfältige getrennte Untersuchung der an den Lötstellen und der in den einzelnen Metallen bei verschiedenen Temperaturen verbrauchten Wärmemengen, wie es Le Roux begonnen hat, würde darüber Aufschluſs geben können[2]), eine Untersuchung, die allerdings mit den gröſsten Schwierigkeiten verknüpft ist.

Die vorgeführte Theorie der Thermoströme gründet sich auf die Anschauung, daſs die Quelle der Thermoströme in den Lötstellen sei, in denen eine gewisse Potentialdifferenz durch die Arbeit der Wärme erhalten werde, die eben deshalb von der Temperatur abhängt, weil die Differenz von der Wärmebewegung bedingt wird. Das Peltiersche Phänomen, welches direkt die zur Überführung der Elektricität erforderliche Arbeit zeigt, bildete den Ausgangspunkt dieser Theorie.

F. Kohlrausch hat kürzlich dieser Theorie eine andere gegenübergestellt[3]), nach welcher die elektromotorischen Kräfte im Innern der einzelnen Leiter ihren Sitz haben, den Kontaktstellen der verschiedenen Leiter nur ein sekundärer Einfluſs zukommt. Kohlrausch geht davon aus, daſs in jeder Thermosäule ein Überströmen von Wärme von der wärmern zur kältern Lötstelle stattfindet, und macht die Annahme, daſs mit einem Wärmestrome in bestimmtem von der Natur des Leiters abhängigem Maſse ein elektrischer Strom verbunden sei.

Ebenso nimmt Kohlrausch zur Erklärung des Peltierschen Phänomens an, daſs durch einen elektrischen Strom die Wärme bewegt werde; indem er davon ausgeht, daſs die Leitungsfähigkeiten der Metalle für Wärme und Elektricität einander proportional seien, nimmt Kohlrausch ferner an,

---

1) Man sehe *Tait*, Poggend. Ann. Bd. CLII. *Budde*, Poggend. Ann. Bd. CLIII.

2) Man sehe auch *Budde*, Poggend. Ann. Bd. CLIII.

3) *F. Kohlrausch*, Poggend. Ann. Bd. CLVI.

Digitized by Google

dafs die wärmebewegende Kraft des elektrischen Stromes von der Einheit der Stärke proportional sei der elektromotorischen Kraft des Wärmestromes, der die Einheit der Stärke hat.

Dafs diese Auffassung wesentlich zu denselben Gesetzen der Thermoströme und des Peltierschen Phänomens führt, wie die von uns entwickelte, zeigt Kohlrausch folgendermafsen. Die Wärmemenge W möge durch den Querschnitt f eines Leiters in der Zeiteinheit hindurchgehen. Ist α die dem Leiter entsprechende Konstante, so ist $i = \alpha W$ die Stärke des elektrischen Stromes. Mit Hilfe des Ohmschen Gesetzes erhalten wir dann die in dem Leiterelemente ds vorhandene elektromotorische Kraft dE. Denn ist k die elektrische Leitungsfähigkeit des Leiters, so ist

$$i = \frac{dE}{ds} kf, \quad dE = \frac{\alpha W}{kf} ds.$$

Ist $\varkappa$ die Wärmeleitungsfähigkeit des Leiters, u die Temperatur an der betreffenden Stelle, so können wir den Wärmestrom W schreiben

$$W = -\varkappa f \frac{du}{ds},$$

da $\frac{du}{ds}$ das Temperaturgefälle an der betreffenden Stelle bedeutet. Setzen wir das für W ein, so wird

$$dE = -\alpha \frac{\varkappa}{k} \frac{du}{ds} ds$$

oder

$$\frac{dE}{ds} = -\vartheta \frac{du}{ds},$$

wenn $\alpha \frac{\varkappa}{k} = \vartheta$ gesetzt wird. Diese Konstante ϑ nennt Kohlrausch die thermoelektrische Konstante der betreffenden Substanz.

In einem homogenen Leiter kann trotz dieser elektromotorischen Kräfte ein dauernder elektrischer Strom nicht entstehen, es mufs vielmehr in demselben sich eine solche Verteilung der Elektricität entwickeln, dafs durch die in der Richtung des Thermostromes wachsenden Werte der elektrischen Potentialfunktion die elektromotorische Kraft des Wärmestromes kompensiert wird. Ist V die Potentialfunktion an der Stelle, wo die Temperatur u, V' dort, wo sie u' ist, so ist die Bedingung des Gleichgewichtes

$$V' - V = \vartheta (u - u').$$

Es würde sich hieraus ergeben, dafs in jedem Leiter, in welchem Temperaturverschiedenheiten vorhanden sind, eine Elektrisierung eintreten müfste, welche so lange dauert, als die Temperaturverschiedenheiten anhalten. Eine Beobachtung solcher würde eine wesentliche Stütze der Kohlrauschschen Hypothese sein, dieselbe ist bisher nicht gemacht, und Kohlrausch glaubt, dieselbe würde mit grofsen Schwierigkeiten verknüpft sein, weniger wegen der erforderlichen Empfindlichkeit der Elektroskope, als weil man bei der Erteilung der Temperaturdifferenzen schwerlich störende Nebenumstände vermeiden könnte. Mir sind dahin gehende Versuche nicht bekannt, eine Untersuchung dieser Frage würde grofses Inter-

Digitized by Google

esse bieten. Kohlrausch glaubt in den pyroelektrischen Erscheinungen einen Beleg für seine Ansichten zu finden.

In einem Thermoelement, welches aus zwei Leitern a und b mit den Lötstellen I und II mit den Temperaturen u_1 und u_2 besteht, wird die elektromotorische Kraft in der Richtung $u_1 a u_2 b u_1$

$$E = -\vartheta \int_I^{II} \frac{du}{ds} ds - \vartheta' \int_{II}^{I} \frac{du}{ds} ds = -\vartheta \int_{u_1}^{u_2} du - \vartheta' \int_{u_2}^{u_1} du,$$

da u als Funktion von s auszudrücken ist. Demnach ist

$$E = (\vartheta - \vartheta')(u_1 - u_2).$$

Die elektromotorische Kraft hängt also nur von der Temperaturdifferenz der Lötstellen, nicht von dem Gefälle der Temperatur ab, und ist der Temperaturdifferenz proportional.

Die Hypothese gelangt somit zu demselben Resultat wie die vorige Theorie. Um die Abweichung der thermoelektromotorischen Kraft von der Proportionalität mit der Temperaturdifferenz in die Hypothese aufzunehmen, bedarf es nur der Annahme, dafs die Konstanten ϑ und ϑ' für die verschiedenen Leiter eine Funktion der Temperatur seien. Setzt man die thermoelektrischen Koefficienten, anstatt konstant, gleich $\vartheta + \eta u$, so erhalten wir die Formel von Avenarius

$$E = (u_1 - u_2) \left\{ (\vartheta - \vartheta') + \tfrac{1}{2} \frac{\eta - \eta'}{\vartheta - \vartheta'} (u_1 + u_2) \right\}$$

wie sich unmittelbar ergiebt.

Zur Ableitung des Peltierschen Phänomens dient die zweite Annahme von Kohlrausch, dafs der elektrische Strom eine seiner Stärke und der thermoelektrischen Konstanten proportionale Menge von Wärme mit fortführe. Die Wärmemenge Q, welche der Strom von der Stärke i in einem Leiter von überall gleicher Temperatur, dessen thermoelektrische Konstante ϑ ist, mit fortführt, ist darnach

$$Q = C \vartheta i,$$

worin C eine von den gewählten Einheiten der Wärme und der Elektricität abhängige Konstante ist. In einem homogenen Leiter läfst sich dieser Wärmestrom nicht beobachten, da jeder Stelle durch denselben ebensoviel Wärme zugeführt wie ihr genommen wird.

An der Grenze zweier Leiter mufs dagegen eine Aufhäufung oder Abnahme der Wärme stattfinden. Es gehe ein Strom von der Stärke i durch eine Lötstelle I vom Metalle a zu b und durch die Lötstelle II wieder von b zu a. In dem Metalle a wird zur Lötstelle hingeführt die Wärmemenge Q_1

$$Q_1 = C \vartheta i,$$

von derselben Lötstelle fort

$$Q_2 = C \vartheta' i.$$

An der Lötstelle I wird daher die Wärmemenge

$$Q_1 - Q_2 = C(\vartheta - \vartheta') i$$

Digitized by Google

ausgeschieden, an der Lötstelle *II* dagegen

$$Q_2 - Q_1 = C\,(\vartheta' - \vartheta)\,i$$

fortgeführt, wie es die Beobachtungen ergeben.

Es genüge an diesen Ableitungen, welche Kohlrausch noch weiter führt, um zu erkennen, dafs diese Hypothese mit den experimentell bewiesenen Beziehungen nicht im Widerspruch steht. Wie schon erwähnt, würde es von gröfster Bedeutung sein, die elektrische Verteilung in homogenen Drähten durch Temperaturdifferenzen nachzuweisen, da diese den Beweis liefern würden, dafs dem Wärmestrom die von Kohlrausch angenommene Eigenschaft der Fortführung der Elektricität wirklich beiwohnt. Bis dahin kann man dieser Auffassung kaum einen Vorzug vor der früheren Auffassung zuschreiben, da die Arbeit der Wärme in den Kontaktstellen im Grunde nichts anders ist, wie die Arbeit der durch die chemischen Prozesse in den Elementen erzeugten Wärme, welche nach §. 92 und wie wir später noch ausführlicher zeigen werden, uns den elektrischen Strom liefert.

§. 96.

Galvanisches Glühen von Drähten. Wenn man den durch einen Draht hindurchgehenden Strom immer mehr verstärkt, so wird die Wärmeentwicklung immer gröfser und somit die Temperatur immer höher; es ist leicht die Temperatur so zu steigern, dafs der Draht glühend wird. Wie wir im zweiten und dritten Bande sahen, ist die Temperatur, bei welcher die Körper, wenn sie überhaupt leuchten können, Licht auszusenden, also zu glühen beginnen, für alle Körper dieselbe.

Die Temperatur irgend eines Drahtstückes des Schliefsungsbogens, dessen Widerstand gleich r sei, hängt ab von der in gleichen Zeiten in ihm erzeugten und der von ihm an die Umgebung abgegebenen Wärmemenge, sie wird konstant sein, also auch im Speciellen wird der Körper konstant glühen, wenn die in gleichen Zeiten erzeugte und die an die Umgebung abgegebene Wärmemenge einander gleich sind. Die von dem Drahte abgegebene Wärmemenge hängt ab von der Oberfläche des Körpers, ferner von dem Emissionsvermögen desselben und drittens von dem Temperaturüberschusse desselben über die Temperatur der Umgebung. Die Abhängigkeit von letzterer giebt uns das Stefansche Emissionsgesetz, nach welchem die Strahlung der vierten Potenz der absoluten Temperatur proportional ist. Nennen wir also T die absolute Temperatur des Drahtes, T_0 jene der Umgebung, ist d der Durchmesser, l die Länge des Drahtes, ε das Emissionsvermögen, so können wir die in der Zeiteinheit abgegebene Wärmemenge w gleich setzen

$$w = \pi\, d l\, \varepsilon\, (T^4 - T_0^{\,4}).$$

Die in derselben Zeit in dem Drahte erzeugte Wärmemenge ist, wenn K eine Konstante und J die Stromstärke bedeutet,

$$w = K\, r\, J^2.$$

Die Temperatur wird demnach konstant sein, wenn

$$K r\, J^2 = \pi\, d l\, \varepsilon\, (T^4 - T_0^{\,4}),$$

Digitized by Google

so dafs der Temperaturüberschufs über die Umgebung gegeben wird durch

$$T^4 - T_0^4 = \frac{K r J^2}{\pi d l \varepsilon}.$$

Ist nun s der specifische Leitungswiderstand des Drahtes, so ist

$$r = 4 \frac{s l}{\pi d^2}$$

und

$$T^4 - T_0^4 = \frac{4 K}{\pi^2} \frac{s J^2}{d^3 \varepsilon} = M \frac{1}{\varepsilon} \frac{s}{d^3} J^2.$$

Bei gleicher Stromstärke hängt also die Temperatur des Drahtes ab von dem Emissionsvermögen desselben, dem specifischen Leitungswiderstande und der dritten Potenz des Durchmessers; sie ist unabhängig von der Länge des Drahtes.

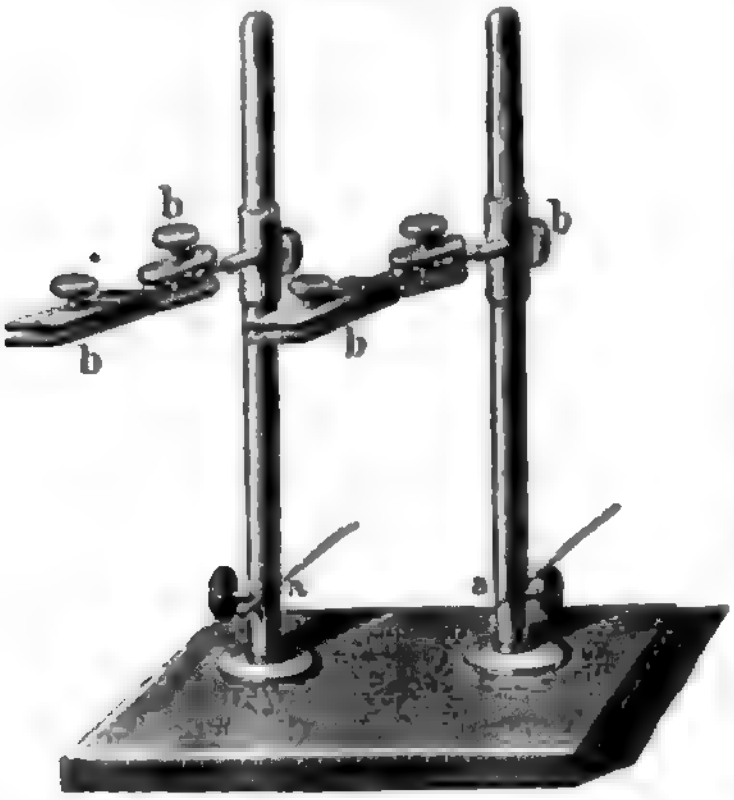
Soll also die Temperatur zweier Drähte desselben Metalles von dem Durchmesser d_1 und d_2 dieselbe sein, so müssen die Quadrate der Stromstärken J_1 und J_2 sich verhalten wie die dritten Potenzen der Durchmesser, es mufs sein

$$\frac{J_1^2}{d_1^3} = \frac{J_2^2}{d_2^3}.$$

Da bei demselben Grade des Glühens die Temperaturen immer dieselben sein müssen, so folgt, dafs Drähte gleichen Metalles und gleichen Durchmessers in derselben Umgebung immer bei derselben Stromstärke glühen müssen, welches auch ihre Länge sei, dafs aber, damit Drähte verschiedenen Durchmessers dieselben Glüherscheinungen zeigen, die Quadrate der Stromstärken sich verhalten müssen wie die dritten Potenzen der Durchmesser.

Die Gesetze des Glühens von Drähten sind experimentell verfolgt von Müller in Freiburg[1]) und später von Zöllner[2]).

Fig. 172.



Müller spannte die zu untersuchenden Drähte zwischen den Polhaltern (Fig. 172) aus. Der Polhalter besteht aus zwei Säulen von Messing, welche auf einem Fufsbrette vertikal aufgestellt sind; jede dieser Säulen trägt eine Klemmschraube a, a und eine Klemme b, b; in die Klemmschrauben a, a werden die den Strom führenden Drähte eingeschraubt, zwischen den Klemmen b, b die zu untersuchenden Drähte ausgespannt.

In den Strom wurde aufserdem noch zur Messung seiner Stärke eine Tangentenbussole eingeschaltet.

Die Grade des Glühens wurden mit freiem Auge als schwaches Glühen, Rot-

1) *Müller*, Neueste Fortschritte der Physik. S. 384. Braunschweig 1849.
2) *Zöllner*, Poggend. Ann. Bd. CIX. S. 256.

Digitized by Google

glühen, Weifsglühen geschätzt, und die Stromstärken beobachtet, welche nötig waren, um die Drähte bis zu gleichen Graden des Glühens zu bringen.

Zunächst zeigte sich bei der Untersuchung von Drähten verschiedener Länge aber gleicher Durchmesser, dafs bei gleicher Stromstärke das Glühen von der Länge des Drahtes unabhängig ist, oder dafs Drähte der verschiedensten Länge derselben Stromstärke bedürfen, um den gleichen Grad des Glühens zu zeigen. So fand sich, dafs bei einer Ablenkung der Nadel der Tangentenbussole von 48° drei Platindrähte von 0,45 mm Durchmesser rotglühend wurden, deren Längen resp. waren 1 m, 0,3 m, 0,2 m., Zwei Drähte desselben Durchmessers, deren Längen waren 0,8 m, 0,1 m wurden hellrotglühend, als die Ablenkung der Nadel der Tangentenbussole 50° betrug.

Ganz dasselbe zeigte sich bei der Anwendung von verschieden langen Eisendrähten.

Bei Untersuchung von Drähten verschiedener Dicke ergaben sich indes Resultate, welche von den Folgerungen aus dem Jouleschen Gesetze durchaus abwichen, denn es ergab sich, dafs die Stromstärken, welche Drähte verschiedenen Durchmessers zu gleichem Glühen bringen, sich nicht verhalten wie die Quadratwurzeln aus den dritten Potenzen der Durchmesser, sondern einfach wie die Durchmesser selbst. Das ergiebt sich unter anderen aus folgenden Angaben über das Glühen von Platindrähten.

Durchmesser D	Stromstärke J für schwaches Glühen	$\frac{J}{D}$	J' Rotglühen	$\frac{J'}{D}$	J'' Hellrotglühen	$\frac{J''}{D}$
0,30 mm	47,18	163,9	50,82	169,4	54,67	182,2
0,39	65,24	163,7	72,45	185,5	77,77	199,5
0,45	75,06	166,7	77,77	172,2	84,42	187,6
0,75	—		121,24	161,7	157,22	209,3

Wie man sieht, sind die Quotienten aus der Stromstärke und der Drahtdicke für jeden Grad des Glühens allerdings nicht genau dieselben, aber sie stehen einander so nahe und schwanken dazu so unregelmäfsig, dafs man die Abweichungen wohl der unmöglich grofse Genauigkeit bietenden Beobachtungsweise zuschreiben darf.

Zöllner verglich mit dem von ihm konstruierten Photometer die Lichtstärken, welche die glühenden Drähte aussenden, oder vielmehr er verglich die Stromstärken, welche notwendig sind, damit die von Drähten verschiedenen Durchmessers ausgesandten Lichtmengen gleiche Stärke haben. Das Zöllnersche Photometer haben wir im zweiten Bande kennen gelernt, im übrigen war die Anordnung der Versuche den Müllerschen ähnlich, nur dafs Zöllner, um die Stromstärke genau konstant halten zu können, in den Stromkreis auch ein Rheochord einschaltete.

Zöllner fand, dafs, damit zwei Drähte verschiedenen Durchmessers immer die gleiche Lichtmenge ausstrahlen, welches im übrigen auch die ausgestrahlte Lichtmenge ist, die Stromstärken sich verhalten müssen wie die Dicken der Drähte. Folgende kleine Tabelle giebt die schliefslichen Resultate von vier Versuchsreihen; die ersten beiden Kolumnen enthalten

Digitized by Google

die Durchmesser der verschiedenen mit einander verglichenen Drähte, die dritte das Verhältnis der Durchmesser, und die vierte die Verhältnisse der Stromstärken, damit die zwei verglichenen Drähte gleiche Lichtmeneng ausstrahlen. Die Lichtmengen schwankten dabei zwischen 30 und 883 resp. 7 und 433.

D_1 mm	D_2 mm	$\frac{D_1}{D_2}$	$\frac{J_1}{J^2}$
0,1785	0,0782	2,282	2,612
0,1785	0,1035	1,725	1,945
0,1661	0,1035	1,605	1,653
0,1661	0,1466	1,139	1,179

Wie man sieht, ist das Verhältnis der Stromstärken immer etwas gröfser als das der Durchmesser.

Zöllner sieht in seinen Versuchsergebnissen eine Bestätigung des Müllerschen Resultates, halten wir uns aber an das direkte Resultat der Beobachtung, so ist das nicht der Fall. Denn damit zwei Drähte, deren Oberfläche eine verschiedene Gröfse hat, gleiche Lichtmengen aussenden, mufs die Intensität des von der Flächeneinheit ausgesandten Lichtes sich verhalten umgekehrt wie die Oberflächen der Drähte. Denn bezeichnen wir mit λ die Intensität des von der Flächeneinheit der auf das Gesichtsfeld projizierten Oberfläche ausgesandten Lichtes, und mit F diese Fläche selbst, welche also bei cylindrischen Drähten mit dem durch die Axe des Cylinders gelegten Durchschnitte zusammenfällt, so ist $\lambda \,.\, F$ die gesamte ausgesandte Lichtmenge. Bedeuten daher λ_1 und λ_2 resp. F_1 und F_2 dasselbe für zwei Drähte, so ist die gesamte Lichtmenge dieselbe, wenn

$$\lambda_1 \,.\, F_1 = \lambda_2 \,.\, F_2; \quad \lambda_1 : \lambda_2 = F_2 : F_1.$$

Bei zwei Drähten von den Durchmessern D_1 und D_2 verhalten sich aber

$$F_1 : F_2 = D_1 : D_2.$$

Daher müssen sich bei gleicher ausgestrahlter Lichtmenge die Intensitäten des von den Flächeneinheiten ausgestrahlten Lichtes verhalten umgekehrt wie die Durchmesser, oder

$$\lambda_1 : \lambda_2 = D_2 : D_1.$$

Die Zöllnerschen Resultate sagen also aus, dafs wenn die Stromstärken sich verhalten wie die Durchmesser der Drähte, dafs dann die Intensitäten des von der Flächeneinheit der Drähte ausgesandten Lichtes sich verhalten umgekehrt wie die Durchmesser der Drähte.

Der Satz von Müller dagegen sagt aus, dafs wenn die Stromstärken sich verhalten wie die Durchmesser der Drähte, dafs dann die von der Flächeneinheit beider ausgesandten Lichtintensitäten gleich sind. Denn man legt zweien Drähten gleiche Grade des Glühens bei, wenn die Helligkeit des von jedem gleichen Stücke der Oberfläche beider ausgesandten Lichtes gleich ist.

Das von Zöllner erhaltene Resultat entspricht den von uns aus dem Jouleschen Gesetz gezogenen Folgerungen, wenn wir annehmen, dafs das Stefansche Strahlungsgesetz auf die Gesamtmenge des ausgesandten Lichtes

Digitized by Google

angewandt werden darf, oder genauer gesagt, dafs die Intensität des Lichtes sich verhält wie die Gesamtmenge der ausgestrahlten Wärme. Wir können dann in unserer für die ausgestrahlte Wärme aufgestellten Gleichung einfach für w die ausgestrahlte Lichtmenge L einsetzen. Ist die Lichtmenge L_1 von der Längeneinheit des Drahtes mit dem Durchmesser D_1 bei der Temperatur T_1 und der Stromstärke J_1 ausgestrahlt, so ist

$$L_1 = \pi D_1 \varepsilon (T_1^4 - T_0^4) = M \frac{s}{D_1^2} J_1^2.$$

Die Lichtmenge L_2 wird vom Drahte, dessen Durchmesser D_2 ist, bei der Temperatur T_2 und der Stromstärke J_2 ausgesandt, somit ist

$$L_2 = \pi D_2 \varepsilon (T_2^4 - T_0^4) = M \frac{s}{D_2^2} J_2^2.$$

Nun ist nach Zöllner $L_2 = L_1$, wenn $J_2 : J_1 = D_2 : D_1$; setzen wir den hieraus sich ergebenden Wert von J_2 in die zweite Gleichung, so wird in der That

$$L_2 = \pi D_2 \varepsilon (T_2^4 - T_0^4) = M \frac{s}{D_1^2} J_1^2 = L_1.$$

Die Annahme, dafs die Intensität des ausgesandten Lichtes der Gesamtmenge der ausgestrahlten Wärme proportional sei, kann strenge wohl kaum richtig sein, indes Zöllner findet auch nur annähernd das Verhältnis der Stromstärken gleich dem der Durchmesser.

Zöllner deutet seine Resultate, wie gesagt, anders, er sieht darin eine Bestätigung der Resultate von Müller; um diese aber mit dem Jouleschen Gesetze in Übereinstimmung zu bringen, mufs er annehmen, dafs die Wärmeabgabe horizontaler Cylinder von der Gröfse ihrer Oberfläche unabhängig ist.

Auf das Glühen von Drähten hat auch die Umgebung, in welcher sie glühen, Einflufs. Es ergiebt sich das unmittelbar aus den im dritten Teile vorgeführten Gesetzen der Erkaltung von Dulong und Petit, nach welchen die Erkaltungsgeschwindigkeit von der Dichtigkeit und Natur des umgebenden Gases abhängig ist[1]).

Der Einflufs der Umgebung ist in sehr auffallender Weise von Grove[2]) beobachtet worden. Wenn man einen Draht in der Luft zum Glühen bringt und stürzt dann eine Glocke mit Wasserstoff über denselben, so hört er sofort auf zu glühen. Ebenso, wenn man in einen Stromkreis zwei ganz gleiche Platindrähte in Röhren einschliefst, in die eine Röhre Wasserstoffgas oder ölbildendes Gas bringt, so kommt der von Wasserstoff oder ölbildendem Gase umgebene Draht noch nicht zum Glühen, wenn schon der von Luft umgebene Draht lange glüht.

Eine sehr eigentümliche Abänderung dieses Versuches ist folgende: Grove legte die vorhin erwähnten Röhren mit den Platindrähten in kleine Kalorimeter, und dabei zeigte sich, dafs der mit Wasserstoff umgebene Draht in derselben Zeit das Kalorimeter sehr viel weniger stark erwärmte, als der mit Luft umgebene Draht. Auch diese Erscheinung ist nach den

1) Man sehe Teil III. §. 40.

2) *Grove*, Philosophical Transactions for 1847. Poggend. Ann. Bd. LXXI. Philosophical Magazin vol. XXXV. 1849. Poggend. Ann. Bd. LXXVIII.

Digitized by Google

Gesetzen der Erkaltung leicht verständlich. Die Erkaltungsgeschwindigkeit ist nach denselben in Wasserstoff viel gröfser als in Luft, und da die Temperatur des Drahtes dann konstant wird, wenn er in gleichen Zeiten ebensoviel Wärme an die Umgebung abgiebt als er empfängt, so kann die Temperatur des Drahtes im Wasserstoff nie so hoch werden als in der Luft; deshalb gelangen beide Drähte nicht gleichzeitig zum Glühen, und deshalb kann der im Wasserstoff liegende Draht das Kalorimeter nicht so weit erwärmen, als der von Luft umgebene[1]).

Das Glühen von Drähten hat in der letzten Zeit eine ausgedehnte praktische Anwendung gefunden in den elektrischen Glühlampen. Als Drähte werden in denselben Kohlenfäden benutzt, deren Querschnitte sehr klein sind und welche von den verschiedenen Verfertigern solcher Lampen, Edison, Swan, Maxim, Müller, Cruto, Siemens & Halske u. a. in verschiedener Weise angefertigt und geformt werden. Die Kohlenfäden befinden sich in möglichst luftleer gemachten Kugeln oder Birnen aus dünnem Glase, sie sind an Platindrähten befestigt, welche in einem Ansatze an den Gefäfsen eingeschmolzen sind und ein wenig aus dem Glase hervorragen, um sie in den Stromkreis einschalten zu können. Die Kohlenfäden werden durch den Strom zur hellen Gelbglut erhitzt und geben so ein Licht, das dem weifsen erheblich näher kommt als das Licht unserer Gasflammen.

Der Widerstand der Kohlenfäden ist ein ganz erheblicher, so dafs es relativ schwacher Ströme bedarf, um sie zu jener Glut zu bringen; da wir früher sahen, dafs der Widerstand der Kohle mit steigender Temperatur abnimmt, so ist derselbe in den Kohlenfäden im heifsen Zustande kleiner als im kalten. Man kann ihn leicht durch Beobachtung der Stromstärke und der Potentialdifferenz an den zu den Kohlenfäden führenden Platindrähten erhalten. Um ein Bild der bei den Glühlampen vorkommenden Verhältnisse zu geben, sind im Folgenden für einige Lampen die Lichtstärken in sogen. Normalkerzen unter L, die Stromstärken in Ampères unter J, die Differenzen der Potentialfunktion an den Zuleitungsdrähten in Volt unter V, die Widerstände der Kohlenfäden in Ohm unter W, und unter $JV = J^2 W$ die elektrische Energie, das heifst eine der in den Lampen entwickelten Wärme proportionale Zahl zusammengestellt[2]):

Lampen	L	J	V	W	JV
Edison B	11,09	0,825	55,78	67,68	46,02
„ A	15,72	0,747	102,2	136,6	76,35
Swan klein	13,00	1,272	38,12	29,96	48,49
„ grofs	43,48	1,143	125,85	96,37	143,84
Siemens	15,72	0,939	98,89	105,25	92,86.

Betreffs des Specielleren über die Glühlampen verweisen wir auf den citierten Bericht der Münchner Kommission.

1) *Clausius*, Poggend. Ann. Bd. LXXXVII.

2) Officieller Bericht über die internationale Elektricitätsausstellung, verbunden mit elektrotechnischen Versuchen in München im Jahre 1882, bearbeitet und herausgegeben von der Prüfungskommission, redigiert von *von Beetz*, *von Miller*, *Pfeiffer*.

Digitized by Google

§. 97.

Der elektrische Flammbogen. Die einfachste und zuerst beobachtete[1]) Lichtwirkung des galvanischen Stromes zeigt sich, wenn man den metallischen Stromkreis eines kräftigen galvanischen Stromes an irgend einer Stelle unterbricht; es springt dann zwischen den Unterbrechungsstellen ein Funke über, welcher dem elektrischen Funken sehr ähnlich ist. Die Farbe des Funkens ändert sich mit den Metallen, zwischen welchen er überspringt, er ist um so lebhafter, je leichter die Metalle verdampfen oder verbrennen, am lebhaftesten, wenn man ihn zwischen einem Metalle und Quecksilber überspringen läfst, wenn man also den Stromkreis dadurch unterbricht, dafs man einen Draht aus Quecksilber zieht.

Auf den ersten Blick und bei der Ähnlichkeit dieser Erscheinung mit dem Funken bei der Elektrisiermaschine sollte man glauben, dafs der galvanische Funke ebenfalls die in der Schlagweite überspringende Elektricität sei. Dafs dem jedoch nicht so ist, ergiebt sich schon daraus, dafs der Funke überspringt, wo wir auch den Schliefsungsbogen unterbrechen, während doch die Dichtigkeit der Elektricität auf demselben in einiger Entfernung von den Polen der Batterie eine sehr kleine ist. Noch entscheidender spricht aber gegen diese Annahme, dafs man bei einem Stromkreise, welcher schon sehr kräftige Öffnungsfunken zeigt, durchaus keine Funken erhält, wenn man den Stromkreis schliefst. Jacobi[2]) näherte die Enden des Schliefsungsbogens einer aus 12 Platin-Zink-Elementen bestehenden Säule durch Mikrometerschrauben bis auf 0,00127 mm, er konnte indes keinen Funken beobachten.

Daraus folgt, dafs der bei dem Öffnen der Kette auftretende Funke nicht die in der Schlagweite überspringende Elektricität ist; es ist vielmehr zunächst eine Erscheinung des galvanischen Glühens, dessen Entstehung sich leicht folgendermafsen ergiebt[3]): Vermindert man den Querschnitt eines vom Strom durchflossenen Leitungsdrahtes an einer Stelle mehr und mehr, so gerät er daselbst in immer lebhafteres Weifsglühen, bis er zuletzt entweder schmilzt, oder mit hellem Glanze verbrennt. Eine solche Verminderung des Querschnittes tritt immer dann ein, wenn man zwei mit den Polen der Säule verbundene Leitungsdrähte mit ihren Enden an einander prefst und sie dann von einander entfernt. Deshalb mufs in dem Momente der Trennung ein Glühen der sich noch in wenigen Punkten berührenden Stellen der Drähte und damit eine Verbrennung eintreten, welche dann als Funke auftritt.

Wenn dieses auch der gewöhnlich auftretende Funke ist, so können doch bei galvanischen Batterien elektrische, in der Schlagweite auftretende Funken sich zeigen, wenn nur die Dichtigkeit der Elektricität an den Polen der Batterie hinreichend ist, um eine merkliche Schlagweite zu besitzen. Derartige Funken hat Crosse[4]) mit einer Säule von 1626 Kupfer-Zink-Elementen beobachtet, in welcher als Leitungsflüssigkeit Wasser angewandt

---

1) *Nicholson*, Gilberts Annalen Bd. VI.
2) *Jacobi*, Poggend. Ann. Bd. XLIV.
3) *Wiedemann*, Galvanismus. Bd. I, §. 701. 2. Aufl.
4) *Crosse*, Philosophical Magazin. vol. XVII. 1840.

Digitized by Google

war. Gassiot[1]) hat mit 3520 solcher Elemente schon in einem Abstande von 0,25 mm Funken erhalten, welche Tage lang in einem kontinuierlichen Strome übersprangen. Wir kommen auf diese Erscheinungen später zurück.

Bei Anwendung sehr kräftiger Batterien, welche indes noch lange nicht ausreichen, um beim Schliefsen des Stromkreises oder gar in der Schlagweite Funken zu geben, kann man nach Herstellung des Funkens bei dem Öffnen des Kreises einen kontinuierlichen Übergang von Elektricität erhalten, wenn man die getrennten Teile in einer sehr kleinen Entfernung festhält. Man erhält dann zwischen den getrennten Enden des Schliefsungsbogens einen Lichtbogen, den sogenannten Davyschen Lichtbogen, welcher zu den glänzendsten Naturerscheinungen gehört.

Der erste, welcher diesen Lichtbogen beobachtete, war wohl Davy[2]), derselbe verband durch Drähte mit den Polen einer Säule von 2000 Elementen zwei Kohlenstifte von 3 cm Länge und 4 mm Durchmesser. Nachdem er dieselben in Berührung gebracht hatte, entfernte er sie von einander, und es bildete sich zwischen den Kohlenspitzen ein dauernder Lichtbogen von höchstem Glanze. Derselbe dauerte fort, selbst als die Spitzen der Kohlen bis 10 cm von einander entfernt waren.

Es bedarf indes zur Erzeugung eines solchen Lichtbogens nicht einer Säule von 2000 Elementen, wie Davy sie anwandte, sondern es genügen dazu schon 20 bis 30 Bunsensche oder Grovesche Elemente, ja selbst mit 12 grofsplattigen Groveschen Elementen läfst sich derselbe darstellen. Um ihn zu erhalten, mufs man im allgemeinen in der angegebenen Weise verfahren, dafs man die Enden des Schliefsungsbogens, zwischen welchen er erzeugt werden soll, zunächst an einander bringt und dann vorsichtig von einander entfernt; der eintretende Öffnungsfunke leitet den Übergang der Elektricität ein. Man kann indes den Lichtbogen auch erhalten, wenn man den Übergang der Elektricität, anstatt ihn durch den Öffnungsfunken einzuleiten, dadurch herstellt, dafs man zwischen den sehr genäherten Enden des Schliefsungsbogens den elektrischen Funken einer Leydener Flasche überspringen läfst[3]).

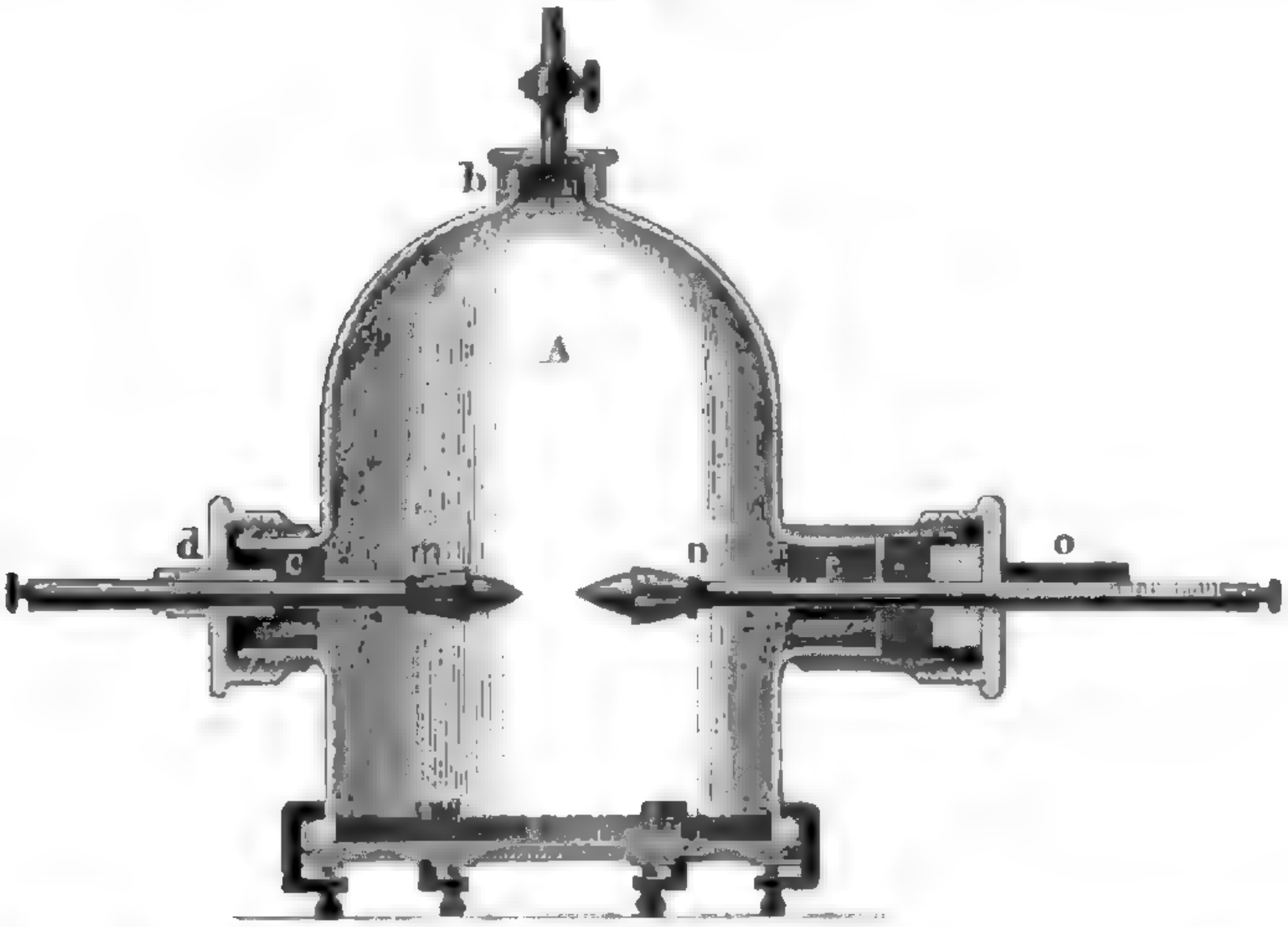
Die Entfernung, bis zu welcher man nach hergestelltem Lichtbogen die Enden des Schliefsungsbogens von einander entfernen kann, hängt ab von der Umgebung, in welcher der Lichtbogen dargestellt wird, von der Intensität des Stromes und besonders von der Natur der Elektroden. Ein sehr bequemer Apparat zur Untersuchung der verschiedenen Umstände ist folgender, welchen Wiedemann beschreibt[4]): Eine Glasglocke *A* (Fig. 173) ist an drei Stellen tubuliert. Auf den Tubulus *b* ist ein Hahn luftdicht aufgekittet. Der Tubulus *c* trägt eine Fassung, in welcher man einen Deckel *d* einschrauben kann, der in seiner Mitte den dicken Metallstab *m*

1) *Gassiot*, Philosophical Magazin. vol. XXV. 1844.
2) *Davy*, Philosophical Transactions for 1821.
3) *Daniell*, Poggend. Ann. Bd. LX. S. 381.
4) *Wiedemann*, Galvanismus. Bd. I. §. 703. 2. Aufl. Auf eine Beschreibung der vielen elektrischen Bogenlampen resp. Regulatoren, Differentiallampen u.s.w. können wir hier nicht eingehen, wir verweisen deshalb auf die Werke über elektrische Beleuchtung, so auf die neueste Auflage von *Schellens* elektromagnetische Maschinen. Köln bei Dumont-Schauberg 1883.

Digitized by Google

trägt. An diesen Stab wird aufserhalb der Glocke der eine Leitungsdraht der Säule festgeklemmt. Auf den gegenüberliegenden Tubulus c ist eine Stopfbüchse aufgekittet, durch die ebenfalls ein dicker Metallstab n hindurchgeschoben werden kann. Diese Metallstäbe tragen in Bleistifthaltern ähnlichen federnden Klemmen die Körper, Kohlenstifte, Metallbleche u. dgl., zwischen denen der Lichtbogen erzeugt werden soll. Der Stab n trägt eine Millimeterteilung, an dieser anliegend ist auf der Stopfbüchse ein Nonius befestigt, so dafs man den Abstand der Spitzen genau messen kann.

Fig. 173.



Man stellt die Glocke auf den Teller einer Luftpumpe, oder auf eine genau schliefsende Spiegelglasplatte, an welcher sie, wie die Figur zeigt, festgeklemmt werden kann. Erzeugt man in diesem Apparate den Lichtbogen zwischen Kohlenspitzen und bestimmt seine gröfste Länge, wenn die Glocke mit Luft unter dem Drucke der Atmosphäre gefüllt ist, so kann man den Abstand der Spitzen noch weiter vergröfsern, wenn man die Luft aus der Glocke auspumpt. So konnte Davy den Abstand der Kohlenspitzen bei Anwendung der vorhin angegebenen Säule von 11 auf 18 cm vergröfsern, während die Luft bis auf 6 mm Quecksilberdruck ausgepumpt wurde.

Ebenso wird der Lichtbogen verlängert, wenn man die Anzahl der Elemente vermehrt, welche ihn hervorruft, also die elektromotorische Kraft der Säule. Bei Anwendung von 600 zu einer Säule verbundenen Bunsenschen Elementen konnte Despretz[1]) einen Bogen von 16,2 cm Länge erzeugen.

Von dem wesentlichsten Einflufs ist aber auf den Lichtbogen die Natur der Elektroden, er entsteht um so leichter und kann um so mehr verlängert werden, je leichter die Elektroden verflüchtigt werden können. Zwischen Platindrähten ist er deshalb am schwierigsten herzustellen und

1) *Despretz*, Comptes Rendus. T. XXX. p. 367.

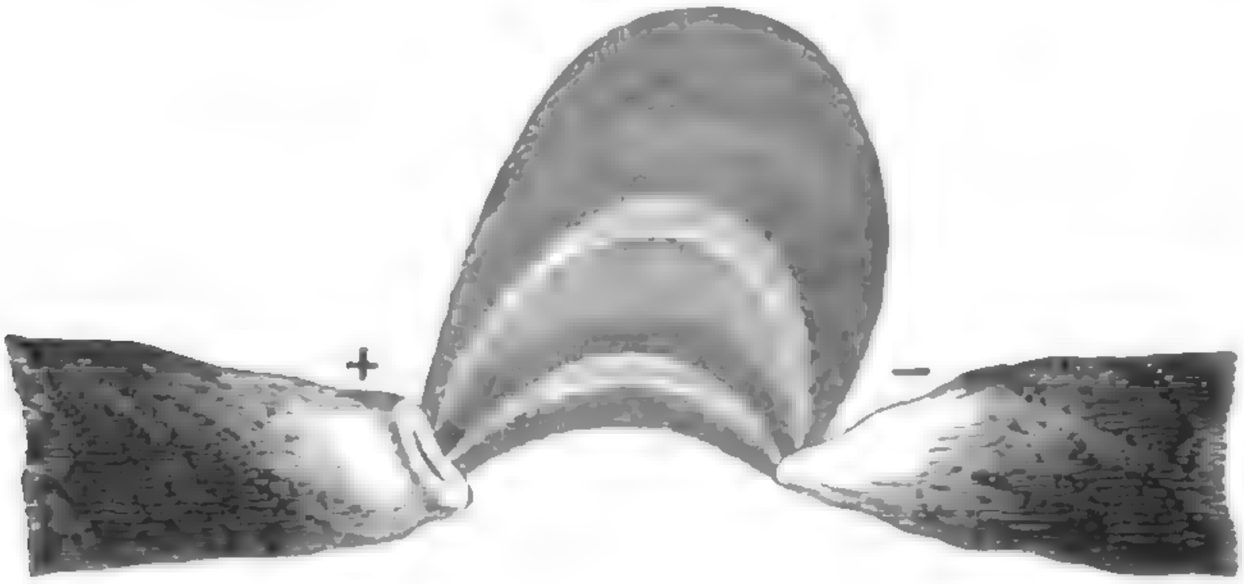
Digitized by Google

am kürzesten. Zwischen leichtflüchtigen Metallen, wie Zink, kann er länger erhalten werden, am längsten zwischen Kohlenspitzen, welche mit leichtflüchtigen Salzen getränkt sind. So giebt Casselmann[1]) an, dafs, während bei einer Säule von 44 Bunsenschen Elementen die Länge des Bogens zwischen rohen Kohlenspitzen bis auf 4,5 mm gebracht werden konnte, sie bei mit Ätzkali getränkter Kohle bis auf 8 mm vergröfsert werden konnte.

Aus dem Einflusse der Flüchtigkeit der Elektroden auf die Ausbildung und die Länge des Lichtbogens ergiebt sich schon, dafs die Elektroden, zwischen welchen derselbe gebildet ist, sich verflüchtigen. Das zeigt auch die Abnahme der Masse derselben, welche stets stattfindet. Bei der Herstellung des Bogens in der Luft hat diese Verflüchtigung zum Teil ihren Grund darin, dafs sie verbrennen; dafs das aber nicht der einzige Grund der Abnahme derselben ist, folgt daraus, dafs sie auch im luftleeren Raum oder in Stickstoff bedeutend an Gröfse verlieren, wo eine Verbrennung derselben nicht stattfinden kann.

Untersucht man die Elektroden, zwischen welchen sich der Bogen im luftleeren Raum oder in Stickstoff gebildet hat, so findet man stets, dafs die positive Elektrode am meisten abgenommen und dafs die negative, also jene, in welche der positive Strom übergeht, häufig sogar an Gewicht zugenommen hat. Daraus folgt, dafs in dem Lichtbogen ein Transport von Teilchen, welche sich von der positiven Elektrode losgerissen haben, zur negativen Elektrode stattgefunden hat. Erzeugt man z. B. den Bogen zwischen Kohlenspitzen, so erhalten dieselben sehr bald das Ansehen Fig. 174. Die positive Spitze höhlt sich kraterartig aus, während die

Fig. 174.



negative Elektrode ihre spitze Gestalt beibehält, und sich rings um die Spitze kleine kugelförmige Erhöhungen zeigen. Man sieht diese Erscheinung am besten, wenn man von dem Lichtbogen vermittels einer Linse auf einem Schirme ein objektives Bild entwirft, da das Licht viel zu blendend ist, als dafs man direkt auf die Elektroden hinsehen könnte[2]).

Wir haben soeben angegeben, dafs der Bogen sich leichter zwischen leichtflüchtigen Elektroden bildet; nach der letzten Erfahrung können wir

1) *Casselmann*, Poggend. Ann. Bd. LXIII.
2) *Müller-Pouillet*, Lehrbuch der Physik. 5. Aufl. 2. Bd.

Digitized by Google

dieses dahin näher bestimmen, dafs es vorwiegend auf die Natur der positiven Elektrode ankommt. Zwischen einer leichtflüchtigen positiven und einer nicht leichtflüchtigen negativen Elektrode bildet sich der Bogen fast ebenso leicht und lang als zwischen zwei leichtflüchtigen Spitzen. Macht man dagegen die schwerflüchtige Elektrode zur positiven, so kann der Bogen nur wenig länger erhalten werden als zwischen zwei schwerflüchtigen Elektroden.

Nach den Versuchen von van Breda[1]) findet indes auch ein Transport von der negativen zu der positiven Elektrode statt, jedoch in viel geringerem Mafse. Man erkennt das am leichtesten, wenn man zwei verschiedene Metalle zu Elektroden wählt; auf jeder ist dann das andere Metall nachzuweisen. Breda hat dieses sogar durch Gewichtsbestimmungen gezeigt; er stellte z. B. den Bogen im luftleeren Raume zwischen zwei Eisenkugeln her und fand, dafs beide Kugeln an Gewicht verloren hatten[2]).

Diese Verflüchtigung der Elektroden, selbst der am schwersten schmelzbaren Metalle beweist, dafs die Temperatur des Lichtbogens eine äufserst hohe sein mufs; es ist vielleicht die höchste, welche wir zu erzeugen imstande sind. Wir haben bereits im dritten Teile §. 66 die Versuche von Despretz[3]) erwähnt und angeführt, wie es ihm gelungen sei, auch die am schwersten schmelzbaren Körper mit Hilfe einer Bunsenschen Batterie von 500 bis 600 Elementen zum Schmelzen zu bringen. Die Kohlenspitzen, welche Despretz zur Herstellung des Lichtbogens in einem luftleeren Raume benutzte, verdampften, und an den Wänden der Glasglocke fand sich nachher ein schwarzer krystallinischer Absatz des wieder niedergeschlagenen Kohlendampfes. Kleine Kohlenstücke, welche sich in einem als positiver Pol dienenden Graphittiegel befanden, waren, nachdem der Lichtbogen einige Zeit gedauert, aneinander geschweifst. Wie überhaupt der Lichtbogen zu den brillantesten Naturerscheinungen gehört, so kann man die hohe Temperatur desselben zu den glänzendsten Verbrennungserscheinungen benutzen; so verbrennen alle Metalle in demselben, Zink mit einer glänzend weifsen, Kupfer mit einer grünlichen Flamme; Eisen und Stahl mit der positiven Elektrode in Berührung gebracht verbrennt, selbst in Form von dicken Blechen, wie eine Uhrfeder in Sauerstoffgas.

Es zeigt sich betreffs der Hitzeentwicklung, dafs die Temperatur der positiven Elektrode stets eine höhere ist als diejenige der negativen Elektrode. Man kann das schon leicht wahrnehmen, wenn man den Lichtbogen einfach zwischen Kohlenspitzen herstellt, und dann die Kohlenspitzen so weit von einander entfernt, dafs der Lichtbogen aufhört. Die positive Elektrode ist weifsglühend, während die negative nur eben rotglühend ist, und wenn letztere schon ganz dunkel ist, glüht erstere noch lebhaft. Wenn man als Enden der Leitungsdrähte zwei Kupferdrähte nimmt, diese kreuzweise über einander legt und dann ein wenig von einander entfernt, so glüht oft der positive Draht allein, oder beide Drähte werden glühend,

---

1) *van Breda*, Poggend. Ann. Bd. LXX.

2) Man sehe auch die Versuche von *Herwig*, Poggend. Ann. Bd. CXLIX, welche zu demselben Resultate kommen, und gleichzeitig zeigen, dafs eine erkennbare Beziehung zwischen der Stromstärke und den übergeführten Mengen nicht existiert.

3) *Despretz*, Comptes Rendus T. XXVIII. p. 755. T. XXIX. p. 48 u. 545.

Digitized by Google

der positive aber viel lebhafter und während dann der negative Draht nur innerhalb des Stromkreises glüht, glüht am positiven Drahte noch ein aufserhalb des Stromkreises liegendes Stück[1]).

Wenn man einen Lichtbogen zwischen einem Metalldrahte und Quecksilber hervorbringt, so ist derselbe glänzend, der Draht glüht lebhaft, wenn man ihn als positive Elektrode benutzt; dient dagegen das Quecksilber als positive Elektrode, so zeigt sich nur ein kleiner Funke, der Draht glüht nicht und statt dessen verdampft das Quecksilber sehr stark[2]).

Die hohe Temperatur des Lichtbogens und den Unterschied in der Temperatur der positiven und negativen Elektrode ergeben auch die direkten Messungen Rosettis[3]) über die Temperatur des zwischen Kohlenspitzen erzeugten Lichtbogens. Rosetti wandte zu seinen Versuchen das im §. 40 des dritten Bandes beschriebene Verfahren an, er liefs die einzelnen Teile des Lichtbogens gegen eine Thermosäule strahlen und berechnete aus der beobachteten Strahlung die Temperatur nach der Gleichung

$$S = (a T^2 - b)(T - T_0),$$

wenn S die beobachtete Strahlung, T die Temperatur des strahlenden Körpers, T_0 die Temperatur der Thermosäule, die Temperaturen vom absoluten Nullpunkte aus gerechnet, a und b Konstanten sind, welche von der Empfindlichkeit der Thermosäule abhängig sind. Um die Temperatur des Lichtbogens selbst zu erhalten, wurden die Kohlenspitzen abgeblendet, so dafs nur der Lichtbogen strahlte. Zur Berechnung der Temperatur wurde die beobachtete Strahlung durch das Emissionsvermögen des Lichtbogens dividiert, welches Rosetti dem einer nichtleuchtenden Bunsenschen Flamme von gleicher Dicke gleich setzt.

Liefs Rosetti nur die positive Spitze auf die Thermosäule strahlen, so ergab sich die Temperatur um so höher, je kleiner das strahlende Stück und je näher es an der Spitze war. Die Temperatur der Spitze selbst fand er zu 3900° C. und zwar scheint dieselbe von der Stärke des den Lichtbogen erzeugenden Stroms nur wenig abzuhängen, meistens erhielt Rosetti dieselbe Temperatur der Spitze bei einer Stromstärke von 32 und von 60 chemischen Einheiten, also von 3,06 oder 5,75 Ampères.

Für die negative Elektrode ergab sich als Maximaltemperatur 3150° C.

Die Temperatur des Flammbogens ist erheblich höher, Rosetti erhielt für dieselbe den Wert von 4800°—4844° C., und zwar ebenfalls unabhängig von der Stromstärke.

Verstärkung des Stromes bewirkt wesentlich nur, dafs die Glüherscheinung sich weiter über die Kohlen erstreckt, die Flächen, welche die Maximaltemperaturen haben, werden mit dem stärkeren Strome erheblich gröfser.

---

1) *Gassiot*, Philosophical Magazin vol. XIII. 1838. Poggend. Ann. Bd. XLVI.

2) *Tyrtov*, Poggend. Ann. Bd. LXX.

3) *Rosetti*, Atti dell' Ist. Venet. (5) V p. 1—18. Beiblätter Bd. III. S. 821. Mem. della R. Acc. dei Lincei (3) Bd. IV. Beiblätter Bd. IV p. 134. Ich kenne die Arbeit nur aus den Beiblättern, kann deshalb, da dort nicht die Beobachtungen selbst, sondern nur die Resultate angegeben sind, nicht berechnen, welche Temperaturen sich nach dem Stefanschen Strahlungsgesetz ergeben würden. Dieselben würden etwas tiefer sein.

Digitized by Google

Der hohen Temperatur des Lichtbogens entsprechend ist auch die Intensität des von demselben ausgesandten Lichtes. Nach einer Messung von Bunsen mit dem von ihm angegebenen Photometer[1]) ist die Intensität des Lichtbogens zwischen Kohlenspitzen bei 48 Bunsenschen Elementen und einer Stromintensität gleich 52,32 nach absolutem Mafse gleich der Helligkeit von 576 Stearinlichtern. Wurden die Kohlenspitzen mehrfach mit einer konzentrierten Lösung von Glaubersalz getränkt, so wurde die Helligkeit mehr als verdoppelt.

Ausgedehnte Messungen sind über die Intensität des Lichtbogens von Casselmann[2]) angestellt worden. Derselbe bediente sich ebenfalls des Bunsenschen Photometers und verglich die Helligkeit des Lichtbogens mit jener einer Stearinflamme, deren Leuchtkraft als Einheit angenommen ist. Folgende Tabelle enthält die Resultate dieser Messungen. Die Stromstärke ist nach absolutem Mafse gemessen, 10 Einheiten sind gleich ein Ampère.

Elektroden	Abstand der Spitzen	Stromstärke	Lichtintensität
Rohe Kohle	unmefsbar	90,504	92,3
desgl.	4,5 mm	65,275	139,4
Kohle, getränkt mit salpetersaurem Strontian	0,75	94,037	334,7
	0,75	101,540	336,6
	0,50	113,900	353,0
	6,75	83,928	274,0
Kohle, getränkt mit Ätzkali	2,5	95,910	150,0
	8,0	78,000	75,1
mit Zinkchlorid	1,0	76,596	623,8
	5,0	64,141	159,1
mit Borax und Schwefelsäure	1,5	67,611	1171,3
	5,0	60,887	165,4

Diese Versuche beweisen, dafs das Maximum der Helligkeit mit dem Minimum der Entfernung der Kohlenspitzen zusammenfällt. Denn wenn auch z. B. bei dem Versuche mit der rohen Kohle die gröfsere Intensität des ausgesandten Lichtes sich bei 4,5 Millimeter Abstand zeigt, so ist zu bedenken, dafs der leuchtende Bogen dabei viel gröfser ist als bei unmefsbar kleiner Entfernung.

Aus demselben Grunde sagen auch die in der letzten Spalte der Tabelle angegebenen Zahlen direkt nichts über die Leuchtkraft des Flammenbogens aus, da eine Kerzenflamme bedeutend gröfser ist als der Lichtbogen. Indem Casselmann die Gröfse des Lichtbogens nach ungefährer Schätzung mit der Gröfse einer Kerzenflamme verglich, fand er, dafs die Intensität des von einer gleichen Fläche des Lichtbogens, vorausgesetzt, dafs derselbe überall gleiche Leuchtkraft habe, ausgesandten Lichtes im Verhält-

1) *Bunsen*, Poggend. Ann. Bd. LX.
2) *Casselmann*, Poggend. Ann. Bd. LXIII.

Digitized by Google

nis zum Kerzenlichte durch vielleicht noch 100 mal gröfsere Zahlen ausgedrückt werden müfste, wenn der Lichtbogen das Maximum der Helligkeit hat. Da nun aber der Lichtbogen in der Nähe der positiven Elektrode die gröfste Helligkeit besitzt, so ist die Leuchtkraft desselben an dieser Stelle eine bedeutend gröfsere.

Intensitätsmessungen des elektrischen Lichtes sind in den letzten Jahren vielfach gemacht worden, seitdem das Bogenlicht in der Praxis eingeführt und zur Beleuchtung grofser Räume, freier Plätze und Strafsen vielfach benutzt wird. Es hat sich dabei ergeben, dafs die Intensität des Lichtes nach den verschiedenen Richtungen eine sehr verschiedene ist. Man nimmt zu Beleuchtungszwecken, da der positive Pol weitaus das meiste Licht aussendet, den positiven Pol der Lampen oben. Geht man dann von der horizontalen Richtung aus, so ergiebt sich, dafs die Intensität, wenn man in gegen die Horizontale nach oben geneigten Richtungen beobachtet, sehr rasch abnimmt; die Intensität nimmt dagegen ganz erheblich zu in nach unten geneigten Richtungen bis zu einem Maximum, welches für die verschiedenen Lampenkonstruktionen etwas verschieden, in der Regel bei 40^0-50^0 Neigung gegen den Horizont vorhanden ist. Bei weiterer Neigung nimmt die Intensität wieder ab.

Man unterscheidet deshalb bei den elektrischen Lampen die Intensität nach verschiedenen Richtungen und die mittlere räumliche Helligkeit; die letztere wird ausgedrückt als Helligkeit einer Lichtquelle, welche die gleiche Lichtmenge aussendet wie die elektrische Lampe, aber gleichmäfsig nach allen Richtungen des Raumes.

So ergab sich z. B. für eine Differentiallampe von Crompton bei den Versuchen der Münchener Kommission[1]), als die Stromstärke im Mittel etwa 17 Ampères, die Differenz der Potentialfunktion an den Polen der Lampe etwa 66 Volts betrug, die Helligkeit in der Horizontalen gleich der von 566 Normalkerzen, unter einer Neigung von

	15^0	30^0	45^0	60^0
zu	1531	2523	3071	2975 Normalkerzen

und für die mittlere räumliche Helligkeit der Wert 1221 Normalkerzen.

Zu einem genaueren Eingehen auf die Intensitätsverhältnisse der elektrischen Lampen fehlt uns hier der Raum, wir müssen deshalb auf die Specialwerke über Elektrotechnik verweisen.

Fizeau und Foucault[2]) haben die Helligkeit des elektrischen Lichtes mit demjenigen der Sonne verglichen, indem sie die chemischen Wirkungen beider mit einander verglichen. Sie liefsen zwei Strahlenkegel gleicher Öffnung, den einen von der Sonne, den anderen von dem positiven Pole eines durch 46 Bunsensche Elemente erzeugten Lichtbogens ausgehend, jeden auf eine präparierte Daguerresche Platte wirken, nachdem die Strahlen durch Linsen gleicher Brennweite konzentriert waren. Sie beobachteten dann die Zeit, welche erforderlich war, damit beide Platten gleiche Eindrücke

1) In dem schon citierten Berichte über die Münchner elektrische Ausstellung im Jahre 1882.

2) *Fizeau* und *Foucault*, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. XI. Poggend. Ann. Bd. LXIII.

Digitized by Google

erhielten. Man darf annehmen, dafs diese Zeiten der Intensität der chemisch wirksamen in beiden Kegeln vorhandenen Strahlen umgekehrt proportional sind. Da nun die Lichtkegel gleiche Öffnung hatten, ist die Intensität der in ihnen enthaltenen Strahlen der Intensität der von gleichen Flächenstücken der Sonne und des Lichtbogens am positiven Pole überhaupt ausgesandten Strahlen proportional. Nimmt man nun an, dafs die Intensität des von der Sonne und von dem Lichtbogen ausgesandten Lichtes der Intensität der chemisch wirksamen Strahlen proportional ist, so verhalten sich die beiden Intensitäten umgekehrt wie die Zeiten, welche zur Hervorbringung gleicher Eindrücke auf den Platten erforderlich sind. So ergab sich, dafs die Intensität des positiven Poles bei Anwendung von 46 Bunsenschen Elementen 0,235 des Sonnenlichtes war, bei Anwendung einer Säule von 46 dreifachen Elementen 0,385 des Sonnenlichtes. Das Licht der negativen Elektrode hatte etwa nur ein Drittel dieser Intensität.

Wie sehr diese Intensität die aller sonstigen irdischen Lichtquellen übertrifft, ergiebt sich daraus, dafs jene des nach diesem intensivsten, des Drummondschen Kalklichtes nur ungefähr 0,006 des Sonnenlichtes ist.

Der Wert von Fizeau und Foucault für die Intensität des elektrischen Lichtes ist indes etwas zu grofs, da eine prismatische Untersuchung des elektrischen Lichtes in demselben relativ mehr chemisch wirksame Strahlen zeigt als im Sonnenlicht. Wie wir im zweiten Teile sahen, sind hauptsächlich die Strahlen kleinerer Wellenlänge die chemisch wirksamen; die prismatische Untersuchung des elektrischen Lichtes zeigt nun, dafs die ultravioletten Strahlen in demselben sehr reichhaltig sind. Deswegen erregt das elektrische Licht auch äufserst brillante Fluorescenz-Erscheinungen.

Im übrigen läfst gerade die prismatische Untersuchung des Flammenbogens erkennen, dafs dieselbe im wesentlichen eine Glüherscheinung ist, denn das Spektrum desselben zeigt die hellen Linien, welche für die Substanzen charakteristisch sind, zwischen denen der Bogen gebildet ist.

Damit ist nun auch sofort die Erklärung dieses ganzen Phänomens gegeben. Der Bogen beginnt als einfacher Öffnungsfunke; bei der Trennung der sich zunächst berührenden Spitzen kommen die zuletzt sich berührenden Teile zum Glühen, sie werden dadurch losgerissen und bilden nach der Trennung der Elektroden zwischen denselben eine leitende Verbindung, so dafs der Strom durch sie hindurchgeht. Wegen des grofsen Widerstandes aber, den diese Leitung bietet, kommt sie nach dem Jouleschen Gesetze zu lebhaftem Glühen. Ist diese Kette einmal hergestellt, so wird sie durch reichlich infolge der hohen Temperatur losgerissene Teilchen unterhalten, und man kann dann durch vorsichtiges Bewegen die Elektroden selbst eine gewisse Strecke von einander entfernen, ohne diese leitende Verbindung zu unterbrechen, und zwar um so weiter, je leichter von den Elektroden die kleinen Teilchen losgerissen werden, welche die Leitung des Stromes vermitteln. Entfernt man indes die Elektroden zu weit von einander, so können die von der einen Elektrode losgerissenen Teilchen die andere nicht mehr erreichen; der Strom wird unterbrochen und der Lichtbogen erlischt; um ihn wieder herzustellen, mufs man die Elektroden wieder mit einander in Berührung bringen, oder zwischen den sehr genäherten einen elektrischen Funken überspringen lassen.

Dafs der Lichtbogen die Elektricität in der That leitet, ergiebt sich

direkt aus der Thatsache, dafs der elektrische Strom nach der Trennung nicht aufhört; häufig bei geringem Abstande der Elektroden ist sein Widerstand sogar nur klein.

Matteucci[1]) schaltete in einem Stromkreise, in welchem ein Lichtbogen erzeugt wurde, ein Voltameter ein und fand, dafs in demselben in einer Minute entwickelt wurden 57, 44, 38 ccm Knallgas, als die Kohlenspitzen 2, 3, 4 mm von einander entfernt waren. Da nun bei einer Verlängerung des Lichtbogens um das Doppelte der Strom nur ungefähr im Verhältnis 3 zu 2 geschwächt wurde, so folgt, dafs der Widerstand des Lichtbogens gegen den des übrigen Stromkreises keineswegs besonders grofs ist. Das zeigte auch bei einer andern Versuchsreihe eine Vergleichung der Stromstärke, wenn die Elektroden mit einander in Berührung waren, und wenn zwischen denselben sich der Lichtbogen bildete.

Bei Berührung der Elektroden entwickelten sich in einer Minute 46 ccm Knallgas; als der Abstand derselben 3 mm betrug, und die Elektroden bestanden aus

Kupfer,	war	die	entwickelte	Knallgasmenge	23	ccm
Messing	"	"	"	"	26	"
Eisen	"	"	"	"	27	"
Kohle	"	"	"	"	29	"
Zink	"	"	"	"	35	"
Zinn	"	"	"	"	45	"

Man sieht, dafs der Widerstand des Bogens sich ändert mit der Natur der Elektroden, dafs er um so kleiner wird, je leichter dieselben verflüchtigt werden. Es fällt das vollständig mit der Erfahrung zusammen, dafs der Bogen um so leichter gebildet wird und um so mehr verlängert werden kann, je leichter die Elektroden verflüchtigt werden, und ist ein neuer Beweis dafür, dafs der Lichtbogen weiter nichts ist, als ein wegen seines Widerstandes sehr hell glühender Teil der Leitung.

Eine genauere Untersuchung des Widerstandes, welchen der elektrische Lichtbogen dem Strome entgegensetzt, hat Edlund[2]) ausgeführt. In den Stromkreis, welcher die Spitzen des Bogens enthielt, welche durch eine Schraube beliebig von einander entfernt und deren Entfernung gemessen werden konnte, wurde als Rheostat ein mit Kupfervitriollösung gefüllter Holzkasten eingefügt, in welchen zwei Kupferplatten als Elektroden eingesenkt waren. Es wurde zunächst die Stromstärke gemessen, wenn die Kohlenspitzen sich berührten und in dem Rheostaten eine Flüssigkeitsschicht von gewisser Dicke eingeschaltet war. Darauf wurde der Lichtbogen hergestellt, und der durch Einschalten der Luftstrecke geschwächte Strom durch Ausschalten der Flüssigkeit, also näheres Zusammenschieben der Kupferelektroden wieder auf die frühere Stärke gebracht. Indem Edlund den Lichtbogen allmählich verlängerte, und jedesmal durch näheres Zusammenrücken der Kupferelektroden in dem Rheostaten dem Strom die frühere Stärke wiedergab, konnte er die Abhängigkeit des Widerstandes von der Länge des Lichtbogens bestimmen. Dabei ergab sich, dafs der

1) *Matteucci*, Comptes Rendus XXX. p. 201.
2) *Edlund*, Poggend. Ann. Bd. CXXXI.

Digitized by Google

Widerstand des Lichtbogens sich mit zunehmender Länge vergröfserte, dafs derselbe aber nicht einfach der Länge des Bogens proportional war, sondern sich durch eine Gleichung von der Form

$$w = a + b \,.\, l$$

darstellen liefs, worin a und b zwei Konstanten und l die Länge des Lichtbogens bedeuten. So ergab sich bei einem Versuche, als die Längen des Lichtbogens waren

5	Skalenteile	= 2	mm,	der	Widerstand	zu	7,8
4	"	= 1,6		"	"	"	7,6
3	"	= 1,2		"	"	"	7,3
2	"	= 0,8		"	"	"	7,1
1	"	= 0,4		"	"	"	6,9

somit

$$w = 6{,}74 + 0{,}2 \,.\, l,$$

wenn die Länge in Skalenteilen ausgedrückt ist.

Es ergiebt sich somit, dafs mit Herstellung des Lichtbogens eine von der Länge desselben unabhängige Ursache der Stromschwächung vorhanden ist. Dieselbe kann einen doppelten Grund haben, es kann nämlich entweder bei Herstellung des Lichtbogens ein Übergangswiderstand, bei dem Übergange der Elektricität aus den festen Teilen des Leiters in die Luft vorhanden sein, oder es kann bei der Herstellung des Lichtbogens im Lichtbogen eine elektromotorische Kraft auftreten, welche einen dem ursprünglichen entgegengesetzten Strom zu erzeugen strebt, und dadurch den Strom schwächt.

Denn bezeichnen wir die Stromstärke vor der Bildung des Lichtbogens mit J, die elektromotorische Kraft mit E, den Widerstand mit R, so ist nach dem Ohmschen Gesetze

$$J = \frac{E}{R}.$$

Nach Herstellung des Lichtbogens sinkt, wenn nicht die entsprechende Länge des Rheostaten ausgeschaltet wird, die Stromstärke auf J_1, und wir können diese Stromstärke darstellen durch

$$J_1 = \frac{E}{R + a + bl}.$$

Ebenso kann aber auch das von der Länge des Bogens unabhängige Glied a eine Schwächung der elektromotorischen Kraft bedeuten, und wir können J_1 darstellen durch

$$J_1 = \frac{E - p}{R + bl},$$

worin p aus den beiden letzten Gleichungen sich bestimmen läfst zu

$$p = \frac{a}{R + a + b} \cdot E.$$

Edlund schliefst aus theoretischen Gründen, dafs mit Herstellung des Lichtbogens eine Schwächung der elektromotorischen Kraft eintreten, respektive dafs im Lichtbogen eine dem ursprünglichen Strome entgegen-

Digitized by Google

gesetzte elektromotorische Kraft auftreten müsse. Er geht davon aus, dafs der Lichtbogen durch eine Zerstäubung der Polspitzen zustande kommt, und bemerkt, dafs diese Zerstäubung eine mechanische Arbeit erfordere. Mit dieser Arbeitsleistung mufs aber die in dem ganzen Stromkreise entwickelte Wärmemenge kleiner werden, und das ist nur möglich, wenn unabhängig von dem im Lichtbogen neu eintretenden Widerstande eine Schwächung des Stromes eintritt. Denn würde der Strom nur nach Mafsgabe des eingeschalteten Widerstandes geschwächt, so würde bei der Überwindung des Widerstandes eine demselben proportionale Wärmemenge entwickelt, die gesamte Wärmemenge wäre also nicht kleiner. Deshalb schliefst Edlund, dafs die von der Länge des Lichtbogens unabhängige Schwächung des Stromes in dem Auftreten einer elektromotorischen Gegenkraft ihren Grund habe, welche den Strom der mechanischen Arbeit entsprechend schwäche, und damit die entwickelte Wärmemenge absolut kleiner werden lasse.

Den Wert dieser elektromotorischen Gegenkraft findet Edlund, sobald die Stromstärke eine gewisse Gröfse hat, unabhängig von der Stromstärke[1]) und der elektromotorischen Kraft des zur Erzeugung des Lichtbogens verwandten Stromes, dagegen abhängig von der Natur der Spitzen, zwischen denen der Lichtbogen entsteht, sie ist kleiner, wenn der Lichtbogen zwischen Kupfer, als wenn er zwischen harter Kohle erzeugt wird.

Die Leitungsfähigkeit des Lichtbogens verschwindet nicht in dem Augenblicke, in welchem der ihn erzeugende Strom unterbrochen wird; sondern läfst man bei konstantem Abstande der Polspitzen den Strom nur eine ganz kurze Zeit unterbrochen, so stellt sich der Lichtbogen wieder her. Diese Erfahrung benutzte Edlund, um das Vorhandensein der elektromotorischen Kraft in dem Lichtbogen direkt nachzuweisen[2]).

Der Lichtbogen wurde zu dem Zwecke in eine Zweigleitung eingeschaltet, welche ein Galvanometer enthielt und welche durch eine hebelartige Vorrichtung in dem Momente geschlossen werden konnte, in welchem eben durch das Umschlagen dieses Hebels der den Lichtbogen erzeugende Strom unterbrochen wurde. Kräftige Ausschläge in dem Galvanometer bewiesen dann, dafs die Zweigleitung von einem Strome durchflossen wurde.

Frölich[3]) hat direkt die Potentialdifferenzen an den Polen des Lichtbogens gemessen, indem er während des Bestandes des Lichtbogens von den Kohlenstäben einen Strom mit so grofsem Widerstande abzweigte, dafs der Hauptstrom durch diese Verzweigung gar nicht geändert wurde. Der Widerstand dieses Zweiges war in Ohm bekannt, und die Stromstärke in dem Zweige wurde in Ampères gemessen. Das Produkt aus dem Widerstande des Zweiges und der Stromstärke in demselben giebt somit die elektromotorische Kraft, beziehungsweise den Unterschied der Potentialfunktion an den Punkten der Hauptleitung, an welchen die Enden des Zweiges angelegt sind, ausgedrückt in Volts. Die so gemessene Differenz der Potentialfunktion liefs sich durch eine Gleichung darstellen von der Form

$$E = a + bL,$$

1) *Edlund*, a. a. O. und Poggend. Ann. Bd. CXXXIII.
2) *Edlund*, Poggend. Ann. Bd. CXXXIV.
3) *Frölich*, Elektrotechnische Zeitschrift. Jahrgang 1883. S. 150.

Digitized by Google

wenn L die in Millimetern gemessene Länge des Lichtbogens ist. Bei Frölichs Versuchen wurde die Länge des Bogens von 1 bis 16 mm, die Stromstärke von 4 bis 120 Ampères geändert, für a und b ergaben sich die Werte

$$a = 39, \quad b = 1{,}8.$$

Das Resultat ist ganz in Übereinstimmung mit dem von Edlund erhaltenen, es ist an den Grenzen des Lichtbogens eine erheblich gröfsere Potentialdifferenz vorhanden, als sie vorhanden sein müfste, wenn man den Widerstand des Lichtbogens nach dem Ohmschen Gesetze berechnet.

Wenn es nach diesen Versuchen auch keinem Zweifel unterliegt, dafs in dem Lichtbogen eine elektromotorische Gegenkraft vorhanden ist, so bedarf es zu der Erklärung doch wohl nicht der Annahme, dafs dieselbe in der Zerstäubung der Polspitzen ihren Grund hat. Den Übergang der Elektricität durch den Lichtbogen können wir uns nur nach Art der Funkenentladung denken, denn die einzige bewegende Kraft ist die Differenz der Potentialwerte der Elektricität auf den Polspitzen selbst; es tritt infolge des Zwischenraumes zwischen den Spitzen des Lichtbogens eine Diskontinuität in dem Gefälle ein, und es mufs, wenn die Elektricität durch einen Luftraum übergehen soll, der Potentialwert an den Enden einen grössern Wert haben, als wenn die beiden Spitzen durch einen festen Leiter gleichen Widerstandes verbunden wären. Diese Steigerung der Potentialwerte mufs natürlich eine Verminderung des Gefälles in den festen Teilen der Leitung und damit eine Schwächung des Stromes zur Folge haben. Trennt man die beiden Polspitzen von der Hauptleitung und verbindet sie in demselben Moment durch eine Zweigleitung, so mufs dann auch, eben weil auf den Enden der Leitung eine merkliche Differenz der Potentialniveaus vorhanden ist, durch die Zweigleitung ein Ausgleichen der Elektricitäten, somit ein kurz dauernder Strom stattfinden[1]).

§. 98.

Elektrolyse binärer Verbindungen. Schaltet man an einer Stelle des Schliefsungsbogens eines galvanischen Stromes eine Flüssigkeit ein, in der Weise, wie wir es zur Bestimmung des Leitungswiderstandes der Flüssigkeiten thaten, so zeigt sich, dafs, wenn der Strom überhaupt durch die Flüssigkeit hindurchgeht, die Flüssigkeit chemisch geändert, dafs sie zersetzt wird. Diese chemische Zersetzung wurde zuerst von Carlisle beobachtet[2]), als er auf die oberste Platte einer Voltaschen Säule einen Tropfen Wasser brachte und in diesen den mit dem anderen Pol der Säule verbundenen Draht eintauchte; das Wasser wurde in seine gasförmigen Bestandteile zerlegt.

Bei einer Wiederholung des Versuches wurden Messingdrähte, welche mit den Polen einer Säule in Verbindung standen, in eine Glasröhre geleitet, welche mit Flufswasser gefüllt war. Dabei zeigte sich, dafs stets nur an dem einen, mit dem negativen Pole der Säule in Verbindung

1) Ausführlicheres darüber sehe man von *Besold*, Poggend. Ann. Bd. CXL.
2) *Carlisle*, Nicholsons Journal of natural philosophy vol. IV, Gilberts Annalen Bd. VI.

Digitized by Google

stehenden Drahte sich Gas entwickelte, während der andere Draht allmählich schwarz wurde und zerfiel. Das entwickelte Gas verpuffte mit Luft gemischt, es war also Wasserstoff.

Carlisle versuchte dann das Wasser zwischen Platindrähten zu zersetzen, um so den Strom aus Drähten in die Flüssigkeit eintreten zu lassen, welche nicht von dem Sauerstoff angegriffen werden. Es entwickelte sich an beiden Drähten Gas; an dem Drahte, welcher mit dem negativen Pole der Batterie verbunden war, entwickelte sich ungefähr das doppelte Volumen von dem des an dem anderen Drahte entwickelten Gases. Ersteres schien reiner Wasserstoff, letzteres Sauerstoff zu sein, so dafs also das Wasser durch den Strom der Voltaschen Säule einfach in seine Bestandteile zerlegt zu sein schien, und zwar so, dafs der eine dieser Bestandteile, der Wasserstoff, ganz an dem einen, der andere, der Sauerstoff, ganz an dem anderen Drahte frei wurde.

Die Versuche von Carlisle wurden bald und vielfach wiederholt und die Resultate derselben vollständig bestätigt[1]).

Wenn so auch die scheinbare Zersetzung des Wassers der Ausgangspunkt der Elektrochemie wurde, so ist doch die Zersetzung des Wassers, wie wir später noch besonders nachweisen werden, nickt direkt durch den Strom bewirkt, da eine Zersetzung des Wassers nur erhalten wird, wenn das Wasser Substanzen gelöst enthält, welche durch den Strom zersetzt werden können, und deren Zersetzungsprodukte sekundär das Wasser zersetzen.

Eine direkte und leicht zu übersehende Zersetzung durch den Strom erhält man, wenn man in den Stromkreis eine nur aus zwei Elementen bestehende Flüssigkeit bringt, etwa ein geschmolzenes Haloidsalz. Bringt man in einem Tiegel Chlorkalium oder Chlorlithium zum schmelzen, und taucht in die geschmolzene Masse die Unterbrechungsenden eines Stromkreises, so entwickelt sich an dem Drahtende, von dem aus der positive Strom in die Flüssigkeit eintritt, das Chlor, an dem anderen Pole das Metall.

Um die Resultate der chemischen Zersetzung durch den Strom bequem angeben zu können, hat Faraday[2]) eine bestimmte Bezeichnungsweise eingeführt, welche wegen ihrer Kürze und Deutlichkeit allgemein angenommen ist. Die Drähte, durch welche der Strom in die Flüssigkeit ein- und austritt, werden allgemein Elektroden genannt, jene, durch welche der positive Strom in die Flüssigkeit eintritt, heifst die positive Elektrode oder Anode; jene, durch welche der positive Strom austritt, heifst die negative Elektrode oder Kathode. Die Bestandteile der zersetzten Substanzen heifsen die Ionen; dafs an der positiven Elektrode oder Anode frei werdende Ion wird das elektronegative genannt oder das Anion, das an der negativen Elektrode, der Kathode, frei werdende Ion heifst das elektropositive oder das Kation. Die Bezeichnung positives Ion für das letztere, negatives für das erstere ist gewählt nach der Anschauung, dafs

1) So von Cruikshank und besonders von Davy, von welch letzterem die Elektrochemie eigentlich datiert; m. s. *Fischers* Geschichte der Physik. Bd. VIII.
2) *Faraday*, Experimental researches. VII ser. art. 661—667. Poggend. Ann. Bd. XXXIII.

Digitized by Google

die Kathode freie negative, die Anode freie positive Elektricität besitzt. Da die Bewegung des Kations nach der Kathode beweist, daſs es von der letzteren angezogen wird, so folgt, daſs das Kation positivelektrisch ist. Dadurch ist der Name elektropositives Ion für das Kation gerechtfertigt. Der Prozeſs der chemischen Zersetzung durch den elektrischen Strom heiſst die Elektrolyse, die zersetzbaren Substanzen die Elektrolyten.

Den oben angeführten Beispielen entsprechend verhalten sich alle Haloidsalze, die Salze des Chlors, Broms, Jod; sie werden in flüssiger Form durch den Strom zersetzt, und zwar tritt stets an der Anode der Salzbildner auf, während an der Kathode das Radikal frei wird.

Um das Resultat der Elektrolyse ganz rein zu erhalten, muſs man wenigstens die positive Elektrode von Kohle anwenden, da alle Metalle wenigstens vom Chlor direkt angegriffen werden.

Um Kalium, Natrium, Kalcium aus ihren Chlorverbindungen abzuscheiden, schmilzt man sie in einem Tiegel von Bunsenscher Kohle und hält in die geschmolzenen Salze einen dünnen Eisendraht[1]. Der Kohlentiegel dient als Anode, der Eisendraht als Kathode; um die Verbrennung der reduzierten Metalle zu verhindern, wird die Kathode recht tief in die geschmolzenen Salze eingetaucht und von Zeit zu Zeit sehr rasch herausgezogen, um die an derselben angesammelten Metalle in Steinöl abzustreifen.

Chlormagnesium läſst sich in einer Kölner Pfeife recht gut zersetzen; man führt durch den Stiel der Pfeife einen Eisendraht in den Kopf, füllt denselben mit dem Salze, schmilzt dasselbe über der Lampe und taucht als Anode in das geschmolzene Salz einen Kohlenstift, während der Eisendraht als Kathode dient. Das reduzierte Metall sammelt sich dann an dem Eisendrahte an. Man darf indes den Prozeſs nicht zu lange fortsetzen, denn sobald die Magnesiumkügelchen eine gewisse Gröſse erhalten haben, lösen sie sich von der Kathode ab und verbrennen, sobald sie an die Oberfläche kommen, mit lebhaftem Glanze.

Um gröſsere Mengen Magnesium darzustellen, verfährt man nach Bunsen[2] folgendermaſsen. Reines Chlormagnesium wird in einem Porzellantiegel, der durch eine nicht ganz bis zum Boden gehende Porzellanwand in zwei Zellen geteilt und durch einen zweimal durchbohrten Porzellandeckel verschlossen ist, geschmolzen und in Fluſs erhalten. Durch die Öffnungen des Deckels reichen die Elektroden. Dieselben sind aus Bunsenscher Kohle verfertigt und haben die Form Fig. 175. Die Kathode ist auf der innern konkaven Seite sägenförmig eingefeilt, damit das reduzierte Metall, welches specifisch leichter ist als das geschmolzene Salz, sich in den Einschnitten ansammle. Man wendet als Batterie etwa 10 hinter einander verbundene Bunsensche Elemente an. Es lassen sich auf diese Weise leicht grammschwere Stücke von Magnesium erhalten.

Fig. 175.

Ebenso lassen sich auch die Chlorverbindungen der schweren Metalle elektrolysieren. Geschmolzenes Zinnchlorür ($Sn\,Cl_2$) zerfällt in Chlor und Zinn, letzteres wird an der Kathode, das Chlor an der Anode frei. Chlor-

1) *Matthiessen*, Liebigs Annalen Bd. XCIII.
2) *Bunsen*, Poggend. Ann. Bd. XCII.

Digitized by Google

blei $Pb\,Cl_2$, Chlorsilber $Ag\,Cl$ etc. lassen sich ebenso zersetzen, immer wird der Salzbildner an der Anode, das Metall an der Kathode frei[1]).

Ebenso wie die Haloidsalze werden die Oxyde RO oder $R_2\,O$ und die Oxydhydrate RHO durch den Strom zersetzt, wenn sie denselben leiten. Schon Davy[2]) gelang es auf diese Weise Kalihydrat und Natronhydrat zu zersetzen und so zuerst das metallische Kalium und Natrium darzustellen. Davy schmolz in einem als Anode dienenden Platinlöffel Ätzkali oder Ätznatron und tauchte in die flüssige Masse einen Platindraht als Kathode; an derselben sammelte sich das reduzierte Metall an, verbrannte aber sofort wieder an der Luft. Es gelang auch ein Stück Ätzkali zu zersetzen ohne es zu schmelzen und dabei ein Stück des reduzierten Kaliums zu erhalten.

Die Darstellung des metallischen Kaliums gelingt leicht nach der Methode von Seebeck[3]).

Man legt ein Stück Ätzkali auf ein als Anode dienendes Platinblech, gräbt in dasselbe ein kleines Loch und füllt dieses mit Quecksilber. In das Quecksilber taucht man die Kathode. An dem als Anode dienenden Platinblech entwickelt sich dann der Sauerstoff, und das Kalium tritt zu dem als Kathode dienenden Quecksilber, mit welchem es ein Amalgam bildet. Man destilliert aus einer gebogenen Glasröhre, deren Mündung in Steinöl taucht, das Quecksilber ab und erhält in der Röhre das metallische Kalium. Ebenso verfährt man zur Gewinnung des metallischen Natriums.

Die Oxydhydrate der alkalischen Erden lassen sich ebenfalls in dieser Weise direkt zerlegen. Man formt aus den gepulverten Erden, Magnesia, Kalk, Baryt, Schälchen, feuchtet dieselben an, füllt sie mit Quecksilber und stellt sie auf ein als Anode dienendes Platinblech. Taucht man in das Quecksilber die Kathode, so erhält man die Amalgame der betreffenden Metalle, indem der Sauerstoff an der Anode frei wird[4]).

Die Oxyde der schweren Metalle, welche geschmolzen werden können, lassen sich in diesem Zustande ebenfalls elektrolysieren. So hat Faraday[5]) geschmolzenes Bleioxyd zerlegt, es zerfällt in Blei, welches an der Kathode und in Sauerstoff, welcher an der Anode frei wird.

Überall also, wo ein Oxyd oder ein Oxydhydrat durch den Strom zersetzt wird, tritt der Sauerstoff zur Anode, während das Radikal an der Kathode frei wird.

Die in dem Bisherigen angeführten binären Verbindungen werden nicht allein dann in ihre Bestandteile zerlegt, wenn sie geschmolzen werden, sondern ganz ebenso, wenn sie in Wasser oder einem anderen indifferenten Lösungsmittel aufgelöst werden.

Löst man Zinnchlorür in wenig Wasser auf, so liefert die Elektrolyse desselben Chlor und Zinn. Chlorzink giebt Chlor und Zink, letzteres an der Kathode, ersteres an der Anode, ebenso Chlorblei, Manganchlorür, Chromchlorür etc.

---

1) *Faraday,* Experimental researches VII. ser. Poggend Ann. Bd. XXXIII.
2) *Davy,* Philosoph. Transactions for 1808. Gilberts Annalen Bd. XXX und XXXI.
3) *Seebeck,* Gilberts Annalen Bd. XXVIII.
4) *Berzelius,* Gilberts Annalen Bd. XXXVI.
5) *Faraday,* Exper. res. VII ser. art. 797 u. 798. Poggend. Ann. Bd. XXXIII.

Digitized by Google

Es ist Bunsen gelungen[1]) auch aus konzentrierten Lösungen von Chlorkalcium, Chlorstrontium, Chlorbarium die Metalle abzuscheiden.

Konzentrierte Lösungen von Chlorwasserstoff, Bromwasserstoff, Jodwasserstoff zerfallen bei der Elektrolyse in die Salzbildner und Wasserstoff, erstere treten zur Anode, letzterer zur Kathode. Es wird in derselben, wenn die Lösungen nicht sehr verdünnt sind, nur die Säure zersetzt, nicht das Wasser[2]), denn es tritt an der Anode nur Chlor oder Brom oder Jod auf, kein Sauerstoff. Für jedes Atom Wasserstoff wird also ein Atom Chlor frei, das heifst es scheiden sich gleiche Volume der beiden Gase ab; da aber Chlor ziemlich stark vom Wasser absorbiert wird, so entwickelt sich an der positiven Elektrode meist weniger Chlor, als der entwickelten Wasserstoffmenge entspricht.

Auch wenn man die löslichen Metalloxydhydrate in Wasser löst, werden sie in konzentrierten Lösungen allein zersetzt. Um diesen Nachweis zu liefern, bedarf es aber gewisser Vorsichtsmafsregeln, da die aus ihnen entwickelten Metalle für sich schon das Wasser zersetzen. Elektrolysiert man daher z. B. Kalihydrat in konzentrierter Lösung einfach zwischen Platinelektroden, so hat es den Anschein, als wenn nur das Wasser zersetzt würde, indem das an der Kathode frei werdende Kalium sofort wieder das Wasser zersetzt und eine äquivalente Menge Wasserstoff entwickelt. Benutzt man indes als Kathode Quecksilber, so bildet sich sofort Kaliumamalgam, aus welchem man das Quecksilber abdestillieren kann, während an der Anode Sauerstoff frei wird. Man bedeckt zu dem Ende zunächst den Boden eines Gefäfses mit Quecksilber und schüttet darauf eine konzentrierte Lösung von Ätzkali.

Man taucht dann in das Quecksilber als Kathode einen Platindraht, der aufser an der Stelle, wo er sich im Quecksilber befindet, mit einer isolierenden Siegellackschicht überzogen ist, und senkt in die Kalilösung eine Platinplatte als Anode[3]).

Hiernach scheint es also, als wenn in diesen Fällen der Strom nur durch die gelöste Substanz cirkuliere, nicht durch das Wasser, denn wenn er durch das Wasser mit hindurchginge, so würde auch dieses mit zersetzt werden. Wir halten vorläufig an dieser Annahme fest, werden indes später, wenn wir die Elektrolyse von Gemischen betrachten, auf diese Frage zurückkommen.

Durch dieses Verhalten des Wassers sind wir in den Stand gesetzt, die Elektrolyse einer Reihe von Stoffen, welche sehr schwierig oder, weil sie sich in höheren Temperaturen zersetzen, gar nicht schmelzbar sind, zu untersuchen, indem wir sie im Wasser lösen und die Lösungen elektrolysieren. Nur werden wir dabei die gröfste Aufmerksamkeit auf die demnächst zu besprechenden sekundären Prozesse richten müssen, da durch diese das Resultat der Elektrolyse sehr leicht verdeckt wird.

Um die Resultate der Elektrolyse rein, d. h. frei von den Einflüssen der begleitenden sekundären Prozesse zu erhalten, mufs man die elektro-

1) *Bunsen*, Poggend. Ann. Bd. XCI.

2) *Faraday*, Exper. res. VII. Reihe. Poggend. Ann. Bd. XXXIII. *Bunsen* Poggend. Ann. Bd. C. S. 62—64.

3) *Seebeck*, Gilberts Annalen Bd. XXVIII.

Digitized by Google

lysierte Lösung nach der Elektrolyse an einer Stelle in zwei Teile teilen, an welcher sich während der ganzen Elektrolyse nichts geändert hat. Untersucht man die beiden Hälften nach der Elektrolyse für sich, so ist der Unterschied zwischen den jetzt in ihnen vorhandenen Substanzen und denen, welche vor der Elektrolyse sich dort befanden, das Resultat der Elektrolyse, mögen dabei sekundäre Prozesse stattgefunden haben oder nicht. Dabei müssen jedoch natürlich die etwa gasförmig entwichenen Substanzen in Betracht gezogen werden.

Um in dieser Weise die elektrolysierten Flüssigkeiten untersuchen zu können, sind von den verschiedenen Physikern verschiedene Apparate konstruiert worden; wir erwähnen von denselben folgende.

Daniell wandte bei seinen elektrolytischen Untersuchungen[1]) den Apparat Fig. 176 an. Zwei cylinderförmige Glasgefäfse *abcd* und *efgh* sind auf das U-förmige Glasrohr *k* aufgeschliffen, so dafs sie wasserdicht schliefsen. Durch die seitlichen Öffnungen *a* und *f* reichen in diese Gefäfse Platindrähte hinein, an welche die Platinbleche *o* und *p* als Elektroden angesetzt werden; die mit den Elektroden verbundenen Drähte *r* und *q* tauchen in die Quecksilbernäpfchen *t* und *s*, in welche zugleich die mit der galvanischen Batterie verbundenen Leitungsdrähte eingesenkt werden. Die Gefäfse werden mit Pfropfen geschlossen, durch welche an beiden Seiten offene Glasröhren hindurchgehen, um die gasförmigen Zersetzungsprodukte entweichen zu lassen.

Fig. 176.

Die Röhre *k* wird zunächst vollständig mit der zu untersuchenden Lösung gefüllt, dann werden die Mündungen derselben mit tierischer Blase zugebunden und schliefslich jedes der beiden Gefäfse mit Flüssigkeit vollgefüllt. Nach der Elektrolyse wird der Inhalt beider Gefäfse gesondert untersucht.

Die zwischen den beiden Blasen eingeschlossene Flüssigkeit der Röhre *k* trennt also die beiden untersuchten Mengen; es wird demnach vorausgesetzt, dafs diese ungeändert bleibe und die beiden geänderten Flüssigkeitsmengen, welche die Elektroden umgeben, vollständig getrennt erhalte. Letzteres ist nicht ganz genau richtig, da sobald die Lösung in den Gefäfsen sich geändert hat, durch Endosmose ein Austausch der Substanzen durch die Blase hindurch stattfindet.

1) *Daniell,* Philosoph. Transactions f. 1839. Poggend. Ann. Ergänzungsbd. I.

Digitized by Google

Ein weiterer Fehler tritt in den quantitativen Bestimmungen dadurch ein, dafs in später zu betrachtender Weise durch den Strom Flüssigkeit durch die Membranen von dem positiven zu dem negativen Pole geführt wird.

Beide Fehler suchte Wiedemann durch die Anordnung des Apparates Fig. 177 zu vermeiden[1]). Zwei Gläser a und a_1 sind neben einander

Fig. 177.

auf einem Brette aufgestellt und durch Glasplatten b und b_1 bedeckt. Auf diese Glasplatten sind zwei Messinghülsen aufgesetzt, durch welche die Platindrähte l und l_1 hindurchgehen, an die im Innern der Gläser die Elektroden c und c_1 angesetzt sind. Endlich sind in die Gläser die Glasröhren d und d_1 eingesenkt, welche in dem gabelförmigen Kautschukschlauch f mit einander kommunizieren. Eine dritte Öffnung des Kautschukschlauchs nimmt den Hahn g auf.

Zur Elektrolyse werden die beiden Gläser zu gleicher Höhe mit der zu untersuchenden Flüssigkeit gefüllt, dann wird durch den geöffneten Hahn die Flüssigkeit bis zu dem Hahne aufgesaugt und darauf der Hahn geschlossen. Auf diese Weise ist die leitende Verbindung zwischen den Gläsern hergestellt; wenn daher jetzt die Drähte l und l_1 mit den Polen der Batterie verbunden werden, so wird die Lösung zersetzt.

Nach der Elektrolyse wird der Hahn geöffnet, die Flüssigkeit fällt aus den Röhren in die Gläser zurück und wird dort gesondert untersucht.

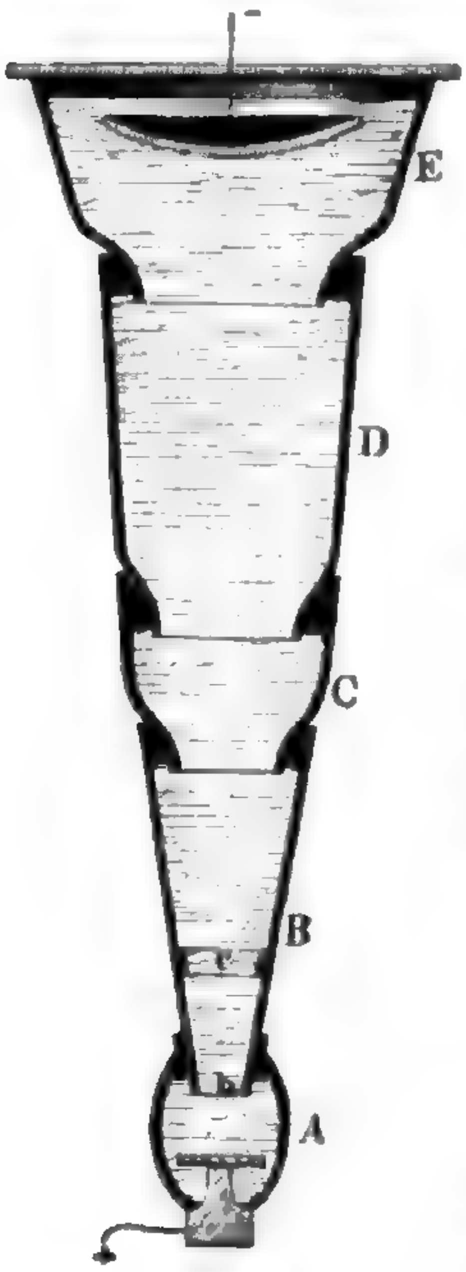
Hittorf hat bei seinen Untersuchungen Apparate sehr verschiedener Form benutzt; diejenige Form, welche er als die beste empfiehlt, ist folgende (Fig. 178)[2]). Der Apparat besteht aus fünf Glasgefäfsen; das kleinste A enthält die Anode, deren Stift in die Öffnung des Bodens eingekittet ist und den Fufs der ganzen Vorrichtung abgiebt. In den Hals

1) *Wiedemann*, Poggend. Ann. Bd. XCIX. Galvanismus Bd. I. §. 273. 2. Aufl.
2) *Hittorf*, Poggend. Bd. LXXXIX. Bd. XCVIII. Bd. CVI.

Digitized by Google

des Gläschens ist das konische Gefäfs B eingeschliffen, welches unten mit einer dünnen Membran b bespannt ist und die in einem Glasring c ausgespannte Membran enthält. Darüber befinden sich die Gefäfse C, D und E, welche aus abgesprengten Präparatengläsern bestehen. Der Boden derselben wird ebenfalls von dünnen Membranen gebildet; um die Gefäfse luftdicht an einander zu schliefsen und so die Verdunstung des Wassers zu verhindern, sind die schmalen Stellen der Gefäfse, dort wo sie in einander gesteckt sind, mit einem Kautschukring umgeben.

Fig. 178.



In dem obersten Gefäfse E befindet sich die Kathode, in den meisten Fällen Platin. Die Gefäfse werden einzeln mit der zu untersuchenden Flüssigkeit gefüllt, und dann in einander gesetzt. Nach der Elektrolyse werden sie auseinandergenommen und für sich untersucht.

In anderen Fällen wandte Hittorf den Apparat Fig. 179 an. In den Hals des Gefäfses A, welches die Anode enthielt, ebenfalls ein durchlöchertes Blech, war der Hals des Gefäfses B eingeschliffen. Die Anode γ war auf einen Konus α des gleichen Metalles aufgesetzt, welcher in den Boden des Gefäfses eingekittet war und auf der Messingplatte β aufstand; die Messingplatte vermittelte die Verbindung der Anode mit dem positiven Pole der Batterie. In dem oberen Gefäfse befand sich die Kathode, welche in Form eines kleinen Konus i um die Glasröhre ζ herumgelegt war, und um das Herabfallen allenfalls losgelöster Teile zu verhüten, auf einer kleinen Glasplatte ϑ aufstand. Durch die Glasröhre ζ ging der lange Stiel ε des in den Hals des oberen Gefäfses eingeschliffenen Glasstöpsels δ, so dafs derselbe gehoben oder gesenkt werden konnte, um das obere Gefäfs von dem unteren abzusperren.

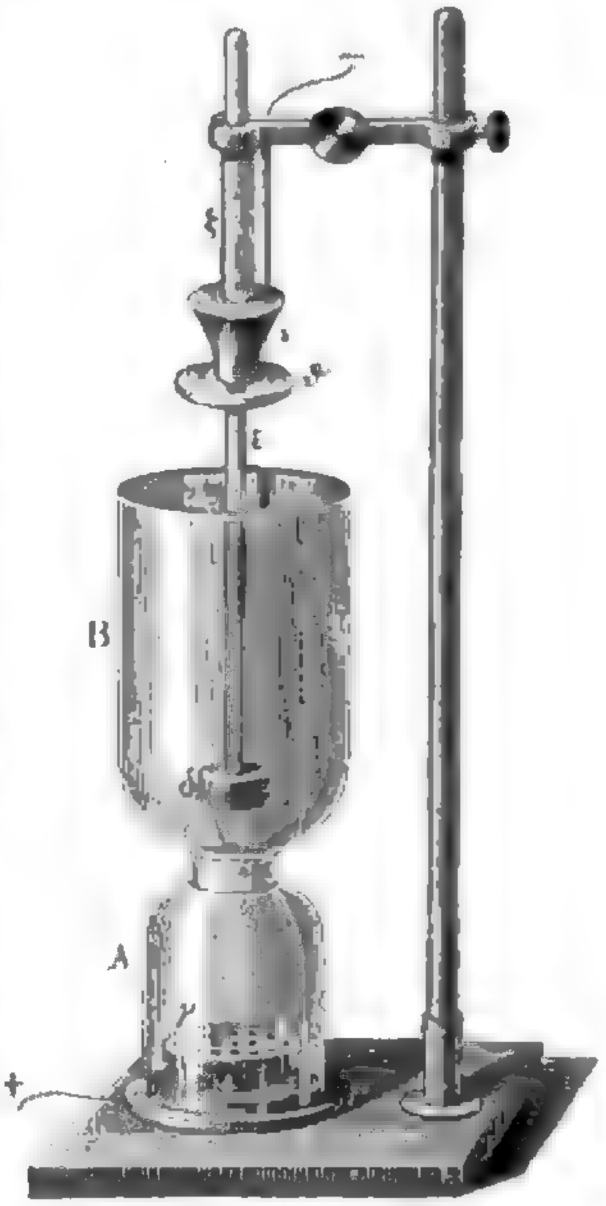
Während der Elektrolyse wurden die Gefäfse einfach mit der zu untersuchenden Flüssigkeit gefüllt; nach Beendigung derselben wurde das obere Gefäfs von dem unteren durch Herabdrücken des Glasstöpsels abgesperrt, und die in jedem enthaltene Flüssigkeit für sich untersucht.

Untersucht man in einem dieser oder einem ähnlichen Apparate irgend ein schwefelsaures, salpetersaures, oder irgend ein anderes Salz, welches nach der früheren Anschauung aus gleichen Äquivalenten Basis und Säure zusammengesetzt ist, so findet man, dafs auch dieses elektrolysiert wird, und zwar in der Weise, dafs das Metall an der Kathode, der Rest der Verbindung aber an der Anode frei wird. Elektrolysiert man schwefelsaures Kupferoxyd $CuSO_4$ in einer ziemlich konzentrierten Lösung, so findet sich an der Kathode nur reines Kupfer, an der Anode findet sich freie Schwefelsäure, und wenn die Anode aus Platin besteht, entwickelt sich an derselben ein Molekül Sauerstoff. Ganz ebenso findet sich bei der Elektrolyse von salpetersaurem Kupferoxyd $Cu(NO_3)_2$ oder salpetersaurem Silberoxyd $AgNO_3$ an der Kathode nur das Metall, an der Anode freie Sal-

Digitized by Google

petersäure, während ein Molekül Sauerstoff entweicht. Ebenso ist es bei Zinkvitriol, salpetersaurem Zinkoxyd und allen derartigen Salzen der Metalle, welche das Wasser nicht zersetzen, stets tritt an der Kathode nur das Metall, an der Anode der Rest der Verbindung auf.

Fig. 179.



Auch kohlensaure, oxalsaure u. s. w. Salze werden in dieser Weise zersetzt.

Wenn man eine Lösung von schwefelsaurem Kali oder Natron in dem Apparate von Wiedemann oder Daniell zersetzt, so scheint auf den ersten Blick das Resultat der Elektrolyse ein ganz anderes zu sein. Man findet nämlich in dem die Kathode enthaltenden Gefäfse freies Natronhydrat und in dem Gefäfse, welches die Anode enthält, die entsprechende Menge freier Schwefelsäure. Gleichzeitig entwickelt sich an der Kathode Wasserstoff, an der Anode Sauerstoff. Es scheint also einmal das Salz in anderer Weise zu zerfallen, und gleichfalls neben dem Salze Wasser zersetzt zu werden.

Berzelius[1]) nahm dies in der That an; nach dessen Theorie der Sauerstoffsalze bestehen dieselben aus dem basischen Oxyde und der Säure, welche als nähere Bestandteile in dem Salze vorhanden sind. Das schwefelsaure Natron besteht demnach aus Schwefelsäure SO_3 und Natron Na_2O. Bei der Elektrolyse sollte nun das Salz wieder in diese näheren Bestandteile gespalten werden, und gleichzeitig Wasser zersetzt werden. Ganz in derselben Weise sollten nach Berzelius auch die vorher besprochenen Salze zersetzt werden. Schwefelsaures Kupferoxyd ist nach dieser Anschauungsweise $CuO + SO_3$; das Salz zerfällt dann durch die Elektrolyse in CuO und SO_3, und um das Auftreten des Metalls an der Kathode zu erklären, nahm Berzelius an, dafs das abgeschiedene Oxyd dann weiter durch den Strom zerlegt werde in Metall und Sauerstoff.

Diese Ansicht über die Zersetzung der Salze beruht wesentlich auf der Berzeliusschen Anschauungsweise der Zusammensetzung der Salze aus Säure und Basis, welche die neuere Chemie hat fallen lassen; indes auch mit Zugrundelegung der Berzeliusschen Anschauung läfst sich die Unhaltbarkeit von dessen Ansicht über die Elektrolyse der Salze leicht erkennen. Schaltet man nämlich gleichzeitig in den Strom ein Voltameter ein, welches angesäuertes Wasser enthält, und den das schwefelsaure Natron enthaltenden Zersetzungsapparat, so liefern beide fast genau dieselbe Menge Wasserstoff und Sauerstoff. Nach der Anschauung von Berzelius würde somit ein und derselbe Strom in dem das Natriumsulfat enthaltenden

1) *Berzelius*, Lehrbuch der Chemie. 5. Aufl. Dresden und Leipzig, 1843. Bd. I. S. 92.

Digitized by Google

Zersetzungsapparate einmal eine gewisse Menge Salz, gleichzeitig aber genau dieselbe Menge Wasser zersetzen wie in dem Wasservoltameter, es würde also ein und derselbe Strom in dem einen Apparate eine sehr viel gröfsere, und, wie wir nachher zeigen werden, die doppelte Arbeit leisten als in dem andern, was unmöglich ist.

Die gleichzeitige Zersetzung von Wasser und Salz erklärt sich übrigens nach der vorhin dargelegten Auffassung der Zerlegung des Salzes in Metall und den Rest der Verbindung unmittelbar aus der Beschaffenheit des abgeschiedenen Metalles. Diese gleichzeitige Zersetzung tritt nämlich nur ein, wenn irgend ein Salz eines Metalles zersetzt wird, welches für sich schon das Wasser zersetzt. Das aus dem Salze $Na_2 SO_4$ abgeschiedene Natrium zersetzt zwei Moleküle Wasser unter Bildung zweier Moleküle Natronhydrat und Abscheidung je eines Atoms Wasserstoff aus jedem der Wassermoleküle nach dem Schema

$$2 Na + 2 H_2O = 2 NaHO + 2 H,$$

während an dem positiven Pole ein Molekül Sauerstoff abgeschieden wird, gerade wie bei den Salzen der Metalle, welche das Wasser nicht zersetzen.

Letzteres ist eine Folge der Einwirkung des abgeschiedenen Atomkomplexes SO_4 auf das Lösungswasser, es bildet sich nach dem Schema

$$SO_4 + H_2O = H_2SO_4 + O$$

unter Zersetzung eines Moleküls Wasser und Abscheidung des Sauerstoffs wieder Schwefelsäure. Daraus ergiebt sich unmittelbar, weshalb bei der Zersetzung von Salzen der Metalle, welche das Wasser zersetzen, eine dem abgeschiedenen Metalle äquivalente Menge Wasserstoff auftritt, also für jedes Atom der einwertigen Alkalimetalle ein Atom Wasserstoff.

Der erste, welcher diese Auffassung der Zersetzung der Salze gegenüber derjenigen von Berzelius annahm, war Daniell[1]), und um gegenüber der damaligen Anschauung der Chemiker, welche die Salze als aus Säure und Basis zusammengesetzt betrachteten, seine Auffassung erklären zu können, nahm Daniell an, dafs alle Sauerstoffsalze in derselben Weise gebildet seien wie die Haloidverbindungen, so zwar, dafs der aufser dem Metall in dem Salze vorhandene Atomkomplex als ein zusammengesetztes Radikal anzusehen sei, welches die Stelle des Salzbildners in den Haloiden vertrete. Die schwefelsauren Salze, nach der frühern Anschauung $MO + SO_3$, sollten darnach bestehen aus dem Metalle M und dem Radikal SO_4, welchem Daniell den Namen Oxysulphion beilegte; das Salz bezeichnete er als Oxysulphionkupfer. Das salpetersaure Kupferoxyd, nach der Schreibweise von Berzelius $CuO + NO_5$, schrieb Daniell $CuNO_6$, nannte den Atomkomplex NO_6 Oxynitrion und das Salz Oxynitrionkupfer; die kohlensauren Salze betrachtete er als Verbindungen der Metalle mit CO_3, mit Oxycarbonion u. s. f. Darnach geschah die Elektrolyse der Salze genau wie jene der Haloide, sie zerfallen in das Metall und den Stoff, dessen Charakter demjenigen der Halogene entspricht, die überoxydierte Säure. Letztere tritt zur Anode, sie kann indes separiert nicht bestehen und zerfällt daher sofort wieder in Sauerstoff und Säure.

---

1) *Daniell*, Philosophical Transactions for 1839. Poggend. Ann. Ergänzungsband I.

Digitized by Google

Die Anschauung von Daniell stimmt insoweit mit den jetzigen Ansichten der Chemie überein, als er in den Salzen nicht Basis und Säure als die näheren Bestandteile ansieht, sondern das Metall und den mit ihm verbundenen Atomkomplex, sie weicht insofern davon ab, als er letztern als ein den Salzbildnern ähnliches Radikal ansieht, der aus der Säure plus dem Sauerstoff besteht. Die jetzige Chemie denkt sich die Sauerstoffsalze aus den früher sogenannten Säurehydraten entstanden, welche sie als die eigentlichen Säuren ansieht, während sie die früher als Säuren angesehenen Verbindungen, die wasserfreien Säuren als Säureanhydride bezeichnet. Salpetersäure ist HNO_3, und aus der Salpetersäure wird ein Salz, wenn der Wasserstoff der Säure durch ein Metall vertreten wird, Schwefelsäure ist H_2SO_4, und in den neutralen Salzen der Schwefelsäure sind beide Atome des Wasserstoffs durch Metalle vertreten, entweder durch zwei Atome eines einwertigen Metalles oder durch ein Atom eines zweiwertigen Metalles u. s. f. In Bezug auf das Resultat der Elektrolyse ist indes diese Verschiedenheit in der Auffassung ohne Bedeutung; da nach beiden Auffassungen das Metall der eine, der Rest der Verbindung der andere Bestandteil des Salzes ist, so erkennt man leicht, dafs bei der Elektrolyse stets das Metall an der einen, der Rest der Verbindung an der andern Elektrode auftreten wird; an der Kathode scheidet sich stets das Metall ab, das übrige an der Anode.

§. 99.

Faradays Gesetz der festen elektrolytischen Aktion. Wir haben in dem Bisherigen die Resultate der Elektrolyse nur der Art nach untersucht, d. h. die Produkte betrachtet, welche durch die Elektrolyse aus den Verbindungen abgeschieden werden. Es fragt sich nun, wie verhalten sich die Mengen der zersetzten Substanzen zu der Stromstärke und zu einander, wenn ein und derselbe Strom durch eine Anzahl verschiedener Verbindungen hindurchgeführt wird.

Was die erste Frage angeht, so haben wir schon bei Messung der Stromstärke den Nachweis geliefert, dafs die Menge des zersetzten Wassers der Stromstärke proportional ist, und zwar nicht nur, was selbstverständlich sein würde, wenn wir die Stromstärke nach chemischem Mafse, sondern auch, wenn wir sie mit Hilfe der Tangentenbussole messen. Wir werden schon daraus den Schlufs ziehen, dafs das Gleiche für alle zersetzbaren Substanzen gilt, dafs also stets die Menge der in gleichen Zeiten zersetzten Substanz der Stromstärke proportional ist, sei es, dafs wir dieselbe nach chemischem oder nach irgend einem andern Mafse messen.

Man kann nun aber auch leicht zeigen, wenn man zwei Zersetzungszellen in den Strom einschaltet, deren eine angesäuertes Wasser enthält, während die andere mit irgend einer andern zersetzbaren Verbindung gefüllt ist, dafs die Zersetzungsprodukte in beiden Zellen einander immerfort proportional sind. Bei dem Nachweis dieser Proportionalität hat Faraday zweitens den Satz bewiesen, dafs die früher sogenannten binären Verbindungen bei gleicher Stromstärke nach äquivalenten Mengen zersetzt werden, das heifst, dafs derselbe Strom, welcher in einer gegebenen Zeit irgend eine Gewichtsmenge Wasser zersetzt, in ebenderselben Zeit eine der zer-

Digitized by Google

setzten Wassermenge äquivalente Menge einer beliebigen andern Verbindung zersetzt.

Diese beiden Sätze bilden das Faradaysche Gesetz der festen elektrolytischen Aktion[1]), sie sind das Grundgesetz der ganzen Elektrochemie.

Als äquivalente Mengen gelten dabei jene Gewichtsmengen der verschiedenen Substanzen, welche einander in den Verbindungen ersetzen können, oder welche mit den ersetzbaren Mengen der Substanzen verbunden sind; also z. B. die Gewichtsmengen, welche die Gewichtseinheit Wasserstoff in einer Verbindung ersetzen können, sind einander und der Gewichtseinheit Wasserstoff äquivalent; ebenso sind die Mengen äquivalent, welche in einer Verbindung mit der Gewichtseinheit Wasserstoff oder der ihr äquivalenten Menge verbunden sind. Nach der Sprache der neuern Chemie sind demnach bei den einwertigen Elementen die durch die Atomgewichte angegebenen Mengen einander äquivalent; die durch das Atomgewicht eines mehrwertigen Elementes angegebene Menge ist soviel Atomen eines einwertigen Elementes äquivalent, als das mehrwertige Element Wertigkeiten besitzt. Ein Atom eines zweiwertigen Elementes ist zwei Atomen eines einwertigen Elementes äquivalent; so ist ein Atom Sauerstoff zwei Atomen Wasserstoff oder Chlor äquivalent, ein Atom Stickstoff drei Atomen Wasserstoff. In ähnlicher Weise ergeben sich die äquivalenten Mengen der verschiedenen Säuren; die einbasischen Säuren, in welchen ein Atom vertretbarer Wasserstoff ist, wie HNO_3, sind gewissermafsen einäquivalentig, das heifst, der mit dem Atom H verbundene Atomkomplex ist äquivalent einem halben Molekül Sauerstoff oder einem Atom Chlor; eine zweibasische Säure wie H_2SO_4 bildet ein normales Salz, indem die beiden Atome Wasserstoff durch zwei Atome eines einwertigen Metalles oder durch ein Atom eines zweiwertigen Metalles ersetzt werden; ein Molekül eines normalen schwefelsauren Salzes ist also äquivalent einem Molekül Wasser H_2O oder zwei Molekülen $2\,HCl$. Ähnlich ist es in andern Fällen.

Faraday stellte das Gesetz der festen elektrolytischen Aktion auf für die früher als binäre bezeichneten Verbindungen, das heifst für Verbindungen, in welchen in der eben angegebenen Weise gleiche Äquivalente der verschiedenen Stoffe vorhanden waren; inwieweit dasselbe für kompliziertere Verbindungen gilt, werden wir im §. 101 betrachten.

Den Nachweis des Gesetzes der festen elektrolytischen Aktion hat Faraday in der vorhin angedeuteten Weise geführt. In ein und denselben Stromkreis wird ein Voltameter und eine Zersetzungszelle mit der zu untersuchenden Substanz eingeschaltet. Man beobachtet die in dem Voltameter entwickelte Menge von Knallgas oder Wasserstoff, reduziert dieselbe auf den Druck von 760 mm und auf 0^0 und berechnet dann daraus das Gewicht des zersetzten Wassers. Man bekommt dann ebenso durch Wägung oder durch eine Analyse das Gewicht des an einer der beiden Elektroden aufgetretenen Zersetzungsproduktes und berechnet daraus die Menge der zersetzten Substanz. Die beiden Gewichte verhalten sich stets wie die Äquivalente der zersetzten Substanzen.

In dieser Weise hat Faraday zunächst den Nachweis geliefert für

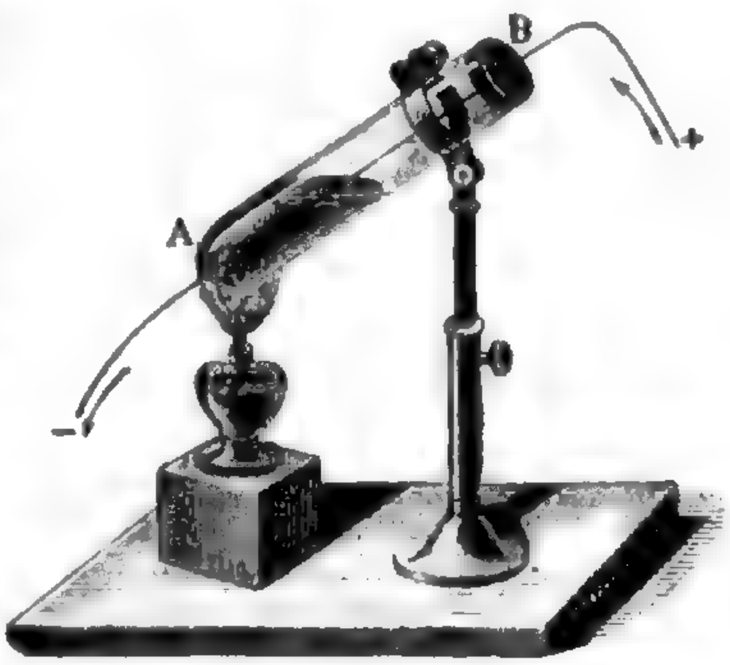
1) *Faraday*, Experimental researches on electr. VII. ser. Poggend. Ann. Bd. XXXIII.

Digitized by Google

Chlorwasserstoffsäure, Bromwasserstoffsäure, Jodwasserstoffsäure, indem er die aus denselben entwickelten Wasserstoffmengen mit einander verglich. Die entwickelten Wasserstoffmengen waren überall gleich; und da an den Anoden kein Sauerstoff auftrat, so folgt, dafs von demselben Strom äquivalente Mengen Wasser und Säuren zersetzt waren.

Bei einem andern Versuche zersetzte Faraday Chlorzinn[1]) $SnCl_2$. Er schmolz in den Boden einer Glasröhre AB (Fig. 180) einen Platindraht, welcher in einer Kugel endete, und welcher genau gewogen war. In die Röhre wurde wasserfreies Chlorzinn gebracht und dieses dann durch eine untergesetzte Lampe in Flufs gehalten. In das geschmolzene Chlorür wurde von oben her eine Elektrode von Graphit getaucht. Nun wurde die Graphitelektrode mit dem positiven Pole einer Batterie, die Platinelektrode mit dem negativen Pole derselben verbunden, und zugleich in den Stromkreis ein Voltameter eingeschaltet.

Fig. 180.



Das Zinnchlorür wurde zersetzt, das frei werdende Chlor bildete an der Anode Zinnchlorid, welches in Form von Dämpfen entwich. Das an der Kathode ausgeschiedene Zinn bildete mit dem Platin eine Legierung, welche schmolz und sich auf dem Boden der Röhre ansammelte. Nach Beendigung der Elektrolyse wurde die Röhre erkalten gelassen und dann zerbrochen, wobei sich das Glas und das feste Chlorür mit Leichtigkeit von dem Draht und der Legierung ablösen liefsen. Die Gewichtszunahme des Drahtes gab die Menge des reduzierten Zinns; dieselbe betrug 3,2 Gran. In dem Voltameter waren 0,49742 Gran Wassser zersetzt. Derselbe Strom also, der 0,49742 Gran Wasser zersetzte, vermochte so viel Zinnchlorür zu zersetzen, dafs dadurch 3,2 Gran Zinn reduziert wurden. Da das Atomgewicht des Zinns 118, das des Chlors 35,5 ist, so beträgt diese Menge 5,16 Gran. Nun ist aber fast genau

$$\frac{5,16}{0,49742} = \frac{189}{18},$$

gleich dem Verhältnis der Äquivalente des Zinnchlorürs und Wassers, so dafs also auf ein Äquivalent Wasserstoff ein Äquivalent Zinnchlorür zersetzt oder die zwei Atomen Wasserstoff äquivalente Menge Zinn ausgeschieden war.

Bei der Zersetzung von geschmolzenem borsaurem Bleioxyd wurde die Borsäure plus dem Sauerstoff an der Anode, und Blei an der Kathode frei. Auf je 18 mg zersetzten Wassers fanden sich 202,58 mg Blei an der Kathode, eine Zahl, die so wenig von dem Atomgewichte des zweiwertigen Metalles Blei, 207, abweicht, dafs dadurch auch für die geschmolzenen Sauerstoffsalze das Gesetz bewiesen ist.

---

1) *Faraday*, Experimental researches. VII. ser. art. 789—800. Poggend. Ann. Bd. XXXIII.

Digitized by Google

Für gelöste Salze ist das Gesetz seitdem noch mehrfach bewiesen worden. So von Daniell, Soret, Buff, Hittorf u. a. Daniell[1]) bestimmte bei der Elektrolyse schwefelsauren Natrons die Menge des freien Natrons in der Zelle der negativen Elektrode, die der Schwefelsäure in der Zelle der Anode. Er fand eine der zersetzten Wassermenge genau äquivalente Menge freien Natrons an der Kathode, freier Schwefelsäure an der Anode.

Soret[2]) verglich die Mengen der bei gleicher Stromstärke aus Lösungen verschiedener Kupfersalze niedergeschlagenen Kupfermengen; er fand dieselben einander genau gleich; er verglich ferner bei Einschaltung dreier Zersetzungszellen, deren eine Wasser, die zweite eine Lösung von Kupfervitriol, die dritte die Lösung eines Silbersalzes enthielt, die Mengen des ausgeschiedenen Wasserstoffs, Silbers und Kupfers; er fand sie genau den Äquivalentzahlen entsprechend.

Buff[3]) verglich die ausgeschiedenen Silbermengen in einer Zersetzungszelle bei Anwendung von Stromstärken, welche nach der Tangentenbussole sich genau wie 1 : 2 : 4 verhielten; die ausgeschiedenen Silbermengen standen fast genau in demselben Verhältnisse. Bei einem anderen Versuche schaltete Buff verschiedene konzentrierte Lösungen des Silbersalzes ein, in allen schied sich an der Kathode dieselbe Silbermenge aus. Daraus ergiebt sich, dafs die Menge der zersetzten Substanz nur abhängig ist von der Stärke des Stromes, nicht von der Konzentration der Lösung, und wie wir früher schon für Wasser nachwiesen, dafs die Menge der zersetzten Substanz der an der Tangentenbussole gemessenen Stromstärke proportional ist.

Letzterer Nachweis ist sehr wichtig, da Buff äufserst schwache Ströme anwandte, der eine schied in 100 Stunden nur 130 mg Silber aus; er würde in derselben Zeit 20,13 ccm Knallgas entwickelt haben, so dafs die Stromstärke in dem von uns angenommenen chemischem Mafs nur 0,00335 betrug. Dadurch schon ist die mehrfach, auch von Faraday[4]) gemachte Annahme widerlegt, dafs der Strom eine Flüssigkeit durchsetzen könne, ohne dafs dieselbe zersetzt werde. Denn wenn die Flüssigkeiten noch in anderer Weise, also wie die Metalle, ohne zersetzt zu werden leiten könnten, so würde es nicht möglich sein, dafs die Zersetzung der nach magnetischem Mafse gemessenen, also der Stromstärke überhaupt proportional wäre. Denn wenn auch nur sehr schwache Ströme geleitet werden könnten, ohne dafs die Flüssigkeiten zersetzt würden, so müfste sich bei so schwachen Strömen eine Abweichung von der Proportionalität der chemischen Aktion mit der Stromstärke zeigen.

Faraday, Despretz[5]) und andere glaubten die Leitung der Flüssigkeiten ohne Elektrolyse annehmen zu müssen, weil bei sehr schwachen

1) *Daniell*, Philosophical Transactions for 1839. Poggend. Ann. Ergänzungsband I.

2) *Soret*, Ann. de chim. et de phys. III. Sér. T. XLII. p. 257.

3) *Buff*, Liebigs Annalen Bd LXXXV.

4) *Faraday*, Experimental researches. VIII. ser. art. 966 ff. Poggend. Ann. Bd. XXXV.

5) *Despretz*, Comptes Rendus. T. XLII. p. 707. Man sehe die Besprechung dieses Aufsatzes von Delarive in Poggendorffs Annalen Bd. XCIX aus dem Archive de sciences physiques Mai 1856.

Digitized by Google

Strömen im Wasser keine Gasentwicklung bemerkbar wäre. De la Rive[1]) und Buff[2]) haben aber gezeigt, dafs wenn man als Anode eine Platinplatte, als Kathode eine sogenannte Wollastonsche Spitze, einen Draht, der bis zu seiner Spitze mit einer isolierenden Schicht überzogen ist, anwendet, dafs dann an der Spitze auch bei den schwächsten Strömen noch Gasblasen auftreten. Buff beobachtete sie bei einem Strome, der gemäfs der an der Tangentenbussole beobachteten Intensität in einem Jahre nur 3,27 ccm Knallgas entwickelt hätte, also bei einem Strome, dessen Stärke ein Minimum ist.

Einen weiteren Beweis gegen die Annahme einer metallischen Leitungsfähigkeit der Flüssigkeit liefert die demnächst genauer zu besprechende Erfahrung, dafs selbst bei dem schwächsten Strome, bei welchem keine Gasentwickelung mehr wahrnehmbar ist, Platinelektroden in einem Voltameter polarisiert werden, d. h. dafs in dem Voltameter eine elektromotorische Kraft auftritt, welche einen dem ursprünglichen entgegengesetzten Strom erzeugt.

Es ergiebt sich demnach, dafs die Flüssigkeiten den Strom nur leiten, indem sie elektrolysiert werden; dem entspricht auch die nachher zu besprechende Erfahrung, dafs Flüssigkeiten, die nicht elektrolysiert werden, den Strom nicht leiten[3]).

Das elektrolytische Gesetz gilt ebenso wie für Zersetzungszellen, welche in den Stromkreis eingeschaltet sind, auch für die stromerregenden Elemente selbst; es versteht sich das nach dem Vorigen von selbst, da auch die Flüssigkeit in den Elementen von dem Strome durchflossen wird. Da nun in den Elementen der Strom vom Zink zu dem Kupfer, der Kohle oder dem Platin geht, so wird der Sauerstoff und die Säure an dem Zink frei; der an die Kathode tretende Wasserstoff wird bei den konstanten Elementen durch sekundäre Prozesse fortgeschafft. Die Säure,

1) *De la Rive*, Traité de l'électricité. T. II. p. 359. Ferner Archive de l'électricité. T. III. p. 160. Man sehe auch den eben angegebenen Aufsatz von *De la Rive*, Poggend. Ann. Bd. XCIX.

2) *Buff*, Liebigs Annalen Bd. XCIV.

3) Man sehe auch *Kohlrausch* und *Nippoldt*, Poggend. Ann. Bd CXXXVIII. *Quincke* (Poggend. Ann. Bd. CXLIV) glaubt, dafs man aus der Thatsache, dafs kein fester Körper ein absoluter Isolator für Elektricität sei, schliefsen müsse, dafs auch die Flüssigkeiten metallisch leiten; man müsse sonst annehmen, dafs die festen die Elektricität ohne Zersetzung immer etwas leitenden Salze durch den Übergang in die zweite Aggregatform diese Fähigkeit verlören, während andere Körper, wie die Metalle, bei dem Übergang in die flüssige Form leitend bleiben. Diese Annahme ist indes nicht so wunderlich, wie Quincke meint, da wir in den elektrolysierbaren Flüssigkeiten, wie später bei der Theorie der Elektrolyse hervortreten wird, verschiedene mit den verschiedenen Elektricitäten behaftete bewegliche Moleküle annehmen müssen, während in den nicht elektrolysierbaren Flüssigkeiten nur gleichartige mit beiden Elektricitäten behaftete Moleküle vorhanden sind. In diesen kann also eine Leitung durch Bewegung der Moleküle nicht zustande kommen. Es ist allerdings nicht a priori unmöglich, dafs in den Elektrolyten neben der Bewegung der Elektricität mit den Molekülen auch ein Übergang derselben von einem Molekül zum andern stattfindet, jedenfalls ist aber dieser Bruchteil, wie auch Quincke annimmt, bei der Strombildung so klein, dafs er aufser Acht zu lassen, resp. nicht nachweisbar ist. Bei der Elektrisierung der Flüssigkeiten durch Influenz mufs man ihn wohl annehmen.

Digitized by Google

welche sich an dem Zink entwickelt, löst das Zink unter Bildung schwefelsauren Salzes auf. Nach dem elektrolytischen Gesetze wird in jedem Elemente, wenn sie nach einander eingeschaltet sind, so dafs der ganze Strom sie nach einander durchläuft, für jedes Äquivalent Wasser, welches aufserhalb der Elemente zersetzt wird, ein Äquivalent Zink aufgelöst. Da nun die Stromstärke proportional ist dem in einem Voltameter in der Zeiteinheit erzeugten Knallgase, so folgt auch, dafs die Stromstärke proportional ist dem Zinkverbrauche in der Kette. Wenn demnach durch einen Strom, dessen Stärke der Einheit gleich ist, in der Kette eine gewisse Menge p Zink gelöst wird, so wird bei dem Strom, dessen Stärke die $n$fache ist, der also in der Zeiteinheit die $n$fache Gasmenge liefert, auch np Zink aufgelöst. Dieser direkt aus dem elektrolytischen Gesetze sich ergebende Satz ist überdies auch von Daniell[1]) experimentell nachgewiesen worden. Wir werden auf denselben noch zurückkommen.

§. 100.

Sekundäre Aktionen bei der Elektrolyse. Zersetzung des Wassers. Bei der Besprechung der Elektrolyse binärer Verbindungen haben wir schon mehrfach angedeutet, dafs das Resultat der direkten Elektrolyse häufig durch sekundäre Aktionen getrübt wird, indem die Produkte der Elektrolyse chemische Änderungen erfahren. Wir haben einzelne dieser Änderungen bereits erwähnt und die betreffenden Erscheinungen erklärt. So haben wir angeführt, dafs bei der Zersetzung eines Alkalisalzes durch das frei werdende Metall das Wasser zersetzt wird, dafs sich dadurch an der Kathode das Alkali wieder bildet und Wasserstoff entweicht. Dasselbe ist im allgemeinen der Fall, wenn man ein Salz der alkalischen Erden in wässeriger Lösung analysiert, auch dann findet sich im allgemeinen das Oxyd an der Kathode. Dafs dieses Folge einer sekundären Zersetzung des Wassers ist, dafür haben wir schon dort mehrere Gründe kennen gelernt; ein weiterer Beweis liegt nach dem Nachweise des Faradayschen Gesetses in der schon erwähnten Thatsache, dafs bei der Zersetzung eines solchen Salzes genau eine der in einem eingeschalteten Voltameter entwickelten Wasserstoffmenge äquivalente Menge Oxyd und Säure auftritt und zugleich eine der im Voltameter entwickelten genau gleiche Wasserstoffmenge. Wäre also das Wasser durch die Elektrolyse und nicht sekundär zersetzt, so wäre in dem Zersetzungsapparate ein Äquivalent Salz und ein Äquivalent Wasser zersetzt, während in dem Voltameter ein Äquivalent Wasser zersetzt ist. In der Zersetzungszelle wäre also die Wirkung des Stromes die doppelte von derjenigen im Voltameter.

Ein weiterer Beweis liegt darin, dafs es bei der Zersetzung der alkalischen Erdsalze für das schliefsliche Resultat von grofsem Einflusse ist, ob der Strom bei gleicher Intensität in der Flüssigkeit eine grofse Dichtigkeit hat oder nicht. Man schreibt einem Strome nämlich eine gröfsere oder geringere Dichtigkeit zu, je nachdem er bei gleicher Inten-

1) *Daniell*, Brief an Faraday. Philosophical Transactions for 1836. Poggend. Ann. Bd. XLII. S. 264 ff.

Digitized by Google

sität einen kleinern oder gröfsern Querschnitt durchfliefst, so dafs bei gleicher Intensität die Dichtigkeit des Stromes dem Querschnitte des Leiters, den er durchfliefst, umgekehrt proportional ist. Demnach bezeichnet man als die Dichtigkeit des Stromes an einer Stelle der Leitung den Quotienten aus der Intensität desselben und dem Querschnitte des Leiters an der betreffenden Stelle.

Auf diesen Einflufs der Stromdichtigkeit haben wir schon bei Besprechung der Elektrolyse der Erdalkalisalze hingewiesen, indem wir anführten, dafs es bei Anwendung eines einfachen Eisendrahtes als Kathode gelingt, aus ganz konzentrierten Lösungen die Metalle zu gewinnen. Bei grofser Dichtigkeit des Stromes wird nämlich die ganze Menge des reduzierten Metalles, welche bei geringer Dichtigkeit des Stromes an einer ausgedehnten Elektrode frei wird, an einer kleinen Stelle frei, das Metall bietet daher dem Wasser nicht so viele Berührungspunkte und kann dadurch zum Teil vor neuer Oxydation bewahrt werden.

Ein ähnlicher Einflufs der Stromdichtigkeit zeigt sich bei andern sekundären Wirkungen.

Die sekundären Wirkungen können sehr verschiedener Art sein; es ist unmöglich sie hier alle zu beschreiben, indes kann man sie in einige Gruppen teilen und bei Betrachtung derselben die hauptsächlichsten kennen lernen.

Als erste Gruppe können wir die schon mehrfach besprochene Einwirkung der Ionen auf das Lösungsmittel bezeichnen, die nicht nur bei dem Kation, sondern auch bei dem Anion eintritt. Die Zersetzung des Wassers ist in allen Fällen eine solche sekundäre Wirkung, wie wir schon in manchen Fällen hervorgehoben haben. Das reine Wasser können wir nach den früher besprochenen Versuchen von Kohlrausch als einen Nichtleiter betrachten, nur Lösungen leiten; demnach ist es auch niemals das Wasser, welches durch den Strom direkt zersetzt wird, immer das Gelöste. In allen Fällen, in denen die Ionen durch direkte chemische Wirkung das Wasser zersetzen können, tritt diese Zersetzung ein, aber auch nur dann. Der gewöhnlichste in den Voltametern fast stets angewandte Weg zur Zersetzung des Wassers ist jener mittels Schwefelsäure. Dieselbe H_2SO_4 wird wie jedes schwefelsaure Salz zersetzt in H_2 und SO_4. An der Kathode entweicht H_2, an der Anode entwickelt sich SO_4, welches durch Zersetzung eines Moleküles H_2O sich wieder in H_2SO_4 verwandelt unter Entwicklung eines Moleküles Sauerstoff. Da bei diesem Vorgange sich H_2SO_4 stets wieder bildet, kann durch Zusatz einer geringen Menge H_2SO_4 eine unbegrenzte Menge Wasser zersetzt werden.

Da das Wasservoltameter in grofser Ausdehnung zur Messung der Ströme benutzt wird, wollen wir etwas genauer die bei der Zersetzung des Wassers auftretenden Erscheinungen besprechen, insbesondere insoweit dabei eine Störung der entwickelten Gasmenge bewirkt werden kann.

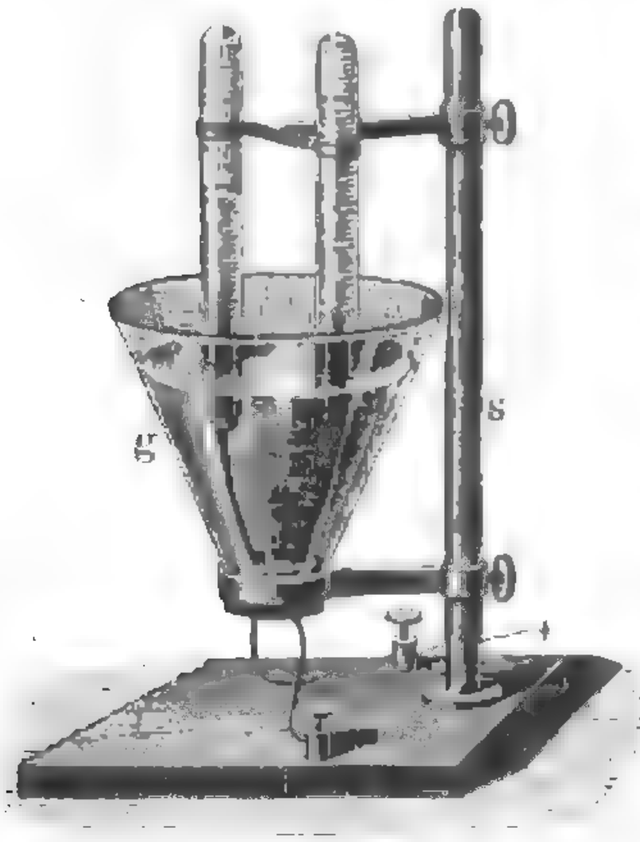
Zunächst sei erwähnt, dafs eine Zersetzung der Schwefelsäure beziehungsweise des Wassers zwischen Platinelektroden mit einem einzelnen Daniellschen Elemente sich überhaupt nicht, mit einem Groveschen Elemente kaum erreichen läfst; will man eine kräftige Gasentwicklung, so mufs man mindestens zwei Grovesche Elemente anwenden. Der Grund

Digitized by Google

dieser Erscheinung liegt in der demnächst zu besprechenden Polarisation der Elektroden durch die an denselben frei werdenden Gase.

Wie wir wissen, entwickelt sich in dem Zersetzungsapparate der Sauerstoff nur an der Anode, der Wasserstoff an der Kathode, die zwischen denselben liegenden Flüssigkeitsschichten bleiben ungeändert. Zersetzt man schwach angesäuertes Wasser und fängt etwa in dem Apparate Fig. 181, welcher aus einem trichterförmigen Glasgefäfse *g* besteht, das unten wasserdicht mit einem Stopfen verschlossen ist, durch welchen von einander isoliert Platindrähte als Elektroden in das Gefäfs eingeführt sind, über denen die Mefsröhren aufgehängt sind, die Gase auf, so stehen die an den Elektroden entwickelten Gasvolumina fast genau in dem Verhältnisse 1 Sauerstoff zu 2 Wasserstoff. Eine geringe Störung dieses Verhältnisses tritt dadurch ein, dafs der Absorptionskoefficient des Sauerstoffes in Wasser fast doppelt so grofs ist, als der des Wasserstoffs, die Störung ist um so geringer, je schmaler bei gleicher Stromstärke die Elektroden sind, je dichter also der Strom ist.

Fig. 181.



Ist das Wasser stark mit Schwefelsäure angesäuert, so kann infolge anderweiter sekundärer Wirkungen das Volumverhältnis des entwickelten Sauerstoffs und Wasserstoffs zuweilen sehr geändert werden; es kann das Volumen des Wasserstoffs fast das Vierfache von dem des Sauerstoffs werden.

Diese grofse Verminderung in dem Volumen des auftretenden Sauerstoffs ist zunächst in der Bildung von Ozon begründet; nämlich ebenso wie der Sauerstoff in Ozon verwandelt wird, wenn man durch denselben eine grofse Zahl elektrischer Funken schlagen läfst, so wird auch bei der Elektrolyse ein Teil des Sauerstoffs ozonisiert[1]). Die Bildung des Ozons ist aber nach den Versuchen von Andrews und Tait[2]) mit einer Verdichtung des Sauerstoffs verbunden; es wird nämlich das Volumen des Sauerstoffs genau um das Volumen des in Ozon umgewandelten Sauerstoffs vermindert, gerade als wenn, wie Andrews und Tait sich ausdrücken, das Ozon eine unendliche Dichtigkeit besäfse. Von der Richtigkeit dieser Angabe überzeugt man sich durch folgenden Versuch. Man sperre in einem Gefäfse Sauerstoff ab, und lasse durch denselben zwischen zwei Spitzen längere Zeit von einer Elektrisiermaschine den elektrischen Strom hindurchgehen. Man beobachtet dann eine bestimmte Kontraktion des Volumens; darauf bringe man in den Raum etwas einer konzentrierten Jodkaliumlösung. Das Ozon hat wie das Chlor die Fähigkeit, aus seinen Verbindungen mit Metallen das Jod zu deplazieren; das Jod wird deshalb

1) *Schönbein*, Poggend. Ann. Bd. L.

2) *Andrews* und *Tait*, Poggend. Ann. Bd. CXII. aus Philosophical Transactions for 1860.

Digitized by Google

ausgefällt und an seine Stelle tritt zu dem Kalium das Ozon. Bei dieser Absorption des Ozon tritt nun gar keine Veränderung des Volumens mehr ein, woraus folgt, dafs die Volumveränderung bei der Ozonbildung gerade so ist, als wenn das ganze in Ozon verwandelte Volumen Sauerstoff verschwunden wäre.

Die Menge Ozon ist zwar für gewöhnlich in dem elektrolytisch ausgeschiedenen Sauerstoff nur gering; aber wenn derselbe auch nur 1 Proz. beträgt, so folgt aus dem Vorigen doch, dafs schon dadurch ein merklicher Verlust im Volumen des gebildeten Sauerstoffs eintritt.

Sobald bei der Elektrolyse des Wasserstoffs Ozon auftritt, zeigt sich immer nach den Versuchen von Meidinger[1]) und Schönbein[2]) an der positiven Elektrode auch Wasserstoffsuperoxyd, wodurch ebenfalls eine bedeutende Volumverminderung des Sauerstoffs eintreten kann. Wasserstoffsuperoxyd ist leicht nachzuweisen durch seine desoxydierenden Wirkungen auf Übermangansäure oder Chromsäure. Wenn man eine mit etwas Salpetersäure angesäuerte Lösung von übermangansaurem Kali mit Wasserstoffsuperoxyd zusammenbringt, so wird die Übermangansäure unter Sauerstoffentwickelung zu Manganoxydul reduziert, welches mit der Salpetersäure verbunden in Lösung bleibt. Die vorher rote Lösung wird dabei vollständig entfärbt. Ebenso wird bei Gegenwart von etwas Schwefelsäure oder Salpetersäure Chromsäure zu Chromoxyd reduziert, indem der frei werdende Sauerstoff mit einem Atom Sauerstoff des Wasserstoffsuperoxydes entweicht.

Wenn man die Zersetzungszelle, in welcher das angesäuerte Wasser elektrolysiert wird, durch eine tierische Membran oder poröse Thonwand in zwei Teile teilt, und die Flüssigkeit in dem die Anode umgebenden Teile mit etwas übermangansaurem Kali oder Chromsäure färbt, so zeigt die eintretende Farbeänderung, dafs jedesmal dann, wenn sich Ozon bildet, auch Wasserstoffsuperoxyd auftritt.

Die Menge des Wasserstoffsuperoxydes kann sehr bedeutend werden, wenn man dem Wasser ziemlich viel Schwefelsäure zusetzt, so dafs eine Säure von 1,4 spec. Gewicht entsteht, und dabei die Lösung möglichst kalt hält. Meidinger giebt an, dafs der durch Bildung von Wasserstoffsuperoxyd eintretende Verlust von Sauerstoff 0,6 desjenigen betragen könne, der hätte auftreten müssen.

Bemerkt sei, dafs Berthelot annimmt es bilde sich nicht Wasserstoffsuperoxyd, sondern eine höhere Oxydationsstufe der Schwefelsäure, die Überschwefelsäure, deren Anhydrid die Formel $S_2 O_7$ hat[3]).

Auch eine Verminderung des Wasserstoffs kann eintreten durch Absorption desselben durch die Elektrode. In ganz hervorragender Weise tritt diese Absorption ein bei Anwendung einer Kathode aus Palladiumdraht. Graham[4]) hat gezeigt, dafs ein Palladiumdraht das 800- bis 1000-fache seines Volumens an Wasserstoff aufnehmen kann, dafs sich eine

1) *Meidinger*, Liebigs Annalen Bd. LXXXVIII.
2) *Schönbein*, Poggend. Ann. Bd. CVIII.
3) *Berthelot*, Comptes Rendus Bd. LXXIV p. 76 ff. und p. 277 ff. Beiblätter Bd. II. S. 360.
4) *Graham*, Poggend. Ann. Bd. CXXXVI., auch *Poggendorff*, Poggend. Ann. Bd. CXXXVI.

Digitized by Google

wahre Legierung von Palladium und Wasserstoff bildet. Bei schwachen Strömen entwickelt sich zunächst an einer Palladiumkathode gar kein Wasserstoff, erst nach längerer Zeit tritt Wasserstoff auf, und erst wenn das Palladium ganz gesättigt ist, wird die Entwicklung des Gases vollständig. Bei einem Versuche Grahams nahm ein Palladiumdraht von 609 mm Länge und 1,68 g Gewicht 11,5 mg oder 128 ccm Wasserstoff auf.

Will man deshalb die Wasserzersetzung als Mafs der Stromstärke benutzen, so mufs man schwach angesäuertes Wasser zwischen nicht zu grofsen Platinelektroden zersetzen; am besten thut man, wenn man die Zersetzung bereits einige Zeit andauern läfst, ehe man die Mischung beginnt, um die Störungen durch die Absorption möglichst gering zu machen.

Als zweite Gruppe von Nebenwirkungen können wir die Wirkung der Ionen auf die Elektroden bezeichnen, von denen die Absorption des Wasserstoffs durch Palladium schon ein Beispiel ist. Am häufigsten beobachtet man die Einwirkung des Anions auf die Anode. So wird stets, wenn die Anode aus einem in der Säure eines zersetzten Sauerstoffsalzes auflöslichen Metalle besteht, die Anode aufgelöst.

Elektrolysiert man z. B. ein Kupfersalz zwischen Kupferelektroden, so wird das Kupfer in der Säure gelöst. Für jedes Äquivalent Kupfer, welches an der Kathode erscheint, verliert daher die Anode ebenfalls ein Äquivalent Kupfer. Dasselbe ist der Fall bei der Elektrolyse eines Zinksalzes oder Silbersalzes etc. zwischen Elektroden derselben Metalle. Elektrolysiert man ein Kupfersalz zwischen Elektroden eines anderen Metalles, so ist das Resultat im wesentlichen dasselbe, es wird dann für jedes an der Kathode auftretende Äquivalent Kupfer von der Anode ein Äquivalent Metall gelöst.

Deshalb ist es in vielen Fällen bei der Untersuchung ratsam, die Anode von einem in der Säure löslichen Metall zu wählen, da dann durch den von derselben sonst aufsteigenden Sauerstoff die Flüssigkeit nicht gemischt wird. Hittorf wandte deshalb stets eine solche an; es ist dabei nicht gerade erforderlich, dafs die Anode aus demselben Metalle sei, welches in dem Salze enthalten ist, besonders wenn man die Produkte der Elektrolyse dadurch untersucht, dafs man die elektrolysierte Flüssigkeit an einer nicht veränderten Schicht spaltet, und dann die einzelnen Mengen für sich analysiert.

Bei den praktischen Anwendungen der Elektrolyse, bei Vergoldungen, Versilberungen, ferner bei der Galvanoplastik ist es ratsam, die Anode aus dem Metalle zu wählen, welches an der Kathode abgesetzt wird, da man auf diese Weise dafür sorgt, dafs die benutzte Flüssigkeit immer dieselbe Zusammensetzung hat.

Bei der Elektrolyse von Chlormetallen werden auch Anoden von Gold und Platin unter Bildung von Chlorid aufgelöst.

Auf die Auflösung der Anode ist die Dichtigkeit des Stromes von bedeutendem Einflusse; ist dieselbe an der Anode sehr grofs, die Anode also sehr klein, so wird weniger an derselben aufgelöst, als an der Kathode abgeschieden wird. So fand Magnus[1]) in einem Falle, dafs von

1) *Magnus*, Elektrolytische Untersuchungen. §. 88. Poggend. Ann. Bd. CII.

Digitized by Google

der Anode nur ein Drittel des Kupfers aufgelöst wurde, welches an der Kathode niederfiel.

Die ausgeschiedenen Ionen können ferner auf das gelöste Salz einwirken, und zwar sowohl an der Kathode, als an der Anode. Eine derartige Aktion an der Anode haben wir bereits bei der Elektrolyse des Zinnchlorürs erwähnt; das an der Anode frei werdende Chlor verwandelt das Zinnchlorür $Sn\,Cl_2$ in Zinnchlorid $Sn\,Cl_4$, welches dort dampfförmig entweicht.

Elektrolysiert man Chlorammonium, so zeigen sich ähnliche Einwirkungen. Alle Ammonsalze geben zunächst bei der Elektrolyse an der Kathode Ammonium NH_4, welches gewöhnlich zerfällt in Ammoniak NH_3, welches in Lösung bleibt, und in Wasserstoff, welcher entweicht. Wendet man dagegen als Kathode Quecksilber an, so tritt das Ammonium unzersetzt zu dem Quecksilber und bildet mit demselben ein Amalgam, welches beim Erhitzen sich zersetzt in Ammoniak, Wasserstoff und Quecksilber[1]). Dafs in der That in diesem Amalgam Ammoniak und Wasserstoff in dem Verhältnis, wie sie im Ammonium vorhanden sein müfsten, d. h. 2 Vol. Ammoniak auf 1 Vol. Wasserstoff enthalten sind, ist neuerdings von Landolt nachgewiesen[2]).

Das an der Anode bei der Elektrolyse des Salmiaks frei werdende Chlor zersetzt den gelösten Salmiak und bildet Chlorstickstoff, gerade wie wenn man Chlorgas in eine Salmiaklösung einleitet.

Elektrolysiert man Salmiak in einer Porzellanschale, indem man die Lösung mit einer dünnen Schicht Terpentinöl bedeckt, so explodieren die Chlorstickstofftröpfchen sofort, wie sie das Terpentinöl berühren[3]).

Auch der elektrolytisch ausgeschiedene Sauerstoff giebt zu solchen sekundären Produkten Veranlassung. Elektrolysiert man essigsaures Bleioxyd zwischen nicht löslichen Elektroden, so scheidet sich an der Kathode Blei ab, welches dieselbe in schönen Krystallen bedeckt. An der Anode erscheint Essigsäure und Sauerstoff. Letzterer scheidet sich indes nicht ab, sondern oxydiert das Blei zu Bleisuperoxyd $Pb\,O_2$, welches sich an der Anode ablagert. Auch wenn man eine Lösung von Bleioxyd in Kali elektrolysiert, erhält man an der Anode Bleisuperoxyd[4]). Ebenso kann man aus Lösungen von Nickelsalzen, Kobaltsalzen, Mangansalzen und Wismutsalzen Superoxyde erhalten[5]). Bei der Elektrolyse von salpetersaurem Silberoxyd erhält man an der Anode schwarzes Silbersuperoxyd[6]).

Diese Bildung von Superoxyden wird in der Technik benutzt, um Metalle mit bestimmt gefärbten Überzügen zu versehen; so z. B. erhält man bei der Elektrolyse von essigsaurem Manganoxydul auf einer Platinschale als Anode je nach der Dicke der Schicht prachtvolle goldgelbe, purpurfarbige, grüne Überzüge von Mangansuperoxyd, wenn als Kathode ein dünner Platindraht benutzt wird[7]).

---

1) Zuerst beobachtet von *Seebeck*. Gilberts Annalen Bd. XXVIII.
2) *Landolt*, Liebigs Annalen. Supplement Bd. VI.
3) *Kolbe*, Liebigs Annalen. Bd. LXIV.
4) *Beetz*, Poggend. Ann. Bd. LXI.
5) *Fischer*, Kastners Archiv. Bd. XVI.
6) *Ritter*, Gilberts Ann. Bd. II. Gehlens Journal. Bd. III.
7) *Böttger*, Beiträge zur Physik und Chemie. II. Heft. Frankfurt 1841.

Digitized by Google

Auch an der Kathode können durch Einwirkung des reduzierten Metalles auf die Lösung sekundäre Produkte entstehen. Die Elektrolyse von Kupferchlorid giebt an der Kathode durch Verbindung des ausgeschiedenen Kupfers mit dem Chlorid Kupferchlorür.

Essigsaures Kupferoxyd liefert an der Kathode Kupfer gemengt mit Kupferoxyd oder Kupferoxydul[1]). Arsensaures Kali giebt an der Kathode durch Einwirkung des Kaliums metallisches Arsen.

Auch die an einer Elektrode ausgeschiedenen Substanzen selbst können nach den Versuchen von Kolbe auf einander einwirken und geben dann besonders bei der Elektrolyse organischer Stoffe zu den verschiedensten Umsetzungen Anlaſs[2]).

Bei der Elektrolyse schwefligsauren Kalis oxydiert der an der Anode frei werdende Sauerstoff die ebenfalls frei werdende schweflige Säure zu Schwefelsäure.

Bei der Elektrolyse des essigsauren Kalis $K\,C_2\,H_3\,O_2$ würden neben Abscheidung von Wasserstoff und Sauerstoff die normalen Produkte sein Kalihydrat an der Kathode, Essigsäure an der Anode nach dem Schema

$$\left.\begin{matrix} K\,C_2\,H_3\,O_2 \\ K\,C_2\,H_3\,O_2 \end{matrix}\right\} = 2\,K + 2\,(C_2\,H_3\,O_2) \text{ direkt}$$

und weiter sekundär an der Kathode $2\,K + 2\,H_2\,O = 2\,K\,H\,O + 2\,H$, an der Anode $2\,(C_2\,H_3\,O_2) + H_2\,O = H_2\,2\,(C_2\,H_3\,O_2) + O$; statt dessen zerfällt der Atomkomplex $2\,C_2\,H_3\,O_2$ sofort in Methylgas $2\,C\,H_3$ und Kohlensäure $2\,C\,O_2$.

Valeriansaures Kali $K\,C_5\,H_9\,O_2$ giebt Butyl und Kohlensäure

$$\left.\begin{matrix} K\,C_5\,H_9\,O_2 \\ K\,C_5\,H_9\,O_2 \end{matrix}\right\} = 2\,K + 2\,C_4\,H_9 + 2\,C\,O_2.$$

Das in ölartigen Tropfen abgeschiedene Butyl verbindet sich zum Teil mit der Valeriansäure, zum Teil wird demselben durch frei werdenden Sauerstoff Wasserstoff entzogen und es bildet sich Butylen

$$\left.\begin{matrix} C_4\,H_9 \\ C_4\,H_9 \end{matrix}\right\} + O = 2\,C_4\,H_8 + H_2\,O.$$

Bernsteinsaures Natron giebt an der Anode ein Gemenge von Äthylen $C_2\,H_4$ und Kohlensäure

$$Na_2\,C_4\,H_4\,O_4 = 2\,Na + C_2\,H_4 + 2\,C\,O_2.$$

Fumarsaures Natron $Na_2\,C_4\,H_2\,O_4$ liefert an der Anode Acetylen $C_2\,H_2$ und Kohlensäure

$$Na_2\,C_4\,H_2\,O_4 = 2\,Na + C_2\,H_2 + 2\,C\,O_2.$$

An der Kathode wirkt zugleich der durch das Natrium aus dem Lösungswasser abgeschiedene Wasserstoff auf das fumarsaure Natron ein und führt dasselbe in bernsteinsaures Natron über

$$H_2 + Na_2\,C_4\,H_2\,O_4 = Na_2\,C_4\,H_4\,O_4.$$

---

1) *Wiedemann*, Poggend. Ann. Bd. XCIX.

2) *Kolbe*, Liebigs Ann. Bd. LXIV und LXIX. Lehrbuch der organischen Chemie. Bd. I. Braunschweig 1854.

Digitized by Google

Die Maleinsäure verhält sich bei der Zerlegung ihrer Salze wie die mit ihr isomere Fumarsäure. Die Brommaleinsäure wird bei der Zerlegung ihres Salzes anders gespalten, sie liefert an der Anode Kohlenoxydgas und Bromwasserstoff. So giebt das brommaleinsaure Natron

$$Na_2\, C_4\, H\, Br\, O_2 = 2\, Na + H\, Br + 4\, CO.$$

Bei den Zersetzungen der organischen Salze treten diese Verhältnisse nur dann in dieser Weise deutlich hervor, wenn man recht konzentrierte Lösungen elektrolysiert, bei verdünnten Lösungen wird immer gleichzeitig Wasser zersetzt, wodurch manche der angeführten Reaktionen modifiziert und verdeckt werden können.

An diesen Beispielen sekundärer Wirkungen möge es genügen. Man kann es im allgemeinen leicht entscheiden, welche Veränderungen einer Lösung primär Folge der Elektrolyse, welche sekundär Folgen der chemischen Einwirkung der ausgeschiedenen Substanzen sind, und dadurch das reine Resultat der Elektrolyse erhalten. Im allgemeinen werden durch die sekundären Wirkungen Verbindungen gebildet, welche vorher nicht in der Lösung waren.

Trotz aller der Nebenwirkungen kann man doch immer bei der Elektrolyse das elektrolytische Gesetz erkennen, wenn man die Flüssigkeit, wie wir vorher angaben, an einer Stelle, die sich nicht verändert hat, spaltet und die Flüssigkeiten der beiden Teile, oder vielmehr den Gesamtinhalt der beiden Gefäfse für sich untersucht. Mit Berücksichtigung der etwa gasförmig entwichenen Bestandteile ist das in jedem Gefäfse aufser unzersetzter Lösung Enthaltene das Resultat der Elektrolyse. So findet man z. B. stets bei der Zerzetzung eines Salzes an der Anode die Bestandteile einer dem an der Kathode abgeschiedenen Metalle äquivalenten Menge Säure und Sauerstoff neben den Bestandteilen der unzersetzten Lösung; dieses ist das Resultat der direkten Zersetzung durch den Strom, welches im übrigen auch die Verbindungen sein mögen, welche diese Teile mit einander oder mit der Anode, oder mit den gelösten Substanzen eingegangen sein mögen. Man hat in den verwickeltsten Fällen nur sämtliche Bestandteile an der einen Seite der Spaltungsstelle durch eine Analyse zu bestimmen, daraus dann zu berechnen, wie viel der ursprünglichen Lösung sich aus diesen ergiebt, und diese Menge von dem Gefundenen abzuziehen; als Rest wird man immer die Bestandteile von Säure und Sauerstoff finden, welche dem an der Kathode abgeschiedenen Metalle äquivalent sind.

§. 101.

Elektrolyse zusammengesetzter Verbindungen. In dem Bisherigen haben wir nur die Elektrolyse von Verbindungen betrachtet, welche aus gleichen Äquivalenten ihrer Bestandteile zusammengesetzt sind. Faraday glaubte[1]), dafs nur diese überhaupt durch den Strom zersetzt werden könnten. Das hat sich indes nicht bestätigt, indem es gelungen ist, eine Anzahl zusammengesetzter Verbindungen durch den Strom zu zersetzen.

1) *Faraday*, Experimental researches. VII. ser., besonders art. 829 u. 830. Poggend. Ann. Bd. XXXIII.

Digitized by Google

Häufig jedoch treten durch sekundäre Aktionen Erscheinungen auf, welche vielfach für eine direkte Zersetzung durch den Strom gehalten sind, und es ist in manchen Fällen schwierig zu entscheiden, ob man eine direkte Zersetzung des Stromes, oder eine Zersetzung infolge solcher chemischer Aktionen vor sich hat.

So läfst es sich bei der Elektrolyse der Sauerstoffsäuren nur schwierig unterscheiden, ob man primäre oder sekundäre Aktion vor sich hat.

Bei der Elektrolyse von Schwefelsäure (H_2SO_4) entwickelt sich an der positiven Elektrode Sauerstoffgas, an der negativen sehr wenig Wasserstoffgas, meist Schwefel und etwas Schwefelwasserstoffgas. Wenn man eine Lösung von Schwefelsäureanhydrid in Schwefelsäure elektrolysiert, so erhält man dieselben Resultate und, wenn nicht mehr als 3 Teile SO_3 auf 1 H_2SO_4 gelöst ist, schweflige Säure.

Diese Zersetzung der Schwefelsäure ist jedenfalls sekundär, sie wird nach der Form $H_2 + SO_4$ zersetzt, und der frei werdende Wasserstoff reduziert aus einem anderen Teile der Säure Schwefel, oder aus dem gelösten Schwefelsäureanhydrid schweflige Säure.

Wird in der Schwefelsäure eine noch gröfsere Menge Säureanhydrid aufgelöst, so ist nach den Versuchen von Geuther[1]) das Resultat der Elektrolyse nur Sauerstoff an der Anode und Schwefel an der Kathode. Geuther glaubt deshalb, dafs in diesem Falle wirklich das Schwefelsäureanhydrid in S und O_3 zerlegt wäre, da, wenn die Reduktion wie vorher stattgefunden hätte, schweflige Säure hätte auftreten müssen.

Wasserfreie schweflige Säure leitet den Strom nicht und ist auch nicht zersetzbar; in Wasser gelöst wird sie sekundär durch den frei werdenden Wasserstoff unter Abscheidung von Schwefel zerlegt[2]).

Borsäure, Phosphorsäure werden ebenfalls nicht zersetzt, indes treten auch hier, wenn sie in wässeriger Lösung dem Versuche unterworfen werden, durch den frei werdenden Wasserstoff Reduktionen ein[3]); gleiches gilt auch wohl von der Chromsäure, von welcher indes Geuther eine direkte Zersetzung annimmt[4]).

Bei der Elektrolyse der Salpetersäure wird ebenfalls nur das Wasser zersetzt, indes kann auch dort durch den Wasserstoff an der Kathode eine Reduktion eintreten[5]).

Dagegen ist für eine Anzahl von nicht aus gleichen Äquivalenten zusammengesetzten Haloidsalzen und Sauerstoffsalzen die direkte Zersetzung durch den Strom nachgewiesen worden.

Es würde zu weit führen, die einzelnen von den verschiedenen Forschern, insbesondere von Daniell und Miller[6]), Buff[7]), Becquerel[8]) und

1) *Geuther*, Liebigs Ann. Bd. CIX.
2) *Faraday*, Experimental researches. VII. ser. art. 755 ff. Poggend. Ann. Bd. XXXIII. *Bleekrode*, Wiedem. Ann. Bd. III.
3) *Davy*, Philosophical Transactions for 1807. Gilberts Ann. Bd. XXVIII.
4) *Geuther*, Liebigs Ann. Bd. XCIX.
5) *Schönbein*, Poggend. Ann. Bd. XLVII.
6) *Daniell* und *Miller*, Philosophical Transactions for 1844. Poggend. Ann. Bd. LXIV.
7) *Buff*, Liebigs Ann. Bd. CX.
8) *Becquerel*, Ann. de chim. et de phys. III. Série T. XI.

Digitized by Google

Hittorf[1]) erhaltenen Resultate durchzugehen, es genüge daher an einzelnen Beispielen.

Kupferchlorür Cu_2Cl_2 sowohl geschmolzen als in Salzsäure gelöst zerfällt in Kupfer und Chlor, und zwar wird auf ein Molekül Wasser H_2O im Voltameter ein Molekül Chlorür zerlegt. An der Anode erscheinen also die den im Voltameter auftretenden zwei Atomen H äquivalenten zwei Atome Chlor, an der Kathode zwei Atome Kupfer. Die Zersetzung findet also derart statt, wie wenn das Kupfer ein einwertiges Metall wäre.

Eisenchlorid Fe_2Cl_6, Aluminiumchlorid Al_2Cl_6 zerfallen in Metall und Chlor; auf ein Molekül Wasser wird ein Drittel Molekül Salz zerlegt. Auf ein Atom Wasserstoff im Voltameter erscheint also an der Anode ein Atom Chlor, an der Kathode $\frac{1}{3}$ Atom Eisen. Eisen und Aluminium werden darnach in diesen Verbindungen so zersetzt, dafs je zwei Atome der Metalle sechswertig erscheinen, als wenn somit die Metalle dreiwertig wären.

Zinnchlorid $SnCl_4$ zerfällt nach Becquerel in Sn und Cl_4, so dafs also auf zwei Moleküle Wasser ein Molekül des Salzes zersetzt wird. Während bei der Elektrolyse des Chlorzinns $SnCl_2$ für jedes Molekül Wasser ein Molekül Salz zersetzt wurde, das Zinn also zweiwertig erschien, tritt es hier als vierwertiges Metall auf, ein Atom Zinn ist äquivalent vier Atomen Wasserstoff.

Hittorf dagegen nimmt an, dafs das Zinnchlorid schon bei der Lösung in Zinnsäure SnO_2 und $4\,HCl$ zerfällt, dafs dann nur die Chlorwasserstoffsäure elektrolysiert und durch die frei werdenden vier Atome Wasserstoff ein Molekül Zinnsäure reduziert werde. Er folgert das daraus, dafs nach der Elektrolyse die Lösung an der Kathode inklusive dem ausgeschiedenen Zinn merklich dieselbe Quantität Zinn enthielt wie vor der Elektrolyse.

Becquerel glaubte aus den angegebenen und einigen anderen Resultaten schliefsen zu können, dafs die Zersetzungen dieser zusammengesetzten Verbindungen stets so vor sich gingen, dafs die auf ein Molekül Wasser zersetzte Salzmenge die äquivalente Menge des elektronegativen Bestandteiles wie in den angegebenen Fällen zwei Atome Clor lieferte.

Dieser Satz bestätigte sich indes nicht bei der Elektrolyse der Sauerstoffsalze, welche auf ein Äquivalent Basis mehr als ein Äquivalent Säure enthalten.

So liefert nach Wiedemann[2]) neutrales und basisches essigsaures Kupferoxyd bei der Elektrolyse die gleiche Menge Kupfer, so dafs also hier nur $\frac{1}{2}$ Äquivalent Essigsäure frei wird. Gleiches gilt nach Hittorf von den verschiedenen phosphorsauren Salzen. Die normalen Salze der verschiedenen Phosphorsäuren werden je nach der Basicität der Säuren einfach dem Faradayschen Gesetz entsprechend zerlegt, wenn wir beachten, dafs ein Molekül einer Säure soviel Atomen Wasserstoff äquivalent ist, als es vertretbare Wasserstoffatome enthält. Darnach liefert das Salz der einbasischen Metaphosphorsäure $NaPO_3$ auf ein Atom Wasserstoff im Voltameter an der Kathode ein Atom Natrium, an der Anode ein Molekül Phosphosäure nach dem Schema:

1) *Hittorf*, Poggend. Ann. Bd. CVI.
2) *Wiedemann*, Galvanismus Bd. I §. 224. 1. Aufl.

Digitized by Google

$$2\,Na\,PO_3 = 2\,Na + 2\,PO_3 \text{ primär,}$$

$$2\,Na + 2\,H_2O = 2\,Na\,HO + 2\,H;\ 2\,PO_3 + H_2O = 2\,H\,PO_3 + O \text{ sekundär.}$$

Das pyrophosphorsaure Natron $Na_4\,P_2\,O_7$ ist dem vierbasischen Charakter der Säure entsprechend zwei Molekülen Wasser äquivalent; in der That werden auf zwei Moleküle Wasser im Voltameter ein Molekül Salz zersetzt, auf jedes im Voltameter abgeschiedene Atom Wasserstoff erscheint an der Kathode ein Atom Natrium. Die Zersetzung geschieht nach dem Schema

primär	$Na_4\,P_2\,O_7 = 4\,Na + P_2\,O_7$
sekundär an der Kathode	$4\,Na + 4\,H_2\,O = 4\,Na\,H\,O + 4\,H$
„ „ „ Anode .	$P_2\,O_7 + 2\,H_2\,O = H_4\,P_2\,O_7 + 2\,O.$

Das normale orthophosphorsaure Natron $Na_3\,PO_4$ enthält gemäfs dem dreibasischen Charakter der Orthophosphorsäure drei Atome Natrium, welche äquivalent sind drei Atomen Wasserstoff; zwei Moleküle Salz sind somit äquivalent drei Molekülen Wasser. Demgemäfs findet auch die Zersetzung statt, für jedes Atom Wasserstoff im Voltameter tritt ein Atom Natrium an der Kathode auf, oder auf drei Moleküle Wasser werden zwei Moleküle Salz zersetzt.

Abweichend ist das Verhalten des sogenannten neutralen und sauren orthophosphorsauren Salzes; bei der Zersetzung dieser Salze giebt sich der dreibasische Charakter der Säure nicht zu erkennen, dieselbe scheint vielmehr bei dem ersten Salze zweibasisch, bei dem letztern sogar einbasisch. Das neutrale phosphorsaure Salz $Na_2\,H\,PO_4$ zerfällt nämlich bei der Elektrolyse in Na_2 an der Kathode und $H\,PO_4$ an der Anode, und zwar wird für jedes Molekül Wasser in dem Voltameter ein Molekül Salz zersetzt, auf jedes Atom Wasserstoff an der Kathode des Voltameters erscheint in der Lösung ein Atom Natrium an der Kathode, ein halb Molekül Säure an der Anode. Auf das Molekül Wasser $H_2\,O$ bezogen ist das Schema der Zersetzung:

primär	$Na_2\,H\,PO_4 = 2\,Na + H\,PO_4$
sekundär an der Kathode	$2\,Na + 2\,H_2\,O = 2\,Na\,H\,O + 2\,H$
„ „ „ Anode .	$H\,PO_4 + H_2\,O = H_3\,PO_4 + O.$

Das saure phosphorsaure Natron $Na\,H_2\,PO$ zerfällt so, wie wenn die Phosphorsäure nur ein vertretbares Wasserstoffatom enthielte, welches in dem Salz durch Natrium vertreten ist, in Na an der Kathode und $H_2\,PO_4$ an der Anode, für jedes Molekül Wasser werden also zwei Moleküle Salz zersetzt.

Bei der Zersetzung der verschiedenen orthophosphorsauren Salze, wenn sie sich gleichzeitig im Stromkreise befinden, tritt also stets die gleiche Menge Metall an der Kathode auf, die Mengen der Phosphorsäure an der Anode verhalten sich dagegen wie 1 : 2 : 3.

Doppelsalze zerfallen nach Hittorf in der Weise, dafs eins der Metalle an der Kathode frei wird, der Rest an der Anode; so zerfällt Cyansilberkalium $Ag\,Cy + K\,Cy$ bei der Elektrolyse nach dem Schema

$$K + (Cy + Ag\,Cy).$$

Digitized by Google

Das Kation ist Kalium, das Anion Cyansilber plus Cyan. Es folgte das daraus, dafs die Flüssigkeit an der Kathode mit dem ausgeschiedenen Silber zusammen ein Atom Silber weniger als Kalium enthielt, d. h. dafs an der Kathode sich die Bestandteile von

$$(Ag\,Cy + K\,Cy) + K$$

befanden. Das an der Kathode ausgeschiedene Silber ist also ein sekundäres Produkt, herrührend von der Reduktion eines Atoms Silber durch das abgeschiedene Kalium.

Alle diese Erfahrungen zeigen, dafs im allgemeinen auch bei den komplizierteren Verbindungen das Faradaysche Gesetz seine Gültigkeit behält, wenn man, was ja auch die neuere Chemie thut, annimmt, dafs einzelnen Metallen in ihren verschiedenen Verbindungen eine verschiedene Wertigkeit zukommen kann, und ebenso einzelnen Säuren in den verschiedenen Salzen eine verschiedene Basicität. Von den Metallen sind es vorzugsweise Kupfer und Eisen, bei denen auch die Chemie Cuproverbindungen und Cupridverbindungen, Ferroverbindungen und Ferridverbindungen unterscheidet. In den Cuproverbindungen ist das Kupfer chemisch und elektrolytisch einwertig, oder genauer gesprochen, je zwei Atome Kupfer erscheinen zusammen zweiwertig, in den Cupridverbindungen ist jedes einzelne Atom Kupfer zweiwertig, deshalb scheidet sich aus Kupferchlorür die doppelte Menge Kupfer ab wie aus dem Chlorid. Ähnlich ist es bei dem Eisen; die Chemie setzt das Eisen vierwertig und nimmt in den Ferroverbindungen zwei Atome Eisen an, welche sich mit je zwei Verbindungseinheiten vereinigt haben, so dafs die zwei verbundenen Atome noch vier freie Verbindungseinheiten besitzen; in den Ferridverbindungen haben die zwei Atome Eisen sich mit je einer Verbindungseinheit vereinigt, so dafs noch sechs Verbindungseinheiten frei bleiben. Es bleiben somit in den Ferroverbindungen für jedes Atom Eisen zwei, in den Ferridverbindungen drei Verbindungseinheiten frei, dem entsprechend treten aus den Ferroverbindungen bei der Elektrolyse für jedes Atom Wasserstoff zwei, aus den Ferridverbindungen drei Atome Eisen hervor. Ähnlich müssen wir die Zersetzung von Zinnchlorür und Zinnchlorid auffassen.

Es genüge an diesen wenigen Andeutungen, ein genaueres Eingehen auf diese Fragen würde uns zu weit auf das Gebiet der Chemie führen.

§. 102.

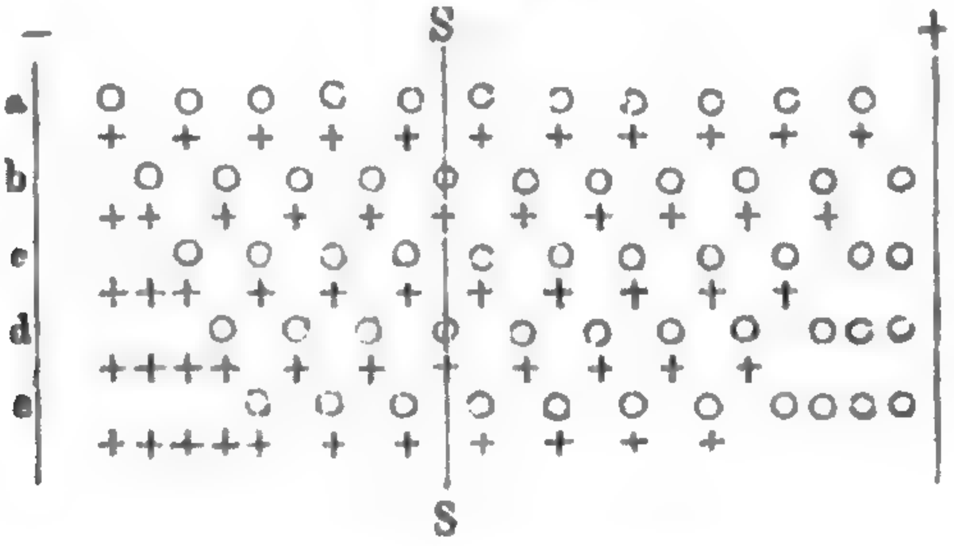
Wanderungen der Ionen. Untersucht man nach der Elektrolyse einer Flüssigkeit die an der Anode und Kathode befindliche Flüssigkeit für sich, so findet man an der Anode aufser neutraler Flüssigkeit oder deren Bestandteilen ein Äquivalent des elektronegativen, an der Kathode dagegen aufser neutraler, d. h. unzersetzter Lösung ein Äquivalent des elektropositiven Bestandteiles. Es ergiebt sich das aus den sämtlichen bisher mitgeteilten Untersuchungen, nach denen an der Kathode sich ein Äquivalent des elektropositiven, an der Anode ein Äquivalent des elektronegativen Bestandteiles abscheidet.

Vergleicht man nun nach der Elektrolyse den Gehalt der Flüssigkeiten an den beiden Elektroden mit dem Gehalte an den verschiedenen Bestand-

Digitized by Google

teilen vor der Elektrolyse, so sollte man daraus schliefsen, dafs die Flüssigkeit an der Anode ein halbes Äquivalent des elektronegativen, an der Kathode aber ein halbes Äquivalent des elektropositiven Bestandteiles mehr enthalten müsse als vor der Elektrolyse. Denn dafs an der Anode ein Äquivalent des negativen Bestandteiles frei wird, das scheint am einfachsten daher zu rühren, dafs von der Anode ein halbes Äquivalent des positiven Bestandteiles gegen die Kathode hin, dagegen von der Kathode ein halbes Äquivalent des negativen Bestandteiles gegen die Anode her gewandert ist. Nur durch eine solche entgegengesetzte Bewegung der Ionen ist es nämlich möglich, dafs die Bestandteile an den Elektroden frei werden, d. h. dafs bei der Elektrolyse eines neutralen Salzes z. B. an denselben der Überschufs von einem Äquivalente des einen Ions über die Bestandteile der neutralen Lösung vorhanden sein kann. Ohne hier schon auf die Theorie der Elektrolyse näher einzugehen, werden wir uns den Vorgang bei derselben in einer Reihe von Molekülen am besten so denken können, dafs die einzelnen Ionen sich in derselben an einander vorbeischieben. Sei z. B. Fig. 182 *a* eine Reihe von Molekülen zwischen den

Fig. 182.



Elektroden vor der Elektrolyse, etwa Chlorkupfer, in welcher die Kreise den negativen Bestandteil, die Kreuze den positiven Bestandteil bezeichnen. Es beginne nun der Strom die Flüssigkeit zu durchsetzen, so ist die einfachste Vorstellung, die wir uns von der Elektrolyse machen können, dafs die positive Elektrode die negativen, die negative dagegen die positiven Bestandteile anziehe. Wie die Reihen *b*, *c*, *d*, *e* zeigen, werden so die positiven Bestandteile in der ganzen Reihe immer mehr nach links und die negativen um ebensoviel nach rechts gezogen; so treten an den Elektroden nach und nach 1, 2, 3, 4 Moleküle der Ionen frei auf. Spalten wir die Flüssigkeit an irgend einer Stelle durch *SS*, so dafs z. B. in *a* fünf unzersetzte Moleküle an der negativen, sechs an der positiven Seite sich befinden, und untersucht man nach der Elektrolyse in der Reihe die Bestandteile rechts und links von *SS*, so findet man, dafs während an jeder Elektrode sich vier Moleküle ausgeschieden haben, an jeder Seite der Spaltungsstelle zwei Moleküle mehr vorhanden sind, als vor der Elektrolyse sich dort fanden.

Würde nun die positive Elektrode in unserem Falle von Kupfer sein, so würde alles entwickelte Chlor mit dem Kupfer sich zu Kupferchlorid verbinden; dann würde also die Flüssigkeit rechts von der Spaltungsstelle

Digitized by Google

infolge dieser Lösung der positiven Elektrode acht Moleküle Kupferchlorid enthalten, während die Flüssigkeit links von S neben den vier ausgeschiedenen Kupferatomen nur drei Moleküle Kupferchlorid besäfse. Die Lösung an der Anode müfste also konzentrierter, an der Kathode aber verdünnter werden.

Dafs diese Änderung in der Konzentration der Flüssigkeit infolge der Elektrolyse in der That eintritt, das läfst sich leicht erkennen. Elektrolysiert man ein Kupfersalz, so dafs die Elektroden sich vertikal über einander befinden, nimmt die untere Elektrode als Anode von Kupfer, so zeigt eine Änderung der Farbe sofort, wie die Lösung unten konzentrierter wird, während die Entfärbung der Flüssigkeit an der Kathode die Verdünnung dort anzeigt. Stellt man den Apparat umgekehrt, so dafs die Kupferanode die obere wird, so sieht man deutlich, besonders wenn die Anode ein Draht oder ein Konus ist, wie die konzentriertere Flüssigkeit hinabsinkt[1]).

Verhindert man diesen direkten Austausch der verschieden konzentrierten Flüssigkeiten, indem man die Anode unten nimmt, und in manchen Fällen durch Anwendung einer passenden Elektrode bewirkt, dafs die neugebildete Lösung unter die Anode hinabsinkt (Hittorf), oder wendet man den Apparat von Daniell oder Wiedemann an, so kann man die Flüssigkeiten an beiden Seiten einer unveränderten Spaltungsstelle analysieren und indem man den Gehalt derselben an den betreffenden Bestandteilen bestimmt, untersuchen, welcher Bruchteil des durch die Elektrolyse abgeschiedenen Äquivalents des betreffenden Ions sich an der einen oder anderen Seite der Spaltungsstelle mehr befindet als vorher.

Der erste, welcher derartige Versuche anstellte, war Daniell[2]); er wandte zu denselben den von uns beschriebenen Apparat an. Bei denselben stellte sich heraus, dafs niemals ein halbes Äquivalent des ausgeschiedenen Stoffes an jeder Elektrode sich mehr fand als vorher, sondern an der einen Elektrode nur ein gewisser Bruchteil des einen Ions, an der anderen dann soviel des anderen Ions, als notwendig war, um die durch Fortwanderung des ersteren frei gewordene Menge zu einem Äquivalent zu ergänzen.

Die ausführlichsten Untersuchungen über diesen Gegenstand sind von Hittorf[3]) angestellt; er fand allgemein, dafs fast nie an der Kathode ein halbes Äquivalent des Kations, an der Anode ein halbes Äquivalent des Anions mehr war, sondern dafs die Austauschungen immer in anderen Verhältnissen stattfanden. Wurde an der Kathode ein Äquivalent des Kations, an der Anode ein Äquivalent des Anions abgeschieden, so fand sich an der Anode nur gegen früher mehr $\frac{1}{n}$ Äquivalent, an der Kathode dagegen $1 - \frac{1}{n} = \frac{n-1}{n}$ Äquivalent des Kations. An der Anode war also das eine Äquivalent Anion dadurch frei geworden, dafs $\frac{1}{n}$ Äquivalent

1) *Magnus*, Poggend. Ann. Bd. CII.
2) *Daniell*, Poggend. Ann. Ergänzungsband I.
3) *Hittorf*, Poggend. Ann. Bd. LXXXIX, XCVIII und CVI.

Digitized by Google

von der Kathode herüber und $\frac{n-1}{n}$ Äquivalent Kation zur Kathode hinüber gewandert war.

Wir stellen in folgender Tabelle einige von den vielen Angaben Hittorfs zusammen; die erste Kolumne enthält die Namen der untersuchten Salze, die zweite die Menge Wasser auf ein Gramm Salz, die dritte in Bruchteilen des ausgeschiedenen Äquivalents die Menge des Kations, welche an der negativen Elektrode mehr ist als vorher, die vierte das gleiche für das Anion.

Name der Salze	Wasser auf 1 Gr. Salz	Übergeführtes	
		Kation	Anion
Chlornatrium	3,472	0,352	0,648
"	20,706	0,366	0,634
"	104,76	0,372	0,628
"	320,33	0,378	0,622
Jodnatrium	22,053	0,374	0,626
Schwefelsaures Natron	11,769	0,359	0,641
Salpetersaures Natron	2,994	0,400	0,600
Essigsaures Natron	2,807	0,585	0,415
Chlorkalium	4,845	0,484	0,516
Jodkalium	2,722	0,508	0,492
Schwefelsaures Kali	11,837	0,500	0,500
Salpetersaures Kali	4,621	0,521	0,479
Essigsaures Kali	1,304	0,676	0,324
Chlorbarium	3,629	0,336	0,664
"	126,7	0,390	0,610
Salpetersaurer Baryt	16,231	0,359	0,641
Chlorkalcium	1,697	0,220	0,780
Jodkalcium	1,318	0,269	0,732
Salpetersaurer Kalk	1,419	0,282	0,718
Schwefelsaures Zinkoxyd	2,524	0,222	0,778

Es zeigt sich also fast durchgängig, mit wenigen Ausnahmen, wozu besonders die Essigsäure gehört, dafs an der Anode mehr als ein halbes Äquivalent auftritt, an der Kathode weniger. Im übrigen hängen die übergefürten Mengen ab von der Natur der Salze, so dafs z. B. im Chlorkalcium mehr Chlor übergeführt wird als im Chlornatrium oder Chlorkalium. Ebenso hängen die Überführungen ab von der Konzentration der Flüssigkeit.

§. 103.

Elektrische Endosmose. Elektrolysiert man eine Flüssigkeit in einem dem Daniellschen ähnlichen Apparate, so dafs also zwischen den beiden Elektroden innerhalb der Flüssigkeit ein poröses Diaphragma, eine tierische Membran oder eine poröse Thonwand sich befindet, so zeigt sich eine mechanische Wirkung des Stromes, welche wir schon hier erwähnen müssen,

Digitized by Google

da man sie in Beziehung zu der Elektrolyse gebracht hat. Zuerst Reuss[1]) und dann Porret[2]) haben beobachtet, daſs die von dem Strome durchlaufene Flüssigkeit durch die poröse Wand mit hindurchgeführt wird, daſs die Flüssigkeit an der Kathode an Volumen zunimmt, an der Anode dagegen an Volumen abnimmt.

Die Gesetze dieser Erscheinung sind besonders von Wiedemann[3]) und später von Quincke[4]) studiert.

Das Phänomen zeigt sich um so besser, je schlechter die Flüssigkeit leitet; reines Wasser wird am stärksten übergeführt; Quecksilber bewegt sich nicht, so daſs es nach Wiedemann scheint, als ob nur solche Flüssigkeiten transportiert würden, welche elektrolysiert werden können.

Zur Untersuchung dieser Erscheinung wandte Wiedemann den Apparat Fig. 183 an. Auf einen unten geschlossenen, porösen Thoncylinder *a* war oberhalb eine kleine tubulierte Glocke *c* gekittet, in deren Öffnung ein perpendikuläres Rohr *d* mit seitlichem Ausfluſsrohr *e* angesetzt war. Im Thoncylinder stand ein Cylinder *c* von Kupferblech oder Platinblech. Von diesem ging ein Draht *f* zum negativen Pole einer kräftigen galvanischen Säule. Der Draht war in ein in den oberen Teil der Glocke luftdicht eingefügtes Glasrohr eingekittet. Auſserhalb war der Thoncylinder von einem zweiten mit dem positiven Pole verbundenen Blechcylinder *i* umgeben. Der ganze Apparat stand in einem weiteren Glascylinder *h*, welcher ebenso wie der Thoncylinder mit Wasser oder einer anderen Flüssigkeit gefüllt war. Die Intensität des Stromes wurde an einem Galvanometer gemessen.

Fig. 183.

Sowie die Säule geschlossen war, stieg die Flüssigkeit im Thoncylinder und in das Ausfluſsrohr. Es wurde nun entweder die ausflieſsende Flüssigkeit in einem Gefäſse aufgefangen und gewogen, oder die Öffnung *d* der Glocke luftdicht geschlossen und das Ende des Ausfluſsrohres mit dem Manometer *pm* verbunden und die Druckhöhe des Quecksilbers beobachtet, welche ein weiteres Überflieſsen aus der positiven in die negative Zelle verhinderte.

Bezeichnet *i* die Intensität des Stromes, *m* die in einer Viertelstunde übergegangene Flüssigkeit, so fand sich bei zwei Versuchsreihen Folgendes:

1) *Reuss*, siehe Wiedemanns Galvanismus Bd. I. §. 392. 2. Aufl.
2) *Porret*, Poggend. Ann. Bd. XII.
3) *Wiedemann*, Poggend. Ann. Bd. LXXXVII.
4) *Quincke*, Poggend. Ann. Bd. CXIII.

Digitized by Google

I. Wasser.			II. Kupfervitriollösung		
i	m	$\frac{m}{i}$	i	m	$\frac{m}{i}$
144	17,77 Gr.	0,123	106	2,48 Gr.	0,0234
108	13,26 „	0,123	101	2,32 „	0,0230
83	10,59 „	0,127	93	2,11 „	0,0226
60	7,46 „	0,124	65	1,49 „	0,0229
48	5,89 „	0,123	53,5	1,25 „	0,0233.
36	4,47 „	0,124			
29	3,38 „	0,117			

Es wurde nun der Thoncylinder durch Bestreichen mit Firnis zum Teil für Flüssigkeit undurchdringlich gemacht. Als noch übrig waren:

0,75	der Oberfläche, war für Wasser . . . $\frac{m}{i}$	= 0,122
0,375	„ „ „ „ „ „	= 0,124
0,1875	„ „ „ „ „ „	= 0,110
0,0937	„ „ „ „ „ „	= 0,110
0,66	„ „ „ „ Kupferlösung „	= 0,0231
0,333	„ „ „ „ „ „	= 0,0235
0,166	„ „ „ „ „ „	= 0,0228
0,0833	„ „ „ „ „ „	= 0,0231.

Wurde die Dicke des Thoncylinders durch Abschaben vermindert, so ergab sich ebenfalls für den Quotienten $\frac{m}{i}$ derselbe Wert.

Die Menge der transportierten Flüssigkeit ist also der Stromstärke proportional, von der Gröſse der Oberfläche des Diaphragmas und innerhalb der Grenzen des Versuches auch von der Dicke des Diaphragmas unabhängig.

Die Menge der übergeführten Flüssigkeit hängt jedenfalls ab von der Reibung der Flüssigkeit in der Thonwand; um ein davon unabhängiges Maſs dieses Vorganges zu erhalten, wurde die Druckhöhe bestimmt, bei welcher das Überflieſsen der Flüssigkeit aufhörte. Es fand sich, daſs bei ein und demselben Thoncylinder die Druckhöhe, welche dazu erforderlich ist, der Stromstärke und Dicke des Diaphragmas direkt proportional, dagegen der Oberfläche umgekehrt proportional ist. Folgende Zahlen beweisen das:

Oberfläche o	Stromstärke i	Druckhöhe in mm Wasserdruck h	$\frac{h}{i}$	$\frac{h}{i} \cdot o$
1	128	176,5	1,38	1,38
1	65,3	89,0	1,36	1,36
1	26,5	37,5	1,41	1,41
1	13	19,5	1,36	1,36
0,7	—	—	1,80	1,26
0,4	—	—	3,42	1,37
0,2	—	—	6,00	1,20.

Digitized by Google

Das Gesetz der Dicke ergiebt sich aus folgenden Zahlen:

Dicke der Thonwand d	$\frac{h}{i}$	$\frac{h}{id}$
4,3 mm	1,73	0,402
3,8	1,60	0,421
2,8	1,21	0,432.

Diese Gesetze sind mit den vorigen über die fortgeführten Flüssigkeitsmengen, wenn man das Diaphragma als ein System kapillarer Röhren betrachtet, vollständig im Einklang; denn nach den Versuchen von Poiseuille und Hagen[1]) mufs, um durch verschiedene Kapillarröhrchen die gleiche Flüssigkeitsmenge hindurchzutreiben, der Druck der Anzahl der Kapillarröhren, hier also der Gröfse der Oberfläche umgekehrt proportional sein, der Länge der Röhre, hier also der Dicke des Diaphragmas, dagegen direkt.

Bei Anwendung verschiedener Lösungen von Kupfervitriol, deren Leitungswiderstände bestimmt waren, ergab sich, dafs die Druckhöhen h den Leitungswiderständen direkt proportional sind, wie folgende Zahlen zeigen:

Gehalt der Lösung in Prozenten Salz	Widerstand r	$\frac{h}{i}$	$\frac{h}{ir}$
16,25	18,0	1,35	0,0750
9,22	27,0	1,98	0,0733
6,6	32,5	2,44	0,0750
3,4	55,5	3,79	0,0683
1,8	100	6,80	0,0680.

Auf die Wanderungen der Ionen hat diese Überführung keinen Einflufs; denn als Wiedemann bei den Kupferlösungen das zur Kathode übergeführte Kupfer in Bruchteilen des ausgeschiedenen Äquivalents bestimmte[2]), fand er dieselben Zahlen, welche Hittof bei gleichen Kupfersalzen ohne Diaphragma gefunden hatte.

Wiedemann sah in dieser Fortführung eine direkte mechanische Wirkung des Stromes und glaubte, dafs zur Beobachtung dieser Erscheinung das poröse Diaphragma nur deswegen erforderlich sei, um die Rückströmung der Flüssigkeit infolge des hydrostatischen Druckes zu verhindern.

Gegen diese Annahme ist von mehreren Seiten und ganz insbesondere von Logemann und Breda[3]) eingewandt worden, dafs sich ohne Diaphragma in einer Flüssigkeit nichts dem Ähnliches zeige, dafs sich gar keine Strömung im Innern der Flüssigkeit beobachten lasse, welche auf eine Fortführung der Flüssigkeit hindeute. Selbst in kapillaren Röhren lasse sich keine Fortführung beobachten.

Indes hat früher schon Armstrong[4]) mit dem Strome seiner Hydroelektrisiermaschine und später Quincke[5]) sowohl mit dem Strome einer

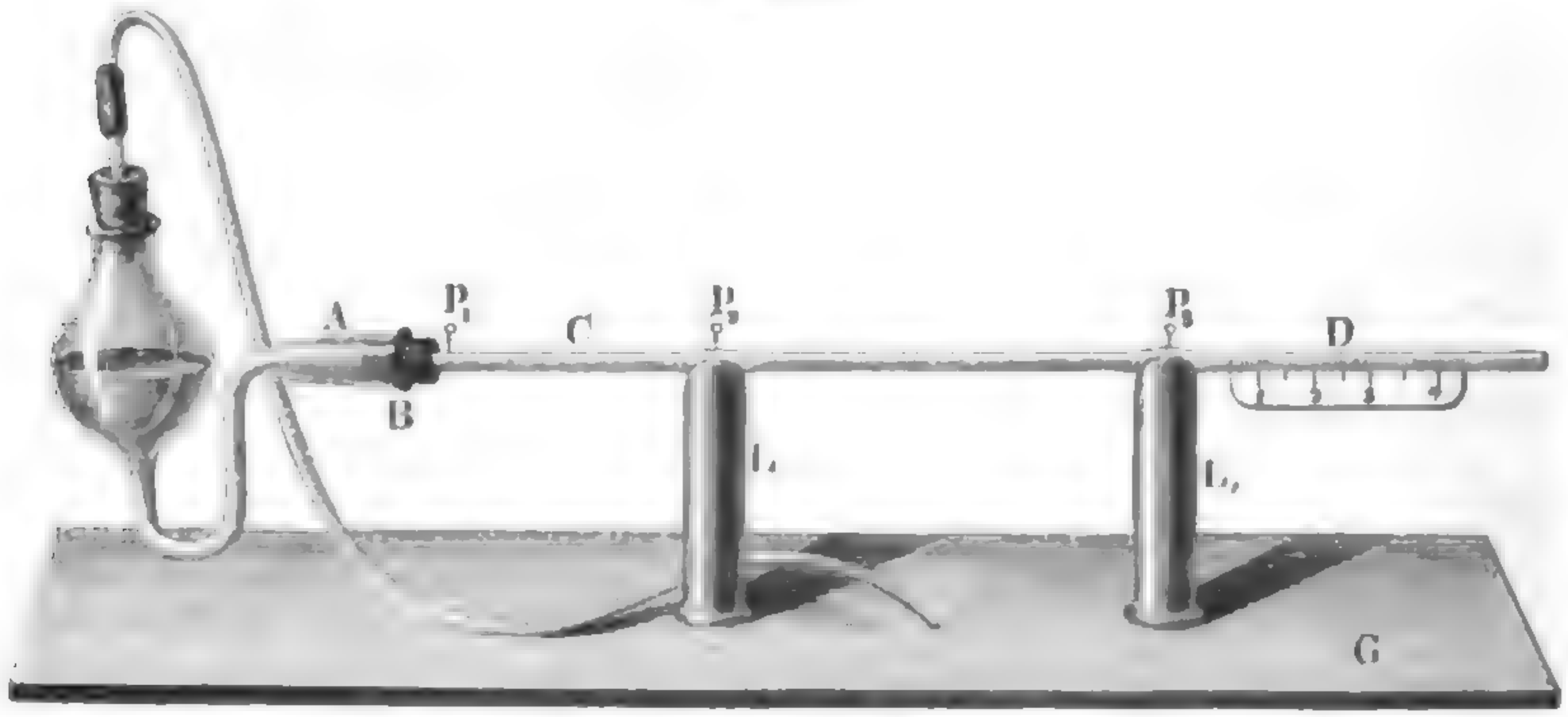
1) Man sehe Teil I. Abschnitt II. §. 86.
2) *Wiedemann*, Poggend. Ann. Bd. XCIX.
3) *Logemann* und *van Breda*, Poggend. Ann. Bd. C.
4) *Armstrong*, Philosophical Magazin. vol. XXIII. 1834. Poggend. Ann. Bd. LX.
5) *Quincke*, Poggend. Ann. Bd. CXIII.

gewöhnlichen Elektrisiermaschine und mit dem Entladungsschlage der Leydener Flasche, als auch mit dem galvanischen Strome die Fortführung ohne Diaphragma beobachtet. Der Apparat, welchen er zu seinen Versuchen anwandte, ist folgender. Ein enges Glasrohr CD Fig. 184, in welches drei Platindrähte P_1 P_2 P_3 eingeschmolzen sind, so dafs ihre Spitzen in das Innere der Röhre reichen, ist mit einem Pfropfen in dem weiteren Rohre AB, welches an der anderen Seite eine Kugel trägt, befestigt. Das Rohr ist aus möglichst isolierendem Glase gefertigt und mufs vor jedem Versuche auf das sorgfältigste mit Salpetersäure und heifsem destilliertem Wasser gereinigt werden. Die Glaskugel wird zum Teil mit Flüssigkeit gefüllt, und ist so grofs, dafs das Niveau der Flüssigkeit fast gar nicht geändert wird, wenn die Flüssigkeit im Rohre CD sich hin und her bewegt.

Der Apparat wird so auf zwei Säulchen von Siegellack aufgestellt, dafs das Rohr CD ganz wenig gegen den Horizont geneigt wird, und dann durch Einblasen in den Kautschukschlauch etwas Flüssigkeit in das Rohr hineingedrückt. Dadurch, dafs zwei der drei Drähte P mit den Leitungsdrähten einer Elektricitätsquelle verbunden wurden, wurde der Flüssigkeitsfaden in den Stromkreis eingeschaltet.

Die Verschiebung der Flüssigkeit wurde an der an dem Apparate befestigten Millimeterskala oder durch ein Mikroskop beobachtet, in welchem

Fig. 184.



an der Stelle des Fadenkreuzes ein Glasgitter angebracht war. Da man die Neigung der Röhre CD gegen den Horizont bestimmte, so konnte aus der beobachteten Verschiebung die Steighöhe berechnet werden, welche der fortführenden Wirkung des Stromes das Gleichgewicht hielt.

Quincke fand sowohl als er die Flüssigkeitssäule in die den Konduktor einer Elektrisiermaschine mit der Erde verbindende Leitung einschaltete, wie auch als er dieselbe zu einem Teile des Stromkreises einer Leydener Flasche oder einer Batterie von 80 oder 40 Groveschen Elementen machte, dafs stets, wenn ein Strom durch die Flüssigkeit ging, eine Fortführung derselben stattfand. Für die meisten Flüssigkeiten war die Richtung der Fortführung die des positiven Stromes; bei einer gewissen Sorte Alkohol war sie jedoch entgegengesetzt, und ebenso war sie

die entgegengesetzte bei Terpentinöl und einer alkoholischen Auflösung desselben, als die innere Röhrenwand mit Schellack bekleidet war. Die Beschaffenheit der Röhrenwand ist somit auf die Fortführung von Einfluſs, ebenso wie die Natur der Flüssigkeit.

Die Steighöhe der Flüssigkeit ist der Stromstärke proportional, wie es Wiedemann bei seinen Versuchen über die elektrische Endosmose ebenfalls fand.

Bei verschiedener Länge der vom Strome durchflossenen Flüssigkeitsschicht war die Steighöhe der elektromotorischen Kraft der Kette proportional. Letzterer Satz stimmt mit dem Satze von Wiedemann, daſs die Steighöhe bei gleicher Intensität i des Stromes dem Widerstande r der Flüssigkeit proportional ist, denn darnach ist

$$h = c\,i\,r = c\,\frac{E}{r}\,r = c\,E.$$

Bei Änderung des Querschnittes der Röhre ergab sich, daſs trotz der Zunahme der Stromstärke die Steighöhe abnahm, und zwar war sehr angenähert dieselbe dem Querschnitte des Rohres umgekehrt proportional bei gleicher elektromotorischer Kraft der Kette. Der Satz ergab sich aus Beobachtungen in Röhren, deren Durchmesser zwischen 0,376 und 1,990 mm war. Für die Steighöhe in Röhren mit kreisförmigem Querschnitt ergab sich in Millimetern

$$h = \frac{0{,}00006}{R^2}\,n,$$

wenn n die Anzahl der angewandten Groveschen Elemente war. Wird die Steighöhe in einem Rohr beobachtet, welches gegen die Horizontale um den Winkel φ geneigt ist, so wird die Verschiebung v

$$v = \frac{h}{\sin\varphi} = \frac{0{,}00006}{R^2 \sin\varphi}\,n.$$

Der Einfluſs der Röhrenwand auf die Fortführung der Flüssigkeit zeigt sich auch in Bezug auf die Gröſse der Fortführung sehr deutlich, denn als Quincke die innere Oberfläche der Röhre um ein Bedeutendes dadurch vermehrte, daſs er in die Röhre ein Glasrohr brachte, fand sich bei gleichem Flüssigkeitsquerschnitt die Fortführung in diesem ringförmigen Rohre um sehr vieles gröſser als in Röhren von kreisförmigem Querschnitte.

Die Überführung wurde sehr viel kleiner, wenn das Wasser nur geringe Mengen eines Salzes gelöst enthielt, welches in der Lösung gut leitend war, schon bei der Lösung von 0,1 Prozent Kochsalz war die Steighöhe verschwindend klein.

Bei dieser Fortführung der Flüssigkeiten läſst sich auch eine andere Bewegung infolge des Stromes beobachten, die zuerst von Reuſs[1]) beobachtete, später von Jürgensen[2]) und ebenfalls von Quincke[3]) genauer untersuchte Fortführung suspendierter feiner Körperteilchen. Jürgensen giebt an, daſs in Wasser und wässerigen Lösungen suspendierte feste

1) *Reuss*, Mém. de la société impér. de Moscou. t. II. 1807.
2) *Jürgensen*. Reichert und Du Bois-Reymond Archiv. Jahrg. 1860. S. 573 ff.
3) *Quincke*, Poggend. Ann. Bd. CXIII.

Digitized by Google

Teilchen immer in der Richtung des negativen Stromes fortgeführt werden, sobald ein galvanischer Strom durch die Flüssigkeit fliefst. Die Erscheinung wurde bei Teilchen von Kohle, Platin, Kupfer, Eisenoxyd, Karmin u. a. beobachtet, welche in Wasser suspendiert waren. Ein Zusatz leitender Substanzen zum Wasser vermindert die Bewegung oder läfst sie ganz aufhören.

Nach Quincke findet fast immer eine doppelte Bewegung statt. Es wurden in dem Wasser des Apparates Fig. 184 Stärkekörnchen suspendiert, und durch Blasen in das Kautschukrohr wurde Wasser mit suspendierten Stärkekörnchen in das horizontal gelegte Rohr *CD* gedrückt, und darauf, um die soeben untersuchte Fortführung des Wassers zu verhindern, das Gefäfs oben fest geschlossen. Liefs man dann den Strom einer Elektrisiermaschine oder einer galvanischen Kette durch die Flüssigkeit gehen, so zeigte sich bei schwachen Strömen eine Bewegung der Stärkekörnchen an der Wand im Sinne des positiven, in der Mitte im Sinne des negativ elektrischen Stromes. Wurde der Strom stärker, so nahm die Bewegung in der Mitte der Röhre an Geschwindigkeit zu, an der Röhrenwand dagegen bewegten sich zunächst die kleineren Körnchen in der Richtung der positiven, die gröfseren in der Richtung der negativen Elektricität; wurde der Strom noch stärker, so bewegten sich alle Körnchen in der Richtung der negativen Elektricität.

Wie die Stärkemehlkörnchen verhielten sich alle im Wasser suspendierten Körper, die Quincke untersuchte, selbst Gase.

In Terpentinöl dagegen bewegen sich die meisten Substanzen umgekehrt, nur Schwefel bewegte sich in demselben ebenso wie im Wasser.

Für die Geschwindigkeit der Fortführung giebt Quincke an, dafs sie der Stromstärke proportional sei, bei gleicher Stromstärke nimmt sie mit der Dichtigkeit des Stromes zu.

Die doppelte Bewegung der Körnchen erklärt Quincke folgendermafsen. Die Stärkekörnchen bewegen sich nur in der Richtung des negativen Stromes; an der Wand jedoch wird das Wasser in der Richtung des positiven Stromes fortgeführt; in der Mitte fliefst dieses fortgeführte Wasser, da es keinen anderen Ausweg hat, wieder zurück. In der Mitte beobachtet man daher die Summe der eigenen Bewegung der Stärkekörnchen und der Bewegung des Wassers; an der Wand dagegen reifst das Wasser die Körnchen mit sich fort und überwindet deren eigene Bewegung. Bei gröfserer Stromstärke wird die Bewegung des Wassers an der Wand durch die Reibung verhindert, während die Stärkekörnchen sich frei wie vorher bewegen können; daher werden die Stärkekörnchen sich jetzt rascher im Sinne des negativen Stromes bewegen, und so wird ihre eigene Bewegung sichtbar. Das wird zunächst für die gröfseren, später auch für die kleineren Körnchen eintreten.

In welcher Weise diese Fortführungen zustande kommen, darüber stellt Quincke folgende Ansicht auf. Bei der Fortführung des Wassers in engen Röhren spielt das Wasser eine doppelte Rolle, einmal als Leiter der Elektricität und dann als Isolator. Als Leiter insofern, als überhaupt ein elektrischer Strom zustande kommt und sich also auf der ganzen freien Oberfläche des Wassers freie Elektricität finden wird, deren Dichtigkeit von Querschnitt zu Querschnitt sich ändert. Anderenteils wird

Digitized by Google

aber ein auf irgend eine Weise elektrisch gewordenes Wasserteilchen nicht augenblicklich seine Elektricität an das folgende abgeben, sondern es wird eine gewisse Zeit verfliefsen, ehe das geschieht.

Ein an der Röhrenwand anliegendes Wasserteilchen wird nun auch durch den Kontakt mit der Röhrenwand positiv elektrisch, und die freie positive Elektricität desselben wird von derselben Kraft, welche den Strom erzeugt, nämlich von der freien Elektricität auf der Oberfläche des Wasserfadens in der Richtung des positiven Stromes fortgetrieben. Da aber das Wasserteilchen von dieser Elektricität sich sofort nicht trennen kann, so wird es selbst in der Richtung derselben, also in der Richtung des positiven Stromes mit fortgezogen. Deshalb sind nur die schlechtleitenden Flüssigkeiten durch den Strom fortzuführen.

Hat man ein im Wasser suspendiertes Teilchen, z. B. ein Stärkekörnchen, so wird auf diesem durch den Kontakt mit dem Wasser negative Elektricität erregt, und da diese von der den Strom erzeugenden Kraft in der Richtung des negativen Stromes fortgeführt wird, so bewegt sich das Stärkekörnchen in der Richtung des negativen Stromes.

Es ist nicht schwierig zu zeigen, wie die angeführten Gesetze mit dieser Theorie übereinstimmen, und überdies hat Quincke die Voraussetzungen derselben direkt geprüft[1]).

Wichtig ist es hiernach hervorzuheben, dafs die Erscheinung nicht eine einfache mechanische Wirkung des Stromes ist, dafs sie überhaupt nur in engen Röhren oder bei Anwendung von Diaphragmen zu beobachten ist, da die Elektrisierung der Flüssigkeit durch den Kontakt mit der Röhrenwand zu derselben notwendig ist, denn nur durch diesen Kontakt erhält das Flüssigkeitsteilchen als solches eine gewisse Menge von Elektricität, mit welcher es dann fortgeführt wird. Die Fortführung der Flüssigkeit findet daher nur in der Wandschicht statt, und kann sich nur dann über die ganze Flüssigkeit erstrecken, wenn dieselbe einen so engen Querschnitt hat, dafs infolge der Kohäsion die übrigen im Innern der Flüssigkeit liegenden Flüssigkeitsfäden mitgezogen werden.

Im Innern der Flüssigkeit ist nur die elektrische Leitung vorhanden, da dort nur die Bestandteile der Flüssigkeiten positiv oder negativ elektrisch sind, nicht die Flüssigkeitsteilchen als solche.

Auf die Bedeutung dieser Erscheinungen für die Elektrolyse werden wir bei Besprechung der Theorie der Elektrolyse hinweisen.

§. 104.

Elektrolyse von Lösungsgemischen. Wenn mehrere Flüssigkeiten mit einander gemischt der Elektrolyse ausgesetzt werden, so scheiden sich bei nicht zu grofser Stromstärke nur die Bestandteile des einen Elektrolyten aus; nur wenn die Stromdichtigkeit sehr grofs ist, scheiden sich die Bestandteile der verschiedenen Elektrolyte aus.

Das zeigt sich schon bei den Lösungen der Salze in Wasser; bei nicht zu grofser Dichtigkeit des Stromes wird nur das Salz zersetzt, es

1) Eine ausführliche Theorie dieser Erscheinungen hat *von Helmholtz*, Wiedem. Ann. Bd. VII gegeben. Wir kommen in §. 112 noch darauf zurück.

Digitized by Google

zeigt sich an der Kathode nur Metall ohne eine Spur von Wasserstoff, bei gröfserer Dichtigkeit des Stromes scheidet sich dagegen an der Kathode auch Wasserstoff ab. Die Stromdichtigkeit, bei welcher Wasserstoff sich ausscheidet, hängt ab von der Natur und Konzentration der Lösung, je konzentrierter sie ist, um so höher mufs die Dichtigkeit des Stromes sein. Bei einer und derselben Lösung ist aber nach den Versuchen von Magnus[1]) die Stromdichtigkeit, bei welcher Wasserstoff auftritt, eine ganz bestimmte, welche Magnus den Grenzwert nennt. Der Grenzwert hängt nicht ab von dem Abstande des Elektroden.

Für eine ziemlich verdünnte Lösung von schwefelsaurem Kupferoxyd giebt Magnus folgende Werte der Stromintensität an, welche bei der darunter angegebenen Gröfse der Elektroden neben dem Kupfersalze auch Wasser zersetzte.

Stromstärke	J	58,5	115	172	221	295
Gröfse der Elektroden	G	10	20	30	40	50
Stromdichte	$\frac{J}{G}$	5,85	5,75	5,73	5,52	5,9.

Die Stromstärke ist also der Gröfse der Elektroden proportional oder die Dichtigkeit des Stromes ist konstant.

Der Grenzwert wird ein bedeutend kleinerer, wenn die Lösung freie Säure enthält, wenn also neben dem Kupfersalze der besser leitende Elektrolyt H_2SO_4 in der Lösung vorhanden ist.

Damit indes durch eine solche Vermehrung der Stromdichtigkeit neben der Zersetzung des Salzes eine solche des Wassers eintritt, ist nach einigen Versuchen von Quincke[2]) notwendig, dafs der Strom mit der gröfseren Dichtigkeit aus den Elektroden in die Flüssigkeit übertritt. Steigert man die Dichtigkeit des Stromes in der Flüssigkeit selbst in sehr hohem Mafse, so ist eine Zersetzung des Wassers nicht zu beobachten.

Quincke stellte aus Glasplatten mit Siegellack einen prismatischen Trog von 136 mm Länge, 25 mm Breite und 50 mm Höhe her, der in der Mitte durch eine dünne Glimmerplatte parallel der kleineren Seitenwand in zwei Kammern von gleicher Gröfse geteilt war. Beide Kammern standen nur durch ein ganz kleines Loch von etwa 0,2 mm Durchmesser in Verbindung und waren bis zu 42,5 mm Höhe mit reiner konzentrierter Kupfervitriollösung gefüllt. Der Strom einer Kette von 77 Groveschen Elementen wurde durch zwei auf der Rückseite mit geschmolzenem Siegellack überzogene Kupferplatten, welche gleiche Gröfse wie die kleinern Seitenwände des Glastrogs hatten und diesen parallel standen, in die eine Kammer ein- und aus der andern Kammer hinausgeleitet.

Der elektrische Strom flofs also innerhalb zweier Kegel mit rechteckiger Basis, deren Spitzen in der Öffnung des Glimmerblattes zusammenstiefsen; die Stromdichtigkeit war somit um so gröfser, je näher der Querschnitt des kegelförmigen von der Kupfervitriollösung gebildeten Stromleiters der Öffnung der Glimmerplatte lag.

1) *Magnus*, Elektrolyt. Untersuch. §. 36 ff. Poggend. Ann. Bd. CII.
2) *Quincke*, Poggend. Ann. Bd. CXLIV.

Digitized by Google

Trotzdem der Strom in der Nähe der Glimmerplatte eine äufserst grofse Dichtigkeit hatte, liefs sich doch nirgendwo die geringste Wasserzersetzung erkennen. Sobald aber als Kathode ein Kupferdraht angewandt wurde, dessen Oberfläche bedeutend gröfser war als die Öffnung in dem Glimmerblatte, zeigte sich eine reichlichere Entwicklung von Wasserstoff.

Ebenso zersetzt der Strom, wenn das Wasser mehrere Salze gelöst enthält, unterhalb eines gewissen Grenzwertes der Dichtigkeit nur ein Salz. Ist schwefelsaures Kupfer und schwefelsaures Silber in derselben Flüssigkeit enthalten, so scheidet sich bei einem gewissen Verhältnisse der gelösten Salze und innerhalb gewisser Grenzen der Stromdichte nur Silber aus; wird die Menge des Silbers kleiner oder die Stromstärke gröfser, so fällt auch Kupfer nieder. Dasselbe ist der Fall, wenn neben Kupfervitriol salpetersaures Silber, oder Chlorsilber neben Kupferchlorid in Ammoniak gelöst, in der Flüssigkeit sich findet.

Im allgemeinen hat sich herausgestellt, dafs die Reihenfolge, in welcher mehrere Metalle, welche zugleich gelöst sind, durch den Strom gefällt werden, dieselbe ist wie die, in welcher die Metalle selbst sich fällen. So fällt z. B., wenn zwei Metalle aus folgender Reihe zugleich gelöst sind, das voranstehende immer zuerst nieder:

Gold, Silber, Wismut, Kupfer, Zinn, Blei, Kadmium, Zink.

Wie man weifs, werden aber vom Zink alle diese Metalle, vom Kadmium alle aufser Zink aus ihren Lösungen auch ohne Strom gefällt.

Von wesentlichem Einflufs ist indes auf diese Fällungen der negative Bestandteil, mit welchem sie in den Salzen verbunden sind. Ist Kupfer und Zink in Cyankalium gelöst, hat man z. B. eine Lösung zweier Salze dieser Metalle mit Cyankalium versetzt, so ist das Resultat der Elektrolyse Messing, während sonst aus einem Gemische zweier solcher Salze immer zuerst Kupfer fällt[1]).

Über den Grund dieser Erscheinungen kann man doppelter Ansicht sein. Magnus glaubt[2]), dafs es für die verschiedenen Substanzen verschiedener elektrischer Einwirkung bedarf, um sie in ihre Bestandteile zu zerlegen, oder dafs es für jeden Elektrolyten, der mehrere zersetzbare Substanzen enthält, eine Grenze giebt, bei welcher nur die eine dieser Substanzen zersetzt wird, und dafs erst, wenn diese Grenze überschritten wird, auch die Zersetzung der zweiten Substanz beginnt.

Hittorf[3]) dagegen sieht diese Erscheinung als nur durch sekundäre Aktionen bestimmt an. Er glaubt, dafs der Strom nach den Gesetzen der Zweigströme sich zwischen den Elektrolyten nach Mafsgabe ihrer Leitungsfähigkeit teile. Ist Wasser der zweite Elektrolyt, so bedarf es wegen der geringen Leitungsfähigkeit desselben einer bedeutenden Stromdichtigkeit, dafs auch Wasserstoff auftritt. Bei den anderen Elektrolyten jedoch, deren Leitungsfähigkeit nahezu dieselbe ist, werden bei jeder Stromstärke beide gefällt. Wenn indes das eine Metall durch den Strom abgeschieden ist, fällt es sekundär, indem es sich selbst löst, eine äqui-

---

1) *Magnus*, a. a. O. §. 24 ff.

2) *Magnus*, a. a. O. §. 30 und Elektrol. Untersuchungen. II. Teil. Poggend. Ann. Bd. CIV.

3) *Hittorf*, Poggend. Ann. Bd. CIII. S. 48.

Digitized by Google

valente Menge des anderen aus. So fällt Zink Kupfer aus, wie es das aus jeder Lösung thut, deshalb kann kein Zink an der Kathode erscheinen. Nur wenn die Dichtigkeit des Stromes eine sehr grofse ist, oder die Lösung soviel Zink enthält, dafs das an der Kathode momentan abgeschiedene Zink in seiner Umgebung nicht hinreichend Kupfer findet, kann das Zink sich ausgeschieden halten.

Hittorf hat diese Ansicht durch folgenden Versuch zu beweisen gesucht. Eine Lösung, gemischt aus Chlorkalium und Jodkalium, wurde zusammen elektrolysiert; an der Anode erschien nur freies Jod, da allenfalls elektrolytisch abgeschiedenes Chlor sofort eine äquivalente Menge Jod deplaziert hätte. Wäre aber nur das Jodkalium elektrolysiert worden, so hätte sich an der Anode nur eine Zunahme der Jodmenge, nicht aber der Chlormenge finden können; das Verhältnis von Chlor und Jod hätte also nach der Elektrolyse ein ganz anderes sein müssen als vorher. Es war aber dasselbe geblieben und blieb dasselbe, als man Ströme verschiedener Stärke anwandte, und als man die Salze in verschiedenem Verhältnisse mischte.

Auch Buff hat sich für die letztere Ansicht erklärt[1]) und sie zu beweisen gesucht, indem er durch ein Gemenge von Salzsäure und wenig Schwefelsäure Ströme sehr verschiedener Stärke leitete; es fand sich immer in 100 ccm an der Anode ausgeschiedenen Gases dieselbe Sauerstoffmenge, so dafs sich also der Strom immer in gleichen Verhältnissen zwischen dem angesäuerten Wasser und der Salzsäure geteilt hatte.

Wenn man mehrere Lösungen hinter einander einschaltet, also z. B. in dem Apparate von Daniell das eine Gefäfs mit schwefelsaurem Natron, die Verbindungsröhre mit Wasser, das zweite Gefäfs mit Salmiaklösung füllt, so wird jede Lösung für sich elektrolysiert und die Grenzstelle ist für jede die Elektrode. Wenn nun das an der Grenze frei werdende Ion sich in der angrenzenden Flüssigkeit lösen, und dort mit einem Bestandteile zu einem Elektrolyten verbinden kann, so wird es auch dort wieder als Ion auftreten und so zu der anderen Elektrode hinwandern können. Steht in obigem Beispiel die Kathode in dem schwefelsauren Natron, die Anode im Salmiak, so wird man schliefslich an der Kathode Natron und Ammoniak finden, an der Anode dagegen Schwefelsäure, freies Chlor und Chlorwasserstoffsäure.

Hätte man dagegen an der Kathode schwefelsaures Kali, in der Verbindungsröhre verdünnte Schwefelsäure, an der Anode Chlorbarium, so würde keine Schwefelsäure an der Anode auftreten, da an der Grenze der Bariumlösung und der Schwefelsäure die ausgeschiedenen Ionen sich sofort zu dem unlöslichen schwefelsauren Baryt verbunden hätten.

In ähnlicher Weise erklären sich alle Erscheinungen bei dieser Anordnung, es wird daher überflüssig sein näher darauf einzugehen[2]).

§. 105.

Chemische Wirkung der Reibungselektricität. Nachdem wir die chemischen Wirkungen der Elektricität vollständig kennen gelernt haben,

1) *Buff*, Elektrolyt. Studien. Liebigs Ann. Bd. CV.
2) Man sehe *Wiedemann*, Galvanismus Bd. I. §. 386 ff. 2. Aufl.

Digitized by Google

können wir die an einer anderen Stelle erwähnten chemischen Wirkungen der Reibungselektricität ergänzen und untersuchen, ob die Wirkungen derselben gleich denen des galvanischen Stromes sind.

Eine Zersetzung des Wassers durch den Entladungsschlag der Leydener Flasche hat zuerst Paets van Troostwyck nachgewiesen[1]), indem er Golddrähte, welche in einigem Abstande im Wasser einander gegenüberstanden, mit den Belegungen einer Leydener Flasche verband und die Entladungen der Flasche durch das Wasser gehen liefs. Es sammelte sich über dem Wasser Gas an, welches als Knallgas erkannt wurde.

Später hat Wollaston[2]) das Wasser durch den von dem Konduktor einer Elektrisiermaschine zu dem Reibzeuge fliefsenden Strom zersetzt, indem er möglichst kleine Elektroden, sogenannte Wollastonsche Spitzen anwandte. Sehr feine Golddrähte mit einer scharfen Spitze wurden in Haarröhrchen eingeschmolzen, so dafs nur die äufsersten Spitzen sichtbar blieben. Die beiden Spitzen wurden sich in Wasser gegenübergestellt und die eine mit dem Reibzeuge, die andere mit einer Kugel verbunden, welche dem Konduktor der Maschine beliebig genähert werden konnte; liefs man Funken überspringen, so stieg von den Spitzen ein Gasstrom auf, der mit der Schlagweite der Funken an Stärke zunahm. Es zeigte sich indes, dafs das von beiden Spitzen aufsteigende Gas Knallgas war, dafs also ebenso an der Kathode wie an der Anode Sauerstoff frei wurde und auch an beiden Elektroden Wasserstoff. Wenn man daher nicht in der Leitung hin und her gehende Ströme annehmen will, kann die Zersetzung nicht eine elektrische sein. Riess vermutet, dafs sie nur durch die Hitze der Spitzen erfolgt sei[3]), da von Grove in der That gezeigt ist, dafs glühendes Platin das Wasser zersetzt[4]).

Als Faraday indes den vom Konduktor zum Reibzeug gehenden Strom nicht durch Funken sich herstellen liefs, sondern eine kontinuierliche Leitung anwandte, da schienen die verschiedenen Gase an den verschiedenen Elektroden aufzutreten, es gelang wegen der geringen Menge der entwickelten Gase jedoch nicht mit Sicherheit den Nachweis dafür zu liefern[5]).

Armstrong gelang es zuerst mit Hilfe der Dampfelektrisiermaschine die wirklich elektrische Zersetzung des Wassers nachzuweisen[6]), indem bei dem Durchtritt des Stromes dieser Maschine an der Kathode das doppelte Volumen Gas von dem an der Anode frei wurde, und die spätere Untersuchung zeigte, dafs das von der Kathode aufsteigende Gas reiner Wasserstoff war.

Später ist es Buff gelungen diesen Beweis ebenso unzweideutig mit einer gewöhnlichen Elektrisiermaschine zu liefern[7]). Er wandte in Glasröhren eingeschmolzene Platindrähte als Wollastonsche Spitzen an und fing das von jeder Spitze aufsteigende Gas gesondert auf. Wenn an

---

1) *Paets van Troostwyck*, man sehe *Riess*, Reibungselektricität Bd. II. §. 591.
2) *Wollaston*, Philosoph. Transact. for 1801. Gilberts Ann. Bd. XI.
3) *Riess*, Doves Repertorium Bd. II. S. 45. Reibungselektr. Bd. II. §. 593.
4) *Grove*, Philosophical Transact. for 1847. Poggend. Ann. Bd. LXXI.
5) *Faraday*, Experimental researches III. ser. art. 328 ff. Poggend. Ann. Bd. XXIX.
6) *Armstrong*, Philos. Magazin XXIII. 1843. Poggend. Ann. Bd. LX.
7) *Buff*, Liebigs Annalen. Bd. XCVI.

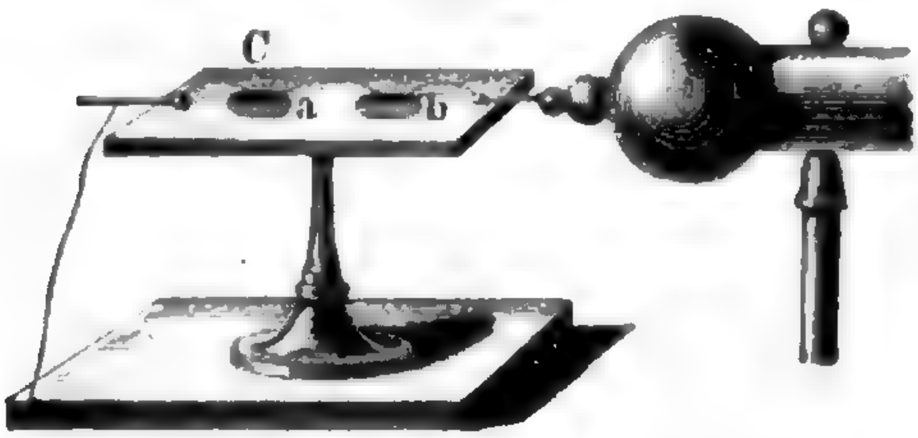
Digitized by Google

keiner Stelle der Leitung ein Funke auftrat, fand sich über der Kathode nur Wasserstoff, über der Anode nur Sauerstoff. Buff bewies das, indem er die Gase direkt in eudiometerähnlich eingerichtete Röhren auffing, und dann durch die aufgefangenen Gase elektrische Funken schlagen liefs. Es trat in keiner der Röhren eine Volumenverminderung der aufgefangenen Gase ein.

Wurde dagegen die Leitung an einer Stelle unterbrochen, so dafs ein Funke auftrat, so entwickelten sich an beiden Elektroden beide Gase, an der Kathode aber immer mehr als an der Anode.

Sehr viel leichter als die Zersetzung des Wassers läfst sich die elektrolytische Zersetzung von Salzen nachweisen, und es ist Faraday gelungen[1]) zu zeigen, dafs dieselbe nach denselben Gesetzen erfolgt, wie die Zersetzung durch den galvanischen Strom. Auf eine Glasplatte *C* Fig. 185 wurden in einigem Abstande von einander Tröpfchen der zu untersuchenden Lösung oder mit derselben getränkte Papierscheibchen *a* und *b* angebracht und durch einen feinen Platindraht mit einander verbunden. Das erste Scheibchen wurde durch einen ebensolchen Draht mit dem Konduktor einer Elektrisiermaschine, das letzte mit einem zur Erde abgeleiteten Drahte verbunden.

Fig. 185.



Wenn die Maschine in Thätigkeit versetzt wurde, zeigten sich nach einiger Zeit deutliche Spuren der Zersetzung. Wurden die Papiere mit einer Lösung von Kupfervitriol getränkt, so bedeckte sich die Kathode mit Kupfer; es wurde also wie bei der Elektrolyse das Metall ausgeschieden. Dafs an der Anode der Rest der Verbindung auftrat, ergab sich daraus, dafs nach Vertauschung der Drähte das Kupfer von der vorher als Kathode dienenden Drahtstelle wieder aufgelöst wurde.

Aus Jodkalium wurde an der Anode Jod frei, denn ein mit Jodkalium und Stärkekleister versehenes Papier wurde an der Anode deutlich gebläut.

Man mufs sich jedoch auch hier hüten, dafs zwischen den Elektroden ein Funke überspringt; geschieht das bei der Elektrolyse des Jodkaliums, so tritt an beiden Elektroden Jod auf, da sich dann Ozon bildet, welches das Jod aus der Verbindung deplaziert.

Es folgt somit, dafs die chemischen Wirkungen der Reibungselektricität mit denen des galvanischen Stromes identisch sind; ein weiterer Beweis, dafs der Art nach kein Unterschied zwischen den beiden Elektricitäten besteht.

1) *Faraday*, Experimental researches III. u. V. ser. art. 312 ff. u. art. 453 ff. Poggend. Ann. Bd. XXIX. und Bd. XXXII.

Digitized by Google

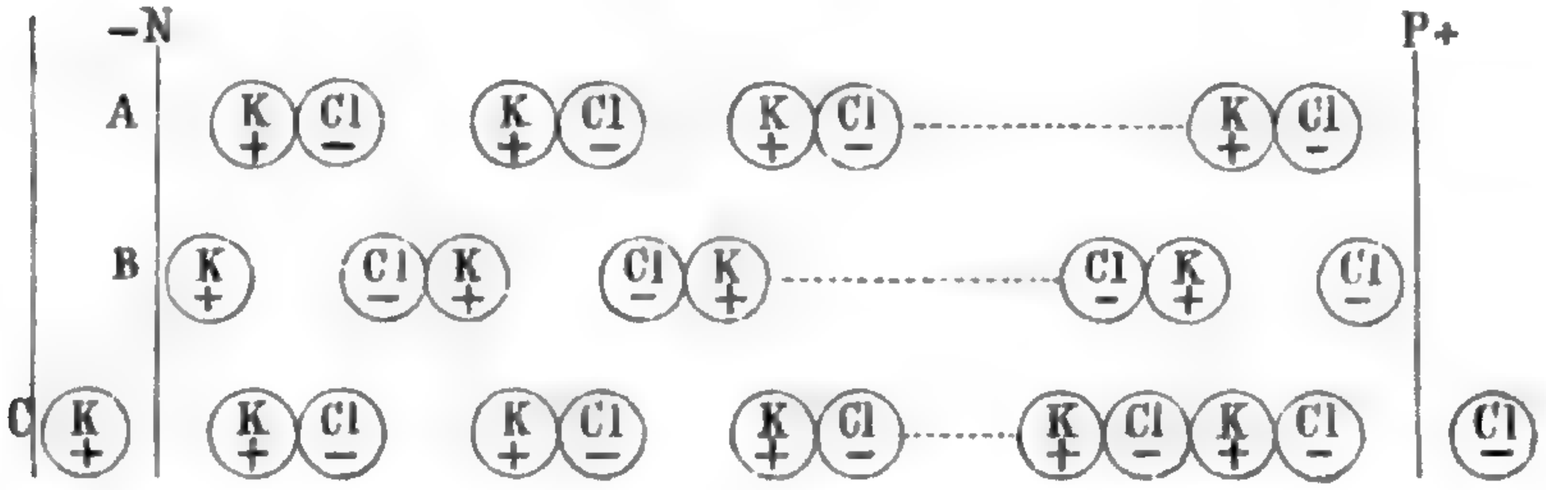
§. 106.

Theorie der Elektrolyse. Wir haben in den letzten Paragraphen die Thatsachen, welche in betreff der Zersetzung von Flüssigkeiten, die in den Stromkreis eingeschaltet sind, durch den Strom experimentell festgestellt sind, vollständig dargelegt; es erübrigt jetzt noch die Frage, in welcher Weise diese elektrische Wirkung zustande kommt, welche Beziehung zwischen der Elektricität und der Natur der zersetzbaren Körper besteht, so dafs sie durch elektrische Einwirkung in ihre Bestandteile zerfallen. Es kann sich dabei natürlich nur um Hypothesen handeln, da wir weder die Natur der elektrischen Kraft, noch auch die Konstitution der Materie kennen und die ganze Erscheinung, um welche es sich hier handelt, nur in dem Verhältnis dieser beiden begründet ist.

Wir betrachten zunächst die Elektrolyse der einfachen binären Verbindungen und als Typus derselben jene eines geschmolzenen Salzes, etwa des Chlorkaliums.

Die Anschauung, welche allen Hypothesen über die Elektrolyse binärer Verbindungen zu Grunde liegt, ist die von Grotthus im Jahre 1805 aufgestellte[1]) Ansicht, dafs die Bestandteile der Moleküle, welche Elektrolyten sind, elektrisch sind. Jeder Körper und jedes Molekül hat im natürlichen Zustande eine gewisse Menge neutraler Elektricität. Wenn nun zwei einfache Körper zusammentreten, wie Chlor und Kalium zu Chlorkalium, so verteilen sich die Elektricitäten in den zusammengesetzten Molekülen so, dafs der eine Bestandteil elektropositiv, der andere elektronegativ ist. Für gewöhnlich haben die Moleküle in den Flüssigkeiten alle möglichen Lagen, d. h. ihre positiven oder negativen Bestandteile sind nach allen möglichen Seiten gerichtet. Wird aber ein solcher Elektrolyt in den Stromkreis eingeschaltet, so werden die Moleküle unter dem Einflusse der mit Elektricität versehenen Elektroden und der nach der Ohmschen Theorie auf der Oberfläche des Leiters sich verbreitenden Elektricität gerichtet, so dafs die Moleküle ihre elektronegativen Hälften der Anode, ihre elektropositiven Hälften der Kathode zuwenden. Fig. 186 würde also in der Reihe

Fig. 186.



A die Anordnung der Chlorkaliummoleküle nach dem Eintauchen der Elektroden beim Beginne der Elektrolyse darstellen. Ist die Dichtigkeit der freien Elektricität auf der Oberfläche der Flüssigkeit hinreichend ge-

1) *Grotthus*, Physikalisch-chemische Forschungen S. 115.

Digitized by Google

worden, so wird durch die Anziehung und Abstossung derselben die Kraft, mit welcher die Moleküle sich gegenseitig festhalten, überwunden, die Moleküle trennen sich von einander und die an der Anode liegenden Chloratome, so wie die an der Kathode liegenden Kaliumatome werden frei. Die Moleküle der dazwischen liegenden Flüssigkeitsmoleküle bewegen sich gegen einander und verbinden sich mit einander, die Kaliumatome jedes vorhergehenden Moleküles mit dem Chloratome jedes folgenden. Der Vorgang im flüssigen Leiter ist also im wesentlichen derselbe, wie der im § 78 in dem festen Leiter abgeleitete mit dem Unterschiede nur, dafs während in dem festen Leiter die Elektricitäten ohne ihre materiellen Träger fortgeführt werden, hier die Elektricitäten zugleich mit den Ionen, an denen sie haften, sich nach beiden Seiten hin bewegen. Den Zustand der Elektrolyten in diesem Momente zeigt die Reihe *B* Fig. 186, an den Elektroden sind *Cl* bei *P* und *K* bei *N* frei geworden. Das *K* des Moleküles, dessen *Cl* sich bei *P* abgeschieden hat, ist mit dem *Cl* des folgenden Moleküles zusammengetreten u. s. f.; und ebenso ist das *Cl* des letzten Moleküles, dessen *K* bei *N* sich abgeschieden hat, mit dem *K* des vorletzten Moleküles zusammengetreten. Die Moleküle zwischen den Elektroden befinden sich also in entgegengesetzter Lage wie in der Reihe *A*, in dem Momente, welcher der Zerreissung der Moleküle vorausging.

Durch die an die Elektroden übergegangenen Moleküle ist dort zugleich eine der auf den ausgeschiedenen Molekülen vorhandenen gleiche Elektricitätsmenge neutralisiert, auf *P* eine gewisse Menge positiver, auf *N* eine gewisse Menge negativer, so dafs es im Effekt dasselbe ist, als wenn von *P* aus durch die Flüssigkeit diese Menge positiver Elektricität nach *N*, dagegen die gleiche Menge negativer Elektricität von *N* nach *P* übergegangen wäre. Es ergiebt sich somit, dafs infolge und durch diesen Zersetzungsakt der Strom durch die Flüssigkeit hindurchgegangen ist. Wie wir wissen, leiten die Flüssigkeiten auch nur elektrolytisch, nur indem sie sersetzt werden.

Jetzt wiederholt sich derselbe Prozefs; durch die Wirkung der freien Elektricität werden die Moleküle wieder gerichtet, wie in der Reihe *C* Fig. 186; sie werden wieder auseinandergerissen, bewegen sich in der Grenze zu den Elektroden, im Innern gegen einander, verbinden sich u. s. f.

Da die getrennten Moleküle es sind, welche die Elektricitäten zu den Elektroden übertragen, so ergiebt sich daraus mit Notwendigkeit auch, dafs die Zersetzung der übergeführten Elektricitätsmenge, also der Stromstärke proportional ist; das Gesetz der festen elektrolytischen Aktion ist also eine Folgerung, welche diese Theorie gestattet.

Das Gleiche, was wir hier an dem Beispiele des Chlorkaliums abgeleitet haben, gilt ganz ebenso für alle einfachen binär nach gleichen Äquivalenten zusammengesetzten Verbindungen; an die Stelle des Kalium kann ein anderes Metall treten, an Stelle des Chlors ein anderer Salzbildner oder Sauerstoff.

Soweit sind alle Physiker über die Theorie der Elektrolyse einig, Abweichungen kommen nur vor betreffs der Annahmen, wodurch denn die einzelnen Bestandteile der Elektrolyte elektrisch werden, so dass sie in bestimmter Weise zwischen den Elektrolyten sich richten.

Digitized by Google

Magnus[1]) nimmt nicht an, wie wir der Einfachheit wegen thaten, dafs die Moleküle der Elektrolyte für sich schon polar elektrisch sind; er glaubt, dafs dieser Annahme die Thatsache entgegenstehe, dafs wir niemals einen Körper oder eine Substanz im isolierten Zustand elektrisch finden. Er macht deshalb die Annahme, dafs das Anion leichter die negative, das Kation leichter die positive Elektricität annehme, dafs dann die Moleküle der Elektrolyten, wenn die Elektroden in die Flüssigkeit eingetaucht sind, durch Influenz elektrisch werden und zwar stets das Kation positiv, das Anion negativ. Die so polar elektrisch gewordenen Moleküle ordnen sich in der angegebenen Weise, und wenn die Dichtigkeit der Elektricität hinreichend geworden ist, reifsen die Atome der Moleküle auseinander. Sie bewegen sich darauf gegen einander und verbinden sich, wie auch wir es vorhin sahen.

Magnus vergleicht diesen Vorgang sehr hübsch mit der elektrischen Entladung einer Kugelreihe, welche sich zwischen zwei elektrischen Platten befinden, deren eine mit positiver, deren andere mit negativer Elektricität geladen wird.

Die Kugeln werden durch Influenz elektrisch, nach der positiven Platte hin negativ, nach der negativen positiv. Ist die Dichtigkeit der Elektricität hinreichend, so werden alle Kugeln gleichzeitig entladen; die Elektricitäten der äufsersten gleichen sich mit denen der Platten aus, diejenigen der anderen Kugeln mit einander. Werden die Platten neu geladen, so wiederholt sich der Vorgang, sobald und so oft die Dichtigkeit auf den Kugeln wieder die hinreichende geworden ist.

Ganz ähnlich ist der Vorgang in dem Elektrolyten, mit dem Unterschiede nur, dafs hier die Elektricitäten sich nicht gesondert von den Atomen, sondern zugleich mit denselben bewegen.

Die einzige Schwierigkeit bei dieser Hypothese ist die, dafs wir keine Eigenschaft kennen, wodurch auf dem influenzierten Moleküle lieber an der einen Stelle, auf dem Anion, die negative als die positive Elektricität aufträte, da wir sonst immer finden, dafs an der dem influenzierenden Körper nächsten Stelle die Influenzelektricität der ersten Art auftritt.

Diese Schwierigkeit fällt fort bei der Annahme, dafs die Moleküle der Elektrolyte für sich schon polar elektrisch sind, das Anion negativ, das Kation positiv. Nur handelt es sich dann um die Frage, wie kommt es, dafs wir die für sich bestehenden Ionen nicht elektrisch finden?

Ampère[2]) glaubt, dafs die Moleküle für sich elektrisch sind, die einen positiv, die anderen negativ, und dafs dieser elektrische Zustand durch ihre Natur bedingt sei.

Die Metalloide sollen so elektronegativ, der Wasserstoff und die Metalle dagegen positiv elektrisch sein; bestehen sie für sich, so sind sie von einer entgegengesetzt elektrischen Atmosphäre umhüllt, welche, ohne die Elektricität des Atoms zu neutralisieren, dasselbe nach aufsen doch als unelektrisch erscheinen läfst. Kommen die Atome sich so nahe, dafs die Atmosphären sich durchdringen, so ziehen die Atome infolge der auf ihnen

1) *Magnus*, Poggend. Ann. Bd. CII.
2) *Ampère*. Man sehe Becquerel Traité de l'électricité. T. I. p. 176.

Digitized by Google

vorhandenen Elektricitäten sich an, die Elektricitäten der Atmosphären gleichen sich aus und die Moleküle bleiben polar elektrisch zurück.

Nach disser Hypothese könnten keine Verbindungen zweier Moleküle existieren, welche beide Metalloide, also negativ elektrisch sind, keine Säuren, keine Verbindungen der Salzbildner mit einander und mit anderen Metalloiden.

Diese existieren aber, wie z. B. Chlorjod, Bromjod, wenn dieselben auch nicht, wie man früher wohl annahm, Elektrolyte sind[1]).

Um dieser Schwierigkeit zu entgehen, nimmt de la Rive[2]) an, dafs die Atome der verschiedenen Substanzen für sich schon polar elektrisch sind, aber in verschiedenem Grade; so sollen die Elektricitäten auf den beiden Hälften eines Sauerstoffmoleküls stärker sein als auf denen eines Wasserstoffmoleküls. Nur dann können sich zwei Körper chemisch verbinden, wenn sie verschieden stark elektrisch sind, und in den Verbindungen wendet immer das stärker polare dem schwächeren seine positive Seite zu, so dafs die freie Seite negativ elektrisch ist. Die stärker polaren Atome sind also immer die Anionen.

Diese Hypothese schliefst, wie man sieht, eine Reihe anderer durch nichts begründete ein.

Die einfachste Hypothese ist wohl diejenige von Berzelius[3]), der sich mit einer geringen Modifikation auch Fechner anschliefst[4]). Nach dieser Hypothese, wie sie Fechner vervollkommnet hat, enthalten alle Atome positive und negative Elektricität, welche zu neutraler vereinigt ist. Kommen zwei sich verbindende Atome zusammen, so wird bei der Berührung oder unmittelbar vorher das elektrische Gleichgewicht auf beiden gestört, wie es auf zwei sich berührenden Metallen gestört wird. Es vereinigt sich ein Teil positiver Elektricität des einen Körpers, des Anions, mit einem Teil negativer des andern, wodurch beide Teile mit der entgegengesetzten Elektricität geladen zurückbleiben. Die sich ausgleichende Elektricität bei der Vereinigung nehmen wir als Lichterscheinung oder Feuererscheinung bei der chemischen Verbindung wahr. In der Verbindung hat also das eine Atom des zusammengesetzten Moleküls freie positive, das andere freie negative Elektricität, jenes ist das Kation, dieses das Anion.

Darnach kann also jede Substanz Anion, jede Kation sein, je nachdem bei der Verbindung diese oder die mit ihr verbundene positiv oder negativ elektrisch wird, wie ein Metall positiv oder negativ elektrisch wird, je nachdem es mit einem anderen in der Spannungsreihe über oder unter ihm stehenden berührt wird. Berzelius hat es mehrfach versucht, eine der Spannungsreihe ähnliche elektromotorische Reihe festzustellen, die so geordnet ist, dafs man sofort bei der Verbindung zweier Körper mit einander je nach ihrer Stellung in dieser Reihe erkennen könnte, welcher Kation und welcher Anion ist. Es versteht sich von selbst, dafs diese Reihe nicht lediglich auf elektrolytischen Versuchen basieren kann, da es eine Reihe von Körpern giebt, welche sich gar nicht mit einander

1) Man sehe *Hittorf*, Wiedem. Ann. Bd. IV.
2) *De la Rive*, Traité de l'électricité. T. II. p. 814.
3) *Berzelius*, Schweiggers Journal Bd. VI. 1812.
4) *Fechner*, Poggend. Ann. Bd. XLIV.

Digitized by Google

verbinden lassen. Es ist im Gegenteil das chemische Verhalten der Körper mit in Betracht gezogen, indem die Körper, welche chemisch den Sauerstoff vertreten können, dem Sauerstoff, der unter allen Umständen als Anion auftritt, näher stehen als jene, die den Sauerstoff nicht vertreten können. Von den Metallen hält man jene, welche vorzugsweise Säuren bilden, oder welche den Sauerstoff nur lose gebunden halten, für negativer als jene, welche unter allen Umständen Basen bilden oder welche nur schwer reduziert werden können.

In dieser Weise hat Berzelius die elektrochemische Reihe zuletzt[1]) folgendermaſsen bestimmt. Die Stoffe sind von dem elektropositivsten, dem Kation, zu den elektronegativsten meistens als Anionen auftretenden Stoffen geordnet.

+				
Kalium	Zirkonium	Kupfer	Tantal	Chlor
Natrium	Thorium	Silber	Tellur	Fluor
Lithium	Cerium	Quecksilber	Antimon	Stickstoff
Barium	Uran	Palladium	Kohlenstoff	Selen
Strontium	Mangan	Rhodium	Bor	Schwefel
Kalcium	Zink	Platin	Wolfram	Sauerstoff
Magnesium	Eisen	Iridium	Molybdän	—
Beryllium	Nickel	Osmium	Vanadium	
Yttrium	Kobalt	Gold	Chrom	
Lanthan	Kadmium	Wasserstoff	Arsen	
Didym	Blei	Silicium	Phosphor	
Aluminium	Zinn	Titan	Jod	
	Wismut		Brom	

Man kann indes keineswegs aus dieser Reihe schlieſsen, ob eine Verbindung zweier Körper dieser Reihe elektrolysierbar ist. Wir haben schon erwähnt, daſs Bromjod, Chlorjod nicht elektrolysierbar sind, ebenso sind die Anhydride der Sauerstoffsäuren nicht elektrolysierbar. Auch die Wasserstoffsäuren HCl u. s. w. sind, wenn sie nicht in Wasser gelöst sind, nicht zersetzbar, reines flüssiges Ammoniak leitet ebenfalls den Strom nicht und ist durch denselben nicht zersetzbar[2]). Hittorf hat den Satz aufgestellt, daſs überhaupt nur Salze elektrolysiert werden können und definiert alle Verbindungen als Salze, welche ihre Ionen gegenseitig austauschen können; er sagt: „Während der Elektrolyse findet derselbe Austausch zwischen den Salzmolekülen statt, wie bei der doppelten Wahlverwandtschaft[3])". Gegen diese Definition von Hittorf weist indes Wiedemann[4]) darauf hin, daſs es Verbindungen gebe, welche mit wohldefinierten und elektrolysierbaren Salzen ihre Bestandteile austauschen, aber nicht durch Elektrolyse zersetzbar sind. So erwähnt Wiedemann das Propylchlorid, das mit Aluminiumjodid oder Quecksilberjodid zusammengebracht, Propyljodid und Aluminiumchlorid resp. Quecksilberchlorid giebt, aber den Strom nicht

1) *Berzelius*, Lehrbuch der Chemie Bd. I. 5. Aufl. 1843.
2) *Bleekrode,* Wiedem. Ann. Bd. III. Bd. VI. *Hittorf,* Wiedem. Ann. Bd. IV.
3) *Hittorf,* Poggend. Ann. Bd. CVI. S. 567. Wiedem. Ann. Bd. IV.
4) *Wiedemann,* Elektricitätslehre Bd. II. S. 927.

Digitized by Google

leitet und nicht zersetzt werden kann. Ebenso macht Bleekrode[1]) darauf aufmerksam, dafs nach Versuchen von Gore[2]) wasserfreie Chlorwasserstoffsäure kohlensaure Salze zersetze und dafs ebenso nach Versuchen von Pelouze[3]) eine Lösung von Chlorwasserstoffsäure in absolutem Alkohol kohlensauren Kalk mit grofser Heftigkeit angreife. Es bedarf also nicht des Wassers, damit HCl mit einem kohlensauren Salze sein Atom Chlor gegen die Kohlensäure austauscht, und doch ist HCl in wasserfreiem Zustand kein Elektrolyt.

Wenn man demnach aus der Hittorfschen Definition im allgemeinen einen Überblick über die durch den Strom zersetzbaren Körper bekommt, der nicht nur für die geschmolzenen, sondern auch für die gelösten Körper gilt, und sofort erkennen läfst, welches bei der Zersetzung die Ionen sind, so gilt die Definition nicht ganz allgemein. Die Auffassung von Berzelius und Fechner wird aber schon dadurch unzulässig, dafs es offenbar binäre Verbindungen giebt, die einer Zersetzung durch den Strom nicht fähig sind.

Wir wenden uns jetzt zu der Elektrolyse der Salzlösungen. Die dabei stattfindenden, als direktes Resultat der Elektrolyse anzusehenden Erscheinungen sind, wie wir sahen, folgende. An der Kathode erscheint, wenn die Stromdichtigkeit eine gewisse Grenze nicht überschreitet, nur das Metall des Salzes, an der Anode der Rest der Verbindung, also die Säure des Salzes, oder der betreffenden Salzbildner. Zugleich findet man, dafs die Flüssigkeit an der Kathode zuweilen mehr, zuweilen weniger als ein halbes Äquivalent Kation mehr enthält als vorher, und dafs dem entsprechend an der Anode das Anion zuweilen um weniger, zuweilen um mehr als die Hälfte des ausgeschiedenen Anions zugenommen hat. Eine Zersetzung des Wassers findet, so lange die Stromdichtigkeit nicht eine zu grofse ist, nicht statt.

Was zunächst den letzteren Punkt betrifft, dafs aus diesem Gemenge von Elektrolyten, Wasser und Salz, bei nicht zu grofser Stromdichte nur ein einziger zersetzt wird, so stehen sich darüber zwei Ansichten gegenüber; die eine ist die hauptsächlich von Magnus[4]) vertretene, dafs die verschiedenen Substanzen verschieden leicht zersetzbar sind, so dafs, wenn der Strom in einer Flüssigkeit zwei solcher findet, er zunächst immer nur die am leichtesten zersetzbare wählt. Erst wenn bei einer gewissen Konzentration der Lösung der Strom eine gewisse Stärke, den Grenzwert überschritten hat, vermag das Salz gewissermafsen nicht alle Elektricität zu fassen und der Strom geht dann auch durch das Wasser.

Die zweite Ansicht, welche, wie schon erwähnt, Hittorf[5]) und Buff[6]) vertreten, ist die, dafs in jedem Gemische von Elektrolyten der Strom sich zwischen denselben nach Mafsgabe ihrer Leitungsfähigkeit teile. Da das Wasser für sich kaum oder vielleicht gar keine Leitungsfähigkeit hat, so ist der durch das Wasser gehende Anteil des Stromes immer nur sehr klein, so klein, dafs wir den auftretenden Wasserstoff nicht nachweisen

1) *Bleekrode*, Wiedem. Ann. Bd. VI.
2) *Gore*, Proceedings of the Royal Society of London for 1865. p. 213.
3) *Pelouze*, Poggend. Ann. Bd. XXVI. S. 348.
4) *Magnus*, Poggend. Ann. Bd. CII und Bd. CIV.
5) *Hittorf*, Poggend. Ann. Bd. CIII und CVI.
6) *Buff*, Liebigs Ann. Bd. CV.

Digitized by Google

können (Hittorf). Andere dagegen meinen, dafs der auftretende Wasserstoff im status nascens eine äquivalente Menge Metall aus dem Salze reduziere, und dafs deshalb stets genau ein Äquivalent Metall auftrete.

Lange Zeit, so lange man annahm, dafs die Salze aus Säure und Basis zusammengesetzt seien, derart, dafs man als die nähern Bestandteile eines Salzes das basische Oxyd und das Anhydrid der Säure, welches dann den Rest der Verbindung bildet, ansah, bot es grofse Schwierigkeit, die Zerlegung der Sauerstoffsalze in Metall und Säure plus Sauerstoff andererseits zu verstehen. Man mufste, da man das Oxyd als solches in dem Salze vorhanden annahm, eine doppelte Zersetzung annehmen, einmal die Zerlegung des Salzes in Säure und Basis und zweitens die Zerlegung der Basis in Metall und Sauerstoff. Diese Schwierigkeit veranlafste Daniell[1]), wie bereits §. 98 erwähnt wurde, die schon früher ausgesprochene Ansicht wieder aufzunehmen, dafs die Sauerstoffsalze wie die Haloidsalze zusammengesetzt seien, in welchen die überoxydierte Säure die Rolle des Salzbildners spielt, eine Ansicht, welche auch Hittorf[2]) bei seinen Arbeiten über Elektrolyse zu Grunde legte. Diese Schwierigkeit war indes nur in der damaligen Theorie über die Bildung der Salze begründet, bei den jetzt allgemeiner angenommenen Ansichten ist, wie zum Teil schon Magnus[3]) hervorgehoben, dieselbe gar nicht vorhanden. Die jetzige Chemie nimmt in den Salzen gar nicht die Oxyde als näheren Bestandteil an, sondern stellt das Metallatom dem Rest der Verbindung gegenüber, indem sie die Bildung des Salzes in der Weise annimmt, dafs das Metall an die Stelle des oder der vertretbaren Wasserstoffatome in die Säure eintritt. Sie stellt also, wenn auch in etwas anderer Weise als die ältere von Daniell vertretene Anschauung, das Metall dem Rest der Verbindung gegenüber, und damit bedarf es keiner Erklärung weiter, dafs das Metall als solches bei der Elektrolyse ausgeschieden wird. Das Metall ist gegenüber dem Rest der Verbindung das elektropositive Ion und wird als solches zu der negativen Elektrode geführt, während der Rest zur Anode geführt wird; die Zersetzung der Salze in den Lösungen geschieht somit einfach in derselben Weise wie die einer binären geschmolzenen Verbindung.

Es fragt sich nur, wie es kommt, dafs die Ionen an den Elektroden nicht einfach um die Hälfte der ausgeschiedenen Bestandteile vermehrt werden.

Magnus[4]) hält die Änderung in der Konzentration der Lösungen an den Elektroden für nicht direkt durch die Elektrolyse bedingt.

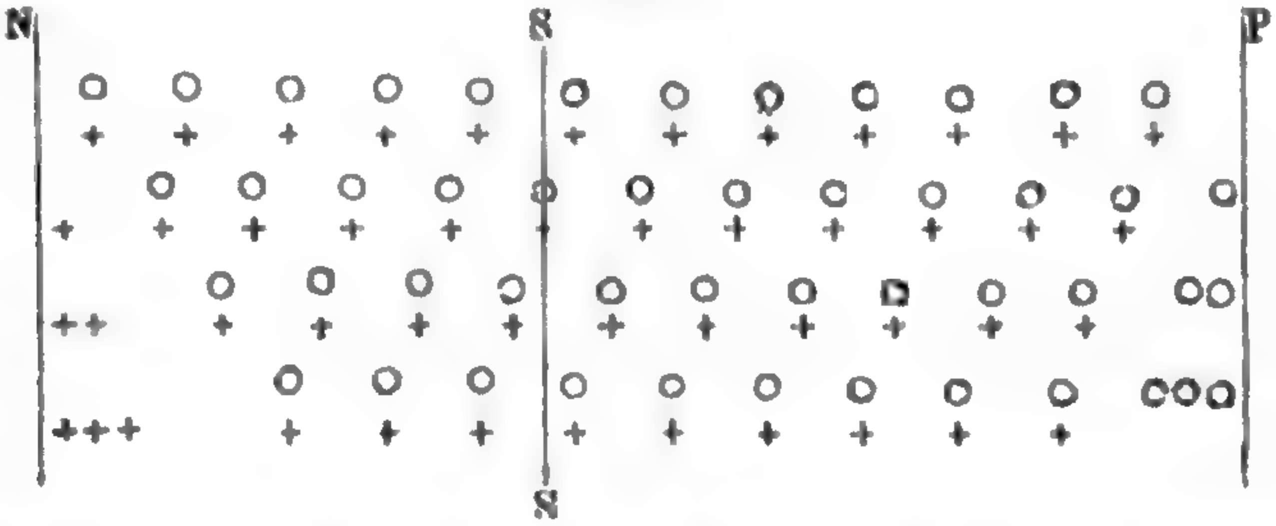
Indem er sich den Durchgang des Stromes durch die Elektrolyten als einzelne Entladungen denkt, hält er nur den Zersetzungsakt für Folge des Stromes, die weitere Bewegung der Moleküle im Innern der Elektrolyte dagegen glaubt er als Folge des ersten Anstofses beim Zersetzen und der chemischen Anziehung der zersetzten Moleküle ansehen zu können, deshalb hat die Wanderung der Ionen direkt nichts mit der Elektrolyse zu thun, und das Verhältnis der Ionen in der Nähe der Elektroden vor

1) *Daniell*, Philos. Transact. of London royal soc. for 1839 u. 1840.
2) *Hittorf*, Poggend. Ann. Bd. CVI.
3) *Magnus*, Poggend. Ann. Bd. CII und CIV.
4) *Magnus*, a. a. O.

und nach der Elektrolyse hängt von ganz anderen Umständen ab. Diese Ansicht ist indes gegenüber der Regelmäfsigkeit in der Änderung der Konzentrationen, wie sie von Hittorf beobachtet ist, nicht haltbar.

Hittorf[1]) hält deshalb die Wanderung der Ionen für einen ebenso wesentlichen Teil der Elektrolyse, als die Zersetzung selbst. Um zu erklären, dafs nicht an jeder Elektrode ein halbes Äquivalent des ausgeschiedenen Bestandteiles mehr vorhanden ist als vorher, nimmt er an, dafs die verschiedenen Ionen im Innern der Elektrolyte nach der Zersetzung von dem Strome durch verschieden weite Wege geführt werden, dafs sie also sich nicht in der Mitte zwischen ihren frühern Lagen begegnen, sondern dafs entweder das positive oder negative Ion einen gröfsern Weg zurücklegt, dafs sie also nach der ersten Zersetzung sich näher bei der frühern Lage des einen oder andern Ions wieder verbinden. Folgendes Schema Fig. 187 zeigt z. B., wie sich der Überschufs der Ionen an den

Fig. 187.



Elektroden gegen vorher nach der Elektrolyse stellen mufs, wenn das negative Ion $^2/_3$ des Weges, das positive $^1/_3$ nach der Zersetzung zurücklegt, bis sie sich treffen und wieder vereinigen. Während an den Elektroden sich ein Äquivalent der Ionen ausscheidet, kann an der linken Seite der Spaltungsfläche *SS* nur $^1/_3$ Äquivalent des positiven Ions mehr vorhanden sein als vorher, an der Anode sind dagegen $^2/_3$ Äquivalent mehr vorhanden.

Nach der Theorie von Hittorf kann die Zunahme der Ionen an den Elektroden im Maximum ein ganzes Äquivalent sein; es würde das eintreten, wenn das eine Ion nicht fortgeschoben wird, sondern nur das andere. In einzelnen Fällen, so bei der Elektrolyse von Jodzink, Jodkadmium, Chlorzink u. a. hat jedoch Hittorf beobachtet, dafs das negative Jon, Jod, Chlor, um mehr als ein, ja bis zu zwei Äquivalenten an der Anode zunimmt. Hittorf nimmt zur Erklärung dieser Erscheinung an, dafs in solchen Lösungen die Salze als Doppelsalze vorhanden wären, also z. B. das Jodkadmium in wässeriger Lösung als $Cd(Cd J_2 + J_2)$, so dafs also das eine Ion dabei $Cd J_2 + J_2$ ist[2]). Würde nun in dem Falle das eine Ion, also Cd um 0,4, das andere $(Cd J_2 + J_2)$ um 0,6 des Weges wandern, so würde an der Kathode das Kadmium um 0,4 Cd zunehmen, an der Anode die Lösung um $0{,}6\,(Cd J_2 + J_2) = 0{,}6\,Cd + 1{,}2\,J_2$

1) *Hittorf*, Poggend. Ann. Bd. CIII u. CVI.
2) *Hittorf*, Poggend. Ann. Bd. CVI. S. 545.

Digitized by Google

für jedes Äquivalent des zersetzten Salzes zunehmen. Es würde also dort gegenüber 0,4 Cd, welches zur negativen Anode wandert, 0,6 Cd mit 1,2 J_2 verbunden zur Anode wandern, es müfste also an der Kathode das Kadmium um 0,2 Cd abnehmen, an der Anode Jod um 1,2 J_2 zunehmen, wie es Hittorf bei einer Lösung, welche 3,04 Wasser auf 1 Äquivalent Salz enthielt, beobachtet hat.

Um dieser Annahme von der Bildung von Doppelsalzen, welche noch dazu in verschiedenen Lösungen verschieden sein müfsten, in konzentrierten Lösungen anders als in verdünnten, in Alkohol anders als in Wasser, zu entgehen, nimmt Wiedemann[1]) nicht nur eine Wanderung der Ionen, sondern auch des unzersetzten Salzes an.

Sind die Bestandteile des Elektrolyten nach der Trennung in gleichem Grade entgegengesetzt elektrisch, so erhalten sie entsprechend dem Gefälle des Potentials nach entgegengesetzten Richtungen gleiche Antriebe. Die denselben dadurch erteilten Geschwindigkeiten sind den Massen der Bestandteile umgekehrt proportional und hängen aufserdem von den Reibungswiderständen ab, die sie auf den Wegen finden. Sie können dadurch die von Hittorf angenommenen verschiedenen Geschwindigkeiten erhalten, vermöge deren der eine $\frac{1}{n}$, der andere $\frac{n-1}{n}$ des Molekularabstandes zurücklegen, ehe sie sich wieder zu einem Moleküle vereinigen und vermöge deren zu beiden Seiten eines unveränderten Querschnittes bei gleichzeitiger Abscheidung von je einem Äquivalent der freien Ionen an beiden Elektroden der Gesamtgehalt an freien und gebundenen Ionen $\frac{1}{n}$ und $\frac{n-1}{n}$ eines Äquivalentes mehr als vor der Elektrolyse beträgt.

Hierzu kann eine zweite Wirkung des Stromes kommen. Werden die gelösten Salzteilchen und das Lösungsmittel selbst durch den Kontakt entgegengesetzt elektrisch, so werden sich infolge der Wirkung der freien auf der Oberfläche des Leiters vorhandenen Elektricität auch die unzersetzten Moleküle des Salzes und des Lösungsmittels nach entgegengesetzten Richtungen bewegen können, eine Bewegung, welche von den Reibungshindernissen beeinflufst wird. Es kann hierdurch eine Vermehrung der Konzentration an der einen Elektrode, eine Verminderung an der anderen eintreten.

Als dritte Wirkung kann dazu, besonders bei Anwendung poröser Diaphragmen, die Bewegung der Lösung kommen, welche durch die Elektrisierung derselben im Kontakt mit den Gefäfswänden, nach der Erklärung der Fortführung von Quincke, bedingt ist.

Nimmt man an, dafs in einer Lösung die gut leitenden Salzteilchen sich inmitten der äufserst schlecht leitenden Wasserteilchen zwischen den mit den Polen der Säule verbundenen Elektroden zu Reihen ordnen, ähnlich wie dies Baumwollenfäden in Terpentinöl zwischen zwei elektrischen Kugeln thun, so wird die Zahl dieser Reihen dem Salzgehalte proportional zunehmen. Da sich nun der Strom im Verhältnis der Leitungsfähigkeiten zwischen diesen verhältnismäfsig gut leitenden Reihen und dem sehr schlecht leitenden Wasser teilt, also hauptsächlich die erstern durch-

1) *Wiedemann*, Galvanismus Bd. I. §. 432. 2. Aufl.

Digitized by Google

fliefst, so mufs die Leitungsfähigkeit k der Lösung mit der Anzahl jener Reihen, mithin dem Salzgehalt der Lösung proportional zunehmen. Bei verdünnten Lösungen ist das in der That der Fall.

Für die Stärke des Stromes gilt auch in den Elektrolyten die Gleichung

$$e = -kq\frac{dV}{dx},$$

wenn V der Wert der Potentialfunktion, der auf dem Leiter vorhandenen Elektricität im Querschnitt x ist. Die Kraft, welche die mit den verschiedenen Elektricitäten versehenen Bestandteile auseinandertreibt, ist somit

$$\pm\frac{dV}{dx} = \frac{e}{kq},$$

wenn wie immer k die Leitungsfähigkeit und q den Querschnitt der Flüssigkeit bedeutet.

Hieraus folgt, dafs bei gleicher Stromstärke die Menge der zersetzten Substanz immer dieselbe sein mufs, einerlei welche Konzentration und welchen Querschnitt man dem Elektrolyten giebt. Bei $n$fachem Salzgehalt und $m$fachem Querschnitt der Lösung werden allerdings $n \,.\, m$ mal mehr Reihen von Salzmolekülen zersetzt werden, aber die Kraft, mit welcher die Moleküle bewegt werden, ist auch nur $\frac{1}{mn}$; in demselben Mafse wird also auch ihre Anfangsgeschwindigkeit abnehmen. Es ist somit die zersetzte, an den Elektroden in ihren Bestandteilen ausgeschiedene Menge dieselbe. Ebenso ist auch die Menge der nach den Elektroden geführten unzersetzten Moleküle des Salzes und des Lösungsmittels dieselbe.

Wie man sieht, legt Wiedemann dieser Theorie der Elektrolyse die Anschauungen zu Grunde, welche Quincke zur Erklärung der elektrischen Endosmose und der Fortführung suspendierter Körperchen angewandt hat. Fast gleichzeitig mit Wiedemann hat Quincke auf diese seine Anschauungen eine ausführliche Theorie der Elektrolyse gegründet[1]).

Quincke geht aus von der Betrachtung eines linearen Elektrolyten, etwa einer Lösung von Chlornatrium in Wasser, in welchem ein Strom in der Richtung der positiven x ströme. In diesem hat jedes Teilmolekül, also Natrium und Chlor eine gewisse Menge freier Elektricität, sei dieselbe auf dem Natriummolekül ε, auf dem Chlormolekül ε'. Dieselbe rührt her von der verschiedenen Anziehung, welche Natrium, Chlor, Wasserstoff, Sauerstoff, die sich unmittelbar neben einander befinden, auf die verschiedenen Elektricitäten ausüben. Gröfse und Vorzeichen der beiden Elektricitätsmengen ε und ε' sind vorläufig unbestimmt.

Ist nun V die Potentialfunktion der freien auf dem Leiter vorhandenen Elektricität im Querschnitt x, so sind

$$-\frac{dV}{dx}\cdot\varepsilon \text{ und } -\frac{dV}{dx}\varepsilon'$$

die Kräfte, mit der die beiden Elektricitätsmengen ε und ε' im Sinne der positiven x getrieben werden. Haften dieselben an den Molekülen, so

1) *Quincke*, Poggend. Ann. Bd. CXLIV.

Digitized by Google

werden diese mit der gleichen Kraft in demselben Sinne getrieben. Sie erhalten infolgedessen eine gewisse von der Masse der Moleküle abhängige und infolge der Reibung an der umgebenden Flüssigkeit sehr bald konstante Geschwindigkeit, die wir setzen können

$$v = -C\frac{dV}{dx}\varepsilon \quad \text{und} \quad v' = -C'\frac{dV}{dx}\varepsilon'.$$

Die Seite, nach welcher diese Geschwindigkeit gerichtet ist, hängt wie die Richtung der Kraft von dem Vorzeichen von ε und ε' ab.

Die Kraft, mit welcher die im Gesamtmolekül verbundenen Teilmoleküle getrennt werden, setzt Quincke der mittleren relativen Geschwindigkeit der Moleküle proportional, also

$$K = A(v - v') = -\frac{dV}{dx}(B\varepsilon - B'\varepsilon').$$

Ist l die Länge des flüssigen Leiters und L die auf gleichen Leitungswiderstand und gleichen Querschnitt reduzierte Länge der sonstigen Teile des Stromkreises, so ist, wenn E die elektromotorische Kraft der Batterie ist,

$$-\frac{dV}{dx} = \frac{E}{l + L},$$

somit

$$K = \frac{E}{l + L}(B\varepsilon - B'\varepsilon').$$

Die Gleichung läfst hervortreten, dafs die Kraft, welche die Moleküle, die Ionen, zu trennen strebt, der elektromotorischen Kraft direkt, der Länge des Stromkreises umgekehrt proportional ist, dafs sie unabhängig von dem Querschnitte und der Leitungsfähigkeit der Flüssigkeit ist.

Sind in der Volumeinheit Flüssigkeit α Gewichtsteile Natrium, α' Gewichtsteile Chlor enthalten, so stehen α und α' im Verhältnis der chemischen Äquivalente. Ist M die ganze Menge des einen Ion, Natrium, M' die des anderen, Chlor, die in der Richtung der positiven x mit den Geschwindigkeiten v und v' in der Längeneinheit der Flüssigkeit fortgeführt werden, so ist, wenn q der Querschnitt der Flüssigkeit ist,

$$M = q\alpha v = -C\varepsilon q\alpha\frac{dV}{dx}$$

$$M' = q\alpha' v' = -C'\varepsilon' q\alpha'\frac{dV}{dx},$$

worin M sowohl als M' je nach dem Vorzeichen von ε und ε' sowohl positiv als negativ sein kann, wo dann das Letztere bedeutet, dafs die betreffende Menge nach der Richtung der negativen x geführt wird.

In der Mitte der Flüssigkeit wird die Zusammensetzung nicht geändert, denn für jede Menge M oder M', welche aus einem Querschnitte austritt, tritt von der anderen Seite aus dem benachbarten Querschnitte dieselbe Menge ein. Anders ist es aber an den Elektroden, an den Enden der Flüssigkeit, hier können je nach der Richtung der Bewegung oder was dasselbe ist, je nach dem Vorzeichen von M und M' Natrium- oder Chlormoleküle sich ansammeln.

Digitized by Google

Nehmen wir an es seien M und M' positiv, aber $v > v'$ oder

$$\frac{M}{\alpha} > \frac{M'}{\alpha'},$$

so werden, da diese Quotienten die Anzahl p resp. p' der fortgeführten Moleküle bedeuten, in den letzten Querschnitt, durch den der Strom die Flüssigkeit verläfst, gleichzeitig p Moleküle Natrium und p' Moleküle Chlor eintreten. Von erstern werden sich p' Moleküle mit der gleichen Zahl Chlormoleküle zu neutralem Salze verbinden, es werden somit

$$m = p - p'$$

Moleküle Natrium abgeschieden werden.

Aus dem ersten an der Anode liegenden Querschnitte sind in derselben Zeit p Moleküle Natrium und p' Moleküle Chlor fortgeführt worden, es sind also hier

$$m = p - p'$$

Moleküle Chlor zurückgeblieben, welche an der Anode frei werden.

Gleichzeitig erkennt man, dafs an der Kathode eine Zunahme, an der Anode eine Abnahme der Konzentration eintreten mufs, da p' Moleküle Chlor und Natrium in der gleichen Zeit von der Anode fort und zur Kathode hingeführt sind.

Sind M und M' beide negativ, aber

$$\frac{M'}{\alpha'} > \frac{M}{\alpha},$$

so ist der Vorgang derselbe, im Resultate nur so weit verschieden, dafs an der Anode eine Zunahme der Konzentration, an der Kathode eine Abnahme derselben eintritt.

Ist M positiv, M' negativ, ist also das Chlor negativ elektrisch und wird infolgedessen gegen die Anode hin bewegt, so ist die Anzahl der ausgeschiedenen Moleküle, sowohl des Chlor als des Natrium

$$m = p + p'$$

und wenn man von den abgeschiedenen Mengen absieht, wird an jeder Elektrode die Konzentration vermindert.

Dieser letztere Fall ist nach den vorliegenden Versuchen der gewöhnliche, und dabei zeigt sich nach den Versuchen von Hittorf, dafs in der Regel p und p' verschieden ist, dafs also entweder v' gröfser oder kleiner als v ist, wie es Hittorf als direktes Resultat seiner Versuche aussprach.

Die Beobachtungen Hittorfs bei dem Jodkadmium, Jodzink u. a. würden dagegen nach dieser Anschauung sich dadurch ergeben, dafs die Bestandteile dieser Salze in der Lösung beide negativ elektrisch wären, so dafs also beide gegen die Anode hin getrieben würden, eine Annahme, welche Quincke für ebenso wahrscheinlich hält als die von Hittorf angenommenen Doppelsalze.

Dafs, wenn man in den Flüssigkeiten eine Bewegung der Elektricität nur mit den materiellen Molekülen annimmt, auch nach dieser Auffassung das Faradaysche Gesetz, dafs die Menge der zersetzten Substanz der In-

Digitized by Google

tensität des Stromes proportional sei, sich ergiebt, bedarf wohl keines besonderen Nachweises.

Auf eine den sämtlichen Theorieen gemeinsame, in der ihnen zu Grunde liegenden Anschauung über die Natur der Elektrolyte basierte Schwierigkeit hat Clausius aufmerksam gemacht[1]). Alle diese Theorieen nehmen an, dafs in den Elektrolyten die positiven und negativen Ionen mit einander verbunden sind, und wenn keine äufseren Kräfte auf die Flüssigkeiten einwirken, auch mit einander verbunden bleiben. Daraus folgt dann, dafs sich die verbundenen Ionen mit einer gewissen Kraft festhalten. Der elektrische Strom soll nun zunächst die Moleküle drehen, dann aber auch die zu einem Gesamtmoleküle vereinigten Ionen trennen. Nun mufs aber, damit die einmal verbundenen Ionen auseinandergehen, die Anziehung, welche sie auf einander ausüben, überwunden werden, wozu eine Kraft von bestimmter Stärke erforderlich ist. Daraus folgt dann aber, dafs, so lange die im Elektrolyten wirksame Kraft nicht diese Stärke besitzt, gar keine Zersetzung der Moleküle stattfinden kann, dafs dagegen, wenn diese Stärke erreicht ist, sehr viele Moleküle mit einem Male zersetzt werden müssen, indem alle unter dem Einflusse derselben Kraft stehen und nahezu gleiche Lage haben. Da nun, wie wir sahen, die Elektrolyte nur leiten, indem sie zersetzt werden, so folgt daraus weiter, dafs, so lange die im Leiter thätige Kraft unter einer gewissen Grenze bleibt, gar kein Strom entstehen kann, dafs aber, wenn sie diese Grenze erreicht hat, plötzlich ein starker Strom auftreten mufs.

Die Erfahrung zeigt aber, dafs die Zersetzung einfach der Stromstärke proportional ist, und dafs schon der schwächste Strom Zersetzung bewirkt.

Um diesen Widerspruch zu lösen, erinnert Clausius an seine Hypothese über die Natur der Flüssigkeiten überhaupt[2]), und präzisiert dieselbe folgendermafsen. Die zu einem Gesamtmoleküle gehörigen elektropositiven und negativen Teilmoleküle, also die Ionen sind überhaupt nicht fest mit einander verbunden, sondern nur mehr oder weniger locker an einander gelegt. Die Gesamtmoleküle oscillieren in der Flüssigkeit in ziemlich weiten Bahnen hin und her, dabei wird es nun häufig vorkommen, dafs zwei Moleküle zu einander in eine solche Lage kommen, dafs das positive Ion des einen von dem negativen Ion des andern stärker angezogen wird als von seinen eigenen. Die beiden Moleküle werden sich dann spalten und die beiden Ionen der einzelnen, die sich in der eben angegebenen Weise anziehen, werden sich zu einem neuen Molekül verbinden. Die abgeschiedenen Ionen werden dann sich entweder mit einander verbinden, oder getrennt sich in der Flüssigkeit weiter bewegen, bis sie an andere Moleküle stofsen, diese spalten und sich mit den betreffenden Teilen verbinden.

In den Elektrolyten ist also überhaupt kein Gleichgewichtszustand vorhanden, sondern die Moleküle bewegen sich in ganz unregelmäfsigen Bahnen und sind in einem immerwährenden Zustande der Verbindung und Zersetzung. Wird nun der Elektrolyt in einen Stromkreis eingeschaltet, so dafs in demselben eine elektrische Kraft wirkt, die alle positiven Ionen

1) *Clausius*, Poggend. Ann. Bd. CI.
2) Man sehe im III. Teil §. 44 S. 386.

Digitized by Google

nach der einen, alle negativen nach der entgegengesetzten Seite zu treiben sucht, so werden zunächst die vorhandenen freien Ionen nicht mehr in ganz unregelmäfsigen Bahnen, sondern mehr in einer von Elektrode zu Elektrode gerichteten Bahn sich bewegen. Die positiven Ionen werden daher vorherrschend zur Kathode, die negativen Ionen nach entgegengesetzter Richtung sich bewegen. Aufserdem werden bei der Einwirkung eines Teilmoleküles auf ein Gesamtmolekül, und bei Einwirkung zweier Gesamtmoleküle auf einander solche Zerlegungen, bei welchen die Teilmoleküle in ihren Bewegungen zugleich der elektrischen Kraft folgen können, erleichtert werden, und daher häufiger stattfinden als ohne die Kraft. Daraus folgt dann, dafs in einem Elektrolyten durch irgend ein zur Stromrichtung senkrechtes Flächenstück nach der Kathode eine gewisse Menge positiver, nach der Anode eine gewisse Menge negativer Ionen hindurchgehen wird. Durch diese entgegengesetzte Bewegung der Teilmoleküle bildet sich der Strom, somit mufs die Stromstärke dieser Menge und damit der Menge der zersetzten Substanz proportional sein[1]).

Diese Ansicht von Clausius über die Konstitution der Elektrolyte verdient jedenfalls um so mehr Beachtung, als sie nicht besonders zur Erklärung der Elektrolyte ersonnen ist, sondern nur eine weitere Durchführung der Auffassung bildet, welche sich Clausius bereits bei seinen Untersuchungen über die mechanische Wärmetheorie ergeben hatte. Die Schwierigkeit, welche sie bietet, dafs man die Moleküle der Elektrolyten, also z. B. der Salze, wenn auch nur kurze Zeit im unverbundenen Zustand in der Lösung annehmen mufs, während doch im allgemeinen die Ionen nach ihrer Abscheidung sofort auf das Lösungswasser einwirken, die Alkalimetalle, indem sie Oxydhydrate bilden, die elektronegativen Bestandteile, indem sich die Säuren bilden, ist allen Theorieen gemeinsam, indem bei allen Theorieen angenommen werden mufs, dafs nach der Zersetzung die Moleküle eine Zeitlang unverbunden in den Lösungen vorhanden sind. Welche Theorie der Elektrolyse man auch bildet, die Aus-

---

1) *Quincke* bemerkt gegenüber diesen Entwicklungen von Clausius (Poggend. Ann. Bd. CXLIV. S. 164), dafs zwischen der Annahme, dafs zur Zersetzung bei der Elektrolyse eine gewisse Kraft erforderlich und dafs die Zersetzung der Stromstärke proportional sei, der von Clausius angenommene Widerspruch doch wohl nicht vorhanden sei. Denn nach seinen Entwicklungen ist die Kraft, welche die Moleküle trennt, gegeben durch die Gleichung

$$K = -\frac{dV}{dx}(B\varepsilon - B\varepsilon').$$

Auch bei den schwächsten durch die Flüssigkeit hindurchgehenden Strömen sei das Gefälle des Potentials, also

$$-\frac{dV}{dx} = \frac{\varepsilon}{l + L}$$

keineswegs klein; die Ströme sind deshalb schwach, weil die Leitungsfähigkeit der Flüssigkeiten eine sehr kleine ist.

Dem gegenüber ist indes zu bemerken, dafs Kohlrausch und Nippoldt (Poggend. Ann. Bd. CXXXVIII) bei Anwendung von Zinkvitriollösungen und Thermosäulen das Ohmsche Gesetz noch gültig fanden bei einer elektromotorischen Kraft, welche nur $\frac{1}{429000}$ eines Groveschen Elementes betrug.

Digitized by Google

scheidung der Ionen an den beiden Elektroden zwingt zu der Annahme, dafs die Moleküle, aus welchen eine Verbindung besteht, eine Zeitlang unverbunden in der Lösung vorhanden sind.

Noch auf einen Mangel in unseren theoretischen Auffassungen der Elektrolyse müssen wir aufmerksam machen, sie bietet gar keine Begründung des Faradayschen Gesetzes der Zersetzung der verschiedenen Substanzen nach äquivalenten Mengen durch denselben Strom. Dafs für eine gegebene Substanz die Menge des zersetzten der Stromstärke proportional ist, sagt nichts anderes, als dafs der Strom nur durch die Zersetzung und Verschiebung der Ionen zustande kommt. Der zweite Teil des Faradayschen Gesetzes sagt aber, dafs durch äquivalente Mengen der Bestandteile verschiedener Verbindungen gleiche Mengen Elektricität übergeführt werden. Nehmen wir z. B. Salze einwertiger Metalle, so sind von diesen Mengen äquivalent, welche gleiche Zahl Moleküle enthalten; zersetzen wir diese, so wird in jedem die gleiche Atomzahl der Bestandteile an den Elektroden abgeschieden. Es folgt somit, dafs die gleiche Zahl von Atomen die gleiche Menge Elektricität überführt, oder dafs die elektrolytisch gleichwertigen Atome die gleiche Menge Elektricität überführen. Das Atom eines zweiwertigen Metalles führt doppelt soviel als das eines einwertigen, das Atom Chlor führt ebensoviel wie ein einwertiges Metall, der Atomkomplex SO_4 aber die doppelte Menge, der Atomkomplex NO_3 als zu einer einbasischen Säure gehörig aber nur ebensoviel als Chlor oder Jod. Das Atom Kupfer führt in den Cupridverbindungen soviel Elektricität über als das Doppelatom Cu_2 in den Cuproverbindungen. Irgend welche Erklärung dafür können wir nach den bisherigen Theorieen nicht geben, wir müssen es als eine Thatsache hinnehmen, welche vielleicht bei näherer Verfolgung noch auf unsere ganze Auffassung der elektrischen Ströme bestimmend einwirken kann.

§. 107.

Theorie der Leitung der Lösungen. Aus unsern Erfahrungen über die Elektrolyse haben wir den Schlufs gezogen, dafs die Flüssigkeiten nur elektrolytisch leiten, dafs in denselben die Elektricität nur durch die Ionen von der Anode zur Kathode geführt wird, und weiter dafs elektrochemisch äquivalente Mengen der verschiedenen Ionen gleiche Mengen der Elektricität überführen.

Da hiernach die Elektricität nur durch die Fortbewegung der Ionen in der Lösung bewegt wird, so gelangen wir zu dem, zuerst wohl von Wiedemann[1]) gezogenen Schlusse, dafs der Widerstand der Elektrolyte wesentlich durch die Bewegungshindernisse, welche die Ionen bei ihrer Bewegung erfahren, gegeben sei. Diese Hindernisse sind die Reibung im Innern der Flüssigkeit. Würden sich in den elektrolysierten Lösungen nur die Ionen bewegen, so wäre es die Reibung, welche sie an der umgebenden Lösung erfahren, welche sich der Bewegung entgegensetzt, welche also auch den elektrischen Widerstand bilden würde. Diese Reibung wird im allgemeinen nicht nur für verschiedene Lösungen, sondern auch für verschieden konzentrierte Lösungen desselben Elektrolyts verschieden sein.

1) *Wiedemann*, Poggend. Ann. Bd. XCIX. S. 228 ff.

Digitized by Google

Da wir nämlich wissen, dafs die Reibungskoeffizienten verschieden konzentrierter Lösungen verschieden sind, werden wir auch annehmen müssen, dafs die Reibung der Ionen in verschieden konzentrierten Lösungen eine verschiedene ist. Wenn bei der Verschiebung der Ionen in den Lösungen gleichzeitig unzersetzte Lösung mitgenommen wird, wie es die Erfahrungen der elektrischen Endosmose und der Fortführung wahrscheinlich machen, so wird zu der Reibung der Ionen an der Flüssigkeit noch die eigentliche Flüssigkeitsreibung hinzukommen. Die Abhängigkeit der Reibung von der Konzentration einer Lösung läfst erkennen, weshalb der im vorigen Paragraphen aus der Theorie der Elektrolyse von Wiedemann und Quincke folgende Satz, dafs die Leitungsfähigkeit dem Salzgehalte proportional sein mufs, nur in beschränktem Umfange Gültigkeit hat. Die Verschiedenheit der Reibung erklärt auch sofort, weshalb der Leitungswiderstand einer wässerigen Lösung eines Salzes kleiner ist als einer Lösung desselben Salzes in wasserhaltigem Alkohol. Auf jeden Fall ist hiernach ein inniger Zusammenhang zwischen der Reibung im Innern der Flüssigkeit und dem elektrischen Widerstande vorhanden.

Wiedemann[1]) schlofs aus seinen Versuchen für eine Anzahl von Salzen, dafs das Leitungsvermögen deren Lösungen dem Prozentgehalte direkt und dem Reibungskoefficienten umgekehrt proportional sei, während Grotrian[2]) zu dem Resultate kam, dafs die Leitungsfähigkeit dem Prozentgehalte direkt und einer gebrochenen Potenz des Reibungskoefficienten umgekehrt proportional sei, wobei selbstverständlich der Reibungskoefficient und die Leitungsfähigkeit bei derselben Temperatur genommen werden müssen. Stephan[3]) hat die Leitungsfähigkeiten und Reibungskoefficienten verdünnter Lösungen in Wasser und wasserhaltigem Alkohol verglichen und gelangte zu dem Resultate, dafs solange der Alkoholgehalt der Lösung unter 55% war, bei Lösungen von $NaCl$, $KaCl$, $LiCl$, NaJ, KaJ, die specifischen Leitungsvermögen, in dem Sinne, wie F. Kohlrausch diese Gröfse definierte, sich umgekehrt verhalten wie die Reibungskoefficienten der alkoholischen und wässerigen Lösungen. Wie wir sahen definiert Kohlrausch das specifische Leitungsvermögen einer Lösung, wenn deren Leitungsfähigkeit bei dem Prozentgehalte p durch die Gleichung

$$k = \varkappa p + \varkappa' p^2$$

gegeben ist, durch den Koefficienten $\varkappa$, welcher das Mafs der Leitungsfähigkeit bei sehr kleinen Werten von p, also sehr verdünnten Lösungen ist. Ist also $\varkappa_w$ und η_w die Leitungsfähigkeit und die Reibungskonstante für wässerige, $\varkappa$ und η für alkoholische Lösungen, so ist

$$\varkappa_w \eta_w = \varkappa \eta.$$

Für Lösungen von gröfserm Alkoholgehalt bis zu 70% ergiebt sich

$$\frac{\varkappa_w \eta_w}{\varkappa \eta} = q$$

1) *Wiedemann*, a. a. O.
2) *Grotrian*, Poggend. Ann. Bd. CLVII.
3) *Stephan*, Wiedem. Ann. Bd. XVII.

Digitized by Google

worin q eine von 1 verschiedene nur von der Menge des Alkohols in der Lösung, nicht von der Natur des gelösten Salzes abhängige Zahl ist.

Weiter zeigte Grotrian [1]), dafs im allgemeinen die Zunahme der Leitungsfähigkeit mit der Temperatur der Abnahme des Reibungskoefficienten resp. der Zunahme des reciproken Wertes desselben, welche Wiedemann die Fluidität der betreffenden Flüssigkeit nennt, paralell geht. Bouty [2]) kommt sogar zu dem Resultate, dafs für sehr verdünnte Lösungen einer Anzahl von Salzen die Zunahme der Leitungsfähigkeit mit steigender Temperatur der Zunahme der Fluidität des Wassers von 0^0 bis 44^0 gleich gesetzt werden kann.

Alles das zeigt eine innige Analogie mit der Flüssigkeitsreibung und dem elektrischen Leitungswiderstande der Flüssigkeit; eine Proportionalität zwischen Flüssigkeitsreibung und Widerstand könnte indes nur vorhanden sein, wenn die Ionen bei ihrer Bewegung sich an der umgebenden Flüssigkeit derart stark reiben, dafs sie nicht unabhängig von derselben sich bewegen könnten, sondern eine Hülle Lösung mit sich fort nähmen. In dem Falle würde allerdings der zu überwindende Widerstand direkt die Flüssigkeitsreibung sein. Das ist allerdings nicht anzunehmen, und deshalb können wir im allgemeinen nur einen ähnlichen Verlauf der Widerstände und der Reibungen, sei es bei geänderter Temperatur, sei es bei Vergleichung verschiedener Lösungen, erwarten [3]).

F. Kohlrausch [4]) hat deshalb in ganz anderer Weise diese Theorie des elektrischen Widerstandes in Flüssigkeiten geprüft. Er gelangt zu dem Schlusse, dafs in sehr verdünnten Lösungen das elektrische Leitungsvermögen aufser von der Anzahl gelöster Moleküle nur von den wandernden Bestandteilen, also von den wandernden Ionen, abhängig sein mufs, nicht davon, in welcher Verbindung sie vor der Elektrolyse waren.

Je mehr nämlich die Anzahl der Wasserteilchen diejenige des Elektrolyts überwiegt, desto mehr wird die Reibung der Ionen an dem Wasser der Lösung mafsgebend sein, nicht die Reibung an den gelösten Salzmolekülen oder an einander. Dann aber wird der Widerstand, den ein Chloratom etwa bei seiner Bewegung findet, ganz derselbe sein, wenn es aus einer Verbindung mit Kalium oder Natrium oder einem andern Stoffe herrührt. Es ist in allen Fällen dasselbe Chlor verbunden mit derselben Elektricitätsmenge, welches von den elektrischen Kräften durch das Wasser getrieben wird.

Es mufs demnach jedem elektrochemischen Elemente z. B. dem H, K, Na, Ag, NO_3, Cl, J ... in verdünnter wässeriger Lösung ein ganz bestimmter Widerstand zukommen, gleichgültig aus welchen Elektrolyten das Molekül abgeschieden ist. Aus diesen Widerständen, welche für jedes Element ein für allemal bestimmbar sein müssen, mufs sich das Leitungsvermögen jeder Verbindung berechnen lassen.

Man sieht, dafs dieser Satz ganz davon unabhängig ist, ob das elektrochemische Molekül für sich wandert, oder ob es gleichzeitig ein Quan-

1) *Grotrian*, Poggend. Ann. Bd. CLX. Wiedem. Ann. Bd. VIII.
2) *Bouty*, Comptes Rendus T. XCVIII. p. 362.
3) Über Beziehung zwischen der elektrischen Leitungsfähigkeit und der Diffusion der Salze sehe man *Long*, Wiedem. Ann. Bd. IX.
4) *F. Kohlrausch*, Wiedem. Ann. Bd. VI.

Digitized by Google

tum unzersetzter Lösung mitnimmt, es mufs auch gleichgültig sein, vorausgesetzt, dafs die Lösung nur verdünnt genug ist, dafs man annehmen darf, das Molekül wandert im Lösungsmittel, ob zwischen dem Molekül und dem Wasser irgend welche elektrische oder sonstige Wechselwirkung besteht, denn es ist eben immer dasselbe Molekül, welches wandert[1]).

Hierbei, und darauf macht Kohlrausch sofort aufmerksam, kann man aber nicht ohne weiteres annehmen, dafs z. B. das Kaliummolekül dasselbe ist, welches aus dem elektrochemischen Molekül einer Verbindung zweier einwertiger Moleküle, also aus KCl oder KNO_3 abgeschieden ist oder aus dem der Verbindung des Kaliums mit einem zweiwertigen Molekül, also aus $^1/_2\,(K_2\,SO_4)$, oder dafs das Chlormolekül aus KCl und $^1/_2\,(Cu\,Cl_2)$ dasselbe ist. Denn es ist möglich, dafs im letztern Falle Doppelmoleküle wandern, welche einen andern Widerstand finden wie zwei einzelne Moleküle.

Nur für aus gleichartigen Verbindungen abgeschiedene Moleküle können wir also obigen Satz aufstellen.

Es handelt sich demnach darum, die Geschwindigkeiten der einzelnen Moleküle zu bestimmen, und das geht mit den Hittorfschen Überführungszahlen in folgender Weise.

Wir denken uns eine Lösung eines Elektrolyten, welche in der Form einer Säule vom Querschnitt eins gegeben sei. In der Längeneinheit der Säule, also in der Volumeinheit der Lösung befinden sich m Moleküle. In der Säule sei ein Strom erregt durch die Einheit des Gefälles, so dafs die in der Zeiteinheit durch jeden Querschnitt des Leiters hindurchgehende Elektricitätsmenge e nach dem Ohmschen Gesetze, nach welchem

$$e = \mp kq \frac{dV}{dx}$$

ist, weil $\frac{dV}{dx} = 1$ und $q = 1$, gegeben ist durch

$$e = k,$$

also die Stromstärke, welche der im mechanischen Mafse gemessenen Elektricitätsmenge proportional ist, der Leitungsfähigkeit proportional ist.

Der Strom kommt dadurch zustande, dafs das Kation mit einer gewissen Geschwindigkeit U nach der einen, das Anion mit einer Geschwindigkeit U_1 nach der entgegengesetzten Seite sich bewegt und jedes die Elektricitätsmenge ε, das Kation die positive, das Anion die negative mit sich führt. In der Zeiteinheit wird also in unserer Flüssigkeit die Elektricitätsmenge $m\varepsilon$ mit dem Kation durch die Strecke U, mit dem Anion dagegen die gleiche Menge $-m\varepsilon$ durch die Strecke U_1 nach der entgegengesetzten Richtung bewegt. Das ist dasselbe, als wenn die positive Menge $m\varepsilon$ durch die Strecke $U + U_1$ bewegt wäre, so dafs die in der Zeiteinheit durch jeden Querschnitt des Leiters fliefsende Elektricität $e = k$ gegeben ist durch

$$k = m\varepsilon\,(U + U_1) = m\,(u + v).$$

---

1) Hiernach kann ich *Wiedemann* nicht beistimmen, wenn er (Elektricitätslehre Bd. II. S. 955) sagt, Kohlrausch habe die Reibung der unzersetzt fortgeführten Salzteile beiseite gelassen, denn bei der elektrolytischen Leitung kommen diese nur insoweit in Betracht, als sie von den Ionen mitgenommen werden.

Digitized by Google

Drücken wir also das Leitungsvermögen anstatt durch die Gewichtsprozente der Lösung durch die in der Volumeinheit enthaltene Molekülzahl aus, so muſs, so lange u und v konstant sind, das Leitungsvermögen der gelösten Molekülzahl für gleiche Molekülzahl verschiedener gelöster Substanzen der Summe $u + v$ proportional sein.

Im §. 87 sahen wir, daſs man die Abhängigkeit der Leitungsfähigkeit der Lösungen vom Salzgehalte gewöhnlich durch Gleichungen darstellt, welche die Gewichtsprozente oder das in der Gewichtseinheit der Lösung vorhandene Gewicht p enthalten und die Form hatten

$$k = \varkappa p + \varkappa' p^2.$$

Den Koefficienten $\varkappa$ nannte Kohlrausch das specifische Leitungsvermögen der Lösung. Man kann hieraus leicht die Abhängigkeit der Leitungsfähigkeit von der Zahl der in der Volumeinheit gelösten Moleküle erhalten. Ist p die in einem Gramm der Lösung vorhandene Gewichtsmenge, so ist, wenn s das specifische Gewicht der Lösung ist, diese Menge in dem Volumen $\frac{1}{s}$ vorhanden, somit ist in der Volumeinheit ps Gramm gelöst. Dividieren wir diese Zahl durch das Gewicht A des elektrochemischen Moleküls, das heiſst durch die elektrochemisch äquivalenten Mengen, also etwa KCl oder $\frac{1}{2}\,K_2SO_4$, so erhalten wir die Molekülzahl m, welche in der Volumeinheit gelöst ist, es ist somit

$$m = \frac{ps}{A}.$$

Einer Lösung von bestimmtem Prozentgehalt p entspricht demnach eine bestimmte Molekülzahl m nur bei einer bestimmten Temperatur, da das specifische Gewicht s von der Temperatur abhängig ist. Um die Molekülzahl nicht durch zu kleine Zahlen auszudrücken, giebt Kohlrausch dieselben nicht durch Gramm im Kubikcentimeter, sondern durch Milligramm, setzt also

$$m = 1000\,\frac{ps}{A}.$$

Drücken wir hiernach p durch m aus, so können wir schreiben

$$k = \frac{A\varkappa}{1000\,s}\,m + \left(\frac{A}{1000\,s}\right)^2 \varkappa' m^2 \ldots$$

Hierin hängt s von m ab; setzen wir

$$s = 1 + am + bm^2 \ldots$$

und entwickeln $\frac{1}{s}$ in eine Reihe, so können wir schreiben

$$k = \varkappa\,\frac{A}{1000}\,m + \lambda_1 m^2 + \cdots$$

wenn wir die so sich ergebenden Koefficienten der folgenden Glieder mit $\lambda_1 \ldots$ bezeichnen.

Wie $\varkappa$ die specifische Leitungsfähigkeit, so nennt Kohlrausch den Koefficienten des ersten Gliedes der letzten Gleichung

$$\varkappa\,\frac{A}{1000} = \lambda$$

die molekulare Leitungsfähigkeit der Lösung.

Digitized by Google

Da wir vorhin ableiteten

$$k = (u + v)\, m,$$

so folgt hiernach

$$u + v = \lambda.$$

Die molekulare Leitungsfähigkeit eines Elektrolytes setzt sich also aus der Geschwindigkeit oder, wie es Kohlrausch geradezu nennt, der molekularen Leitungsfähigkeit des Kations und des Anions zusammen.

Die Hittorfschen Überführungszahlen geben uns das Verhältnis der Geschwindigkeit der einzelnen Ionen u und v zu der Summe der Geschwindigkeiten $u + v$, da uns die Überführungszahl jedes Ions den Bruchteil des von beiden zurückgelegten Weges giebt, welchen das betreffende Ion zurücklegt. Ist demnach n die Überführungszahl des Anions, so ist

$$n = \frac{v}{u+v} \qquad 1 - n = \frac{u}{u+v}.$$

Für die molekularen Leitungsvermögen der einzelnen Ionen erhalten wir demnach

$$v = n\,(u + v) = n\lambda \qquad u = (1 - n)(u + v) = (1 - n)\,\lambda.$$

Man erhält somit aus dem molekularen Leitungsvermögen eines Elektrolyten und den Überführungszahlen die molekularen Leitungsvermögen der Ionen. Nach der Theorie müssen die Werte von u oder von v, welche sich für ein und dasselbe Molekül ergeben, unabhängig davon sein, mit welch anderm Molekül es vorher verbunden war. Das ist in der That nach den Beobachtungen von Kohlrausch der Fall.

In folgender Tabelle geben wir zunächst die von Kohlrausch aus seinen Beobachtungen und denen von Lenz abgeleiteten molekularen Leitungsvermögen für die Temperatur 18° einer ziemlichen Anzahl von Elektrolyten multipliziert mit 10^7, also $\lambda \,.\, 10^7$. Die Tabelle ist so geordnet, daſs in der obersten horizontalen Reihe die Anionen, in der ersten Vertikalreihe die Kationen angegeben sind. Jede Zahl giebt also $10^7\lambda$ für die Verbindung jener Moleküle, welche an der Spitze der die Zahl enthaltenden Vertikalreihe und Horizontalreihe angegeben sind.

Tabelle der molekularen Leitungsvermögen.

	Cl	Br	J	NO_3	$C_2H_3O_2$	$^1/_2\,SO_4$	$^1/_2\,CO_3$	OH
K	97,5	103,6	103,0	92,2	69,7	78,8	78,3	197,7
NH_4	95,4	102,9	101,6	93,4	—	76,5	—	—
Na	81,5	81,3	84,5	75,8	54,6	63,4	55,5	178,2
Li	70,1	—	75,8	—	—	51,3	—	150,0
Ag	—	—	—	84,5	—	—	—	—
H	323,2	310,7	328,0	334,4	—	206,4	—	—
$^1/_2\,Ba$	79,4	88,2	88,1	69,2	—	—	—	166,1
$^1/_2\,Sr$	77,4	—	—	—	—	—	—	—
$^1/_2\,Ca$	75,0	72,9	73,4	71,3	—	—	—	—
$^1/_2\,Mg$	71,9	—	—	68,5	—	36,9	—	—
$^1/_2\,Zn$	68,1	69,2	70,5	—	—	33,6	—	—
$^1/_2\,Cu$	—	—	—	72,0	—	32,6	—	—

Digitized by Google

In der nachfolgenden Tabelle teilen wir die von F. Kohlrausch aus den Beobachtungen von Hittorf, Weiske und Wiedemann für verdünnte Lösungen abgeleiteten Werte der Überführungszahlen *n* für das Anion der betreffenden Verbindungen mit. Die Tabelle ist ebenso geordnet wie die vorhergehende; jede Zahl giebt die Überführungszahl des in derselben Vertikalreihe stehenden Anions, wenn dasselbe mit dem in derselben Horizontalreihe stehenden Kation verbunden ist.

Tabelle der Überführungszahlen *n*.

	Cl	Br	J	CN	NO_3	$C_2H_3O_2$	$\frac{1}{2}SO_4$
K	0,515	0,514	0,505	0,47	0,498	0,329	0,499
NH_4	0,510	—	—	—	—	—	—
Na	0,623	—	0,60	—	0,613	0,430	0,635
Ag	—	—	—	—	0,526	0,375	0,556
H	0,19	0,19	0,25	—	0,14	—	0,195
$\frac{1}{2}Ba$	0,618	—	—	—	0,61	—	—
$\frac{1}{2}Sr$	0,655	—	—	—	—	—	—
$\frac{1}{2}Ca$	0,673	—	0,68	—	0,59	—	—
$\frac{1}{2}Mg$	0,682	—	0,66	—	—	—	0,63
$\frac{1}{2}Zn$	0,70	—	0,68	—	—	—	0,64
$\frac{1}{2}Cu$	—	—	—	—	0,59	—	0,645.

Die Molekülformeln entsprechen elektrochemisch äquivalenten Mengen.

Die beiden Tabellen enthalten das Material zur Prüfung der Theorie von Kohlrausch. Beschränken wir uns zunächst auf die Verbindungen einwertiger Moleküle, so folgt z. B. für das molekulare Leitungsvermögen von Kalium und Natrium aus dem

	Chloride	Jodide	Nitrate	Acetate	Mittel
Kalium $u \cdot 10^7$	48	51	46	47	48
Natrium	31	34	29	31	31,2

Man sieht die einzelnen Werte weichen nur wenig vom Mittel ab. Aus allen geeigneten Beobachtungen leitet Kohlrausch für die einwertigen Moleküle folgende molekularen Leitungsvermögen ab:

	K	NH_4	Na	Li	Ag	H
$u \cdot 10^7$	48	47	31	21	40	278

	Cl	Br	CN	Fl	NO_3	ClO_3	$C_2H_3O_2$
$v \cdot 10^7$	49	53	50	30	46	40	23

Indem er dann aus denselben für 24 Elektrolyte, für welche λ beobachtet ist, das molekulare Leitungsvermögen und für 14 die Überführungszahl berechnet, ergiebt sich, dafs die Übereinstimmung zwischen Theorie und Beobachtung eine durchaus befriedigende ist, nur die für Jodwasserstoff berechnete Überführungszahl weicht von der beobachteten stärker ab, als es die Ungenauigkeiten, die besonders bei Ableitung der in obiger Tabelle angegebenen Überführungszahlen unvermeidlich waren, erwarten lassen. Da indes bei Jodwasserstoff die Überführungszahl sich

Digitized by Google

nur für das Anion bestimmen läfst, so hält Kohlrausch hier einen Irrtum nicht ausgeschlossen.

Für die Verbindungen der zweiwertigen Metalle mit einwertigen Molekülen kommt Kohlrausch zu dem Resultate, dafs für das Anion das molekulare Leitungsvermögen dasselbe bleibt, so dafs man schliefsen mufs, es wandert nach der Zersetzung das einzelne Molekül für sich, nicht das in der Verbindung vorhandene Doppelmolekül, also z. B. aus den Chloriden nicht Cl_2 sondern Cl.

Indem Kohlrausch hiernach die molekularen Leitungsvermögen der einzelnen zweiwertigen Metalle berechnet, erhält er für

	$^1/_2\,Ba$	$^1/_2\,Sr$	$^1/_2\,Ca$	$^1/_2\,Mg$	$^1/_2\,Zn$	$^1/_2\,Cu$
$u\,.\,10^7$	29	28	26	23	20	29

und findet eine, wenn auch nicht so gute Übereinstimmung wie bei den Verbindungen einwertiger Moleküle.

Bei den Verbindungen der einwertigen Metalle mit den zweibasischen Säuren, Schwefelsäure und Kohlensäure ergeben sich dagegen andere Werte des molekularen Leitungsvermögens der Metalle, so dafs also $^1/_2\,(K_2)$ einen anderen Wert hat als K. Es findet sich für

	$^1/_2\,(SO_4)$	$^1/_2\,(CO_3)$
$v\,.\,10^7$	40	86

	$^1/_2\,(K_2)$	$^1/_2\,[(NH_4)_2]$	$^1/_2(Na_2)$	$^1/_2\,(Li_2)$	$^1/_2\,(Ag_2)$	$^1/_2\,(H_2)$
$u\,.\,10^7$	40	37	22	11	32	166.

Aus den Verbindungen schliefslich der zweiwertigen Metalle Magnesium, Zink, Kupfer mit der Schwefelsäure ausgeschieden ergeben sich unter Voraussetzung, dafs die Salze in der Lösung als $Mg\,SO_4$ etc. enthalten sind und in Mg etc. als Kation, SO_4 als Anion zerfallen, für die Metalle sowohl als für $^1/_2\,SO_4$ andere Werte wie sie vorher gefunden waren, es wird $v\,.\,10^7$ für $^1/_2\,(SO_4)$ gleich 22 anstatt 40 und für $^1/_2\,Mg$ gleich 14, $^1/_2\,Zn$ gleich 12 und $^1/_2\,Cu$ ebenfalls gleich 12.

Kohlrausch glaubt, wie es auch schon neuerdings[1]) aus chemischen Gründen geschehen sei, annehmen zu dürfen, dafs die Konstitution der Salze in den Lösungen und das Schema der Zersetzung ein anderes sein müsse, als es jene Formeln voraussetzen.

Überhaupt macht Kohlrausch darauf aufmerksam, und das trat ja auch schon in dem vorigen Paragraphen bei der Theorie der Elektrolyse hervor, dafs man aus dem Resultate der Elektrolyse nicht mit Sicherheit schliefsen kann, was eigentlich die Ionen sind, man wird daher in Fällen, in welchen die Theorie von Kohlrausch unter Voraussetzung der Zersetzung nach einem bestimmten Schema sich nicht bestätigt, immerhin vermuten dürfen, dafs die Ionen nicht die angenommenen sind, da die Theorie sich bei den Verbindungen einwertiger Moleküle so vortrefflich bewährt hat. Gerade der Umstand, dafs wir über die Konstitution der Salze in den Lösungen noch so wenig wissen, läfst ein abschliefsendes Urteil über die Theorie von Kohlrausch noch nicht möglich erscheinen,

1) *Lothar Meyer*, Theorieen der Chemie. 2. Aufl. S. 277.

Digitized by Google

wir gehen daher auf weitere Details, wie sie von Kohlrausch in seiner Abhandlung behandelt sind, nicht ein und verweisen deswegen auf die Abhandlung selbst. Nur das sei hier noch hervorgehoben, dafs die Theorie von Kohlrausch die einfachste Darlegung des aus allen Erfahrungen zu schliefsenden Satzes ist, dafs die Flüssigkeiten nur elektrolytisch leiten, dafs also überhaupt die Elektricität nur dadurch zu den Elektroden gelangt, dafs das Kation an der Kathode seine positive, das Anion an der Anode seine negative Elektricität abgiebt. Halten wir diesen Satz fest, so kann die Leitungsfähigkeit nur durch die Beweglichkeit der Ionen bedingt sein.

§. 108.

Polarisation und Übergangswiderstand. Der Durchgang des Stromes durch Flüssigkeiten oder die Elektrolyse bewirkt an den Stellen, an denen der Strom in die Flüssigkeit eintritt und dieselbe verläfst, eine Anzahl von Veränderungen, welche sich teils in einem Widerstande gegen den Durchgang des Stromes teils in dem Auftreten einer elektromotorischen Kraft zu erkennen geben.

Wir haben bereits mehrfach erwähnt, dafs fast stets beim Einschalten einer Flüssigkeit in einen Stromkreis sich eine viel erheblichere Schwächung des Stromes zeigt, als sie durch den Leitungswiderstand der Flüssigkeit bedingt ist. Denn haben wir zunächst eine Flüssigkeitsschicht von der Länge f eingeschaltet, und nehmen an, dafs die Schwächung des Stromes allein durch Vergröfserung des Widerstandes R auf $R + af$ bedingt sei, so müfste durch Verdoppelung der Flüssigkeitsschicht auf $2f$ der Strom entsprechend geschwächt werden, so dafs die Stromstärken sich in den beiden Fällen verhielten wie $R + 2af$ zu $R + af$.

Das ist jedoch nicht der Fall, sondern die Schwächung des Stromes ist bei Einschaltung des flüssigen Widerstandes f sehr viel bedeutender als bei Verdoppelung des flüssigen Widerstandes von f auf $2f$. Man nahm deshalb früher an, dafs an der Grenze der Elektroden bei dem Übergange des Stromes aus den Metallen in die Flüssigkeit ein eigentümlicher Widerstand vorhanden sei, den man den Widerstand des Überganges nannte[1]). Ist ein solcher vorhanden, so mufs der Strom bei dem Einschalten einer Flüssigkeitsschicht natürlich mehr geschwächt werden, als wenn man die Länge einer eingeschalteten Flüssigkeitsschicht verdoppelt. Denn bezeichnen wir die elektromotorische Kraft in einem Stromkreise mit E, den Widerstand des Kreises mit Ausnahme der Flüssigkeit mit R, den Widerstand der Flüssigkeit kurz mit f und diesen vermuteten Übergangswiderstand mit w, so ist die Stromstärke, wenn der Strom die Flüssigkeit nicht enthält

$$J_1 = \frac{E}{R},$$

wird die Flüssigkeit eingeschaltet, so geht die Stromstärke über in

$$J = \frac{E}{R + f + w}.$$

1) *De la Rive*, Ann. de chim. et de phys. T. XXVIII. *Fechner*, Lehrbuch des Galvanismus S. 180 und 224. Mafsbestimmungen S. 34 ff.

Digitized by Google

Wird jetzt die Länge der Flüssigkeitsschicht verdoppelt, so wird in dem Nenner dieses Ausdruckes nur f verdoppelt, nicht aber w, und deshalb mufste die Schwächung bei dem ersten Einschalten der Flüssigkeit viel bedeutender sein als bei Verdoppelung ihrer Länge.

In vielen Fällen ist die Existenz eines solchen Widerstandes w, der unter Umständen direkt als Übergangswiderstand bezeichnet werden kann, nicht zu leugnen, er mufs stets auftreten, wenn durch die Elektrolyse in der Nähe einer oder beider Elektroden eine weniger gut leitende Schicht erzeugt oder wenn an den Elektroden eine schlecht leitende Schicht gebildet wird. Letzteres ist z. B. der Fall, wenn man verdünnte Schwefelsäure zwischen Kupferelektroden zersetzt, wobei sich das Kupfer der Anode mit einer schlecht leitenden Oxydschicht bedeckt; ähnliches tritt in anderen Fällen ein; weiter kann sich ein solcher Übergangswiderstand durch Verdünnung der Lösungen an den Elektroden infolge der Wanderung der Ionen zeigen. Andererseits kann infolge der Elektrolyse auch der Widerstand abnehmen, wenn infolge der abgeschiedenen Ionen die Flüssigkeit an den Elektroden besser leitend wird, so z. B. bei der Zersetzung schwefelsauren Kupfers und Anwendung einer Platinplatte als Anode, da dann an der Anode freie Schwefelsäure auftritt.

Auf die Bildung schlecht leitender Schichten sind auch die von E. Du Bois Reymond[1]) und Munk[2]) untersuchten sogenannten sekundären Widerstände zurückzuführen, welche sich bei gewissen porösen Körpern dadurch zeigen, dafs infolge des Stromdurchganges der Widerstand derselben sehr stark wächst.

Indes diese Widerstände sind es nicht, welche man früher als Übergangswiderstände bezeichnete, sondern man glaubte die fast immer bei Einschaltung der Flüssigkeit eintretende Stromschwächung, auch wenn keine Änderung der Flüssigkeit oder der Elektroden stattfindet, wie bei der Zersetzung verdünnter Schwefelsäure zwischen Platinelektroden einem eigentümlichen Widerstande zuschreiben zu müssen. Schon Ohm[3]) hob jedoch hervor, dafs die Existenz eines solchen zweifelhaft sei, da noch eine andere wohl zuerst von Ritter[4]) genauer beobachtete Ursache dieser Stromschwächung vorhanden ist, nämlich eine elektromotorische Gegenkraft, welche einen dem ursprünglichen entgegengesetzten Strom in dem Stromkreise zu erzeugen strebt.

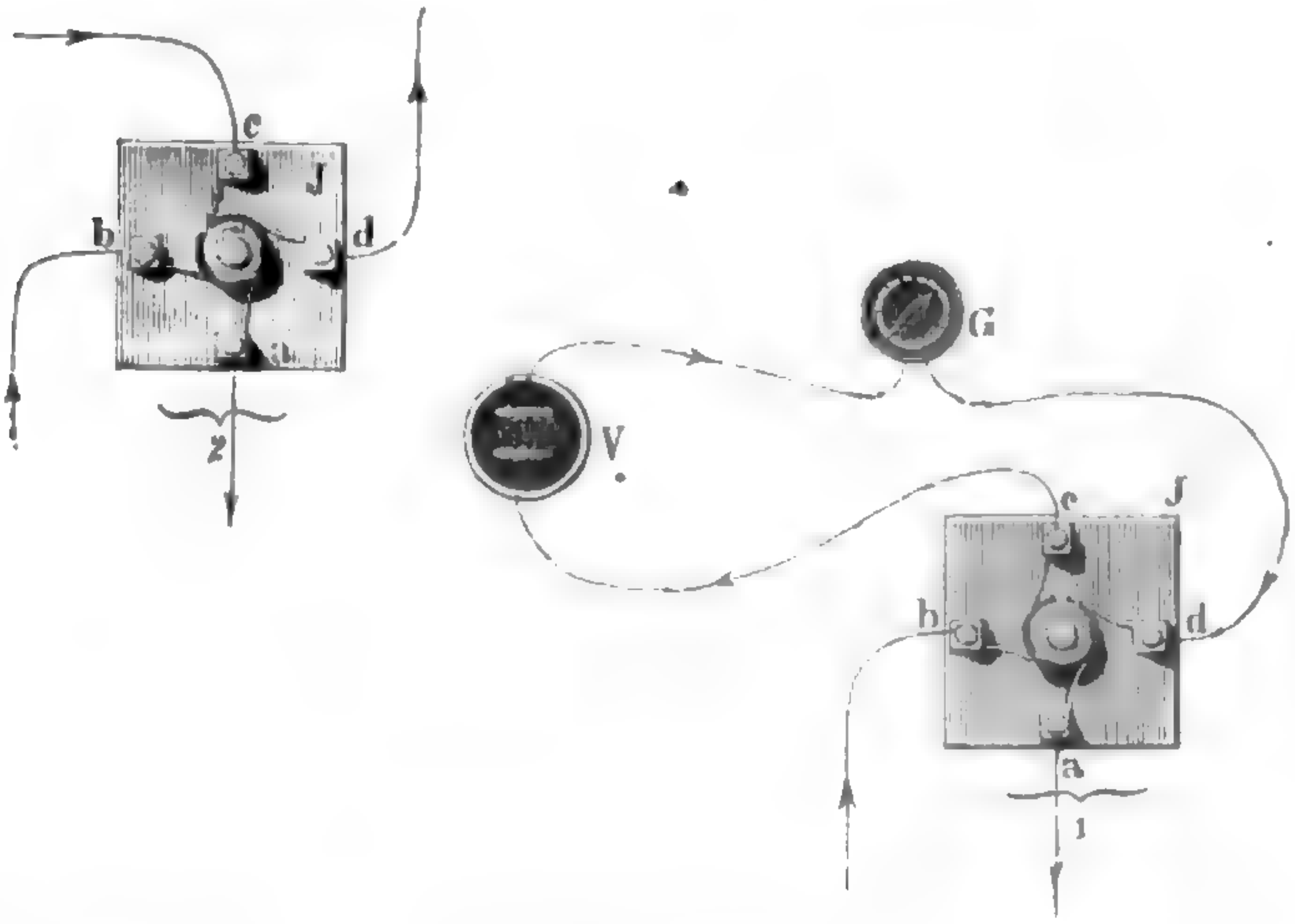
Von der Existenz dieser Gegenkraft kann man sich leicht durch folgenden Versuch überzeugen. In einen Stromkreis, welcher ein Voltameter V (Fig. 188) und ein Galvanometer G enthält, schaltet man zugleich einen Interruptor J ein, von welchem Fig. 189 eine perspektivische Ansicht giebt. Die Einrichtung desselben ist folgende. Auf einer Platte von trocknem Holze sind 4 Klemmschrauben a, b, c, d aufgestellt. An jeder dieser Klemmschrauben sind Metallstreifen befestigt, welche an ihrem Ende umgebogen, federnd gegen einen in der Mitte des Brettes aufgestellten vertikalen Cylinder pressen. Der Cylinder ist aus Elfenbein verfertigt;

1) *E. Du Bois-Reymond*, Monatsberichte der Berliner Akademie 1860.
2) *H. Munk*, Du Bois-Reymonds und Reicherts Archiv. Jahrg. 1873.
3) *Ohm*, Schweiggers Journal Bd. LXIII und LXIV. 1831.
4) *Ritter*, Voigts Neues Magazin. Bd. VI. 1803.

Digitized by Google

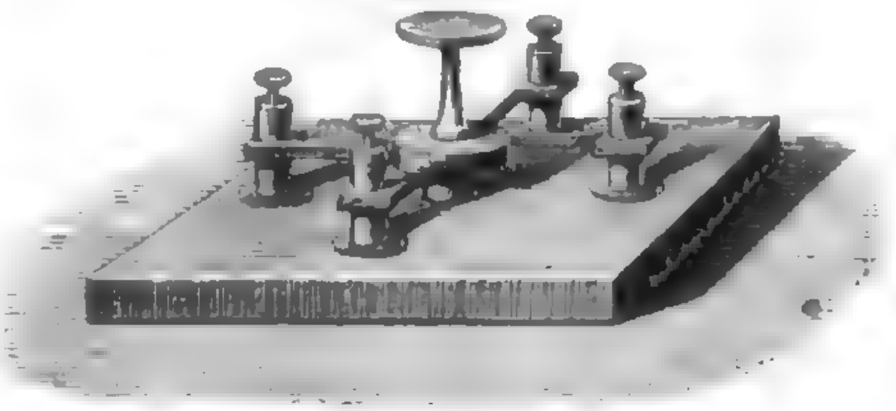
auf demselben befinden sich aber zwei Kupferstreifen, welche, wie es die Grundrisse dieses Apparates *J* (Fig. 188) zeigen, in einem Kreise um den Cylinder herumgelegt sind, so daſs aber ihre Enden sich nicht berühren, die Streifen also nicht in leitender Verbindung sind. Der Cylinder ist an dem Knopfe *O* um die vertikale Axe drehbar.

Fig. 188.



Die Federn an *a*, *b*, *c*, *d* sind so gestellt, daſs immer zwei an einem der Streifen anliegen. Je nachdem man nun die Klemmschraube mit verschiedenen Teilen des Stromkreises verbindet, kann man mit diesem Apparate den Strom unterbrechen, einzelne Teile für sich verbinden, oder auch dem Strome in einem Teile des Kreises die entgegengesetzte Richtung geben.

Fig. 189.



Verbindet man in der Stellung 1 (Fig. 188) den positiven Pol der Batterie mit *b*, die Klemmschraube *c* mit der Elektrode *e*, die Elektrode *f* mit dem Galvanometer *G*, den zweiten Draht des Galvanometers mit der Klemmschraube *d*, und schlieſslich die vierte Klemmschraube *a* mit dem negativen Pole der Batterie, so cirkuliert durch die ganze Kombination der Strom der Batterie in der Richtung der Pfeile; es wird also *e* im Voltameter zur Anode, *f* zur Kathode, und der Strom flieſst durch das Galvanometer von *f* nach *d*.

Läſst man den Strom so einige Zeit durch das Voltameter hindurchgehen und dreht dann den Cylinder des Interruptors um 90° in die Fig. 188 Nr. 2 angedeutete Stellung, so flieſst der Strom der Batterie nicht mehr durch das Voltameter, sondern er geht von *b* durch die Feder auf den

Digitized by Google

Kupferstreifen, auf diesem zu der Feder, welche zur Klemme *a* führt, und von dieser zu der Batterie zurück.

Dagegen bildet jetzt das Voltameter mit dem Galvanometer durch die jetzt metallisch verbundenen Klemmen *c* und *d* einen geschlossenen Kreis. Man erkennt sofort an der Ablenkung der Galvanometernadel, dafs in diesem Kreise ein Strom cirkuliert, dessen Richtung derjenigen entgegengesetzt ist, welche der ursprüngliche Strom hatte; er fliefst in dem Voltameter von der Kathode *f* zur Anode *e*, dann weiter von *e* durch *c*, *d*, durch das Galvanometer *G* zu *f* zurück.

Da in unserm Voltameter beide Elektroden von Platin und ganz gleichartig sind, so kann dieser sekundäre Strom nur infolge des ursprünglichen entstanden sein, welcher die Elektroden, die vorher gleichartig waren, in einen elektrischen Gegensatz gebracht hat, so dafs sie in dieser Kombination elektromotorisch wirken, ähnlich wie wenn *f* eine Zinkplatte und *e* eine Kupferplatte wäre. Man nennt sie deshalb polarisiert, die Kathode ist positiv, die Anode negativ polarisiert, und bezeichnet den sekundären Strom als Polarisationsstrom.

Da nun, wie wir im §. 73 sahen, zwei Platinbleche gegen einander elektromotorisch wirksam werden, wenn das eine mit Wasserstoff, das andere mit Sauerstoff umhüllt ist, so kann der Grund der Polarisation nicht zweifelhaft sein; ein polarisiertes Voltameter ist einfach eine Gassäule. Denn wenn auch in dem Voltameter das Gas nicht in solcher Menge entwickelt wird, dafs die Elektroden wie bei den Groveschen Gasketten ganz von den Gasen umgeben sind, so kann es doch keinem Zweifel unterworfen sein, dafs sie auf das vollständigste mit Gas bedeckt sind, da jedenfalls die zuerst entwickelten Gasmoleküle durch die Oberflächenwirkung auf dem Platin verdichtet werden. Wie wir bei der Zersetzung des Wassers sahen, beweist ja auch der Mangel an Proportionalität zwischen Stromstärke und Gasentwicklung bei Anwendung grofser Elektroden und schwacher Ströme, oder der Umstand, dafs die Volumina der entwickelten Gase nicht genau im Verhältnisse von 1 zu 2 stehen, wenn eine grofse und eine kleine Elektrode genommen wird, dafs an den Elektroden Gas verdichtet wird.

Daraus folgt dann, dafs nicht allein bei der Zersetzung des Wassers, sondern auch bei der Zersetzung aller der Substanzen, welche Gase liefern, die in den Gasketten elektromotorisch wirksam sind, die Polarisation der Elektroden auftreten mufs. Lenz und Saveljew[1]), sowie Beetz[2]) haben diese Schlufsfolgerung experimentell bestätigt, sie haben gezeigt, dafs nicht nur bei der Zersetzung des Wassers, sondern auch bei derjenigen von Chlorwasserstoff, Salpetersäure u. s. w. die Elektroden polarisiert werden, und nicht nur bei Anwendung von Platinelektroden, sondern auch bei Elektroden von andern Metallen oder Kohle.

Zu dieser eigentlichen Polarisation tritt noch bei der Zersetzung von Salzen eine andere elektromotorische Kraft, welche den eigentlichen Polarisationsstrom in vielen Fällen noch bedeutend verstärkt, nämlich dadurch, dafs nach dem Eintritt der Elektrolyse die Elektroden von verschiedenen

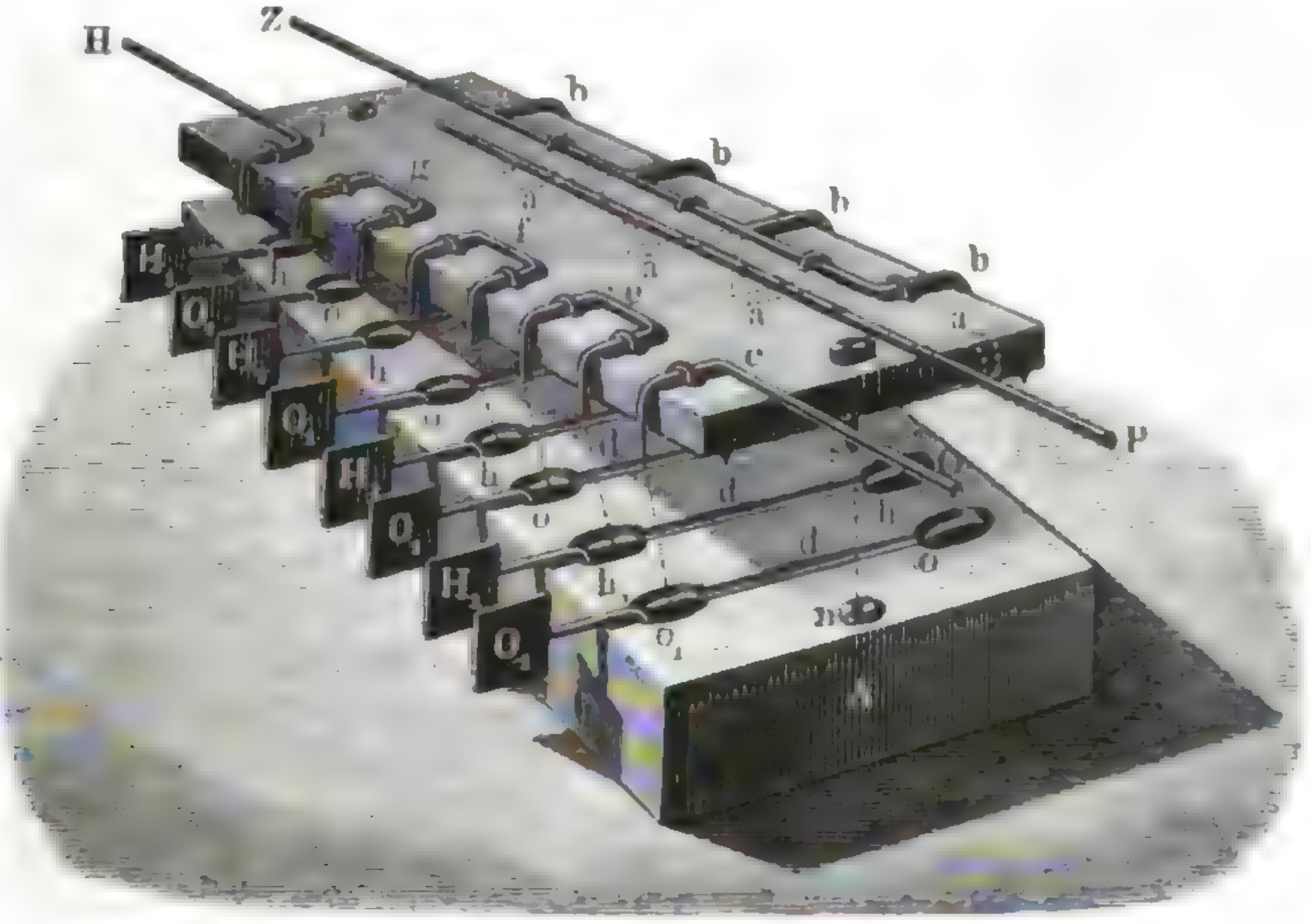
1) *Lenz* und *Salveljew*, Poggend. Ann. Bd. LXVII.
2) *Beetz*, Poggend. Ann. Bd. XC.

Digitized by Google

Flüssigkeiten umgeben sind. Am kräftigsten ist diese elektromotorische Kraft bei der Zersetzung von Alkalisalzen, bei denen nach dem Eintritt der Elektrolyse die eine Elektrode von freiem Alkali, die andere dagegen von freier Säure umgeben ist. Da die Alkalien die Metalle stark negativ, die Säuren dieselben dagegen häufig positiv erregen, so folgt, dafs der hierdurch entstehende Strom sich zu dem eigentlichen Polarisationsstrom addiert. In Salzen ist daher der nach Schlufs des Stromkreises in demselben auftretende Gegenstrom am stärksten.

Der Polarisationsstrom ist nur von kurzer Dauer, ebenso wie die Ströme in den Gasketten, und aus demselben Grunde; denn der Polarisationsstrom selbst zersetzt die Flüssigkeiten und lagert so bei der Wasserzersetzung z. B. an der früher mit Wasserstoff bedeckten Elektrode Sauerstoff ab, welcher sich mit dem Wasserstoff verbindet und so die Polarisation aufhebt. Um daher die Wirkungen des Polarisationsstromes zeigen und die Gesetze desselben studieren zu können, mufs man häufig in rascher Folge den erregenden Strom durch den Zersetzungsapparat leiten und den Zersetzungsapparat für sich schliefsen können. Poggendorff[1]) hat zu dem Ende einen sehr zweckmäfsigen Apparat angegeben, die Wippe; Fig. 190

Fig. 190.



zeigt von demselben eine perspektivische Ansicht. Der Apparat besteht aus zwei Teilen, der Unterlage und der eigentlichen Wippe. Die Unterlage ist ein Brettchen A, von circa 15 cm Länge und 10 cm Breite. In dasselbe sind in zwei parallelen Reihen je sechs oder acht Vertiefungen o, h, o, h . . . eingebohrt. Die Löcher sind mit Quecksilber gefüllt, und die mit gleichen Buchstaben in beiden Reihen bezeichneten Löcher, also

1) *Poggendorff*, Poggend. Ann. Bd. LXI. Andere Apparate der Art von J. Müller (Freiburg) siehe: Fortschritte der Physik, Braunschweig 1849. S. 356. *J. Thomsen*, Die Polarisationsbatterie. Poggend. Ann. Bd. CXXIV. Bd. CXXV.

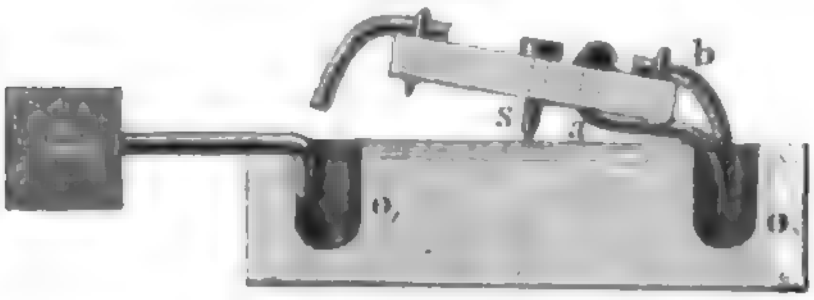
Digitized by Google

die Löcher *o* und die Löcher *h* sind in leitender Verbindung mit einander durch in das Quecksilber getauchte Drähte *dd*.

Auf die Unterlage kommt nun die eigentliche Wippe zu stehen; dieselbe besteht aus einem Brettchen, etwa 1,5 cm dick, 5 cm breit und ebenso lang als die Unterlage, welches mit zwei Spitzen *s* auf den Vertiefungen *n* der Unterlage steht, so dafs es entweder nach der einen oder andern Seite neigt, und entweder mit der einen oder der andern Reihe von Haken in die Quecksilbernäpfchen *o*, *h* taucht. An den vier Ecken des Brettchens sind Stifte angebracht, welche, kürzer als die Spitzen *s*, die Bewegung des Brettchens nach der einen oder andern Seite begrenzen, so dafs die Drähte nicht zu tief in das Quecksilber eintauchen. An den äufsersten Punkten der Bewegung ruht also das Brettchen immer auf den mittleren Spitzen *s* und zwei seitlichen Spitzen, wie Fig. 191 im Durchschnitt zeigt.

Die Verbindung der einzelnen Drähte, welche die Wippe trägt, ist in der Figur deutlich; die sämtlichen Drähte *a* (Fig. 191) sind mit dem Drahte *P*, die sämtlichen Drähte *b* mit dem Drahte *Z* in leitender Verbindung.

Fig. 191.



An der andern Seite stellen, wenn die Wippe dahin geneigt ist, die Drähte *e*, *f*, *g* eine leitende Verbindung zwischen den ungleich bezeichneten Vertiefungen h_1, *o* ... her. Die beiden letzten Drähte *Oc* und *Hi* tauchen der erste in die erste Vertiefung o_1, der letztere in die letzte Verbindung *h*.

Jedes Paar der Öffnungen o_1, h_1 ist nun weiter mit den Elektroden O_1, H_1 eines Voltameters in leitende Verbindung gesetzt.

Ist nun die Wippe so gestellt, dafs die Drähte *a*, *b* in die Quecksilbernäpfchen *o*, *h* eintauchen (Fig. 191), und wird dann *P* mit dem positiven, *Z* mit dem negativen Pole einer Batterie verbunden, so fliefst, wie man sieht, durch die sämtlichen Voltameter ein Strom von gleicher Stärke, wenn die Elektroden gleiche Gröfse und gleichen Abstand haben. Verbindet man die Drähte *O* und *H* in irgend einer Weise mit einander und legt die Wippe um, so fliefst durch den Kreis *OH* der Polarisationsstrom. Indem man nun in rascher Folge die Wippe hin und her bewegt, kann man ebenso oft die Platten O_1, H_1 laden und wieder entladen. Schaltet man in den Stromkreis *OH* eine Tangentenbussole oder einen Zersetzungsapparat ein, so kann man die Stärke des Polarisationsstromes messen, oder mit ihm die sämtlichen Wirkungen galvanischer Ströme zeigen.

Wenn nun auch feststeht, dafs in einem Stromkreise, der eine Zersetzungszelle enthält, eine elektromotorische Gegenkraft vorhanden ist, so ist damit noch keineswegs bewiesen, dafs in den Fällen, wo sich an den Elektroden keine schlecht leitende Schicht bildet, kein Übergangswiderstand vorhanden ist; es ist im Gegenteil wohl möglich, dafs neben der Polarisation noch ein eigentümlicher Widerstand beim Übergang des Stromes aus einem festen in einen flüssigen Leiter vorhanden ist.

Digitized by Google

Lenz[1]) und Poggendorff[2]) glaubten den Nachweis der Existenz desselben dadurch liefern zu können, daſs sie bei fast momentan wechselnden, hin- und hergehenden Strömen, wie sie durch magnetelektrische Maschinen erhalten werden, zeigten, daſs auch diese durch Einschaltung einer Flüssigkeitsschicht stärker geschwächt werden, als es vermöge des Widerstandes der Flüssigkeit hätte sein sollen. Vorsselmann de Heer[3]) hat jedoch darauf aufmerksam gemacht, daſs die Voraussetzung, auf welche dieser Nachweis sich gründet, in der That nicht richtig ist. Es wird nämlich dabei vorausgesetzt, daſs die Herstellung der Polarisation so viel Zeit braucht, daſs sie bei diesen kurz dauernden Strömen nicht merklich ist. Das ist nicht der Fall, denn wenn auch die Polarisation nicht sofort in ihrer ganzen Stärke auftritt, so kommt sie doch in demselben Augenblicke zustande, in welchem der Strom die Flüssigkeit durchsetzt. Deshalb kann auch bei diesen rasch wechselnden Strömen die Stromschwächung allein durch die Polarisation hervorgebracht sein.

Die Gesetze der Stromschwächung durch Einschaltung flüssiger Leiter sind zuerst genauer von Fechner[4]) studiert worden; er setzte dabei voraus, daſs nur der Übergangswiderstand die Ursache dieser Schwächung sei, daſs also die Stromstärke bei Einschaltung eines flüssigen Leiters, dessen Widerstand f ist, dargestellt werde durch die Gleichung:

$$J = \frac{E}{R + f + w},$$

worin R den Widerstand des sonstigen Schlieſsungskreises und w den Übergangswiderstand bedeutet.

Für diesen Übergangswiderstand fand Fechner folgende Sätze:

1) Der Übergangswiderstand nimmt ab, wenn die Stromstärke wächst, er ist also kleiner bei stärkeren als bei schwächeren Strömen.

2) Der Übergangswiderstand ist der Gröſse der Elektroden umgekehrt proportional.

3) Der Übergangswiderstand ist um so kleiner, je besser die Flüssigkeit den Strom leitet.

4) Bei längerer Schlieſsung nimmt der Übergangswiderstand erst rasch, dann immer langsamer zu und kommt so zu einem Maximum, dem dann ein Minimum der Stromstärke entspricht.

Man könnte auch alle diese Sätze für die Schwächung des Stromes lediglich durch die Annahme der Polarisation erklären; die Gleichung für die Stromstärke würde dann, wenn p die elektromotorische Kraft der Polarisation bedeutet,

$$J = \frac{E - p}{R + f};$$

der erste der vier angeführten Sätze würde dann z. B. lauten, daſs die elektromotorische Kraft der Polarisation von der Stromstärke unabhängig ist.

---

1) *Lenz*, Poggend. Ann. Bd. XLVII. S. 586.
2) *Poggendorff*, Poggend. Ann. Bd. LII.
3) *Vorsselmann de Heer*, Poggend. Ann. Bd. LIII.
4) *Fechner*, Maſsbestimmungen an der galvanischen Kette S. 34 ff. und S. 236 ff.

Digitized by Google

Um die Frage, welche wie gesagt durch die direkten Versuche nicht entschieden war, zu entscheiden, nahm Lenz beim Beginne seiner Untersuchungen über die Wärmeentwicklung durch den galvanischen Strom dieselbe wieder auf[1]). Um zunächst die Abhängigkeit des Übergangswiderstandes oder der Polarisation von der Stromstärke zu erhalten, verfuhr Lenz folgendermafsen. In den Stromkreis einer Daniellschen Batterie, deren Elementenzahl bei den verschiedenen Versuchen eine verschiedene war, wurden zunächst eine Tangentenbussole und ein Rheostat eingeschaltet und die Anzahl a Windungen des Rheostatdrahtes bestimmt, welche notwendig war, um an der Tangentenbussole eine bestimmte Ablenkung α zu erhalten.

Dann wurde aufserdem in den Stromkreis die Flüssigkeitszelle eingeschaltet und beobachtet, wie viel Windungen a_1 des Rheostaten jetzt noch erforderlich waren, um an der Tangentenbussole wieder dieselbe Ablenkung, also wieder dieselbe Stromstärke J wie vorher zu erhalten.

Ist E die elektromotorische Kraft der benutzten Batterie, l der Widerstand des Stromkreises aufser dem Rheostaten und der Flüssigkeitszelle, ausgedrückt in Windungen des Rheostatdrahtes, ist λ der Widerstand der Längeneinheit der Flüssigkeitsschicht, d die Länge derselben und ist weiter p die elektromotorische Kraft der Polarisation, und L die Gröfse des Übergangswiderstandes, wenn ein solcher vorhanden ist, so erhalten wir aus den beiden Beobachtungen folgende zwei Gleichungen:

$$J = \frac{E}{l + a}; \quad J = \frac{E - p}{l + a_1 + d\lambda + L},$$

und indem wir die beiden Ausdrücke für J einander gleich setzen:

$$E(l + a_1 + d\lambda + L) = (E - p)(l + a)$$

$$a - a_1 = d\lambda + L + \frac{p}{J} \quad \ldots \ldots \quad (1).$$

Wäre die Polarisation gleich 0, so würde

$$a - a_1 = d\lambda + L \quad \ldots \ldots \quad (2),$$

wäre dagegen $L = 0$, existiert also kein Übergangswiderstand, so wäre

$$a - a_1 = d\lambda + \frac{p}{J} \quad \ldots \ldots \quad (3)$$

Die Werte $a - a_1$ waren bei einer Versuchsreihe folgende:

Anzahl der Elemente	Stromstärke J	$a - a_1$ beobachtet	$a - a_1$ berechnet
24	48,07	6,707	6,785
14	33,08	8,433	8,010
11	20,85	9,755	10,312
6	10,10	17,205	16,942
4	5,01	30,409	30,283

1) *Lenz*, Poggend. Ann. Bd. LIX.

Digitized by Google

Aus den beobachteten Werten von $a - a_1$ ergiebt sich, dafs dieselben wachsen, wenn die Stromstärke abnimmt, und zwar derart, dafs sie der Gleichung genügen

$$a - a_1 = c + \frac{m}{J},$$

worin c und m zwei Konstante bedeuten, welche bei dieser Versuchsreihe sind

$$c = 4{,}0835 \qquad m = 129{,}61.$$

Die als berechnet angeführten Werte von $a - a_1$ sind nach der Formel mit diesen Werten berechnet.

Vergleichen wir diese Formel, die sich als empirische aus den Versuchen ergiebt, mit den aus dem Ohmschen Gesetze abgeleiteten, so erkennt man sofort in der Konstanten c den Widerstand der eingeschalteten Flüssigkeit, so dafs

$$c = d \cdot \lambda;$$

und daraus folgt dann nach der Gleichung 1

$$L + \frac{p}{J} = \frac{m}{J} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Würde $p = 0$ sein, so müfste der Übergangswiderstand der Stromstärke umgekehrt proportional sein; wäre L gleich 0, so müfste die Polarisation konstant sein für die bei diesen Versuchen angewandten Stromstärken; ja auch wenn beide existieren, mufs nach Gleichung (4) dieselbe Abhängigkeit für beide Gröfsen existieren, denn nur wenn p konstant und L der Stromstärke umgekehrt proportional ist, kann die Gleichung (4) bestehen.

Ganz dieselben Resultate und fast denselben Wert von m erhielt Lenz, als er die Dicke d der Flüssigkeitsschicht änderte, und auch als er die Elektroden bis zu verschiedener Tiefe in die Flüssigkeit eintauchte. Daraus folgt also, dafs sowohl der Übergangswiderstand als die Polarisation fast unabhängig sind von der Gröfse der Fläche, in welcher der Strom aus den festen Leitern in die flüssigen übertritt.

Gerade dieser letzte Satz spricht wohl gegen die Annahme, dafs ein eigentümlicher Übergangswiderstand existiert, ein Widerstand, den der Strom bei einem Wechsel der festen und flüssigen Leiter zu überwinden hätte, ohne dafs sich eine schlechtleitende Schicht zwischen den beiden Leitern bildet. Ja dieser Satz ist unter Voraussetzung des Übergangswiderstandes mit dem ersten im Widerspruch. Nach dem ersten Satze soll der Übergangswiderstand der Stromstärke umgekehrt proportional sein; tritt nun ein und derselbe Strom einmal durch eine Elektrode vom Querschnitt eins in eine Flüssigkeit, ein anderes Mal durch eine Elektrode von doppelter Oberfläche, so ist in dem zweiten Falle die Intensität des durch die Flächeneinheit tretenden Stromes die Hälfte von vorher, deshalb mufs der Übergangswiderstand der doppelte sein von vorher.

Dagegen ist es nach den früheren Sätzen über die Unabhängigkeit der elektromotorischen Kraft von der Gröfse der erregenden Fläche fast selbstverständlich, dafs auch die elektromotorische Kraft der Polarisation

Digitized by Google

von der Gröfse der Elektroden unabhängig ist, oder doch nur wenig von ihr abhängt.

Wir werden deshalb berechtigt sein, in allen den Fällen, in welchen sich nicht an den Elektroden eine schlecht leitende Schicht bildet, einen Übergangswiderstand nicht anzunehmen.

Nach den Versuchen von Lenz würde die Polarisation unabhängig sein von der Stromstärke und der Gröfse der Elektroden; indes zeigen schon die Werte, welche man für dieselbe aus den Beobachtungen von Lenz berechnen kann, dafs beides nicht ganz strenge der Fall ist. Für die Abhängigkeit der Polarisation von der Stromstärke ergiebt sich vielmehr, dafs sie mit derselben bis zu einem Maximum zunimmt, und dafs erst für Ströme von gewisser Stärke die Polarisation konstant wird. So sind z. B. bei zwei Versuchsreihen, bei deren erster Wasser zwischen Platinelektroden, bei der zweiten zwischen Kupferelektroden zersetzt wurde, folgendes die Werte von p in einer willkürlichen Einheit.

Platinelektroden		Kupferelektroden	
Stromstärke	Polarisation	Stromstärke	Polarisation
48,07	131,3	48,07	40,86
33,08	132,7	33,08	39,26
20,85	125,8	20,85	36,38
10,10	119,1	10,10	33,91
5,01	114,2	5,01	31,89.

Wie man sieht, ist erst für die beiden gröfsten Stromstärken die Polarisation merklich dieselbe, für die schwächeren Ströme ist sie etwas kleiner.

Da somit die Polarisation von der Gröfse der Stromstärke nicht ganz unabhängig ist, wird man schon schliefsen, dafs sie auch mit der Gröfse der Elektroden bei gleicher Stromstärke sich ändert, da die Stärke des durch die Flächeneinheit tretenden Stromes dann kleiner ist. Dafs dem in der That so ist, zeigen nun auch die Versuche von Lenz unmittelbar. Bei einer Stromstärke in dem eben angegebenen Mafse gleich 10 findet er folgende Werte für die Polarisation.

Gröfse der Elektr.	Polarisation	Gröfse der Elektr.	Polarisation
5,95 Quadratlinien	240,11	91,00	150,54
12,50 „	199,83	136,50	140,88
16,68 „	178,38	182,00	144,80
27,57 „	164,09	227,50	142,78
62,50 „	162,76	2063,00	145,50.

Die Einheit, welche diesen Zahlen zu Grunde liegt, ist etwas kleiner als bei den oben angeführten Werten.

Von da an, wo die Gröfse der Elektroden 1 Quadratzoll oder circa 6 Quadratcentimeter war, ist die Polarisation konstant.

Gleiche Resultate hat Poggendorff[1]) mit der Wippe erhalten. Er veränderte die Stromstärke von 0,8 bis 13,11 und fand in den von ihm

1) *Poggendorff*, Poggend. Ann. Bd. LXX. S. 177 ff.

Digitized by Google

angewandten Einheiten (§. 88), dafs die elektromotorische Kraft der Polarisation von 25,41 bis 28,18 mit wechselnder Stromstärke zunahm. Crova[1]) leitet aus seinen Versuchen ab, dafs durch ein Voltameter mit verdünnter Schwefelsäure und Platinelektroden ein mefsbarer konstanter Strom zuerst hindurchgeht, wenn die elektromotorische Kraft gleich 2,2 Daniell ist, und dafs von da ab die Polarisation wachse bis zu einem Maximum nach einer logarithmischen Gleichung

$$\frac{p}{E} = C - Ne^{-\alpha J},$$

worin E die elektromotorische Kraft des primären Stromes, dessen Intensität gleich J ist, und C, N, α drei Konstanten sind, deren Wert von den gewählten Einheiten der elektromotorischen Kraft und der Stromstärke abhängig ist, e ist die Grundzahl des natürlichen Logarithmensystems.

Auch wenn die elektromotorische Kraft kleiner ist als 2,2 Daniell, entsteht Polarisation und die entstehende Polarisation ist es, welche den Durchgang des Stromes hindert. Indem Crova mit Hilfe einer wippenartigen Vorrichtung direkt die Stromstärke der polarisierenden Elemente und des durch die Polarisation erzeugten Stromes mit einander verglich, kam er zu dem Resultat, dafs so lange der Wasserzersetzungsapparat nicht von einem Strome durchflossen ist, die elektromotorische Kraft der Polarisation stets gleich ist der elektromotorischen Kraft des polarisierenden Stromes.

Das Auftreten einer Polarisation bei geringern elektromotorischen Kräften als zu einer sichtbaren Wasserzersetzung erforderlich ist und das wenigstens in gasfreien Flüssigkeiten eintretende Aufhören des Stromes hat zu der Auffassung der Zersetzungszelle als eines Kondensators geführt[2]), dessen Belegungen, die Elektroden, welche durch die Flüssigkeit von einander getrennt sind, durch den polarisierenden Strom bis zu dem gleichen Werte der Potentialfunktion geladen werden, welcher an den Polen der den polarisierenden Strom liefernden Kette vorhanden ist. Dieser Kondensator hat eine sehr grofse Kapacität, so dafs es unter Umständen selbst Minuten dauern kann, bis er vollständig geladen ist. Herwig[3]) betrachtet in dieser Auffassung die Flüssigkeit einfach als ein Dielektricum, welches durch eine Drehung der Moleküle des Elektrolyten resp. durch eine Orientierung derselben dielektrisch polarisiert wird. Varley[4]), v. Helmholtz[5]) und besonders Colley[6]) sehen dagegen jede Elektrode als einen Kondensator an. Wenn man sich nach der gewöhnlichen Vorstellungsweise negativ geladenen Sauerstoff der einen Elektrode, positiv geladenen Wasserstoff der andern Elektrode genähert denkt, aber so, dafs ein Austausch der

1) *Crova*, Annales de chim. et de phys. III. Série T. LXVIII. Man sehe auch *Exner*, Wiedem. Ann. Bd. VI.

2) *Varley*, Proceedings of the Royal Society of London. Januar 12. 1871. *Maxwell*, A Treatise of electricity. Bd. I. S. 408 (deutsche Ausgabe). *Helmholtz*, Poggend. Ann. Bd. CL.

3) *Herwig*, Wiedem. Ann. Bd. II, Bd. IV, Bd. VI, Bd. XI, Bd. XIII.

4) *Varley*, Philosophical Transactions for the year 1871. Bd. CLXI.

5) *v. Helmholtz*, Poggend. Ann. Bd. CL. Wiedem. Ann. Bd. XI.

6) *Colley*, Wiedem. Ann. Bd. VII.

Digitized by Google

Elektricität zwischen den genannten Bestandteilen des Wassers und den Elektroden nicht möglich ist, so wird sich auf der Elektrode selbst die entsprechende Menge der entgegengesetzten Elektricitäten anhäufen können, und jede Elektrode würde dann mit der Flüssigkeit einen Kondensator von verschwindend kleiner Dicke der isolierenden Schicht und eben deshalb von sehr grofser Kapacität bilden.

Nach dieser Auffassung müfste der polarisierende Strom stets nur von kurzer Dauer sein und dann aufhören; aber auch abgesehen von dieser Auffassung mufs bei Festhaltung der Anschauung, dafs die Flüssigkeiten den Strom nur elektrolytisch leiten, schon nach dem Princip von der Erhaltung der Energie nach dem kurz dauernden Ladungsstrom der Strom durch einen Wasserzersetzungsapparat unterbrochen werden, so lange die elektromotorische Kraft einen gewissen Wert nicht erreicht. Die Wasserzersetzung verlangt eine gewisse Arbeit, deren Wärmewert durch die Verbrennungswärme des Wasserstoffs gegeben ist Nach J. Thomsen verlangt ein Molekül Wasser zur Zersetzung 68 360 Wärmeeinheiten, das für ein zersetztes Wassermolekül im Daniellschen Elemente aufgelöste Zinkmolekül liefert indes, wie wir sahen, nur rund 50 000 Wärmeeinheiten, es ist demnach eine elektromotorische Kraft von mindestens etwa 1,5 Daniell schon theoretisch, abgesehen davon, dafs die Polarisation, wie wir schon sahen, über diesen Wert hinaus wächst, erforderlich, um eine wirkliche Zersetzung des Wassers und Abscheidung des Wasserstoffs und Sauerstoffs möglich zu machen. Es kann daher bei schwächern elektromotorischen Kräften nur eine andere Anordnung der Moleküle, welche eben die Polarisation bewirkt, ein neuer Gleichgewichtszustand hergestellt werden. Die zur Herstellung dieses Zustandes aufgewandte Arbeit ist in den Elektroden aufgespeichert, und kann in dem kurzdauernden Depolarisationsstrom wieder gewonnen werden.

In Wirklichkeit zeigt sich aber, dafs der polarisierende Strom sehr lange, wenn auch ohne sichtbare Gasentwicklung fortdauert, und wie v. Helmholtz sagt, eigentlich nie aufhört. v. Helmholtz hat gezeigt[1]), dafs man, um diese Fortdauer des Stromes zu verstehen, nicht notwendig hat für die Flüssigkeiten eine von der elektrolytischen Leitung verschiedene metallische Leitung anzunehmen, dafs vielmehr der Strom durch den von ihm als elektrolytische Konvektion bezeichneten Vorgang fortbestehen könne.

v. Helmholtz erinnert zunächst daran, dafs die Polarisation einer Platinplatte, welche als Wasserstoffelektrode in einer Zersetzungszelle dient, durch direkte Berührung mit dem Sauerstoff der Luft, durch Zuleiten lufthaltigen Wassers und durch Berührung mit solchen Flüssigkeiten, welche Sauerstoff chemisch gebunden enthalten, ihn aber an den ausscheidenden Wasserstoff abgeben können, vermindert oder aufgehoben werden kann. Das gleiche gilt von der Sauerstoffelektrode, wenn sie mit im Wasser gelöstem Wasserstoff oder chemischen Verbindungen in Berührung ist, welche Sauerstoff aufnehmen können. Wir haben ja gesehen, dafs die Aufnahme des Wasserstoffs vom Platin des Groveschen, der Kohle des Bunsenschen Elementes durch die Salpetersäure Ursache ist, dafs diese Elemente nicht durch Polarisation geschwächt werden.

1) *v. Helmholtz,* Poggend. Ann. Bd. CL. Wiedem. Ann. Bd. XI.

Digitized by Google

Weiter macht v. Helmholtz darauf aufmerksam, dafs nach den Beobachtungen von Graham das Platin die Fähigkeit hat Gase, besonders Wasserstoff, aber auch, wenn auch in geringerem Mafse, Sauerstoff in sich aufzunehmen.

Wenn nun ein elektrischer Strom in eine Wasserzersetzungszelle geleitet wird, deren Flüssigkeit Wasserstoff gelöst enthält oder deren Platinelektroden ihn eingeschlossen haben, so wird an derjenigen Elektrode, zu welcher der Strom den Sauerstoff hindrängt, dieser wieder zu Wasser werden können, indem eine entsprechende Menge gelösten Wasserstoffs aus der Flüssigkeit oder eingeschlossenen Wasserstoffs aus der Elektrode dazu verbraucht wird. Andererseits wird statt dieses bisher freien, wenigstens nicht mit Sauerstoff chemisch vereinigten Wasserstoffs eine gleiche Menge elektrolytisch ausgeschiedenen Wasserstoffs an der anderen Elektrode wieder erscheinen und entweder in der Flüssigkeit sich lösen oder auch in der Platinelektrode eingeschlossen werden. Obgleich hier also Elektrolyse in der Flüssigkeit stattfindet, so kommen doch schliefslich die beiden Produkte der Elektrolyse nicht zum Vorschein, sondern das Endresultat ist, dafs freier Wasserstoff an oder in der einen Elektrode verschwindet und an der andern in vermehrter Menge auftritt. Dieser Vorgang ist es, den v. Helmholtz als elektrolytische Konvektion bezeichnet. Es ist bei diesem Vorgange von der den Strom treibenden elektromotorischen Kraft nicht die Arbeit gegen die chemischen Verwandschaftskräfte des Wasserstoffs und Sauerstoffs zu leisten, welche geleistet werden mufs, wenn Wasser in diese seine beiden Elemente endgültig getrennt werden mufs; elektrolytische Konvektion kann deshalb durch eine schwache elektromotorische Kraft unterhalten werden, welche durchaus nicht imstande ist, Wasser wirklich zu zersetzen.

Gleiches gilt, wenn die Flüssigkeit Sauerstoff gelöst oder die Elektroden solchen eingeschlossen enthalten, dann verschwindet durch die elektrolytische Konvektion Sauerstoff auf der einen Seite, während eine gleiche Menge an der andern Seite wieder zum Vorschein kommt.

Der auf solche Weise bei dem Vorgange der Konvektion auf der einen Elektrode frei gewordene Wasserstoff oder Sauerstoff ist, soweit er nicht in die Elektrode eingeschlossen wird, ebenso frei in die Flüssigkeit zu diffundieren, durch Strömungen derselben fortgeführt zu werden, oder auch sich als Gas zu entwickeln, wenn die Flüssigkeit gesättigt ist, wie die bei der gewöhnlichen Elektrolyse entwickelten Gase. Indem das Gas in der Flüssigkeit diffundiert, kann es wieder zur andern Elektrode gelangen, um wieder der elektrolytischen Konvektion zu verfallen und auf diese Weise in fortdauerndem Kreislauf einen gewissen Grad elektrischer Strömung unterhalten.

Hiernach kann ein Daniellsches Element in einem Voltameter mit Platinelektroden nicht nur dann, wenn die Flüssigkeit mit der Luft in Berührung ist, einen dauernden Strom unterhalten, sondern auch in einem vollkommen abgeschlossenen Gefäfse, wenn dessen Elektroden mit Sauerstoff oder Wasserstoff gesättigt sind, oder die Flüssigkeit die Gase aufgelöst enthält. Ist aber das Material zur elektrolytischen Konvektion nicht vorhanden, so mufs der Strom aufhören.

v. Helmholtz hat diese Theorie durch Versuche bestätigt; als Voltameter

Digitized by Google

wurde der obere Teil einer Quecksilberluftpumpe verwandt, indem auf das Quecksilber gesäuertes Wasser gebracht wurde; die Elektroden waren cylindrisch zusammengebogene Platinbleche, welche durch eingeschmolzene Drähte in den Stromkreis eingeschaltet werden konnten. Durch Heben und Senken des Quecksilbers mit dem darauf befindlichen Wasser konnte der Raum über dem Wasser luftleer gemacht werden und so das Wasser von aufgelösten Gasen befreit werden.

Es zeigte sich zunächst, dafs, wenn die Elektroden mit Wasserstoff oder Sauerstoff und die Flüssigkeiten mit Gasen gesättigt werden, selbst in dem hermetisch abgeschlossenen Gefäfse der Strom lange fortdauerte; am vollständigsten liefs sich das erreichen, wenn die Elektroden mit Wasserstoff gesättigt waren, dadurch, dafs man zunächst längere Zeit durch einen dritten als Anode dienenden Draht, welchem die Elektroden als Kathoden gegenüberstanden, einen stärkeren Strom durch die Flüssigkeit hindurchleitete. Werden die Platten, nachdem sie und die Flüssigkeit reichlich mit Wasserstoff gesättigt sind, in den Stromkreis eines Daniellschen Elementes eingeschaltet, so geht der Strom durch Konvektion geradeso durch die Flüssigkeit hindurch, wie durch ein Metall, es tritt gar keine Polarisation ein, der Strom bleibt stunden-, ja tagelang konstant. Erst dann, wenn durch die Konvektion der Wasserstoffvorrat in der einen Platte anfängt abzunehmen, hört die Konstanz des Stromes auf.

Sind die Elektroden stark mit Gas gesättigt, wird dagegen die Flüssigkeit gasfrei gemacht, so ist anfangs das Verhalten dasselbe, nach einiger Zeit, unter Umständen mehreren Tagen, wurde indes der Strom unmerkbar, obwohl das benutzte Galvanometer noch einen Grad Ablenkung erhielt, wenn dasselbe von einem Strom durchflossen wurde, der in 24 Stunden 0,03 Kubikcentimeter Wasserstoff entwickeln konnte.

Wurden dagegen auch die Platten von den eingeschlossenen Gasen befreit, so wurde der Strom eines Daniellschen Elementes sehr rasch unmerklich. Als nämlich an den mit Sauerstoff beladenen in der gasfreien Flüssigkeit befindlichen Platinplatten dadurch, dafs sie als Kathoden dienten, während das mit ein wenig Zink versetzte Quecksilber als Anode benutzt wurde, mit einem schwachen Strom kleine Mengen Wasserstoff abgeschieden waren, nahm die Stärke des Stromes rasch ab, und als diese Wasserstoffabscheidung mehrfach wiederholt war, gelang es schliefslich, die Platten so sehr von Sauerstoff zu befreien, dafs der Strom nach 18 Minuten unmerklich wurde[1]).

Man wird daher die elektrolytische Konvektion als die Ursache anerkennen müssen, dafs selbst unter der Stromstärke, welche eine Zersetzung des Wassers hervorbringt, dauernde Ströme die Flüssigkeit durchströmen können.

Die Zunahme der Polarisation bis zu einem Maximum müssen wir der zunehmenden Verdichtung der Gase an den Elektroden zuschreiben[2]),

1) Über den Gang der Polarisation mit wachsender Zeit sehe man *Bernstein*, Poggend. Ann. Bd. CLV; *v. Helmholtz*, Wiedem. Ann. Bd. XI; *Witkowski*, Wiedem. Ann. Bd. XI.

2) Man sehe *Kohlrausch*, Poggend. Ann. Bd. CXLVIII; *Beetz*, Wiedem. Ann. Bd. V, Bd. X; *Fromme*, Wiedem. Ann. Bd. XII. Eine andere Ansicht vertritt *F. Exner*, Wiedem. Ann. Bd. VI.

Digitized by Google

sei es, dafs wir den Wasserzersetzungsapparat zunächst als Kondensator auffassen, sei es, dafs wir die elektromotorische Kraft als durch die Wechselwirkung der verdichteten Gase und der Metalle uns entstanden denken.

Über die absolute Gröfse der elektromotorischen Kraft der Polarisation, wenn dieselbe ihr Maximum erreicht hat, hat wohl zuerst Wheatstone Messungen angestellt. Er wandte dazu die von uns als die Wheatstonesche beschriebene Messungsmethode an. In einen Stromkreis, der ein Galvanometer enthielt, wurde ein Rheostat eingeschaltet und beobachtet, eine wie grofse Drahtlänge von einem gewissen Punkte an eingeschaltet werden mufs, um die Ablenkung des Galvanometers von einer gewissen Ablenkung α auf eine andere α' herabzubringen. Dann wird der Zersetzungsapparat eingeschaltet, der Rheostat so gestellt, dafs am Galvanometer die Ablenkung α entsteht, und nun die Drahtlänge beobachtet, welche erforderlich ist, um wieder die Ablenkung α' zu erhalten. Ist nun die elektromotorische Kraft der benutzten Batterie E, die der Polarisation p, und sind die beiden gefundenen Längen l und l_1, so ist

$$E : E - p = l : l_1$$

$$E : p = l : l - l_1$$

$$p = \frac{l - l_1}{l} \cdot E.$$

Als Wheatstone auf diese Weise drei seiner Elemente anwandte, fand er

$$3\,E = 90$$

$$3\,E - p = 21 = 90 - 69.$$

Bei 4, 5, 6 Elementen fand er $l - l_1$ gleich 70, 71, 70.

Bezogen auf die elektromotorische Kraft eines Wheatstoneschen Elementes ist demnach

$$p = \frac{70}{30} = 2{,}333.$$

Wie wir §. 88 sahen, ist die elektromotorische Kraft eines Wheatstoneschen Elementes gleich 0,838 eines Daniellschen; daraus würde also für p, bezogen auf das Daniellsche Element, folgen

$$p = 1{,}955\ \mathrm{D}.$$

Nach derselben Methode und unter Anwendung der nach ihm benannten Zellen fand Daniell[1] die Polarisation in einem Voltameter mit Platinelektroden bei Anwendung verschiedener Stromstärken zwischen

$$p = 2{,}49\ \mathrm{D.}\ \text{ und } p = 2{,}85\ \mathrm{D.}$$

Später hat Buff nach der Ohmschen Methode für die elektromotorische Kraft der Polarisation zwischen Platinelektroden bei verschiedenen Stromstärken Werte gefunden[2]), welche zwischen 11,31 und 9,63 lagen; die elektromotorische Kraft eines Bunsenschen Elementes gleich 7,134 gesetzt.

---

1) *Daniell*, Philosophical Transactions for 1842. Poggend. Ann. Bd. LX.
2) *Buff*, Poggend. Ann. Bd. LXXIII.

Digitized by Google

Der zuerst angegebene Wert ist das beobachtete Maximum. Nach demselben Mafse giebt Buff die elektromotorische Kraft eines Daniellschen Elementes gleich 4,207 an. Somit ist nach Buff

$$p = \frac{11,31}{4,207} \cdot \text{D.} = 2,68 \text{ D.}$$

Einen etwas kleineren Wert findet Poggendorff[1]), er giebt

$$p = 2,333 \text{ D.}$$

bei starken Strömen als Maximum, bei schwächeren Strömen sank sie auf etwa 2 D.

Svanberg[2]) erhält etwa den gleichen Wert wie Poggendorff 2,31 D.

Aus den schon vorhin erwähnten Versuchen von Crova ergiebt sich, dafs der Strom sichtbar die Flüssigkeit zwischen Platinelektroden durchsetzt, wenn die elektromotorische Kraft gleich 2,2 D. ist, dafs indes mit wachsender Stromstärke die Polarisation bis 2,56 D. zunimmt.

Beetz findet[3]), dafs die elektromotorische Kraft der Polarisation so lange, bis sie etwa diejenige des Groveschen Elementes erreicht, derjenigen der polarisierenden Kette gleich ist, dafs sie bei wachsender elektromotorischer Kraft langsamer wächst, und wenn die Platten sich in verschiedenen durch ein mit Flüssigkeit gefülltes Verbindungsrohr verbundenen Gefäfsen befinden, bis 2,13 D., wenn sich die Platten in demselben Gefäfse befinden, bis 2,3 D. steigt. Denselben Wert fand Tait[4]).

F. Exner[5]) ist der Ansicht, wesentlich aus theoretischen Gründen, dafs die eigentliche Polarisation überhaupt nur eine elektromotorische Kraft von etwa 1,5 D. habe, dafs alle gröfseren Werte auf sekundären Einflüssen beruhen.

Von gröfstem Einflufs auf die Gröfse der Polarisation ist die Natur der Elektroden; schon als Poggendorff die blanken Platinelektroden mit platinierten vertauschte, sank die Polarisation auf 1,83 D. und bei schwachen Strömen auf 1,71 D.

Bei Anwendung anderer Elektroden ist die Polarisation erheblich schwächer; mit Übergehung älterer Versuche von Svanberg[6]), Buff u. a.[7]) wollen wir nur die Versuche von Beetz[8]) genauer besprechen, da diese noch eine Reihe anderer wichtiger Resultate enthalten.

Beetz beobachtete zunächst die elektromotorischen Kräfte verschiedener Elemente mit dem Quadrantenelektrometer nach der Methode von Fuchs (§. 88), indem zunächst, wenn die Kette gar nicht geschlossen war, die Potentialdifferenz der Pole gemessen wurde, und dann, wenn die Kette 3 Minuten geschlossen war. In den aus zwei Metallen und verdünnter Schwefelsäure bestehenden Ketten tritt eine Polarisation nur durch Wasser-

1) *Poggendorff*, Poggend. Ann. Bd. LXX.
2) *Svanberg*, Poggend. Ann. Bd. LXXIII.
3) *Beetz*, Wiedem. Ann. Bd. X.
4) *Tait*, Philosophical Magazin 4 series vol. XXXVIII.
5) *F. Exner*, Wiedem. Ann. Bd. VI.
6) *Svanberg*, Poggend. Ann. Bd. LXXIII.
7) *Buff*, Poggend. Ann. Bd. LXXIII; *Tait*, a. a. O.
8) *Beetz*, Wiedem. Ann. Bd. X.

Digitized by Google

stoff am negativen Metall ein, da das positive Metall aufgelöst wird. Die Differenz der elektromotorischen Kette vor und nach dem Schlufs der Kette giebt somit die Polarisation p des negativen Metalles durch Wasserstoff.

Beetz erhielt, die elektromotorischen Kräfte in Daniells ausgedrückt, folgende Zahlen

	Zink-Platin	Zink-Silber	Zink-Kupfer
offen	1,52	1,23	0,98
geschlossen	0,72	0,51	0,46
$p =$	0,80	0,72	0,54

In einer zweiten Versuchsreihe wurde als positives Metall Natrium gebraucht, indem ein dicker Brei von Natriumamalgam in eine poröse Thonzelle gefüllt und diese in verdünnte Schwefelsäure gesetzt wurde; in der Schwefelsäure stand das negative Metall. Um das Natriumamalgam zur Erde ableiten oder mit dem negativen Metall oder dem Elektrometer verbinden zu können, war in dasselbe ein Platindraht gesteckt. Er erhielt

	Natrium-Platin	Natrium-Silber	Natrium-Kupfer	Natrium-Zink
offen	2,31	2,05	1,79	0,78
geschloss.	1,33	1,22	1,14	0,68
$p =$	0,98	0,83	0,65	0,10

Die für die gleichen Metalle in der zweiten Reihe gefundenen Zahlen sind etwas gröfser als in der ersten, weil das Element mit Natrium einen stärkern Strom giebt als mit Zink; Platin erhält die gröfste, Zink die kleinste Polarisation.

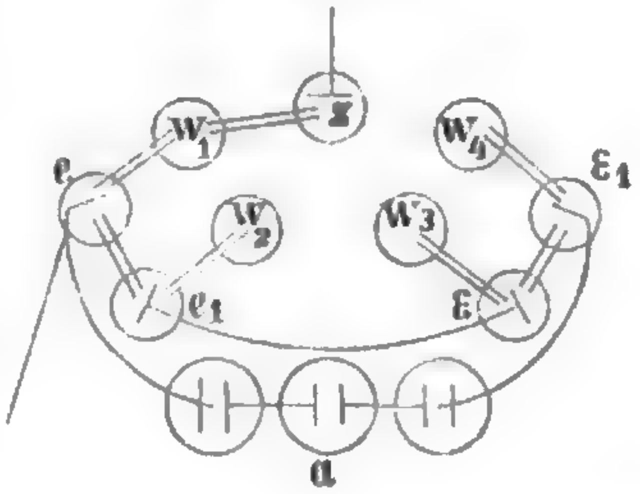
Man sieht, wie sowohl für die offene als geschlossene Kette das Spannungsgesetz gilt, denn es ist z. B.

Natr.-Platin offen = 2,31 = Natr.-Zink 0,78 + Zink-Platin 1,52 = 2,30.
„ geschl. = 1,33 = „ 0,68 + „ 0,72 = 1,40.

Die Polarisation des Zinks durch Wasserstoff in der verdünnten Schwefelsäure ist demnach nur etwa ein Zehntel von der des Platins. Interessant ist der von Beetz hierbei geführte Nachweis, dafs das Zink als negatives Metall von der Schwefelsäure nicht angegriffen wird.

In einer weiteren Versuchsreihe zeigt dann Beetz, dafs die Polarisation einer Platinplatte durchaus davon unabhängig ist, welches zweite Metall ihr gegenübersteht. Die von ihm benutzte Versuchsanordnung zeigt Fig. 192. Die beiden Gefäfse e und e_1, welche durch ein mit verdünnter Schwefelsäure gefülltes an den Enden mit Pergamentpapier verschlossenes Heberrohr mit einander verbunden waren, und ebenso die beiden Gefäfse ε und ε_1 bildeten je einen Zersetzungsapparat, welche gleichzeitig und hinter einander in den Stromkreis der Batterie a eingeschaltet wurden. Die Gefäfse e_1 und ε_1 enthielten stets Platin in verdünnter Schwefelsäure, die Gefäfse e und ε entweder Zink in Zinkvitriollösung oder Kupfer in

Fig. 192.



Digitized by Google

Kupfervitriollösung oder Silber in Silbernitratlösung oder auch Platin in verdünnter Schwefelsäure.

Die Gefäſse standen jedes mit einem der Gefäſse w_1, w_2 . . . durch mit Wasser gefüllte Heberrohre in Verbindung; die Gefäſse w_1 . . . waren mit Wasser gefüllt. Das Gefäſs Z enthielt konzentrierte Zinkvitriollösung, in welcher eine amalgamierte Zinkplatte sich befand, welche mit dem einen Quadrantenpaare eines Quadrantenelektrometers verbunden war; dasselbe konnte durch ein mit Wasser gefülltes Heberrohr mit jedem der Gefäſse w_1, w_2 . . . verbunden werden.

Die vier Elektroden in den Gefäſsen e und ε wurden somit stets durch denselben Strom polarisiert; um die Polarisation an jeder derselben zu messen wurde folgendermaſsen verfahren. Vor jedem Stromschluſs wurde zuerst die Potentialdifferenz zwischen der in z befindlichen Zinkplatte und jeder der Elektroden bestimmt. Es wurde zu dem Zwecke die betreffende Elektrode z. B. e ebenso wie das eine Quadrantenpaar zur Erde abgeleitet, die in z tauchende Heberröhre mit ihrem andern Ende in w_1 eingetaucht und der Ausschlag am Elektrometer gemessen. Dieser Ausschlag giebt die Potentialdifferenz zwischen der Zinkplatte z und der nicht polarisierten Platte in e; bezeichnen wir denselben mit $z \mid e$. Denn da die Platte e ebenso wie das eine Quadrantenpaar mit der Erde verbunden war, ist die an z beobachtete Potentialfunktion die Differenz zwischen z und e. Nachdem so für alle 4 Platten verfahren war, wurde der Strom geschlossen. Nehmen wir an der Strom flieſst in der Richtung $e e_1 \varepsilon \varepsilon_1$, so wird e durch Sauerstoff polarisiert. Es wird wieder e zur Erde abgeleitet und verfahren wie vorhin. Der Ausschlag am Elektrometer giebt jetzt die Potentialdifferenz zwischen der amalgamierten Platte z und der polarisierten Elektrode e, nennen wir diese Differenz $z \mid e_0$. Ziehen wir von diesem Werte die vorher gefundene Differenz $z \mid e$ ab, so ist $z \mid e_0 - z \mid e = e \mid e_0$ die elektrische Differenz zwischen der mit Sauerstoff polarisierten Elektrode e und der nicht polarisierten, also die durch den Sauerstoff bedingte Polarisation.

So wurde in der ersten Versuchsreihe in e eine Zinkplatte in Zinkvitriol, in e_1 eine Platinplatte in verdünnter Schwefelsäure, in ε eine Kupferplatte in konzentrierter Lösung von Kupfervitriol und in ε_1 wieder eine Platinplatte in verdünnter Schwefelsäure angewandt. Der Strom wurde, nachdem die Werte $z \mid Zn$, $z \mid Pt$, $z \mid Cu$, $z \mid Pt$ beobachtet waren, in der Richtung $\varepsilon_1 - e$ hindurchgesandt, so daſs die beiden Platinplatten durch Sauerstoff, die Kupfer- und Zinkplatte durch Wasserstoff polarisiert wurden. Die Beobachtungen ergaben

$z \mid Zn = -0{,}07$	$z \mid Pt = 1{,}51$	$z \mid Cu = 0{,}98$	$z \mid Pt = 1{,}49$
$z \mid Zn_H = -0{,}08$	$z \mid Pt_0 = 2{,}59$	$z \mid Cu_H = 0{,}95$	$z \mid Pt_0 = 2{,}57$
$Zn \mid Zn_H = -0{,}01$	$Pt \mid Pt_0 = 1{,}08$	$Cu \mid Cu_H = -0{,}03$	$Pt \mid Pt_0 = 1{,}08$

In e Zink in Zinkvitriol, in e_1, ε, ε_1 Platin in verdünnter Schwefelsäure unter Anwendung desselben Stromes von 4 Groveschen Elementen ergab:

Digitized by Google

$z \mid Zn = -0{,}06$	$z \mid Pt = 1{,}41$	$z \mid Pt = 1{,}41$	$z \mid Pt = 1{,}41$
$z \mid Zn_H = -0{,}07$	$z \mid Pt_0 = 2{,}39$	$z \mid Pt_H = 0{,}44$	$z \mid Pt_0 = 2{,}39$
$Zn \mid Zn_H = -0{,}01$	$Pt \mid Pt_0 = 0{,}98$	$Pt \mid Pt_H = -0{,}97$	$Pt \mid Pt_0 = 0{,}98$

Die Kombination wie bei dem ersten Versuche, es wurde aber der Strom von 3 Groves von e nach ε_1 geführt, ergab

$z \mid Zn = 0{,}02$	$z \mid Pt = 1{,}44$	$z \mid Cu = 1{,}00$	$z \mid Pt = 1{,}43$
$z \mid Zn_0 = 0{,}03$	$z \mid Pt_H = 0{,}58$	$z \mid Cu_0 = 1{,}02$	$z \mid Pt_H = 0{,}57$
$Zn \mid Zn_0 = 0{,}01$	$Pt \mid Pt_H = -0{,}86$	$Cu \mid Cu_0 = 0{,}02$	$Pt \mid Pt_H = -0{,}86$

Wie hier so ergaben alle Versuche, daſs die Polarisation einer Platinplatte, sei es durch Sauerstoff oder Wasserstoff durch einen und denselben Strom immer dieselbe ist, einerlei ob ihr Platin oder ein anderes Metall im Zersetzungsapparat gegenübersteht, es wird demnach im Zersetzungsapparat jede Platte für sich polarisiert und die Gesamtpolarisation ist die Summe der Polarisationen der beiden Platten.

Die starke Polarisation, welche durch Sauerstoff eintritt, muſs zu der Ansicht führen, daſs der in der Anode verdichtete Sauerstoff in aktivem Zustande abgeschieden wird, denn in der Gassäule ist die Polarisation des nicht elektrolytisch mit Sauerstoff bedeckten Platins gegen reines Platin nur 0,14 D. (§. 88).

Die zweite Versuchsreihe zeigt, daſs die Polarisation des Platins durch Sauerstoff gleich derjenigen durch Wasserstoff ist; es wurde das früher auf Grund der Versuche von Poggendorff, Svanberg und Beetz als Regel angenommen, die neuern Versuche von Beetz ergaben aber, daſs das nicht immer der Fall ist, besonders nicht, wenn die Elektroden an Gröſse erheblich verschieden sind. Die obigen Versuche bestätigen den schon früher von Du Bois-Reymond[1]) ausgesprochenen Satz, daſs amalgamierte Zinkelektroden in konzentrierter Zinkvitriollösung oder Chlorzinklösung keine oder nur sehr geringe Polarisation annehmen. Nach Versuchen von Patry[2]) erhält man in der That gar keine Polarisation, wenn die Zinklösungen vollkommen säurefrei sind.

Beetz hat eine Anzahl von Messungen über die Polarisation durch andere Gase angestellt und mit der elektromotorischen Kraft in Gassäulen verglichen[3]); er fand die elektromotorische Kraft gegen reines Platin vom Platin

polarisiert durch	elektrom. Kraft	elektrom. Kraft in der Gassäule
Jod	0,171 *D*	0,160 *D*
Brom	0,329 *D*	0,332 *D*
Chlor	0,505 *D*	0,471 *D*
Wasserstoff	0,910 *D*	0,833 *D*
Wasserstoff gegen Platin in Chlor	1,375 *D*	1,335 *D*

1) *Du Bois-Reymond*, Monatsber. der Berliner Akad. 1859. S. 443.
2) *Patry*, Poggend. Ann. Bd. CXXXVI.
3) *Beetz*, Poggend. Ann. Bd. XC.

Digitized by Google

In der Regel ist die elektromotorische Kraft der Polarisation etwas gröfser als jene in der Gassäule[1]), was ohne Zweifel der gröfsern Verdichtung des Gases am Platin bei der Elektrolyse zuzuschreiben ist[2]); im übrigen besteht aber eine so grofse Übereinstimmung zwischen der elektromotorischen Kraft der Polarisation und derjenigen in der Gassäule, dafs darin der vollständigste Beweis gegeben ist für die vorhin schon aufgestellte Erklärung, dafs die elektromotorische Kraft der Polarisation und jene der Gassäule Erscheinungen gleicher Art, dafs beide der elektrischen Erregung der an und in den Metallen verdichteten Gase zuzuschreiben sind. Gleichzeitig ist dadurch der Beweis geliefert, dafs ein Übergangswiderstand, wie er früher angenommen wurde, nicht existiert, oder doch nur äufserst gering ist, da alle diese Werte über die elektromotorische Kraft der Polarisation unter der Voraussetzung erhalten sind, dafs ein Übergangswiderstand nicht vorhanden sei.

Da somit die Verdichtung der ausgeschiedenen Gase an den Elektroden die Ursache der Polarisation ist, so wird sie durch alle Umstände, welche die Gasschicht vermindern oder teilweise fortnehmen, geschwächt werden müssen. Dem entsprechend haben De la Rive[3]) und Poggendorff[4]) gezeigt, dafs Verminderung des Druckes über dem Voltameter, Vorsselmann de Heer[5]), dafs Erschütterung der Elektroden und Poggendorff[6]), Beetz[7]), Robinson[8]) und Crova[9]), dafs Erwärmung der Elektroden die Polarisation schwächt. Es würde zu weit führen, auf alle diese Punkte im einzelnen einzugehen.

§. 109.

Sekundäre Elemente; Accumulatoren. Neben der im vorigen Paragraphen betrachteten Polarisation tritt noch eine andere ein, welche in einer chemischen Änderung der Elektroden ihre Ursache hat, und die wir hier kurz erwähnen, weil dieselbe in der elektrotechnischen Praxis eine ausgedehnte Anwendung gefunden hat. Diese Polarisation zeigt sich, wenn man als Elektroden Metalle anwendet, auf denen durch den Strom Superoxyde gebildet werden können. Diese Polarisation ist wohl zuerst von Sinsteden[10]) beobachtet worden, als er Ströme mit Elektroden von Silber, Blei oder Nickel durch verdünnte Schwefelsäure leitete. Die positive Elektrode bedeckt sich dann mit Superoxyd, wodurch sie gegen die negative Elektrode desselben Metalles sehr stark negativ wird. Schliefst man die Zersetzungszelle für sich, so erhält man einen kräftigen Strom

---

1) Man sehe darüber auch die interessanten Versuche von *Macaluso* über die Polarisation bei der Elektrolyse der Chlorwasserstoffsäure. Berichte der Königl. Sächs. Gesellsch. der Wissensch. zu Leipzig. Jahrg. 1873. Bd. XXV.
2) Man sehe darüber auch *Fromme*, Wiedem. Ann. Bd. XII. S. 399.
3) *De la Rive*, Poggend. Ann. Bd. LIX.
4) *Poggendorff*, Poggend. Ann. Bd. LXX.
5) *Vorsselmann de Heer*, Poggend. Ann. Bd. XLIX.
6) *Poggendorff*, Poggend. Ann. Bd. LXI.
7) *Beetz*, Poggend. Ann. Bd. LXXIX.
8) *Robinson*. Man sehe *Wiedemann*, Elektricitätslehre Bd. II, S. 773.
9) *Crova*, Annales de chim et de phys. III. Sér. T. LXVIII.
10) *Sinsteden*, Poggend. Ann. Bd. XCII. S. 17 ff.

Digitized by Google

von viel längerer Dauer als den gewöhnlichen Polarisationsstrom; derselbe dauert ebenso lange, bis das gebildete Superoxyd aufgebraucht ist.

Unabhängig von Sinsteden hat Planté[1]) dieselbe Beobachtung gemacht und dieselbe zur Konstruktion sogenannter sekundärer Batterieen benutzt. Diese sekundären Batterien bestehen aus zwei dünnen durch Kautschukstreifen von einander getrennten Bleiplatten, welche spiralig und so aufgerollt werden, dafs die einzelnen Spiralwindungen ebenfalls durch Kautschukstreifen von einander getrennt werden. An jeder Spirale befindet sich eine Klemmschraube, um dieselben als Elektroden in einen Stromkreis einschalten zu können. Die Spiralen werden in ein mit verdünnter Schwefelsäure gefülltes cylindrisches Gefäfs getaucht.

Zur Ladung des Elementes bedarf es einer elektromotorischen Kraft von etwa 2 Groves, da die elektromotorische Kraft des geladenen Elementes nach Planté etwa 1,5 Groves, also etwa 2,6 D. beträgt. Läfst man einen hinreichend kräftigen Strom längere Zeit durch das Element hindurchgehen, so bedeckt sich die positive Elektrode nach und nach mit einer, mit der Dauer des Stromdurchganges an Dicke wachsenden Schicht von Bleisuperoxyd[2]). Diese Bedeckung resp. die Verwandlung der positiven Platte in Bleisuperoxyd wird um so stärker, je öfter man das Element ladet und dabei die Stromrichtung wechselt, die abwechselnde Verwandlung des Bleis in Superoxyd und Verwendung derselben Platte als Kathode bewirkt eine Lockerung des Metalles, wodurch schliefslich die Oxydation immer tiefer eindringt.

Das Superoxyd bedeckt die Platte mit einem dichten Überzuge, man kann deshalb die Elemente geöffnet ziemlich lange stehen lassen, ohne dafs sie ihre Ladung verlieren, da die Ladung eben in dem gebildeten Superoxyd besteht. Man kann so in der That in diesen Elementen einen länger dauernden Strom aufspeichern, und ihn später zu einer beliebigen Zeit und an einem beliebigen Orte verwenden. Man nennt die sekundären Elemente deshalb auch Accumulatoren. Bei der Verwendung derselben zur Wiedergewinnung des aufgespeicherten Stromes, also zur Ausnutzung des gebildeten Superoxydes bleibt zunächst die elektromotorische Kraft der Elemente sehr konstant; erst wenn ein sehr grofser Teil des Bleisuperoxydes durch den von dem Elemente gelieferten Strom wieder reduziert ist, nimmt die elektromotorische Kraft rasch ab. Die Dauer, während welcher die elektromotorische Kraft konstant ist, hängt selbstverständlich von der Dauer der Ladung, also der Quantität des gebildeten Superoxydes und von der Stärke des von dem Elemente gelieferten Stromes ab.

Diese Aufspeicherung eines Stromes in den Accumulatoren hat vielfach zur Verwendung in der Elektrotechnik speciell auch für die elektrische Beleuchtung geführt. Man kann tagesüber etwa bei einer elektrischen Beleuchtungsanlage, welche nur eine gewisse Anzahl von Glühlampen zu speisen imstande ist, den Strom zur Ladung von Accumulatoren benutzen und nun diese des Abends verwenden, um eine weitere Anzahl von Glühlampen zum Leuchten zu bringen.

1) *Planté*, Poggend. Ann. Bd. CIX. Recherches sur l'électricité. Paris 1879.

2) Über die chemischen Vorgänge bei der Ladung der Sekundärelemente sehe man *Gladstone* und *Tribe*, Nature. Bd. XXV. S. 221 und 461.

Digitized by Google

Es sind deshalb, seit G. Planté zuerst die sekundären Elemente konstruiert hat, viele Modifikationen derselben angegeben worden, in gröfserem Mafsstabe wurden zuerst die von Faure angegebenen benutzt, der die Bleiplatte mit Mennige bedeckte und, um dieselbe festzuhalten, mit Flanell oder Filz umhüllte. Wir verweisen deswegen auf die Lehrbücher über Elektrotechnik und die verschiedenen elektrotechnischen Zeitschriften. Nur sei hier erwähnt, dafs der ausgedehnten Verwendung der Accumulatoren die grofsen Kosten derselben im Wege stehen, welche darin begründet sind, dafs die Elemente nicht von langer Dauer sind. Die vielfach wechselnde Oxydation und Reduktion des Bleis macht dasselbe bald brüchig so dafs die Bleiplatten auseinanderfallen und durch neue ersetzt werden müssen.

§. 110.

Passivität des Eisens. Aufser dem Auftreten einer elektromotorischen Gegenkraft an den Elektroden, welche den Strom in eine Flüssigkeit leiten, infolge der Polarisation oder der Bildung von Superoxyd an der Anode, zeigt sich häufig noch ein anderer Einflufs auf die elektromotorische Stellung der Elektroden gegen einander, welchen wir kurz erwähnen müssen. Vorzugsweise zeigt sich die Erscheinung am Eisen. Wenn man einen Eisendraht eine Zeitlang als positive Elektrode in einem Wasserzersetzungsapparat anwendet, dabei jedoch die Vorsicht gebraucht, zuerst den als Kathode dienenden Draht in die angesäuerte Flüssigkeit zu tauchen, so ist seine Stellung in der Spannungsreihe der Metalle dauernd verändert[1]). Gegen gewöhnliches Eisen zeigt sich dieses Eisen stark negativ elektrisch, ja während das Eisen in der Spannungsreihe dem positiven Ende näher steht als das Kupfer, steht das veränderte, oder wie man es wegen seines chemischen Verhaltens nennt, das passive Eisen zwischen dem Kupfer und Platin, es ist gegen Kupfer elektronegativ.

In chemischer Beziehung charakterisiert sich der passive Zustand des Eisens besonders dadurch, dafs das passive Eisen von Salpetersäure, deren spec. Gewicht ungefähr 1,3 ist, nicht aufgelöst wird, während das nicht passive Eisen sehr rasch in dieser Säure oxydiert und gelöst wird. Indes beschränkt sich dieses passive Verhalten des Eisens nicht auf die Unfähigkeit in Salpetersäure oxydiert zu werden, sondern auch in Salzlösungen verhält es sich ähnlich; auf Lösungen, auf welche Eisen sonst einwirkt, hat das passive Eisen keine Einwirkung. So reduziert passives Eisen aus Kupfervitriollösungen kein Kupfer.

Das Eisen wird indes nicht allein passiv durch die Anwendung desselben als positive Elektrode, sondern ebenfalls durch eine Reihe von andern Manipulationen.

Zunächst kann man das Eisen dadurch passiv machen, dafs man es ein oder mehrere Male in ganz konzentrierte Salpetersäure taucht[2]). Wenn man das eine Ende eines Eisendrahtes kurze Zeit in ganz konzentrierte

---

1) *Schönbein*, Poggend. Ann. Bd. XXXVII.
2) *Herschel,* Poggend. Ann. Bd. XXXII. *Schönbein*, Poggend. Ann. Bd. XXXVII. Schon im Jahre 1790 von Keir beobachtet. Philosophical Transactions for 1790. Schweiggers Journal. Bd. LIII. 1828.

Digitized by Google

Salpetersäure eintaucht, so kann man dasselbe nachher in die verdünntere eintauchen, ohne daſs es von derselben angegriffen wird.

Wenn man dann den Draht so umbiegt, daſs auch das vorher nicht eingetauchte Ende in die verdünnte Salpetersäure taucht, so wird auch dieses Ende nicht angegriffen, es wird passiv und kann dann auch für sich in verdünnte Säure getaucht werden ohne angegriffen zu werden. Man erkennt sofort, daſs der Grund dieser letzteren Erscheinung ein elektrischer ist; denn da das passive Eisen gegen gewöhnliches negativ ist, so geht in dem angegebenen Falle ein elektrischer Strom durch die Flüssigkeit von dem gewöhnlichen Eisen zu dem passiven; das vorher nicht passive Eisen wird also zur positiven Elektrode und deshalb ebenso passiv wie bei dem zuerst angegebenen Verfahren, das Eisen passiv zu machen.

Ganz auf demselben Grunde beruht das Passivwerden des Eisens, wenn man einen Eisendraht zugleich mit einem passiven Drahte oder mit einem Platindrahte in verdünnte Säure taucht und dafür sorgt, daſs die beiden Drähte sich auſserhalb der Flüssigkeit berühren[1]).

Nicht allein wenn man Eisen in konzentrierte Salpetersäure, sondern auch wenn man es in Jodsäure, Bromsäure oder Chlorsäure taucht, wird es nach den Versuchen von Beetz passiv[2]). Als Beetz Eisen in Schwefelsäure tauchte und es mit einem Kupferstreifen verband, welcher in verdünnter, von der konzentrierten durch ein poröses Diaphragma getrennter Schwefelsäure stand, so zeigte ein in die Verbindung eingeschaltetes Galvanometer, daſs das Eisen positiv war gegen Kupfer. Als er dann aber in die das Eisen umgebende Schwefelsäure Krystalle von jodsaurem, bromsaurem oder chlorsaurem Kali warf, verhielt sich, sobald die Zersetzung der Salze begonnen hatte, das Eisen negativ gegen Kupfer. Es war dann auch in Salpetersäure passiv.

Eine dritte Art, um das Eisen passiv zu machen, ist das Glühen desselben an der Luft[3]). Durch Erhitzen in Räumen, welche keine Luft enthalten, in Quecksilber oder geschmolzenem Zink, oder auch in Wasserstoffgas, welches vollkommen frei ist von Wasserdampf, wird das Eisen nicht passiv.

Als den Grund dieser eigentümlichen Erscheinung, welche sich vorwiegend beim Eisen, in geringerem Grade auch bei Kobalt, Nickel, Wismut, Zinn und Aluminium[4]) beobachten läſst, hat zuerst Faraday[5]) eine dünne, oft für das Auge gar nicht merkbare Oxydschicht angesehen, welche beim Passivwerden sich auf dem Eisen bildet. Und in der That sprechen, wie Beetz[6]) besonders hervorgehoben hat, alle Methoden, durch welche die Passivität auftritt, für diese einfache Erklärung; denn bei allen ist das Eisen in den für eine direkte Oxydation günstigsten Verhältnissen. Dient das Eisen als positive Elektrode, so scheidet sich an demselben

1) *Schönbein*, Poggend. Ann. Bd. XXXVIII.
2) *Beetz*, Poggend. Ann. Bd. LXVII.
3) *Schönbein*, Poggend. Ann. Bd. XXXVII. *Beetz*, Poggend. Ann. Bd. LXII.
4) *Schönbein*, Poggend. Ann. Bd. XLIII. Man sehe auch *Wiedemann*, Galvanismus. Bd. I. §. 540 ff. 2. Aufl.
5) *Faraday*, Philosophical Magazin. vol. IX u. X. 1837.
6) *Beetz*, Poggend. Ann. Bd. LXVII. Man sehe auch in Doves Repertorium Bd. VIII.

Digitized by Google

durch die Elektrolyse der Sauerstoff im aktiven Zustande als Ozon ab; in konzentrierter Salpetersäure befindet sich das Eisen in einer Umgebung, welche äufserst sauerstoffreich ist, und welche sehr leicht einen Teil des Sauerstoffs abgiebt; kann ja Kohle in konzentrierter Salpetersäure brennen. Gleiches gilt für das Eintauchen des Eisens in die Sauerstoffsäuren der Salzbildner. Dafs beim Erhitzen an der Luft das Eisen sich ebenfalls mit einer Oxydhaut, Oxyduloxyd, überzieht, ist eine bekannte Thatsache.

Ebenso ist es bekannt, dafs Eisenoxyduloxyd sich in Salpetersäure nicht auflöst; so dafs also auch das chemische Verhalten des passiven Eisens in dieser Annahme seine einfachste Erklärung findet. Auch das elektromotorische Verhalten findet darin seine Erklärung, denn das durch Erhitzen angelaufene, also oxydierte Eisen verhält sich ebenso negativ gegen Kupfer wie Eisen, welches auf anderem Wege passiv geworden ist.

Für dieselbe Erklärung sprechen auch alle die Mittel, durch welche man dem Eisen seinen passiven Zustand wieder nehmen kann. Dafs derselbe zunächst nur Folge einer oberflächlichen Veränderung ist, ergiebt sich daraus, dafs man durch Feilen, Abreiben mit Sandpapier dem Eisen seinen passiven Zustand wieder vollständig nehmen kann.

Ebenso verliert aber der passive Draht seine Eigenschaft vollständig, wenn man ihn in Verhältnisse bringt, in welchen die ihn bedeckende Oxydschicht reduziert wird. Das ist der Fall, wenn man den Draht in einem Strome von Wasserstoff glüht, wenn man ihn als negative Elektrode benutzt bei der Wasserzersetzung, oder wenn man ihn zugleich mit einem positivern Drahte in verdünnte Salpetersäure taucht und ihn mit dem positiveren Draht berührt.

Das ganze Phänomen ist also eigentlich kein elektrisches, sondern nur Folge einer Oberflächenänderung durch chemische Einflüsse, welche zugleich das elektrische Verhalten des Metalles modifiziert.

Solche Änderungen des elektrischen Verhaltens der Metalle sind noch viele zu beobachten, die sich darin z. B. zeigen, dafs wenn man zwei Drähte desselben Metalles nach einander in dieselben Flüssigkeiten taucht, Ströme auftreten[1]), oder auch darin, dafs die Ströme zwischen zwei Metallen bei längerem Verweilen in einer Flüssigkeit sich umkehren. Das ist z. B. der Fall, wenn man in eine mäfsig konzentrierte Lösung von Schwefelkalium Kupfer und Eisen taucht. Verbindet man gleich nach dem Eintauchen die beiden Metalle mit einem Galvanometer, so ist das Eisen positiv gegen das Kupfer; stellt man indes die Verbindung erst nach einiger Zeit her, so ist das Eisen negativ gegen das Kupfer. Es bleibt auch kurze Zeit negativ, wenn man die beiden Metalle darauf in verdünnte Schwefelsäure taucht; ein Beweis, dafs eine Oberflächenänderung des Eisens die Ursache dieses Verhaltens ist[2]).

§. 111.

Mechanische Wirkung des Stromes. Wir haben in §. 103 bereits eine mechanische Wirkung des Stromes kennen gelernt, die Fortführung

1) Man sehe Doves Repertorium. Bd. VIII. *Wiedemann*, Galvanismus. Bd. I. §. 543 ff. 2. Aufl.

2) *Fechner*, Lehrbuch des Galvanismus. *Wiedemann*, Galvanismus. Bd. I. §. 549 ff. 2. Aufl.

Digitized by Google

von Flüssigkeiten in der Richtung des positiven Stromes durch poröse Diaphragmen und ebenso die Fortführung suspendierter Teilchen im Innern der Flüssigkeiten. Die Theorie dieser Bewegungserscheinungen, wie sie sich nach den Versuchen von Quincke ergab, zeigte indes, daſs wir es hier nicht mit einer direkten mechanischen Wirkung des elektrischen Stromes zu thun haben, sondern mit einer Bewegung infolge elektrischer Anziehung und Abstoſsung ganz so wie die Bewegung der Teilmoleküle in den Elektrolyten zustande kam.

Man hat indes auch eine Reihe ganz direkter mechanischer Wirkungen auf feste Leiter beobachtet, die zeigen, daſs durch den Strom die Kohäsionsverhältnisse der Körper geändert werden. Kupferdrähte, welche lange als Stromleiter gedient haben, werden dadurch spröde und brüchig[1]) und wie Dufour beobachtet hat[2]) wird die Festigkeitsgrenze dadurch herunter gedrückt, indem ein Kupferdraht, welcher, ohne daſs er vom Strome durchflossen war, durch ein Gewicht von 6,29 kg zerrissen wurde, schon durch ein Gewicht von 5,34 kg zerrissen wurde, als der Strom eines Bunsenschen Elementes 19 Tage durch denselben hindurchgeleitet war.

Das entgegengesetzte Resultat erhielt Dufour mit Eisendraht; ein solcher von 0,248 mm Dicke zerriſs, wenn er mit 2,54 kg belastet wurde; nachdem der Strom eines Bunsenschen Elementes 4 Tage durch einen ebensolchen Draht hindurchgegangen war, ergab sich als Mittel aus drei Versuchen, daſs er erst durch 2,58 kg zerrissen wurde, und nachdem der Strom 19 Tage hindurchgegangen war, wurde er bei fünf Versuchen erst durch 2,898 kg zerrissen.

Auſser diesen Festigkeitsänderungen nach längerm Durchgange des Stromes hat Wertheim[3]) auch solche während des Durchganges des Stromes beobachtet. Im allgemeinen ist darnach die Festigkeit während des Durchganges des Stromes eine geringere, nur bei Eisendrähten zeigte sie sich in einzelnen Fällen gröſser.

Ebenso schloſs Wertheim[4]) aus seinen Versuchen, daſs der Elasticitätskoefficient bei dem Hindurchleiten eines Stromes durch einen Draht kleiner würde, indem der Longitudinalton des Drahtes bei dem Durchgange des Stromes tiefer wird. H. Streintz[5]) kam indes durch Messung der Schwingungsdauer von Torsionsschwingungen eines feinen Drahtes zu dem Resultate, daſs ein solcher Einfluſs nicht existiere, er fand bei derselben Temperatur die Torsionsschwingungen mit und ohne Strom stets gleich.

Edlund[6]) fand, daſs ein Draht durch den galvanischen Strom auch unabhängig von der durch den Strom stattfindenden Erwärmung verlängert wird, indem die Verlängerung des Drahtes bei dem Durchgange des Stromes gröſser ist, als sie der Ausdehnung infolge der durch den Strom eintretenden höhern Temperatur entspricht. Die Verlängerung soll mit

1) *Peltier*, Comptes Rendus Bd. XX. S. 62. Poggend. Ann. Bd. LXV.
2) *Dufour*, Poggend. Ann. Bd. XCIX.
3) *Wertheim*, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. XII. Poggend. Ann. Ergänzungsbd. II.
4) *Wertheim*, a. a. O.
5) *H. Streintz*, Poggend. Ann. Bd. CL.
6) *Edlund*, Poggend. Ann. Bd. CXXIX, Bd. CXXXI, Bd. CLVIII.

Digitized by Google

der Stromstärke wachsen; nach dem Unterbrechen des Stromes nimmt der Draht nur allmählich wieder seine frühere Länge an.

H. Streintz[1]) kam zu demselben Resultate, während F. Exner[2]) und Blondlot[3]) aus ihren Versuchen schliefsen, dafs eine solche von der Erwärmung unabhängige Ausdehnung durch den Strom nicht eintritt. In der That ist es schwierig, die Temperatur des in seinem ganzen Querschnitt durch den Strom gleichmäfsig erwärmten Drahtes genau zu bestimmen und so eine etwaige galvanische Ausdehnung von der thermischen zu trennen.

Eine mechanische Wirkung des Stromes ist auch das Auftreten des Longitudinaltones in Eisenstäben, wenn man intermittierend Ströme hindurchsendet; jedes Öffnen und Schliefsen ruft einen Ton hervor[4]). Da indes die Töne sich nur bei magnetischen Metallen zeigen, so ist diese Wirkung nicht eine rein mechanische.

Auf eine mechanische Änderung der Leitungsdrähte ist auch wohl die Beobachtung von Quintus Icilius zurückzuführen, nach welcher die specifische Leitungsfähigkeit eines Drahtes abnimmt, wenn ein Strom längere Zeit hindurchgegangen ist[5]).

Eine Anzahl von Bewegungen, welche man früher als mechanische Wirkungen des Stromes ansah, hat Paalzow[6]) auf andere Gründe, Erwärmung u. s. w. zurückgeführt.

Wenn man Quecksilber mit verdünnter Schwefelsäure bedeckt und einen Strom in die Schwefelsäure leitet, so dafs das Quecksilber als Kathode dient, so wird durch die Polarisation des Quecksilbers mit Wasserstoff die Oberflächenspannung verstärkt. Auch hier wächst die Polarisation, so lange die elektromotorische Kraft des primären Stromes zur Zersetzung der Flüssigkeit nicht ausreicht, bis zur elektromotorischen Kraft des primären Stromes. Die Oberflächenspannung des durch Wasserstoff polarisierten Quecksilbers wächst nach den Versuchen von Lippmann[7]) und Quincke[8]) bei zunehmender Polarisation anfangs der elektromotorischen Kraft proportional, später indes langsamer; diese anfängliche Proportionalität der Zunahme der Oberflächenspannung und der elektromotorischen Kraft der Polarisation hat Lippmann[9]) zur Konstruktion eines Elektrometers für kleine elektromotorische Kräfte von sehr grofser Empfindlichkeit benutzt, des sogenannten Kapillarelektrometers: Lippmann sieht diese Änderung der Oberflächenspannung als eine direkte Wirkung der

1) *H. Streintz*, Poggend. Ann. Bd. CL.

2) *F. Exner*, Wiedem. Ann. Bd. II. S. 100.

3) *Blondlot*, Comptes Rendus. T. LXXXVII. p. 206.

4) *De la Rive*, Comptes Rendus. T. XX. S. 1287. Poggend. Ann. Bd. LXV. *Buff*, Liebigs Ann. Supplementbd. III.

5) *v. Quintus Icilius*, Poggend. Ann. Bd. CI. S. 86.

6) *Paalzow*, Poggend. Ann. Bd. CIV.

7) *Lippmann*, Poggend. Ann. Bd. CXLIX. Annales de chim. et de phys. 5. Série. T. V. T. XII. Wiedem. Ann. Bd. XI.

8) *Quincke*, Poggend. Ann. Bd. CLIII.

9) *Lippmann*, Poggend. Ann. Bd. CXLIX. In der ihm neuerdings gegebenen Form ist dasselbe von Breguet in Paris zu beziehen. Man sehe auch *Siemens*, Poggend. Ann. Bd. CLI.

Digitized by Google

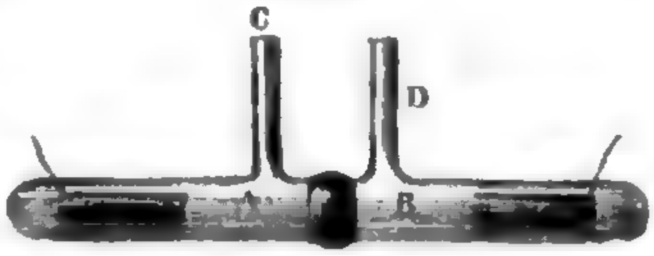
Elektricität an, eine Ansicht, der sich auch v. Helmholtz[1]) anschliefst. Quincke teilt diese Ansicht nicht, er sieht die Erscheinung als Folge der Bedeckung des Quecksilbers mit einer molekularen Wasserstoffschicht an[2]). Das nicht polarisierte Quecksilber hat in verdünnter Schwefelsäure die Oberflächenspannung des Quecksilbers in dieser Flüssigkeit; wird es mit Wasserstoff bedeckt, so mufs sich die kapillare Spannung der Grenzfläche der Summe der kapillaren Spannungen der freien, das heifst von Luft begrenzten Quecksilberfläche und einer freien Fläche der verdünnten Schwefelsäure nähern, und das um so mehr, je mehr Wasserstoff an der Oberfläche verdichtet ist. Da die zunehmende elektromotorische Kraft der Polarisation einer zunehmenden Verdichtung des Wasserstoffs zuzuschreiben ist, würde sich auch so die Zunahme der Oberflächenspannung mit derselben erklären lassen.

§. 112.

Diaphragmenströme und Strömungsströme. Eine eigentümliche Art von Strömen bei mechanischer Bewegung hat Quincke beobachtet, welche er Diaphragmenströme nennt[3]). Sie entstehen, wenn reines Wasser durch einen porösen Körper strömt, wie sich auf folgende Weise zeigen läfst.

Zwischen den abgeschliffenen Rändern zweier an dem andern Ende zugeschmolzener Glasröhren A und B Fig. 193 von 25 mm Durchmesser ist eine Platte aus gebranntem Thon mit Siegellack festgekittet. In die Wände der beiden Glasröhren sind zwei Platindrähte eingeschmolzen, an welche Platinplatten angenietet sind, und diese Drähte stehen mit den Enden eines empfindlichen Multiplikators von circa 33 000 Windungen und mit astatischem Nadelpaar in Verbindung.

Fig. 193.



Neben dem Diaphragma sind vertikale, auch oben offene Glasröhren angeschmolzen, durch welche der Apparat ganz mit reinem destillierten Wasser gefüllt wird, so dafs in dem Diaphragma keine Luft zurückbleibt.

Drückt man durch Ausübung eines Druckes auf das Wasser der Röhre C oder D Wasser in der einen oder anderen Richtung durch die Thonplatte, so zeigt die Ablenkung der Galvanometernadel einen Strom an, welcher durch die Thonwand in der Richtung der strömenden Flüssigkeit geht.

Um sich von etwaigen Ungleichheiten der Elektroden, die für sich schon einen Strom hervorrufen, ganz zu befreien, wurde dieser Strom durch einen Zweigstrom eines Daniellschen Elementes kompensiert. Zu dem Ende war die eine Elektrode anstatt direkt mit dem einen Ende des Galvanometers mit einem vertikal ausgespannten Eisendrahte verbunden, durch welchen der Strom eines Daniellschen Elementes hindurchging. Mit demselben Eisendrahte war dann das Ende des Galvanometers durch einen

1) *von Helmholtz*, in der Abhandlung von *A. König*, Wiedem. Ann. Bd. XVI. S. 1.

2) *Quincke*, Poggend. Ann. Bd. CLIII. Bd. CXXXIX. S. 70.

3) *Quincke*, Poggend. Ann. Bd. CVII. Bd. CX.

Digitized by Google

Draht verbunden, welcher auf dem Eisendrahte verschoben werden konnte. Die Stärke des durch den Diaphragmenapparat und das Galvanometer gehenden Zweigstromes hängt ab von dem Abstande der beiden Drahtendigungen auf dem Eisendrahte; derselbe wurde so gewählt, dafs das Galvanometer genau auf Null stand, ehe Flüssigkeit durch das Diaphragma strömte.

Anstatt des Thondiaphragmas wurden Seide, Leinwand, Elfenbein in Form von Pulver, das zwischen Seidenzeug eingeschlossen war, ebenso Glas, Sand, Holz, Schwefel, Graphit, Kohle u. s. w. angewandt. Stets ging bei Anwendung destillierten Wassers der Strom mit der Strömung des Wassers.

Durch Zusatz von Säuren oder Salzlösungen zum destillierten Wasser wurde der elektrische Strom in seiner Richtung nicht geändert, wohl aber bedeutend geschwächt; als jedoch der Flüssigkeit etwas Seife oder Alkohol zugesetzt wurde, war der Strom bedeutend stärker.

Nur in einem Falle beobachtete Quincke[1]) eine umgekehrte Richtung des Stromes; derselbe Alkohol nämlich, welcher bei der Fortführung durch den Strom nicht in der Richtung des positiven Stromes sich bewegt, zeigt auch durch ein Thondiaphragma geprefst einen elektrischen Strom, welcher der Richtung der Flüssigkeitsströmung entgegengesetzt ist.

Die elektromotorischen Kräfte der Apparate wurden teils nach der Methode von Fechner verglichen, wobei vorausgesetzt wird, dafs der Widerstand stets derselbe bleibt, teils nach der Poggendorffschen Kompensationsmethode bestimmt.

Die elektromotorische Kraft dieser Ströme zeigte sich unabhängig von der Gröfse und der Dicke der Thonplatte, aber proportional dem Drucke, mit welchem das Wasser durch das Diaphragma geprefst wurde, also der Schnelligkeit, mit welcher es hindurchfliefst. Für den Druck einer Atmosphäre und bei Anwendung destillierten Wassers erhielt Quincke folgende elektromotorischen Kräfte, jene eines Daniellschen Elementes gleich eins gesetzt

Substanz des Diaphragmas	Elektrom. Kraft.	Substanz des Diaphragmas	Elektrom. Kraft
Schwefel	9,77	Asbest	0,22
Quarzsand	6,20	Porzellanmasse	0,20
Schellack	3,30	Elfenbein	0,03
Seide	1,15	Tierische Blase	0,015.
Gebrannter Thon	0,36		

Wie man sieht ergeben sich so in manchen Fällen sehr bedeutende elektromotorische Kräfte.

Die elektromotorischen Kräfte bei anderen Flüssigkeiten zu bestimmen gelang nicht mit Sicherheit, sie waren schon, als das Wasser nur wenige Milligramme Kochsalz gelöst enthielt, ganz bedeutend kleiner. Bei wasserhaltigem Alkohol werden sie bei dem Durchpressen durch Porzellanmasse etwas gröfser.

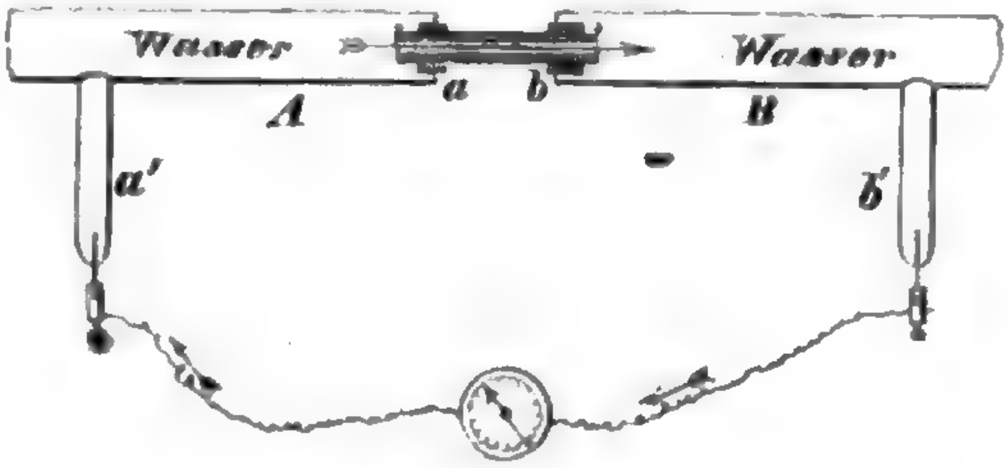
---

1) *Quincke*, Poggend. Ann. Bd. CXIII. S. 550.

Digitized by Google

Ebenso wie bei dem Durchpressen von Wasser durch Diaphragmen erhält man Ströme bei dem Durchpressen desselben durch kapillare Röhren, wie zuerst Zöllner[1]) gezeigt hat. Die von demselben angewandte Anordnung zeigt Fig. 194; das kapillare Rohr *ab* ist zwischen die weiteren Glasröhren *A* und *B* als Verbindungsstück eingeschoben, und von den weiteren Röhren gehen Ansatzröhren *a'*, *b'* nach unten, in welche Platindrähte eingeschmolzen sind, die als Elektroden dienen, und welche durch eine das Galvanometer enthaltende Leitung verbunden sind. Wird das Wasser in der Richtung des Pfeilstriches durch die Röhre gedrückt, so fliefst durch das Galvanometer ein Strom in der Richtung von *b'* nach *a'*, also wieder, wie wenn durch die Flüssigkeit ein Strom in der Strömungsrichtung hindurchging. Zöllner fand ebenso wie Quincke, dafs die elektromotorische Kraft der Ströme der Druckdifferenz an beiden Seiten des kapillaren Rohres, also der Schnelligkeit der Strömung proportional ist.

Fig. 194.



Diese bei dem Durchpressen von Wasser entstehenden Ströme resp. die infolge desselben auftretenden elektromotorischen Kräfte sind seitdem vielfach von Edlund[2]), Dorn[3]), Haga[4]) und Clark[5]) sowie Elster[6]) untersucht worden, von denen der letztere besonders zeigte, dafs eine elektromotorische Kraft in einem frei ausströmenden Wasserstrahl nicht vorhanden ist, dafs zur Erzeugung derselben Bedingung ist, dafs das Wasser an einem festen Isolator gleitet, sei es in einer Röhre, sei es über einer Platte. Die Versuche ergeben übereinstimmend, dafs wenn Wasser durch die engen Röhren geprefst wird, vor und hinter der Röhre eine Differenz der elektrischen Potentialfunktion eintritt, so zwar, dafs das aus der Röhre austretende Wasser positiv gegen das in die Röhre eintretende Wasser ist. Haga, Clark und Dorn haben diese Potentialdifferenz gemessen, und gefunden, dafs dieselbe bei gleicher Druckdifferenz vor und hinter der Röhre von der Länge der durchströmten Kapillarröhre unabhängig ist, dafs sie aber der Differenz der Drucke vor und hinter der Röhre proportional ist. Für Röhren, deren Durchschnitt so klein ist, dafs für dieselben das Gesetz von Poiseuille für den Durchflufs der Flüssigkeiten gilt, fand Dorn ferner, dafs die elektromotorische Kraft auch unabhängig vom Querschnitte der Röhre ist, für weitere Röhren nimmt die elektromotorische Kraft mit dem Durchmesser der Röhre ab.

Wesentlich abhängig ist die elektromotorische Kraft von der Beschaffenheit der Röhrenwände, ja bei einem Überzuge der Röhre mit Wachs

1) *Zöllner*, Poggend. Ann. Bd. CXLVIII.
2) *Edlund*, Wiedem. Ann. Bd. I, Bd. III, Bd. VIII, Bd. IX.
3) *Dorn*, Poggend. Ann. Bd. CLX. Wiedem. Ann. Bd. V, Bd. IX, Bd. X.
4) *Haga*, Wiedem. Ann. Bd. II.
5) *Clark*, Wiedem. Ann. Bd. II.
6) *Elster*, Wiedem. Ann. Bd. VI.

Digitized by Google

erhielt Dorn eine entgegengesetzte elektromotorische Kraft, die Potentialfunktion hinter der Röhre war gegenüber derjenigen vor der Röhre negativ. Für drei frische Glasröhren, deren Querschnitt so klein war, dafs für dieselben das Poiseuillesche Strömungsgesetz giltig ist, erhielt Dorn als Differenz der Potentialfunktion, wenn destilliertes Wasser durch dieselben geprefst wurde, für einen hydrostatischen Druck von 1000 mm

$$3{,}529\ D \qquad 3{,}573\ D \qquad 3{,}549\ D;$$

später, nachdem die Röhren frisch gereinigt waren,

$$3{,}320\ D \qquad 3{,}536\ D \qquad 3{,}372\ D.$$

Die Versuche beweisen somit, dafs ein Flüssigkeitsstrom durch eine Röhre gleichzeitig Elektricität mitführt, welche bei Anwendung von Wasser fast ausnahmslos positiv ist. Sind die beiden Enden A und B isoliert, so häuft sich die Elektricität in B so lange an, bis die in gleichen Zeiten nach B durch die Strömung hingeführte Elektricität gleich derjenigen ist, welche durch die Differenzen der Potentialniveaus in B und A in Form des durch diese Differenz bewirkten elektrischen Stromes zurückfliefst. Ist E die Differenz der Potentialniveaus, l die Länge, q der Querschnitt der Röhre und σ der specifische Leitungswiderstand der Flüssigkeit, so ist die im Strome zurückfliefsende Elektricität in der Zeiteinheit

$$e = \frac{E}{\sigma\, l\, \frac{1}{q}}$$

Dies ist demnach auch die Elektricität, welche in der Zeiteinheit bei jenem hydrostatischen Drucke, welcher die Potentialdifferenz E hervorruft, durch die Röhren getrieben wird.

Werden A und B durch einen Stromleiter verbunden, so ist es diese Elektricität, welche sich in dem Stromleiter ausgleicht, vorausgesetzt, dafs der Widerstand des Stromleiters gegen den Widerstand der Röhre vernachlässigt werden darf. Nennen wir den Widerstand der Wasserröhre W, so mufs demnach

$$i = K\,\frac{E}{w},$$

worin die Konstante K davon abhängig ist, welches Strommafs wir benutzen.

Ist der Widerstand w_1 des Stromleiters gegen den der Röhre nicht verschwindend klein, so geht ein Zweigstrom durch denselben, indem dann ein Teil der Elektricität durch das Wasser sich ausgleicht. Die Intensität desselben i_1 ist gegeben durch

$$i_1 = \frac{i\,w}{w + w_1}.$$

Diese kurze Übersicht der Hauptresultate der Untersuchungen läfst erkennen, dafs wir in den Diaphragmen- und Strömungsströmen die reciproke Erscheinung der von Wiedemann und Quincke untersuchten elektrischen Endosmose und der elektrischen Überführung vor uns haben. Die von Quincke zur Erklärung der Fortführung gemachten Annahmen geben uns deshalb auch sofort eine Erklärung dieser Ströme. Das Wasser wird in

Digitized by Google

Berührung mit der Röhrenwand positiv, die Wand selbst negativ elektrisch, es bildet sich somit an der Wand, nach v. Helmholtzs Bezeichnung eine elektrische Doppelschicht. Die positive Schicht im Wasser ist zwar von geringer Dicke, beschränkt sich indes nicht auf die Aufsenfläche des Wassers, welche an der Wand, wenn keine Gleitung stattfindet, fest haftet, sondern erstreckt sich auf eine gewisse Strecke in das Innere des Wassers. Diese Doppelschicht ist in der ganzen Röhrenlänge dieselbe, im ruhenden Wasser kann demnach dadurch keine Potentialdifferenz und somit auch keine elektrische Strömung vorhanden sein. Wird indes durch einen hydrostatischen Druck das Wasser fortgetrieben, so bewegen sich mit demselben auch die inneren Teile der elektrisch geladenen Grenzschichten des Wassers. So lange sich diese mit gleichbleibender Geschwindigkeit parallel der Röhrenwand verschieben, und daher fortdauernd gleichmäfsig unter dem Einflusse der durch die Berührung bedingten elektrischen Kräfte stehen, wird ihr elektrisches Gleichgewicht nicht gestört. Nach dem Austritte der Flüssigkeit aus den Röhren wird die positive Ladung der Schichten frei, und die aus der Röhre hervortretende Flüssigkeit mufs positiv elektrisch sein.

Die an dem anderen Ende in die Röhre eintretende Flüssigkeit trifft dort die schon negativ geladene Wand, sie wird deshalb aus der vor der Röhre befindlichen Flüssigkeit positive Elektricität in sich aufnehmen, so dafs die Flüssigkeit vor der Röhre negativ elektrisch werden mufs.

Von Helmholtz hat auf Grundlage dieser Anschauungen eine ausführliche Theorie dieser ganzen Erscheinungsgruppe, also der elektrischen Fortführung und der Strömungsströme entwickelt[1]). Der Raum gestattet uns nicht auf dieselben näher einzugehen, nur sei erwähnt, dass v. Helmholtz aus seiner Theorie sowohl die von Wiedemann und Quincke gefundenen Gesetze der elektrischen Fortführung als auch die Gesetze der Strömungsströme ableitet. Das Mafsgebende für die Erscheinung ist die elektrische Differenz der elektrischen Doppelschicht, nennen wir dieselbe Δ, so erhält von Helmholtz für die durch eine Strömung unter dem hydrostatischen Drucke P in engen Röhren erzeugte elektromotorische Kraft

$$E = \frac{\sigma P}{4\pi\eta}\,\Delta,$$

wenn wie vorhin σ den specifischen Widerstand des Wassers und η den Reibungskoefficienten bedeutet. Der Widerstand σ ist in dem später zu besprechenden absoluten elektrostatischen Mafse auszudrücken. Dorn erhält aus den vorhin angegebenen Werten von E nach dieser Gleichung $\Delta = 3{,}75$ Daniell für die frischen, $\Delta = 3{,}600$ Daniell für die gereinigten Röhren. Andere Versuche, bei welchen der Widerstand des benutzten Wassers direkt gemessen wurde, lieferten im Mittel $\Delta = 3{,}936$ Daniell.

Von Helmholtz erhält für den hydrostatischen Druck, welcher durch einen Strom von der elektromotorischen Kraft A in einem engen Rohr vom Radius R durch Fortführung des Wassers wie bei den Versuchen von Quincke erzeugt werden kann, den Ausdruck

$$P = \frac{2\Delta}{R^2\pi}\cdot A,$$

1) *v. Helmholtz,* Wiedem. Ann. Bd. VII.

Digitized by Google

während Quincke für die Steighöhe des Wassers h durch die elektromotorische Kraft G eines Groveschen Elementes gefunden hatte (§. 103)

$$h = \frac{0{,}00006}{R^2} = \frac{0{,}000188}{R^2 \pi}.$$

In der Helmholtzschen Gleichung sind die Gröfsen nach absolutem Mafse, die elektromotorischen Kräfte nach absolutem elektrostatischen Mafse zu messen; ist G die elektromotorische Kraft des Groveschen Elementes in absolutem Mafse, so wird demnach gemäfs der Quinckeschen Beobachtungen

$$h_1 = \frac{0{,}000188}{R_2 \pi G}$$

die Steighöhe für die absolute elektrostatische Einheit der elektromotorischen Kraft. Da h in Millimetern gegeben ist, so ist der entsprechende hydrostatische Druck in absoluten Einheiten (Milligramm, Millimeter, Sekunde)

$$h_1 \cdot 9811 = \frac{0{,}000188 \cdot 9811}{R^2 \pi G},$$

somit

$$\frac{0{,}000188 \cdot 9811}{2 G} = \varDelta$$

in absolutem Mafse. In Daniells ergiebt sich daraus, wenn G in absolutem Mafse gleich 0,6387 und $D = 0{,}374$ gesetzt wird,

$$\varDelta = 3{,}861 \text{ Daniell},$$

eine Zahl, welche sehr nahe mit der von Dorn für die elektrische Differenz Wasser-Glas aus der beobachteten elektromotorischen Kraft der Strömungsströme abgeleiteten übereinstimmt.

§. 113.

Theorieen des Galvanismus. Wir haben in diesem Abschnitte die Entstehung des galvanischen Stromes und die Wirkungen desselben in dem Stromkreise beschrieben, ohne näher auf die verschiedenen Ansichten einzugehen, welche man sich über die Quelle der hier wirksamen Kraft gebildet hat. Wir haben uns dabei einfach an die Erfahrung gehalten, dafs jedesmal, wenn zwei heterogene Körper zur Berührung kommen, die beiden Körper, der eine positiv, der andere negativ elektrisch werden, und haben bei Besprechung der Voltaschen Fundamentalversuche die Ansicht von Helmholtz mitgeteilt, nach welcher diese Erscheinung in einer verschiedenen Anziehung der Metalle auf die verschiedenen Elektricitäten ihren Grund hat. Bei der Vorführung und Besprechung des Peltierschen Phänomens haben wir dann die Modifikation der Ansicht von Helmholtz mitgeteilt, welche nach den Entwicklungen von Clausius angebracht werden mufs, um die an den Lötstellen unter gewissen Umständen durch den Strom eintretende Abkühlung verstehen zu können, dafs nämlich bis zu einem gewissen Grade die Arbeit der Wärme bei der Herstellung der elektrischen Differenzen thätig sein mufs.

Eine ähnliche verschiedene Anziehung der verschiedenen Substanzen auf die beiden Elektricitäten ist dann auch die Ursache des Auftretens

Digitized by Google

der Elektricität bei der Berührung irgend zweier anderer Substanzen, Metall und Flüssigkeit oder auch zweier Flüssigkeiten.

Eine grofse Zahl von Physikern, insbesondere die deutschen Physiker, wie Fechner, Poggendorff, Pfaff, Ohm, Kohlrausch, v. Helmholtz und viele andere haben sich zu dieser zuerst von Volta ausgesprochenen Ansicht bekannt, und eine bei dem Kontakte auftretende, von Helmholtz dann als verschiedene Anziehung der Stoffe auf die beiden Elektricitäten näher definierte Kraft als die Ursache der galvanisch-elektrischen Erscheinungen angesehen.

Diese Kontaktkraft, oder wie wir sie bezeichneten, diese elektromotorische Kraft bewirkt zunächst nur eine andere Verteilung der Elektricität, und in einem geschlossenen Kreise, wo diese Verteilung einen neuen Gleichgewichtszustand herstellen kann, entsteht deshalb durch dieselbe kein Strom. Das ist der Fall in einem rein metallischen Kreise, in welchem sich durch den Kontakt allerdings Niveaudifferenzen der elektrischen Potentialwerte auf den verschiedenen Metallen herstellen, in welchem aber auf jedem einzelnen Metalle die Niveaus konstant sind. Es kann deshalb dort kein Strom entstehen; wenn man aber den Kreis zwischen zwei Metallen durchschneidet, so können an den Enden freie Elektricitäten auftreten. Nur wenn wir das Gleichgewicht stören, also etwa durch Wärmezufuhr an einer Berührungsstelle die Differenz des Potentialniveaus vergröfsern, und dadurch bewirken, dafs auch in einem und demselben Metall die elektrische Potentialfunktion einen verschiedenen Wert hat, tritt in einem solchen Kreise ein Strom ein. Der Strom dauert so lange fort, wie durch die höhere Temperatur der einen Berührungsstelle eine Verschiedenheit der Potentialniveaus in den einzelnen Metallen vorhanden ist, da die Elektricität in einem und demselben Körper nur im Gleichgewicht sein kann, wenn das Potentialniveau in demselben überall das gleiche ist. Die Arbeit der Wärme ist es, welche an der wärmeren Berührungsstelle die Elektricität von dem tieferen zum höheren Niveau hebt, welche also den Strom möglich macht und ihn unterhält.

Ebenso kann kein neuer Gleichgewichtszustand in dem geschlossenen Stromkreise sich ausbilden, wenn bei hinreichender elektromotorischer Kraft zwischen zwei Metallen ein Elektrolyt eingeschaltet ist. Die Bedingungen der Strombildung sind vor kurzem von v. Helmholtz[1]) mit grofser Schärfe dargelegt worden; das wesentlichste der Helmholtzschen Entwicklungen lassen wir hier folgen.

Bereits bei Entwicklung des Gesetzes der Spannungsreihe im §. 69 sahen wir, dafs die Differenz der Potentialfunktionen φ_z und φ_c zweier sich berührender Metalle z und c gegeben ist durch den Ausdruck

$$\varphi_z - \varphi_c = G_z - G_c$$

wenn G_z resp. G_c die Arbeiten bedeuten, welche geleistet werden müssen, wenn die Elektricitätsmenge eins aus einer gegen die Molekularkräfte grofsen Entfernung durch die Anziehungen des Metalls z oder c in dieselben übergeht. G_z oder G_c nennt v. Helmholtz die galvanischen Werte der Metalle.

---

1) *v. Helmholtz*, Wiedem. Ann. Bd. XI. S. 747 ff.

Digitized by Google

Von Helmholtz betrachtet nun zunächst die Strombildung in einer Flüssigkeit, welche in einem Stromkreise sich befindet, in welchem eine elektromotorische Kraft *A* vorhanden ist.

In den Elektrolyten ist, wie wir sahen, mit jedem Kation des elektrochemischen Moleküls das gleiche Quantum, v. Helmholtz nennt es ein Äquivalent, positiver, mit jedem Anion ein Äquivalent negativer Elektricität verbunden. Jede Bewegung von Elektricität in der Flüssigkeit geschieht nur in der Weise, dafs die Elektricität haftend an ihren Ionen sich fortbewegt. Da die schwächsten verteilenden elektrischen Anziehungskräfte ebenso vollständiges Gleichgewicht der Elektricität im Innern von elektrolytischen Flüssigkeiten erzeugen, wie in Metallen, wie aus den Erscheinungen der Polarisation bei kleinen elektromotorischen Kräften folgt, wenn keine Konvektion stattfindet, so ist anzunehmen, dafs der freien Bewegung der positiv und negativ geladenen Ionen keine andern (chemischen) Kräfte entgegenstehen als allein ihre elektrischen Anziehungs- und Abstofsungskräfte. Mit positiver Elektricität geladene Wasserstoffatome, die sich an einer Seite der Flüssigkeit angesammelt haben, der ein negativ geladener elektrischer Leiter genähert wird, sind also nicht als freier Wasserstoff aufzufassen, sondern noch als chemisch gebundener. In der That werden sie, so wie der negative Leiter entfernt wird, sich ohne merkliche Arbeitsleistung wieder mit den Sauerstoffatomen, welche die Träger der entsprechenden Äquivalente negativer Elektricität sind, vereinigen.

Damit eine Anzahl positiver Ionen elektrisch neutral und chemisch unverbunden abgeschieden werden, müssen die halben Äquivalente positiver Elektricität abgegeben und dafür gleiche Mengen negativer Elektricität aufgenommen werden. Dieser Vorgang konstituiert die definitive Trennung der vorher bestandenen chemischen Verbindung und ist mit grofsem Arbeitsaufwand verbunden.

Ist die elektrolytische Flüssigkeit in Berührung mit zwei Elektroden von ungleicher elektrischer Potentialfunktion, so tritt zunächst Ansammlung von positiven Ionen an der negativen Platte, von negativen an der positiven Platte ein, bis im Innern der Flüssigkeit die Potentialfunktion einen konstanten Wert erreicht hat. Wenn sich positiv beladene Atome an der äufsern Seite der negativen Elektrodenfläche, also an der Kathode ansammeln, werden an der innern Seite die entsprechenden Quanta negativer Elektricität herangezogen und es wird sich eine elektrische Doppelschicht ausbilden müssen, auf welcher die Differenz der Potentialfunktionen so lange zunimmt, bis die an den beiden Elektroden gebildeten Doppelschichten ausreichen, den zwischen ihnen durch die elektromotorische Kraft der Kette bedingten Sprung des Potentialwertes hervorzubringen. Der Abstand der Doppelschichten ist zwar sehr klein aber nicht unendlich klein, wie man hier ohne weiteres erkennt, da die eine elektrische Schicht durch die Atome der Flüssigkeitsmoleküle gebildet wird. Die Doppelschicht bildet deshalb einen Kondensator von aufserordentlich grofser Kapacität. So lange keinerlei chemische Prozesse die Menge der angesammelten Elektricitäten verändern, ist die Potentialfunktion in der Flüssigkeit dadurch bestimmt, dafs die gleichen Mengen von $+ E$ und $- E$ gebunden an ihre Ionen sich an beiden Elektroden angesammelt haben.

Digitized by Google

Bezeichnen wir mit φ_1 und φ_2 die Potentialfunktionen in den Elektroden, mit φ_0 in der Flüssigkeit, mit C_1 und C_2 die Kapacitäten der als Kondensatoren gedachten Doppelschichten, und nehmen wir an, dafs an der Elektrode vom Potentialwerte φ_1 sich negative Elektricität sammelt, so erhält man unmittelbar aus der Theorie des Kondensators (§. 41)

$$-E = C_1(\varphi_0 - \varphi_1) \qquad E = C_2(\varphi_0 - \varphi_2) \; . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Sind G_1 und G_2 die galvanischen Werte der Elektrodenmetalle, so ist

$$\varphi_1 - G_1 - (\varphi_2 - G_2) = A \; . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1\,\text{a})$$

gleich der elektromotorischen Kraft der Kette, denn es fliefst so lange Elektricität von der Kette in die Elektroden, bis die elektrische Differenz der Elektroden der elektromotorischen Kraft der Kette gleich geworden ist. Dafs diese elektrische Differenz der Elektroden durch die linke Seite der letzten Gleichung dargestellt wird, erkennt man daraus, dafs wenn

$$\varphi_1 - \varphi_2 = G_1 - G_2,$$

zwischen den Elektroden nach dem Spannungsgesetz Gleichgewicht ist. Durch die Gleichungen (1) und (1 a) sind die Werte von E, $\varphi_1 - \varphi_0$ und $\varphi_2 - \varphi_0$ bestimmt, welche dem elektrischen Gleichgewichtszustande in der Zersetzungszelle entsprechen. Dieser Gleichgewichtszustand besteht so lange, als nicht Prozesse eintreten, welche einen Teil der Elektricität, welche in den Grenzschichten der Flüssigkeiten angesammelt sind, beseitigen.

Ein derartiger Prozefs ist die elektrolytische Abscheidung der Ionen an den Elektroden, wobei dieselben elektrisch neutral werden, indem die an jeder Elektrode abgeschiedenen Ionen die Hälfte ihrer Elektricität an die Elektrode abgeben und dafür die gleiche Menge entgegengesetzter Elektricität aufnehmen. Damit diese elektrolytische Abscheidung der Ionen eintreten kann mufs molekulare Arbeit geleistet werden, indem an der Anode die negative Elektricität des Anions losgelöst und aufserdem die etwaige Änderung des Aggregatzustandes oder die Auflösung bewirkt werden mufs. Diese Arbeit kann in dem jetzt betrachteten Fall nur durch die Arbeit der Elektricität geleistet werden, die dadurch erhalten wird, dafs an der Anode aus derselben positive Elektricität von dem höhern Niveau in der Anode auf das Potentialniveau an der Grenze zwischen Flüssigkeit und Anode hinabsinkt. Die Arbeit kann somit erst geleistet werden, wenn die Niveaudifferenz in der Grenze so grofs ist, dafs durch das Hinabsinken der Einheit der positiven Elektricität die zur Abscheidung der gleichen Menge negativer Elektricität von den Ionen erforderliche Arbeit geliefert wird. Sei die erforderliche Arbeit K_1. Dazu ist zunächst notwendig, dafs die elektromotorische Kraft A der Kette gröfser ist, als sie dem vorhin betrachteten Gleichgewichtszustande entspricht; ist das der Fall, so steigt die Potentialfunktion φ_1 in der Anode. Tritt die Abscheidung der Ionen ein, so ändert sich gleichzeitig die Potentialfunktion an der Grenze der Flüssigkeit und Anode, sie werde φ_{01}. Die Arbeit, welche die Elektricität an der Anode für die Einheit der positiven Elektricität dann leistet, ist nach §. 93

$$\varphi_1 - G_1 - \varphi_{0,1}.$$

Digitized by Google

Die Bedingung, dafs die zur Entstehung des Stromes erforderliche Arbeit an der Anode geleistet werden kann, ist demnach

$$\varphi_1 - G_1 - \varphi_{0,1} - K_1 = 0; \qquad \varphi_1 - G_1 - \varphi_{01} = K_1.$$

Soll der Strom zustande kommen, so mufs an der Kathode derselbe Vorgang eintreten, es mufs dort die positive Elektricität der Kationen abgeschieden werden und in die Elektrode übertreten. Letzteres entspricht hier der gewonnenen Arbeit; nennen wir die für die Einheit der Elektricität erforderliche molekulare Arbeit hier K_2, das Potentialniveau in der Elektrode φ_2, an der Grenze zwischen Flüssigkeit und Anode $\varphi_{0,2}$, so mufs hier

$$\varphi_{0,2} - (\varphi_2 - G_2) = K_2$$

sein. An beiden Elektroden bleibt dieser Zustand während der Dauer des Stromes bestehen, denn welchen Wert auch die elektromotorische Kraft hat, die Potentialdifferenzen können nicht gröfser werden, da wenn der durch die letzten Gleichungen charakterisierte Zustand erreicht ist, alle ankommende Elektricität sofort unter Leistung der entsprechenden Arbeit übergeht. Die Summe der Arbeiten ist somit während der ganzen Dauer des Stromes für die Einheit der Elektricität

$$\varphi_1 - G_1 - \varphi_{01} - \varphi_2 + G_2 + \varphi_{02} = (K_1 + K_2).$$

Nennen wir jetzt J die Stärke des durch unsern Stromkreis fliefsenden Stromes, W den Widerstand des Kreises aufserhalb der Flüssigkeitszelle, w den Widerstand in der Flüssigkeit, so ist nach den eben gemachten Bemerkungen und der Gleichung (1a) gemäfs dem Ohmschen Gesetz

$$A - \{(\varphi_1 - G_1) - (\varphi_2 - G_2)\} = J\,W$$

und in der Flüssigkeitszelle

$$\varphi_{0,1} - \varphi_{02} = J\,w.$$

Die Summe beider Ausdrücke liefert

$$A - \{(\varphi_1 - G_1 - \varphi_{01}) - (\varphi_2 - G_2 - \varphi_{02})\} = J(W + w)$$

oder

$$A - (K_1 + K_2) = J(W + w) = E$$

oder die elektromotorische Kraft des Stromes, welche in dem Stromkreise cirkuliert, ist gleich der elektromotorischen Kraft der Kette weniger der Summe der für die Einheit der Elektricität an jeder der beiden Elektroden erforderlichen Arbeit. Letztere repräsentiert die elektromotorische Kraft des Polarisationsstroms.

Letztere Gleichung schliefst sofort die Theorie der konstanten Ketten ein. Werden auch ohne eine aufser der Flüssigkeitszelle vorhandene elektromotorische Kraft, also bei offener Kette, die Potentialdifferenzen an den Grenzen der Flüssigkeiten und der Elektroden solche, dafs der für die Einleitung der chemischen Prozesse erforderliche Zustand eintritt, so wird durch die Verbindung der Elektroden dieser Zustand gestört, und indem die molekulare Arbeit diesen Zustand wieder herstellen will, erzeugt dieselbe den Strom. Dabei mufs elektrische Arbeit geleistet, also durch die molekularen Vorgänge Arbeit gewonnen werden. Das ist bei den konstanten Ketten der Fall. Wir wissen z. B. bei der Daniellschen Kette,

Digitized by Google

dafs wenn wir den Wert der Potentialfunktion am Zink gleich φ_z setzen, den der Schwefelsäure am Zink φ_{0z}, dafs letztere einen erheblich höhern Wert hat als erstere, wir erinnern an die Versuche von Kohlrausch (§. 79), welche diese direkt gemessen haben. Ist die durch die molekularen Vorgänge am Zink für die Einheit der abgeschiedenen Elektricität disponible Arbeit K_z, so mufs

$$\varphi_{0,z} - \varphi_z + G_z = K_z$$

sein, da die Elektricität hier aus dem Zink in das höhere Niveau gehoben werden mufs. In der Flüssigkeit sinkt das Niveau bis φ_{0c} an der Grenze von Flüssigkeit und Kupfer und fällt im Kupfer auf φ_c, welches aber höher ist als φ_z. Dort wird also elektrische Arbeit gewonnen und dadurch die molekulare Arbeit geleistet, es ist

$$\varphi_{0,c} - \varphi_c + G_c = K_c,$$

wenn wir die betreffenden Gröfsen am Kupfer mit dem Index c bezeichnen. Für den Schliefsungsbogen des Elements ist dann, wenn wir mit J die Stromstärke, mit W den Widerstand des Schliefsungsbogens bezeichnen,

$$\varphi_c - G_c - \varphi_z + G_z = J W;$$

für die Flüssigkeit ist, wenn w deren Widerstand ist,

$$\varphi_{0z} - \varphi_{0c} = J w,$$

somit

$$\varphi_{0z} - \varphi_z + G_z - (\varphi_{0c} - \varphi_c + G_c) = J(W + w)$$

oder

$$K_z - K_c = E$$

oder die elektromotorische Kraft ist gleich dem durch die molekularen Vorgänge disponibeln Arbeitsvorrate.

Die hier dargelegte Anschauung der Strombildung giebt in kurzen Zügen die eine der herrschenden und wohl jetzt ziemlich allgemein angenommenen Theorieen des Galvanismus, der sogenannten Kontakttheorie, wir können dieselben kurz darin zusammenfassen, dafs durch die Berührung verschiedener Stoffe in denselben eine Differenz der elektrischen Potentialniveaus eintritt. Wird dadurch in einem geschlossenen Kreise eine Differenz der Niveaus in einem und demselben Körper hervorgebracht und durch Arbeit der Wärme oder Molekulararbeit dauernd in dieser Verschiedenheit erhalten, so entsteht ein dauernder, konstanter elektrischer Strom[1]).

Gegen diese Theorie traten aber schon frühe namhafte Physiker auf,

1) Es wird überflüssig sein, die ausgedehnte Zahl von Arbeiten hier anzuführen, welche eine Begründung der Kontakttheorie und Verteidigung derselben gegen die chemische Theorie zum Zweck haben, da dieselben jetzt nur mehr ein historisches Interesse haben, seitdem infolge der Erkenntnis des Princips von der Erhaltung der Arbeit über das die Ausbildung des Stromes Bedingende kein Zweifel mehr möglich ist; wir erwähnen deshalb von ältern Werken nur *Pfaff*, Revision der Lehre vom Galvanovoltaismus, ferner in *Gehlers* Wörterbuch, Artikel Galvanismus und im Registerband, die Arbeiten von *Fechner* besonders Poggend. Ann. Bd. XLII, die vielfachen Arbeiten *Poggendorffs* gegen *de la Rive*, besonders Poggend. Ann. Bd. LVI und LXII, und *Doves* Repert. Bd. VIII, die Zusammenstellung von *Beetz* über die verschiedenen Theorieen und *Voltas* Fundamentalversuch. Man sehe ferner *Wiedemann*, Elektricitätslehre Bd. II.

Digitized by Google

sobald die chemischen Wirkungen der Säule bekannt und näher untersucht wurden, man glaubte, daſs nur durch chemische Aktion Elektricität erregt werden könne, nicht durch den Kontakt. Wollaston[1]) war wohl einer der Ersten, welcher die Ansicht aussprach, daſs in der Voltaschen Säule die Oxydation des Zinks es sei, welche die Elektricität errege, indem das Zink durch dieselbe negativ elektrisch werde, eine Ansicht, welche später Parrot[2]) theoretisch begründete.

Die erste vollständig ausgebildete chemische Theorie des Galvanismus ist wohl diejenige von De la Rive[3]). Er glaubt, daſs jede mechanische Aktion (Reibung), physische Aktion (Wärme in den Thermoströmen), und chemische Aktion Elektricität errege; die Elektricitätsquelle, welche die Anhänger der vorher dargelegten Theorie im Kontakt suchen, soll die chemische Aktion zwischen den festen und flüssigen Leitern oder zwischen den flüssigen Leitern sein.

De la Rive selbst faſst seine Hypothese in folgenden Sätzen zusammen:

1) Wenn zwei heterogene, sich berührende Körper in ein Liquidum oder ein Gas gebracht sind, welches auf beide oder auch blos auf eins von ihnen eine chemische Wirkung ausübt, so findet Elektricitätsentwicklung statt.

2) Wenn die beiden sich berührenden Körper abseiten des Gases oder Liquidums, in welches sie gebracht sind, keine chemische Einwirkung erfahren, so findet keine Elektricitätsentwicklung statt, wenigstens dann nicht, wenn keine Wärmewirkung oder mechanische Wirkung stattfand.

3) Die durch die chemische Wirkung erregte Elektricität hat keineswegs in allen Fällen und unter allen Gestalten eine der Lebhaftigkeit dieser chemischen Wirkung proportionale Intensität, vielmehr ändern vorzüglich zwei Umstände diese Intensität ab, nämlich die unmittelbare, mehr oder weniger beträchtliche Wiedervereinigung der beiden elektrischen Principien und die eigentümliche Natur der die Elektricität erregenden chemischen Wirkung.

Der chemisch angegriffene Körper wird dabei negativ elektrisch, der angreifende positiv.

In welcher Weise De la Rive dabei die Voltaschen Fundamentalversuche erklärt, haben wir bei der Besprechung derselben angedeutet.

In ähnlicher Weise erklärt de la Rive die elektrischen Erscheinungen in der Säule oder in galvanischen Elementen; das von der Flüssigkeit am stärksten angegriffene Metall wird am stärksten negativ, also bei Kupfer-Zink das Zink.

Es kann hier nicht unsere Aufgabe sein, die vielfachen Widersprüche nachzuweisen, welche diese Anschauung mit den Erfahrungen darbietet; wir verweisen nur auf die vielfachen in diesem Abschnitte mitgeteilten Thatsachen, in denen eine Elektricitätserregung ohne vorhergehende chemische Aktion gezeigt ist, wie z. B. daſs man in der Daniellschen Kette die

1) *Wollaston.* Man sehe *Becquerel*, Traité de l'électricité T. II. p. 118.

2) *Parrot.* Man sehe *Gehlers* Wörterb. Art. Galvanismus.

3) *De la Rive,* Recherches sur la cause de l'électricité voltaique. Genf 1836. Poggend. Ann. Bd. XV, XXXVII, XL; seine Sätze finden sich Poggend. Ann. Bd. XL.

Digitized by Google

Schwefelsäure durch ganz neutrales schwefelsaures Zinkoxyd oder schwefelsaure Magnesia oder andere neutrale Salzlösungen ersetzen kann, und besonders auf die Unhaltbarkeit in der Erklärung des Voltaschen Fundamentalversuches.

Der Theorie von De la Rive haben sich mit mehr oder weniger grofsen Modifikationen vorzüglich die englischen Physiker, so Faraday, und viele französische Physiker angeschlossen[1]).

Diesen beiden Theorieen gegenüber ist noch eine dritte, die von Schönbein zu erwähnen[2]). Schönbein verwirft die Kontakttheorie ebenfalls, er nimmt nur Elektricitätsentwicklung zwischen Metallen und Elektrolyten, oder überhaupt zwischen Körpern an, von denen wenigstens der eine chemisch zusammengesetzt sein mufs. Er nimmt zwischen diesen Stoffen chemische Anziehungen an, wenn auch keine wirkliche Änderung ihrer Zusammensetzung eintritt. Es läfst sich, sagt er, als chemisches Axiom aufstellen, dafs so oft verschiedenartige Materien in Kontakt kommen, auch zwischen denselben chemische, je nach der Beschaffenheit der sich berührenden Körper mehr oder weniger intensive Anziehungskräfte ins Spiel kommen, mögen letztere irgend eine chemische Trennung oder Verbindung hervorrufen oder nicht.

Diese Anziehungskräfte sind die eigentlichen elektromotorischen Kräfte; in welcher Weise, das möge folgendes Beispiel zeigen.

Tauchen wir chemisch reines Zink in Wasser, so zieht dieses vermöge der eben angeführten Kraft den negativen Sauerstoff an, und infolgedessen ordnen sich die Moleküle des Wassers wie bei der Elektrolyse.

— +	$O\,H_2$	$O\,H_2$	$O\,H_2$	.... $O\,H_2$	— +
Zn	— +	— +	— +	.... — +	*Pt*

Die negative Elektricität des Sauerstoffs influenziert das Zink und bewirkt, dafs das in das Wasser tauchende Ende positiv, das aufser dem Wasser befindliche Ende negativ elektrisch wird. Taucht man nun in das Wasser irgendwo ein Metall, welches weniger stark den Sauerstoff anzieht als das Zink, oder ganz indifferent gegen denselben ist, so wird an diesem der positiv elektrische Wasserstoff anliegen; dieser wird das Metall ebenfalls influenzieren, die negative Elektricität desselben anziehen und an der Berührungsstelle festhalten, während die Influenzelektricität zweiter Art, also die positive, sich zu dem aufserhalb des Wassers befindlichen Ende begiebt.

Bleibt die Kette offen, so tritt ein Zustand des elektrischen Gleichgewichts ein, bei welchem die Pole *Zn* negativ, *Pt* positiv elektrisch sind. Werden aber jetzt die Pole metallisch verbunden, so vereint sich die posi-

1) *Faraday*, Experimental researches. VIII. Reihe. Poggend. Ann. Bd. XXXV; XVI. und XVII. Reihe. Poggend. Ann. Bd. LII und LIII. Man sehe auch *Becquerel*, Traité de l'électr. T. I und VI, auch *Becquerel* und *E. Becquerel*, Traité de l'électr. (en 3 vol.). Paris 1855. T. I. Neuerdings ist diese Theorie von *Fr. Exner* wieder aufgenommen in einer Anzahl Abhandlungen in den Berichten der Wiener Akademie. Man sehe Wiedem. Ann. Bd. V, Bd. VI, Bd. IX, Bd. X, Bd. XI, Bd. XII, Bd. XV. Auf die Arbeiten Exners kommen wir im letzten Kapitel noch zurück.

2) *Schönbein*, Beiträge zur physik. Chemie. Basel 1844. Poggend. Ann. Bd. XLIII, XLIV und LXXVIII.

Digitized by Google

tive Elektricität des Poles *Pt* mit der negativen des Zinkpoles, ferner die positive Elektricität des in das Wasser tauchenden Zinkendes mit der negativen des anliegenden Sauerstoffes, indem zugleich der Sauerstoff mit dem Zink sich zu Zinkoxyd verbindet. Wie bei der Elektrolyse verbinden sich dann die Wasserstoffatome des ersten Wassermoleküles mit dem Sauerstoffatom des zweiten und so fort durch die ganze Flüssigkeit, während die letzten Wasserstoffatome ihre positive Elektricität mit der negativen des Platins verbinden und unelektrisch frei werden. Der chemische Prozefs tritt also erst infolge des Stromes ein, welcher selbst durch die chemischen Anziehungen erregt wird.

Die Theorie Schönbeins unterscheidet sich demnach von der Kontakttheorie eigentlich nur dadurch, dafs er die Elektricitätserregung bei der Berührung chemisch indifferenter Körper leugnet und an Stelle der unbestimmten Bezeichnung Kontaktkraft, oder bei dem Kontakte auftretende Kraft ganz bestimmte chemische Anziehungskräfte setzt.

Manche Erscheinungen lassen sich allerdings hiernach sofort verstehen, so z. B. die so stark negative Stellung der Superoxyde in der Spannungsreihe. Steht sich dann ein Superoxyd und ein oxydierbares Metall im Wasser gegenüber, so zieht nicht nur das positive Metall den Sauerstoff des Wassers an, sondern auch der aktive Sauerstoff des negativen Superoxyds den Wasserstoff, und die Richtung der Moleküle mufs sehr viel vollständiger sein, als wenn dem positiven Metall ein anderes Metall gegenübersteht.

Es läfst sich nicht leugnen, dafs die Theorie von Schönbein, welche an die Stelle des immerhin unbestimmten Begriffes der Kontaktkraft eine bestimmt definierbare chemische Anziehungskraft setzt, etwas sehr Verlockendes hat, und dafs wir in Fällen, wo es nicht gelingen will, die chemischen Anziehungen zu erkennen, gewifs mit Wiedemann sagen können, dafs wir dieselben noch nicht zu übersehen imstande sind.

Indes scheint mir doch einerseits die Natur dieser chemischen Anziehungskraft nicht viel bestimmter als die unbestimmte Kraft beim Kontakt, und andererseits erfordert diese Theorie für die bei dem Metallkontakt beobachteten Elektricitäten eine so gezwungene Erklärung, dafs es nicht möglich scheint, an Stelle der Kontaktkraft die Schönbeinsche Ansicht zu setzen.

Es genüge an diesen wenigen Bemerkungen über die streitigen Theorien, sie vollständig darzulegen und gegen einander abzuwägen, das ist hier unmöglich, da wohl über keinen anderen Punkt der Physik eine so grofse Litteratur existiert.

Wir bemerken noch, dafs es sich eigentlich nur noch um die Frage handeln kann, wodurch entstehen die Potentialdifferenzen, sei es bei der Berührung zweier Metalle, sei es bei der Berührung irgend zweier Körper, welche die den Strom erzeugenden molekularen Arbeiten veranlassen. Dafs der Strom selbst nur Folge dieser Arbeiten ist, unterliegt keinem Zweifel mehr, da kann es sich nur fragen, ob die ganze bei den Molekulararbeiten frei gewordene Energie in Strom umgesetzt wird, oder, wie Braun (§. 92) annimmt, nur ein Teil derselben. Auf diese Frage kommen wir am Schlufs des Werkes nochmals zurück.

Digitized by Google

Vierter Abschnitt.

Die Wirkungen des Stromes außerhalb des Stromkreises.

Erstes Kapitel.

Elektrodynamik.

§. 114.

Anziehung und Abstossung zweier galvanischer Ströme. Im Jahre 1820 machte Oersted in Kopenhagen zuerst die Beobachtung[1]), daſs wenn ein starker Strom in der Nähe einer im magnetischen Meridiane befindlichen Magnetnadel vorübergeführt wurde, die Nadel dadurch aus ihrer Ruhelage abgelenkt wurde. Wurde der Strom über oder unter der Nadel her oder um sie herumgeführt, so wurde die Nadel stets aus dem Meridiane abgelenkt und fast senkrecht zur Richtung des Stromes gestellt. Die Ablenkung war verschieden, je nachdem ein und derselbe Strom über oder unter der Nadel floſs, oder je nachdem der über der Nadel flieſsende Strom von Süden nach Norden oder von Norden nach Süden sich bewegte; ein über der Nadel nach Norden flieſsender Strom lenkt dieselbe ebenso ab, wie ein unter der Nadel nach Süden flieſsender. Oersted gab als Regel zur Bestimmung der Ablenkung an, daſs derjenige Pol, über welchem der negative Strom eintritt, nach Westen, derjenige, unter welchem derselbe eintritt, nach Osten abgelenkt wird.

Von Ampère[2]) wurde die Regel dann in die Form gebracht, welche wir früher schon angegeben haben; denkt man sich in der Richtung des an der Nadel vorübergeführten positiven Stromes schwimmend, das Gesicht der Nadel zugewandt, den Kopf nach vorn, so wird stets der Nordpol zur Linken abgelenkt.

Die Beobachtung von Oersted brachte Ampère auf die Vermutung, daſs eine innige Beziehung zwischen den galvanischen Strömen und dem Magnetismus existiere, und er sah voraus, daſs ähnliche mechanische Wechsel-

---

1) *Oersted*, Experimenta circa efficaciam conflictus electrici in acum magneticam. Copenhagen 1820. Gilberts Annalen Bd. LXVI.

2) *Ampère*, Annales de chim. et de phys. T. XV. Gilberts Ann. Bd. LXVII.

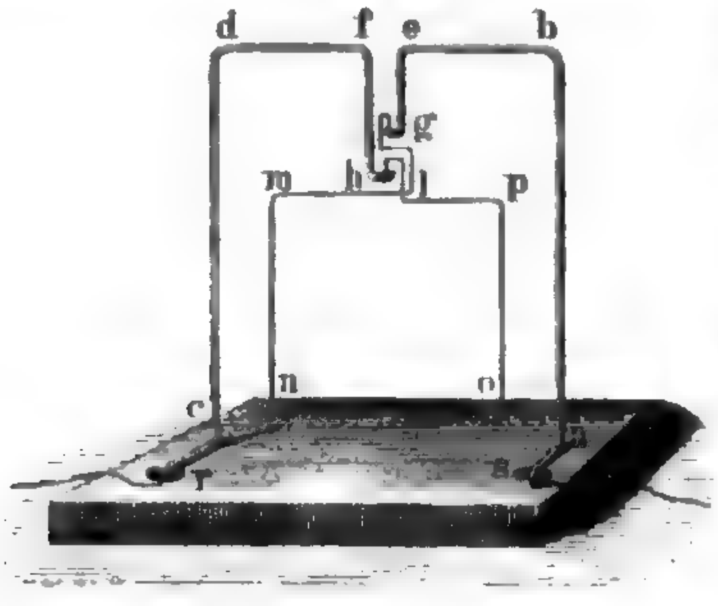
Digitized by Google

wirkungen, wie zwischen Strömen und Magneten, so auch zwischen zwei galvanischen Strömen vorhanden seien. Auf diese Weise durch die Beobachtung Oersteds angeregt, wurde Ampère nicht allein der Begründer einer neuen Theorie des Magnetismus, sondern er entdeckte auch eine neue Gruppe von Erscheinungen, welche selbst die Grundlage aller jener Entdeckungen wurden, die wir jetzt noch zu betrachten haben, des Elektromagnetismus und der Induktion, der ganzen Gruppe von Erscheinungen, welche man unter dem Namen Fernewirkungen des galvanischen Stromes zusammenfafst.

Wir werden daher berechtigt sein, nicht die der Zeit nach frühere Entdeckung der Wechselwirkung zwischen Strom und Magnete, sondern die mechanischen Wirkungen galvanischer Ströme auf einander an die Spitze dieser Fernewirkungen zu setzen. Bei der Behandlung dieser Erscheinungen werden wir vollständig dem Gange von Ampères Untersuchungen folgen, da diese zugleich ein Muster der naturwissenschaftlichen Methode sind; er beginnt mit einer genauen experimentellen Untersuchung, leitet daraus die Gesetze der Wechselwirkungen ab und gründet dann auf diese die Theorie der elektrodynamischen Erscheinungen.

Zur Untersuchung der mechanischen Wechselwirkungen zweier Ströme mufs man bewegliche und feste Ströme auf einander wirken lassen können. Ampère konstruierte deshalb zunächst einen Apparat [1]), an welchem er Ströme möglichst beweglich aufhängen konnte.

Fig. 195.



Die erste Einrichtung Ampères, wenn auch in etwas anderer Form, zeigt Fig. 195. Auf einem horizontalen Fufsbrett von etwa 30 cm im Quadrat sind vertikal zwei Drähte *ab* und *cd* aufgestellt, welche oben horizontal umgebogen *be* und *df*, und dann noch einmal vertikal herabgebogen sind *eg* und *fh*. Die Drähte haben eine Höhe von etwa 40 cm. Sie tragen an den oberen herabgebogenen Enden die Näpfchen *g* und *h*, welche genau vertikal unter einander sich befinden. Das untere der beiden Näpfchen hat auf seinem Boden eine Achatplatte, die beiden Näpfchen werden mit Quecksilber gefüllt. Die unteren Enden der Drähte *a* und *c* stehen mit den Quecksilbernäpfchen *r* und *s* in Verbindung.

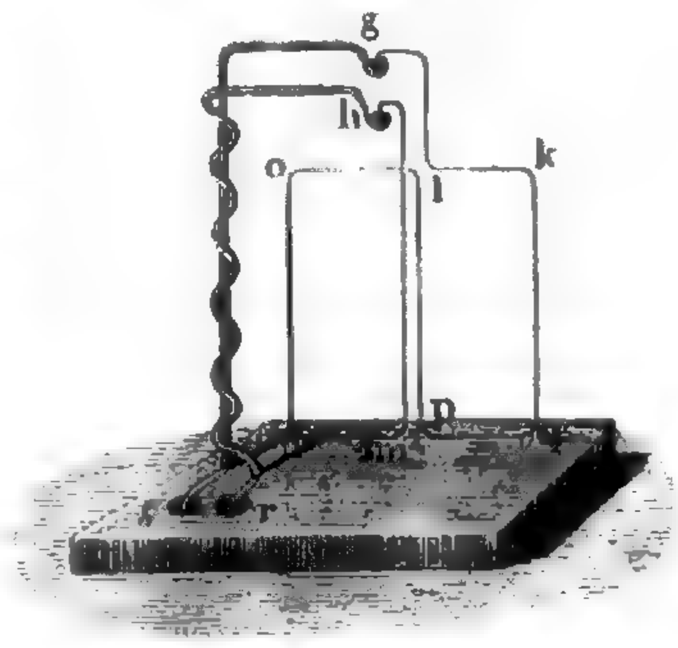
In den Näpfchen *g* und *h* werden die Spitzen rechteckig geformter Stromleiter *glmnoph* hineingehängt; die Spitzen sind von hartem Stahl, und nur die untere steht auf dem Boden des Schälchens, also auf der Achatplatte, die obere taucht nur eben in das Quecksilber des Schälchens *g*.

1) *Ampère*, Annales de chim. et de phys. T. XVIII. Description d'un appareil électrodynamique. Paris 1826. Mémoire sur la théorie mathématique des phénomènes electrodynamiques uniquement déduite de l'expérience dans lequel se trouvent réunis les mémoires que M. Ampère a communiqués à l'Académie royale des sciences dans les séances des 4. et 26. déc. 1820, 10. juin 1822, 22. déc. 1823, 12. sept. et 21. nov. 1825.

Digitized by Google

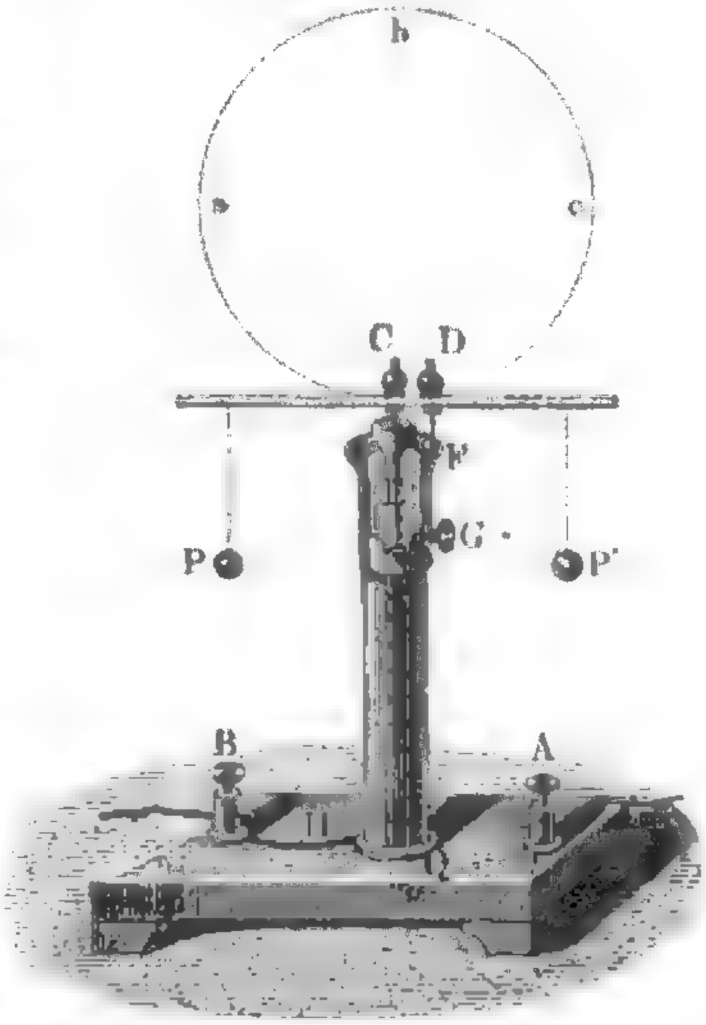
Dieser Apparat kann nur für wenige Versuche dienen, es kann nur die Einwirkung der in den Drähten *ab*, *cd* fliefsenden Ströme auf die in den vertikalen Teilen des Rechtecks *lmnop* fliefsenden Ströme untersucht werden, und zwar mufs für jeden Fall ein besonderer Stromleiter benutzt werden. Allgemeiner ist der Apparat Fig. 196 zu verwenden. Um den einen senkrecht aufsteigenden Draht, welcher gut mit Seide übersponnen und gefirnifst ist, ist ein zweiter ebenfalls übersponnener und gefirnifster Draht spiralförmig gewickelt; die beiden Drähte endigen oben wieder in den genau vertikal unter einander befindlichen Quecksilbernäpfchen *g* und *h*, welche ebenso eingerichtet sind wie die Näpfchen Fig. 195. Die beiden Drähte stehen unten mit den Quecksilbernäpfchen *r* und *s* in Verbindung. In die Näpfchen *g* und *h* werden wie in dem eben beschriebenen Apparat die Spitzen rechteckig geformter Stromleiter wie Fig. 195, oder von der Form *hmnolpqkg* Fig. 196 gehängt.

Fig. 196.



Eine kleine Veränderung dieses Apparates ist die, dafs man anstatt des einen spiralförmig gewundenen Drahtes eine hohle Säule von Kupfer anwendet, von welcher oben ein horizontaler Arm von Kupfer ausgeht, an dem das Näpfchen *h* befestigt ist. In der Axe dieser Säule und von derselben isoliert steigt der zweite Draht auf, welcher oben horizontal umgebogen ist, und dessen Ende das Näpfchen *g* trägt.

Fig. 197.



Bei dem zuletzt beschriebenen Apparate ist noch der eine Übelstand, dafs den Stromleitern keine vollständige Umdrehung gestattet ist. Dieser Übelstand fällt fort bei dem Apparate von Sturgeon[1]) Fig. 197; derselbe läfst die eben beschriebene hohle Säule in Quecksilbernäpfchen endigen. Auf einem Fufsbrette sind die beiden Klemmschrauben *A* und *B* befestigt; die Klemmschraube *A* ist durch einen unter dem Brette geführten Draht mit dem in der Axe der hohlen Säule aufsteigenden Drahte *CE* in Verbindung. Der Draht *CE* endigt oben in dem eisernen Quecksilbernäpfchen *E*. Die Klemmschraube *B* ist durch den Draht *BH* mit der metallischen Säule *H* in Verbindung. Auf dieser Säule sitzt oben eine Röhre von Kupfer *GF*, welche man durch die Schraube *G*

1) *Sturgeon*, Annales of Electricity T. VIII. p. 377. Mai 1842.

Digitized by Google

in verschiedener Höhe festklemmen kann, und welche oben in einem ringförmigen Gefäfse von Eisen endigt. Die beiden von einander isolierten Gefäfse *E* und *F* sind mit Quecksilber gefüllt.

In die Quecksilbernäpfchen tauchen nun wieder die Spitzen irgendwie, rechteckig oder kreisförmig geformter Leiter; dieselben ruhen auf der in das mittlere Gefäfs tauchenden Stahlspitze, welche ebenfalls auf Achat steht, während die in das ringförmige Gefäfs tauchende Spitze nur eben unter Quecksilber taucht. An dem unteren horizontalen Teile der Leiter, oder an einem leichten Holzstäbchen sind zu beiden Seiten Gewichte PP' angehängt, welche bewirken, dafs der Schwerpunkt des beweglichen Leiters in die Axe des Apparates eben unter die Spitze *C* fällt. Der bewegliche Leiter ist also im stabilen Gleichgewicht, kann aber mit der gröfsten Leichtigkeit um die vertikale Axe des Apparates gedreht werden.

Wenn man nun bei dem Apparate Fig. 196 oder 197 einen einfachen rechteckigen oder kreisförmigen Leiter anwendet, und in die Quecksilbernäpfchen *r*, *s*, oder die Klemmschrauben *A*, *B* die Zuleitungsdrähte eines Stromes bringt, so steigt z. B. von *A* durch die Axe der Strom auf, tritt dann in die Spitze *C* über, fliefst von *C* nach *a*, steigt nach *b* auf, fliefst über *c* nach *D* und kehrt durch die Säule *H* über *B* nach der Batterie zurück. Ist ein solcher Apparat sich selbst überlassen, so nimmt die Ebene des Stromleiters allmählich eine bestimmte Richtung an; sie stellt sich senkrecht zur Ebene des magnetischen Meridians. Dafs diese Richtung nicht durch den in der Säule auf- und absteigenden Strom bedingt ist, davon kann man sich leicht mit dem Apparate Fig. 196 überzeugen, denn wie auch die auf- und absteigenden Drähte gestellt sind, immer stellt sich die Ebene des Stromleiters senkrecht zur Ebene des magnetischen Meridianes und so, dafs der Strom an der Ostseite des Meridianes aufsteigt und an der Westseite absteigt.

Wir werden diese Bewegung später ins Auge fassen; jetzt sei nur erwähnt, dafs diese Richtkraft des sich selbst überlassenen Stromes so schwach ist, dafs die Bewegungen, welche wir zunächst untersuchen werden, nicht oder kaum merkbar dadurch gestört werden. Man kann indes diese Bewegung durch Benutzung sogenannter astatischer Leiter, welche gar keine Richtkraft haben, ganz vermeiden. Einen solchen astatischen Leiter zeigt Fig. 196; er besteht aus einem doppelten Rechteck, welches so gebogen ist, dafs der Strom in den beiden äufseren Drähten *no* und *qk* zugleich aufsteigt oder absteigt, und ebenso in den beiden mittleren Drähten eine gleiche, derjenigen in den äufseren entgegengesetzte Richtung hat. Wie man sieht, ist für jedes der beiden Rechtecke die Richtkraft eine andere, so dafs das eine immer gerade entgegengesetzt gerichtet wird als das andere; das System ist deshalb in jeder Lage im Gleichgewicht.

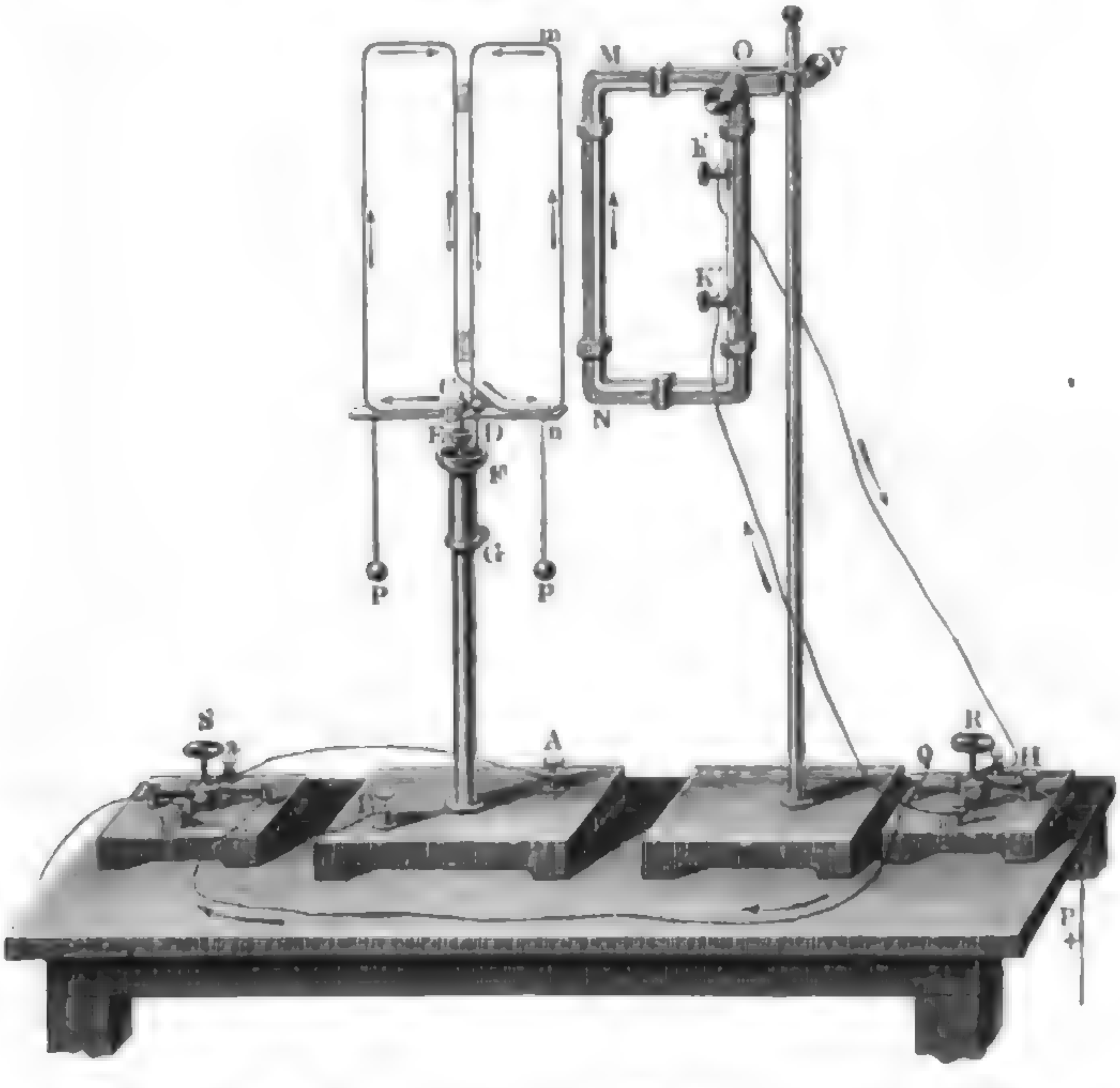
Um nun auf diese beweglichen Stromleiter andere feste wirken zu lassen, werden neben denselben solche aufgestellt; sehr bequem zu diesen Versuchen ist die Einrichtung Fig. 198. Auf einen rechteckigen Rahmen von trockenem Holze *OMN* ist ein Kupferdraht in mehreren Windungen gewunden; seine Enden sind mit den Klemmschrauben k' und k' verbunden. Dieser Rahmen kann an einer Säule in beliebiger Höhe festgeklemmt und nach allen Azimuthen gerichtet werden; in dem Gelenke *O* kann er in einer vertikalen Ebene gedreht werden, so dafs die Seite *MN* des Rechtecks

Digitized by Google

vertikal steht, wie in der Zeichnung, oder auch horizontal gestellt werden kann.

Um in dem beweglichen und festen Leiter die Richtung der Ströme beliebig wechseln zu können, sind die Zuleitungsdrähte zu beiden durch Kommutatoren *R* und *S* geführt; die Einrichtung der in der Zeichnung dargestellten ist derjenigen in Fig. 189 ganz gleich; durch Drehung der Knöpfe *R* und *S* um 90° wird der betreffende Strom umgekehrt, wie sich das unmittelbar aus der Verbindung der Drähte (Fig. 198) ergiebt. In

Fig. 198.



der dargestellten Lage kommt bei dem Kommutator *R* der Strom von *P*, geht durch das Metall der Axe zur Klemmschraube *K*, steigt von da zu *k'* auf, durchläuft die Windungen des Kupferdrahtes, steigt von *h'* herab zu *H* und geht durch den zweiten Metallstreifen der Axe des Kommutators nach *Q*. Dreht man die Axe um 90°, so sind *P* und *H* einerseits, *K* und *Q* andererseits direkt verbunden, der Strom hat demnach die umgekehrte Richtung in dem Rechtecke.

Von *Q* läſst man dann den Strom direkt in den zweiten Kommutator gehen, so daſs ein und derselbe Strom den beweglichen und den festen Leiter durchströmt. Mit 3 — 5 Bunsenschen oder Groveschen Elementen lassen sich sämtliche Versuche anstellen.

Die in Fig. 198 dargestellte Anordnung dient sofort dazu, die erste von Ampère[1]) beobachtete mechanische Wechselwirkung zwischen zwei

1) *Ampère*, Annales de chim. et de phys. T. XV. und Mémoire sur la théorie etc.

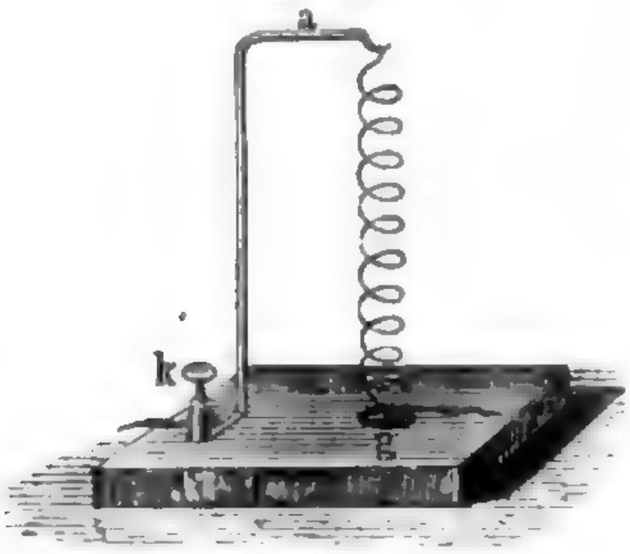
Digitized by Google

Strömen zu zeigen: „Zwei parallele und gleichgerichtete Ströme ziehen sich an, zwei parallele und entgegengesetzt gerichtete stofsen sich ab". Steigt nämlich der Strom in dem Rechtecke in *MN* und zugleich in den äufseren Drähten des astatischen Leiters auf oder ab, so wird der Leiter von *MN* angezogen und stellt sich wie in der Zeichnung.

Steigt dagegen der Strom in *MN* auf, in den äufseren Drähten des astatischen Leiters dagegen ab oder umgekehrt, so wird der astatische Leiter von *MN* abgestofsen.

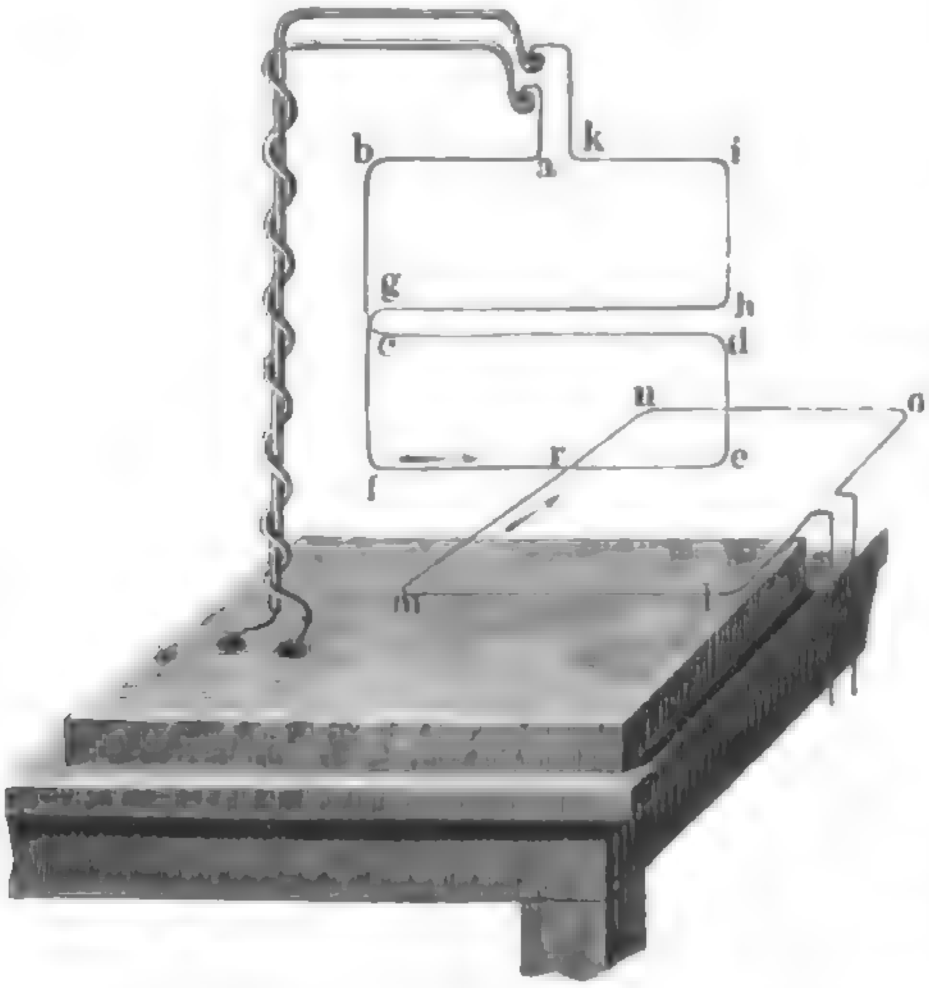
Man kann diesen Versuch in mancherlei verschiedenen Formen anstellen, eine der interessantesten Formen zum Nachweis des Satzes, dafs zwei parallele und gleichgerichtete Ströme sich anziehen, ist die Rogetsche[1]) Spirale Fig. 199. An dem horizontalen Arme *a* ist eine schlaffe Spirale von Kupferdraht befestigt, deren untere Spitze in das Quecksilber des Gefäfses *g* taucht. Verbindet man die Klemmschraube *k* mit dem einen, das Gefäfs *g* mit dem andern Pole einer Batterie, so dafs durch die Spirale ein Strom hindurchgeht, so wird das untere Ende aus dem Quecksilber infolge der zwischen den parallelen Windungen der Spirale thätigen Anziehung herausgezogen. Da so der Strom unterbrochen ist, hört die Anziehung auf, und das Ende der Spirale senkt sich wieder in das Quecksilber; dann wird es wieder herausgezogen und so fort, so dafs es immerfort auf und ab oscilliert.

Fig. 199.



Nicht allein parallele, sondern auch gekreuzte Ströme wirken auf einander ein; um das zu beweisen und die Art der Einwirkung kennen zu lernen, hänge man an das Stativ (Fig. 200) für den beweglichen Strom den astatischen Stromkreis *abcdefghik*, und stelle unter denselben den horizontalen Stromkreis *lmno*, so dafs die Ströme *ef* und *mn* sich kreuzen. Fliefst der Strom in beiden Leitern in der Richtung der Pfeile, so dafs er in beiden zugleich nach der Kreuzungsstelle *r* hinfliefst und in *re* und *rn* von derselben fortfliefst, so ziehen die Leiter sich ebenfalls an, so dafs sie sich parallel zu

Fig. 200.



1) *Roget*, Darstellung des Elektromagnetismus. Deutsch von Kottenkamp. Stuttgart 1847. S. 136 f.

stellen suchen der Art, dafs die Ströme in beiden Drähten gleich gerichtet sind. Wird dagegen in dem einen Leiter der Strom umgekehrt, so dafs in dem einen der Strom an der Seite von dem Kreuzungspunkte fortfliefst, an welcher er in dem andern zur Kreuzungsstelle hinfliefst, so stofsen die Ströme sich ab.

Zwei sich kreuzende Ströme ziehen sich also an, wenn beide zugleich zu dem Scheitel des Winkels, den sie mit einander bilden, hinfliefsen, oder von demselben fortfliefsen; sie stofsen sich ab, wenn der eine zu dem Scheitel hin, der andere von ihm fortfliefst.

Dasselbe ist der Fall, wie man durch eine ähnliche Anordnung zeigen kann, wenn die Ströme nur die Schenkel eines Winkels bilden. Es ist auch noch der Fall, wenn die beiden Ströme nicht in derselben Ebene, sondern der eine in einiger Entfernung über dem andern liegt; ist der eine um die durch die Kreuzungsstelle gelegte Vertikale drehbar, so wirken die Ströme nach dem eben angegebenen Gesetze auf einander, als wenn jene Vertikale der Scheitel des Winkels wäre, den die beiden Ströme mit einander bilden würden, wenn sie in einer Ebene lägen.

Aus diesem Satze läfst sich eine bemerkenswerte Folgerung ziehen für das Verhalten der Teile eines und desselben Stromes. Sind AB und CD (Fig. 201) zwei Stromteile, so stofsen sich dieselben, wenn in

Fig. 201.

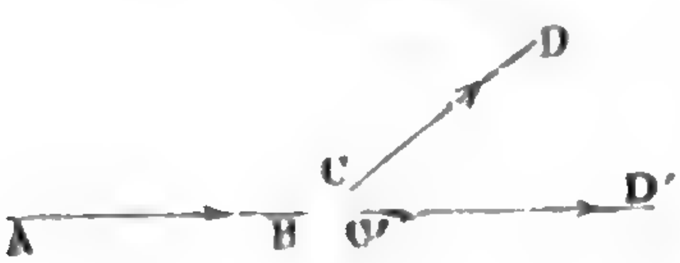
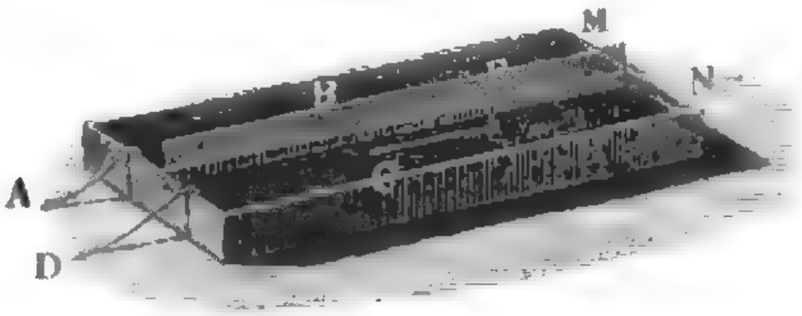


Fig. 202.



beiden die Ströme wie die Pfeile gerichtet sind, ab, wie grofs auch der Winkel ist, den AB und CD mit einander bilden; auch dann, wenn der Winkel ein stumpfer ist; ist der Strom CD um die Kreuzungsstelle drehbar, so wird er sich in die Verlängerung von AB in $C'D'$ stellen. Dann bilden die beiden Ströme einen Winkel von 180^0 mit einander; und ist der oben aufgestellte Satz ganz allgemein gültig, so müssen die beiden Ströme sich auch jetzt abstofsen. Dafs dem in der That so ist, haben Ampère und de la Rive[1]) mit dem Apparate Fig. 202 nachgewiesen. Ein Holztrog ist durch eine Glaswand in zwei Teile geteilt, die von einander isoliert sind. Die beiden Teile sind mit Quecksilber gefüllt. Auf dem Quecksilber schwimmt der Bügel CEB von Eisendraht; derselbe ist bis auf die in das Quecksilber tauchenden Spitzen C und B sorgfältig mit Siegellack überzogen.

Werden nun bei A und D in das Quecksilber die Leitungsdrähte einer Säule getaucht, so fliefst der Strom von A bis B im Quecksilber, tritt in den Bügel, durchfliefst ihn in der Richtung BEC und fliefst dann von C nach D wieder im Quecksilber. Die Stromteile AB und BE,

1) *Ampère* und *De la Rive*, Annales de chim. et de phys. T. XX. Mémoire sur la théorie p. 211.

Digitized by Google

sowie *DC* und *CE*, müssen sich somit abstofsen, und in der That sieht man, dafs der Bügel sich nach dem andern Ende des Troges hinbewegt.

Würde man bei diesem Versuche die Leitungsdrähte an dem andern Ende des Troges eintauchen, so würde die Wirkung eine doppelte sein; der Bügel *E* würde von den Stromteilen *ME* und *NE* abgestofsen, da in dem von den aufsteigenden Teilen des Bügels und der Stromrichtung im Quecksilber gebildeten Winkel der Strom in dem einen Schenkel zur Kreuzungsstelle hin, in dem andern von der Kreuzungsstelle fortfliefst.

In dem horizontalen Teile des Bügels dagegen ist der Strom entgegengesetzt gerichtet wie im Quecksilber; der horizontale Teil mufs deshalb von dem Strome im Quecksilber zwischen *MN* und dem Bügel angezogen werden; letztere Wirkung treibt daher den Bügel nach der Seite *MN* hin. Da die erstere abstofsende Wirkung aber wegen gröfserer Nähe der auf einander einwirkenden Ströme überwiegt, so mufs sich der Bügel nach *AD* hinbewegen.

Nach Feilitzsch[1]) ist das in der That der Fall. Taucht man dagegen die Drähte zwischen *BC* und dem Bügel *E* in das Quecksilber, so ist allerdings auch die Wirkung auf den Bügel derjenigen auf die horizontalen Teile entgegengesetzt, indes überwiegt jetzt die Wirkung auf die horizontalen Teile und nach Feilitzsch bewegt sich der Draht nach *MN*.

In sehr deutlicher Weise ist die Abstofsung der einzelnen Teile eines und desselben Stromes von Faraday[2]) beobachtet worden; auf die eine Schale einer Wage wurde ein Kupferdraht gelegt, von dessen Enden Drähte in Quecksilberschalen hinabhingen; auf der anderen Wagschale war der Draht durch Gewichte equilibriert. Wurden nun in die Quecksilberschälchen die Leitungsdrähte einer Batterie gebracht, so dafs durch den Kupferdraht ein Strom ging, so wurden seine in Quecksilber tauchenden Enden emporgehoben.

Wir haben bisher angenommen, dafs die auf einander einwirkenden Ströme geradlinig seien; wir können indes, wie Ampère[3]) gezeigt hat, jeden geradlinigen Strom durch einen anderen, welcher um die Gerade in beliebigen Windungen herumläuft, ersetzen, unter der Voraussetzung nur, dafs die Windungen sich nur sehr wenig von der Geraden entfernen. Wir haben diesen Satz eigentlich schon bei der Konstruktion unseres Statives (Fig. 196) bewiesen, indem wir zeigten, dafs die in dem Stativ auf- und abfliefsenden Ströme durchaus keinen Einflufs auf die aufgehängten Stromleiter ausüben.

Wenn wir nämlich einem Leiter einen anderen nähern, in welchem unmittelbar neben einander, wie Fig. 203 entgegengesetzt gerichtete Ströme fliefsen, so folgt aus dem zuerst bewiesenen Satze, dafs gleichgerichtete Ströme sich anziehen, entgegengesetzt gerichtete sich abstofsen, dafs ein solcher Leiter auf einen anderen gar nicht einwirkt, da Anziehungen und Abstofsungen sich gleich sind. Der Versuch bestätigt diesen Schlufs; ganz ebenso zeigt aber der Versuch, dafs der Leiter Fig. 204, bei welchem der

---

1) *Feilitzsch,* Galvanische Fernewirkungen. Karstens Encyklopädie Bd. XIX. S. 211.

2) *Faraday,* Gilberts Annalen Bd. LXXII. S. 122.

3) *Ampère,* Mémoire sur la théorie etc. p. 188.

Digitized by Google

eine Draht spiralförmig um den anderen gewunden ist, ohne ihn jedoch zu berühren, auch auf einen genäherten Strom durchaus keinen Einflufs hat; ihn weder anzieht, noch abstöfst.

Fig. 203.

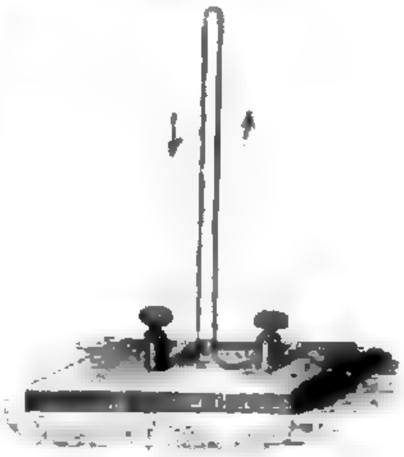
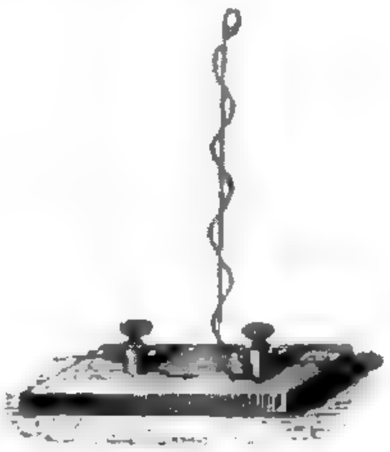


Fig. 204.



Daraus folgt, dafs diese Spirale gerade so nach aufsen wirkt, wie der eine der beiden in Fig. 203 ausgespannten geraden Drähte, dafs man also jeden geraden Leiter durch einen beliebig gekrümmten, dessen Krümmungen aber nur wenig von der Geraden abweichen, ersetzen kann.

Aus den im Bisherigen bewiesenen Sätzen über das Verhalten paralleler und gekreuzter Drähte lassen sich nun sofort noch einige Folgerungen ziehen, die wir betrachten wollen, ehe wir zur Ableitung des elektrodynamischen Grundgesetzes übergehen[1]).

Ist Fig. 205 ab ein begrenzter Strom, d. h. ein Strom, welcher den zweiten AB nicht kreuzt, sondern ganz an einer Seite desselben ist, an welcher der Strom AB vorüberfliefst, der also gegen ab ein unbegrenzter ist, so wird jedes Element des Stromes ab von der einen Seite AC des unbegrenzten Stromes angezogen, von der anderen CB abgestofsen; diese beiden Kräfte setzen sich zu einer Resultante zusammen, welche ab parallel mit sich selbst nach A hin fortzuschieben sucht. Man kann diese Wirkung benutzen, um eine kontinuierliche Rotation hervorzubringen. Auf

Fig. 205.

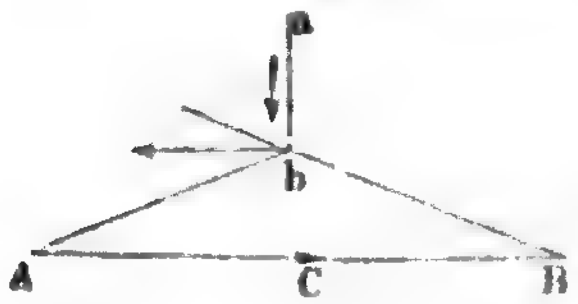
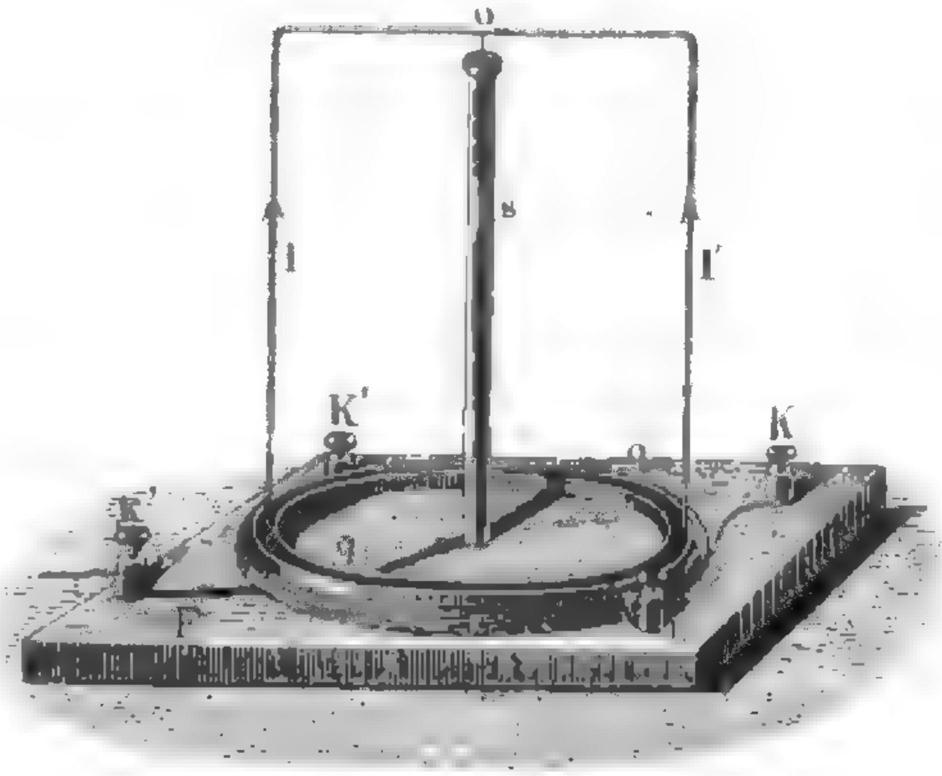


Fig. 206.



einem Fufsbrett F (Fig. 206) ist eine kreisförmige Quecksilberrinne qq befestigt; in der Axe derselben ist die leitende Säule s aufgestellt, welche oben ein Quecksilbernäpfchen trägt. In das Quecksilber desselben taucht die Spitze, welche den rechteckig gebogenen Kupferdraht lol' trägt; die

1) *Ampère*, Mémoire sur la théorie etc. p. 217 ff.

Digitized by Google

Enden des Kupferdrahtes sind mit Platinspitzen versehen, welche in das Quecksilber der Rinne *qq* eintauchen.

Das Quecksilber der Rinne ist durch einen Draht mit der Klemmschraube *k*, die Säule *s* mit der Klemmschraube *k'* in leitender Verbindung.

Um die Quecksilberrinne herum ist in mehrfachen Windungen ein mit Seide übersponnener gut gefirnifster Kupferdraht gelegt, dessen eines Ende mit der Klemmschraube *K*, dessen anderes mit der Klemmschraube *K'* in Verbindung steht.

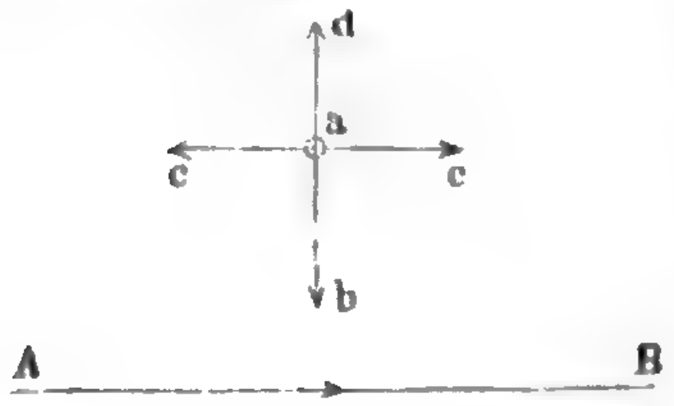
Verbindet man nun die vier Klemmschrauben mit den Polen einer Batterie, so dafs durch die um die Rinne gelegten Kupferdrähte wie durch den aufgehängten Leiter ein Strom geht, so rotiert der bewegliche Leiter, je nach der Richtung der beiden Ströme in dem einen oder anderen Sinne.

Ist z. B. *k* mit dem positiven Pole verbunden, so dafs der Strom aus der Quecksilberrinne in den beiden Drähten *l* aufsteigt, in der Säule *s* wieder absteigt, und cirkuliert der Strom in den um die Rinne gelegten Drähten in der Richtung des Pfeiles, so rotiert der Leiter so, dafs der Arm *l* aus der augenblicklichen Stellung in der Zeichnung nach vorn kommt, der Arm *l'* aber nach hinten geht.

Die senkrechten Ströme *l* und *l'* sind in Bezug auf den Kreisstrom, welcher um die Quecksilberrinne herum läuft, begrenzt, und jedes Element des Kreisstromes, über welchem sie augenblicklich stehen, verhält sich zu denselben wie *AB* zu *ab* Fig. 205. Nach dem Satze über die gekreuzten Ströme wird daher *l'* von dem vor ihm liegenden Kreiselemente nach hinten gestofsen, von dem hinter ihm liegenden nach hinten gezogen, das Umgekehrte gilt für *l*; der Erfolg dieser Wirkungen ist, dafs die Ströme in jedem Augenblicke parallel mit sich selbst in der Richtung des Kreiselementes verschoben werden, dafs also der Leiter um die Axe rotiert.

Kann sich der Leiter *ab* Fig. 207 nicht parallel mit sich selbst fortbewegen, sondern ist er im Punkte *a* drehbar befestigt, so gerät er infolge der Einwirkung des Stromes *AB* in eine kontinuierliche Rotation. Denn in der Stellung *ab* Fig. 207 wird er, wie wir sahen, gegen *A* hingetrieben; da aber das Ende *a* fest ist, dreht er sich in die Lage *ac*, parallel zu *AB*. In dieser Lage stofsen sich die parallelen aber entgegengesetzt gerichteten Ströme *ac* und *AB* ab, der Leiter *ac* wird sich daher weiter nach *ad* bewegen. Da aber in dieser Lage die Richtung des Stromes in *ad* in Bezug auf *AB* entgegengesetzt ist als in der Lage *ab*, so wird durch die Einwirkung des Stromes der Leiter jetzt nach *ac* getrieben; aus dieser Lage zieht ihn der jetzt mit dem im Leiter *ac* befindlichen gleichgerichtete Strom *AB* nach unten hin u. s. f. Um diese Rotation darzustellen, wendet man den Apparat Fig. 208 an, der sich von dem Fig. 206 dargestellten nur dadurch unterscheidet, dafs anstatt der Säule *s* nur der kleine metallische Aufsatz *a* angebracht ist; auf demselben liegt der lineare Leiter *cac*, welcher an seinen Enden mit Platinspitzen versehen ist, die nur soweit umgebogen sind, dafs sie eben in das Queck-

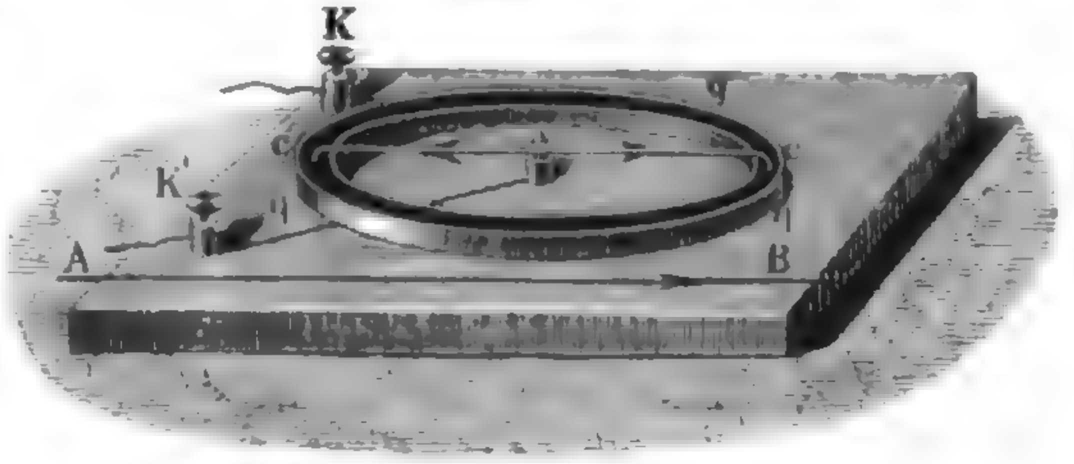
Fig. 207.



Digitized by Google

silber der Rinne qq eintauchen. Man verbindet dann wie früher die Klemmschrauben K mit den Polen einer Batterie und legt neben die Quecksilberrinne einen geradlinigen Stromleiter AB. Sind die Ströme in den einzelnen Teilen gerichtet, wie die Pfeile andeuten, so ist der Fig. 207 schematisch angedeutete Fall realisiert.

Fig. 208.



§. 115.

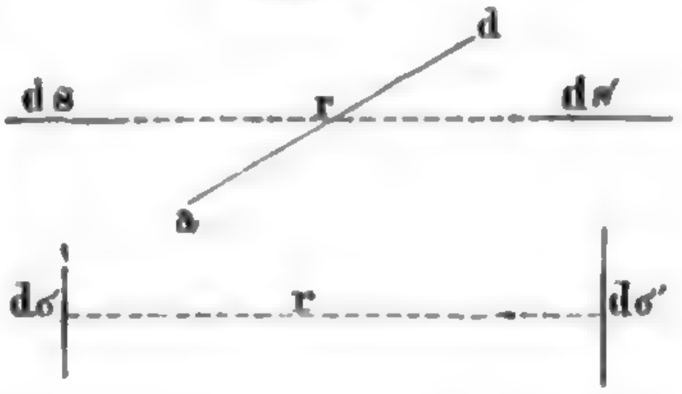
Elektrodynamisches Grundgesetz. Die im vorigen Paragraphen mitgeteilten Erfahrungen reichen hin, um im allgemeinen die mechanischen Einwirkungen zweier Ströme zu charakterisieren; aber sie zeigen zunächst nur die Resultate sehr verwickelter Kräfte. Um diese Kräfte kennen und im einzelnen bestimmen zu lernen, müssen wir nun, in ähnlicher Weise, wie wir es bei dem Magnetismus gethan haben, mit Hilfe der vorgeführten Versuche zunächst die Wechselwirkung zweier Stromelemente ihrer Gröfse nach und nach der Abhängigkeit von ihrer gegenseitigen Lage bestimmen.

Die mitgeteilten Versuche reichen hin, um die Form des Gesetzes zu erhalten, nach welchem zwei Elemente auf einander wirken.

Nehmen wir zunächst an[1]), dafs die zwei auf einander einwirkenden unendlich kleinen Elemente ds und ds' Fig. 219 in einer geraden Linie liegen, so ziehen sie sich an oder stofsen sich ab parallel der geraden Linie r, welche die Elemente verbindet.

Sind die Elemente wie $d\sigma$ und $d\sigma'$ einander parallel, so wird die Anziehung oder Abstofsung derselben parallel der die Mittelpunkte der Elemente verbindenden Geraden gerichtet sein. Für diese beiden von Ampère gemachten Annahmen hat Liouville[2]) folgenden Beweis geliefert.

Fig. 209.



Für den ersten Fall genügt folgende Bemerkung. Falle die Wirkung nicht in r, sondern etwa in die Linie ad, welche irgend einen Winkel mit r bildet, so folgt daraus, dafs jedes der Elemente auf allen Seiten ganz gleich beschaffen ist, dafs ebenso gut wie nach ad die Wirkung auch nach allen Richtungen, welche auf dem Mantel des Kegels liegen, der durch Rotation von ad um r als Axe erzeugt wird, gerichtet sein müfste.

Die aus allen diesen gleichen Kräften hervorgehende Resultante ist aber parallel r, so dafs also jedenfalls die Anziehung oder Abstofsung der beiden Elemente parallel r ist.

---

1) *Ampère*, Mémoire sur la théorie etc. p. 200 ff.
2) *Liouville*, Annales de chim. et de phys. T. XLI.

Digitized by Google

Wenn in dem zweiten Falle die Kraft eine andere Richtung hätte als parallel *r*, so könnten wir diese in eine mit *r* parallele und eine zu *r* senkrechte Komponente zerlegen, sei letztere so, dafs das Element $d\sigma'$, wenn $d\sigma$ festläge, nach unten getrieben würde. Kehrten wir dann die beiden Elemente um, so dafs, was jetzt unten ist, dann oben wäre, oder was dasselbe ist, kehren wir in beiden den Strom um, so müfste $d\sigma'$ auch nach oben getrieben werden, da die vorher nach unten gerichtete Komponente nach oben gerichtet sein müfste. Nun haben wir aber in den Versuchen immer gesehen, dafs, wenn in den beiden auf einander wirkenden Leitern die Ströme umgekehrt werden, ihre Wirkung auf einander dieselbe bleibt; es mufs daher die senkrechte Komponente gleich null sein.

Es folgt sonach, dafs die Wirkung der Elemente in beiden Fällen parallel der Verbindungslinie ihrer Mittelpunkte ist.

Die beiden auf einander einwirkenden Elemente können drittens so liegen, dafs das eine ds Fig. 210 parallel der Verbindungslinie, das andere ds' aber dazu senkrecht ist. Die Wirkung der beiden Elemente auf einander mufs dann gleich 0 sein. Denn wäre das nicht der Fall, zögen sie sich z. B. an, wenn in dem Elemente ds' der Strom nach oben gerichtet ist, so müfsten sie sich nach den vorigen Versuchen, nach welchen die Anziehung zweier Ströme in Abstofsung übergeht, wenn die Richtung des einen umgekehrt wird, abstofsen, wenn in ds' der Strom nach unten fliefst. Wenn wir aber ohne die Richtung des Stromes in ds' zu ändern, die ganze Vorrichtung Fig. 210 um 180° drehen, so mufs die Anziehung dieselbe bleiben wie in der jetzigen Lage; dann liegen aber die Ströme gerade so zu einander, als wenn wir in der jetzigen Lage den Strom in ds' umkehren. Wir gelangen also bei der Annahme, dafs eine Einwirkung stattfinde, zu einem Widerspruche, woraus folgt, dafs keine Einwirkung stattfinden kann[1]).

Fig. 210.

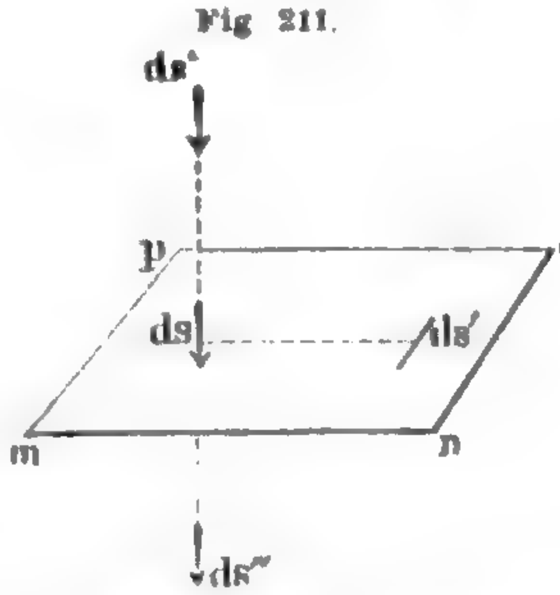
---

1) *Stefan* macht in den Sitzungsberichten der Wiener Akademie Bd. LIX (Aprilheft 1869) darauf aufmerksam, dafs in diesem Falle eine transversale Wirkung der Elemente und zwar in der durch ds, r, ds' gelegten Ebene nach den vorliegenden Erfahrungen nicht ausgeschlossen ist. Die Wirkung kann parallel der Richtung des Stromes ds' oder die entgegengesetzte sein. Die Erfahrung, dafs die Umkehr eines Stromes die Wirkung zweier Ströme auf einander in die entgegengesetzte verwandelt, führt nämlich in diesem Falle nicht zu einem Widerspruch. Nehmen wir an, dafs die transversale Wirkung nach der Richtung des Stromes ds' erfolgt, so mufs die Umkehr eines der Ströme die Wirkung in die entgegengesetzte verwandeln, das heifst, wenn in der Lage Fig. 210 ds' nach oben getrieben wird, mufs, wenn der Strom in der entgegengesetzten Richtung fliefst, das Element ds' nach unten getrieben werden. Da eine Drehung der Figur um r als Axe um 180° die Richtung des Stromes ebenfalls ändert, so mufs auch diese Drehung die Richtung der Wirkung ändern, was in diesem Falle keinen Widerspruch in sich schliefst. Dasselbe gilt von der Wirkung ds' auf ds. Im Laufe seiner Untersuchung weist indes Stefan nach, dafs bei der Berechnung der Wirkung geschlossener Ströme die von diesen Wirkungen abhängigen Glieder aus den Gleichungen herausfallen, resp. dafs die Ampèresche Annahme, diese Wirkungen seien gleich null, zu ganz denselben, der Erfahrung

Digitized by Google

Ebenso kann keine Einwirkung stattfinden, wenn beide Elemente senkrecht zur Verbindungslinie r und zu einander sind. Denn denken wir uns das Element ds Fig. 211, in welchem der Strom nach unten fließen soll, senkrecht nach oben nach ds'' hin versetzt, und werde ds' jetzt angezogen, so muß, wenn der Strom in ds'' umgekehrt wird, also von der Ebene *mnop* fortfließt, ds' abgestoßen werden.

Fig. 211.



Der Strom fließt aber ebenso von der Ebene fort, wenn ds von der Ebene nach unten, nach ds''' verschoben wird, also auch dann muß ds' abgestoßen werden.

Die Anziehung muß in Abstoßung übergehen, wenn ds die Ebene passiert, dort muß demnach die Wirkung gleich 0 sei.

Es bleiben demnach von den betrachteten Fällen nur die beiden Fig. 209 dargestellten, in welchen zwei Elemente auf einander einwirken; betreffs der übrigen Fälle wollen wir noch bemerken, daß diese Nachweise der Unwirksamkeit nur gültig sind, wenn die Elemente gegen ihre Abstände unendlich klein sind, daß sie nicht gelten, wenn die Leiter eine endliche Ausdehnung haben. Sobald das der Fall ist, müssen wir die Leiter wieder in unendlich kleine Elemente zerlegen, und die Lage der einzelnen Elemente gegen einander wird dann eine andere.

Um nun die Einwirkung der beiden Elemente in den wirksamen Lagen bestimmen zu können, machen wir folgende Annahmen[1]):

1) Die Anziehung oder Abstoßung der Elemente ist proportional der in der Zeiteinheit durch dieselben hindurchfließenden Elektricitätsmenge.

2) Sie ist umgekehrt proportional einer Potenz n der Entfernung r, wo wir von n nur voraussetzen, daß es eine ganze Zahl ist.

Ist demnach i die Intensität des Stromes, zu welchem ds, i' jene des Stromes, zu welchem ds' gehört, so ist die Einwirkung der beiden Elemente im Abstande r auf einander:

a) wenn die Elemente parallel sind

$$\frac{c\,i\,i'\,ds\,ds'}{r^n};$$

b) wenn die Elemente in die Verbindungslinie fallen

$$\frac{c'\,i\,i'\,ds\,ds'}{r^n}.$$

Die beiden Konstanten c und c' in diesen Formeln lassen sich auf eine zurückführen; drücken wir nämlich die Stromstärken in solchem Maße aus, daß in der Abstandseinheit und bei der Einheit der Stromstärke die Einwirkung der beiden Elemente, wenn sie einander parallel

---

entsprechenden Ausdrücken führe. Wir werden daher im Folgenden die einfachere Ampèresche Annahme beibehalten, und von diesen möglichen Wirkungen absehen.

1) *Ampère*, Mémoire sur la théorie etc. p. 201 ff.

Digitized by Google

sind, gleich dem Produkte $ds\,ds'$ gesetzt werden kann, so wird c gleich 1. Wir wählen dann die Einheit der Stromstärke so, dafs in diesem Falle sich die Anziehung oder Abstofsung der parallelen Elemente zur Einheit der Kraft verhält, wie das Produkt $ds\,ds'$ der beiden Elemente zur Einheit der Fläche. Bezeichnen wir den Wert, den die Konstante c' dann erhält, mit k, so erhalten wir für die Einwirkung paralleler Elemente

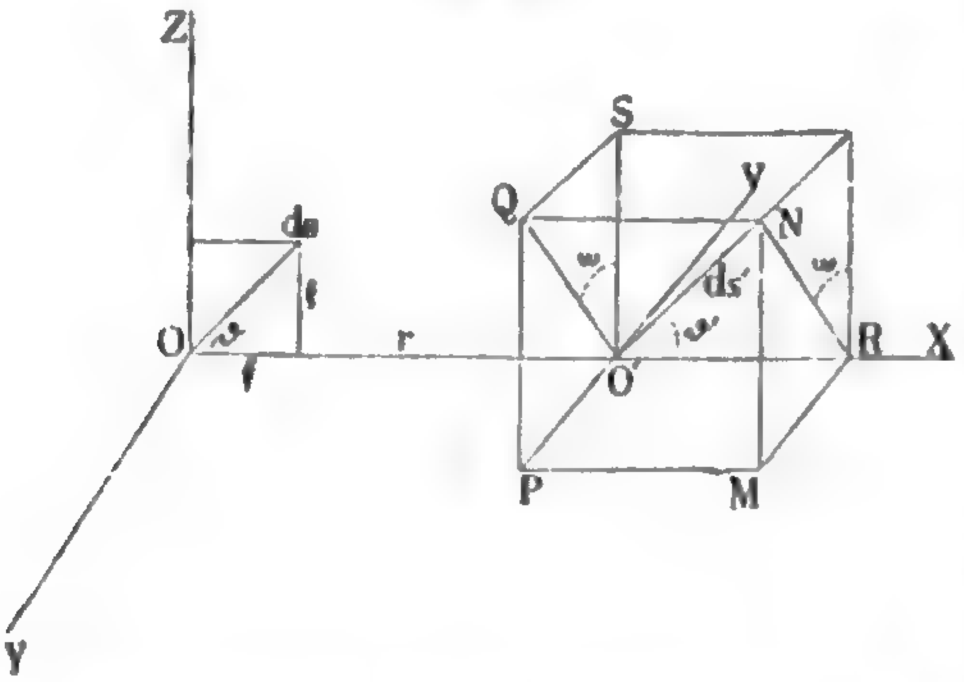
$$\frac{i\,i'\,ds\,ds'}{r^n} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1),$$

für die Einwirkung zweier in einer geraden Linie liegender Elemente

$$k \cdot \frac{i\,i'\,ds\,ds'}{r^n} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2).$$

Auf diese beiden Fälle können wir die Einwirkung zweier beliebig gegen einander geneigter Elemente zurückführen. Da wir nämlich sahen, dafs wir jeden geradlinigen Strom durch einen andern ersetzen können, welcher spiralig um denselben gewunden ist, wenn er dem geradlinigen nur sehr nahe bleibt, so können wir, um die Einwirkung zweier beliebig im Raume gerichteter Elemente auf einander zu bestimmen, jedes in drei zu einander senkrechte Komponenten zerlegen, die Einwirkung der Komponenten auf einander nach den eben abgeleiteten Formeln bestimmen, und diese Einwirkungen summieren. Seien deshalb ds und ds' Fig. 212 zwei beliebig im Raume gerichtete Elemente, in welchen die Stromstärken i und i', und deren Mittelpunkte in O und O' seien. Wir legen durch dieselben ein rechtwinkliges dreiaxiges Koordinatensystem, dessen Axe der X mit der Verbindungslinie r zusammenfällt, und dessen XZ-Ebene die durch r und das Element ds gelegte Ebene ist. Es bilde in dieser Ebene das Element ds mit r den Winkel ϑ, so können wir uns das Element ds ersetzt denken durch die beiden Komponenten

Fig. 212



$$\xi = ds \cos \vartheta; \qquad \zeta = ds \sin \vartheta.$$

Legen wir durch das Element ds' und durch r die Ebene $O'QNR$ und bilde in dieser Ebene das Element ds' mit r den Winkel ϑ', während diese Ebene selbst mit der Ebene XZ den Winkel ω bildet. Wir können nun ds' ersetzt denken durch seine drei Komponenten $O'P$, $O'R$, $O'S$, da wir uns $O'PMN$ als Teil einer um den Strom, zu welchem ON gehört, gelegten unendlich nahen Spirale denken können. An die Stelle von $O'N$ treten dann

$$O'R = ds' \cos \vartheta'; \quad O'P = O'Q \cdot \sin \omega = ds' \sin \vartheta' \sin \omega;$$
$$O'S = O'Q \cdot \cos \omega = ds' \sin \vartheta' \cos \omega.$$

Digitized by Google

Jedes dieser drei Elemente wirkt auf jedes der beiden andern, und die Summe aller dieser Wirkungen ist jene der beiden Elemente ds und ds' auf einander.

Die Einwirkung der Elemente ist:

$O'R$ auf $\xi = k \dfrac{i\,i'\,ds\,ds'\cos\vartheta\cos\vartheta'}{r^n}$ nach Formel 2

$O'R$ auf $\zeta = 0$, da sie zu einander senkrecht sind

$O'P$ „ $\xi = 0$ aus demselben Grunde

$O'P$ „ $\zeta = 0$ aus demselben Grunde

$O'S$ „ $\xi = 0$ aus demselben Grunde

$O'S$ „ $\zeta = \dfrac{i\,i'\,ds\,ds'\sin\vartheta\sin\vartheta'\cos\omega}{r^n}$ nach Formel (1).

Die Gesamtwirkung der beiden Elemente auf einander ist somit

$$w = \frac{i\,i'\,ds\,ds'}{r^n}(\sin\vartheta\sin\vartheta'\cos\omega + k\cos\vartheta\cos\vartheta') \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Die Wirkung ist parallel der Verbindungslinie r entweder anziehend, oder abstofsend. Betreffs der Stromrichtung in den Elementen wollen wir bemerken, dafs wenn $\vartheta = \vartheta'$ und $\omega = 0$ gesetzt wird, die Ströme also parallel sind, dieselben auch gleichgerichtet sein sollen; die gegenseitige Richtung der Ströme ist also zugleich durch diese drei Winkel bestimmt.

Anstatt des Winkels ω, welchen die beiden durch r und ds, sowie durch r und ds' gelegten Ebenen mit einander bilden, können wir auch den Winkel ε einführen, welchen die beiden Elemente im Raume mit einander bilden. Legen wir zu dem Ende durch O' die Gerade $O'V$ parallel mit ds, so ist der Cosinus des Winkels $VO'N$ oder ε gleich der Summe aus den drei Produkten der je zwei Winkel, welche die Richtungen $O'V$ und $O'N$ mit den drei Koordinataxen bilden, also

$$\cos\varepsilon = \cos VO'R\cdot\cos NO'R + \cos VO'S\cdot\cos NO'S + \cos VO'P\cdot\cos NO'P,$$

somit, da $\cos VOP' = \cos 90^0 = 0$,

$$\cos\varepsilon = \cos\vartheta\cos\vartheta' + \sin\vartheta\sin\vartheta'\cos\omega$$

$$\sin\vartheta\sin\vartheta'\cos\omega = \cos\varepsilon - \cos\vartheta\cos\vartheta';$$

setzen wir diesen Wert für das erste in der Klammer stehende Produkt in unsern Ausdruck ein, so wird

$$w = \frac{i\,i'\,ds\,ds'}{r^n}(\cos\varepsilon + (k-1)\cos\vartheta\cos\vartheta') \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3a)$$

Der Ausdruck (3) oder (3a) würde uns nun gestatten, die Wechselwirkung zweier Elemente zu berechnen, wenn wir die beiden Konstanten n und k kennen würden; die erste Aufgabe ist es daher, diese aus den Versuchen abzuleiten. Dazu gelangte Ampère durch die Beobachtung einiger Gleichgewichtslagen, d. h. von Fällen, wo zwei Ströme gar nicht auf einander einwirkten. Wir wollen versuchen den Weg anzudeuten, wie

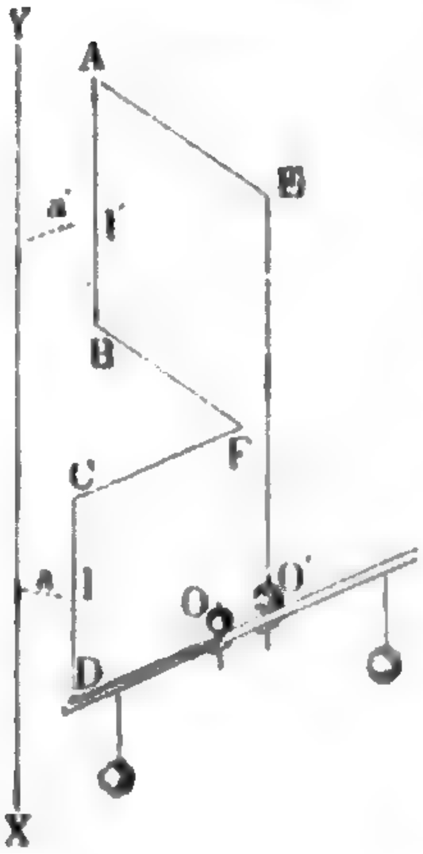
Digitized by Google

man zur Bestimmung dieser Konstanten gelangt; wir folgen darin zum Teil dem Wege, welchen Jamin[1]) eingeschlagen hat, zum Teil den Entwicklungen Ampères[2]).

Der erste Versuch, den wir zur Bestimmung der Konstanten anstellen, ist folgender.

Wir stellen auf das Stativ von Sturgeon einen Stromleiter von der Form $ODCFBAEO'$ Fig. 213 zwei Rechtecke, deren horizontale Seiten genau gleiche Längen haben, deren vertikale Seiten AB und CD aber respektive die Längen l und l' haben. Die beiden Rechtecke bilden irgend einen Winkel mit einander. Lassen wir durch diesen Stromleiter einen in $O'E$ aufsteigenden Strom cirkulieren, so wird derselbe bald eine bestimmte Gleichgewichtslage annehmen, so dafs die beiden Rechtecksebenen mit der Ebene des magnetischen Meridians gewisse Winkel bilden. Man bringe dann zwischen die beiden Rechtecke einen vertikal aufsteigenden möglichst langen Strom XY, so dafs die drei Ströme AB, XY, CD in einer Ebene liegen. Im allgemeinen wird man dann finden, daß der auf dem Stativ befindliche Leiter aus seiner Gleichgewichtslage gebracht wird. Man wird indes eine Lage für den Strom XY finden, bei welcher das nicht der Fall ist, bei welcher er seine Lage genau beibehält. Mifst man dann die senkrechten Abstände der beiden Leiter l und l' von XY, so findet man, wenn wir sie mit a und a' bezeichnen, dafs

Fig. 213.



$$a : a' = l : l',$$

dafs also in der Gleichgewichtslage die Abstände der Ströme l und l' von dem sie abstofsenden XY sich direkt verhalten, wie die Längen l und l'.

Zu der Bewegung des Leiters können in diesem Versuche nur beitragen die Wechselwirkungen zwischen dem vertikalen Leiter XY und den vertikalen Stromteilen AB und CD. Denn welches auch die Wirkungen des Stromes XY auf die horizontalen Seiten der Rechtecke sein mögen, die Wirkungen heben sich an jedem einzelnen Rechtecke auf, da die zu jedem gehörigen je zwei horizontalen Ströme gegen XY genau gleich gelegen, aber entgegengesetzt gerichtet sind.

Aus diesem Versuche folgt der Satz, dafs ein unendlich langer Strom auf zwei ihm parallele Ströme von der Länge l und l' genau gleiche anziehende oder abstofsende Kräfte ausübt, wenn die senkrechten Abstände dieser beiden Ströme von dem unendlich langen Strome sich verhalten wie die Längen dieser Ströme.

Um diese Erfahrung zu benutzen, untersuchen wir zunächst die Wirkung eines unendlich langen Stromes auf ein ihm paralleles Stromelement. Sei zu dem Ende ds Fig. 214 ein Element des unendlich langen Stromes XY, ds' ein ihm paralleles Element, die Stromintensität in ersterem sei i,

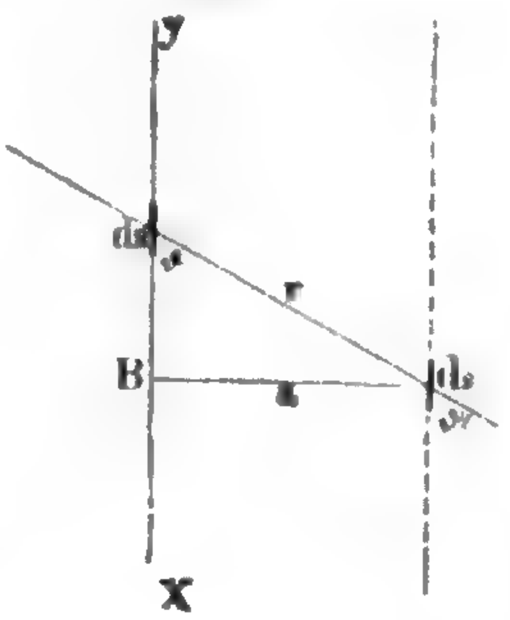
1) *Jamin*, Cours de physique vol. III. p. 205.
2) *Ampère*, Mémoire sur la théorie. p. 205 ff.

Digitized by Google

in letzterem i'; der Abstand der Elemente sei r, der senkrechte Abstand der Leiter sei a.

Da die beiden Elemente in derselben Ebene liegen, so ist der Winkel ω der Formel (3) gleich 0, und da sie parallel sind, so ist $\vartheta = \vartheta'$. Der Ausdruck (3) oder (3a) wird daher in diesem Falle

Fig. 214.



$$w = \frac{i\,i'\,ds\,ds'}{r^n}(\sin^2\vartheta + k\cos^2\vartheta).$$

Nun ist

$$r = \frac{a}{\sin\vartheta}.$$

Um jetzt auch ds durch ϑ auszudrücken, beachten wir, daſs die Länge s des Leiters von dem Punkte B an gerechnet bis zu dem Elemente ds gleich ist

$$s = a\cdot\cot\vartheta.$$

Ändert sich nun der Winkel ϑ um das unendlich kleine Stück $d\vartheta$, so ändert sich die Länge s um ds, demnach ist ds gleich dem Differential von $a\cdot\cot\vartheta$, somit

$$ds = -a\frac{d\vartheta}{\sin^2\vartheta}.$$

Setzen wir diese Werte für r und ds ein, so wird

$$w = -\frac{i\,i'\,ds'}{a^{n-1}}\sin^{n-2}\vartheta(\sin^2\vartheta + k\cos^2\vartheta)\,d\vartheta.$$

Diese Wirkung ist nach der Verbindungslinie r gerichtet; um daraus die parallel a gerichtete Wirkung zu erhalten, haben wir obigen Ausdruck mit $\sin\vartheta$ zu multiplizieren, dann ist

$$w' = w\sin\vartheta = -\frac{i\,i'\,ds'}{a^{n-1}}\sin^{n-1}\vartheta(\sin^2\vartheta + k\cos^2\vartheta)\,d\vartheta.$$

Um daraus die Wirkung des ganzen Stromes XY auf ds' zu erhalten, haben wir für alle den Strom zusammensetzenden Elemente ds einen ebensolchen Ausdruck zu bilden, und alle diese Ausdrücke zu summieren. Wir gelangen dazu, indem wir in jenem Ausdrucke ϑ nach und nach alle Werte zwischen 0 und 180° annehmen lassen, für jeden Wert von ϑ obigen Ausdruck bilden, und diese alle summieren. Jedes Glied dieser Summe hat den vor der Klammer stehenden Teil zum Faktor, wir können daher diese Summe setzen

$$W = -\frac{i\,i'\,ds'}{a^{n-1}}\int_0^{\pi}\{\sin^{n-1}\vartheta(\sin^2\vartheta + k\cos^2\vartheta)\}\,d\vartheta.$$

Welchen Wert diese Summe $\int$ hat, können wir nicht bestimmen, das sieht man aber, daſs sie irgend einen konstanten von ds und a un-

abhängigen Wert hat; bezeichnen wir denselben mit A, so wird die Wirkung des unendlichen Stromes auf das ihm parallele Element ds'

$$W = -\frac{i\,i'\,ds'}{a^{n-1}} \cdot A.$$

Da nun jedes Element des begrenzten Leiters l gegen den unendlich langen Leiter dieselbe Lage hat, so wird die Wirkung des Stromes XY auf jedes dieser Elemente parallel a dieselbe sein; die Wirkung der beiden Ströme auf einander wird daher durch eine Summe von unendlich vielen Gliedern dargestellt werden. Jedes Glied der Summe besteht aus zwei Teilen, aus dem Faktor

$$-A \cdot \frac{i\,i'}{a^{n-1}}$$

und aus ds'; sie wird daher

$$-A \cdot \frac{i\,i'}{a^{n-1}} \cdot \int ds';$$

die Summe $\int ds'$ ist einfach gleich der Länge des Leiters l, so daſs also die Einwirkung des unendlich langen Leiters XY auf den Leiter l im Abstande a ist

$$E = -A \cdot \frac{i\,i'}{a^{n-1}} \cdot l.$$

Befindet sich neben dem unendlich langen Leiter XY im Abstande a' ein anderer begrenzter Leiter l', welcher ihm parallel und in welchem die Stromstärke auch gleich i' ist, so ist

$$E' = -A \cdot \frac{i\,i'}{a'^{n-1}} \cdot l'.$$

Soll die Einwirkung auf beide Leiter dieselbe sein, so muſs

$$\frac{l}{a^{n-1}} = \frac{l'}{a'^{n-1}}.$$

Der Versuch hat ergeben, daſs die Einwirkung gleich ist, wenn

$$\frac{l}{a} = \frac{l'}{a'}.$$

Daraus folgt, daſs

$$n - 1 = 1, n = 2$$

ist.

Die Konstante n der Formel ist somit gleich 2, das heiſst die Wechselwirkung zweier Elemente ist dem Quadrate ihrer Entfernung umgekehrt proportional; die Formel 3 wird:

$$w = \frac{i\,i'\,ds\,ds'}{r^2}\,(\sin\vartheta \sin\vartheta' \cos\omega + k \cos\vartheta \cos\vartheta').$$

Es erübrigt jetzt noch die Bestimmung der Konstanten k.

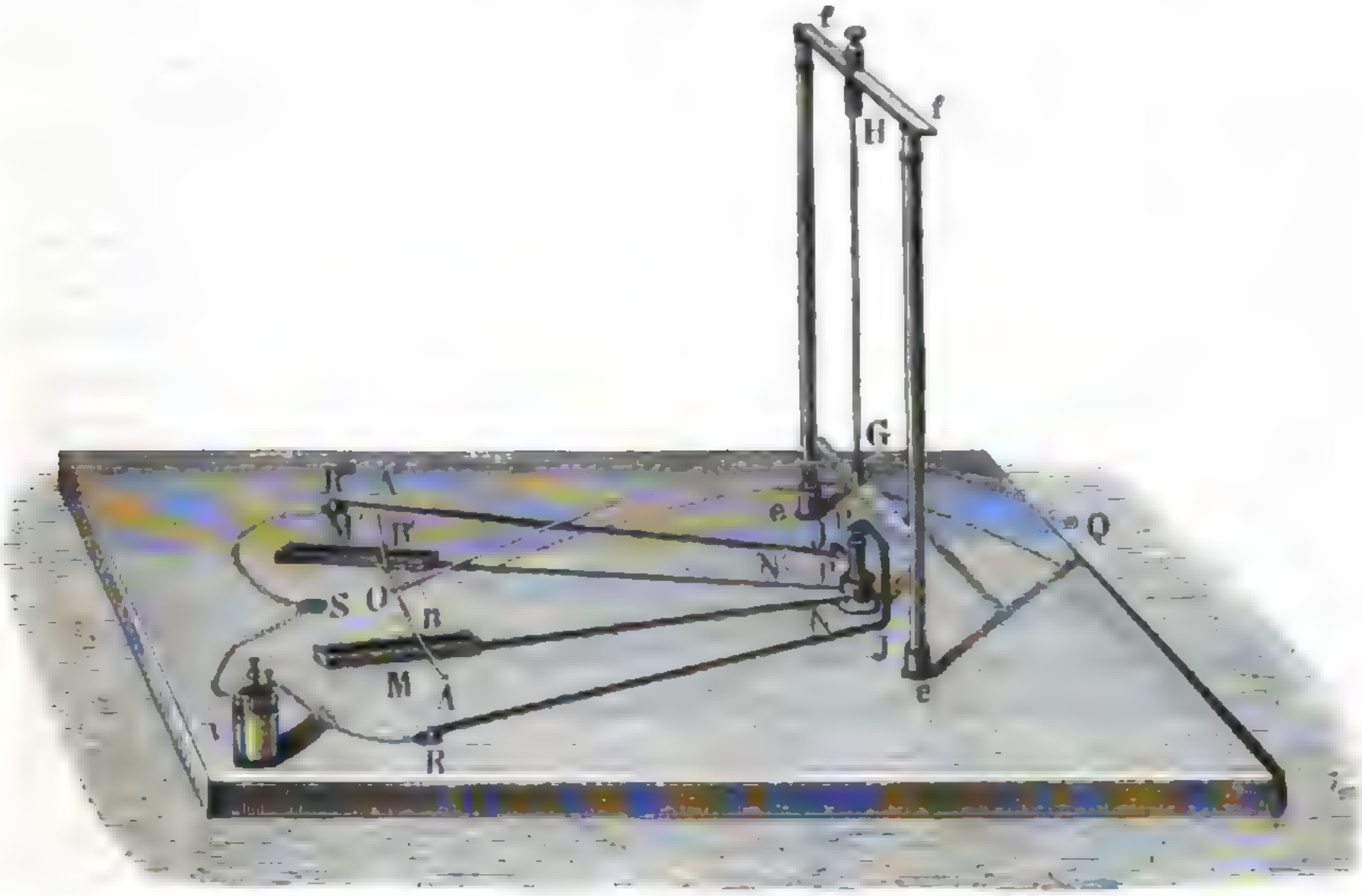
Ampère gelangte dazu durch Beobachtung einer zweiten Gleichgewichtslage[1]). Er zeigte nämlich, daſs ein geschlossener Strom, seine Form mag

1) *Ampère*, Mémoire sur la théorie. p. 194 ff.

Digitized by Google

sein welche sie will, ein Stück eines kreisförmigen Stromes, welches um eine durch den Mittelpunkt des Kreises gehende Axe drehbar ist, nicht in Bewegung zu setzen vermag. Die Versuchsanordnung, durch welche Ampère dieses zeigte, war folgende. Auf einem Tisch waren zwei vertikale Säulen ef Fig. 215 angebracht und durch zwei Querleisten verbunden; eine Axe GH wird von dem letzteren in vertikaler Lage gehalten. Die

Fig. 215.



Enden der Axe sind zugespitzt und stehen oben und unten in konischen Vertiefungen. Mit dieser Axe ist ein Arm QO verbunden, dessen Ende mit einem Charnier an der Mitte des Kreisbogens AA' befestigt ist, welcher aus einem Metalldraht gebildet ist und dessen Radius genau gleich dem Abstande des Punktes O von der Axe GH ist. Dieser Kreisbogen wird durch ein Gegengewicht Q equilibriert, um die Reibung der Axe in den konischen Lagern möglichst zu vermindern.

Unter dem Kreisbogen AA' befinden sich die zwei Quecksilberrinnen M, M', so dafs die über den Rändern hervorragende Quecksilberfläche den Bogen AA' in B und B' eben berührt. Die beiden Rinnen kommunizieren durch die metallischen Leiter MN, $M'N'$ mit den Quecksilberschälchen P und P'. Das Schälchen P und der Leiter MN, der es mit der Rinne M verbindet, sind an einer vertikalen Axe befestigt, welche sich frei drehen läfst. Durch das ringförmige Schälchen P', mit welchem der Leiter $M'N'$ verbunden ist, geht die nämliche Axe hindurch, um welche es sich unabhängig von dem anderen Schälchen drehen kann. Man kann auf diese Weise mit den Leitern MN und $M'N'$ beliebige Winkel bilden. Das ringförmige Schälchen P' ist von der Axe durch eine Glasröhre isoliert und wird durch eine kleine Glasplatte von dem Leiter MN geschieden.

Digitized by Google

Zwei andere in den Tisch eingelassene Leiter RJ und $R'J'$ tauchen resp. in die Näpfchen P und P', so wie andererseits in die Näpfchen R und R'. Zwischen den Näpfchen R befindet sich noch die ebenfalls mit Quecksilber gefüllte Vertiefung S.

Man verbindet R' mit S durch einen irgendwie gekrümmten Leiter, dann S mit dem einen, R mit dem anderen Pole der Säule V. Der Strom geht von dem positiven Pole der Säule durch RJ nach P, von dort durch NM, den Kreisbogen AA', den Leiter $M'N'$ nach P', durch $J'R'$, $R'S$ und den S mit dem anderen Pole der Säule verbindenden Draht zu dieser zurück. Auf den Kreisbogen AA' wirkt also der geschlossene Strom $VRJPP'J'R'SV$, denn dieser ist als geschlossen zu betrachten, da er zwischen P und P' nur durch eine dünne Glaswand unterbrochen ist.

Unter Wirkung dieses Stromes nimmt der Kreisbogen AA' durchaus keine Bewegung an, welches auch der Winkel ist, den die Leiter MN, $M'N'$ mit einander bilden; daraus ergiebt sich, dafs kein Element des Bogens einen Antrieb parallel seiner möglichen Bewegungsrichtung von dem geschlossenen Strome erhält. Da nun der Bogen sich nur um eine durch den Mittelpunkt des Kreises, von welchem er ein Teil ist, gehende vertikale Axe drehen kann, so folgt, dafs die Bewegungsrichtung jedes Elementes in jedem Augenblicke mit der an dem betreffenden Punkt des Kreises gelegten Tangente zusammenfällt, das ist mit der Richtung des Elementes selbst.

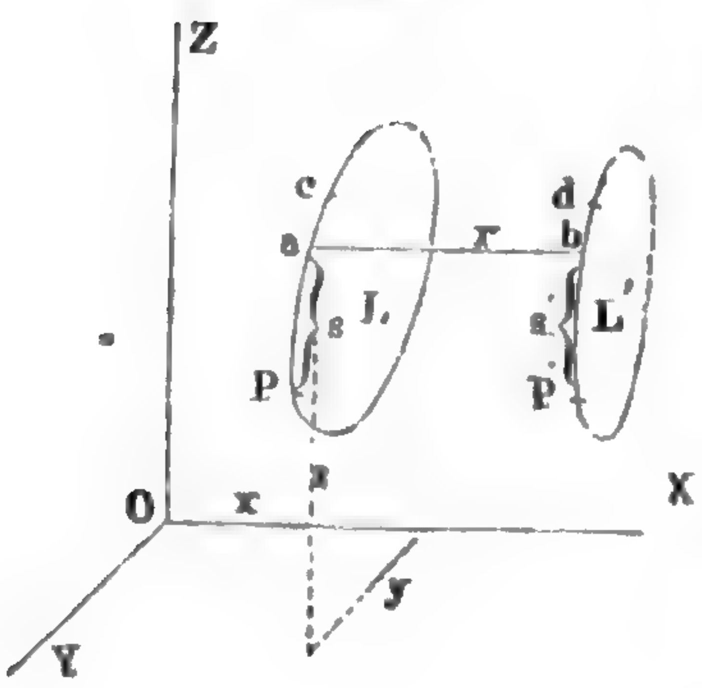
Es folgt also aus dem Ausbleiben der Bewegung bei diesem Versuche, dafs ein geschlossener Strom auf ein Element eines anderen Stromes keine der Richtung des Stromes parallele Wirkung ausübt.

Um diese Erfahrung zur Ableitung der Konstanten k zu benutzen, müssen wir aus unserer Formel für die Wechselwirkung zweier Elemente die Wirkung eines geschlossenen Stromes auf ein Element zu bestimmen suchen.

In unserer Formel

$$w = \frac{i\,i'\,ds\,ds'}{r^2}\,(\cos\varepsilon + (k-1)\cos\vartheta\cdot\cos\vartheta'),$$

Fig. 216.



in welcher wir uns ds' als ein Element des geschlossenen Stromes denken wollen, ändert sich r, ϑ, ϑ', ε, wenn sich die Lage des betrachteten Elementes in dem Stromkreis ändert, sie ändern sich aber ebenso, wenn wir anstatt des Elementes ds ein folgendes Element betrachten, so dafs also alle diese Werte Funktionen von s und s' sind. Sind z. B. L und L' Fig. 216 zwei Leiter, auf denen bei a und b die Elemente ds und ds' liegen, so ändert sich r sowohl, wenn wir a mit d, als auch, wenn wir c mit b oder d verbinden. Ebenso wird der Winkel ϑ, den ac mit r bildet, geändert,

Digitized by Google

wenn wir a anstatt mit b mit d verbinden, der Winkel wird aber ebenso ein anderer, wenn wir auf dem Leiter L um ac voranschreiten und nun c mit b oder d verbinden. Gleiches gilt von ϑ', und ebenso ändert sich der Winkel, den die beiden Elemente mit einander bilden.

Da wir die Wirkung des Leiters L' auf ein irgendwie gelegenes Element zu bestimmen suchen, so müssen wir untersuchen, in welcher Weise sich die Winkel mit der Lage der Elemente ändern.

Wir bezeichnen die Länge des Leiters L von irgend einem Punkte P an gerechnet bis zur Stelle, wo das Element ds liegt, mit s, ebenso mit s' die Länge des Leiters L' von P' bis zum Element ds'.

Zunächst ist es leicht, den Abstand r der betrachteten Elemente in seiner Abhängigkeit von der Lage der Elemente auszudrücken. Wir beziehen dazu die Leiter L und L' auf ein rechtwinkliges dreiaxiges Koordinatensystem und nehmen an, dafs sowohl s als auch s' als Funktionen von x, y, z gegeben sind, d. h., dafs wir die Beziehungen zwischen den drei Koordinaten kennen, welche jeden Punkt der Leiter bestimmen. Dieses gesetzt seien x, y, z die Koordinaten des Elementes ds, x' y' z' die Koordinaten des Elementes ds'. Für den Abstand r der beiden Elemente haben wir dann bekanntlich

$$r^2 = (x' - x)^2 + (y' - y)^2 + (z' - z)^2.$$

Wächst s um ds, so ändert sich der Wert r um dr.

Wenn sich aber s um ds ändert, so ändern sich x in $x + dx$, y in $y + dy$, z in $z + dz$. Die Änderung dr können wir darnach berechnen, indem wir die geänderten Werte in jene Gleichung einsetzen; es wird

$$-dr = \frac{(x' - x) \cdot dx + (y' - y)\, dy + (z' - z)\, dz}{r}.$$

Ebenso ändert sich aber r um dr, wenn sich s' um ds', also x' um dx', y' um dy' und z' um dz' ändert; den Wert von dieser Änderung dr erhalten wir ebenso,

$$dr = \frac{(x' - x)\, dx' + (y' - y)\, dy' + (z' - z)\, dz'}{r}.$$

Bezeichnen wir die Gröfse, um welche dr sich ändert, wenn sowohl s als auch s' sich ändern, mit $d^2 r$, so dafs die Verbindungslinie der beiden Endpunkte c und d der Elemente wird

$$r + dr + d^2 r,$$

so können wir den Wert dieser Änderung aus einer der beiden Gleichungen für dr erhalten, nehmen wir die letzte und schreiben sie

$$r \cdot dr = (x' - x)\, dx' + (y' - y)\, dy' + (z' - z)\, dz'.$$

Differentiieren wir dieselbe, so wird

$$dr \cdot dr + r \cdot d^2 r = -(dx \cdot dx' + dy \cdot dy' + dz \cdot dz') \quad . \quad . \text{(a)}$$

Diese Änderungen von r gestatten uns die Winkel ϑ, ϑ' und ε zu bestimmen.

Es ist ϑ der Winkel, welchen ds mit r bildet; projizieren wir ds auf r, so ist diese Projektion die Gröfse, um welche, wenn ϑ kleiner ist

Digitized by

als 90^0, r abnimmt, wenn s um ds wächst, also gleich $-dr$; der Quotient dieser Projektion durch ds ist aber der Cosinus von ϑ, demnach

$$\cos\vartheta = -\frac{dr}{ds};$$

in derselben Weise ist

$$\cos\vartheta' = \frac{dr}{ds'}.$$

Der Winkel ε ist der Winkel, welchen die beiden Elemente mit einander bilden; bezeichnen wir für einen Augenblick die Winkel, welche die beiden Elemente mit den drei Axen bilden, respektive mit λ, μ, ν und λ', μ', ν', so ist

$$\cos\varepsilon = \cos\lambda\cos\lambda' + \cos\mu\cos\mu' + \cos\nu\cos\nu'.$$

Nun sind aber, da dx, dy, dz und dx', dy', dz' die Projektionen der beiden Elemente ds und ds' auf die Axen sind,

$$\cos\lambda = \frac{dx}{ds},\ \cos\lambda' = \frac{dx'}{ds'};\ \cos\mu = \frac{dy}{ds},\ \cos\mu' = \frac{dy'}{ds'};$$

$$\cos\nu = \frac{dz}{ds};\ \cos\nu' = \frac{dz'}{ds'}.$$

Demnach ist

$$\cos\varepsilon = \frac{dx}{ds}\cdot\frac{dx'}{ds'} + \frac{dy}{ds}\cdot\frac{dy'}{ds'} + \frac{dz}{ds}\cdot\frac{dz'}{ds'}.$$

Die Summe der drei Produkte auf der rechten Seite können wir sofort durch r, dr und d^2r ausdrücken, denn nach Gleichung (a) ist.

$$\frac{dr}{ds}\cdot\frac{dr}{ds'} + r\cdot\frac{d^2r}{ds\,ds'} = -\left(\frac{dx}{ds}\cdot\frac{dx'}{ds'} + \frac{dy}{ds}\cdot\frac{dy'}{ds'} + \frac{dz}{ds}\cdot\frac{dz'}{ds'}\right).$$

Demnach

$$\cos\varepsilon = -\frac{d^2r}{ds\,ds'} - \frac{dr}{ds}\cdot\frac{dr}{ds'}.$$

Auf diese Weise haben wir alle in unserer Gleichung für w vorkommenden Werte durch r, s und s' wieder gegeben; setzen wir diese Ausdrücke in jene Gleichung ein, so wird sie

$$w = -\frac{i\,i'\,ds\,ds'}{r^2}\left\{r\frac{d^2r}{ds\,ds'} + \frac{dr}{ds}\cdot\frac{dr}{ds'} + (k-1)\frac{dr}{ds}\cdot\frac{dr}{ds'}\right\}$$

$$w = -\frac{i\,i'\,ds\,ds'}{r^2}\left\{r\frac{d^2r}{ds\,ds'} + k\cdot\frac{dr}{ds}\cdot\frac{dr}{ds'}\right\}.$$

Wir brauchen demnach nur die Abhängigkeit von r von s und s' zu kennen, d. h. nur die Form der Leiter, um die Wirkung zweier Elemente, welche irgendwo in den beiden Strömen liegen, auf einander zu berechnen.

Wir können diesem Ausdrucke noch eine bequemere Form geben. Berechnen wir nämlich die Änderung, welche der Ausdruck

$$r^k\cdot\frac{dr}{ds}$$

Digitized by Google

erfährt, wenn sich s' um ds' ändert, differentiieren wir also den Ausdruck nach s', so wird

$$\frac{d\left(r^k \frac{dr}{ds}\right)}{ds'} = kr^{k-1}\frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds'} + r^k \frac{d^2r}{ds\,ds'}$$

und somit

$$\frac{1}{r^{k-1}} \cdot \frac{\left(r^k \frac{dr}{ds}\right)}{ds'} = r \cdot \frac{d^2r}{ds\,ds'} + k\frac{dr}{ds} \cdot \frac{dr}{ds'}$$

und daraus

$$w = -\frac{i\,i'\,ds}{r^{k+1}} \cdot \frac{d\left(r^k \frac{dr}{ds}\right)}{ds'} \cdot ds'.$$

Dies ist die Wirkung der beiden Elemente auf einander; um die der Richtung des Elementes ds parallele Komponente zu erhalten, haben wir die parallel r gerichtete Gesamtwirkung mit $\cos\vartheta$ zu multiplizieren; vertauschen wir zugleich $\frac{dr}{ds}$ mit dem ihm gleichen $-\cos\vartheta$, so wird

$$v = w \cdot \cos\vartheta = \frac{i\,i'ds}{r^{k+1}} \cdot \frac{d\,(r^k \cdot \cos\vartheta)}{ds'} \cos\vartheta \cdot ds'.$$

Um hieraus die Einwirkung eines beliebigen geschlossenen Stromes auf ein irgendwie gelegenes Element ds zu erhalten, haben wir für alle Elemente ds' den Wert des so gefundenen Ausdruckes zu bestimmen und alle diese Werte zu summieren; wir können diese Summe schreiben, da jedes Glied den konstanten Faktor $i\,i'\,ds$ hat,

$$V = i\,i'\,ds \int_{g_1}^{g_2} r^{-k-1} \cdot \frac{d\,(r^k \cdot \cos\vartheta)}{ds'} \cos\vartheta \cdot ds',$$

wo das Integral über alle Elemente des Leiters von dem einen Ende g_1 bis zum andern Ende g_2 zu bilden ist.

Die Integralrechnung lehrt diese Summe finden; und zwar beweist sie, dafs, welches auch die Form des Leiters ist, zu welchem ds' gehört, immer

$$V = \tfrac{1}{2}\,i\,i'\,ds\left\{\left[\frac{\cos^2\vartheta}{r}\right]^{g_2} - \left[\frac{\cos^2\vartheta}{r}\right]_{g_1} + (1+2k)\int_{g_1}^{g_2} r^{-2}\cos^2\vartheta \frac{dr}{ds'}\,ds'\right\}.$$

Die beiden ersten Glieder in der Klammer bedeuten die Werte, welche diese Ausdrücke an den beiden Grenzen des Leiters, zu welchem das Element ds' gehört, annehmen.

Wie wir in dem beschriebenen Versuche sahen, ist V immer gleich 0, die Form des geschlossenen Leiters mag sein, welche sie will. Da der Leiter geschlossen ist, haben ϑ und r an den beiden Grenzen g_1 und g_2, welche zusammenfallen, gleiche Werte, deshalb ist die Differenz der beiden ersten Glieder in der Klammer des Ausdruckes für V gleich 0, welches auch die Form des Leiters ist; über den Wert der Summe des zweiten Gliedes läfst sich gar nichts aussagen. Diese Summe läfst sich gar nicht

Digitized by Google

bilden, da der Ausdruck unter dem Summenzeichen kein vollständiges Differential ist, das heifst da dieser Ausdruck nicht die Differenz zweier auf einander folgender Werte einer Funktion ist, in welchen die Veränderlichen nur unendlich wenig verschieden gesetzt werden. Soll V unter allen Umständen gleich 0 sein, so mufs deshalb

$$1 + 2k = 0$$

oder

$$k = -\tfrac{1}{2}$$

sein.

Die Konstante k der Formel ist somit gleich $-\tfrac{1}{2}$, d. h. die Wirkung zweier in einer geraden Linie liegenden Elemente ist bei gleichem Abstande r halb so grofs, und bei gleichgerichteten Strömen entgegengesetzt der Wirkung zweier paralleler Ströme. Mit diesem Werte wird in unserer Formel 3a

$$w = \frac{i\,i'\,ds\,ds'}{r^2}\left(\cos\varepsilon - \tfrac{3}{2}\,.\cos\vartheta\,.\cos\vartheta'\right).$$

Sind die Elemente einander parallel und die Ströme gleichgerichtet, so ist $\varepsilon = 0$, $\vartheta = \vartheta' = 90^0$, somit

$$w = \frac{i\,i'\,ds\,ds'}{r^2}.$$

Fallen die Elemente in eine gerade Linie und sind die Ströme gleichgerichtet, so ist $\varepsilon = 0$, $\vartheta = 0$, $\vartheta' = 0$, dann wird

$$w = -\frac{i\,i'\,ds\,ds'}{2\,r^2}.$$

Der Versuch hat bewiesen, dafs im letzteren Falle die Elemente sich abstofsen, im ersteren sich anziehen; im letzteren Falle wird also durch die Wirkung w der Abstand r vergröfsert. Man versieht nun gewöhnlich jene Wirkung, durch welche der Abstand der Elemente vergröfsert wird, mit dem positiven, jene, welche den Abstand r zu verkleinern strebt, mit dem negativen Vorzeichen; deshalb vertauschen wir in unserm Ausdrucke die Vorzeichen und setzen

$$w = -\frac{i\,i'\,ds\,ds'}{r^2}\left\{\cos\varepsilon - \tfrac{3}{2}\cos\vartheta\,.\cos\vartheta'\right\}$$

oder

$$w = \frac{i\,i'\,ds\,ds'}{r^2}\left\{r\,\frac{d^2r}{ds\,ds'} - \tfrac{1}{2}\,\frac{dr\,dr}{ds\,ds'}\right\}$$

oder auch

$$w = \frac{i\,i'\,ds\,ds'}{r^{1/2}}\,\frac{d\left(r^{-1/2}\frac{dr}{ds}\right)}{ds'}.$$

Diese Ausdrücke geben uns das elektrodynamische Grundgesetz, indem sie uns die Wechselwirkung irgend zweier beliebig gerichteter Elemente parallel der Verbindungslinie ihrer Mittelpunkte geben[1]).

---

1) Eine von der Ampèreschen abweichende Theorie giebt *Grassmann* in Poggend. Ann. Bd. LXIV. Er verwirft in derselben die Annahme Ampères, dafs zwei Stromelemente parallel der Verbindungslinie ihrer Mittelpunkte anziehend

Digitized by Google

§. 116.

Wirkung eines geschlossenen Stromkreises auf ein Element. Wir wollen zunächst den im vorigen Paragraphen abgeleiteten Ausdruck für die Wirkung zweier Elemente benutzen, um die Wirkung eines Stromkreises auf ein Element durch die drei den Koordinatenaxen parallelen Komponenten der Wirkung auszudrücken. Es sei L' Fig. 216 (Seite 818) der geschlossene Stromkreis.

In unserm Ausdruck für die Wirkung zweier Elemente

$$w = \frac{i\,i'\,ds\,ds'}{r^{1/2}}\,\frac{d\left(r^{-1/2}\frac{dr}{ds}\right)}{ds'}$$

ist, wie wir sahen,

$$\frac{dr}{ds} = -\cos\vartheta,$$

wenn ϑ der Winkel ist, den ds mit der Verbindungslinie r der beiden Elemente bildet. Diesen Winkel können wir durch die Winkel λ, μ, ν, welche das Element mit den drei Koordinatenaxen bildet und die drei Winkel, welche die Verbindungslinie r mit den drei Axen bildet, ausdrücken. Die Cosinus dieser drei letztern Winkel sind

$$\frac{x'-x}{r} \qquad \frac{y'-y}{r} \qquad \frac{z'-z}{r}$$

demnach

$$\cos\vartheta = \cos\lambda\,\frac{x'-x}{r} + \cos\mu\,\frac{y'-y}{r} + \cos\nu\,\frac{z'-z}{r} \;\ldots\ldots (a).$$

Setzen wir das in den Ausdruck für w ein und multiplizieren mit dem Cosinus des Winkels, den die Verbindungslinie r mit der x-Axe bildet, so erhalten wir für die x-Komponente der Wirkung

$$\xi = -\,i\,i'\,ds\,ds'\,\frac{x'-x}{r^{3/2}}\,\frac{d\left(\frac{x'-x}{r^{3/2}}\cos\lambda + \frac{y'-y}{r^{3/2}}\cos\mu + \frac{z'-z}{r^{3/2}}\cos\nu\right)}{ds'}$$

---

oder abstofsend auf einander wirken. Wir können die Theorie von Grassmann hier nicht darlegen und bemerken nur, dafs sie für geschlossene Ströme zu denselben Resultaten führt, wie die Theorie von Ampère. Ein Unterschied zeigt sich nur in dem Verhalten begrenzter, d. h. nicht in sich selbst zurücklaufender Ströme. Eine experimentelle Prüfung dieses Falles, und somit eine Entscheidung zwischen beiden Theorieen hat noch nicht stattgefunden. Die allgemeinste Behandlung der elektrodynamischen Gleichungen giebt *Stefan* in seiner umfangreichen sehr interessanten Abhandlung, die wir schon im Beginne dieses Paragraphen erwähnten. Stefan weist darin nach, dafs sowohl die Theorie von Ampère als die von Grassmann durch besondere nicht notwendige Annahmen aus der von ihm entwickelten allgemeinen Theorie sich ergeben, wie z. B. die von Ampère einfach dadurch, dafs er die Seite 810 Anm. 1) erwähnten transversalen Wirkungen gleich Null setzt. Zugleich weist Stefan nach, dafs und weshalb diese Theorieen sämtlich für geschlossene Ströme dieselben Resultate liefern. Wir werden daher im Folgenden, da wir stets nur die Wirkung geschlossener Ströme beobachten, die Ampèresche Theorie beibehalten, an den passenden Stellen dagegen auf die andern Theorieen hinweisen.

Digitized by Google

Hierin können wir, da λ, μ, ν konstant sind, wie man sich durch Ausführung der Differentiation nach x' beziehungsweise nach y' überzeugt, folgende Umformung vornehmen

$$\frac{x'-x}{r^{3/2}}\, d\,\frac{x'-x}{r^{3/2}} \cos\lambda = {}^1/_2\, d\,\frac{(x'-x)^2}{r^3}\cos\lambda$$

$$\frac{x'-x}{r^{3/2}}\, d\,\frac{y'-y}{r^{3/2}} \cos\mu = \frac{x'-x}{y'-y}\,\frac{y'-y}{r^{3/2}}\, d\,\frac{y'-y}{r^{3/2}}\cos\mu$$

$$= \frac{x'-x}{y'-y}\, d\,\frac{(y'-y)^2}{r^3}\cos\mu.$$

Wenden wir die bekannte Formel an, dafs wenn u und v zwei Veränderliche sind

$$d(uv) = u\,dv + v\,du$$

$$u\,dv = d(uv) - v\,du$$

und setzen

$$\frac{x'-x}{y'-y} = u, \quad \frac{(y'-y)^2}{r^3}\cos\mu = v,$$

so können wir den zuletzt erhaltenen Ausdruck schreiben

$$d\,\frac{(x'-x)(y'-y)}{r^3}\cos\mu - \frac{(y'-y)^2}{r^3}\cos\mu\, d\,\frac{x'-x}{y'-y}$$

und wenn wir die Differentiation des zweiten Gliedes ausführen

$$d\,\frac{(x'-x)(y'-y)}{r^3}\cos\mu - \cos\mu\,\frac{(y'-y)\,dx' - (x'-x)\,dy'}{r^3}.$$

In ganz gleicher Weise erhalten wir für das dritte Glied in dem Ausdrucke für ξ

$$d\,\frac{(x'-x)(z'-z)}{r^3}\cos\nu - \cos\nu\,\frac{(z'-z)\,dx' - (x'-x)\,dz'}{r^3}.$$

Setzen wir die so umgeformte Differentiale in den Ausdruck für ξ ein, nachdem wir im Zähler und Nenner ds' fortgehoben haben, so wird

$$\xi = -ii'ds\left\{d\,(x'-x)\,\frac{(x'-x)\cos\lambda + (y'-y)\cos\mu + (z'-z)\cos\nu}{r^3}\right.$$

$$\left. -\cos\mu\,\frac{(y'-y)\,dx' - (x'-x)\,dy'}{r^3} - \cos\nu\,\frac{(z'-z)\,dx' - (x'-x)\,dz'}{r^3}\right\}.$$

Das erste Glied in der Klammer ist nach Gleichung (a)

$$d\,\frac{x'-x}{r^2}\cos\vartheta.$$

Die X-Komponente der Wirkung des ganzen Stromes auf das Element ds erhalten wir durch Integration des für ξ erhaltenen Ausdruckes über den ganzen Strom, somit

$$X = -ii'ds\left\{\int d\,\frac{x'-x}{r^2}\cos\vartheta - \cos\mu\int\frac{(y'-y)\,dx' - (x'-x)\,dy'}{r^3}\right.$$

$$\left. - \cos\nu\int\frac{(z'-z)\,dx' - (x'-x)\,dz'}{r^3}\right\}.$$

Digitized by Google

Unter dem ersten der drei Integralzeichen haben wir ein totales Differential; da bei der Integration über den ganzen Stromkreis die Grenzen zusammenfallen, also an den Grenzen x', r und ϑ denselben Wert haben, so ist der Wert des ersten Integrals gleich null. Die Werte der andern Integrale können wir nicht allgemein angeben, setzen wir deshalb mit Ampère

$$\int^s \frac{(y'-y)\,dx' - (x'-x)\,dy'}{r^3} = -C$$

$$\int^s \frac{(z'-z)\,dx' - (x'-x)\,dz'}{r^3} = B,$$

so wird

$$X = -\,i\,i'\,ds\,(C\cos\mu - B\cos\nu).$$

In ganz gleicher Weise ergiebt sich, wenn wir noch

$$\int^s \frac{(y'-y)\,dz' - (z'-z)\,dy'}{r^3} = A$$

setzen, für die Y-Komponente und Z-Komponente

$$Y = -\,i\,i'\,ds\,(A\cos\nu - C\cos\lambda)$$

$$Z = -\,i\,i'\,ds\,(B\cos\lambda - A\cos\mu).$$

Wenn wir auch die Werte A, B, C nicht allgemein angeben können, so lassen sich doch sofort aus diesen Ausdrücken einige wichtige Folgerungen über die Richtung der Resultierenden ziehen. Die resultierende Wirkung des Stromes auf das Element ist gegeben durch

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$$

und die Cosinus der Winkel, welche die Resultierende mit den Koordinatenaxen bildet, durch

$$\frac{X}{R} \quad \frac{Y}{R} \quad \frac{Z}{R}.$$

Den Winkel, welchen die Resultierende mit dem Elemente bildet, erhalten wir in der Summe der Produkte

$$\frac{Y}{R}\cos\lambda + \frac{Y}{R}\cos\mu + \frac{Z}{R}\cos\nu = \frac{X\cos\lambda + Y\cos\mu + Z\cos\nu}{R}.$$

Rechnen wir den Zähler aus, so wird derselbe gleich null, der Winkel, den die Resultierende mit dem Element bildet, ist somit ein Rechter, oder die Gleichungen geben den nach dem vorigen Paragraphen von Ampère bewiesenen Satz, dafs in die Richtung des Elementes keine Komponente der Wirkung fällt, dafs somit die Richtung der Resultierenden auf dem Elemente senkrecht steht.

Die Richtung und Gröfse der resultierenden Wirkung können wir mit Hilfe einer zweiten von Ampère als Direktrix bezeichneten Linie bestimmen.

Denken wir uns die drei Gröfsen A, B, C auf die Koordinatenaxen aufgetragen, so ist die durch die Gleichung

$$D = \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}$$

Digitized by Google

gegebene Diagonale des durch die Seiten A, B, C bestimmten Parallelepipeds die Direktrix. Die Cosinus der Winkel, die sie mit den Koordinatenaxen bildet, sind

$$\frac{A}{D} \qquad \frac{B}{D} \qquad \frac{C}{D}.$$

Der Cosinus des Winkels, welchen die Resultierende mit der Direktrix bildet, ist demnach

$$\frac{A}{D}\frac{X}{R} + \frac{B}{D}\frac{Y}{R} + \frac{C}{D}\frac{Z}{R}.$$

Rechnet man die Summe $AX + BY + CZ$ aus, so ergiebt sich dieselbe gleich null; es folgt die Resultierende ist auch senkrecht zur Richtung der Direktrix. Legen wir somit durch das Element die Direktrix, so folgt, daſs die Richtung der Resultierenden senkrecht ist zu der durch das Element und die Direktrix gelegten Ebene.

Mit Hilfe der Direktrix und des Winkels ω, welchen das Element mit der Direktrix bildet, läſst sich die Gröſse der Resultierenden in der kürzesten Form darstellen. Nennen wir die Winkel, welche die Direktrix mit den drei Koordinatenaxen bildet, α, β, γ, so daſs

$$\frac{A}{D} = \cos\alpha \qquad \frac{B}{D} = \cos\beta \qquad \frac{C}{D} = \cos\gamma,$$

so ist

$$\cos\omega = \cos\alpha\cos\lambda + \cos\beta\cos\mu + \cos\gamma\cos\nu.$$

Rechnet man den Wert der Resultierenden aus, indem man in der Gleichung

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$$

für X, Y, Z ihre Werte, und weiter

$$A = D\cos\alpha \qquad B = D\cos\beta \qquad C = D\cos\gamma$$

setzt, so erhält man leicht

$$R = -\tfrac{1}{2}\, i\, i'\, ds\, D \sqrt{H^2 + K^2 + L^2}$$

wenn

$$H = \cos\gamma\cos\mu - \cos\beta\cos\nu$$

$$K = \cos\alpha\cos\nu - \cos\gamma\cos\lambda$$

$$L = \cos\beta\cos\lambda - \cos\alpha\cos\mu.$$

Beachtet man, daſs

$$\cos^2\lambda + \cos^2\mu + \cos^2\nu = 1 \qquad \cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1,$$

so erhält man durch leichte Umformungen

$$H^2 + K^2 + L^2 = 1 - \cos^2\omega$$

und somit

$$R = -\tfrac{1}{2}\, i\, i'\, ds\, D\sqrt{1 - \cos^2\omega} = -\tfrac{1}{2}\, i\, i'\, ds\, D \sin\omega.$$

Aus der Gröſse und der Lage der Direktrix und der Lage des Elementes läſst sich deshalb unmittelbar die Richtung und Gröſse der resul-

Digitized by Google

tierenden Wirkung berechnen. Wir werden diese Ausdrücke später zu diesem Zwecke dort, wo wir den Wert der Direktrix angeben können, benutzen.

§. 117.

Das Potential zweier geschlossener Ströme auf einander. Durch eine Umformung des in §. 115 abgeleiteten Ausdrucks für die Wirkung zweier Stromelemente auf einander können wir leicht nachweisen, daſs die Wirkung zweier geschlossener Ströme auf einander durch ein Potential bestimmt ist, dessen partielle Derivierten nach den Koordinatenaxen uns die Wirkungen dieser Ströme parallel diesen Axen geben. Von den beiden Elementen ds und ds' gehöre wie in Fig. 216 das erstere zu dem geschlossenen Strome L, das andere zu dem geschlossenen Strome L', die Koordinaten des erstern seien wie bisher x, y, z, des letztern x', y', z'. Die nach der Verbindungslinie r der beiden Elemente gerichtete Wirkung ist mit den frühern Bezeichnungen

$$w = -\frac{ii'\,ds\,ds'}{r^2}\left(\cos\varepsilon - {}^3/_2 \cos\vartheta\cos\vartheta'\right).$$

Um die Wirkung parallel den Koordinatenaxen zu erhalten, haben wir w zu multiplizieren mit beziehungsweise

$$\cos\widehat{r,x} = \frac{x'-x}{r}, \quad \cos\widehat{r,y} = \frac{y'-y}{r}, \quad \cos\widehat{r,z} = \frac{z'-z}{r}.$$

Betrachten wir zunächst nur die Komponente parallel x, so wird dieselbe

$$\xi = {}^1/_2\, ii'\,ds\,ds' \left\{3\cos\vartheta\cos\vartheta' - 2\cos\varepsilon\right\}\frac{x'-x}{r^3}.$$

Zur Umformung führen wir den Differentialquotienten des $\cos\widehat{r,x}$ nach s ein, derselbe wird

$$\frac{d\left(\frac{x'-x}{r}\right)}{ds} = -\frac{x'-x}{r^2}\frac{dr}{ds} - \frac{1}{r}\frac{dx}{ds},$$

da bei dieser Differentiation x' konstant ist. Wir differentiieren jetzt nochmals nach s', bei welcher Differentiation x konstant ist und erhalten

$$\frac{d\left(\frac{d\left(\frac{x'-x}{r}\right)}{ds}\right)}{ds'} = 2\frac{x'-x}{r^3}\frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds'} - \frac{x'-x}{r^2}\frac{d^2r}{ds\,ds'} - \frac{1}{r^2}\frac{dr}{ds}\frac{dx'}{ds'} + \frac{1}{r^2}\frac{dr}{ds'}\frac{dx}{ds}.$$

Addieren und subtrahieren wir auf der rechten Seite den Ausdruck

$$\frac{x'-x}{r^3}\frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds'},$$

so können wir die letztere Gleichung schreiben:

$$\frac{d\left(\frac{d\left(\frac{x'-x}{r}\right)}{ds}\right)}{ds'} = 3\frac{x'-x}{r^3}\frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds'} - \frac{x'-x}{r^3}\left(r\frac{d^2r}{ds\,ds'} + \frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds'}\right)$$
$$- \frac{1}{r^2}\frac{dr}{ds}\frac{dx'}{ds'} + \frac{1}{r^2}\frac{dr}{ds'}\frac{dx}{ds}.$$

Digitized by Google

Nach §. 115 ist

$$-\frac{dr}{ds} = \cos\vartheta, \qquad \frac{dr}{ds'} = \cos\vartheta', \qquad r\frac{d^2r}{ds\,ds'} + \frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds'} = -\cos\varepsilon.$$

Führen wir diese Ausdrücke ein, so erhält man leicht

$$(2\cos\varepsilon - 3\cos\vartheta\cos\vartheta')\frac{x'-x}{r^3} = \frac{d\left(\frac{d\left(\frac{x'-x}{r}\right)}{ds}\right)}{ds'} + \frac{1}{r^2}\frac{dr}{ds}\frac{dx'}{ds'}$$
$$-\frac{1}{r^2}\frac{dr}{ds'}\frac{dx}{ds} + \cos\varepsilon\frac{x'-x}{r}.$$

Das zweite Glied auf der rechten Seite können wir schreiben

$$\frac{1}{r^2}\frac{dr}{ds}\frac{dx'}{ds'} = -\frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{ds}\frac{dx'}{ds'},$$

und ebenso das dritte

$$-\frac{1}{r^2}\frac{dr}{ds'}\frac{dx}{ds} = \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{ds'}\frac{dx}{ds}.$$

Setzen wir diese Ausdrücke in die Gleichung für ξ ein, so wird dieselbe

$$\xi = -\tfrac{1}{2}\,ii'\,ds\,ds'\left\{\frac{d\left(\frac{d\left(\frac{x'-x}{r}\right)}{ds}\right)}{ds'} - \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{ds}\frac{dx'}{ds'} + \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{ds'}\frac{dx}{ds}\right.$$
$$\left. + \cos\varepsilon\frac{x'-x}{r}\right\}.$$

Ganz genau in derselben Weise erhält man die Komponenten der Wirkung parallel der Axe der Y und parallel der Axe der Z; man hat nur um die erstere zu erhalten für x' einzusetzen y' und für x die Ordinate y; ferner x' mit z' und x mit z zu vertauschen, um die Komponente parallel Z zu bestimmen.

Die den drei Koordinaten parallelen Komponenten der Wirkung, welche die geschlossenen Ströme auf einander ausüben, erhalten wir aus der abgeleiteten Wirkung der Elemente, indem wir für jedes Element des einen und des andern Leiters diesen Ausdruck bilden, und dann alle diese Ausdrücke summieren, also über die beiden Leiter L und L' integrieren. Bei der Integration über L' fällt das erste Glied

$$-\tfrac{1}{2}\,ii'\,ds\int \frac{d\left(\frac{d\left(\frac{x'-x}{r}\right)}{ds}\right)}{ds'}\,ds'$$

aus, denn der Ausdruck unter dem Integralzeichen ist ein vollständiges Differential, und bei der Integration über den geschlossenen Leiter L' fallen die obere und untere Grenze des Integrals zusammen.

Digitized by Google

Gleiches gilt bei der Integration über L' für das dritte Glied und aus demselben Grunde.

Für die X-Komponente der Wirkung des Leiters L' auf das Element ds erhalten wir demnach

$$X_1 = -\tfrac{1}{2}\, i \,.\, i' \,.\, ds \int \left\{ \cos\varepsilon \cdot \frac{x'-x}{r^3} - \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{ds} \cdot \frac{dx'}{ds'} \right\} ds'.$$

Daraus erhalten wir die X-Komponente der Wirkung der gesamten Leiter, indem wir nochmals über den Leiter L, also nach s summieren

$$X = -\tfrac{1}{2}\, i' i' \int\!\!\int \left\{ \cos\varepsilon \cdot \frac{x'-x}{r^3} - \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{ds} \frac{dx'}{ds'} \right\} ds'\, ds.$$

Aus demselben Grunde, aus welchem bei der vorigen Summation das dritte Glied fortfiel, fällt jetzt das zweite Glied wieder fort, da dieses die Summe der Differenzen aller auf einander folgenden Werte als Faktor enthält, welche $\frac{1}{r}$ annimmt, wenn ds nach und nach alle Lagen auf dem Leiter L annimmt.

Die X-Komponente wird also schliefslich für zwei geschlossene Leiter

$$X = -\tfrac{1}{2}\, i\, i' \int\!\!\int \cos\varepsilon \cdot \frac{x'-x}{r^3}\, ds\, ds',$$

und in derselben Weise die beiden andern Komponenten

$$Y = -\tfrac{1}{2}\, i\, i' \int\!\!\int \cos\varepsilon\, \frac{y'-y}{r^3}\, ds\, ds'; \quad Z = -\tfrac{1}{2}\, i\, i' \int\!\!\int \cos\varepsilon\, \frac{z'-z}{r^3}\, ds\, ds'.$$

Diese drei Komponenten lassen sich aber als die partiellen Derivierten nach den Richtungen der Axen eines und desselben Ausdruckes, nämlich des Ausdruckes

$$W = -\tfrac{1}{2}\, i\, i' \int\!\!\int \frac{\cos\varepsilon}{r}\, ds\, ds'$$

betrachten, wie man in folgender Weise erkennen kann. Sei der Wert des Integrals in obigem Ausdruck bei der wirklich stattfindenden Lage der Leiter gleich U, also

$$U = \int\!\!\int \frac{\cos\varepsilon}{r}\, ds\, ds'.$$

Nun sei der Leiter L ganz festgehalten, und der Leiter L' werde parallel der Axe X um die unendlich kleine Gröfse $d\mathfrak{x}'$ verschoben, so dafs jedes Element des Leiters ds', welches vorher die Koordinate x' hatte, jetzt die Koordinate $x' + d\mathfrak{x}'$ hat. Die andern Koordinaten y' und z' sind dann ungeändert, und ebenso der Winkel ε, den die beiden Elemente mit einander bilden. Durch die Änderung von x' ist aber r in r' übergegangen und damit U in $U + \partial U$, so dafs

$$U + \partial U = \int\!\!\int \frac{\cos\varepsilon}{r'}\, ds\, ds',$$

Digitized by Google

worin r' aus der Gleichung

$$r'^2 = (x' + \partial \mathfrak{x}' - x)^2 + (y' - y)^2 + (z' - z)^2$$

zu berechnen ist

$$\frac{1}{r'} = \left\{(x' + \partial \mathfrak{x}' - x)^2 + (y' - y)^2 + (z' - z)^2\right\}^{-1/2},$$

oder da $d\mathfrak{x}'^2$ als unendlich klein gegen $d\mathfrak{x}'$ zu vernachlässigen ist,

$$\frac{1}{r'} = \left\{r^2 + 2(x' - x)\partial \mathfrak{x}'\right\}^{-1/2}$$

$$\frac{1}{r'} = \frac{1}{r} - \frac{x' - x}{r^3}\partial \mathfrak{x}'.$$

Damit wird

$$U + \partial U = \int\!\!\int\left(\frac{\cos \varepsilon}{r} - \cos \varepsilon \cdot \frac{x' - x}{r^3}\partial \mathfrak{x}'\right) ds \cdot ds'$$

und

$$\frac{\partial U}{\partial \mathfrak{x}'} = -\int\!\!\int \cos \varepsilon \frac{x' - x}{r^3} ds\, ds'.$$

Schreiben wir demnach

$$W = -\tfrac{1}{2}\, i\, i' \int\!\!\int \frac{\cos \varepsilon}{r} ds\, ds',$$

so wird

$$X = -\frac{\partial W}{\partial \mathfrak{x}'},$$

und ebenso werden dann

$$Y = -\frac{\partial W}{\partial \mathfrak{y}'}, \quad Z = -\frac{\partial W}{\partial \mathfrak{z}'},$$

worin wir für die Verschiebungen die deutschen Zeichen $\mathfrak{x}$, $\mathfrak{y}$, $\mathfrak{z}$ einsetzen, um anzudeuten, dafs die Änderung der Koordinaten für alle Elemente des Leiters gleichmäfsig durch eine Verschiebung des Leiters zu nehmen ist, nicht durch ein Fortrücken der Elemente ds und ds' auf den Leitern.

Der Wert W hat hiernach die Bedeutung des Potentials des einen Leiters auf den andern, in derselben Bedeutung, wie wir früher das Potential zweier ruhender elektrischer Massen bestimmt haben. Wir werden deshalb dieses Potential später benutzen können, um die Arbeit zu bestimmen, welche durch die Bewegung zweier Leiter gegen einander gewonnen oder geleistet wird, wobei wir gleich hier bemerken, dafs das Potential zu solchen Berechnungen nicht nur dienen kann, wenn die Leiter einander genähert oder entfernt, sondern auch, wenn sie gegen einander gedreht werden[1]).

Zur Berechnung elektrodynamischer Wirkungen werden wir es nicht benutzen, da die hier uns gesteckten Grenzen eine Ausführung der Rechnungen nicht gestatten.

1) Die Bestimmung obiger Funktion als Potential zweier geschlossener Ströme ist zuerst von Neumann gegeben in: *F. Neumann*, Allgemeine Gesetze der induzierten Ströme. Abhandl. der Berliner Akad. 1845. Obige Ableitung ist nach *Stefan*, Sitzungsber. der Wiener Akad. 1869.

Digitized by Google

§. 118.

Webers experimentelle Prüfung des elektrodynamischen Grundgesetzes. Die in §. 115 gegebene Ableitung des elektrodynamischen Grundgesetzes, besonders die Bestimmung der Konstanten beruht auf der Herstellung gewisser Gleichgewichtslagen, in denen die auf einander wirkenden Kräfte sich das Gleichgewicht halten, und infolgedessen keine Bewegung des beweglichen Stromleiters eintritt. So sehr man auch den Geist Ampères bewundern mufs, welcher die Bedingungen dieser Beobachtungen auffand und aus denselben dann die Theorie der Erscheinungen ableitete, so läfst sich doch nicht leugnen, dafs diese experimentelle Grundlage der Theorie nicht die ausreichende Festigkeit besitzt, um sie als über jeden Zweifel erhaben erscheinen zu lassen. Denn Ampère gründet seine Entwicklungen auf die Beobachtung, dafs unter gewissen Umständen keine Bewegung eintritt, wenn Ströme auf Stromteile einwirken, und auf die Annahme, dafs in diesen Fällen die elektrodynamischen Kräfte sich das Gleichgewicht halten. Letztere Annahme kann in Zweifel gezogen werden; denn damit eine Bewegung eintritt, müssen immer gewisse Bewegungshindernisse, insbesondere Reibung überwunden werden, wie vorsichtig man auch alles anwendet, um diese Hindernisse möglichst gering zu machen. Man kann deshalb aus dem Ausbleiben einer Bewegung nicht schliefsen, dafs die wirksamen Kräfte sich vollständig aufheben, sondern nur, dafs sie nicht hinreichend sind, um die mechanischen Hindernisse der Bewegung zu überwinden.

Deshalb ist es notwendig, die elektrodynamischen Kräfte direkt zu messen, d. h. sie mit mechanischen Kräften zu vergleichen, indem man elektrodynamische und genau mefsbare mechanische Kräfte einander entgegenwirken läfst, und beobachtet, wann sie sich das Gleichgewicht halten. Man kann hierbei natürlich nicht einzelne Stromelemente auf einander wirken lassen, sondern mufs geschlossene Ströme anwenden.

Diesen Weg zur Prüfung des elektrodynamischen Grundgesetzes hat W. Weber eingeschlagen[1]); Weber berechnete das Drehungsmoment, welches ein fester Kreisstrom auf einen beweglichen in verschiedenen Lagen ausübt, und verglich mit den Resultaten der Rechnung die ablenkenden Kräfte, welche ein Kreisstrom in diesen Lagen auf einen andern ausübte.

Wir müssen uns hier darauf beschränken, die Versuche Webers zu beschreiben und die von ihm gegebene Vergleichung der Resultate des Versuches mit denen der Rechnung anzuführen, da die Durchführung jener Rechnungen viel zu weit führen würde, weil eine Berechnung der Wirkungen der Ströme nur durch Reihenentwicklung möglich ist. Wir verweisen deshalb auf die Abhandlung von Weber.

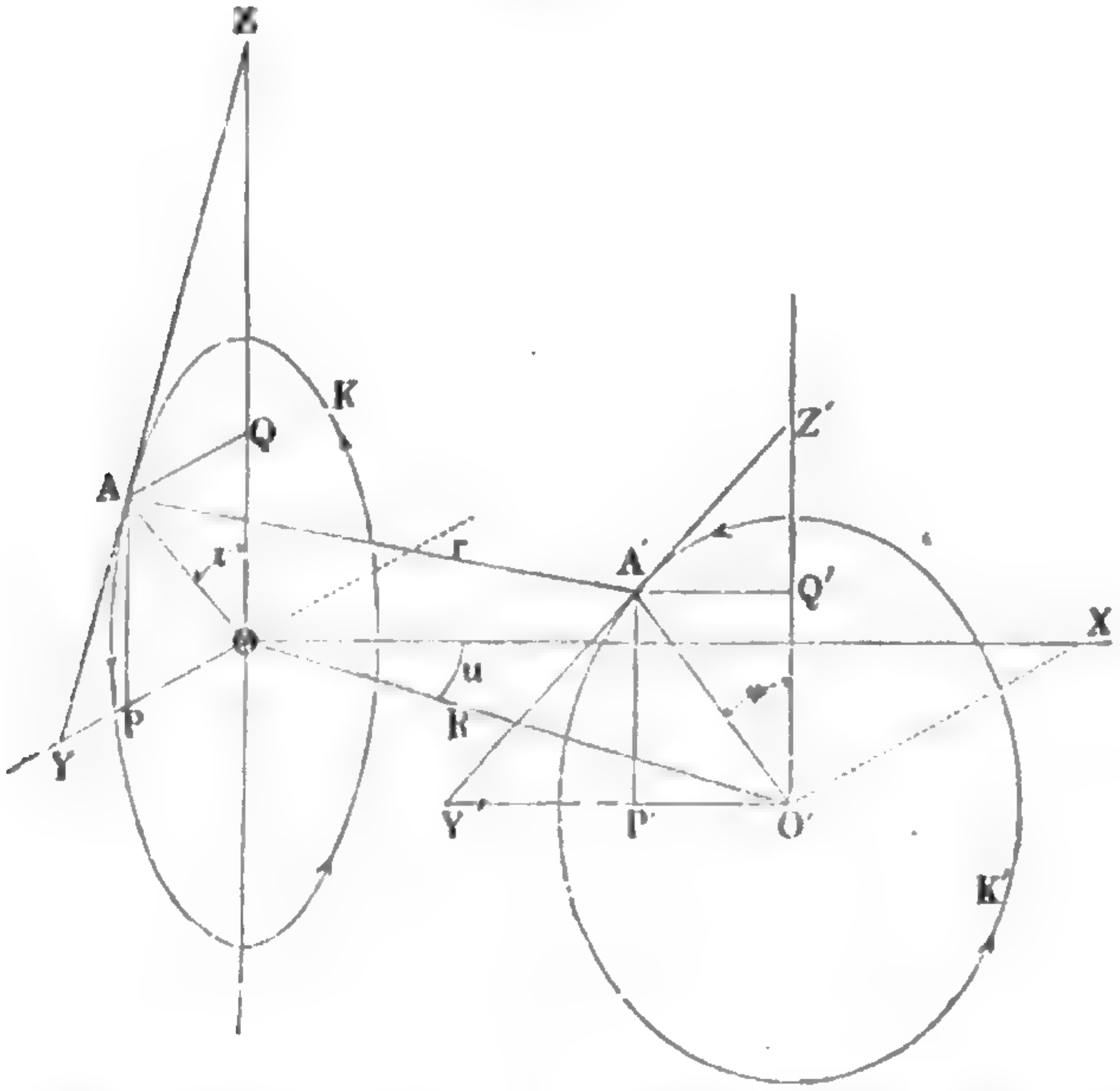
Wenn ein Kreisstrom K (Fig. 217) um die vertikale durch seinen Mittelpunkt O gehende Axe Z drehbar aufgehängt ist, und ein zweiter Kreisstrom, dessen Ebene senkrecht zur Ebene des ersten ist, und dessen Mittelpunkt O' in derselben Horizontalebene liegt wie O, auf denselben

1) *W. Weber,* Elektrodynamische Mafsbestimmungen. I. Teil. Leipzig 1846. Auszüglich in Poggend. Ann. Bd. LXXIII.

Digitized by Google

einwirkt, so erteilt dieser Strom K' dem ersteren ein gewisses Drehungsmoment, dessen Gröfse und Richtung abhängig ist von der Gröfse der beiden Kreise und von der Lage der Kreise zu einander.

Fig. 217.



Um dieses Drehungsmoment zu erhalten, verfährt man ähnlich wie bei den Rechnungen des §. 115, indem man zunächst die Einwirkung zweier Elemente bestimmt, und aus dieser durch Integration die Einwirkung der Kreise auf einander ableitet. Um den Weg, auf welchem man dahin gelangen kann, anzudeuten, wollen wir die Wirkung zweier Elemente dieser Kreise auf einander bestimmen. Wir benutzen dazu die Formel:

$$w = -\frac{i\,i'\,ds\,ds'}{r^2}\left(\cos\varepsilon - {}^3/_2 \cdot \cos\vartheta \cdot \cos\vartheta'\right);$$

es sind in derselben r, ε, ϑ, ϑ' zu bestimmen.

Legen wir zu dem Ende durch die beiden Kreise ein rechtwinkliges Axensystem, der Anfangspunkt liege in O, die Axe der Z sei die vertikale Drehungsaxe, Y in der Ebene des Kreisstromes K, und OX senkrecht zur Ebene K parallel der Ebene K' gelegt.

Der Abstand AA' der beiden Elemente oder r ist dann, wenn wir die Koordinaten der Punkte A mit x, y, z; A' mit x', y', z' bezeichnen, wie wir schon mehrfach sahen, gegeben durch

$$r^2 = (x' - x)^2 + (y' - y)^2 + (z' - z)^2.$$

Sind der Abstand OO' der beiden Mittelpunkte gleich R, der Winkel den R mit x bildet u, die Radien der Kreise ϱ und ϱ', die Winkel, welche die an A resp. A' gezogenen Radien mit der Z-Axe bilden, in

der Richtung der Ströme von der vertikal nach oben gehenden Axe der Z gerechnet, gleich χ und ψ, so können wir die Werte $x, y, z \ldots$ folgendermaſsen ausdrücken

$$x = 0,\ y = AQ = \varrho \cdot \sin\chi,\ z = OQ = \varrho \cdot \cos\chi$$

$$x' = OX - O'P' = R \cdot \cos u - \varrho' \cdot \sin\psi,\ y' = O'X = R \cdot \sin u,$$

$$z' = O'Q' = \varrho' \cdot \cos\psi.$$

Demnach ist

$$r^2 = \{R \cdot \cos u - \varrho' \cdot \sin\psi\}^2 + \{R \cdot \sin u - \varrho \cdot \sin\chi\}^2 + \{\varrho' \cos\psi - \varrho \cdot \cos\chi\}^2$$

$$r^2 = R^2 - 2R\{\varrho' \cos u \sin\psi + \varrho \sin u \sin\chi\} + \varrho^2 + \varrho'^2 - 2\varrho\varrho' \cos\psi \cos\chi.$$

Der Winkel ε ist jener, welchen die beiden Elemente mit einander bilden; wir erhalten den Cosinus desselben aus den Cosinus der Winkel, welche die beiden Elemente mit den drei Axen bilden.

Das Element ds bildet mit den Axen dieselben Winkel, wie die an den Kreisstrom bei A gelegte Tangente YZ. Der Winkel, welchen ds mit der Axe Z bildet, ist demnach $90^0 + \chi$, welchen es mit der Axe Y bildet χ; mit der Axe X, da dieselbe zur Kreisebene senkrecht ist, 90^0.

Das Element ds' bildet mit den Axen die gleichen Winkel wie die Tangente $Y'Z'$, dieselben sind mit Z $90^0 + \psi$, mit $Y = 90^0$, mit X $180^0 + \psi$.

Daraus folgt

$$\cos\varepsilon = \cos(180^0 + \psi) \cdot \cos 90^0 + \cos 90^0 \cdot \cos\chi + \cos(90^0 + \psi) \cdot \cos(90^0 + \chi)$$

$$\cos\varepsilon = \sin\psi \cdot \sin\chi.$$

Die Winkel ϑ, ϑ', welche die Elemente mit r bilden, erhalten wir aus den Cosinus der eben bestimmten Winkel und den Cosinus der Winkel, welche r mit den Axen bildet. Bezeichnen wir die Winkel, welche r mit den drei Axen bildet, mit α, β, γ, so ist

$$\cos\alpha = \frac{x' - x}{r} = \frac{R \cdot \cos u - \varrho' \sin\psi}{r};\ \cos\beta = \frac{y' - y}{r} = \frac{R \cdot \sin u - \varrho \cdot \sin\chi}{r}$$

$$\cos\gamma = \frac{z' - z}{r} = \frac{\varrho' \cos\psi - \varrho \cos\chi}{r}.$$

Demnach ist

$$\cos\vartheta = \cos\chi \cdot \frac{R \sin u - \varrho \sin\chi}{r} - \sin\chi \frac{\varrho' \cos\psi - \varrho \cos\chi}{r}$$

$$= \frac{R \sin u \cos\chi - \varrho' \cos\psi \sin\chi}{r}$$

$$\cos\vartheta' = -\cos\psi \cdot \frac{R \cos u - \varrho' \sin\psi}{r} - \sin\psi \frac{\varrho' \cos\psi - \varrho \cos\chi}{r}$$

$$= -\frac{R \cos u \cos\psi - \varrho \cos\chi \sin\psi}{r}.$$

Setzen wir diese Werte für $\cos\varepsilon$, $\cos\vartheta$, $\cos\vartheta'$ in unsere Gleichung ein, so wird

$$w = -\frac{i\,i'\,ds\,ds'}{r^2}\left\{\sin\chi\cdot\sin\psi\right.$$
$$\left.+\,{}^3/_2\,\frac{R\sin u\cos\chi - \varrho'\cos\psi\sin\chi}{r}\cdot\frac{R\cos u\cos\psi - \varrho\cos\chi\sin\psi}{r}\right\}.$$

Diese Wirkung der beiden Elemente auf einander ist parallel r gerichtet; um das Drehungsmoment zu erhalten, welches der feste dem beweglichen Leiter K, welcher nur um die vertikale Axe Z drehbar ist, erteilt, haben wir die der X-Axe parallele Komponente der Kraft w mit dem Abstande des Elements ds von der Axe Z oder mit $\varrho\sin\chi$ zu multiplizieren. Dann wird das Drehungsmoment m

$$m = -\frac{i\,i'\,ds\,ds'\,(R\cos u - \varrho'\sin\psi)}{r^3}\cdot\varrho\sin\chi\left\{\sin\chi\cdot\sin\psi\right.$$
$$\left.+\,{}^3/_2\,\frac{R\sin u\cos\chi - \varrho'\cos\psi\sin\chi}{r}\cdot\frac{R\cos u\cos\psi - \varrho\cos\chi\sin\psi}{r}\right\}.$$

Drei Lagen des festen Kreises sind nun von besonderem Interesse, nämlich:

1) Die Ebene des festen Kreises halbiert die Ebene des beweglichen Kreises, der Winkel u ist gleich null, dann ist

$$m_1 = -\frac{i\,i'\,ds\,ds'\,(R - \varrho'\sin\psi)}{r^3}\cdot\varrho\sin^2\chi\left\{\sin\psi\right.$$
$$\left.-\,{}^3/_2\,\frac{\varrho'\cos\psi}{r}\cdot\frac{R\cos\psi - \varrho\cos\chi\sin\psi}{r}\right\}.$$

2) Die Ebene des festen Kreises wird von der Ebene des beweglichen Kreises halbiert, der Winkel u ist 90^0, dann ist

$$m_2 = \frac{i\,i'\,ds\,ds'\cdot\varrho'\sin^2\psi}{r^3}\cdot\varrho\sin\chi\left\{\sin\chi\right.$$
$$\left.-\,{}^3/_2\,\frac{R\cos\chi - \varrho'\cos\psi\sin\chi}{r}\cdot\frac{\varrho\cos\chi}{r}\right\}.$$

3) Die Mittelpunkte der Leiter fallen zusammen, der Abstand R ist gleich 0; dann ist

$$m_3 = \frac{i\,i'\,ds\,ds'}{r^3}\,\varrho'\sin^2\psi\,\varrho\sin^2\chi\left\{1 + {}^3/_2\,\frac{\varrho'\cos\psi}{r}\cdot\frac{\varrho\cos\chi}{r}\right\}.$$

Um für diese Fälle das Drehungsmoment zu erhalten, welches der ganze feste Strom dem drehbaren erteilt, hat man von diesen drei Ausdrücken, in denen man noch $ds = \varrho\cdot d\chi$ und $ds' = \varrho'\cdot d\psi$ setzt, durch Integration nach den Veränderlichen ψ und χ die Summe der Wirkungen aller Elemente des einen Stromkreises auf alle Elemente des andern Stromkreises zu bilden.

Führt man diese Rechnungen aus, die wie vorhin erwähnt zu keinen geschlossenen Ausdrücken führen, so findet man zunächst, daſs die Drehungsmomente, welche der feste dem um die vertikale Axe drehbaren Strome erteilt, proportional sind dem Produkte aus den Stromstärken der beiden Ströme, daſs sie überdies abhängig sind von der Gröſse des Flächenraums,

Digitized by Google

welchen die Ströme umkreisen, von dem Abstande R, und dafs in dem zweiten Falle die Ablenkung des beweglichen Stromes fast doppelt so grofs ist als in dem ersten Falle.

Hängt man den beweglichen Strom bifilar auf, so dafs also das ihn in die Gleichgewichtslage zurückführende Drehungsmoment dem Sinus des Ablenkungswinkels proportional ist, während das ihm von dem festen Strome erteilte Drehungsmoment, wie man unmittelbar sieht, dem Cosinus des Ablenkungswinkels proportional ist, so läfst sich die Tangente des Ablenkungswinkels in dem zweiten Falle geben durch

$$\operatorname{tang} v = \frac{2A}{R^3} + \frac{B}{R^5},$$

und in dem ersten Falle durch

$$\operatorname{tang} v' = \frac{A}{R^3} + \frac{C}{R^5},$$

worin A dem Produkte aus den Stromintensitäten und den Flächenräumen, welche von den Strömen umkreist sind, proportional ist.

Um die Wechselwirkung von Kreisströmen experimentell zu untersuchen, konstruierte Weber das Elektrodynamometer. Das Instrument besteht im wesentlichen aus zwei Teilen, einer bifilar aufgehängten Drahtrolle und einer festen Rolle; erstere, welche den abzulenkenden Stromkreis darstellt, nennt Weber die Bifilarrolle, letztere, welche als ablenkender Stromkreis dient, die Multiplikatorrolle. Da dieser Apparat auch zu Strommessungen dienen kann, möge derselbe hier etwas genauer beschrieben werden. Die Abbildungen Fig. 218 und Fig. 219 zeigen ihn in zwei zu einander senkrechten Durchschnitten. Die Bifilarrolle, welche Fig. 218 in vertikalem Durchschnitte dargestellt ist, besteht aus zwei dünnen Messingscheiben aa und a′a′, welche von einer etwa 3 mm dicken messingenen Axe in einem Abstande von etwa 30 mm festgehalten werden. Um die Axe zwischen den Scheiben ist ein mit Seide übersponnener Kupferdraht von 0,4 mm Durchmesser ungefähr 5000 mal herumgewunden und füllt den Zwischenraum zwischen den Scheiben ganz aus. In Fig. 219 *cc* ist dieselbe Rolle in einem zum ersten senkrechten Durchschnitte dargestellt; das eine Ende des Drahtes ist bei *c* durch eine Durchbohrung der einen Scheibe hindurchgeführt und in der Klemmschraube *c′* des Rahmens *kk′*, *ll′*, welcher die Bifilarrolle trägt, befestigt. Das äufsere Ende des Drahtes *dd′* ist ebenso zur Klemmschraube *d′* geführt. An der Drahtrolle ist der Planspiegel *ff* (Fig. 219) befestigt, indem er durch drei kleine Schrauben, welche die Stellung seiner Ebene zu korrigieren gestatten, an eine kleine Messingplatte geschraubt ist, welche durch die Fortsätze *g* an den Scheiben der Bifilarrolle befestigt ist. Auf der anderen Seite wird der Spiegel durch ein kleines Gegengewicht *h* equilibriert, so dafs der Schwerpunkt der ganzen Vorrichtung in den Mittelpunkt der Axe der Rolle fällt. Die Rolle wird getragen durch den Träger *klkl′* (Fig. 219), an welchem zwei parallele Drähte *rr′* (Fig. 218) befestigt sind, welche oben über die von einander isolierten Rollen *nn′* (Fig. 218) geführt und durch einen Seidenfaden mit einander verbunden sind. Die Aufhängedrähte können unten an dem Halter, an welchem sie ähnlich wie bei dem Bifilarmagnetometer befestigt sind, jedoch so, dafs sie von einander isoliert sind, einander ge-

Digitized by Google

nähert oder von einander entfernt werden. Mit den Aufhängedrähten sind zugleich die Klemmen e' und d' leitend verbunden.

Die feste Multiplikatorrolle *yyy* (Fig. 218) besteht aus zwei quadratischen Messingplatten mit kreisrundem Loche von 76 mm Durchmesser, welche parallel durch eine hohle Messingröhre von 76 mm Durchmesser in einem Abstande von 70 mm gehalten werden. Um diese Röhre, zwischen

Fig. 218.

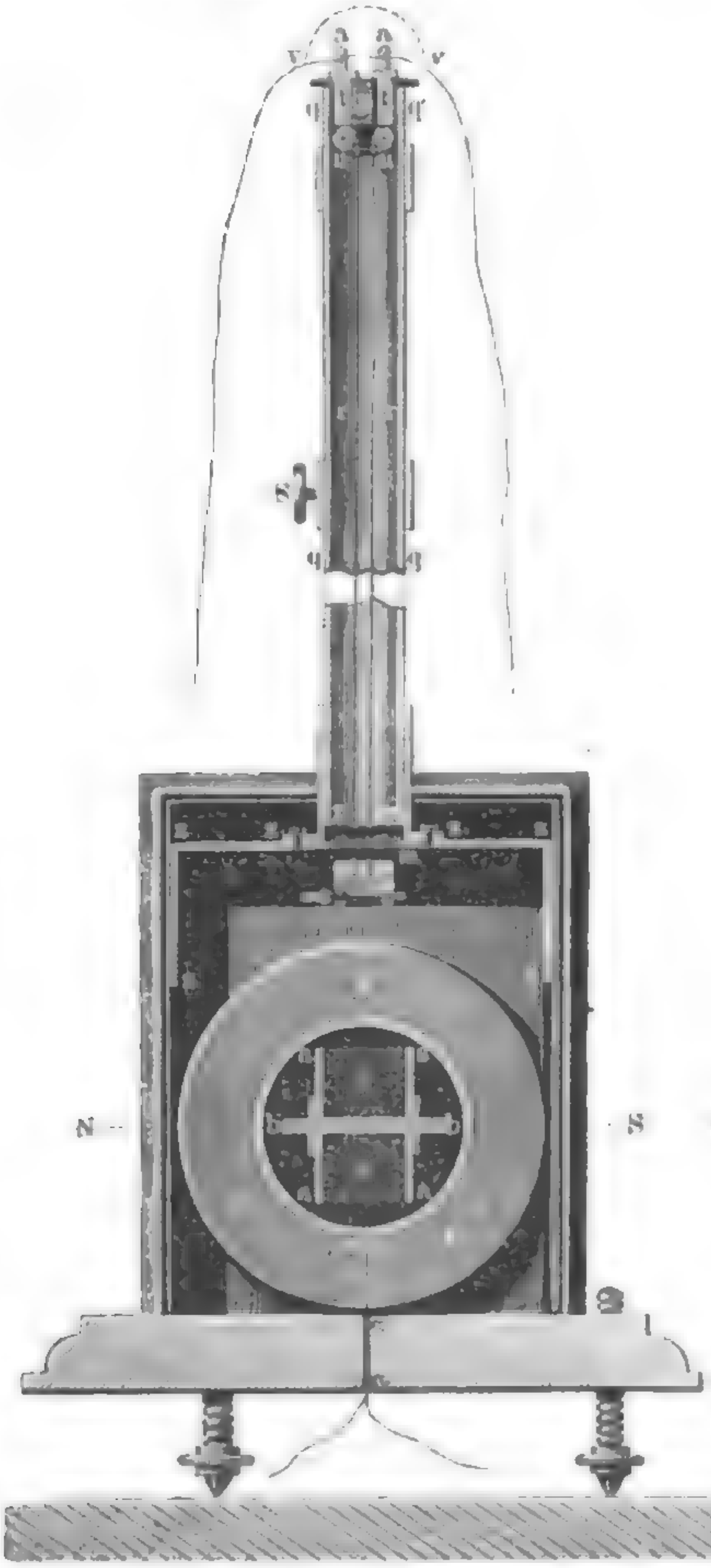
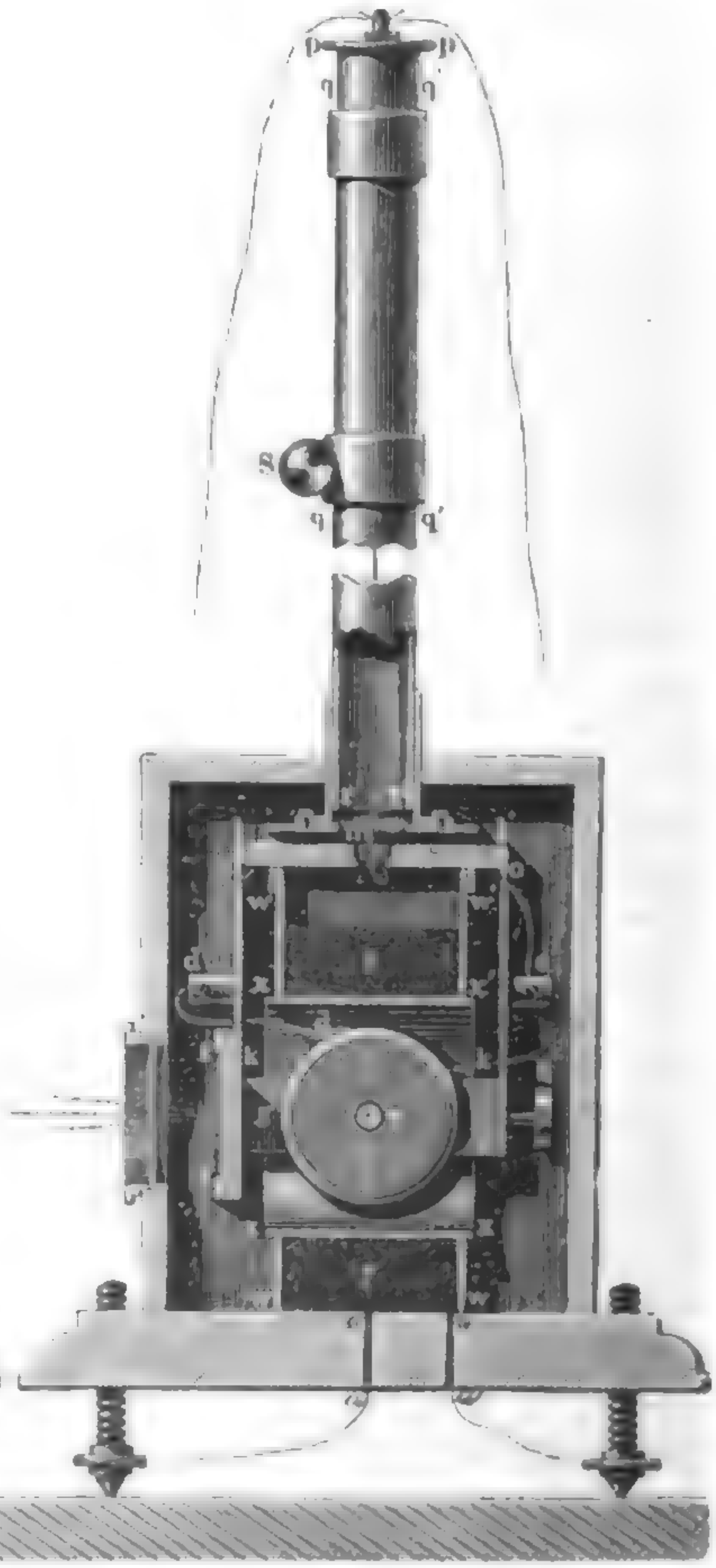


Fig. 219.



den parallelen Platten, ist ein mit Seide übersponnener 0,7 mm dicker Kupferdraht etwa 3500 mal herumgewunden. Die obere Seite des Multiplikators ist durch den Deckel *zzzz* (Fig. 218) bedeckt, welcher über einer mittleren Durchbohrung, durch welche die die Bifilarrolle tragenden Drähte hindurchgehen, die Messingröhre qq' trägt, in welcher die Drähte *r* bis zu den Rollen *n* aufsteigen. Die Röhre besteht aus zwei in ein-

Digitized by Google

ander geschobenen Teilen, so dafs sie verlängert oder verkürzt werden kann. Die Multiplikatorrolle steht auf dem hölzernen Fufsbrett, in welches zwei Löcher α und α' gebohrt sind, um die Enden des Multiplikatordrahtes nach aufsen zu führen. Die Bifilarrolle schwebt in der Röhre der Multiplikatorrolle, so dafs die Ebene ihrer Windungen zur Ebene der Multiplikatorwindungen senkrecht ist. Wie man Fig. 219 sieht, ist der Deckel des Multiplikators seitlich durchbohrt, so dafs der horizontale Arm ll' des Trägers durch die Durchbohrungen hindurchgeht und frei in denselben schwingen kann.

Der ganze Apparat wird zum Schutze gegen die Luftströmungen durch ein Mahagonikästchen bedeckt, welches oben eine Öffnung hat, um die Röhre qq' durchzulassen, und an der dem Spiegel der Bifilarrolle gegenüberstehenden Seite eine mit einem Spiegelglase verschlossene Öffnung, durch welche das Licht von einer Skala auf den Spiegel fällt und von demselben reflektiert wird.

Der Apparat wird dann so aufgestellt, dafs die Ebene der Multiplikatorrolle vertikal und parallel der Ebene des magnetischen Meridianes, die Ebene der Bifilarrolle ebenfalls vertikal, aber senkrecht zur Ebene des magnetischen Meridianes ist. Um die Stellung der Bifilarrolle zu beobachten, wird dem Spiegel derselben gegenüber, wie bei dem Magnetometer, ein Fernrohr mit Fadenkreuz aufgestellt, unter welchem sich eine Skala befindet, deren Spiegelbild im Fernrohr beobachtet wird.

Leitet man nun einen Strom durch die Multiplikatorrolle, dessen Intensität gleich J ist, und einen mit der Intensität J' durch die Bifilarrolle, indem man die Enden der Aufhängedrähte nn (Fig. 218) mit den Polen einer Batterie verbindet, so erteilt der freie Strom dem beweglichen ein zur Ebene des beweglichen Stromes senkrechtes Drehungsmoment, welches nach den vorigen Entwicklungen proportional $J \cdot J'$ ist, oder

$$D = a\,J\,J',$$

setzen wir $J' = b\,J$, so können wir auch schreiben

$$D = a\,b\,J^2.$$

Wird der bewegliche Strom um einen Winkel v abgelenkt, so wirken auf denselben nach entgegengesetzten Richtungen folgende Kräfte ein. Erstens die ablenkende Kraft des festen Stromes, welche den beweglichen dem festen Strome parallel zu stellen sucht, dieselbe ist gleich $D \,.\cos v$.

Da aber infolge der Ablenkung die Aufhängedrähte nicht mehr parallel sind, und der Schwerpunkt der Bifilarrolle etwas gehoben wird, so erteilt die Direktionskraft infolge der Aufhängung der Bifilarrolle ein Drehungsmoment, welches sie wieder in die frühere Lage zurückzuführen sucht und welches dem Sinus des Ablenkungswinkels proportional ist. Aufserdem aber erteilt in später zu betrachtender Weise auch der Erdmagnetismus der Bifilarrolle ein Drehungsmoment, welches ebenfalls dem Sinus des Ablenkungswinkels proportional ist. Dasselbe ist gleichzeitig der Stromstärke in der Bifilarrolle proportional; da es aber, wenn man durch die Bifilarrolle nur schwache Ströme leitet, gegen die andern Kräfte nur klein ist, so können wir dasselbe als konstant betrachten. Bezeichnen wir die Summe der Direktionskraft infolge der Aufhängung und der Einwirkung

Digitized by Google

des Erdmagnetismus mit M, so ist das die Bifilarrolle zurückdrehende Drehungsmoment gleich $M \, . \sin v$.

Ist die Bifilarrolle in der abgelenkten Lage im Gleichgewicht, so ist

$$J^2 \, a \, b \, . \cos v = M \, . \sin v$$

$$\frac{J^2 a b}{M} = \operatorname{tang} v.$$

Es mufs also die der ablenkenden Kraft proportionale Tangente des Ablenkungswinkels dem Quadrate der Stromstärke proportional sein.

Zur Prüfung dieses Satzes leitete Weber einen Strom durch die Multiplikatorrolle und dann durch die Bifilarrolle; da indes selbst bei Anwendung von nur einem Groveschen Elemente die Ablenkung der Bifilarrolle dann so stark wurde, dafs sie nicht mehr beobachtet werden konnte, wurden, wie Fig. 218 vv zeigt, die Drähte, welche den Strom zur Bifilarrolle hin und von ihr fortleiteten, durch einen kurzen Draht verbunden, so dafs durch die Bifilarrolle nur ein Zweigstrom ging, dessen Intensität $\frac{1}{246,26}$ des ganzen, also auch des durch den Multiplikatordraht fliefsenden Stromes war.

Die Intensität des durch den Multiplikator fliefsenden Stromes wurde durch die Ablenkung bestimmt, welche dieser Strom einem Magnetstabe erteilt; die Stromstärken sind dann der Tangente des Ablenkungswinkels proportional. Die Ablenkung des Magnetstabes wurde wie bei dem Magnetometer und Dynamometer mit Fernrohr und Skala beobachtet.

Die in Skalenteilen gegebene Ablenkung liefert uns die Tangenten der doppelten Ablenkungswinkel; man müfste daher eigentlich aus den direkt beobachteten Ablenkungen erst die Tangenten der einfachen Ablenkungswinkel ableiten; da indes die Ablenkungen überhaupt nur klein sind, weichen die Tangenten der Ablenkungswinkel so wenig von den halben Tangenten der doppelten Ablenkungswinkel ab, dafs wir ohne weiteres den direkt beobachteten Ablenkungen sowohl die Stromstärke J, als auch das von der festen der beweglichen Rolle erteilte Drehungsmoment proportional setzen dürfen.

Aus drei mit möglichster Sorgfalt durchgeführten Beobachtungsreihen erhielt Weber folgende zusammengehörigen Ablenkungen des Magnetstabes und Dynamometers:

Zahl der Elemente	Ablenkung des Magnetstabes J	Ablenkung des Dynamometers D
3 Grov. Becher	108,426	440,038
2 „ „	72,398	198,255
1 „ „	36,332	50,910.

Ist die Voraussetzung richtig, dafs die elektrodynamische Wechselwirkung zweier Ströme dem Produkte der Stromstärken proportional ist, dann mufs die Quadratwurzel aus den Zahlen der letzten Reihe den Zahlen der zweiten Reihe, welche der Stromstärke des durch die Rollen fliefsenden Stromes proportional sind, proportional sein, oder die Quadratwurzel der Zahlen der letzten Reihe mufs, mit einem konstanten Faktor multi-

Digitized by Google

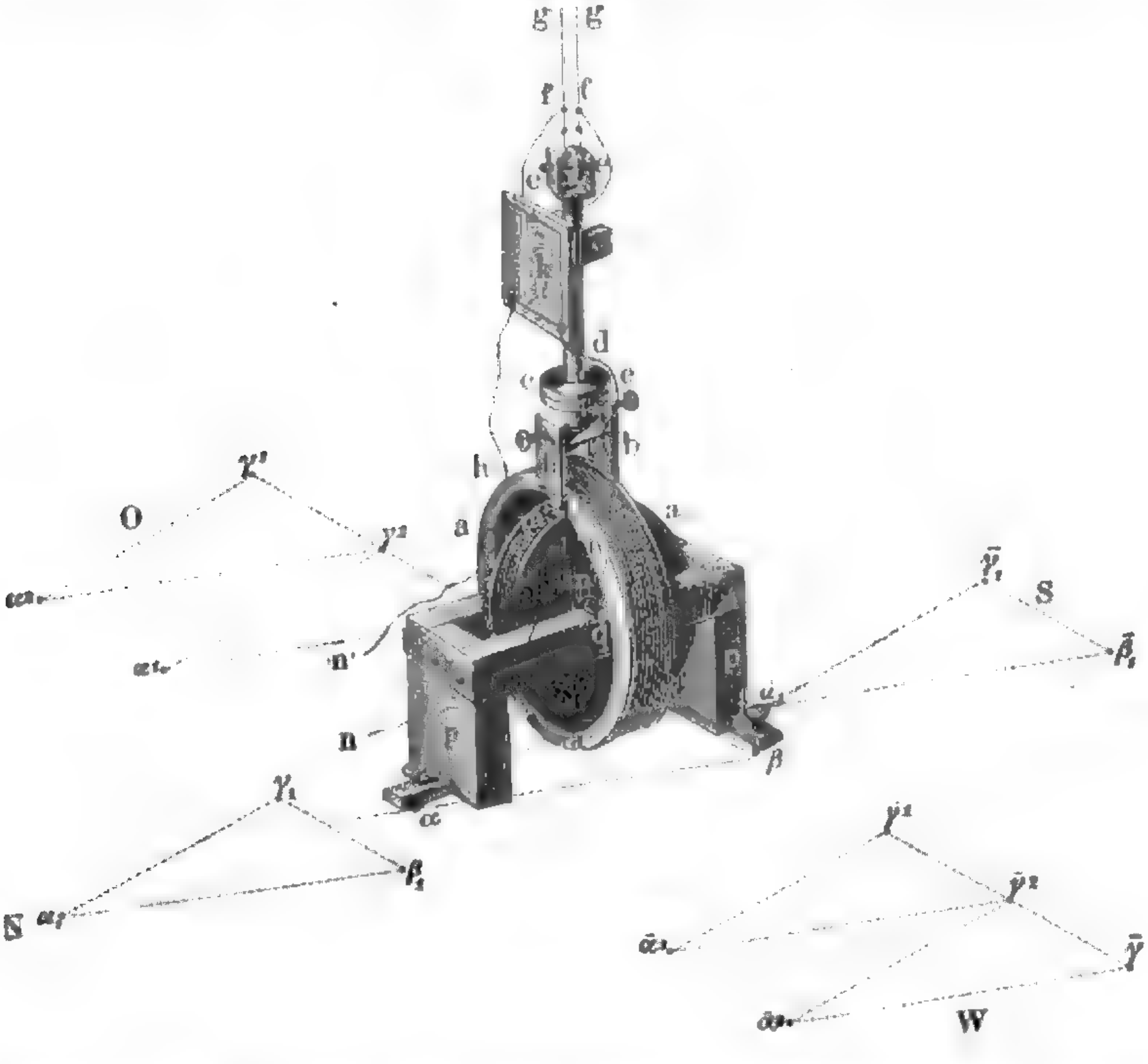
pliziert, die Zahlen der zweiten Reihe liefern. Das ist in der That der Fall, denn multiplizieren wir die Quadratwurzeln mit 5,15534, so erhalten wir

$5{,}15534 \,.\, \sqrt{D}$	J	Differenz
108,144	108,426	— 0,282
72,589	72,398	+ 0,191
36,786	36,332	+ 0,454.

Die Differenzen zwischen den beobachteten und gefundenen Werten für J sind so klein, daſs sie vollständig innerhalb der Grenzen der möglichen Beobachtungsfehler fallen; es folgt also, daſs in der That die elektrodynamischen Wechselwirkungen zweier Ströme dem Produkte der Stromstärken proportional sind.

Um die Einwirkung zweier Stromkreise in den beiden anderen vorher bestimmten Lagen und in verschiedenen Entfernungen zu untersuchen und mit den aus der Ampèreschen Theorie sich ergebenden Folgerungen zu vergleichen, gab Weber dem Dynamometer die Einrichtung Fig. 220.

Fig. 220.



Die Bifilarrolle aa, welche circa 3000 Windungen Kupferdraht von 0,3 mm Dicke enthält, ist von einer Messingklammer bb gehalten, welche ihrerseits an der unteren der beiden horizontalen Messingscheiben cc befestigt ist. Die untere Messingscheibe ist in ihrer Mitte durchbohrt, und in

Digitized by Google

dieser Durchbohrung ist ein Zapfen befestigt, welchen die obere der beiden Messingscheiben c trägt. Die untere Scheibe und mit ihr die Bifilarrolle kann um den Zapfen gedreht werden, so daſs man die Ebene der Bifilarrolle in jedem Azimute feststellen kann, ohne die Aufhängedrähte aus ihrer parallelen Lage zu bringen. Die obere Scheibe c ist an dem vertikalen hölzernen Zapfen d befestigt, an welchem oben eine kleine Gabel sich befindet, in welcher die sehr leicht bewegliche Rolle ee liegt. Um diese Rolle ist ein Seidenfaden gelegt, welcher an die Aufhängedrähte fg geknüpft ist. Die Aufhängedrähte sind oben an der Decke des Zimmers an zwei von einander isolierten Rollen von Messing befestigt; von diesen gehen zwei Drähte, der eine zu einem Pole der Batterie, der andere zum Kommutator. Zu den Aufhängedrähten führen auch die Enden des um die Bifilarrolle gewickelten Drahtes.

An dem hölzernen Zapfen d ist zugleich ein vertikaler Planspiegel befestigt, auf welchen aus circa 3,2 m Entfernung ein Fernrohr mit Fadenkreuz gerichtet ist, so daſs man das Spiegelbild der unter dem Fernrohr befestigten Skala beobachten kann. Die Multiplikatorrolle besteht aus zwei Messingscheiben l, deren Durchmesser etwas kleiner ist als der lichte Durchmesser der Bifilarrolle, und welche durch eine Messingaxe mit einander verbunden sind. Um die Axe ist in ungefähr 10 000 Windungen ein Kupferdraht von 0,3 mm Durchmesser gewunden. Die Rolle wird auf ein kleines hölzernes Gestell pp gelegt, welches, um die Ebene der Rolle genau vertikal zu stellen, mit drei Stellschrauben α, β, γ versehen ist. Der eine der Füſse des Gestelles ist mit einem Charnier versehen, so daſs er zurückgeschlagen werden und so der Multiplikator frei in die Bifilarrolle eingeführt, oder aus ihr herausgenommen werden kann.

Die Bifilarrolle wird so gestellt, daſs ihre Ebene genau senkrecht zur Ebene des Meridianes steht, während die Ebene der Multiplikatorrolle derjenigen des Meridianes parallel gestellt wird, also senkrecht zur Ebene der Bifilarrolle. Der Multiplikator kann erstens so gestellt werden, daſs sein Mittelpunkt, wie die Figur zeigt, mit dem Mittelpunkte der Bifilarrolle zusammenfällt; dann aber auch so, daſs er in der Ostwestrichtung oder in der Südnordrichtung von der Bifilarrolle entfernt ist. Um bei diesen letzten Stellungen sicher zu sein, daſs die Ebenen der beiden Rollen sich halbieren, daſs also $u = 0^0$ oder 90^0 ist, werden auf der Tischplatte, über welcher die Bifilarrolle hängt, die Punkte α, β, γ vorher sorgfältig aufgesucht und markiert, auf welchen die Spitzen der Stellschrauben stehen müssen.

Die Bifilarrolle wird bei den Versuchen zum Schutze gegen die Luftströmungen von einem Gehäuse umgeben, dessen dem Spiegel gegenüberstehende Wand aus einer Spiegelglasplatte besteht.

Um mit diesem Apparate die Messungen vorzunehmen, stellte Weber die Multiplikatorrolle zunächst in die Bifilarrolle, wie es Fig. 220 zeigt, und dann in Abstände von 300 bis 600 mm entweder in der Richtung des magnetischen Meridianes, oder in die magnetische Ost-Westrichtung auf die vorher markierten Punkte α, β, γ.

Es wurde dann durch beide Rollen der Strom von 8 Bunsenschen Elementen nach einander hindurchgeführt; nur als die Multiplikatorrolle sich in der Bifilarrolle befand, wurde der Strom von 2 Groveschen Ele-

Digitized by Google

menten angewandt. Um die Stromstärke in jedem Falle zu messen, wurde der Strom dann noch ferner durch eine entferntere, vertikal und dem magnetischen Meridiane parallel gestellte Drahtrolle geführt, welche den Magnetstab eines Magnetometers ablenkte. Die Stromstärken waren auch hier der Tangente des Ablenkungswinkels des Magnetstabes proportional; man konnte aber auch hier wieder die Stromstärke den direkt beobachteten Tangenten der doppelten Ablenkungswinkel proportional setzen.

Bezeichnen wir die Intensität des Stromes in beiden Rollen mit J, so ergiebt die Ampèresche Theorie auch hier wieder die Direktionskraft der festen auf die bewegliche Rolle

$$D = J^2 . K,$$

worin die Konstante K abhängig ist von der Gröſse der Rollen, ihrer Lage gegen und ihrer Entfernung von einander. Ist die Bifilarrolle um den Winkel v aus ihrer Lage abgelenkt, so ist das sie ablenkende Drehungsmoment

$$J^2 . K . \cos v.$$

In der abgelenkten Lage wird die Bifilarrolle noch durch zwei Kräfte affiziert, nämlich durch die statische Direktionskraft infolge der Aufhängung, sei dieselbe gleich S, welche die Rolle der frühern Lage wieder zu nähern sucht, und durch die Direktionskraft des Erdmagnetismus, welche je nach der Richtung des Stromes in der Bifilarrolle dieselbe der Gleichgewichtslage wieder zu nähern oder von ihr zu entfernen sucht. Diese Direktionskraft darf bei diesen Beobachtungen, bei welchen die angewandten Stromstärken von 2, resp. 8 Elementen in der Bifilarrolle ziemlich beträchtlich sind, nicht auſser Acht gelassen werden. Die Gröſse dieser Direktionskreft läſst sich, wie Weber gezeigt hat, berechnen; sei sie in Teilen der statischen Direktionskraft gleich s. Das Drehungsmoment, welches die Bifilarrolle aus der abgelenkten Lage infolge dieser Kräfte zurückzudrehen sucht, ist dem Sinus des Ablenkungswinkels proportional, also

$$S(1 \pm s) . \sin v,$$

worin das positive Vorzeichen zu nehmen ist, wenn der Strom in der Bifilarrolle an der Westseite des Meridianes aufsteigt.

Ist die Bifilarrolle in der abgelenkten Lage im Gleichgewicht, so ist

$$J^2 . K . \cos v = S(1 \pm s) . \sin v$$

$$K \cdot \frac{J^2}{S(1 \pm s)} = \operatorname{tang} v,$$

oder

$$\frac{K}{S} = \operatorname{tang} v \cdot \frac{(1 \pm s)}{J^2}.$$

Die von Weber beobachteten Werte von $\operatorname{tang} v \cdot \frac{1 \pm s}{J^2}$ sind in folgender Tabelle zusammengestellt:

Entfernung der Rollen	Reduzierte Ablenkung des Dynamometers, wenn die Multiplikatorrolle sich befand von der Bifilarrolle östlich oder westlich	südlich oder nördlich
0 mm	22960	22960
300 „	189,93	— 77,11
400 „	77,45	— 34,77
500 „	39,72	— 18,24
600 „	22,46	—

Betreffs dieser Zahlen ist zu bemerken, dafs sie den Abstand der beobachteten Punkte der Skalen geben, wenn die Bifilarrolle in den äufsersten Lagen bei abwechselnd entgegengesetzt gerichteten Strömen sich befand, dafs sie also den doppelten Tangenten der doppelten Ablenkungswinkel, oder da die Ablenkungen immer nur sehr klein sind, den vierfachen Tangenten der Ablenkungswinkel proportional sind.

Die negativen Vorzeichen in der letzten Kolumne bedeuten, dafs bei gleicher Stromrichtung in den beiden Rollen der Sinn der Ablenkung der entgegengesetzte ist, wenn die Ebene der festen Rolle die bewegliche halbiert, als wenn die bewegliche die feste Rolle halbiert; dafs im ersten Falle die Rollen sich parallel und so zu stellen suchen, dafs der Strom in ihnen im entgegengesetzten Sinne kreist, während im letztern die bewegliche Rolle so gedreht wird, dafs die Ströme parallel und gleichgerichtet werden. Dafs dieses mit der Ampèreschen Theorie übereinstimmt, zeigen unsere Ausdrücke m_1 und m_2, indem der erstere das negative, der letztere das positive Vorzeichen hat; es ergiebt sich aber auch schon aus einer Betrachtung der Fig. 217. Denn fällt die Verbindungslinie der beiden Kreismittelpunkte mit der X-Axe zusammen, befindet sich also der Kreis K' nördlich oder südlich von K, so wird der Kreis K offenbar so gedreht, dafs wenn beide parallel stehen, in den einander nächsten Kreiselementen die Ströme gleichgerichtet sind, dafs also dort, wo die Ströme in den zugewandten Kreishälften die Axe der X passieren, dieselben von oben nach unten fliefsen. Wie man sieht, durchfliefsen die Ströme die beiden Kreise dann in entgegengesetztem Sinne.

Befindet sich aber der Kreis K' östlich oder westlich von K, so dafs also R mit der Axe der Y zusammenfällt, so wird der Kreis K so abgelenkt, dafs bei paralleler Stellung ebenfalls in den einander zunächst liegenden Teilen des Kreises die Richtung der Ströme dieselbe ist; das ist aber der Fall, wenn die Ströme die beiden Kreise in demselben Sinne durchfliefsen.

Bei den in Fig. 217 angedeuteten Stromrichtungen dreht sich demnach von oben gesehen der Kreis K, wenn $u = 0$ ist, im entgegengesetzten Sinne wie der Zeiger einer Uhr; wenn $u = 90^0$ ist, in demselben Sinne wie der Zeiger einer Uhr.

Weber prüfte nun mit seinen Messungen das Ampèresche Gesetz in doppelter Weise.

Zunächst müssen, wie erwähnt, bei gleicher Stromstärke und gleicher statischer Direktionskraft die Tangenten der Ablenkungswinkel, wenn die

Digitized by Google

Ströme aus verschiedenen Abständen auf einander wirken, den Gleichungen genügen

$$\operatorname{tang} v = \frac{2A}{R^3} + \frac{B}{R^5},$$

wenn die Multiplikatorrolle östlich oder westlich von der Bifilarrolle aufgestellt ist; der Gleichung

$$\operatorname{tang} v' = \frac{A}{R^3} + \frac{C}{R^5},$$

wenn die Multiplikatorrolle sich nördlich oder südlich von der Bifilarrolle befindet.

Die in der oben gegebenen Tabelle angeführten Zahlen liefern uns die doppelten Tangenten der Ablenkungswinkel, wenn wir sie durch die doppelte Entfernung der Skala vom Spiegel dividieren, da die beobachteten Werte der doppelten Ablenkung der Bifilarrolle entsprechen.

Berechnet man hiernach die einfachen Ablenkungswinkel, so ergiebt sich folgende Tabelle:

Abstand der Rollen R	Ablenkungswinkel v		Ablenkungswinkel v'	
	beobachtet	berechnet	beobachtet	berechnet
0,3 m	0° 49′ 22″	0° 49′ 22″	0° 20′ 3″	0° 20′ 4″
0,4 „	0° 20′ 8″	0° 20′ 7″	0° 9′ 2″	0° 8′ 58″
0,5 „	0° 10′ 12″	0° 10′ 8″	0° 4′ 44″	0° 4′ 42″
0,6 „	0° 5′ 50″	0° 5′ 49″	—	—

Nach der Methode der kleinsten Quadrate wurden nun die drei Konstanten a, b, c berechnet, und es ergab sich

$$\operatorname{tang} v = 0{,}0003572 \,.\, R^{-3} + 0{,}000002755\, R^{-5}$$
$$\operatorname{tang} v' = 0{,}0001786 \,.\, R^{-3} + 0{,}000001886\, R^{-5}.$$

Wie genau die hiernach berechneten Werte von v und v' mit den beobachteten Werten übereinstimmen, zeigt obige Tabelle.

Eine noch eingehendere und vollständige Prüfung der Ampèreschen Theorie führte Weber dadurch aus, dafs er die Konstante K in den angeführten Gleichungen für die Verhältnisse des Versuches bestimmte, und dann die Ablenkungen der Bifilarrolle darnach berechnete. Wie vollständig die beobachteten und berechneten Werte mit einander übereinstimmen, zeigt folgende Tabelle.

Abstand der Rollen	Ablenkungen der Bifilarrolle, wenn die Multiplikatorrolle sich befand von der Bifilarrolle			
	östlich oder westlich		nördlich oder südlich	
	beobachtet	berechnet	beobachtet	berechnet
0 mm	22960	22680	22960	22680
300 mm	189,93	189,03	— 77,11	— 77,17
400 mm	77,45	77,79	— 34,77	— 34,74
500 mm	39,72	39,37	— 18,24	— 18,31
600 mm	23,46	22,64	—	—

Digitized by Google

Die Übereinstimmung ist so vollkommen, daſs sie den schönsten Beweis liefert, daſs das Ampèresche Fundamentalgesetz bei seiner Anwendung auf geschlossene Ströme durchaus mit der Erfahrung übereinstimmende Resultate liefert[1]).

§. 119.

Webers elektrisches Grundgesetz. Das Ampèresche elektrodynamische Grundgesetz, welches in der Formel für die Wechselwirkung zweier Elemente ausgedrückt ist, ist, soweit man überhaupt von der Wirkung geschlossener Ströme auf diejenige der einzelnen Elemente zurückschliessen kann, das unmittelbare Ergebnis des Versuchs, so zwar, daſs man dasselbe wohl als eine empirische Formel bezeichnen kann. Dasselbe geht auf die Natur der Kräfte, welche diesen Erscheinungen zu Grunde liegen, nicht weiter ein, als daſs es der Erfahrung gemäſs als die Ursache der beobachteten Erscheinungen die in den Stromleitern flieſsende Elektricität betrachtet. In welcher Weise die an den Stromleitern beobachteten mechanischen Aktionen mit den elektrischen Anziehungen und Abstossungen der in dem Stromleiter flieſsenden Elektricitäten zusammenhängen, das hat Ampère nicht zu bestimmen gesucht.

Diese Frage hat sich W. Weber gestellt, er hat die elektrodynamischen Erscheinungen aus der Wechselwirkung der elektrischen Kräfte abgeleitet, welche in den galvanischen Strömen auf einander wirken, und so ein elektrisches Grundgesetz aufgestellt, von welchem die elektrodynamischen Bewegungen nur ein specieller Fall sind[2]).

Weber geht dabei auch von den beiden Erfahrungssätzen aus, daſs zwei Stromelemente, welche in einer geraden Linie liegen, mit welcher ihre Richtung zusammenfällt, einander abstoſsen oder anziehen, je nachdem die Ströme in ihnen gleich oder entgegengesetzt gerichtet sind, und daſs zwei parallele Stromelemente, welche mit ihrer Verbindungslinie rechte Winkel bilden, einander anziehen oder abstossen, je nachdem die Ströme in ihnen gleich oder entgegengesetzt gerichtet sind.

Weber nimmt an, wie wir es schon mehrfach auseinandergesetzt haben, daſs in jedem elektrischen Strome gleichzeitig beide Elektricitäten in gleicher Menge nach entgegengesetzten Richtungen flieſsen.

Wir haben demnach in zwei Stromelementen, die wir betrachten, nach den Gesetzen der elektrischen Anziehungen und Abstossungen vier elektrische Wechselwirkungen, zwei abstoſsende zwischen den beiden positiven und den beiden negativen Elektricitäten, und zwei anziehende zwischen der positiven Elektricität des ersten und der negativen des zweiten, sowie zwischen der negativen Elektricität des ersten und der positiven Elektricität des zweiten Leiters. Da diese elektrischen Massen aus gleichen Entfernungen auf einander wirken, so müſste den Gesetzen der Elektrostatik gemäſs die Summe dieser Wirkungen gleich null sein. Denn bezeichnen wir die in beiden Leitern in dem Element gerade vorhandenen Elektricitäten mit $\pm e$

1) Versuche von *Cazin*, welche zu dem gleichen Resultate führen, sehe man Annales de chim. et de phys. 4. Série T. I.

2) *W. Weber*, Elektrodynamische Maſsbestimmungen. I. Teil. §. 18—21.

Digitized by

und $+e'$, den Abstand der Elemente mit r, so sind nach jenen Gesetzen die Wechselwirkungen dieser Elektricitäten

$$\frac{+e.+e'}{r^2}, \quad \frac{-e.-e'}{r^2}, \quad \frac{+e.-e'}{r^2}, \quad \frac{-e.+e'}{r^2}.$$

Dieselben sind ihrem absoluten Werte nach gleich, zwei haben aber das positive, zwei das negative Vorzeichen; ihre Summe ist daher gleich 0.

Da wir nun aber die elektrodynamischen Erscheinungen der Einwirkung der in den Leitern fließenden Elektricitäten zuschreiben müssen, so folgt, daſs die Gesetze der Anziehung und Abstoſsung, wie wir sie aus den Wechselwirkungen der ruhenden Elektricität ableiten, nicht auch die Wechselwirkungen der bewegten Elektricität umfassen. Da ferner die beiden oben angeführten Erfahrungssätze uns zeigen, daſs die Wechselwirkungen der Elemente um so stärker sind, je geschwinder die Elektricität durch die Elemente strömt, d. h. je gröſser die Stromintensität ist, so folgt, daſs die elektrischen Anziehungen und Abstoſsungen auch abhängig sind von den Geschwindigkeiten, welche die elektrischen Massen gegen einander haben. Die Gesetze der Elektrostatik geben uns daher nur einen Grenzfall, nämlich die elektrischen Wirkungen, wenn die gegenseitigen Geschwindigkeiten gleich null sind.

Wir müssen daher zu dem aus der Elektrostatik abgeleiteten Gesetze noch ein Glied hinzufügen, welches von der Geschwindigkeit abhängt, welche die elektrischen Massen gegen einander haben.

Die erste der beiden angeführten Thatsachen beweist, daſs elektrische Massen, welche in entgegengesetztem Sinne bewegt werden, schwächer auf einander einwirken als solche, welche in gleichem Sinne bewegt werden.

Denn wenn die Stromrichtung in beiden Elementen dieselbe ist, so findet Abstoſsung statt; folglich müssen die Anziehungen der ungleichnamigen Elektricitäten schwächer sein als die Abstoſsungen der gleichnamigen; die ungleichnamigen Elektricitäten bewegen sich aber in diesem Falle nach entgegengesetzten, die gleichnamigen nach denselben Richtungen.

Aus derselben Thatsache läſst sich ferner der Satz ableiten, daſs zwei elektrische Massen desto schwächer abstoſsend oder anziehend, je nachdem sie gleichartig oder ungleichartig sind, auf einander einwirken, je gröſser das Quadrat ihrer relativen Geschwindigkeit ist, d. h. der Geschwindigkeit, mit welcher die Elektricitäten sich einander nähern oder von einander entfernen.

Daſs die Geschwindigkeit, mit welcher die beiden Elektricitäten sich gegen einander bewegen, von Einfluſs ist, folgt wie wir sahen daraus, daſs die elektrodynamischen Wechselwirkungen von der Stromstärke abhängig sind. Bezeichnen wir den Abstand der elektrischen Massen mit r, und mit dr die Strecke, um welche sie sich in der Zeit dt von einander entfernen, also den Zuwachs des Abstandes r, so ist $-dr$ die Strecke, um welche sie sich einander in derselben Zeit nähern, wenn sie sich gegen einander hin bewegen. Die relativen Geschwindigkeiten sind in dem ersten Falle $\frac{dr}{dt}$, in dem zweiten Falle $-\frac{dr}{dt}$. Da eine Umkehr des Stromes in beiden Elementen die Wirkung derselben auf einander gar nicht ändert, so folgt, daſs bei gleicher relativen Geschwindigkeit es gleichgültig ist, ob

Digitized by Google

die beiden Elektricitäten sich einander nähern, oder von einander entfernen. Da somit das Vorzeichen von $\frac{dr}{dt}$ keinen Einfluſs auf die Gröſse der Kraft hat, so kann sie nur von einer geraden Potenz der relativen Geschwindigkeit abhängig sein; am einfachsten ist daher die Annahme, daſs sie sich mit dem Quadrate derselben ändere.

Die Einwirkung zweier elektrischer Massen e und e' in dem Abstande r, wenn sie gegen einander die Geschwindigkeit $\pm \frac{dr}{dt}$ haben, werden wir darnach ausdrücken können durch die Form

$$\frac{ee'}{r^2}\left\{1 - \alpha\left(\frac{dr}{dt}\right)^2\right\},$$

worin die Vorzeichen von e und e' positiv oder negativ sind, je nachdem die Elektricitäten positiv oder negativ sind, und worin α eine Konstante bedeutet.

Dieser Ausdruck spricht aus, daſs nach entgegengesetzten Richtungen bewegte, oder überhaupt Elektricitäten, die nicht in relativer Ruhe sind, schwächer auf einander einwirken als ruhende, und daſs die Schwächung dem Quadrate der relativen Geschwindigkeit proportional ist. Wenn $\frac{dr}{dt}$ gleich null wird, so geht dieser Ausdruck in das einfache elektrostatische Gesetz über.

Wenden wir diesen Ausdruck auf den bisher betrachteten Fall, zweier in einer geraden Linie liegender Elemente an, um ihn mit dem durch die Erfahrung bestätigten Ausdruck von Ampère zu vergleichen. Nach der Ampèreschen Formel ist für diesen Fall die Wechselwirkung der Elemente

$$\frac{i\,i'\,ds\,ds'}{2\,r^2}.$$

Um die völlige Übereinstimmung beider Formeln zu zeigen, bezeichnen wir die Elektricitätsmenge, welche gleichzeitig in der Längeneinheit der Stromleiter vorhanden ist, mit $\pm e$ resp. $\pm e'$. Die in den Elementen ds gleichzeitig vorhandenen Elektricitäten sind dann $\pm e\,ds$, $\pm e'\,ds'$. Nun seien die Geschwindigkeiten der Elektricitäten in beiden Leitern u und u'. Dann sind die relativen Geschwindigkeiten, also die Geschwindigkeiten, mit welchen die Elektricitäten sich von einander entfernen oder einander nähern,

	Geschwindigkeiten $\frac{dr}{dt}$	Deshalb sind die Wirkungen
von $+e$ und $+e'$	$u - u'$	$\frac{ee'\,ds\,ds'}{r^2}[1 - \alpha(u - u')^2]$
„ $-e$ „ $-e'$	$-(u - u')$	$\frac{ee'\,ds\,ds'}{r^2}[1 - \alpha(u - u')^2]$
„ $+e$ „ $-e'$	$u + u'$	$-\frac{ee'\,ds\,ds'}{r^2}[1 - \alpha(u + u')^2]$
„ $-e$ „ $+e'$	$-(u + u')$	$-\frac{ee'\,ds\,ds'}{r^2}[1 - \alpha(u + u')^2]$.

Digitized by Google

Die algebraische Summe aller dieser vier Wechselwirkungen ist die Wirkung der beiden Stromelemente auf einander, für welche der Ampèresche Ausdruck gilt; diese Summe ist

$$8\,\alpha\,\frac{e e'\,ds\,ds'}{r^2}\,u\,u'.$$

Dieser Ausdruck soll dem von Ampère gegebenen identisch gleich sein.

Die Stromintensität i in der Formel von Ampère ist proportional der Elektricitätsmenge, welche in der Zeiteinheit durch jeden Querschnitt des Leiters fliefst, es ist demnach, wenn a eine Konstante bedeutet,

$$i = a e u, \qquad i' = a e' u'.$$

Darnach wird die Formel von Ampère

$$a^2\,\frac{e e'\,ds\,ds'}{2\,r^2}\,u u'.$$

Die beiden Ausdrücke sind demnach einander vollkommen gleich, wenn wir setzen

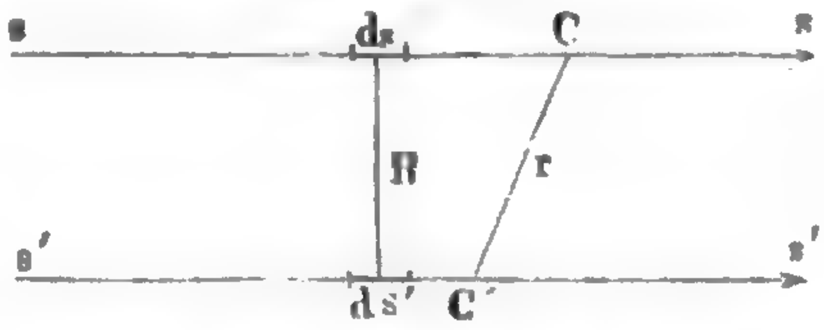
$$8\,\alpha = \frac{a^2}{2}, \quad \alpha = \frac{a^2}{16},$$

so dafs der Webersche Ausdruck für die Wechselwirkung zweier Elemente hiernach wird

$$w = \frac{e e'}{r^2}\left\{1 - \frac{a^2}{16}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2\right\}.$$

Dieser Ausdruck reicht indes zur Darstellung der Erscheinungen nicht hin, denn nach demselben müfste die Wechselwirkung zweier paralleler Elemente auf einander gleich 0 sein. Denn sind ds, ds' Fig. 221 die beiden auf einander wirkenden Elemente, R die Verbindungslinie ihrer Mittelpunkte, so sieht man, wie die durch die Leiter fliefsenden Elektricitäten in dem Augenblicke, in welchem sie die Elemente passieren, sich weder einander nähern, noch von einander entfernen, wie also für alle Elektricitäten die relativen Geschwindigkeiten gleich null sind. Nehmen wir an, in beiden Leitern sei die Stromrichtung dieselbe; die Intensität aber in ss die gröfsere. Die nach derselben Seite gerichtete Geschwindigkeit der gleichnamigen Elektricitäten ist dann in dem Leiter ss die gröfsere.

Fig. 221.



Zwei elektrische Massen, welche zu gleicher Zeit die Elemente passieren, nähern sich dann bis zu dem Augenblicke, in welchem sie sich in den Elementen befinden, von da an entfernen sie sich; in dem Augenblicke also, in welchem sie sich in den Elementen befinden, kehrt die relative Geschwindigkeit ihr Vorzeichen um, sie mufs also gleich null sein. Gleiches gilt für die entgegengesetzten Elektricitäten.

In diesem Falle ändern sich also die relativen Geschwindigkeiten mit der Zeit, sie nehmen ab, wenn die Elektricitäten sich nähern, gehen durch Null, wenn sie in den betrachteten Elementen sich befinden, und

Digitized by Google

nehmen wieder zu, wenn sie sich von einander entfernen; Weber nimmt daher an, dafs diese Veränderlichkeit der relativen Geschwindigkeit, oder die relative Beschleunigung der auf einander wirkenden elektrischen Massen ebenfalls von Einflufs auf die Anziehungen und Abstofsungen derselben sei, und zwar dafs diese Kräfte der relativen Beschleunigung proportional zunehmen. Ist demnach dv die Gröfse, um welche die relative Geschwindigkeit der elektrischen Massen in der Zeit dt zunimmt, so ist die relative Beschleunigung derselben $\frac{dv}{dt}$, denn dieser Quotient giebt uns die Zunahme der relativen Geschwindigkeit in der Zeiteinheit, wenn sie in jedem Zeitelemente dt ebenso zunähme, wie in dem betrachteten Zeitelemente. Die Wechselwirkung zweier bewegter elektrischer Massen e und e' im Abstande r ist dann ganz allgemein

$$w = \frac{e e'}{r^2}\left\{1 - \frac{a^2}{16}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + b\,\frac{dv}{dt}\right\}.$$

Vergleichen wir wieder diesen Ausdruck mit dem Ampèreschen für die Wechselwirkung zweier paralleler Elemente

$$w = -\frac{i\,i'\,ds\,ds'}{R^2}.$$

Seien wieder wie vorher $\pm e$, $\pm e'$ die Elektricitäten in der Längeneinheit der Leiter, $\pm u$, $\pm u'$ deren Geschwindigkeiten; die in den beiden Elementen auf einander einwirkenden Elektricitäten sind dann

$$\pm\, e ds;\ \pm\, e'\, ds'.$$

Um die relativen Geschwindigkeiten und Beschleunigungen zu erhalten, müssen wir bestimmen, um welches Stück dr sich der Abstand der Elektricitäten in der Zeit dt zu irgend einer Zeit t ändert. Legen nun die Elektricitäten e und e' in der Zeit t, von dem Momente an gerechnet, wo sie die Elemente passieren, den Weg $dsC = u\,t$ und $ds'C' = u'\,t$ (Fig. 221) zurück, so ist am Ende der Zeit t der Abstand r der beiden Elektricitäten gegeben durch

$$CC'^2 = r^2 = R^2 + (u - u')^2 \cdot t^2.$$

Wächst t um dt, so wächst r um dr, demnach ist

$$r\,dr = (u - u')^2\, t\, dt$$

$$r\,\frac{dr}{dt} = r v = (u - u')^2\, t$$

oder

$$v = \frac{(u - u')^2}{r}\, t.$$

Dieser Ausdruck für die relative Geschwindigkeit der Elektricitäten läfst schon erkennen, dafs in dem Augenblicke, in welchem die Elektricitäten die Elemente passieren, $v = 0$ ist, denn dann ist $t = 0$. Vorher ist t negativ zu setzen, wie man sieht ist dann auch v negativ, d. h. die Elektricitäten nähern sich einander.

Um die relative Beschleunigung der elektrischen Massen gegen ein-

Digitized by Google

ander zu erhalten, müssen wir die Geschwindigkeitsänderung dv in dem Zeitelement dt bestimmen; ändert sich in der Gleichung

$$r \cdot v = (u - u')^2 \cdot t$$

t um dt, so ändert sich auch der Wert von r um dr, so daſs also

$$r dv + v dr = (u - u')^2 \cdot dt$$

$$r \frac{dv}{dt} + v \frac{dr}{dt} = (u - u')^2$$

oder

$$\frac{dv}{dt} = \frac{(u - u')^2}{r} - \frac{v^2}{r}.$$

In dem Augenblicke, in welchem die Elektricitäten die Elemente passieren, ist $r = R$, $v = 0$, deshalb

$$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{R} \cdot (u - u')^2.$$

Daraus ergiebt sich für die Wechselwirkung der in den Elementen strömenden Elektricitäten

$$+ e \text{ auf } + e' \cdots \cdot \frac{e\,e'\,ds\,ds'}{R^2} \left[1 + \frac{b}{R}(u - u')^2\right]$$

$$- e \;\;\text{„}\;\; - e' \cdots\cdots \frac{e\,e'\,ds\,ds'}{R^2} \left[1 + \frac{b}{R}(u - u')^2\right]$$

$$+ e \;\;\text{„}\;\; - e' \cdots - \frac{e\,e'\,ds\,ds'}{R^2} \left[1 + \frac{b}{R}(u + u')^2\right]$$

$$- e \;\;\text{„}\;\; + e' \cdots - \frac{e\,e'\,ds\,ds'}{R^2} \left[1 + \frac{b}{R}(u + u')^2\right]$$

Die algebraische Summe dieser vier Wirkungen ist

$$w = - 8 \frac{b}{R} \frac{e\,e'\,ds\,ds'}{R^2} u u'.$$

Setzen wir wieder in der Formel von Ampère

$$i = a\,e\,u \qquad i' = a\,e'\,u',$$

so wird dieselbe

$$- \frac{a^2\,e\,e'\,ds\,ds'}{R^2} u u'.$$

Der Ausdruck von Ampère wird dem aus dem Weberschen Grundgesetze abgeleiteten vollkommen gleich, wenn man

$$b = \frac{a^2}{8} R$$

setzt, so daſs also der Ausdruck für die Wechselwirkung zweier bewegten Elektricitätsmengen e und e' ganz allgemein wird

$$w = \frac{e\,e'}{r^2} \left\{1 - \frac{a^2}{16} \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \frac{a^2}{8} r \frac{dv}{dt}\right\},$$

wo dann zur Berechnung der Wirkung zweier Stromelemente sowohl e als auch e' sowohl positiv als negativ zu nehmen sind.

Digitized by Google

Sowie nach der eben gemachten Bestimmung der Konstanten a und b sich sofort erkennen läfst, dafs die Formel von Weber die beiden besonderen Fälle von Ampère einschliefst, so läfst sich auch mit Hilfe einiger Rechnungen leicht zeigen, dafs die allgemeine Formel von Ampère in derselben enthalten ist, so dafs man in der That die Formel von Weber als das elektrische Grundgesetz betrachten darf, welches die von Ampère nur aus den Versuchen berechneten Erscheinungen aus den wirksamen elektrischen Kräften abgeleitet hat.

Den Wert und die Bedeutung der Konstanten a können wir leicht direkt aus der Form des Weberschen Gesetzes erhalten. Nehmen wir nämlich an, dafs sich zwei elektrische Teilchen mit konstanter Geschwindigkeit gegen einander bewegen, so ist in der für die zwischen den Teilchen wirksame Kraft abgeleiteten Gleichung

$$\frac{dv}{dt} = \frac{d\left(\frac{dr}{dt}\right)}{dt} = 0,$$

somit wird

$$w = \frac{ee'}{r^2}\left\{1 - \frac{a^2}{16}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2\right\}$$

die zwischen den Teilchen wirksame Kraft. Wird die relative Geschwindigkeit der Teilchen, also $\frac{dr}{dt}$ so grofs, dafs

$$1 - \frac{a^2}{16}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 = 0,$$

so üben die Teilchen auf einander gar keine Einwirkung aus, sie stofsen sich weder ab, noch ziehen sie sich an. Schreiben wir die letzte Gleichung in der Form

$$\frac{16}{a^2} = \left(\frac{dr}{dt}\right)^2$$

so folgt, dafs $\frac{4}{a}$ jene Geschwindigkeit bedeutet, bei welcher die elektrischen Teilchen sich weder anziehen noch abstofsen, bei welcher sie also überhaupt nicht auf einander einwirken. Bezeichnen wir diese Geschwindigkeit mit c, so wird die Webersche Gleichung

$$w = \frac{ee'}{r^2}\left\{1 - \frac{1}{c^2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \frac{2}{c^2}\, r\, \frac{dv}{dt}\right\}.$$

Aus der Form der Weberschen Gleichung würde sich ergeben, dafs wenn die Geschwindigkeit, mit welcher sich die Teilchen gegen einander bewegen, gröfser als c ist, die von denselben auf einander ausgeübten Wirkungen das Vorzeichen ändern, dafs die Anziehung in Abstofsung, die Abstofsung gleichnamiger Elektricitäten in Anziehung übergeht.

Die dem Weberschen Gesetze zu Grunde liegenden Annahmen, dafs die Wechselwirkung zweier elektrischer Massen nicht allein von ihrer Gröfse oder Entfernung, sondern auch davon abhänge, ob sie sich gegen einander bewegen, ja dafs sie selbst von der Art der Bewegung bedingt sei, stehen allerdings mit den Grundsätzen der Mechanik, nach welchen die Wirksamkeit einer Kraft durchaus nicht von einer etwa vorhandenen

Digitized by Google

Bewegung der Massen, auf welche sie wirkt, abhängig sein kann, in Widerspruch. Indes kann man daraus nicht ohne weiteres schliefsen, dafs das Webersche Gesetz nicht ein wirkliches Grundgesetz, sondern nur eine die Versuche darstellende empirische Gleichung sei. Denn es ist zu beachten, dafs der erwähnte Grundsatz der Mechanik keineswegs a priori feststeht, sondern dafs derselbe ebenfalls aus der Erfahrung abstrahiert ist, dafs er aus der Beobachtung der Einwirkung von Kräften auf ponderable Massen sich ergeben hat, ebenso wie Weber aus der Wirkung der elektrischen Kräfte den Schlufs gezogen hat, dafs die Wechselwirkung elektrischer Massen auch von deren relativer Geschwindigkeit und Beschleunigung abhänge. Die eine Schlufsfolgerung ist so berechtigt wie die andere, so dafs die Nichtübereinstimmung dieser Sätze mit denen der Mechanik keinen haltbaren Grund gegen die Einführung dieser Beziehungen abgeben kann.

Man könnte sogar behaupten, dafs möglicherweise die von Weber für die Wechselwirkung zweier elektrischer Massen angenommene Abhängigkeit der Kraftwirkung von der relativen Geschwindigkeit und Beschleunigung das allgemeine Gesetz für die Einwirkung zweier Massen auf einander sei, dafs aber in der Mechanik die von der Geschwindigkeit und Beschleunigung abhängigen Glieder nur einen verschwindenden Wert haben in Bezug auf das erste von denselben unabhängige Glied, und dafs wir deshalb in der Erfahrung nur dieses unabhängige Glied bei der Bewegung ponderabler Massen wahrnehmen[1]).

Neuerdings sind indes gegen die Zulässigkeit des Weberschen Gesetzes als eines elektrischen Grundgesetzes von einer anderen Seite her mehrere und zum Teil gewichtige Einwendungen erhoben worden.

Der erste dieser Einwände wurde zunächst wohl von Tait[2]) ausgesprochen und dann später schärfer formuliert von W. Thomson und Tait[3]), dafs nämlich das Webersche Gesetz dem Princip von der Erhaltung der Kraft widerspreche.

Auf den ersten Blick scheint dieser Einwurf allerdings begründet zu sein, da die zwischen den elektrischen Teilchen nach dem Weberschen Gesetze angenommenen Kräfte nicht allein von der Lage der Teilchen abhängig sind, sich also nicht, wenn die Lage der Teilchen durch ihre Koordinaten gegeben sind, als Funktionen dieser Koordinaten darstellen lassen. Das Princip von der Erhaltung der Kraft verlangt nämlich, dafs, wenn auf ein System keine äufseren Kräfte wirken, also zwischen den Teilen desselben nur innere Kräfte thätig sind, dafs dann die Summe der Energie und der geleisteten Arbeit stets einen konstanten Wert haben mufs; wenn also nach beliebigen Änderungen die einzelnen Teile des

1) Über die Versuche von C. Neumann, Riemann und Betti, den Unterschied der Wirkung strömender und ruhender Elektricität daraus abzuleiten, dafs die Fernewirkung nicht momentan erfolge, sondern zu ihrer Ausbreitung durch den Raum Zeit gebrauche, sehe man *Clausius*, Poggend. Ann. Bd. CXXXV.

2) *Tait*, Sketch of thermodynamics. Edinburgh 1868. p. 76.

3) *Thomson* und *Tait* (Handbuch der theoretischen Physik. Deutsche Ausgabe. Braunschweig 1871. §. 385). Die beiden Autoren erheben noch einen andern Einwand gegen das Webersche Gesetz, nämlich den, dafs das Webersche Gesetz zwei elektrische Fluida annehme, während der jetzige Stand unseres Wissens diese Hypothese unmöglich als richtig denken könne, ein Einwurf, auf den wir nachher noch zurückkommen.

Digitized by Google

Systems wieder in dieselbe Lage kommen und damit ihre Energie wieder dieselbe ist, die Teile des Systems also, wie wir es kurz ausdrücken können, einen Kreisprozefs durchlaufen haben, so darf weder Arbeit gewonnen, noch verloren sein. Dafs das in der That der Fall ist, wenn die Kräfte nur von der gegenseitigen Lage der auf einander einwirkenden Teile des Systems abhängig sind, erkennt man leicht, denn wird in dem Falle durch die Verschiebung der Teilchen in dem einen Sinne Arbeit gewonnen, so wird durch eine gleiche Verschiebung in dem entgegengesetzten Sinne genau dieselbe Arbeit geleistet; bei einem Kreisprozesse, bei dem also die Teile des Systems am Schlusse genau in derselben relativen Lage sind wie beim Beginne, heben sich die entgegengesetzten Verschiebungen und deshalb auch die geleistete und gewonnene Arbeit vollständig auf. Oder um diese Bedingung mathematisch zu formulieren, wenn die wirksamen Kräfte nur von der Lage der Teilchen abhängig, also nur Funktionen der Koordinaten sind, dann kann die bei einer unendlich kleinen Verschiebung der Teile des Systems gegen einander geleistete Arbeit als die Differenz zweier Werte einer Funktion zwischen den Koordinaten, das heifst somit, als das vollständige Differential einer solchen Funktion dargestellt werden, und die Arbeit bei einem geschlossenen Kreisprozesse, die Summe aller der den darin vorkommenden unendlich kleinen Verschiebungen entsprechenden Arbeiten, ist das Integral jenes vollständigen Differentials über eine geschlossene Kurve weg, welches, wie wir schon mehrfach sahen, gleich null ist, weil die Grenzen des Integrals zusammenfallen.

Diese Formulierung der Bedingung, dafs die zwischen den Teilen eines Systemes thätigen Kräfte dem Princip von der Erhaltung der Energie entsprechen, läfst schon erkennen, dafs es für dieselben keine notwendige Bedingung ist, dafs sie nur eine Funktion der Koordinaten sind, sondern dafs es ausreichend ist, wenn für die Kräfte eine Funktion existiert, deren nach irgend einer Richtung gebildeter Differentialquotient die parallel dieser Richtung gerichtete Komponente der wirksamen Kraft liefert, oder mit andern Worten, dafs für die Kräfte ein Potential existiere. Dafs diese Bedingung ausreichend ist, ergiebt sich unmittelbar aus den Entwicklungen des §. 9.

Denn ist das Potential zweier Massen auf einander gleich W, so ist nach dem Begriffe desselben die parallel der Verbindungslinie wirkende Kraft, wenn die Massen im Abstande r sich befinden,

$$-\frac{dW}{dr}$$

und damit die einer Verschiebung um dr entsprechende Arbeit

$$-\frac{dW}{dr}\,dr = -\,dW.$$

Die einer endlichen Verschiebung von $r = r_0$ bis $r = r_1$ entsprechende Arbeit ist dann

$$-\int_{r_0}^{r_1} dW = W_{r_0} - W_{r_1},$$

wenn W_{r_0} resp. W_{r_1} die Werte des Potentials in den Abständen r_0

Digitized by Google

und r_1 bedeuten. Fallen nun die Grenzen des Integrals zusammen, ist also $r_0 = r_1$, so ist

$$W_{r_0} = W_{r_1}; \qquad W_{r_0} - W_{r_1} = 0.$$

Die Frage, ob das Webersche Gesetz mit dem Princip von der Erhaltung der Kraft im Widerspruch steht, fällt also damit zusammen, ob die nach demselben zwischen zwei elektrischen Teilchen thätigen Kräfte ein Potential haben oder nicht, als dessen Differentialquotient parallel der Verbindungslinie sich die wirksamen Kräfte parallel dieser Richtung ergeben.

Dafs in der That die zwischen zwei elektrischen Teilchen thätigen Kräfte ein Potential haben, ist von W. Weber bereits vor längerer Zeit, fast sofort nach der Aufstellung seines Gesetzes ausgesprochen[1]) und später ausführlicher abgeleitet worden[2]). Das Potential zweier elektrischer Teilchen ist nämlich

$$W = \frac{ee'}{r}\left\{1 - \frac{1}{c^2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2\right\},$$

wenn wir nach der vorhin gemachten Bestimmung der Konstanten $\frac{4}{a} = c$ setzen. In dieser Gleichung sind sowohl r als $\frac{dr}{dt}$ Funktionen der Zeit t. Ebendeshalb können wir auch $\frac{dr}{dt}$ als eine Funktion von r betrachten, das heifst wir können aus $r = f(t)$ durch Auflösen nach t letzteres durch r ausdrücken, und somit auch $\frac{dr}{dt}$ ganz durch einen nur r enthaltenden Ausdruck darstellen Schreiben wir zunächst

$$\frac{dr}{dt} = v,$$

oder

$$W = \frac{ee'}{r}\left\{1 - \frac{1}{c^2} v^2\right\}$$

und beachten, dafs, wenn r sich um dr ändert, v sich um dv ändert, so wird in schon oft durchgeführter Weise

$$-\frac{dW}{dr} = \frac{ee'}{r^2}\left(1 - \frac{1}{c^2} v^2\right) + \frac{ee'}{r}\frac{2}{c^2} v \frac{dv}{dr}$$

oder

$$-\frac{dW}{dr} = \frac{ee'}{r^2}\left\{1 - \frac{1}{c^2} v^2 + \frac{2}{c^2} r v \frac{dv}{dr}\right\}.$$

Setzen wir jetzt wieder

$$v = \frac{dr}{dt},$$

so wird

$$-\frac{dW}{dr} = \frac{ee'}{r^2}\left\{1 - \frac{1}{c^2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \frac{2}{c^2} r \frac{dr}{dt}\frac{dv}{dr}\right\}.$$

1) *W. Weber*, Poggend. Ann Bd. LXXIII. S. 229.

2) *W. Weber*, Elektrodynamische Mafsbestimmungen, insbesondere über das Princip von der Erhaltung der Energie. Abhandlungen der Königl. Sächs. Gesellschaft der Wissenschaften. Mathem. Phys. Abteilung. Bd. X.

Digitized by Google

In dem letzten Gliede auf der rechten Seite hebt sich dann dr im Zähler und Nenner gegen einander fort, es wird somit

$$-\frac{dW}{dr} = w = \frac{ee'}{r^2}\left\{1 - \frac{1}{c^2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \frac{2}{c^2} r \frac{dv}{dt}\right\},$$

also genau der für die zwischen zwei elektrischen Teilchen thätige Kraft nach dem Weberschen Gesetze angenommene Wert. Die von Weber zwischen den elektrischen Teilchen angenommenen Kräfte haben somit ein Potential, somit widersprechen sie nicht, wie Thomson und Tait angeben, dem Princip von der Erhaltung der Kraft, es kann durch dieselben bei einem geschlossenen Kreisprozeſs weder Arbeit gewonnen noch verloren werden.

Von gröſserem Gewichte sind die Einwürfe, welche v. Helmholtz gegen das Webersche Gesetz erhoben hat[1]), nach denen zwar das Webersche Gesetz mit dem Princip von der Erhaltung der Kraft insofern in Übereinstimmung ist, daſs durch geschlossene Kreisprozesse nicht Arbeit gewonnen oder verloren werden kann, aber dadurch mit demselben in Widerspruch steht, daſs unter Umständen die dem Weberschen Gesetze folgenden elektrischen Massen einen solchen Kreisprozeſs überhaupt nicht vollziehen können, indem während desselben die Geschwindigkeiten der auf einander einwirkenden elektrischen Massen unendlich groſs werden.

Um das zu zeigen, entwickelt v. Helmholtz aus dem Ausdrucke, welchen das Webersche Gesetz für die wirksame Kraft zwischen zwei elektrischen Teilen liefert, die relative Geschwindigkeit derselben.

Wir wollen zu dem Ende denken, die eine der Massen e' sei fest, die andere e sei an die träge Masse m gebunden und bewege sich parallel der Verbindungslinie der beiden Elektricitäten, deren Abstand gleich r sei. Die wirksame Kraft w, welche zwischen den Elektricitäten thätig ist, können wir durch die der Masse m erteilte Beschleunigung darstellen, indem

$$w = m\frac{dv}{dt}.$$

Damit wird dann

$$m\frac{dv}{dt} = \frac{ee'}{r^2}\left\{1 - \frac{1}{c^2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \frac{2}{c^2} r \frac{dv}{dt}\right\}.$$

Multiplizieren wir nun auf beiden Seiten mit vdt, und berücksichtigen, daſs

$$v\,dt = \frac{dr}{dt}dt = dr,$$

so wird

$$m\,v\,dv = \frac{ee'}{r^2}\left\{1 - \frac{1}{c^2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \frac{2}{c^2} r \frac{dv}{dt}\right\}dr.$$

Wie wir nun vorher bewiesen haben, ist

$$\frac{ee'}{r^2}\left\{1 - \frac{1}{c^2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \frac{2}{c^2} r \frac{dv}{dt}\right\}dr = -dW,$$

somit wird

$$m\,v\,dv = -dW.$$

1) *v. Helmholtz*, Journal für reine und angewandte Mathematik. Bd. LXXII. Bd. LXXV.

Digitized by Google

Ist nun r_0 die Entfernung der Masse m von e', in welcher die Geschwindigkeit $v = 0$ ist, so erhalten wir die Geschwindigkeit v, wenn wir auf der linken Seite die Summe aller Werte $v\,dv$ von $v = 0$ bis $v = v$ bilden und auf der rechten Seite die Summe aller Werte dW von $r = r_0$ bis $r = r$. Da nun

$$v\,dv = {}^1/_2\, d(v^2),$$

so wird

$$ {}^1/_2\, m v^2 = W_{r_0} - W_r, $$

ein Ausdruck, der sich auch ohne weiteres daraus ergiebt, dafs die durch eine Bewegung der elektrischen Masse e geleistete Arbeit gleich ist der Differenz der beiden Potentialwerte am Anfang und am Ende des Weges, durch welchen sich die Masse bewegt hat. Wenn nun, wie hier vorausgesetzt ist, die einzige Arbeit die Beschleunigung der Masse m ist, so mufs diese Arbeit gleich der lebendigen Kraft der Masse sein, welche auf diesem Wege erreicht ist, also gleich ${}^1/_2\, m v^2$, wie es die eben abgeleitete Gleichung ergiebt.

Da nun für $r = r_0$ die Geschwindigkeit $v = \frac{dr}{dt} = 0$, so ist

$$W_{r_0} = \frac{ee'}{r_0},$$

somit wird

$$ {}^1/_2\, m v^2 = \frac{ee'}{r_0} - \frac{ee'}{r}\left(1 - \frac{1}{c^2} v^2\right)$$

und wenn wir diese Gleichung nach v auflösen

$$v^2 = \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 = \frac{\frac{ee'}{r_0} - \frac{ee'}{r}}{{}^1/_2\, m c^2 - \frac{ee'}{r}} \cdot c^2,$$

oder auch

$$v^2 = \frac{r - r_0}{{}^1/_2\, \frac{m c^2}{ee'} \cdot r - 1} \cdot \frac{1}{r_0} \cdot c^2.$$

Setzen wir nun

$$ {}^1/_2\, \frac{m c^2}{ee'} = \frac{1}{\varrho},$$

so wird

$$v^2 = \frac{r - r_0}{r - \varrho} \cdot \frac{\varrho}{r_0} \cdot c^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (\mathrm{I})$$

In diesem Ausdrucke hängt der Wert r_0, für welchen $v = 0$ wird, wesentlich ab von der Geschwindigkeit, welche die Masse in irgend einem Abstande zur Zeit $t = 0$ besitzt, die ihr also durch äufsere Kräfte erteilt wird; während dann die Masse m sich mit der ihr erteilten Anfangsgeschwindigkeit von dem anfänglichen Abstande aus bis zur Entfernung r_0 bewegen würde, würde die Geschwindigkeit auf 0 abnehmen. Die Gröfse dieser Entfernung r_0 ergiebt sich aus der Gleichung für v^2

$$r_0 = \frac{r}{1 + \frac{v^2}{c^2}\,\frac{r - \varrho}{\varrho}}.$$

Digitized by Google

In der Gleichung für v^2 und r_0 können wir auch ϱ als eine gewisse sehr kleine von den auf einander wirkenden Elektricitätsmengen und der bewegten Masse m bedingte Entfernung auffassen, dieselbe wächst proportional ec' und nimmt ab proportional der Masse m, ist also jedenfalls sehr klein.

Denkt man sich nun in einer Entfernung r der beiden elektrischen Massen, die wir uns als gleichnamig denken wollen, welche kleiner ist als ϱ, der mit der Elektricität e versehenen Masse m eine solche Geschwindigkeit erteilt, dafs der Abstand r_0, dem die Geschwindigkeit $v = 0$ entspricht, gröfser ist als ϱ, so wird, da man Gleichung (I) schreiben kann

$$v^2 = \frac{\frac{r}{r_0} - 1}{\frac{r}{\varrho} - 1}\, c^2 = \frac{1 - \frac{r}{r_0}}{1 - \frac{r}{\varrho}}\, c^2$$

für alle Werte von r, welche kleiner sind als ϱ, der Wert v^2 positiv, somit v reell. Die Gleichung zeigt gleichzeitig, dafs dann die anfängliche der Masse m erteilte Geschwindigkeit, da

$$\frac{r}{r_0} < \frac{r}{\varrho},$$

gröfser sein mufs als die Geschwindigkeit c, bei welcher die Elektricitäten nicht auf einander einwirken.

Ist die der Masse m erteilte Geschwindigkeit gegen die elektrische Masse e' gerichtet, also v negativ, so wird r kleiner, somit nähert sich sowohl Nenner wie Zähler des Ausdruckes für v^2 dem Werte eins, die Geschwindigkeit nimmt also ab und nähert sich dem Werte c^2.

Wenn dagegen die der Masse m erteilte Geschwindigkeit von der Elektricität e' fortgerichtet ist, so vergröfsert sich r, damit wächst v und zwar wird v unendlich, wenn $r = \varrho$ wird. Es würde somit, während die Masse m einen endlichen Weg $\varrho - r$ zurücklegt, die Geschwindigkeit der Masse bis ins Unendliche wachsen, somit bei Zurücklegung eines endlichen Weges eine unendlich grofse Arbeit geleistet.

Zu demselben Resultate gelangt man, wenn man der Masse m in einem Abstande r, der gröfser als ϱ ist, eine gegen die Elektricität e' hin gerichtete Geschwindigkeit giebt, so dafs die Geschwindigkeit in einem Abstande $r_0 < \varrho$ gleich null sein würde. Auch diese Geschwindigkeit v mufs gröfser sein als c, wie man erkennt, wenn man die Gleichung für v auf die Form bringt

$$v^2 = \frac{\frac{r}{\varrho} - \frac{r_0}{\varrho}}{\frac{r}{\varrho} - 1}\, \frac{\varrho}{r_0}\, c^2,$$

in dieser Gleichung sind, da $\frac{r_0}{\varrho} < 1$, in den Koefficienten der rechten Seite beide Zähler gröfser als die Nenner.

Ist nun die Geschwindigkeit der Masse m gegen die Elektricität e' gerichtet, so wird r kleiner; damit wächst v^2, und wenn $r = \varrho$ geworden ist, wird v^2 unendlich grofs.

Digitized by Google

Es würde also unter gewissen Umständen nach dem Weberschen Gesetze auf einem endlichen Wege eine unendliche Arbeit geleistet werden können, was dem Princip von der Erhaltung der Kraft widerspricht.

Dagegen bemerkt Weber[1]), dafs hier zwei elektrische Teilchen angenommen werden, die sich zwar mit endlicher Geschwindigkeit zu bewegen beginnen, die aber gröfser sein mufs als die sehr grofse Geschwindigkeit c, von der wir nachweisen werden, dafs sie nach den bis jetzt vorliegenden Messungen 439450 km in der Sekunde beträgt. Der Fall, dafs zwei Körper mit solcher Geschwindigkeit sich gegen einander bewegen, sei nirgends in der Natur nachzuweisen, bei allen praktischen Anwendungen des Gesetzes pflege man vielmehr $\frac{v^2}{c^2}$ immer als einen sehr kleinen Bruch anzunehmen.

Weiter bemerkt dann Weber, dafs nach Helmholtzs Einwurf ein Gesetz dem Gesetze von der Erhaltung der Kraft widerspreche, wenn zwei Teilchen, die sich demselben gemäfs bewegen und mit endlicher Geschwindigkeit beginnen, in endlicher Entfernung von einander unendlich grofse lebendige Kraft erreichen, und also eine unendlich grofse Arbeit leisten.

Es scheine hierin der Satz ausgesprochen zu sein, dafs nach dem Gesetze der Erhaltung der Kraft zwei Teilchen überhaupt niemals unendliche lebendige Kraft besitzen können.

Denn man würde offenbar obigen Satz auch umkehren und sagen können:

Ein Gesetz widerspricht dem Gesetze der Erhaltung der Kraft, wenn zwei Teilchen, die sich demselben gemäfs bewegen und mit unendlicher Geschwindigkeit beginnen, in endlicher Entfernung von einander endliche lebendige Kraft erreichen, und also einen unendlich grofsen Verlust an Arbeit, die sie leisten können, erleiden.

Die beiden Teilchen müfsten also immer unendliche Geschwindigkeit behalten, denn haben sie dieselbe in keiner noch so grofsen endlichen Entfernung verloren, so werden sie dieselbe nach der Natur der Potentiale auch darüber hinaus niemals verlieren. Körper aber, die sich immer mit unendlich grofser Geschwindigkeit gegen einander bewegen, sind von dem Bereiche unserer Forschungen ausgeschlossen.

Besitzen aber zwei Teilchen immer nur endliche lebendige Kraft, so mufs es einen endlichen Grenzwert der lebendigen Kraft geben, den sie niemals überschreiten; es ist dann möglich, dafs dieser Grenzwert für zwei elektrische Teilchen jener ist, bei welchem das Quadrat der Geschwindigkeit, mit der sich beide Teilchen gegen einander bewegen, gleich c^2 ist.

Wird die eben angedeutete Grenzbestimmung der lebendigen Kräfte in das Gesetz der Erhaltung der Kraft aufgenommen, so dürfe man, meint Weber, eine solche ebenso gut in das elektrische Grundgesetz aufnehmen, die Bedingung nämlich, dafs das Potential der elektrischen Kräfte

1) *W. Weber,* Elektrodynamische Mafsbestimmungen, insbesondere über das Princip von der Erhaltung der Energie. Abhandlungen der Königl. Sächs. Gesellschaft der Wissenschaften, Mathem. Phys. Abteilung. Bd. X.

Digitized by Google

$$W = \frac{ee'}{r}\left\{1 - \frac{1}{c^2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2\right\}$$

nur einen positiven Wert haben könne.

Zweitens bemerkt Weber gegen die Einwendung von Helmholtz, dafs die Entfernung

$$\varrho = \frac{2ee'}{mc^2}$$

eine in unsern Mafsen unangebbar kleine Entfernung sei, da m und c^2 gegen e und e' jedenfalls sehr grofs sei. Es wäre deshalb ϱ eine molekulare Entfernung, und alle Bewegungen in solchen Entfernungen seien Molekularbewegungen, deren Kenntnis uns noch vollständig abgeht. Ein Zweifel an der Richtigkeit des Weberschen Gesetzes, von Molekularbewegungen hergenommen, habe demnach keine Berechtigung.

Gegenüber den Einwendungen Webers hat dann Helmholtz später gezeigt[1]), dafs die Annahme einer Geschwindigkeit $v > c$ als Anfang der Bewegung gar nicht erforderlich sei, sondern dafs, wenn man eine äufsere Kraft zu Hilfe nimmt, die Masse m bei dem Ausgange von einer beliebigen Entfernung r mit der Geschwindigkeit null, auf dem Wege $r - \varrho$ eine unendlich grofse Geschwindigkeit erhalte. Wir nehmen wieder an, die Elektricität e' sei fest, e sei mit der ponderabeln Masse m verbunden und befinde sich ruhend im Abstande r. Die beiden Elektricitäten stofsen sich dann ab; nun wirke aber auf die Masse m eine sie gegen e' hintreibende Kraft, welche gröfser sei als die abstofsende der beiden Elektricitäten, so dafs die Masse m eine gegen e' hin gerichtete, also eine negative Beschleunigung bekommt. Wir erhalten dann für diese Beschleunigung die Gleichung

$$\frac{dv}{dt} = \frac{ee'}{r^2}\left(1 - \frac{1}{c^2}v^2 + \frac{2}{c^2}r\frac{dv}{dt}\right) - R,$$

somit

$$m\left(1 - \frac{2ee'}{mc^2r}\right)\frac{dv}{dt} = \frac{ee'}{r^2}\left(1 - \frac{1}{c^2}v^2\right) - R,$$

oder, wenn wir wieder

$$\frac{2ee'}{mc^2} = \varrho$$

setzen,

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\frac{ee'}{r^2}(c^2 - v^2) - c^2 R}{c^2 m\left(1 - \frac{\varrho}{r}\right)}.$$

Wie man sieht, ist diese Beschleunigung, wenn bei dem Beginne der Bewegung, bei dem $v = 0$, $R > \frac{ee'}{r^2}$ negativ, so lange $r > \varrho$, und da der Nenner sich, wenn r bis zu ϱ abnimmt, dem Werte 0 nähert, so wächst die Beschleunigung auf dem Wege $r - \varrho$ bis ins Unendliche. Es würde also hiernach auf einem endlichen Wege durch endliche Kräfte eine un-

1) *v. Helmholtz*, Journal für reine und angewandte Mathematik Bd. LXXV.

Digitized by Google

endliche Beschleunigung hervorgebracht, also eine unendliche Arbeit geleistet.

In Bezug auf die Bedeutung dieses Einwurfs von Helmholtz ist nun die Frage von entscheidender Wichtigkeit, ob denn, wie Weber schon dem ersten Einwurfe gegenüber bemerkte, die Entfernung ϱ eine molekulare ist oder nicht. In Bezug darauf bemerkt v. Helmholtz, dafs der Wert von ϱ:

$$\varrho = \frac{2ee'}{mc^2}$$

von zwei Faktoren abhängt, nämlich von dem Faktor

$$\frac{2e}{mc^2}$$

und der Menge e' der von uns als ruhend gedachten Elektricität. Wenn nun auch der erste Faktor unzweifelhaft sehr klein ist, so kann doch der andere sehr grofs sein. Denken wir uns die Elektricitätsmenge e' auf der Oberfläche einer Kugel verbreitet, und sei bei einer gewissen Menge derselben $\varrho = \varrho_0$. Nun werde die Elektricitätsmenge die $n$fache und sei dieselbe mit der gleichen Dichtigkeit wie vorher auf einer Kugel verbreitet, so wird der Radius dieser Kugel $\sqrt{n}$, dagegen $\varrho = n\varrho_0$. Wie man sieht, wächst ϱ viel rascher als der Radius der Kugel; würde n so grofs sein, dafs $\sqrt{n}$ dagegen klein wäre, so würde die auf der Kugel verteilte Elektricität auf eine im Abstand ϱ von dem Mittelpunkte der Kugel vorhandene Menge e so wirken, wie wenn sie im Mittelpunkte der Kugel konzentriert wäre, die Einwirkung würde also wie die zweier elektrischer Teilchen sein, somit dem Weberschen Gesetze folgen, während ϱ eine sehr grofse Entfernung wäre.

Darnach würde also die aus dem Weberschen Gesetze sich ergebende unzulässige Folgerung nicht auf molekulare Entfernungen beschränkt, somit das Webersche Gesetz nicht haltbar sein.

Es ist indes dabei nicht aufser Acht zu lassen, dafs wir nicht wissen, ob die v. Helmholtzschen Annahmen über die Gröfse von e', durch welche ϱ eine endlich mefsbare Entfernung wird, physikalisch möglich sind, das heifst also, ob bei dem jedenfalls unmefsbar kleinen Werte des Faktors $\frac{2e}{mc^2}$ der Faktor e' einen solchen Wert annehmen kann, dafs ϱ mehr als eine molekulare Entfernung wird.

Wenn man das aber zugeben will, so würde, wie W. Weber bemerkt[1]), das elektrische Teilchen e', dem in der ganzen Weberschen Auffassung nur molekulare Dimensionen beizulegen sind, etwas ganz anders sein als das, was wir ein Molekül oder Atom nennen. Man sieht, sagt Weber, leicht ein, dafs wenn man statt der in der Natur wirklich vorhandenen Körperatome mit unmefsbar kleinen Massen Atome mit Weltkörpermassen sich denken will, selbstverständlich die Molekulardistanzen in dieser gedachten Welt nicht so unmefsbar klein sein werden, wie in der wirklichen Welt.

Es kann natürlich hier nicht unsere Aufgabe sein, die Diskussion,

---

1) *W. Weber,* Poggend. Ann. Bd. CLVI.

Digitized by Google

welche sich an die angeführten und einige weitere auf einer ähnlichen Basis sich gründende Einwürfe geknüpft hat[1]), ausführlich darzulegen, um so mehr, da die ganze Diskussion eine rein theoretische ist, und sich bisher noch keine einzige Beobachtung ergeben hat, welche dem Weberschen Gesetz widerspräche. Auch die kurze Besprechung der beiden ersten Einwürfe von v. Helmholtz hat nur den Zweck, auf die Kontroverse, welche sich über das Webersche Gesetz erhoben hat, hinzuweisen.

Von Helmholtz verwarf mit dem Weberschen Grundgesetze gleichzeitig das Ampèresche Fundamentalgesetz. Statt dessen nahm er[2]) als Grundlage der mathematischen Behandlung der elektrodynamischen Erscheinungen, ohne einen Versuch zu machen, die elektrodynamischen und elektrostatischen Erscheinungen mit einander zu verknüpfen, das von Neumann für zwei geschlossene Ströme entwickelte Potential (§. 116)

$$W = -\,{}^1\!/_2\, i i' \int^s\!\!\int^{s'} \frac{\cos\varepsilon}{r}\, ds\, ds',$$

indem er die Annahme machte, dafs ebenso wie zwei Ströme auch zwei Elemente ein Potential haben, oder dafs das Potential zweier geschlossener Ströme die Summe der Potentiale der einzelnen Elemente sei. Er setzte dann aber nicht einfach als Potential zweier Elemente den Ausdruck, dessen über beide Ströme genommene Summe das Neumannsche Potential ist, also nicht

$$P = -\,A^2 i i' \frac{\cos\varepsilon}{r}\, ds\, ds',$$

worin wir anstatt des Koefficienten $^1\!/_2$ einsetzen A^2, um eine beliebige Einheit der Stromstärke anwenden zu können, sondern einen allgemeinern Ausdruck, der aufser dem oben hingeschriebenen noch Glieder enthält, die bei Integration über geschlossene Ströme verschwinden. Der von v. Helmholtz gegebene Ausdruck für das Potential zweier Elemente enthält aufser dem Winkel, den die Elemente mit einander bilden, noch die Winkel, welche die Elemente mit der Verbindungslinie bilden, die wir früher mit ϑ und ϑ' bezeichneten, er ist

$$P = -\,{}^1\!/_2\, A^2 i i' \frac{1}{r} \left\{ (1 + k) \cos\varepsilon - (1 - k) \cos\vartheta \cos\vartheta' \right\} ds\, ds',$$

worin k eine Konstante bedeutet, welche gleich 1 gesetzt das zweite Glied verschwinden läfst, und den aus dem Neumannschen Potentiale sich ergebenden Wert des Potentials liefert, wenn man annimmt, das Potential zweier geschlossener Ströme sei die Summe der Potentiale der einzelnen Elemente.

Die Annahme, dafs die Stromelemente ein Potential haben, bedeutet nicht nur eine neue Form der mathematischen Behandlung, sie schliefst

1) Man sehe aufser den schon erwähnten Abhandlungen von *v. Helmholtz* und *W. Weber* noch des letztern Abhandlung in Wiedem. Ann. Bd. IV und eine Anzahl Abhandlungen von *C. Neumann* in den Berichten und Abhandlungen der Königl. Sächs. Gesellsch. der Wissenschaften aus den Jahren 1871—1874 und Poggend. Ann. Bd. CLV.

2) *v. Helmholtz*, Journal für reine und angewandte Mathematik Bd. LXXII. Bd. LXXV, Bd. LXXVIII.

Digitized by Google

vielmehr ganz andere Annahmen über die Wechselwirkung zweier Elemente ein, als diejenigen von Ampère oder auch die allgemeineren von Stefan sind. Außer translatorischen Anziehungen und Abstoßsungen der Elemente ergeben sich daraus auch drehende Kräfte für die einzelnen Elemente, also Kräfte, welche an den Endpunkten derselben angreifend ein Kräftepaar bilden, somit die Elemente in bestimmte Richtung zu stellen suchen.

Trotzdem ergiebt sich aus der Art, wie das Potential gebildet ist, daſs die Helmholtzsche Theorie für geschlossene Ströme zu ganz denselben Resultaten führen muſs, wie die Ampèresche, da eben für zwei geschlossene Ströme die Integration das Neumannsche Potential liefert. Nur bei nicht geschlossenen Strömen sind die aus der v. Helmholtzschen Theorie sich ergebenden Folgerungen verschieden.

Auch über die Zulässigkeit der v. Helmholtzschen Theorie hat sich eine lebhafte Diskussion erhoben[1]), wir gehen darauf nicht ein, da nach Versuchen über das Verhalten von Stromenden, beziehungsweise über das Verhalten elektrisierter Spitzen[2]), sowie dasjenige mechanisch bewegter Elektricität[3]), deren Resultate dem elementaren Potentialgesetz widersprechen, v. Helmholtz das elementare Potentialgesetz als nicht zuläſsig, wenigstens als unvollständig anerkannt hat.

Einen ganz andern Einwurf gegen das Webersche Gesetz hat Clausius[4]) erhoben, er weist darauf hin, daſs das Webersche Gesetz wesentlich auf der Anschauung fuſse, daſs in dem elektrischen Strome sich beide Elektricitäten mit gleicher Geschwindigkeit nach entgegengesetzten Richtungen bewegen, denn nur unter dieser Voraussetzung führe das Webersche Gesetz zu dem erfahrungsmäſsig feststehenden Resultate, daſs ein elektrischer Strom auf eine ruhende Elektricitätsmenge keinen Einfluſs habe. Nehme man an, daſs in dem Strome nur eine Elektricität sich bewege, so sei demnach das Webersche Gesetz nicht richtig. Clausius glaubt, daſs die Auffassung des Stromes als eines Doppelstromes positiver und negativer Elektricität eine zu komplizierte sei, und daſs sie durch die Annahme der Strömung nur einer Elektricität zu ersetzen sei. Er hat deshalb ein neues elektrodynamisches Grundgesetz entwickelt, welches von derselben Grundanschauung wie das Webersche ausgeht, nämlich, daſs bewegte elektrische Teilchen anders auf einander einwirken als ruhende. In der Beziehung geht er sogar noch einen Schritt weiter als Weber, indem er die von Weber festgehaltene Annahme fallen läſst, daſs die elektrischen Teilchen nur parallel ihrer Verbindungslinie wirken, er nimmt vielmehr an, daſs bei bewegten Teilchen auch eine Komponente in die Bewegungs-

---

1) Man sehe *C. Neumann*, Berichte der Königl. Sächs. Gesellsch. der Wissenschaften zu Leipzig vom 8. Aug. 1872 und vom 8. Aug. 1874. Poggend. Ann. Bd. CLV. *Riecke*, Göttinger Nachrichten von 1872, *Zöllner*, Poggend. Ann. Bd. CLIII, Bd. CLIV, Bd. CLVIII. *Herwig*, Poggend. Ann. Bd. CLIII. *v. Helmholtz*, Monatsberichte der Berliner Akad. Febr. 1873; Poggend. Ann. Bd. CLIII.

2) *v. Helmholtz*, Mitteilung der Versuche von Schiller, Poggend. Ann. Bd. CLVIII.

3) *v. Helmholtz*, Mitteilung der Versuche von Rowland, Poggend. Ann. Bd. CLVIII.

4) *Clausius*, Journal für reine und angewandte Mathematik Bd. LXXXII.

Digitized by Google

richtung fallen könne. Indem Clausius im übrigen mit Weber annimmt, dafs die Wirkung bewegter Elektricität von den Geschwindigkeiten und Beschleunigungen abhängt, bestimmt er die zur Darstellung der Einwirkung zweier elektrischer Teilchen erforderlichen Funktionen mit Hilfe der Sätze über die Einwirkung geschlossener Ströme auf einander und auf ruhende Elektricität, welche erfahrungsmäfsig feststehen. Er gelangt schliefslich zu dem Resultate, dafs ebenso nach diesen Annahmen wie nach denen von Weber zwischen zwei bewegten elektrischen Teilchen ein Potential bestehe, welches folgende Form hat

$$W = \frac{e e'}{r}(1 + K v v' \cos \varepsilon)$$

worin K eine Konstante, v und v' die absoluten Geschwindigkeiten der elektrischen Teilchen e und e', und ε den Winkel bedeuten, welchen die Bewegungsrichtungen der elektrischen Teilchen mit einander bilden[1]).

Der wesentliche Unterschied des aus den Entwicklungen von Clausius sich ergebenden Potentials und des Weberschen ist hiernach der, dafs in dem Weberschen Potential nur die relativen Geschwindigkeiten der beiden elektrischen Teilchen und zwar nur in soweit, als sich durch dieselben der Abstand derselben ändert, eingehen, während Clausius die absoluten Geschwindigkeiten der Teilchen enthält. Was diese absolute Geschwindigkeit sein soll, definiert Clausius genauer[2]), indem er ausspricht, dafs er annehme, dafs die Wechselwirkung zwischen zwei Teilchen durch ein zwischen denselben befindliches Zwischenmedium vermittelt werde. Bei dieser Annahme darf man von zwei Teilchen, welche sich mit gleicher Geschwindigkeit nach gleicher Richtung bewegen, also relativ zu einander in Ruhe sind, nicht erwarten, dafs sie sich ebenso verhalten wie zwei wirklich ruhende Teilchen, denn während die letztern nicht nur relativ zu einander, sondern auch relativ zu dem Medium ruhen, befinden sich die erstern relativ zu dem Medium in Bewegung. Die absoluten Geschwindigkeiten von Clausius bedeuten demnach die relativen Geschwindigkeiten gegenüber dem Medium, welches die elektrischen Wirkungen vermittelt, sind also nur in dem Falle absolute Geschwindigkeiten, wenn man sich das vermittelnde Medium als ein absolut ruhendes denkt. Nähme man an, dafs dieses Medium mit der Erde sich bewege, würden die Geschwindigkeiten v und v' diejenigen relativ zur Erde sein. Letztere Annahme würde nach den Entwicklungen von Fröhlich notwendig sein.

Clausius' Einwurf gegen das Webersche Gesetz zweifelt, wie man sieht, nicht die Zuläfsigkeit desselben an, weil dasselbe festgestellten Erfahrungsthatsachen oder allgemein anerkannten Principien widerspräche, sondern weil dasselbe eine specielle Voraussetzung über die Natur des elektrischen Stromes macht; in dem Sinne ist das Gesetz von Clausius allgemeiner,

---

1) *Clausius*, a. a. O., ferner Wiedem. Ann. Bd. I, Mechanische Wärmetheorie II. Bd. Wiedem. Ann. Bd. XI.

2) *Clausius*, Poggend. Ann. Bd. CLVI. Wiedem. Ann. Bd. X. Über das Clausiussche Grundgesetz sehe man auch *Zöllner*, Poggend. Ann. Bd. CLX, Wiedem. Ann. Bd. II. *Clausius*, Wiedem. Ann. Bd. II. *Fröhlich*, Wiedem. Ann. Bd. IX, Bd. XII. *Lorberg*, Journal für reine und angewandte Mathematik Bd. LXXXIV.

Digitized by Google

denn nach demselben kann das Geschwindigkeitsverhältnis der beiden Elektricitäten ein ganz beliebiges sein. Die Voraussetzungen, auf denen das Gesetz von Clausius beruht, sind indes ohne Zweifel komplizierter als jene, welche Weber seiner Entwicklung zum Grunde legt, denn für die Entwicklungen von Clausius ist die Annahme eines die elektrischen Kräfte vermittelnden Mediums erforderlich, da nur bei Annahme eines solchen die Einführung der absoluten Geschwindigkeiten zulässig ist; dieses Medium können nicht die Faradayschen Dielektrica sein. Noch aus einem andern Grunde muſs, wie Riecke in einer sehr interessanten Abhandlung über das ponderomotorische Elementargesetz der Elektrodynamik[1]) nachweist, dieses Zwischenmittel von Clausius angenommen werden. Riecke zeigt nämlich, daſs das Clausiussche Gesetz, soweit es sich nur auf die Wechselwirkung der elektrischen Teilchen erstreckt, gegen das Princip der Gleichheit von Aktion und Reaktion verstöſst. Der schwerwiegende Einwand, bemerkt Riecke, welcher sich hieraus gegen das Gesetz von Clausius ergeben würde, wird dadurch gehoben, daſs dasselbe ein fragmentarisches Gesetz ist, da nach der Vorstellung von Clausius die Wechselwirkung zweier elektrischer Teilchen keine unmittelbare ist, sondern vermittelt wird durch ein unbekanntes den Zwischenraum zwischen denselben erfüllendes Medium; das Gesetz von Clausius bestimmt nur die auf die elektrischen Teilchen resultierende Wirkung und läſst die auf jenes vermittelnde Medium wirkenden Kräfte ganz unbestimmt.

Bei der Wahl zwischen dem Grundgesetze von Weber und dem von Clausius kann man nur die Frage stellen, da beide auf Hypothesen beruhen, beide die Erfahrungsthatsachen gleich gut wiedergeben, durch welches der beiden Gesetze wird unser Causalitätsbedürfnis am besten befriedigt, welches ist also das einfachere. Diese Frage wird der eine so, der andere anders entscheiden, ich kann mich da nur für das Webersche Gesetz aussprechen, da, wie Riecke in der oben angeführten Abhandlung ganz richtig sagt, das Gesetz von Weber die elektrodynamischen Erscheinungen nur von bekannten Verhältnissen abhängig macht, während das Gesetz von Clausius eines vermittelnden Körpers bedarf, von dessen Existenz und Eigenschaft wir nicht die mindeste Kenntnis besitzen. Selbst wenn wir genötigt wären, die Webersche Auffassung des Stromes aufzugeben, daſs in demselben beide Elektricitäten mit entgegengesetzt gleicher Geschwindigkeit sich bewegen, fragt es sich immer noch, ob die sich dann aus demselben ergebenden Wirkungen zwischen einem ruhenden Strom und einer ruhenden Elektricitätsmenge von einer solchen Gröſsenordnung sind, daſs sie beobachtet werden können. Würde sich so ein Widerspruch zwischen dem Weberschen Gesetze und der Erfahrung ergeben, so müſste dasselbe selbstverständlich aufgegeben werden. Bis dahin ist dasselbe beizubehalten.

§. 120.

Richtung der Ströme unter dem Einflusse der Erde. Wir haben bereits im §. 114 erwähnt, daſs ein einfacher in Form eines Vierecks oder eines Kreises gebogener Leiter, am Ampèreschen Gestelle aufgehängt, eine

---

1) *Riecke*, Abhandl. der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen Bd. XXIV. Göttingen 1879.

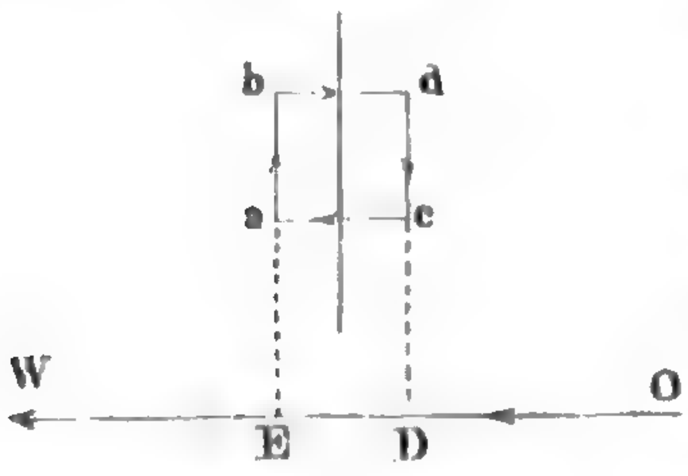
Digitized by Google

bestimmte Lage annimmt; er stellt sich so, dafs seine Ebene senkrecht ist zur Ebene des magnetischen Meridians, und dafs der Strom an der Westseite des Meridians aufsteigt, dafs also in dem untersten horizontalen Teile der Strom von Osten nach Westen fliefst, oder das von Norden her angesehen die Richtung des Stromes entgegengesetzt ist der Richtung der Bewegung eines Uhrzeigers[1]).

Man kann diese Einstellung einer Stromebene schon bei Anwendung eines einfachen Leiters beobachten; leichter sieht man es aber, wenn man anstatt eines Leiters einen Stromkreis anwendet, welcher wie bei dem Weberschen Dynamometer aus einer grofsen Zahl von Windungen übersponnenen Kupferdrahtes besteht; auf die Webersche Bifilarrolle ist, wie wir sahen, bei noch nicht sehr starken Strömen die Direktionskraft durch den Einflufs der Erde ziemlich bedeutend. Dieser Direktionskraft wegen mufste bei dem Dynamometer die Bifilarrolle stets so gehängt werden, dafs in ihrer Gleichgewichtslage die Ebene derselben senkrecht zur Ebene des magnetischen Meridianes war. Mit Hilfe dieser Direktionskraft ist es auch leicht zu erkennen, ob die Ebene der Bifilarrolle senkrecht zur Ebene des Meridians ist; denn leitet man durch dieselbe einen Strom, während durch den Multiplikator kein Strom geht, so wird sich infolge dieser Direktionskraft die Stellung der Rolle sofort ändern, wenn die Ebene der Rolle nicht zum Meridiane senkrecht ist, sie wird je nach der Richtung des Stromes der senkrechten Stellung näher gebracht oder von ihr entfernt.

Dieser Einflufs der Erde auf die Stellung von Ebenen, welche von galvanischen Strömen umflossen werden, ist so, als wenn die Erde von einem Strome in der Richtung vom magnetischen Osten nach dem magnetischen Westen umflossen würde. Denn denken wir uns einen Strom *OW* Fig. 222 und über demselben ein von einem Strome umflossenes Quadrat um eine zu *OW* senkrechte Axe drehbar, das zugleich so weit von *OW* entfernt ist, dafs sein Durchmesser gegen die Entfernung verschwindend klein ist, so kann durch die Einwirkung des Stromes *OW* dem Quadrat *abcd* keine translatorische Bewegung erteilt werden, da die untere Seite desselben von *OW* ebenso stark angezogen wird, als die obere abgestossen wird. Die Seite *ab* des Quadrates wird aber nach dem Verhalten begrenzter gegen unbegrenzte Ströme einen Antrieb gegen *W* hin erhalten, da der Teil *EW* die Seite *ab* anzieht, der Teil *EO* dagegen die Seite *ab* abstöfst; die Seite *cd* erhält einen ebenso starken Antrieb gegen *O* hin, da *DO* diese Seite anzieht, *DW* sie aber abstöfst. Wenn deshalb die Ebene des Quadrates nicht mit der durch *OW* gelegten Vertikalebene zusammenfällt, so wirken diese Kräfte als ein Paar, welches das Quadrat in die durch *WO* gelegte Vertikalebene zu bringen sucht, so dafs in der gegen *W* gelegenen Seite der Strom aufsteigt, in der gegenüberliegenden Seite dagegen der Strom absteigt.

Fig. 222.



1) *Ampère*, Annales de chim. et de phys. T. XV.

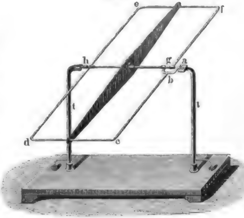
Digitized by Google

Da wir nun sehen, dafs ein um eine vertikale Axe drehbar aufgehängter Stromkreis sich stets senkrecht zum magnetischen Meridiane und so zu stellen sucht, dafs an der Westseite des Meridianes der Strom aufsteigt, so folgt, dafs das Verhalten der Ströme so ist, als wenn in der magnetischen Ost-Westrichtung ein Strom um die Erde kreiste.

Um die Lage des Erdstromes, d. h. des Stromes zu erhalten, den wir als resultierenden der jedenfalls unendlich vielen Ströme betrachten können, welche dann die Erde umkreisen, müssen wir einen Strom so aufhängen, dafs er zugleich um eine vertikale und um eine horizontale Axe drehbar ist. Oder da wir bereits wissen, dafs eine um die vertikale Axe drehbare Stromebene zur Ebene des magnetischen Meridianes senkrecht gestellt wird, müssen wir einen Strom um eine horizontale zum magnetischen Meridiane senkrechte Axe drehbar aufhängen.

Ampère gab dafür den Apparat Fig. 223 an[1]). Es wurde ein Draht zu einem Rechteck *bcdefg* von etwa 3 Decimeter Breite und 6 Decimeter Länge gebogen und dann von *g* nach *h* geführt, ohne dafs der Arm *gh* mit der Seite *de* in metallischer Berührung war. An *b* war ein gabelförmiges Stück angefügt, dessen eine Zinke mit *gh*, jedoch nicht leitend verbunden war, dessen andere Zinke nach *a* so umgebogen war, dafs *agh* eine gerade Linie bildeten. Auf den Draht *gh* war ein rautenförmiges leichtes Holzleistchen gesetzt, welches die Seiten *cd* und *cf* stützte, so dafs der Stromleiter eine grössere Stabilität erhielt.

Fig. 223.



An die Enden *a* und *h* waren Stahlspitzen angelötet, welche auf die stählernen Pfannen der metallischen Träger *tt* gelegt wurden; um den Kontakt sicherer zu machen, wurde auf diese Pfannen etwas Quecksilber gebracht.

Die Gewichte der einzelnen Teile dieses Stromleiters wurden möglichst genau so abgeglichen, dafs der Schwerpunkt desselben in die Axe *ah* fiel, so dafs man der Ebene des Leiters jede Neigung gegen die Horizontale geben konnte, ohne das Gleichgewicht zu stören. Der Apparat wird dann so aufgestellt, dafs die horizontale Drehungsaxe *ah* senkrecht steht zum magnetischen Meridian, dafs also, wie auch die Neigung der Ebene des Stromleiters gegen die Horizontale ist, dieselbe immer senkrecht zu derjenigen des Meridianes ist.

1) Annales de chim. et de phys. T. XV.

Digitized by Google

Taucht man dann in die mit den metallischen Trägern verbundenen Quecksilbernäpfchen die Leitungsdrähte eines Stromes, so dafs derselbe den Leiter nach der Reihe der Buchstaben durchfliefst, so stellt sich der Leiter, welches auch vorher seine Lage war, so, dafs seine Ebene senkrecht ist zur Richtung der Inklinationsnadel, und dafs von oben her gesehen der Strom in dem Sinne cirkuliert, wie der Zeiger einer Uhr, dafs also in der untersten horizontalen Seite des Rechtecks der Strom von Osten nach Westen fliefst.

Kehrt man, wenn der Leiter sich in dieser Lage befindet, den Strom um, so wird die Lage des Leiters nicht geändert; aber er ist in einer labilen Gleichgewichtslage, denn sobald man ihn nur ein wenig aus seiner Lage bringt, dreht er sich um 180°.

Aus diesem Versuche folgt, dafs der Erdstrom sich südlich von uns in der zur Inklinationsnadel senkrechten Ebene befindet. Denn die Wirkung des Stromes auf den um die horizontale Axe drehbaren Leiter mufs auf die beiden horizontalen Teile des Stromes beschränkt sein, da in den beiden anderen in ihrer Mitte unterstützten Seiten die Ströme einander entgegengesetzt sind. Der von Osten nach Westen gerichtete Erdstrom wird nun den ihm gleichgerichteten horizontalen Strom des Leiters anziehen, den entgegengesetzten abstofsen, und deshalb dem Leiter so lange ein Drehungsmoment erteilen, bis die Ebene des Leiters der durch die horizontale Drehungsaxe und den Erdstrom gelegten Ebene parallel ist.

Wenn nun in der That ein solcher Erdstrom existiert, so müssen wir auch alle in §. 114 erwähnten, aus der Einwirkung eines unbegrenzten Stromes auf einen begrenzten hervorgehenden Erscheinungen durch die Wirkung des Erdstromes allein hervorrufen können. In der That haben Ampère[1]) und De la Rive[2]) auch diese Erscheinungen nachgewiesen. Wir erwähnen von denselben hier nur die von Ampère beobachtete kontinuierliche Rotation eines horizontalen Stromes in dem Apparate Fig. 198. Leitet man durch denselben einen kräftigen Strom, so rotiert der Leiter *cae* schon ohne dafs sich ein Leiter in der Nähe befindet. Ganz ebenso rotiert auch der Leiter in dem Apparate Fig. 196, ohne dafs man um die untere Quecksilberrinne einen Strom leitet. Die Rotation dieses Apparates beruht aber in diesem Falle nicht wie in dem §. 114 dargestellten auf der Einwirkung auf die vertikalen Teile des beweglichen Leiters, sondern auf der Einwirkung auf die oberen horizontalen Teile. Denn da in den vertikalen Teilen des Leiters die Ströme gleich gerichtet sind, so werden dieselben von dem Erdstrome immer und mit derselben Kraft nach derselben Seite getrieben; da sie sich aber an entgegengesetzter Seite der Drehungsaxe befinden, so sind die daraus sich ergebenden Drehungsmomente einander entgegengesetzt, sie heben sich daher auf.

Wird in dem Apparate Fig. 196 der eine vertikale Arm l so kurz genommen, dafs er nicht in das Quecksilber taucht, sondern nur als Gegengewicht dient, so tritt bei einiger Länge des vertikalen Teils l' gar keine Rotation ein, sondern der Leiter stellt sich, wenn der Strom in ihm auf-

---

1) *Ampère*, Annales de chim. et de phys. T. XX. Gilberts Ann. Bd. LXXI und Bd. LXXVII.

2) *A. de la Rive*, Annales de chim. et de phys. T. XXI.

Digitized by Google

steigt, so, daſs der vertikale Leiter an der Westseite der Axe sich befindet; wenn der Strom absteigt, daſs er sich an der Ostseite befindet; immer also so, daſs in dem horizontalen Teile der Strom von Westen nach Osten flieſst. Es ergiebt sich das einfach aus dem Satze, daſs ein unbegrenzter Strom einen gegen ihn gerichteten und zu ihm senkrechten parallel mit sich selbst, aber der Stromrichtung entgegen, einen von dem unbegrenzten fortgerichteten mit sich parallel und nach der Richtung des Stromes zu verschieben sucht. Es überwiegt dann die Wirkung des Erdstromes auf den vertikalen Teil. Ist der vertikale Teil des Leiters sehr klein, so überwiegt der Einfluſs auf den horizontalen Teil und hat der letztere eine ziemliche Länge, so tritt wieder eine kontinuierliche Rotation ein.

§. 121.

Verhalten der Solenoide oder elektrodynamischen Cylinder. Als ein Solenoid bezeichnet Ampère eine Menge auf einander geschichteter unendlich kleiner kreisförmiger Ströme, wie z. B. *AC* Fig. 225, welche alle senkrecht sind zu der ihre Mittelpunkte verbindenden Linie; ist diese Linie eine gerade, so wird das Solenoid ein unendlich dünner gerader Cylinder. Die Ströme sind in allen den Kreisen gleich gerichtet.

Das Verhalten solcher Solenoide gegen Ströme und gegen einander ist von Ampère[1]) besonders untersucht worden, da sie das Verbindungsglied zwischen den elektrodynamischen und elektromagnetischen Erscheinungen bilden, oder das Mittel, um das Verhalten der Magnete auf Eigenschaften galvanischer Ströme zurückzuführen.

Um die Wechselwirkung von Strömen und Solenoiden zu erhalten, untersuchen wir zunächst den Einfluss eines unendlich kleinen geschlossenen Stromes auf ein Stromelement. Wir erhielten §. 116 für die Komponenten der Wirkung eines geschlossenen Stromes, dessen Intensität i' auf ein Element ds, das mit den Koordinatenaxen die Winkel λ, μ, ν bildet und von einem Strome von der Stärke i durchflossen ist,

$$X = -\tfrac{1}{2} i i' (C \cos\mu - B \cos\nu)\, ds; \quad Y = -\tfrac{1}{2} i i' (A \cos\nu - C \cos\lambda)\, ds;$$

$$Z = -\tfrac{1}{2} i i' (B \cos\lambda - A \cos\mu).$$

Sind x', y', z' die Koordinaten eines Elementes des geschlossenen Stromes, x, y, z diejenigen des Elementes ds, so ist

$$A = \int \frac{(y'-y)\,dz' - (z'-z)\,dy'}{r^3}; \quad B = \int \frac{(z'-z)\,dx' - (x'-x)\,dz'}{r^3};$$

$$C = \int \frac{(x'-x)\,dy' - (y'-y)\,dx'}{r^3}.$$

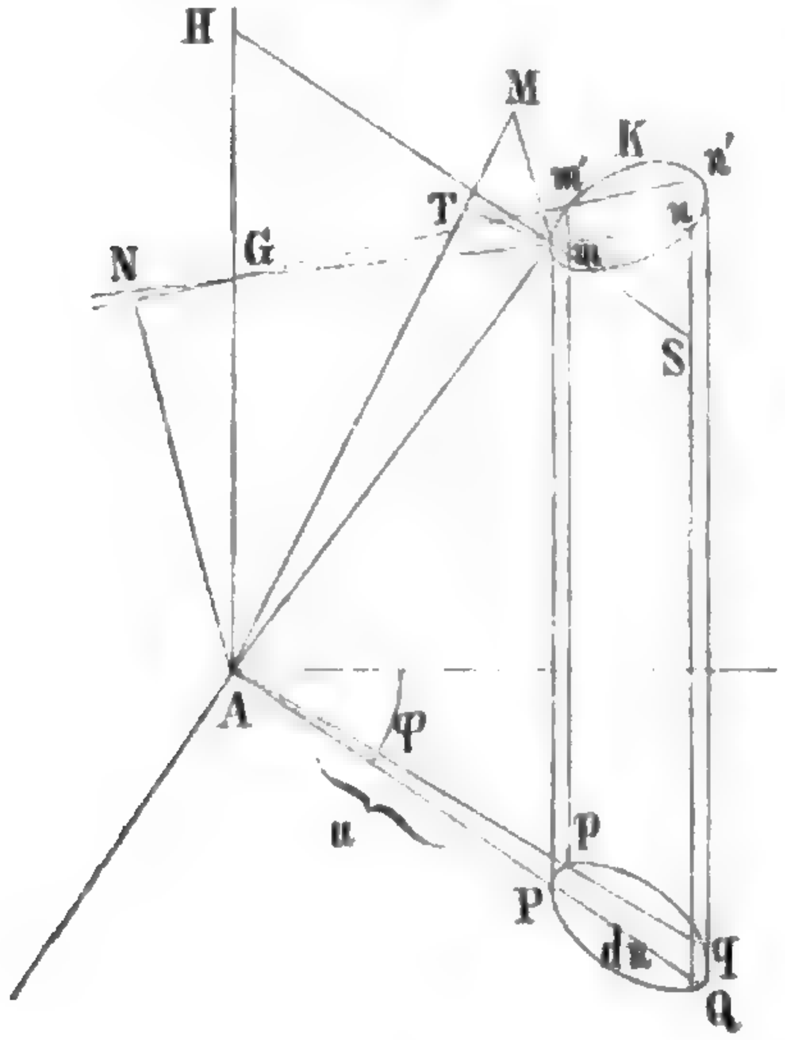
Diese Integrale sind über den geschlossenen Strom auszudehnen. Um dieselben auszuwerten sei K der irgendwie im Raume gelegene geschlossene Strom, in A Fig. 224 liege das Stromelement. Wir legen in A den An-

1) *Ampère*, Mémoire sur la théorie des phénomènes électrodynamiques etc. p. 266 ff.

Digitized by Google

fangspunkt eines dem gegebenen parallelen Koordinatensystems; mm' sei das Element ds'. Projizieren wir den Strom K auf die durch A gelegte XY-Ebene in $PpqQ$, so dafs Pp die Projektion von mm' ist, und setzen wir $AP = u$, den Winkel, welchen AP mit der X-Axe bildet φ, so ist

Fig. 224.



$$x' - x = u \cos \varphi$$

$$y' - y = u \sin \varphi.$$

Das dx' in dem Ausdrucke für C ist die Änderung von x', wenn wir von dem Elemente ds' zum nächstfolgenden übergehen, oder wenn wir in der Projektion von P zu p übergehen, dabei ändert sich φ um $d\varphi$, während $pA = PA$ gesetzt werden darf. Dann ist

$$dx' = -u \sin \varphi \, d\varphi;$$

ebenso ist

$$dy' = u \cos \varphi \, d\varphi.$$

Darnach wird

$$C = \int \frac{(x'-x)dy' - (y'-y)dx'}{r^3} = \int \frac{u^2 \cos^2 \varphi \, d\varphi + u^2 \sin^2 \varphi \, d\varphi}{r^3} = \int \frac{u^2 d\varphi}{r^3}.$$

Um C zu berechnen, ziehen wir sofort zur Wirkung des Elementes ds' noch diejenige eines zweiten hinzu, dessen Lage dadurch bestimmt ist, dafs wir durch mP und die Z-Axe und durch $m'p$ und die Z-Axe zwei Ebenen legen; diese Ebenen schneiden aus dem Leiter K als zweites Element nn' aus, dessen Projektion Qq ist. Da wir den Stromkreis als unendlich klein vorausgesetzt haben, können wir $AQ = u + du$ setzen, und erhalten dann für dieses Element sofort die Differenz

$$(x' - x)\, dy' - (y' - y)\, dx' = (u + du)^2 \, d\varphi.$$

Den Abstand dieses Elementes von A können wir gleich $r + dr$ setzen. Die Stromrichtung in diesem Elemente ist in Bezug auf A derjenigen des Elementes mm' entgegengesetzt, es mufs somit die Wirkung desselben von der des Elementes mm' abgezogen werden; wir können demnach für C sofort schreiben

$$C = \int \left(\frac{u^2}{r^3} - \frac{(u + du)^2}{(r + dr)^3} \right) d\varphi \cdot$$

Der Ausdruck in dem Integralzeichen ist nichts als

$$-\, d\varphi \cdot d\left(\frac{u^2}{r^3}\right);$$

es ist aber

Digitized by Google

$$-d\varphi \cdot d\left(\frac{u^2}{r^3}\right) = -d\varphi\,\frac{r^3 2udu - 3u^2r^2dr}{r^6} = d\varphi\left(\frac{3u^2dr}{r^4} - \frac{2udu}{r^3}\right).$$

Nun ist

$$r^2 = Am^2 = AP^2 + Pm^2 = u^2 + (z' - z)^2,$$

und

$$(r + dr)^2 = An^2 = AQ^2 + Qn^2 = (u + du)^2 + (z' - z + dz')^2$$

$$rdr = udu + (z' - z)\,dz';\quad dr = \frac{udu + (z' - z)\,dz'}{r}$$

ziehen wir durch m die Linie HmS parallel zu AQ, so ist

$$mS = PQ = du;\quad Sn = dz'.$$

Ist G der Punkt, in welchem die Ebene der kleinen Strombahn, also auch die verlängerte mn die Z-Axe schneidet, so sind die Dreiecke mHG und mSn ähnlich und die Winkel an S und H sind rechte; demnach ist

$$du : dz = mS : Sn : = mH : GH.$$

Hierin ist $mH = PA = u$, ferner $GH = AH - AG$. Es ist AH gleich Pm, also die Z-Koordinate des Elementes mm' oder gleich $(z' - z)$. Um AG zu bestimmen, lassen wir die Normale AN zur Ebene der Strombahn hinab; dieselbe bilde mit den drei Axen die Winkel ξ, η, ζ, ihre Länge sei q, so ist

$$AG = \frac{q}{\cos\zeta}$$

somit

$$du : dz' = u : z' - z - \frac{q}{\cos\zeta}$$

$$dz' = \frac{du}{u}\left(z' - z - \frac{q}{\cos\zeta}\right).$$

Mit Benutzung dieses Wertes wird

$$dr = \frac{\left(u^2 + (z' - z)^2\right)\cos\zeta - (z' - z)\,q}{ur\cos\zeta}\,du.$$

Indem wir diesen Wert von dr benutzen erhält man leicht

$$C = \int\left(\frac{3u^2dr}{r^4} - \frac{2udu}{r^3}\right)d\varphi = \int\left(\frac{1}{r^3} - \frac{3q\,(z' - z)}{r^5\cos\zeta}\right)udud\varphi\,\cdot$$

Unter der Voraussetzung, dafs der Stromkreis K unendlich klein ist, können wir den Abstand aller seiner Elemente von dem Elemente ds als gleich ansehen und deshalb r ersetzen durch den Abstand l_0 des Schwerpunktes des Stromkreises von A; ebenso können wir dann für z' die betreffende Ordinate desselben Schwerpunktes einsetzen. Setzen wir deshalb $z' - z = z_0$, so wird der in der Klammer eingeschlossene Faktor des über den Stromkreis zu integrierenden Ausdrucks konstant und es wird

$$C = \left(\frac{1}{l_0^3} - \frac{3q\,z_0}{l_0^5\cos\zeta}\right)\int ud\varphi du.$$

Der unter dem Integralzeichen jetzt noch stehende Ausdruck $ud\varphi du$ ist der Flächeninhalt des Streifens $PQqp$, da $ud\varphi = Pp$ die eine und

Digitized by Google

$du = PQ$ die andere Seite des Vierecks ist. Das Integral bedeutet somit die Projektion des Stromkreises auf die durch A gelegte XY-Ebene. Die Ebene des Stromes bildet mit der XY-Ebene denselben Winkel, welchen die zu ihr senkrechte Richtung mit der Axe der Z bildet, also den Winkel ζ. Nennen wir die von dem Stromkreis umschlossene Fläche f, so wird demnach das Integral gleich $f \cos \zeta$ und damit

$$C = f\left(\frac{1}{l_0^3} \cos \zeta - \frac{3 q z_0}{l_0^5}\right).$$

Durch ganz entsprechende Entwicklungen erhalten wir die Werte von B und A. Sind η und ξ die Winkel, welche die zur Stromebene normale Richtung mit der Y- und X-Axe bildet, und setzen wir $y' - y = y_0$, ferner $x' - x = x_0$, so sind

$$B = f\left(\frac{1}{l_0^3} \cos \eta - \frac{3 q y_0}{l_0^5}\right)$$

$$A = f\left(\frac{1}{l_0^3} \cos \xi - \frac{3 q x_0}{l_0^5}\right).$$

Mit diesen Werten von A, B, C kann man entweder die drei Komponenten der Wirkung des Stromes auf das Element bestimmen, oder diese Wirkung der Richtung und Gröfse nach mit Hilfe der Direktrix ableiten.

Nehmen wir z. B. an, das Element läge bei A in der Axe der Y, der geschlossene Stromkreis sei der XY-Ebene parallel und sein Schwerpunkt liege in der durch A geführten Axe der Z. In dieser Lage sind

$$\xi = 90^0 \qquad \eta = 90^0 \qquad \zeta = 0$$

$$\lambda = 90^0 \qquad \mu = 0 \qquad \nu = 90^0$$

$$z_0 = l_0, \qquad y_0 = 0 \qquad x_0 = 0,$$

somit

$$C = -2\frac{f}{l_0^3} \qquad B = 0 \qquad A = 0$$

und

$$X = i i' \frac{f}{l_0^3} ds \qquad Y = 0 \qquad Z = 0;$$

das Element bekommt nur einen Antrieb parallel der X-Axe. Das gleiche ergiebt sich durch Bestimmung der Direktrix

$$D = C$$

da $A = B = 0$; daraus folgt gleichzeitig, dafs die Direktrix in die Axe der Z fällt, denn die Cosinus der Winkel α, β, γ, welche sie mit den Axen bildet, sind

$$\cos \alpha = \frac{A}{D} = 0 \qquad \cos \beta = \frac{B}{D} = 0 \qquad \cos \gamma = \frac{C}{D} = 1.$$

Da die Wirkung des geschlossenen Stromes senkrecht zu der durch das Element und die Direktrix gelegten Ebene ist, so folgt auch hieraus, dafs dieselbe parallel der Axe der X ist. Die Gröfse der Wirkung ist

$$R = -\tfrac{1}{2}\, i i' ds\, D \sin \omega = i i' ds \frac{f}{l_0^3},$$

da das Element senkrecht zur Direktrix liegt, somit $\sin \omega = 1$.

Digitized by Google

Um von der Wirkung eines unendlich kleinen geschlossenen Stromes auf diejenige eines Solenoides auf ein Stromelement bequem übergehen zu können, wollen wir die Ausdrücke für A, B, C zunächst in einer von F. Neumann[1]) angegebenen Weise umformen. Wir ziehen Fig. 224 mM senkrecht zur Ebene des kleinen Stromes, also parallel AN, verbinden A mit M und ziehen $mT \perp AM$. Setzen wir mM verschwindend klein voraus, so können wir dasselbe gleich der Zunahme von AN, also der Zunahme des Abstandes der Stromebene K, von dem Anfangspunkte A setzen, wenn wir uns den Strom K soweit verschoben denken, daſs er durch M anstatt durch m geht. Wir setzen demnach $mM = dq$. Wir können weiter $AM = r + dr$, oder da AT merklich gleich Am ist, $TM = dr$ setzen, wo jetzt dr die Zunahme von r ist, wenn der Stromkreis K verschoben wird. Es ist somit dq Hypotenuse, dr eine Kathete des rechtwinkligen Dreiecks TMm. Dieses Dreieck können wir dem bei N rechtwinkligen Dreiecke ANm ähnlich setzen, denn der Winkel mMA ist, da $mM \parallel AN$ ist, gleich dem Winkel NAM; da wir aber mM als verschwindend klein vorausgesetzt haben, ist der Winkel NAM dem Winkel NAm gleich zu setzen. In dem Dreiecke NAm ist die Kathete $AN = q$, die Hypothenuse $Am = l_0$. Es ist somit

$$dq : dr = l_0 : q; \qquad \frac{q}{l_0} = \frac{dr}{dq} = \frac{dl_0}{dq}.$$

Setzen wir die Zunahme der Koordinaten z_0, y_0, x_0, wenn der Stromkreis K in dieser Weise verschoben gedacht wird, gleich dz_0, dy_0, dz_0, so können wir schreiben

$$\cos\zeta = \frac{dz_0}{dq}, \qquad \cos\eta = \frac{dy_0}{dq}, \qquad \cos\xi = \frac{dx_0}{dq}.$$

Indem wir diese Formen in die Gleichungen für C, B, A einsetzen, wird zunächst

$$C = f\left(\frac{1}{l_0^3}\frac{dz_0}{dq} - 3\frac{z_0}{l_0^4}\frac{dl_0}{dq}\right) = f\frac{d\left(\frac{z_0}{l^3}\right)}{dq},$$

wie man sofort erkennt, wenn man z_0 und l_0 als Funktionen von q betrachtend den Ausdruck $\frac{z_0}{l_0^3}$ nach q differentiiert.

Ganz ebenso werden

$$B = f\frac{d\left(\frac{y_0}{l_0^3}\right)}{dq}, \qquad A = f\frac{d\left(\frac{x_0}{l_0^3}\right)}{dq}.$$

Diese Umformung gestattet uns leicht die Wirkung eines Solenoides auf ein Element zu berechnen. Für jeden Stromkreis des Solenoides AC Fig. 225 erhalten wir durch den für denselben geltenden Wert von x_0, y_0, z_0 die entsprechenden Werte von A, B, C. Damit für jeden Kreis auch etwa die X-Komponente durch

$$X = -\tfrac{1}{2}\, ii'ds(C\cos\mu - B\cos\nu).$$

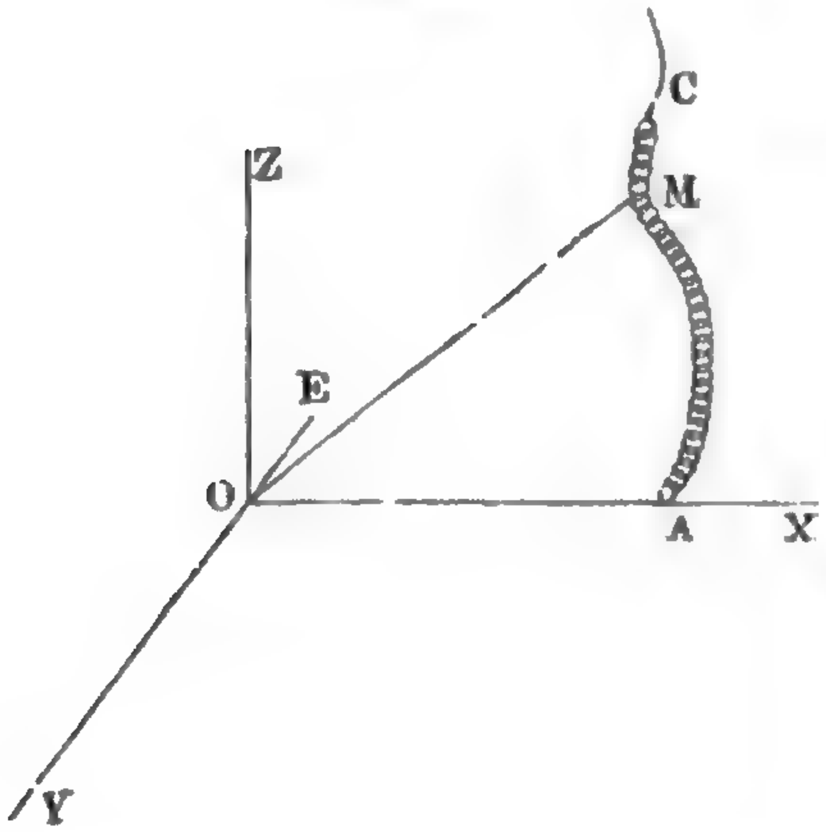
1) *F. Neumann.* Man sehe *Wiedemann*, Elektricitätslehre Bd. III, S. 46.

Digitized by Google

Die Wirkung des ganzen Solenoids erhalten wir somit, wenn wir für alle Kreise denselben Ausdruck bilden und alle diese Ausdrücke summieren. Die Summen können wir dann zunächst schreiben, da nur A, B, C für die verschiedenen Kreise verschiedene Werte haben,

$$X = -\,{}^1\!/_2\, ii'ds(\cos\mu\Sigma C - \cos\nu\Sigma B).$$

Fig. 225.



Wir haben somit nur die Summen aller Werte C, B und A zu bilden. Für irgend einen etwa bei M liegenden Kreis ist

$$C = f\,\frac{d\left(\frac{z_0}{l_0^3}\right)}{dq}.$$

Liegen auf der Längeneinheit des Solenoides a Stromkreise, so liegen auf dem Längenelemente $d\lambda$ die Zahl $a\,d\lambda$ Stromkreise. Da für jeden Stromkreis auf diesem verschwindend kleinen Elemente die Werte z_0 und l_0 dieselben sind, können wir ohne weiteres für dieses Element den Wert von C gleich dem Produkte der Anzahl von Strömen und dem für jeden einzelnen geltenden Wert von C setzen, oder

$$C_{d\lambda} = a f d\lambda\,\frac{d\left(\frac{z_0}{l_0^3}\right)}{dq}.$$

Die Summe aller $C_{d\lambda}$ giebt jetzt die gesuchte Summe C, wir erhalten dieselbe, indem wir die rechte Seite über das ganze Solenoid weg integrieren. Nach der Definition des Solenoids sind die Stromkreise an jeder Stelle senkrecht zur Axe des Solenoides, es fällt also für jeden Stromkreis das Element dq, welches das Differential der von O auf die Ebene des Stromkreises gezogenen Senkrechten ist, mit dem Elemente $d\lambda$ zusammen, so dafs unser Integral wird

$$C_\lambda = \int_{z_{0,1}}^{z_{0,2}} af\,\frac{d\left(\frac{z_0}{l_0^3}\right)}{d\lambda}\,d\lambda = \int_{z_{0,1}}^{z_{0,2}} af\,d\left(\frac{z_0}{l_0^3}\right)$$

somit, da der Ausdruck unter dem Integralzeichen ein totales Differential ist,

$$C_\lambda = af\left(\frac{z_{0,2}}{l_{0,2}^3} - \frac{z_{0,1}}{l_{0,1}^3}\right).$$

Setzen wir voraus, dafs das Solenoid in der einen Richtung bis ins

Digitized by Google

Unendliche reicht, setzen also $z_{0,1}$ und $l_{0,1}$ unendlich grofs, so wird das zweite Glied in der Klammer gleich null, somit

$$C = af\frac{z_{0,2}}{l_{0,2}^3}.$$

In ganz derselben Weise erhalten wir in dem Falle für

$$B = af\frac{y_{0,2}}{l_{0,2}^3}, \qquad A = af\frac{x_{0,2}}{l_{0,2}^3},$$

Nach der ganzen Ableitung erkennt man, dafs auch hier die Direktrix gegeben ist durch

$$D = \sqrt{A^2 + B^2 + C^2} = \sqrt{\frac{x_{0,2}^2 + y_{0,2}^2 + z_{0,2}^2}{l_{0,2}^6}} \cdot af.$$

Sind x', y', z' die Koordinaten des Solenoidendes, x, y, z diejenigen des Elementes, so ist

$$x_{0,2} = x' - x, \qquad y_{0,2} = y' - y, \qquad z_{0,2} = z' - z,$$
$$l_{0,2}^2 = (x' - x)^2 + (y' - y)^2 + z' - z)^2,$$

somit

$$D = \frac{af}{l_{0,2}^2}$$

und

$$\frac{A}{D} = \frac{x' - x}{l_{0,2}}, \qquad \frac{B}{D} = \frac{y' - y}{l_{0,2}}, \qquad \frac{C}{D} = \frac{z' - z}{l_{0,2}};$$

da dieses die Cosinus der Winkel sind, welche die Verbindungslinie des Elementes und des Solenoidendes mit den drei Axen bildet, so folgt, dafs die Direktrix in die Verbindungslinie fällt, somit die resultierende Wirkung senkrecht steht zu der durch das Element und die Verbindungslinie derselben mit dem Solenoidende gelegten Ebene. Die Gröfse dieser Wirkung ist

$$R_1 = -\tfrac{1}{2} ii' ds\, D \sin \omega = -\tfrac{1}{2} ii' ds \frac{af}{l_{0,2}^2} \sin \omega_1.$$

Um die Seite der durch die Direktrix und das Element gelegten Ebene zu bestimmen, nach welcher das Element senkrecht zu dieser Ebene getrieben wird, führen wir sofort an, dafs wenn man sich in der Richtung des Stromes des Elementes stehend denkt, so dafs der Strom zu den Füfsen eintritt, und sieht die Endfläche des Solenoides an, welche wir uns dem Beobachter zugewandt denken, so wird das Element zur linken Seite des Beobachters hin getrieben, wenn der Strom im Solenoid kreist wie der Zeiger einer Uhr, es wird zur rechten getrieben, wenn die Richtung des Stromes die entgegengesetzte ist. Ist das Element fest, dagegen das Solenoid beweglich, so wird infolge der betrachteten Wechselwirkung das Solenoidende seitlich abgelenkt, und zwar nach der Rechten, wenn das Element nach der Linken getrieben und zur Linken, wenn das Element nach der Rechten abgelenkt wird. Das ergiebt sich unmittelbar aus dem Princip von der Gleichheit der Wirkung und Gegenwirkung, indem jedes Element des Solenoides von dem Element ds nach der entgegengesetzten Seite gezogen wird, als es selbst das Element ds zieht.

Digitized by Google

Für ein begrenztes Solenoid erhielten wir

$$C_\lambda = af\frac{z_{0,2}}{l^3_{0,2}} - af\frac{z_{0,1}}{l^3_{0,1}}$$

und entsprechend sind die Werte von B und A.

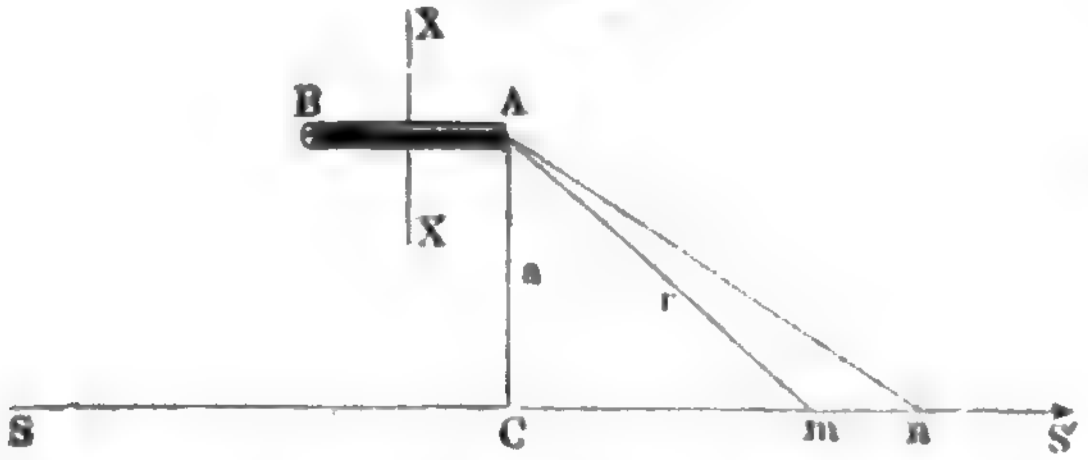
Das erste Glied auf der rechten Seite der Gleichung für C_λ giebt uns die Wirkung des einen Poles des Solenoides, vorausgesetzt, dafs der andere Pol im Unendlichen läge. Das zweite Glied würde uns die Wirkung eines Solenoides geben, dessen einer Pol in $x_{0,1}$, $y_{0,1}$, $z_{0,1}$ liegt und dessen anderer Pol im Unendlichen läge, in welchem die Richtung aller Ströme aber, da dieses Glied das entgegengesetzte Vorzeichen hat, die entgegengesetzte jener Ströme ist, welche das erste Solenoid bilden. Die Wirkung eines begrenzten Solenoids auf ein Element können wir somit der Wirkung zweier nach einer Richtung unendlicher Solenoide gleich setzen, deren eines seinen Pol an dem einen Ende des begrenzten Solenoids hat und dessen Ströme denjenigen des Solenoids gleich gerichtet sind, während das andere seinen im Endlichen liegenden Pol am andern Ende des begrenzten Solenoids hat und durch Ströme gebildet wird, deren Richtung derjenigen der Ströme des gegebenen Solenoids entgegengesetzt ist. In der That können wir uns auch das begrenzte Solenoid durch zwei solcher Solenoide gebildet denken. Denn wäre das Solenoid Fig. 225 bei M begrenzt, so könnten wir denken, das gegebene Solenoid reiche von A bis ins Unendliche, gleichzeitig sei ein zweites von M aus ins Unendliche reichende Solenoid gegeben, welches überall oberhalb M an derselben Stelle läge wie das erste, dieselbe Zahl und Stärke der Ströme hätte, in denen aber die Ströme entgegengesetzte Richtung hätten. Dieses Solenoid würde oberhalb M in der That das erste Solenoid vollständig neutralisieren.

Demnach ist die Wirkung des zweiten Poles

$$R_2 = {}^1/_2\, i i'\, ds\, \frac{af}{l^2_{0,1}} \sin \omega_2.$$

Fallen die beiden durch ds und $l_{0,2}$ sowie $l_{0,1}$ gelegten Ebenen zusammen, so wird von dem zweiten Pol das Element gerade nach der entgegengesetzten Richtung getrieben, als von dem ersten; es entspricht das auch der vorhin angegebenen Regel, denn wenden wir den Pol M dem in dem Element stehenden Beobachter zu, so sieht derselbe den Strom in entgegengesetzter Richtung kreisen, als den Strom des Poles A, weil er den Strom eben von der andern Seite ansieht.

Fig. 226.



Aus den bisher abgeleiteten Sätzen wollen wir zunächst die Wirkung eines geradlinigen Stromes auf ein begrenztes Solenoid ableiten; sei AB Fig. 226 ein dem Strome SS' paralleles Solenoid, dessen Axe eine gerade Linie sei. Der senkrechte

Digitized by Google

Abstand des Poles A von SS' sei gleich e. Die Wirkung irgend eines Elementes mn auf den Pol A ist dann

$$R_1 = -\,{}^1\!/_2\, i i'\, ds\, \frac{af}{l^2} \sin\omega,$$

wenn wir den Abstand Am, der für die verschiedenen Elemente des Stromes verschieden ist, gleich l setzen und, wenn wir unter der Annahme, der Strom fliefse in der Richtung von S nach S', den Winkel AmS' gleich ω setzen. Rechnen wir die Länge s des Leiters vom Punkte C aus, so ist

$$Cm = s = \frac{AC}{\operatorname{tang} AmC} = -\frac{e}{\operatorname{tang}\omega}.$$

Wächst ω um $d\omega$, so wächst s um ds, somit wird

$$ds = \frac{e}{\sin^2\omega}.$$

Für l können wir setzen

$$l = \frac{AC}{\sin AmC} = \frac{e}{\sin\omega},$$

so dafs wir für R_1 schreiben können

$$R_1 = -\,{}^1\!/_2\, i i'\, \frac{af}{e} \sin\omega\, d\omega.$$

Die Wirkung des ganzen Stromes erhalten wir, wenn wir diesen Ausdruck über den ganzen geradlinigen Strom weg integrieren, also von dem Werte $\omega = \omega_1$, welcher der Verbindungslinie von A mit dem einen Ende des Stromes entspricht, bis $\omega = \omega_2$, welcher Wert dem andern Ende entspricht. Es wird, wenn i die Intensität des Stromes im Solenoid, i' im Leiter SS' ist

$$W_1 = {}^1\!/_2\, \frac{iaf}{e} (\cos\omega_2 - \cos\omega_1)\, i'.$$

Für die Einwirkung auf den Pol B erhält man ebenso

$$W_2 = -\,{}^1\!/_2\, \frac{iaf}{e} (\cos\omega'_2 - \cos\omega'_1)\, i'.$$

Ist das Solenoid um XX als Axe drehbar, so wird dasselbe durch die als Kräftepaar senkrecht zur Ebene XAB wirkenden Antriebe gedreht und zwar, wenn von S' aus gesehen der Pol A von Strömen umkreist wird, die im Sinne der Bewegung des Uhrzeigers fliefsen, wird A zur Rechten, also hinter die Ebene der Zeichnung getrieben. Das Solenoid stellt sich senkrecht zum Strom.

Die Wirkung ist dem Abstande des Stromes vom Solenoid umgekehrt proportional und hängt aufserdem von der Länge des Stromes ab; setzen wir den Strom gegen den Abstand e und die Länge des Solenoides unendlich, so wird, da $\omega_2 = \omega_2' = 180^0$ und $\omega_1 = \omega_1' = 0$,

$$W_1 = -\frac{iaf}{e}\, i', \qquad W_2 = \frac{iaf}{e}\, i'.$$

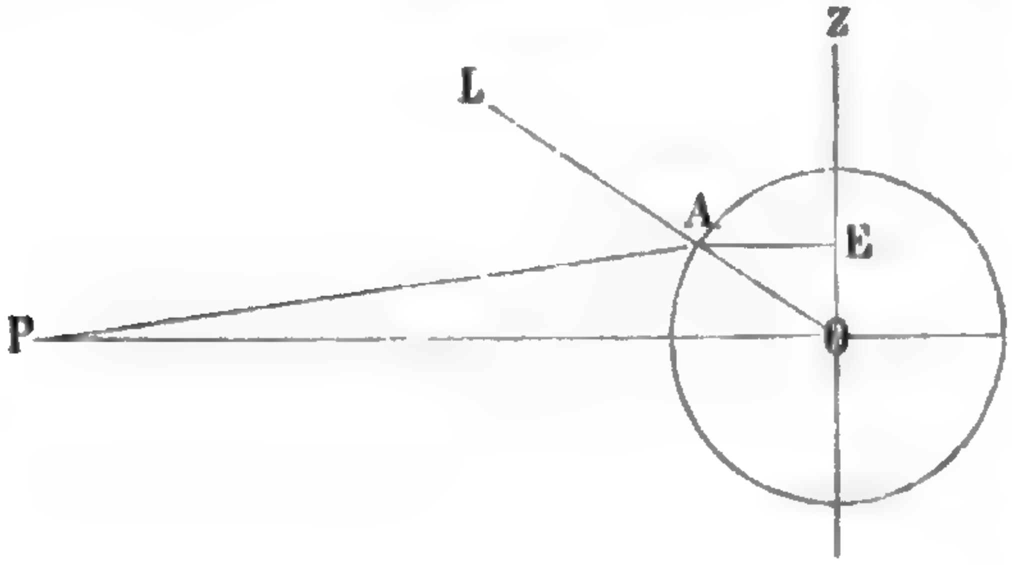
Digitized by Google

Ist λ die Länge des Solenoides, so ist das Drehungsmoment, wenn das Solenoid aus der parallelen Lage um einen Winkel ϑ gedreht ist,

$$D = -\frac{i a f}{e} i' \lambda \cos \vartheta.$$

Wir wollen ferner die Wechselwirkung zwischen dem im Endlichen liegenden Pole eines unbegrenzten Solenoides und einem Kreisstrom von sehr kleinem Radius berechnen, und zwar wollen wir zunächst annehmen, der Solenoidpol liege in der Ebene des Kreisstromes und der Kreisstrom sei um die zu PO senkrechte OZ drehbar. Für ein bei A liegendes Element ds des Kreisstromes, der von einem Strome von der Intensität i' durchflossen wird, ist dann

Fig. 237.



$$R_1 = -\frac{1}{2} \frac{i a f}{l^2} i' ds \sin \omega,$$

wenn AP gleich l gesetzt wird. Wird das Solenoid von A aus gesehen von dem Strome im Sinne der Bewegung des Uhrzeigers umkreist, so wird das Element bei A vor die Ebene der Zeichnung getrieben, die auf der andern Seite von OZ liegenden Elemente dagegen werden hinter die Ebene der Zeichnung getrieben, der Kreis erhält somit ein Drehungsmoment, welches ihn so zu stellen sucht, dafs der Strom mit demjenigen des ihm zugewandten Solenoidpoles parallel und gleich gerichtet ist. Das Drehungsmoment, welches das bei A liegende Element um OZ zu drehen sucht, erhalten wir, wenn wir R_1 mit AE multiplizieren. Setzen wir den Winkel AOP gleich φ, so wird dieses Drehungsmoment

$$d = -\frac{1}{2} \frac{i a f}{l^2} i' ds \sin \omega \cdot \varrho \cos \varphi,$$

wenn ϱ der Radius des Kreises ist.

Der Winkel ω ist, wenn wir den Winkel $OPA = \chi$ setzen,

$$\omega = 90 + LAP = 90 + (\varphi + \chi)$$

$$\sin \omega = \cos (\varphi + \chi) = \cos \varphi \cos \chi - \sin \varphi \sin \chi.$$

Nennen wir den Abstand PO des Solenoidpoles vom Mittelpunkt des Kreises e, so ist

$$l \cos \chi + \varrho \cos \varphi = e; \quad \cos \chi = \frac{e - \varrho \cos \varphi}{l}; \quad \sin \chi = \frac{\varrho}{l} \sin \varphi;$$

$$\sin \omega = \frac{e \cos \varphi - \varrho \cos^2 \varphi - \varrho \sin^2 \varphi}{l} = \frac{e \cos \varphi - \varrho}{l}.$$

Digitized by Google

Setzen wir weiter $ds = \varrho\, d\varphi$, so wird

$$d = -\,{}^1/_2\,\frac{iaf}{l^2}\,i'\varrho^2\,\frac{l\cos^2\varphi - \varrho\cos\varphi}{l}\,d\varphi.$$

Das Drehungsmoment, welches der ganze Kreisstrom erfährt, erhalten wir, wenn wir diesen Ausdruck nach φ über den ganzen Kreis weg, also von 0 bis 2π integrieren. Da l auch von φ abhängig ist, läfst sich die Integration nicht ohne weiteres durchführen, setzen wir aber den Kreis als so klein voraus gegen die Entfernung des Solenoidpoles, dafs wir anstatt l einfach e, den Abstand des Poles vom Mittelpunkt einsetzen dürfen, so wird das Drehungsmoment

$$D = -\,{}^1/_2\,\frac{iaf}{e^2}\,i'\varrho^2\int\limits_0^{2\pi}(e\cos^2\varphi - \varrho\cos\varphi)\,d\varphi.$$

Hierin ist

$$\int\limits_0^{2\pi} e\cos^2\varphi\,d\varphi = \pi\,.\,e; \qquad \int\limits_0^{2\pi}\varrho\cos\varphi\,d\varphi = 0,$$

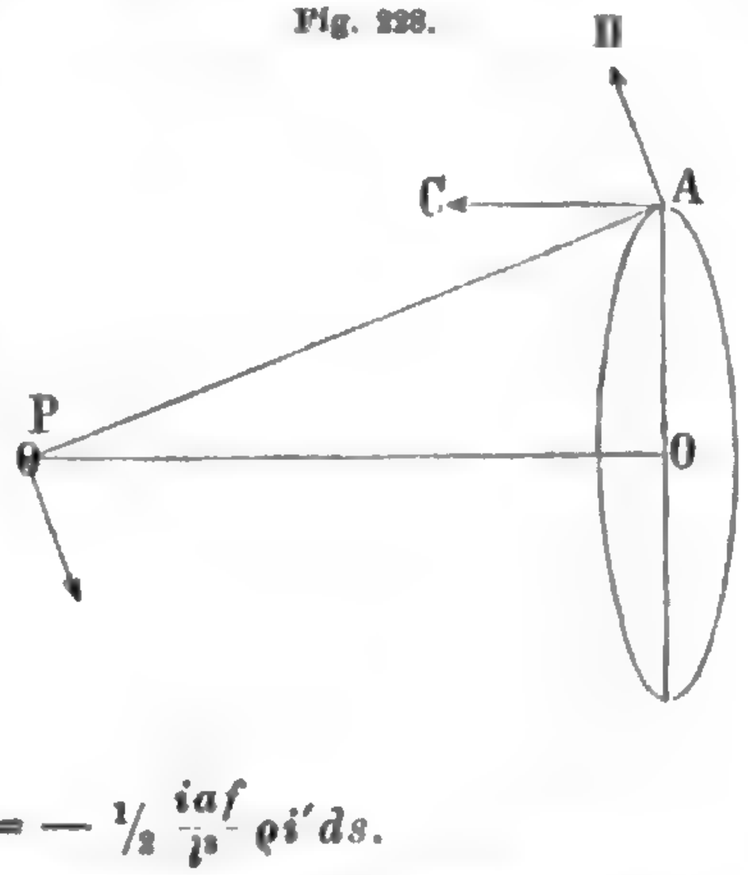
somit

$$D = -\,{}^1/_2\,\frac{iaf}{e^2}\,i'\varrho^2\pi.$$

Der Kreisstrom dreht sich somit um OZ und stellt sich senkrecht zu PO, so dafs der Strom parallel und demjenigen des zugewandten Solenoidpoles gleichgerichtet ist. In der zu PO betrachteten Lage wird, wie man leicht sieht, das Drehungsmoment gleich null.

Sowie der Kreis aus der zu PO parallelen Lage gedreht ist, ergiebt sich auch eine den Pol gegen den Kreis hinziehende Komponente; wir berechnen dieselbe für die Lage, wenn die Kreisebene senkrecht zu PO ist, Fig. 228. In dem Falle ist für alle Elemente des Kreises $\omega = 90^0$. Für das etwa bei A liegende gerade die Ebene der Zeichnung passierende Element ist die Richtung der Resultierenden in der Ebene der Zeichnung senkrecht zu PA gegen B hin

Fig. 228.



$$R_1 = -\,{}^1/_2\,\frac{iaf}{l^2}\,i'ds,$$

die parallel PO gerichtete Komponente erhalten wir durch Multiplikation mit $\cos CAB = \sin OPA$, sie wird somit

$$w = -\,{}^1/_2\,\frac{iaf}{l^2}\,i'ds\,\frac{OA}{PA} = -\,{}^1/_2\,\frac{iaf}{l^3}\,\varrho i'ds.$$

Wir setzen wieder $ds = \varrho\,d\varphi$ und integrieren über den Kreis weg, so wird die parallel PO wirkende Komponente

$$W = -\,\frac{iaf}{l^3}\,\varrho^2\pi i' = -\,\frac{iaf}{e^3}\,\varrho^2\pi i'.$$

Kreis und Solenoidpol ziehen sich somit an, und zwar mit einer der

Digitized by Google

dritten Potenz ihres Abstandes umgekehrt proportionalen Kraft, wenn wir den Kreis so klein voraussetzen, dafs wir l mit e vertauschen können.

Nun sei der Kreis der im Endlichen liegende Pol eines Solenoides, auf dessen Längeneinheit a' Ströme liegen. Auf der Länge de befinden sich dann $a'de$; setzen wir $\varrho^2 \pi = f'$, so erhalten wir für die Wirkung des Stückes de des Solenoides

$$W_{de} = - \frac{i a f i' a' f' de}{e^3},$$

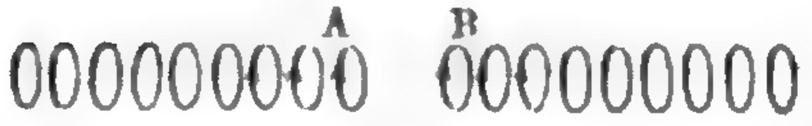
somit für diejenige des unendlichen Solenoides

$$W = - i a f i' a' f' \int_e^{\infty} \frac{de}{e^3} = - \frac{1}{2} \frac{i a f i' a' f'}{e^2}.$$

Die beiden Solenoidpole ziehen sich somit, wenn die Ströme beider gleichgerichtet sind, mit einer Kraft an, welche dem Quadrate des Abstandes der Pole umgekehrt proportional ist. Sind die Ströme entgegengesetzt gerichtet, so stofsen sich die Pole ab.

Im Falle der Anziehung, wenn die Ströme die Pole A und B Fig. 229 im gleichen Sinne umkreisen, bilden sie die entgegengesetzten Pole der beiden Solenoide, oder das Solenoid B wird eigentlich von entgegengesetzten Strömen umflossen als das Solenoid A. Denn bringen wir B durch Drehung in die Lage des Solenoids A, so umkreisen von einem vor A befindlichen Punkte angesehen die Ströme den Pol A im Sinne der Bewegung des Uhrzeigers, den Pol B im entgegengesetzten Sinne.

Fig. 229.

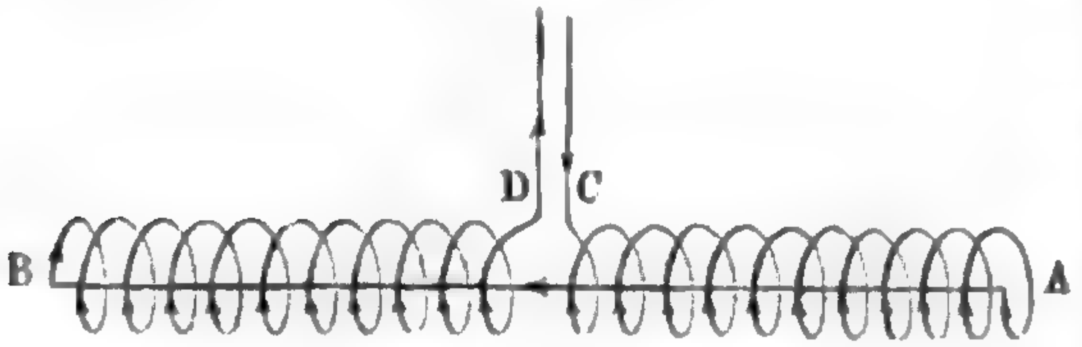


Fliefsen die Ströme um B in entgegengesetzter Richtung, so ist nach dieser Betrachtung der Solenoidpol B gleichartig mit A.

Wir kommen daher zu dem Resultate, dafs zwei entgegengesetzte Solenoidpole sich anziehen, zwei gleichartige sich abstofsen.

Diese von der Theorie abgeleiteten Sätze lassen sich durch den Versuch nicht prüfen, da man in der That keine Solenoide herstellen kann. Man kann sie indessen annähernd im Versuche darstellen mit Hilfe von spiralförmig gewundenen Drähten[1]).

Fig. 230.



Windet man eine solche Spirale wie Fig. 230 von C aus zuerst nach A hin, indem man von der Linken zur Rechten den Draht wie den Zeiger einer Uhr etwa um eine Glasröhre legt, dann den Draht geradlinig von A im Innern der Glasröhre nach B und dann wieder in Windungen, welche der Bewegung des Uhrzeigers folgen, um die Glasröhre

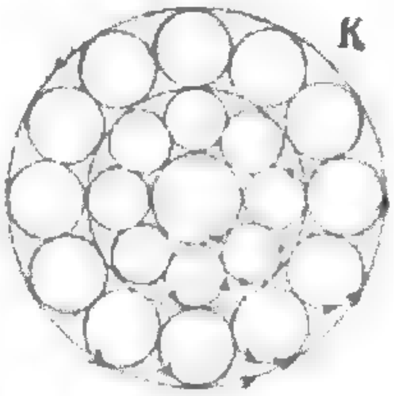
1) *Ampère*, Annales de chim. et de phys. Tom. XV. Gilberts Ann. Bd. LXVII.

Digitized by Google

bis D führt, so verhält sich diese Spirale gerade wie eine Anzahl auf einander geschichteter, zur Axe der Röhre senkrechter Kreisströme. Denn jede einzelne Windung können wir uns ersetzt denken durch einen fast vollständig geschlossenen, um die Röhre gelegten Kreis und durch einen kleinen geradlinigen Draht, welcher den Strom von einer Windung zur nächstfolgenden führt. Die Summe aller dieser von einer zur andern Windung gehenden Ströme giebt einen der Länge der Röhre an Länge gleichen Strom, welcher den Strom von B nach A führt. Die Wirkung dieses Stromes wird vollständig aufgehoben von dem geradlinigen Strome AB, welcher von der letzten Windung bei A zu der ersten Windung bei B hinfliefst. In Bezug auf die Wirkung nach aufsen bleiben demnach nur die einzelnen Kreisströme der Windungen übrig.

Eine solche Spirale, welche Ampère einen elektrodynamischen Cylinder nennt, unterscheidet sich demnach von einem Solenoide nur dadurch, dafs die einzelnen Ströme nicht unendlich klein sind; man kann ihn deshalb, wie leicht zu zeigen ist, als ein Bündel einander parallel gelegter Solenoide betrachten. Denn ist Fig. 231 K ein zur Axe senkrechter Querschnitt des Cylinders, also ein einzelner Kreisstrom, welcher in der Richtung des Pfeiles fliefst, so können wir uns diesen ersetzt denken durch unendlich viele unendlich kleine, die ganze Ebene des Kreises K ausfüllende Kreisströme, welche alle in gleicher Richtung fliefsen. Wie man unmittelbar in der Figur sieht, werden sich nun im Innern des Kreises die Ströme sämtlich aufheben, so dafs nur der Kreisstrom K übrig bleibt; denn jedes Element jedes Kreises innerhalb K wird unmittelbar von einem Elemente eines nebenliegenden Kreises berührt, in welchem der Strom die entgegengesetzte Richtung hat, so dafs die Wirkung der beiden Elemente sich geradezu aufhebt. So bleiben nur von den an K grenzenden Kreisen die in K fallenden Elemente übrig, und diese setzen den Kreisstrom K zusammen.

Fig. 231.



Das Verhalten eines elektrodynamischen Cylinders wird daher jenes eines Bündels gleicher Solenoide sein, und dieses wird sich qualitativ nicht von dem Verhalten eines Solenoides unterscheiden, sondern nur quantitativ. Wenn ferner der Durchmesser des Cylinders nur klein ist, so werden wir auch als den Angriffspunkt der auf den Solenoidpol wirkenden Kräfte den Mittelpunkt der Polfläche betrachten dürfen.

Hängt man nun einen solchen elektrodynamischen Cylinder an ein Ampèresches Gestell, so ist es leicht, an demselben alle für die Solenoide abgeleiteten Folgerungen nachzuweisen.

Zunächst sieht man, dafs ein solches Solenoid sich senkrecht zur Ostwestrichtung, also senkrecht zur Richtung des Erdstromes stellt, und zwar so, dafs derjenige Pol desselben nach Süden zeigt, um welchen, wenn man sich ihm gegenüberstellt, der Strom wie der Zeiger einer Uhr kreist, der Pol nach Norden zeigt, um welchen, wenn man sich ihm gegenüberstellt, der Strom in dem entgegengesetzten Sinne kreist.

Bezeichnen wir den nach Süden zeigenden Pol als Südpol, so ist der Südpol eines Solenoides jener, um welchen, wenn man sich ihm gegenüberstellt, der Strom im Sinne der Bewegung des Uhrzeigers strömt. Bei

Digitized by Google

dem Fig. 230 dargestellten Stromlauf ist also das Ende A der Südpol, B der Nordpol.

Hängt man einen elektrodynamischen Cylinder um eine horizontale zum magnetischen Meridiane senkrechte Axe drehbar auf, so stellt sich seine Axe der Richtung der Inklinationsnadel parallel, den Nordpol nach unten.

Wenn man über oder unter einen elektrodynamischen Cylinder, welcher dem magnetischen Meridiane parallel hängt, einen geradlinigen Strom herleitet, so wird derselbe abgelenkt, und ist die Richtkraft infolge des Erdstromes gegen die Stromintensität des geradlinigen Stromes nur klein, so wird der Cylinder fast senkrecht zum Strome gestellt. Wenn man sich dann in der Richtung des Stromes schwimmend denkt und den Cylinder ansieht, so wird der Nordpol desselben zur Linken abgelenkt.

Nähert man dem einen Pole des aufgehängten Cylinders den Pol eines andern Cylinders, so ziehen sich die beiden Pole an, wenn der eine ein Südpol, der andere ein Nordpol ist; sie stofsen sich ab, wenn beide Südpole oder beide Nordpole sind.

Man sieht demnach, dafs solche Cylinder qualitativ alle jene Erscheinungen darzustellen gestatten, welche die Ampèresche Theorie für die Solenoide ableitet.

Zweites Kapitel.

Elektromagnetismus und Diamagnetismus.

§. 122.

Ablenkung der Magnetnadel durch den Strom. Wir kehren jetzt zurück zu der im Beginne des vorigen Kapitels beschriebenen Beobachtung Oersteds, der Ablenkung der Magnetnadel durch den galvanischen Strom. Führt man einen Strom an einer Deklinationsnadel vorüber, so wird dieselbe im allgemeinen aus ihrer Gleichgewichtslage im magnetischen Meridiane abgelenkt, und zwar nach der Ampèreschen Regel so, dafs wenn man in der Richtung des Stromes schwimmend die Nadel ansieht, der Nordpol nach der Linken hin gewandt wird.

Führen wir demnach in der Richtung des Meridianes über der Nadel einen Strom nach Norden, so wird der Nordpol nach Westen abgelenkt, steigt der Strom vor dem Nordpol vertikal abwärts, so ist die Ablenkung dieselbe; ebenso ist es auch, wenn der Strom unter der Nadel nach Süden fliefst und an der Südseite aufsteigt. Ein im Kreise um die Nadel geführter Strom lenkt sie also ebenso ab, wie der geradlinig über die Nadel hingeführte Strom.

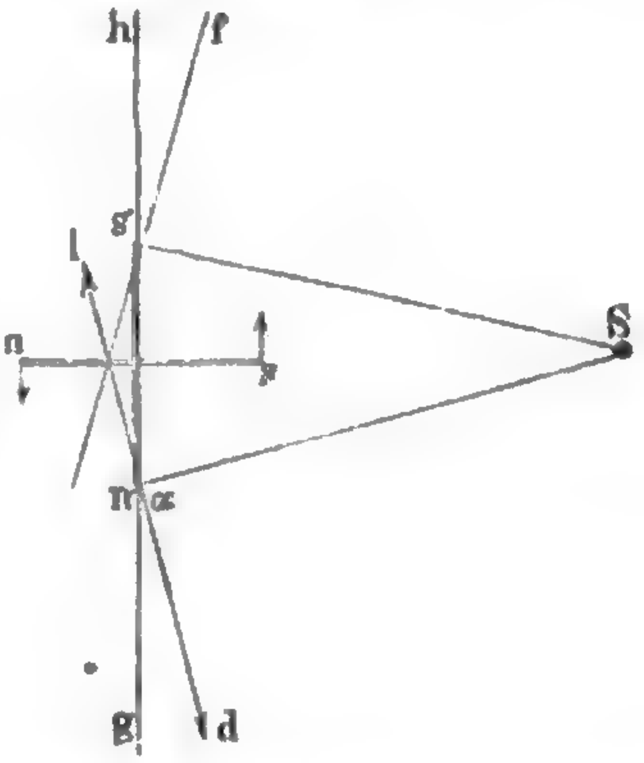
Nach welcher Richtung die von dem Strome auf einen Pol ausgeübte Kraft wirkt, und wie die Kraft sich mit der Intensität des Stromes und

Digitized by Google

seiner Entfernung von der Nadel ändert, das haben gleich nach der Entdeckung Oersteds Biot und Savart[1]) durch Versuche festgestellt.

Zunächst wurde eine Magnetnadel an einem Coconfaden aufgehängt und durch einen in der Nähe aufgestellten Magnet die Richtkraft des Erdmagnetismus kompensiert, so dafs die Nadel in jedem Azimute im Gleichgewicht war, oder dafs die Gleichgewichtslage nur durch die äufserst geringe Torsionskraft des Fadens bedingt war. In der Nähe der Nadel wurde ein vertikaler Strom aufgestellt; die Nadel wurde nur durch die von dem Strome auf sie einwirkenden Kräfte gerichtet. Die Nadel stellte sich senkrecht zu der durch den Strom und Aufhängefaden der Nadel gelegten Ebene, so dafs also die Verbindungslinie des Mittelpunktes der Nadel mit dem Querschnitte des Leiters, welcher in der durch die Nadel gelegten Horizontalebene sich befindet, senkrecht steht auf der Axe der Nadel. Der Nordpol befindet sich dann von dem Strome aus, den Kopf in der Richtung des Stromes voraus, gesehen, an der linken Seite der durch den Strom und den Aufhängefaden gelegten Ebene. Hieraus folgt, dafs die Richtung der von einem Strom auf die Pole einer Nadel ausgeübten Kraft senkrecht steht auf der durch den Pol und den Strom gelegten Ebene; steht man in dem Strome, den Kopf nach der Richtung des Stromes voraus, und sieht man die Nadel an, so wird der Nordpol durch jene Kraft nach der Linken getrieben. Dafs letzteres der Fall ist, folgt aus der angeführten stabilen Gleichgewichtslage unmittelbar; denn die Nadel *ns* (Fig. 232) kann durch die Wirkung des vertikal aufsteigenden Stromes *S*, von welchem hier nur der in der Zeichnungsebene liegende Querschnitt dargestellt ist, nur dann in die Lage *n's'* gedreht werden, wenn von *S* aus gesehen der Südpol *s* zur Rechten, der Nordpol *n* zur Linken getrieben wird. Dafs diese Kräfte nun zugleich senkrecht stehen zu der durch *S* und die Pole gelegten Ebene, leitet Biot folgendermafsen ab. In der Gleichgewichtslage *n's'* hängt die Nadel so, dafs die Abstände *n'S* und *s'S* einander gleich sind und mit der Axe der Nadel *n's'* gleiche Winkel bilden. Bezeichnet *n'd* der Richtung und Gröfse nach die zwischen dem Strome und Nordpole thätige Kraft, welche mit der Richtung *n'S* irgend einen Winkel α bilde, so würde, wenn an der Stelle *n'* sich ein Südpol befände, die auf denselben einwirkende Kraft derjenigen, welche der Nordpol erfährt, gerade entgegengesetzt, also nach *n'l* gerichtet sein.

Fig. 232.



Die auf den Südpol der Nadel ausgeübte Kraft mufs der Gröfse nach nun genau gleich der Kraft *n' d* sein, da der Südpol *s'* ebenso

1) *Biot* und *Savart*. Eine Notiz dieser Versuche findet sich in den Annales de chimie et de physique T. XV. p. 222; ausführlich sind sie mitgeteilt in Biots Lehrbuch der Physik, Fechners Übersetzung Bd. IV. S. 158 ff.

Digitized by Google

stark magnetisch und genau ebenso weit entfernt von S ist, als der Nordpol n'; die Richtung dieser Kraft mufs mit $s'\,S$ genau denselben Winkel bilden wie $n'\,l$ mit $n'\,S$, da der Strom S auf allen Seiten dieselben Eigenschaften hat, also den Südpol in s' genau ebenso affiziert, als den eben supponierten Südpol in n'. Der Winkel $fs'\,S$ ist demnach $180^0 - \alpha$. Bezeichnen wir nun die Winkel, welche $n'\,S$ oder $s'\,S$ mit der Verlängerung der Axe der Magnetnadel bilden, mit γ, so ist der Winkel, welchen $n'\,d$ mit derselben Richtung bildet, $dn'\,g = \gamma - \alpha$, der Winkel, den $s'\,f$ damit bildet, $hs'\,f = \gamma - (180 - \alpha)$.

Zerlegen wir die Kräfte $n'\,d$ und $s'\,f$ in ihre der Nadel parallelen und zu derselben senkrechten Komponenten, so sind letztere

$$n'\,d \cdot \sin(\gamma - \alpha) \text{ und } s'\,f \cdot \sin[\gamma - (180 - \alpha)].$$

Da die Nadel im Gleichgewicht ist, so müssen die entgegengesetzten Drehungsmomente, welche diese Kräfte der Nadel erteilen, einander gleich sein; da die Hebelarme, an denen diese Kräfte angreifen, einander gleich sind, so müssen jene Komponenten einander gleich sein, und das ist nur möglich, wenn

$$\alpha = 180 - \alpha$$
$$\alpha = 90^0$$

ist, also nur dann, wenn die Richtungen der Resultanten senkrecht sind zu der durch S und die Pole gelegten Ebene.

Um die Abhängigkeit der zwischen Strom und Magnetpol wirksamen Kraft von dem Abstande des Stromes von der Nadel zu untersuchen, wurde eine Magnetnadel von 20 mm Länge in der angegebenen Weise an einem Stativ aufgehängt, welches horizontal verschoben werden konnte; das Stativ war zu dem Ende an einer Zahnstange befestigt, welche durch einen Trieb hin und her geschoben werden konnte. Um Luftströmungen abzuhalten, war der Apparat mit einem Glasgehäuse umgeben. Die Nadel war wieder durch einen genäherten Magnet ihrer Direktionskraft beraubt; sie stellte sich dann wieder senkrecht zu der durch den Strom und den Aufhängefaden geführten Vertikalebene. Wurde die Nadel aus ihrer Gleichgewichtslage gebracht, so geriet sie in Schwingungen. Bezeichnen wir das Drehungsmoment, welches der Strom der Nadel in der zur Gleichgewichtslage senkrechten Lage erteilt, mit f, das Trägheitsmoment der Nadel in Bezug auf den Aufhängefaden mit K, die Schwingungsdauer der Nadel mit t, so werden wir dem Pendelgesetze, dessen Anwendung auf diese Schwingungen gestattet ist, zufolge setzen können

$$t = \pi \sqrt{\frac{K}{f}}$$

$$f = \frac{\pi^2 K}{t^2}.$$

Die von dem Strome auf die Nadel ausgeübte Kraft ist also dem Quadrate der Schwingungsdauer umgekehrt proportional.

Das Resultat einer solchen Beobachtungsreihe enthält folgende Tabelle.

Digitized by Google

Abstand des Stromes von der Mitte der Nadel	Schwingungsdauer aus 10 Oscillationen bestimmt	f, jene bei 30 mm Abstand gleich 1 gesetzt
30 mm	4,225″	1
40	4,885	$^3/_4$ (1 — 0,008508)
20	3,35	$^3/_2$ (1 + 0,02309)
50	5,475	$^3/_5$ (1 — 0,036673)
60	5,675	$^3/_6$ (1 + 0,095460)
120	8,990	$^3/_{12}$ (1 — 0,103892)
15	3,00	$^2/_1$ (1 + 0,076010).

Die in der letzten Kolumne angeführten Zahlen beweisen, dafs die beobachteten Kräfte sich fast genau umgekehrt wie die Abstände der Nadel von dem Strome verhalten; die Abweichungen, welche die in den Klammern angegebenen Koefficienten messen, erklären sich leicht aus der Art der Beobachtungen. Denn da bei den verschiedenen Beobachtungen die Nadel selbst von ihrer Stelle gerückt wurde, mufste jedesmal durch eine Änderung in der Stellung des Magnetes die eigene Direktionskraft der Nadel kompensiert werden; die Unterschiede zwischen der Beobachtung und dem ausgesprochenen Gesetze erklären sich daher vollkommen daraus, dafs die Kompensation nicht immer gleich gut gelungen war.

Bei der Kürze der Magnetnadel kann man den Abstand des Stromes von der Mitte der Nadel mit dem Abstande desselben von den Polen vertauschen; dann ergiebt sich das Gesetz, dafs die Kraft, mit welcher ein unendlich langer Strom auf einen Magnetpol einwirkt, sich umgekehrt verhält wie der senkrechte Abstand des Poles von dem Strome.

Aus diesem Satze über die Wirkung eines unbegrenzten geradlinigen Stromes auf die Pole eines Magnetes läfst sich nun auch ableiten, wie das Element eines Stromes auf einen Magnetpol wirkt. Wir haben uns zu dem Ende nur an die im vorigen Paragraphen gegebene Ableitung der Wirkung eines unendlichen Stromes auf ein Solenoid zu erinnern. Die Wirkung eines Stromelementes auf einen Solenoidpol war ihrer Gröfse nach gegeben durch

$$w = {}^1/_2 \frac{i a f i' ds}{r^2} \sin \omega,$$

worin r den Abstand des Poles von dem Elemente und ω den Winkel bedeutet, welchen die Richtung des Elementes mit r bildet. Aus diesem Satze ergab sich für die Wirkung eines unbegrenzten geradlinigen Stromes auf den Pol eines Solenoides

$$W = \frac{i a f}{l} i',$$

also ebenfalls, dafs die Einwirkung dem senkrechten Abstande des Poles von dem Strome umgekehrt proportional ist.

Da wir nun letzteres Gesetz durch den Versuch auch für die Wechselwirkung zwischen einem unbegrenzten Strome und dem Pole eines Magnetes finden, so liegt es nahe, daraus zu schliefsen, dafs für die Wechselwirkung zwischen einem Stromelement und dem Pole eines Magnetes derselbe Ausdruck gilt, wie für die Wechselwirkung zwischen dem Stromelement und einem Solenoidpole, vielleicht multipliziert mit einer Konstanten.

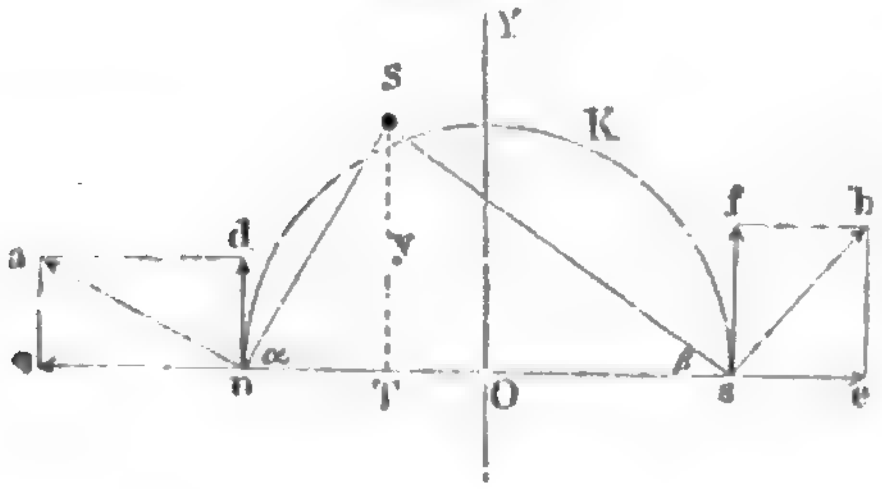
Digitized by Google

Die Einwirkung eines Stromelementes auf einen Magnetpol würde dann ebenso dem Sinus des Winkels, welchen das Element mit der Verbindungslinie des Poles und des Elementes bildet, direkt, dem Quadrate des Abstandes ungekehrt proportional sein, sie würde zugleich senkrecht zu der durch den Magnetpol und das Stromelement gelegten Ebene gerichtet sein.

Ehe wir auf dieses Gesetz näher eingehen und aus demselben weitere Folgerungen ableiten, wollen wir einige Bewegungen aus dem Gesetze von Biot und Savart ableiten, welche eine Magnetnadel unter dem Einflusse eines Stromes zeigt, und nach welchen es häufig scheint, als wenn ein Strom eine Magnetnadel direkt anzöge.

Läfst man z. B. eine kleine Magnetnadel mittels eines Korkes oder direkt auf dem Wasser schwimmen, und leitet über die Nadel horizontal einen kräftigen Strom hin, so wird die Magnetnadel nicht nur so gerichtet, dafs sie senkrecht liegt zu der durch den Strom gelegten Vertikalebene, sondern sie schwimmt auch gegen den Strom hin, bis jene Vertikalebene die Mitte der Nadel schneidet[1]). Um diese Erscheinung aus dem Biot-Savartschen Gesetze abzuleiten, sei S (Fig. 233) der Durchschnitt des horizontalen Stromes mit der Ebene der Zeichnung und ns die schwimmende zu der durch S gelegten Vertikalebene senkrechte Nadel; die auf beide Pole ausgeübten Kräfte sind dann $sb \perp Ss$ und $na \perp Sn$.

Fig. 233.



Die mit der Nadel parallelen und zu ihr senkrechten Komponenten sind se, nc, sf, nd, gerichtet wie die Pfeile es andeuten. Ist der Winkel $Sns = \alpha$, und $Ssn = \beta$, und bezeichnen wir die Einwirkung des Stromes auf die Pole im Abstande eins mit w, so ist

$$nd = \frac{w}{Sn} \cdot \cos\alpha,\ nc = \frac{w}{Sn} \cdot \sin\alpha;\ sf = \frac{w}{Ss} \cdot \cos\beta,\ se = \frac{w}{Ss} \cdot \sin\beta.$$

Die beiden zur Nadel senkrechten Komponenten würden dieselbe von dem Wasser empor zu heben suchen, wir brauchen sie deshalb nicht zu beachten.

Nennen wir den senkrechten Abstand des Stromes von der Nadel $ST = y$, die Länge der Nadel $2l$, und $OT = x$, so ist

$$\sin\alpha = \frac{y}{Sn};\ \sin\beta = \frac{y}{Ss}.$$

Daraus folgt

$$nc - se = \frac{wy}{Sn^2} - \frac{wy}{Ss^2} = \frac{wy}{y^2 + (l-x)^2} - \frac{wy}{y^2 + (l+x)^2}$$

$$nc - se = \frac{w \cdot 4lxy}{\{y^2 + (l-x)^2\}\ \{y^2 + (l+x)^2\}}.$$

1) *Boisgiraud ainé*, Ann. de chim. et de phys. T. XV.

Digitized by Google

Diese Differenz bewegt die Nadel nach der einen oder anderen Seite hin, sie ist von null verschieden, so lange x und y von 0 verschieden sind. Wenn y gleich 0 ist, der Strom also die Nadel berührt, so ist sie im Gleichgewicht, sobald die Nadel senkrecht liegt zur Richtung des Stromes; wie man sieht, sind dann die beiden der Nadel parallelen Komponenten schon für sich gleich null.

Die Differenz ist ebenfalls gleich null, wenn x gleich null ist, wenn also die durch den Strom gelegte Vertikalebene die Nadel halbiert, dann ist die Nadel im Gleichgewicht; wenn der Strom sich einem Pole näher befindet als dem anderen, so wird die Nadel nach der Seite dieses Poles fortgezogen, bis x gleich null, also jene Gleichgewichtslage erreicht ist.

Wenn man dem Pole einer um eine vertikale Axe drehbaren Nadel einen vertikalen Strom nähert, so beobachtet man im allgemeinen eine Anziehung oder auch eine Abstossung des Poles. Stelle, um diesen Fall näher zu untersuchen und ihn aus dem Biot-Savartschen Gesetze abzuleiten, jetzt S (Fig. 233) den Durchschnitt eines vertikal absteigenden Stromes mit der Ebene der Zeichnung und ns eine in der Horizontalebene um O drehbare Nadel vor. Die Wirkungen des Stromes auf die Pole sind dann wieder na und sb; die der Nadel parallelen Komponenten dieser Kraft haben wir nicht zu beachten, da die Nadel keine ihrer Axe parallele Bewegung annehmen kann; die zur Nadel senkrechten Komponenten sind dann, da

$$\cos\alpha = \frac{l-x}{Sn},\ \cos\beta = \frac{l+x}{Ss},$$

$$nd = \frac{w\cdot(l-x)}{y^2+(l-x)^2},\ sf = \frac{w\cdot(l+x)}{y^2+(l+x)^2}.$$

Da diese beiden Kräfte an den gleichen Hebelarmen wirken, so erteilen sie der Nadel ein Drehungsmoment, welches der Differenz der beiden Kräfte proportional ist und die Nadel im Sinne der gröfseren Kraft zu drehen sucht. Diese Differenz ist

$$nd - sf = \frac{w\cdot 2x\,[l^2-(x^2+y^2)]}{\{y^2+(l-x)^2\}\ \ \{y^2+(l+x)^2\}}.$$

Diese Differenz ist gleich 0, wenn $x = 0$, also immer dann, wenn die in der Ebene der Nadel von dem Strome auf die Richtung der Nadel gefällte Senkrechte die Mitte der Nadel trifft; befindet sich also der Strom in der durch OY gelegten Vertikalebene, so ist die Nadel im Gleichgewicht, wenn sie zu dieser Ebene senkrecht ist.

Diese Differenz ist ferner gleich 0, wenn der Draht sich in einer solchen Stellung befindet, dafs

$$x^2 + y^2 = l^2;$$

das ist der Fall, wenn der Querschnitt S sich auf der Peripherie des um O mit dem Radius l, also mit der halben Länge der Nadel beschriebenen Kreises befindet, denn dann ist immer S die Spitze eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen Katheten x und y sind, dessen Hypotenuse l ist.

Ist x von 0 verschieden, so hängt es von dem senkrechten Abstande y des Stromes von der Nadel ab, nach welcher Richtung die Nadel ge-

Digitized by Google

dreht wird; ist x positiv und befindet sich der Strom aufserhalb des Kreises K, so ist

$$l^2 < x^2 + y^2.$$

Die Differenz $nd - sf$ ist negativ, die Nadel wird also im Sinne des von sf ausgeübten Drehungsmomentes gedreht, der Nordpol wird scheinbar abgestofsen; befindet sich der Strom innerhalb des Kreises K, so ist

$$l^2 > x^2 + y^2.$$

Die Nadel wird im Sinne der Kraft nd gedreht, der Nordpol scheinbar angezogen.

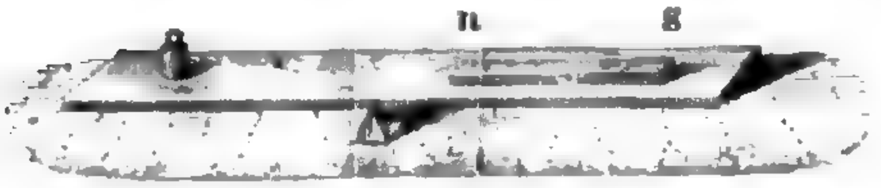
Ist x negativ, befindet sich also der Strom näher bei dem Südpole, so wird der Südpol abgestofsen, wenn sich der Strom aufserhalb, angezogen, wenn er sich innerhalb des Kreises befindet.

Für einige Grenzfälle ergiebt sich dieses schon ohne Rechnung; befindet sich der Strom z. B. in der Richtung nd senkrecht vor n, dann ist die Wirkung auf n der Nadelaxe parallel; dieselbe hat also, wie grofs sie auch sein mag, keine zur Nadel senkrechte Komponente; die Wirkung auf s aber ist senkrecht zu Ss, hat also immer eine zur Axe der Nadel senkrechte Komponente; die Nadel wird sich aber immer in der Richtung dieser Komponente drehen.

Pouillet hat nach der Angabe von Biot alle diese Folgerungen durch den Versuch bestätigt[1]).

In ganz ähnlicher Weise erklären sich alle sonstigen Anziehungs- und Abstofsungserscheinungen, unter anderen folgende von Dove beobachteten[2]). Eine Magnetnadel wurde, wie Fig. 234 ns, auf ein leichtes Brettchen und dieses auf eine horizontale Schneide gelegt; um die Magnetnadel zu equilibrieren, wurde auf die andere Seite des Brettchens ein kleines Gegengewicht aufgestellt. Die Nadel konnte sich demnach nur in der Vertikalebene auf- und abbewegen, indem das Brettchen sich um die Schneide als Axe drehte.

Fig. 234.



Die Nadel wurde nun senkrecht zu dem magnetischen Meridiane gestellt, und dann ein Strom darüber oder darunter hin geleitet, welcher dem magnetischen Meridiane parallel nach Süden oder nach Norden flofs.

So zeigte sich Folgendes:

Die Nadel lag	Der Strom flofs		Die Nadel wurde
das Südende nach Osten	darunter nach	Norden	abgestofsen
„ „ „ „	„ „	Süden	angezogen
„ „ „ „	darüber „	Norden	angezogen
„ „ „ „	„ „	Süden	abgestofsen
„ Nordende „ „	darunter „	Norden	angezogen
„ „ „ „	„ „	Süden	abgestofsen
„ „ „ „	darüber „	Norden	abgestofsen
„ „ „ „	„ „	Süden	angezogen.

1) *Pouillet.* Nach Angabe von Biot, Lehrbuch der Physik, von Fechner übersetzt, Bd. IV. S. 175.

2) *Dove*, Poggend. Ann. Bd. XXVIII.

Digitized by Google

Diese Beobachtungen bedürfen nach dem Vorigen keiner weiteren Erklärung; ein Blick auf Fig. 233 weist z. B. sofort die Bewegung für den dritten und damit auch für alle übrigen Fälle nach.

Ebenso wie nach den vorigen Angaben die Pole eines Magnetes von den Strömen angezogen werden, so auch werden Ströme von den Magneten angezogen; um diese Anziehungen, welche nach den Erklärungen, die wir soeben durchführten, sich von selbst ergeben, zu zeigen, hat man nur den im Ampèreschen Gestell beweglich aufgehängten Strömen Magnetpole zu nähern. Wenn man einem absteigenden Strome z. B. einen Nordpol von Süden her nähert, so wird er angezogen, nähert man ihm denselben von Norden, so wird er abgestofsen. Man braucht, um alle diese Erscheinungen abzuleiten, sich nur daran zu erinnern, dafs nach dem Princip der Gleichheit von Aktion und Reaktion auf die Ströme von den Polen gleiche, aber entgegengesetzt gerichtete Wirkungen ausgeübt werden, wie von den Strömen auf die Pole.

§. 123.

Ampères Theorie des Magnetismus. Um die Erscheinungen des Magnetismus zu erklären, haben wir in dem ersten Abschnitte dieses Teiles die Annahme gemacht, dafs in den Magneten und in jedem Moleküle derselben zwei magnetische Flüssigkeiten vorhanden sind, eine nordmagnetische und eine südmagnetische. Diese Flüssigkeiten sollen in den Molekülen der Magnete getrennt sein und in allen Molekülen die nordmagnetische Flüssigkeit an der einen, die südmagnetische Flüssigkeit an der andern Seite liegen. Die Anziehung oder Abstofsung, welche wir bei den Magneten beobachten, wurde dann als von der Wechselwirkung dieser Flüssigkeiten herrührend betrachtet, der Art, dafs die gleichnamig magnetischen Flüssigkeiten sich abstofsen, die ungleichnamigen sich anziehen.

Auf die Hypothese von der Existenz solcher Fluida war man nur geführt, weil man an den Magneten Eigenschaften beobachtete, welche man an andern Körpern nicht fand und auf keine Weise hervorbringen konnte; von dem Satze ausgehend, dafs jede sich in Anziehung oder Abstofsung äufsernde Kraft Eigenschaft eines Stoffes sei, nahm man dann an, dafs auch die magnetische Kraft die Eigenschaft eines Stoffes, der magnetischen Fluida sei.

Seit durch die Entdeckung Oersteds, dafs strömende Elektricität und Magnete auf einander wirken, die innige Beziehung zwischen Elektricität und Magnetismus festgestellt war, und besonders seit durch die Beobachtungen Ampères gezeigt war, dafs man mit Hilfe der strömenden Elektricität auch an andern Körpern Anziehungen und Abstofsungen hervorrufen konnte, welche den magnetischen sehr ähnlich sind, lag es nahe, die magnetischen Kräfte auf elektrische zurückzuführen, und nach dem Satze, dafs die Natur sich vorgesetzt zu haben scheint, mit Wenigem Vieles zu leisten, die magnetischen Flüssigkeiten zu verbannen.

Denn in der That, vergleichen wir das Verhalten zweier Magnete mit demjenigen zweier Solenoide, so finden wir die vollste Übereinstimmung. Die ungleichnamigen Pole zweier Magnete ziehen sich an, die gleichnamigen stofsen sich ab, mit einer Kraft, welche abnimmt, wie die Quadrate der

Digitized by Google

Entfernungen der beiden Pole wachsen; ebendasselbe thun die Pole zweier Solenoide. Für die Wechselwirkung zweier Solenoidpole erhielten wir den Ausdruck

$$W = -\,{}^1\!/_2 \frac{i\,i'\,f\,f'\,a\,a'}{c^2}.$$

Für zwei Magnetpole haben wir

$$W = \frac{m\,\mu}{c^2}.$$

Die beiden Magnetpole können also vollständig durch Solenoidpole ersetzt werden, wenn

$$m\mu = {}^1\!/_2\, i\,i'\,f\,f'\,a\,a'$$

ist. Ebenso kann aber auch jeder der beiden Pole durch einen Solenoidpol ersetzt werden, denn ein Magnet wirkt auf einen Solenoidpol gerade so, wie auf einen andern Magnetpol. Man kann das auch direkt durch Versuche mit dem elektrodynamischen Cylinder zeigen; auf denselben wirkt ein Magnet gerade so wie ein anderer elektrodynamischer Cylinder.

Ein Solenoid wird ebenso wie eine Magnetnadel durch den Einfluſs der Erde gerichtet, ist es um eine vertikale Axe drehbar, so stellt es sich der Ebene des magnetischen Meridianes parallel; ist es um eine zum magnetischen Meridiane senkrechte horizontale Axe drehbar, so stellt es sich der Richtung der Inklinationsnadel parallel.

Die Wechselwirkung zwischen einem Magnetpole und einem Stromelemente ist ebenfalls, wie wir sahen, der Wechselwirkung zwischen einem Solenoidpole und dem Stromelemente vollkommen gleich.

Ebenso läſst sich nachweisen, daſs die Wechselwirkung zwischen einem geschlossenen unendlich kleinen Strome und einem Stromelemente gleich ist der Wirkung eines unendlich kleinen zur Ebene des Stromes senkrechten Magnetes, wenn das Produkt aus dem von dem kleinen Strome umflossenen Flächenraume in die Intensität des Stromes gleich ist dem magnetischen Momente des Magnetes.

Diese sich aus den beiden letzten Paragraphen ergebende, hier nochmals an einzelnen Punkten hervorgehobene Übereinstimmung zwischen dem Verhalten von Magneten und Solenoiden veranlaſste Ampère[1]), die Hypothese magnetischer Fluida vollständig fallen zu lassen und anzunehmen, daſs ein Magnet sich von einem Solenoide oder einem Bündel Solenoide nicht unterscheide.

Betrachten wir zunächst einen linearen Magnet, so nimmt Ampère an, daſs jedes Molekül desselben beständig von einem Strome umflossen werde, in dem Sinne, daſs wenn man den dem Beobachter zugewandten Südpol betrachtet, der Strom in demselben Sinne sich bewegt, wie der Zeiger einer Uhr; sieht man dann gegen den Nordpol hin, so bewegt sich der Strom in dem entgegengesetzten Sinne, wie der Zeiger einer Uhr. Wir sahen, daſs die Pole des Solenoides oder elektrodynamischen Cylinders ebenso bestimmt sind.

---

1) *Ampère*, Ann. de chim. et de phys. T. XV. p. 70 ff. und p. 170 ff. Mémoire sur la théorie etc. p. 323—372.

Digitized by Google

In einer Beziehung unterscheiden sich jedoch die linearen Magnete von den Solenoiden, wie wir sie bisher betrachteten. Bei den Solenoiden, welche aus einer Schichtung gleichstarker Ströme bestehen, reduziert sich die ganze Kraft, welche nach aufsen wirkt, auf jene der Endfläche, denn die Resultierende aus den gegenseitigen Wirkungen zweier unendlicher Solenoide ist durch die Mittelpunkte der Endflächen gerichtet. Bei den Magneten dagegen ist das nicht der Fall, dort findet sich bis zur Indifferenzzone freier Magnetismus, die Pole liegen daher nicht in den Endflächen, sondern in einiger Entfernung von denselben. Wie wir sahen, rührt diese Verteilung des Magnetismus in den Magneten daher, dafs die Molekularmagnete von den Enden gegen die Mitte hin an Stärke zunehmen, dafs das magnetische Moment derselben gegen die Mitte hin gröfser wird. Nach der obigen Vergleichung von Magneten und Solenoid kann ein Molekularmagnet durch einen kleinen geschlossenen Strom ersetzt werden, wenn das magnetische Moment gleich ist dem Produkte aus der Stromstärke und der vom Strom umflossenen Fläche; wir würden daher, um das Verhalten des Magnetes mit dem eines Solenoides ganz zu parallelisieren, nur anzunehmen haben, dafs die Intensität der Molekularströme von den Enden gegen die Mitte hin zunehme. Dann würde auf jedem Querschnitte des Solenoides, da die an einander grenzenden Ströme nicht gleiche Intensität haben, ein Strom übrig bleiben, dessen Intensität der Differenz der benachbarten Molekularströme proportional ist,. und die Wirkung eines solchen Solenoides wird sich nicht auf die der Endfläche reduzieren, der Pol wird nicht in der Endfläche liegen. Indes ist eine solche Annahme doch wohl nicht statthaft, man wird vielmehr, wie wir §. 11 dieses Teiles schon bei den Molekularmagneten thaten, annehmen müfsen, dafs die einzelnen Ströme alle gleich sind. Dann läfst sich der Linearmagnet mit dem Solenoide nicht vollständig parallelisieren; indes ist das kein Mangel der Theorie, da wir die magnetische Verteilung in einem Linearmagnete durchaus nicht kennen, sondern dieselbe nur der an endlichen Magneten beobachteten analog annehmen. Allein schon die Annahme von Molekularmagneten fordert zur Erklärung der magnetischen Verteilung Magnete mit endlichem Querschnitte, und wie dort, ergiebt sich für solche auch hier die Verteilung des Magnetismus leicht der Beobachtung gemäfs, wie wir gleich zeigen werden.

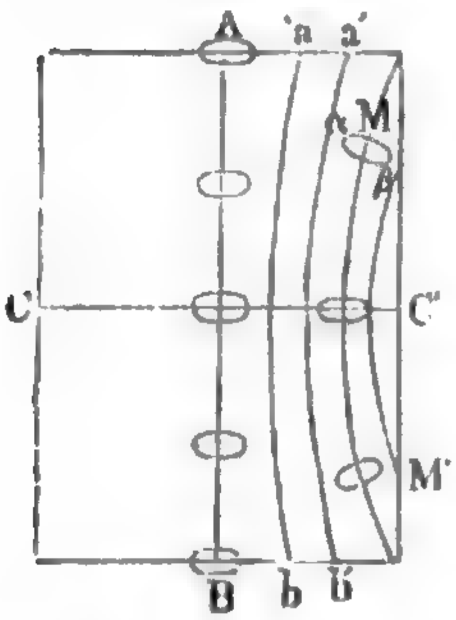
Betreffs der die Moleküle umkreisenden Ströme müssen wir noch eine besondere Voraussetzung machen; wir müssen annehmen, dafs sie in Bahnen kreisen, in welchen ihnen kein Widerstand entgegensteht. Denn da wir wissen, dafs ein galvanischer Strom, welcher in seinen Leitern einen Widerstand findet, sofort aufhört, wenn die elektromotorische Kraft aufhört, so würde irgend ein Widerstand die Molekularströme in den Magneten auch allmählich vernichten müssen, und der Magnetismus müfste allmählich verschwinden.

Von widerstandslosen Strombahnen können wir uns allerdings keine Vorstellung machen; indes dürfen wir dies vorläufig nicht als ein Hindernis der Theorie betrachten, da wir über das Wesen der Elektricität noch durchaus im Dunkeln sind und es z. B. möglich ist, dafs der elektrische Strom eine Bewegung ist, ähnlich wie die neuere Wärmetheorie sie im Innern der Körper annimmt; permanente Molekularströme würden dann fordern, dafs unter gewissen Umständen diese Bewegung fortdauern kann.

Digitized

Ein Magnetstab wurde von uns schon früher als ein Bündel von linearen Magneten betrachtet, nach der Theorie von Ampère besteht daher ein Magnet aus einem Bündel von Solenoiden, wobei indes nicht alle Axen der Solenoide gerade der magnetischen Axe parallele Linien sind. Es wird vielmehr durch die Einwirkung der im Innern der Magnete liegenden Molekularströme die Ebene der der Oberfläche näheren Ströme so gedreht werden, dafs die Axe der äufsern Solenoide eine gegen die Axe des Magnets konvexe Linie wird. Denn ist Fig. 235 *M* ein aufserhalb der Axe liegender Molekularstrom, so wird dessen der Axe zugewandte Seite *α* von den ihm zugewandten Seiten der der Axe näher liegenden, die der Axe abgewandte Seite *β* ebenso von den weiter nach aufsen liegenden Strömen abgestofsen. Liegt *M* oberhalb der Mitte, so wird sich daraus eine den Strom nach oben treibende Kraft ergeben, da sich unterhalb *M* mehr Ströme befinden als oberhalb *M*. Zugleich wird aber, da auf der Seite der Axe von *M* aus eine gröfsere Zahl von Strömen liegt als aufserhalb *M*, der Antrieb, welchen *α* nach oben erhält, gröfser sein als der Antrieb, welchen *β* erhält; daraus ergiebt sich aber eine Drehung, welche *M* der Seite des Magnetes zuwendet. Das wird um so mehr der Fall sein, je weiter *M* von der Axe *AB* oder der Mitte *CC'* des Magnetes entfernt ist. Links von *AB* und unterhalb *CC'* werden sich die Molekularströme entgegengesetzt richten.

Fig. 235.



Wie man sieht, werden dadurch die Axen der nebeneinanderliegenden Solenoide gegen die Axe konvex gekrümmt werden, und zwar um so mehr, je näher man der Oberfläche der Magnete kommt, so dafs *ab*, *a'b'* dieselben darstellen. Daher werden von den Solenoiden einige auf der Seitenfläche des Magnets ihren Pol haben, und infolge dieser Gruppierung der Solenoide mufs auf den Seitenflächen der Magnete freier Magnetismus vorhanden sein, und das magnetische Moment der der Mitte näheren Querschnitte gröfser sein als das derjenigen, welche dem Ende näher liegen. Es wird also durch die mehr oder weniger parallele Richtung der Molekularströme die Verteilung ebenso erklärt, wie durch die mehr oder weniger parallele Richtung der Molekularmagnete.

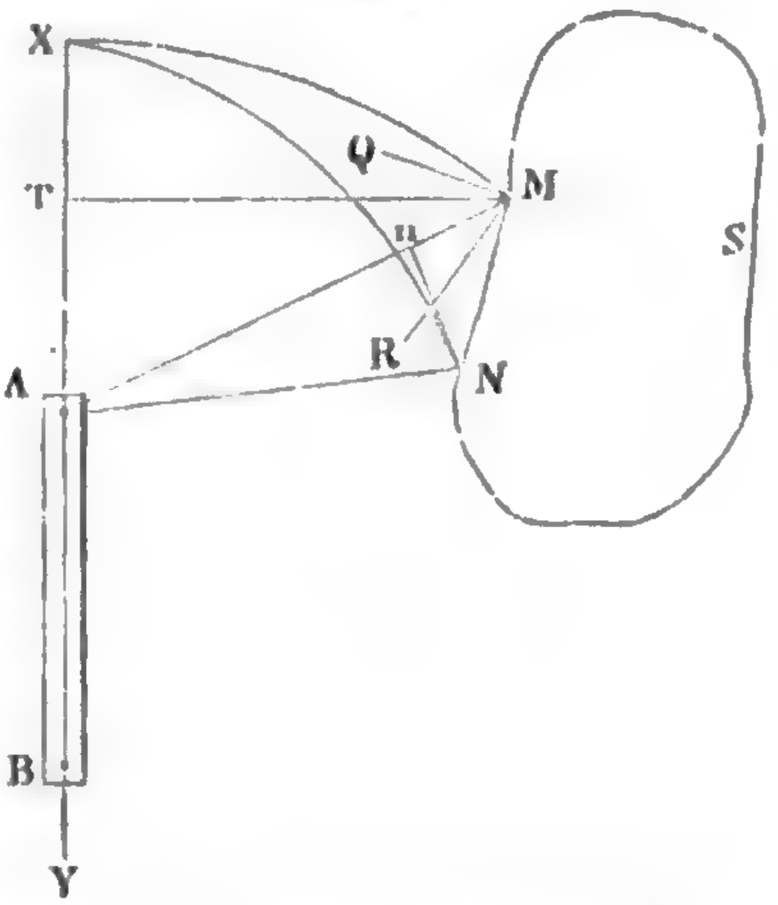
Wie hiernach die Erscheinungen des Magnetismus überhaupt auf elektrische Ströme zurückgeführt sind, so wird man auch als den Grund des Erdmagnetismus jenen Erdstrom ansehen, auf dessen Annahme uns die im §. 120 betrachteten Erscheinungen geführt haben. Indem nun in den Temperaturänderungen an den verschiedensten Punkten der Erde und in den mannigfachen molekularen Vorgängen im Innern und an der Oberfläche der Erde eine Menge von Gründen für Variationen in der Intensität und auch wohl in der Richtung des Erdstromes vorliegen, sieht man zugleich einen Weg, um die Variationen des Erdmagnetismus zu verstehen.

Digitized by Google

§. 124.

Rotation von Strömen unter dem Einflusse von Magneten. Wir haben im §. 122 aus der Gleichheit der Wechselwirkung zwischen dem Pole eines Magnetes oder eines Solenoides und eines unbegrenzten geradlinigen Stromes den Schlufs gezogen, dafs auch die Wirkung zwischen einem Stromelemente und einem Magnetpole, und zwischen einem Stromelemente und einem Solenoidpole dieselbe sei. Dieser Schlufs ist nicht ganz exakt, da man aus der Gleichheit zweier Summen nicht ohne weiteres den Schlufs ziehen kann, dafs auch die einzelnen Summanden, durch welche jede der beiden Summen gebildet wurde, einander gleich sind. Wir können indefs a posteriori die Richtigkeit dieses Schlusses nachweisen, indem wir auf jenen Ausdruck für die Wechselwirkung von Magnetpol und Stromelement gestützt, das Verhalten beweglicher Ströme und fester Magnete, oder fester Ströme und beweglicher Magnete allgemein untersuchen und dann durch das Experiment die Übereinstimmung zwischen Theorie und Erfahrung nachweisen. Gelingt das Letztere, so werden wir daraus die Richtigkeit der Voraussetzung, dafs die Wechselwirkung zwischen einem Magnetpole und einem Stromelemente gleich ist derjenigen zwischen einem Solenoidpole und einem Stromelemente, zu folgern berechtigt sein.

Fig. 236.



Sei, um die Bedingungen, unter welchen ein Strom um einen Magnet rotiren kann, zu untersuchen[1]), MN Fig. 236 ein Element eines Stromes S, welcher um die Axe XY, welche durch die Pole des Magnetes AB geht, drehbar ist. Die Wirkung des Poles A auf das Element ist senkrecht zu der durch die Verbindungslinie AM und das Element MN gelegten Ebene und greift im Mittelpunkte des Elementes an. Ist der Abstand MA des Elementes von dem Pole gleich r, und der Winkel AMN, welchen das Element mit r bildet, gleich ω, so ist die Einwirkung des Poles auf das Element, welche der Gröfse und Richtung nach durch MQ dargestellt sein mag,

$$MQ = c \cdot \frac{m i \, ds}{r^2} \cdot \sin \omega,$$

worin m den Magnetismus des Poles A bedeutet.

Die Wirkung MQ können wir in zwei Komponenten zerlegen, deren eine in die durch die Axe des Magnetes XY und r gelegte Ebene fällt, deren andere zu dieser Ebene senkrecht ist. Nur die letztere dieser Komponenten kann eine Rotation des Elementes erzeugen, da sie senkrecht

1) *Ampère*, Ann. de chim. et de phys. T. XXXVII.

zu der durch die Drehungsaxe gelegten Ebene ist. Bezeichnen wir den Winkel, den diese Komponente MR mit MQ bildet, durch ε, so ist die Komponente

$$MR = c\frac{m\,i\,ds}{r^2}\sin\omega\cos\varepsilon.$$

Um das Drehungsmoment zu erhalten, welches diese Kraft dem Elemente erteilt, müssen wir MR mit dem senkrechten Abstande des Angriffspunktes M der Kraft von der Drehungsaxe mit MT multiplizieren. Ist der Winkel, welchen r mit der Axe bildet, der Winkel $TAM = \vartheta$, so ist

$$MT = r\sin\vartheta,$$

und darnach wird das Drehungsmoment, welches die Kraft MR dem Stromelemente erteilt,

$$\delta = c\frac{m\,i\,ds}{r}\sin\omega\sin\vartheta\cos\varepsilon.$$

Wir erhalten das Drehungsmoment, welches der ganze Strom durch die Wirkung des Magnetpoles erhält, wenn wir den Wert von δ für jedes Element aufsuchen und alle diese Werte summieren. Um das zu können, müssen wir zunächst die sämtlichen veränderlichen Gröfsen in dem Ausdrucke für δ, nämlich r, ds, ω, ε, ϑ als Funktionen derselben Veränderlichen ausdrücken; wir wählen dazu ϑ.

Beschreiben wir um A mit dem Radius AM eine Kugel, so können wir ohne merklichen Fehler annehmen, dafs auch N auf dieser Kugel liegt, dafs also XMN ein sphärisches Dreieck ist. Der Winkel, welchen die Seiten des sphärischen Dreiecks an M bilden, es ist der Winkel, welchen die Ebenen AMN und AMX mit einander bilden, ist gleich dem Winkel ε oder QMR, da QM senkrecht zur Ebene AMN und RM senkrecht zu AMX ist. Nach dem Fundamentalsatze der sphärischen Trigonometrie ist

$$\cos XAN = \cos XAM \cdot \cos MAN + \sin XAM \cdot \sin MAN \cdot \cos\varepsilon.$$

Der Winkel XAN ist jener, in welchen ϑ übergeht, wenn wir von ds zu dem nächstfolgenden Elemente übergehen, also

$$XAN = \vartheta + d\vartheta.$$

Der Winkel XAM ist gleich ϑ; der Winkel MAN ist so klein, dafs wir ohne merklichen Fehler seinen Cosinus gleich 1 setzen können. Um den Sinus dieses Winkels zu bestimmen, fällen wir von N die Senkrechte Nn auf AM, dann ist

$$\sin MAN = \frac{Nn}{AN}.$$

Nun ist

$$Nn = ds \cdot \sin\omega,$$

und für AN können wir ohne merklichen Fehler $AM = r$ einsetzen, dann wird

$$\sin MAN = \frac{ds \cdot \sin\omega}{r}$$

und weiter

Digitized by Google

$$\cos(\vartheta + d\vartheta) = \cos\vartheta + \frac{ds}{r} \cdot \sin\omega \cdot \sin\vartheta \cdot \cos\varepsilon$$

und daraus

$$-\sin\vartheta \cdot d\vartheta = \frac{ds}{r} \cdot \sin\omega \cdot \sin\vartheta \cdot \cos\varepsilon.$$

Setzen wir diesen Wert in den Ausdruck für δ ein, so wird

$$\delta = -c\,m\,i \sin\vartheta \cdot d\vartheta.$$

Das Drehungsmoment für alle übrigen Elemente erhalten wir, wenn wir ϑ nach und nach alle Werte annehmen lassen, welche die Linie r von der einen Grenze des Stromes, wo sie mit der Axe den Winkel ϑ_1 bilde, bis zur anderen Grenze, wo dieser Winkel ϑ_2 sei, mit der Axe XY bilden kann. Das Drehungsmoment D ist für den ganzen Strom die Summe aller dieser einzelnen Momente, also das Integral

$$D = c\,m\,i\,(\cos\vartheta_2 - \cos\vartheta_1).$$

Auf das Element ds wirkt auch der Pol B ein, indem er demselben ein entgegengesetztes Drehungsmoment erteilt. Bezeichnen wir den Winkel, welchen BM mit der Axe XY bildet, mit η, so ist

$$\delta' = c\,m\,i \sin\eta \cdot d\eta$$

und das Drehungsmoment, welches der ganze Strom erhält,

$$D' = -c\,m\,i\,(\cos\eta_2 - \cos\eta_1),$$

wo η_2 den Winkel bedeutet, welchen BM mit der Axe an der einen Grenze bildet, η_1 den Winkel an der anderen Grenze.

Das Drehungsmoment, welches der Strom von dem ganzen Magnete erhält, ist demnach

$$M = D - D' = c\,m\,i \cdot \{(\cos\vartheta_2 - \cos\vartheta_1) - (\cos\eta_2 - \cos\eta_1)\}\cdot$$

Das Drehungsmoment eines Stromes hängt somit nur von der Lage seines Anfangspunktes und Endpunktes ab, es ist unabhängig von der Gestalt des Stromes.

Ist der Strom ein ganz in sich geschlossener, so ist, wenn sich der Magnet aufserhalb seines Kreises befindet, immer $\vartheta_2 = \vartheta_1$ und $\eta_2 = \eta_1$, und wenn sich der Magnet im Innern des Stromkreises befindet, $\vartheta_2 = \vartheta_1 + 2\pi$, $\eta_2 = \eta_1 + 2\pi$, demnach $M = 0$.

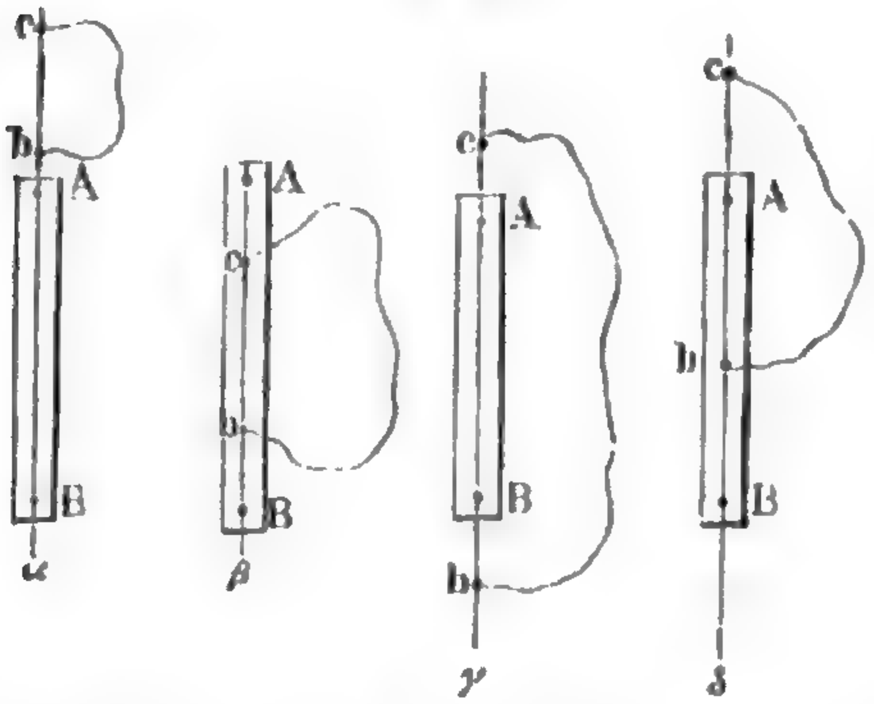
Ein geschlossener Stromkreis kann also nie in Rotation durch einen Magnet versetzt werden; man kann nur dann durch Magnete kontinuierliche Rotationen hervorbringen, wenn man einen Teil eines Stromes beweglich macht, denn nur für einen Teil des Stromes kann das Drehungsmoment von null verschieden sein. Aber auch für bewegliche Stromteile ist das Drehungsmoment nicht immer von null verschieden; ob das der Fall ist oder nicht, das hängt davon ab, wo sich die Endpunkte des beweglichen Leiters befinden.

Nehmen wir an, die Endpunkte des beweglichen Leiters befinden sich in der Axe des Magnets, so können wir vier Fälle unterscheiden, nämlich:

Digitized by Google

1) Beide Endpunkte befinden sich, wie Fig. 237 α, über oder unter dem Magnete.

Fig. 237.



2) Die Enden des beweglichen Leiters befinden sich zwischen den Polen des Magnets (Fig. 237 β).

3) Der eine Endpunkt des Leiters c befindet sich über dem Pole A, der andere unter dem Pole B (Fig. 237 γ).

4) Der eine Endpunkt des beweglichen Leiters c befindet sich über dem Pole A, der andere b zwischen den beiden Polen bei b (Fig. 237 δ).

Nur in dem letzten dieser vier Fälle kann eine Rotation eintreten; denn in dem ersten Falle ist

$$\vartheta_2 = 0 \qquad \vartheta_1 = 0 \qquad \eta_2 = 0 \qquad \eta_1 = 0 \qquad M = 0,$$

im zweiten Falle ist

$$\vartheta_2 = 180^0 \qquad \vartheta_1 = 180^0 \qquad \eta_2 = 0 \qquad \eta_1 = 0 \qquad M = 0,$$

im dritten Falle ist

$$\vartheta_2 = 0 \qquad \vartheta_1 = 180^0 \qquad \eta_2 = 0 \qquad \eta_1 = 180^0 \qquad M = 0,$$

in dem vierten Falle aber ist

$$\vartheta_2 = 0 \qquad \vartheta_1 = 180^0 \qquad \eta_2 = 0 \qquad \eta_1 = 0 \qquad M = 2\,c\,m\,i.$$

Der Strom rotiert als kontinuierlich um die Axe des Magnets, und das Drehungsmoment ist unabhängig von der Form des Leiters.

Liegt der eine Endpunkt des Stromes aufserhalb der Axe, der andere in der Axe, so tritt immer eine kontinuierliche Rotation ein, das Drehungsmoment ist jedoch verschieden, je nach der Lage des Punktes b; es ist sehr leicht zu zeigen, dafs in dem Falle das Drehungsmoment ein Maximum wird, wenn b in der durch die Mittellinie des Magnets gelegten Ebene liegt und wenn es sich dem Magnete möglichst nahe befindet.

Es sind, seitdem Faraday[1]) zuerst die Rotation eines Stromteiles um einen Magnet gezeigt hat, von vielen derartige Rotationsapparate konstruiert worden, wir beschreiben von diesen nur den von Jamin[2]) kon-

---

1) *Faraday*, Ann. de chim. et de phys. T. XVIII. Gilberts Ann. Bd. LXXI und LXXII.

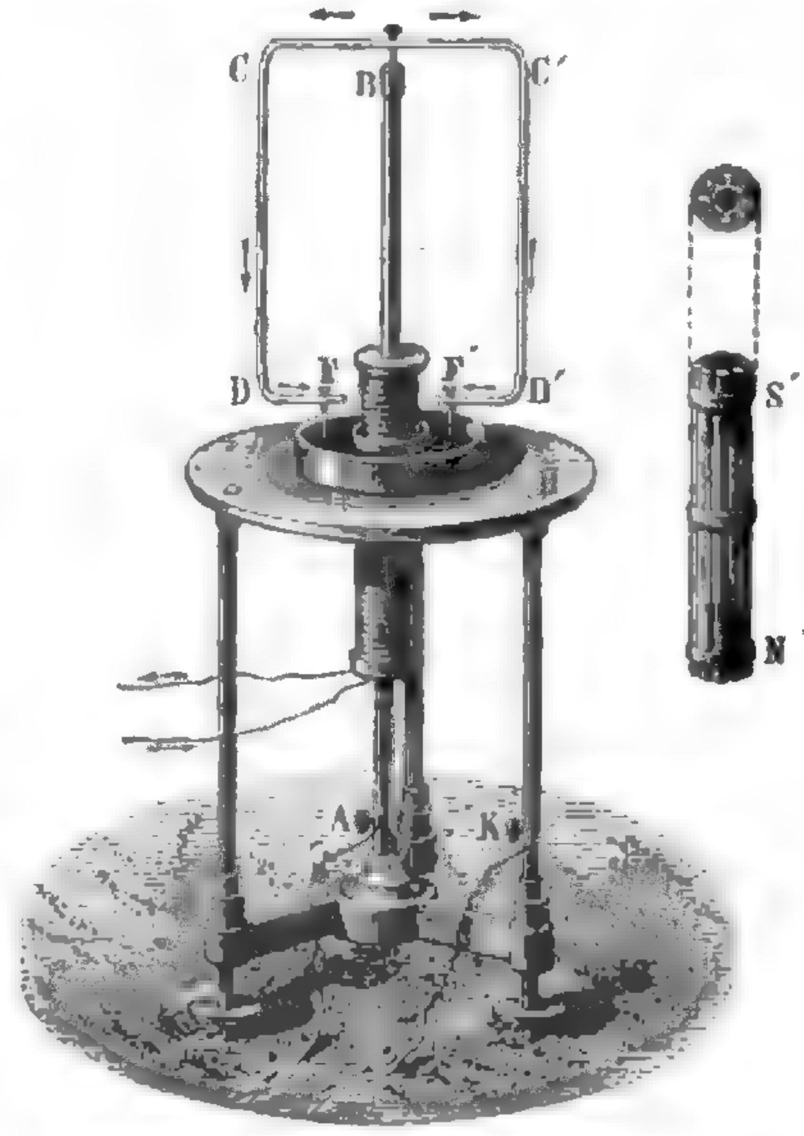
2) *Jamin*, Cours de physique. T. III. p. 243. Andere Rotationsapparate siehe *Feilitzsch*, Galvanische Fernewirkungen S. 293 ff. *Karstens* Encyklopädie der Physik. Bd. XIX. Ferner *Wiedemann*, Elektricitätslehre Bd. III. §. 155 ff. Über die Rotation von Flüssigkeiten, welche auf den Polen eines Magnetes von einem Strome durchflossen sind, siehe *Davy*, Philosophical Transactions for 1823, Annales de chim. et de phys. T. XXV. *Poggendorff*, Poggend. Ann. Bd. LXXVII. *De la Rive*, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. LVI. Über die Ablenkung

Digitized by Google

struierten, mit welchem man leicht zeigen kann, dafs auch hier das Verhalten der Solenoide und Magnete identisch ist.

Eine feste Kupfersäule AB Fig. 238 ist auf einer isolierenden Platte von Elfenbein befestigt; dieselbe trägt oben eine kleine Vertiefung, in welche die Spitze eingesetzt ist, welche den Stromleiter BCD trägt. Letzterer besteht, um ihn möglichst leicht beweglich zu machen, aus einer Röhre von Aluminium. Die Enden des Leiters FF' sind mit Spitzen versehen, welche in das Quecksilber des ringförmigen Gefäfses tauchen und der Axe AB so nahe wie möglich sind. Der Tisch und der Fufs HK sind leitend.

Fig. 238.



Auf die Säule AB kann man schieben und in verschiedenen Höhen feststellen, entweder den elektrodynamischen Cylinder NS oder das Magnetbündel $N'S'$; letzteres besteht aus acht dünnen cylindrischen Magnetstäben, welche um eine Röhre herumgelegt sind, deren innerer Durchmesser genau gleich dem äufseren der Säule AB ist.

Verbindet man nun die Klemmschrauben A und K mit den Polen einer Batterie, so fliefst der Strom in der Säule AB, welche zugleich Axe des Solenoids oder des Magnets ist, hinauf, und dann von B durch die Arme $BCDF$ und $BC'D'F'$ zu dem Quecksilbergefäfs. Da der Abstand der Punkte F von der Axe AB nur sehr gering ist, kann man ohne merklichen Fehler annehmen, dafs der bewegliche Stromteil $BCDF$ mit beiden Enden sich in der Axe des Magnets oder des Solenoids befindet.

Man kann nun leicht durch passendes Stellen des Magnets oder elektrodynamischen Cylinders die drei Fälle α, γ, δ Fig. 237 realisieren und findet dann der Theorie gemäfs, wenn der Magnet oder der elektrodynamische Cylinder vollständig über oder unter F ist, nur einen sehr schwachen Antrieb, der nur deshalb nicht null ist, weil die Enden F des Leiters nicht in der Axe des Magnetes sich befinden; sobald aber F zwischen den beiden Polen sich befindet, tritt sofort die Rotation mit grofser Schnelligkeit ein[1]).

und Rotation des Lichtbogens: *Casselmann*, Poggend. Ann. Bd. LXIII. *Walker*, Poggend. Ann. Bd. LIV.

1) Man sehe auch die von *Zöllner* (Poggend. Ann. Bd. CLIII, CLIV, CLVIII.), von *Herwig* (Poggend. Ann. Bd. CLIII) bei Gelegenheit der Kontroverse über das v. Helmholtzsche elementare Potentialgesetz (§. 119) ausgeführten Versuche und die Bemerkungen von *v. Helmholtz* zu denselben (Poggend. Ann. Bd. CLIII.).

§. 125.

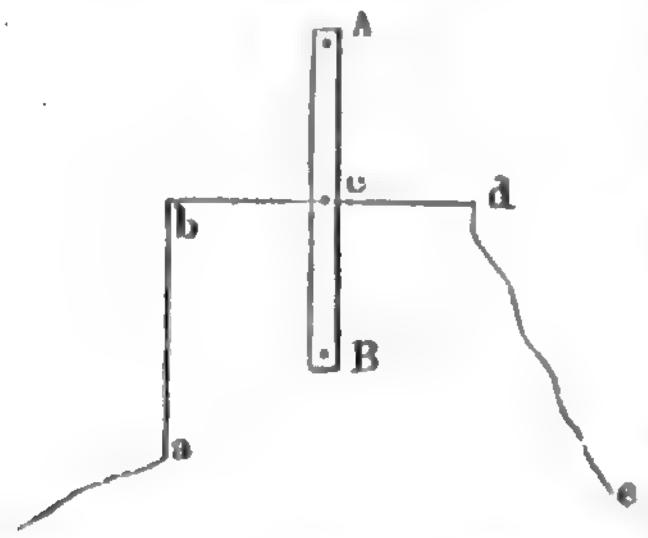
Rotation von Magneten unter dem Einflufs eines Stromes. Ebenso wie ein beweglicher Stromteil unter dem Einflufs eines Magnetes in Rotation versetzt werden kann, so mufs auch ein beweglicher Magnet um einen Strom zum Rotieren gebracht werden können. Die Bedingungen, unter welchen das eintreten kann, ergeben sich aus dem vorigen Paragraphen unmittelbar.

Da das Drehungsmoment, welches ein Magnet einem geschlossenen Strome erteilt, gleich null ist, so ist auch umgekehrt das Drehungsmoment, welches ein geschlossener Strom einem Magnet erteilt, gleich null. Um daher eine Rotation des Magnetes durch den Strom hervorzubringen, mufs man wieder das Drehungsmoment, welches irgend ein Teil des Stromes dem Magnete erteilt, aufheben; indem man einen Teil desselben mit dem Magnete fest verbindet. Indem dann dieser Teil mit dem Magnete ein festes System bildet, heben sich das Drehungsmoment, welches der Magnet diesem Stromteile erteilt, und umgekehrt das, welches dieser Stromteil dem Magnete erteilt, auf, und es bleibt nur das von dem übrigen Strome dem Magnete erteilte Drehungsmoment übrig.

Ferner darf der übrige Stromteil nicht mit beiden Enden in der Axe des Magnets endigen, oder es mufs dann das eine Ende des Stromes aufserhalb, das andere innerhalb der Pole liegen.

Der einfachste Fall, um eine Rotation hervorzurufen, ist die Umkehr von Fig. 237 *δ*. Würde man Fig. 239 den Magnet um die Axe ab beweglich machen, durch dieselbe einen Strom führen und den Strom dann weiter durch den mit dem Magnet fest verbundenen Teil bcd führen und ihn schliefslich in irgend einer Weise über e wieder zur Batterie zurückleiten, so mufs der nicht mit dem Magnete fest verbundene Strom ihm ein Drehungsmoment erteilen, welches ihn in umgekehrter Richtung um ab rotieren macht, als ab um den Magnet rotieren würde, wenn letzterer fest und der Strom beweglich wäre. Der Sinn der Drehung ist leicht schon ohne weiteres nach der Ampèreschen Regel zu erhalten; steigt der Strom in ab auf und ist B ein Nordpol, so mufs der Nordpol B zur Linken abgelenkt werden, von oben her gesehen rotiert daher der Magnet um ab entgegengesetzt wie der Zeiger der Uhr. Würde B ein Südpol sein, so rotiert der Magnet wie der Zeiger der Uhr. Umkehr der Stromesrichtung giebt ebenfalls Umkehr der Rotation.

Fig. 239.



Es bedarf wohl keiner besonderen Erwähnung, dafs wenn wir die Bezeichnung des vorigen Paragraphen beibehalten, das Drehungsmoment gegeben ist durch

$$M = -c \cdot m \cdot i\,[(\cos\vartheta_2 - \cos\vartheta_1) - (\cos\eta_2 - \cos\eta_1)],$$

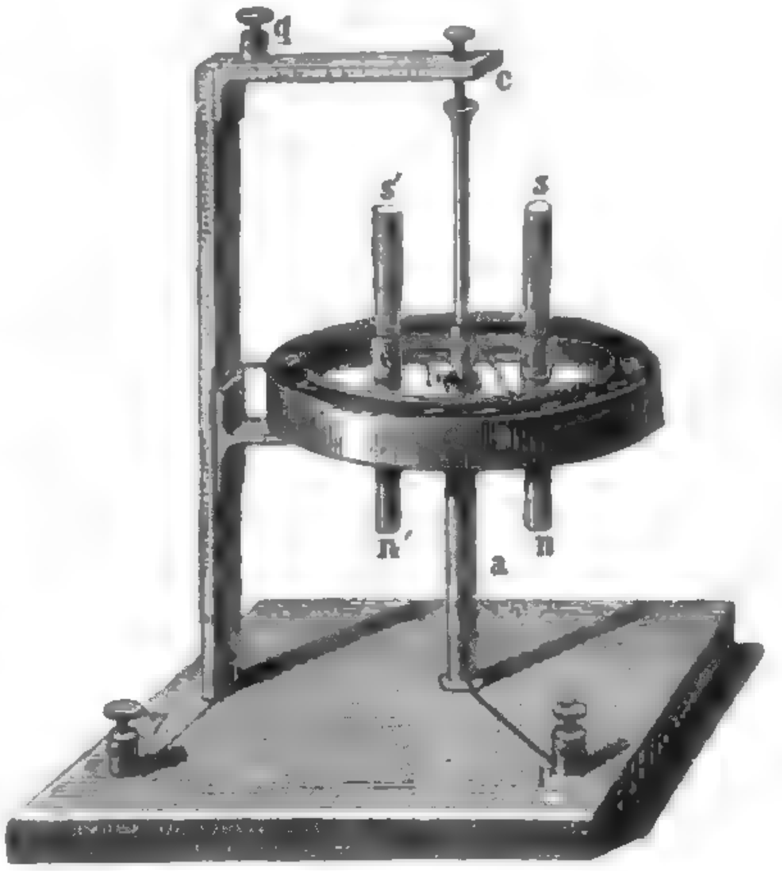
dafs also die Gröfse desselben von den Werten der vier Winkel ϑ und η abhängig ist.

Digitized by Google

Die erste kontinuierliche Rotation eines Magnets unter dem Einflusse eines Stromes hat wieder Faraday[1]) hervorgebracht, indem er einen Magnet mit Hilfe eines an seinem unteren Ende befestigten Platingewichtes in ein Gefäfs mit Quecksilber senkte, so dafs der eine Pol desselben aus dem Quecksilber hervorsah, und dann in der Axe des Gefäfses einen Strom in das Quecksilber einleitete, welcher auf der Peripherie das Quecksilber wieder verliefs.

Jetzt wendet man zum Nachweise der Rotation gewöhnlich den Apparat Fig. 240 an. Eine Kupfersäule *a* ist in dem Bodenbrette des Apparates befestigt und trägt oben das Quecksilbernäpfchen *b*, auf dessen Boden ein kleines Achathütchen eingesetzt ist. In diesem Quecksilbernäpfchen steht auf einer Spitze balanciert der Bügel *cd*, in welchem in vertikaler Stellung die beiden Magnete *ns* und *n's'* befestigt sind. Auf der Mitte des Bügels befindet sich eine dünne vertikale Kupfersäule, welche oben ebenfalls in einem Quecksilbernäpfchen endigt. In dieses Näpfchen reicht die Spitze *e* hinab, teils um dem Bügel oben einen zweiten Halt zu geben, teils um nach Belieben auch hier den Strom in den Apparat eintreten lassen zu können. Die Spitze ist in leitender Verbindung mit der Klemmschraube *q*. Von dem Bügel *cd* geht ein Platindraht aus, dessen Spitze in die kreisförmige Quecksilberrinne *f* taucht, deren Mittelpunkt in der Axe des Apparates liegt. Die Säule *ab* ist mit der Klemmschraube *p*, die Quecksilberrinne mit der Klemmschraube *z* in Verbindung.

Fig. 240.



Wird die Klemmschraube *p* mit dem positiven, *z* mit dem negativen Pole der Batterie verbunden, so dafs der Strom in *ab* aufsteigt, dann von *b* durch den mit dem Bügel *cd* fest verbundenen Platindraht in die Quecksilberrinne und von dort über *z* zur Batterie zurückkehrt, so rotiert der Bügel mit den beiden Magneten, von oben gesehen, in entgegengesetzter Richtung wie der Zeiger einer Uhr, wenn die Nordpole *n* sich unten befinden.

Wird der positive Pol der Batterie mit *q* verbunden, so dafs der Strom in der Axe *eb* absteigt, so tritt die Rotation in demselben Sinne ein, da jetzt der absteigende Strom vorzugsweise auf die Südpole *ss'* wirkt.

Verbindet man dagegen die Pole der Batterie mit den Klemmschrauben *p* und *q*, so dafs kein Teil des Stromes mit den Magneten rotiert, so tritt

1) *Faraday,* Ann. de chim. et de phys. T. XVIII. Gilberts Ann. Bd. LXXI und LXXII.

Digitized by Google

gar keine Rotation ein, indem die den entgegengesetzten Polen erteilten Drehungsmomente entgegengesetzt und an Gröfse einander gleich sind.

Man kann in dieser Weise auch einen Magnet um seine eigene Axe zur Rotation bringen. Die Bedingung, unter welcher dieses eintritt, ist wieder dieselbe, es mufs ein Teil des Stromes mit dem Magnete fest verbunden sein, am besten durch ihn selbst fliefsen; der übrige Teil des Stromes erteilt ihm dann die Drehung um die Axe, vorausgesetzt, dafs nicht die Punkte, an welchen der Strom in die Axe selbst tritt, an derselben Seite eines Poles liegen oder durch den ganzen Magnet von einander getrennt sind; die beiden Punkte müssen durch einen der Pole von einander getrennt sein.

Man kann sich die Entstehung dieser Rotation am besten deutlich machen, wenn man den Magnet als ein Bündel von Linearmagneten betrachtet, welche der Axe parallel dieselbe in Röhrenform umgeben. Dem nicht mit dem Magnete fest verbundenen Stromteil giebt dieses Bündel, wenn es selbst fest ist, ein Drehungsmoment um die Axe, dessen Gröfse wir im vorigen Paragraphen bestimmten. Ist der Strom fest und das Bündel beweglich, so mufs genau dasselbe Drehungsmoment, nur in entgegengesetzter Richtung das Bündel um dieselbe Axe rotieren machen.

Es gelang zuerst Ampère[1]), die Rotation eines Magnetes um seine eigene Axe zu zeigen. Er tauchte in ein mit Quecksilber gefülltes Gefäfs einen Magnet AB Fig. 241, an dessen unterem Ende ein Platingewicht befestigt war, welches bewirkte, dafs der Magnet in vertikaler Stellung und so schwamm, dafs der Pol A sich aufserhalb des Quecksilbers befand. Die obere Endfläche A des Magnets war vertieft, und in der Vertiefung befand sich ein Tröpfchen Quecksilber. Die Spitze der an dem Stative S befindlichen Schraube E reichte in diese Vertiefung bei A hinein und brachte so den Magnet mit dem Stativ in leitende Verbindung. Das Gefäfs war mit einem Metallringe auf seiner inneren Seite versehen, welcher von dem Quecksilber des Gefäfses berührt wurde. Wenn die Klemmschraube a mit dem positiven, die Klemmschraube H mit dem negativen Pole einer Batterie verbunden wurde, so stieg der Strom im Stativ zu der Schraube E auf, von dort durch die Axe des Magnets zu der Oberfläche des Quecksilbers in D ab, und flofs dann durch das Quecksilber zu dem mit der Klemme H verbundenen Ringe und von dort zu der Batterie zurück. Der Stromteil ED ist mit dem Magnet fest verbunden, der in dem Punkte E, über dem Pole A und in dem Punkte D, zwischen den beiden Polen auf der Axe, endigende Stromteil versetzt daher den Magnet in Rotation, er rotiert, wenn A ein Nordpol ist und der Strom die angegebene Richtung hat, von oben gesehen in dem Sinne der Bewegung des Uhrzeigers. Es ergiebt sich das schon aus der Ampèreschen Regel, wenn man die Wirkung der nächstliegenden Stromteile betrachtet, welche den Nordpol zur Linken ablenken.

Jetzt giebt man dem Apparate gewöhnlich die Form Fig. 242; der Magnet kann sich um die Verbindungslinien der beiden Spitzen drehen, der in der Mittellinie befestigte Platindraht g taucht in die kreisförmige

---

1) *Ampère*, Ann. de chim. et de phys. T. XX.

Digitized by Google

Quecksilberrinne *E*. Der Strom tritt in *P* ein, fliefst zur Quecksilberrinne, von dieser zu dem Magnete, durch denselben nach *B* und von da durch

Fig. 241.

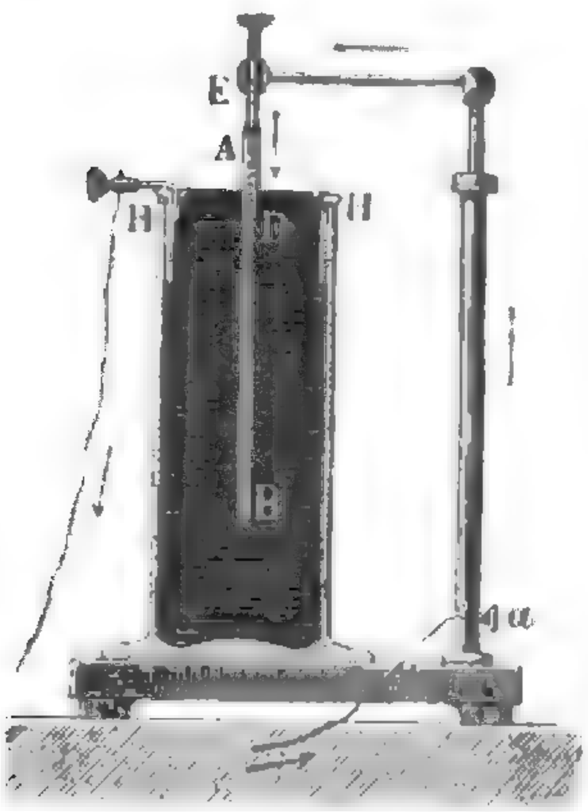
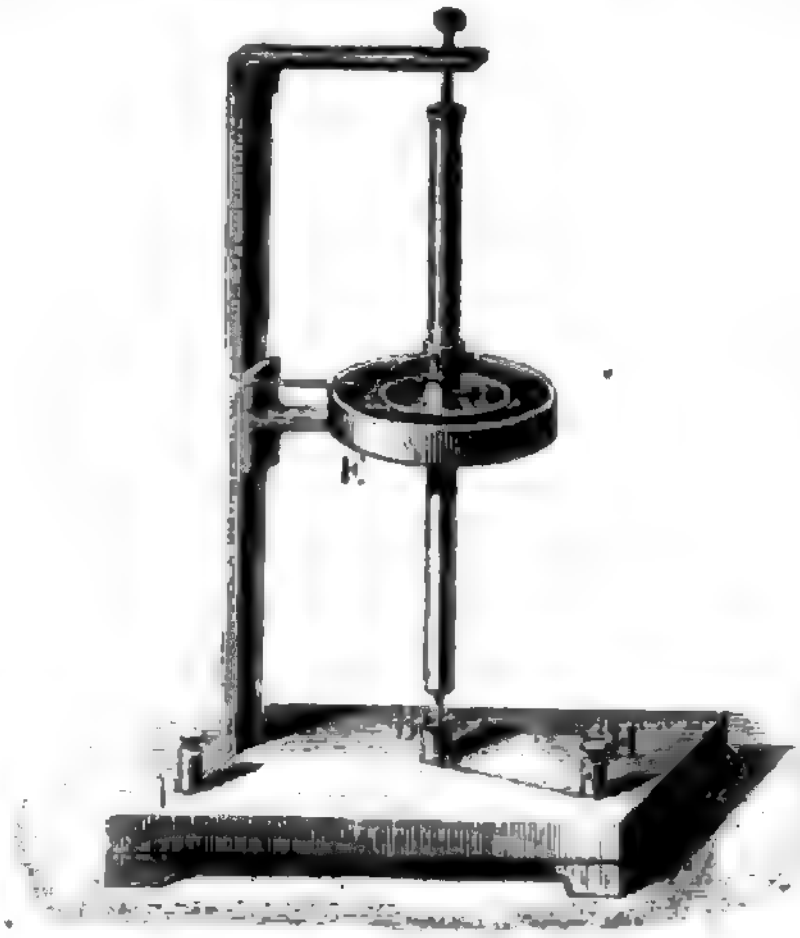


Fig. 242.



die Klemme *H* zur Batterie zurück. Wie man sieht, ist der Apparat im Princip dem Ampèreschen ganz gleich.

§. 126.

Ablenkung des Stromes in einem Leiter. Bringt man zwischen die Pole eines kräftigen Magnetes biegsame Leiter, so wirken auf die einzelnen Elemente desselben die in den letzten Paragraphen besprochenen Kräfte, infolge deren die Leiter in bestimmte Gestalten gebogen werden müssen. Diese Formänderungen hat Le Roux[1]) zuerst experimentell gezeigt. Ein dünner Platindraht, etwa 0,07 mm dick und 200 mm lang, wurde zwischen zwei dicken Kupferdrähten lose ausgespannt und in verschiedenen Lagen zwischen die Pole eines sehr kräftigen Hufeisenmagnetes gebracht. Durch den Draht wurde ein starker Strom geführt, so dafs derselbe glühend wurde. War der Draht senkrecht zur Verbindungslinie der beiden Pole, in sogenannter äquatorialer Richtung gehalten, so bog er sich zu einem nach oben oder unten konvexen Bogen je nach der Lage der Pole und der Richtung des Stromes im Leiter. Denken wir uns den Nordpol vor, den Südpol hinter der Ebene des Papiers und einen Strom in der Ebene des Papiers von links nach rechts fliefsen, so wird der Draht zu einem nach oben konvexen Bogen gestaltet. Man erkennt die Notwendigkeit dieser Biegung, indem man sich daran erinnert, dafs ein Stromelement, wenn man sich in demselben, den Kopf nach der Richtung des Stromes haltend, stehend denkt und den Südpol ansieht, einen Antrieb zur Linken erhält.

1) *Le Roux*, Ann. de chim. et de phys. III. Série. T. LIX. Man sehe auch *Riecke*, Wiedem. Ann. Bd. XXIII.

Digitized by Google

Spannt man den Draht von Pol zu Pol, so nimmt derselbe eine S-Form an; stehen die Pole einander horizontal gegenüber, so liegt das S in horizontaler Ebene; auch diese Formänderung ergiebt sich unmittelbar aus der Erwägung, daſs jedes Stromelement durch den Nordpol einen entgegengesetzten Antrieb erhält als durch den Südpol.

Man hat vielfach versucht, ob auch der Strom selbst in einem Leiter eine ähnliche Biegung erfährt, vielfach ohne Erfolg[1]), bis zuerst Hall[2]) eine solche Ablenkung des Stromes nachweisen konnte. Hall klebte auf eine Glasplatte ein etwa 2 cm breites, 9 cm langes Goldblatt; auf die Enden des Streifens war mit Messingklemmen Stanniol gedrückt, so daſs wenn die Messingklemmen mit den Polen eines Elementes verbunden wurden, ein Strom der Länge nach durch den Streifen hindurchging, so zwar, daſs der Strom, da er der ganzen Breite nach in das Goldblatt eintrat, in demselben überall parallel der Längsrichtung des Streifens floſs. In gleichem Abstande von der Eintrittsstelle und der Austrittsstelle des Stromes wurden nahe den beiden Rändern des Streifens die Enden einer ein empfindliches Galvanometer enthaltenden Leitung angebracht. Berühren dieselben das Goldblatt in einer Linie gleichen Potentialniveaus, so geht durch diese Leitung kein Strom. Diese Vorrichtung wurde so zwischen die Pole eines kräftigen Elektromagnetes gebracht, daſs die Ebene des Goldblättchens senkrecht zur Verbindungslinie der Pole war und die Längsrichtung des Streifens die äquatoriale Lage hatte. Der Strom floſs also in äquatorialer Richtung wie bei dem ersten Versuche von Le Roux. So lange der Elektromagnet nicht in Thätigkeit war, floſs durch die Zweigleitung kein Strom, wurde aber der Elektromagnet erregt, so wurde die Zweigleitung von einem konstanten Strome durchflossen, dessen Richtung mit dem Wechsel der Magnetpole sich umkehrte. Die Beobachtung beweist, daſs während ohne Wirkung der Magnetpole in einer zur Längsrichtung senkrechten Linie das Potentialniveau an allen Stellen denselben Wert hat, daſs durch die Wirkung der Pole die Potentialniveaus geändert, somit die Stromfäden abgelenkt sind.

Daſs es sich indes in diesem Falle nicht um eine einfache elektrodynamische Ablenkung des Stromes in dem Goldblatte handelt, geht daraus hervor, daſs die Ablenkung des Stromes in dem Goldblatte der Ampèreschen Regel entgegen ist[3]). Wir sahen, der Le Rouxsche Draht wird nach oben gebogen, wenn vor der Ebene des Papiers ein Nordpol, hinter derselben ein Südpol ist und der Strom von links nach rechts flieſst; bei den Versuchen Halls wird der Strom umgekehrt abgelenkt, denn in dem Falle geht in der Zweigleitung ein Strom von dem unteren Berührungspunkte des Streifens durch das Galvanometer zum obern. Es ergiebt sich das weiter daraus, daſs die Richtung und Intensität des Stromes im Galvanometer der Zweigleitung abhängt von dem Metalle, aus welchem der dünne Streifen gefertigt ist. Im Silber und Platin ist die Ablenkung wie im Gold, im Eisen und Kobalt entgegengesetzt.

---

1) *Mach*, Carls Repertorium. Bd. VI. *v. Feilitzsch*, Fernewirkungen des galvanischen Stromes S. 743.

2) *Hall*, American Journal of Mathematics Bd. II. *Silliman* Journal 3. series vol. XIX. 1885. Philos. Magazin 5. series vol. XII und vol. XV.

3) Man sehe auch *C. v. Ettingshausen*, Wiedem. Ann. Bd. XI.

Digitized by Google

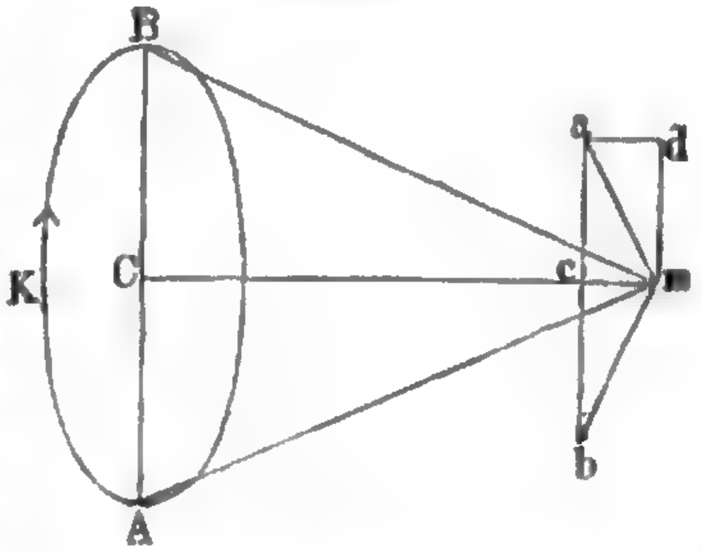
Welchen Umständen die beobachtete Wirkung zuzuschreiben ist, läfst sich noch nicht erkennen[1]); wir begnügen uns deshalb darauf hingewiesen zu haben und zu bemerken, dafs sich eigentliche elektrodynamische Wirkungen stets nur in der Bewegung der Ströme mit den Leitern zeigen, weshalb sie neuerdings vielfach auch als die ponderomotorischen Wirkungen der Ströme bezeichnet werden[2]).

§. 127.

Ablenkung einer Magnetnadel durch einen Kreisstrom. Bussolen. Nach den in den Paragraphen dieses Kapitels dargelegten Erfahrungen können wir die Wechselwirkung zwischen einem Magnetpole und einem Stromelement derjenigen zwischen einem Stromelement und einem Solenoidpole gleichsetzen, wobei wir uns allerdings eine Vergleichung der quantitativen Verhältnisse noch vorbehalten. Wir können demnach unmittelbar die früher erhaltenen Sätze anwenden, um das Drehungsmoment zu bestimmen, welches eine Magnetnadel durch irgend einen geschlossenen Strom um eine zur magnetischen Axe senkrechte Drehungsaxe erhält. Wir untersuchen davon nur einen speciellen Fall, nämlich die Ablenkung einer horizontalen Nadel durch einen Kreisstrom, um dadurch zu einer vollständigern Theorie der elektromagnetischen Mefsapparate zu gelangen.

Die Einwirkung eines Kreisstromes auf ein in seiner Axe befindliches magnetisches Teilchen erhalten wir genau so wie die Wirkung eines Kreisstromes auf einen in seiner Axe befindlichen Solenoidpol. Ist *K* Fig. 243 der Kreisstrom, *m* das magnetische Teilchen im Abstande $x = mC$ von der Ebene des Kreisstromes, so wirkt jedes Element des Kreisstromes senkrecht zu seiner Verbindungslinie mit dem magnetischen Teilchen; ist das magnetische Teilchen nordmagnetisch und fliefst der Strom von *m* aus gesehen wie der Zeiger einer Uhr, so treibt das bei *B* die Ebene der Zeichnung durchsetzende Element das magnetische Teilchen nach *mb*. Ist *m* die Menge des Nordmagnetismus, also die Stärke des magnetischen Poles, so können wir, wenn *R* der Radius des Kreisstromes ist, nach §. 121 unmittelbar schreiben

Fig. 243.



$$mb = -c \frac{m\, i\, ds}{R^2 + x^2},$$

worin *c* eine noch zu bestimmende Konstante ist, so dafs $c \cdot m$ an die Stelle von $\frac{1}{2}\, i\, a f$ tritt, welcher Ausdruck die Stärke des Solenoidpoles gab. Die zu mC parallele Komponente ist

---

1) Man sehe *Roiti*, Atti della Academia Reale dei Lincei 1882. *Shelford Bidwell*, Philos. Magazin 5. series. vol. XVII.

2) *v. Feilitzsch* weist (Fernewirkungen etc. S. 743) noch auf andere bekannte Versuche hin, welche beweisen, dafs die elektrodynamischen Wirkungen nur die vom Strom durchflossenen Leiter bewegen, also nur ponderomotorische sind.

Digitized by Google

$$mc = -c\frac{mi\,ds}{R^2+x^2}\cos b\,mc = -c\frac{m\,i\,ds}{R^2+x^2}\cdot\frac{BC}{mB}.$$

Da $BC = R$, $mB^2 = R^2 + x^2$, so wird, wenn wir $ds = R\,d\varphi$ setzen,

$$mc = -c\frac{mi\,R^2\,d\varphi}{(R^2+x^2)^{3/2}}.$$

Integrieren wir über den ganzen Kreis, so erhalten wir für die Gröfse der Anziehung des magnetischen Teilchens m

$$W = c\frac{2\,mi\,R^2\pi}{(R^2+x^2)^{3/2}},$$

wo wir das negative Zeichen fortlassen, weil wir die Wirkung schon als Anziehung bezeichnet haben.

Wirkt statt des einfachen Kreises K eine Spirale von n Windungen auf das magnetische Teilchen, so können wir die Wirkungen derselben ebenso wie diejenigen des Solenoides auf einen Solenoidpol (§. 121) berechnen. Wir betrachten die Spirale als n parallele Kreise, deren Mittelpunkte sämtlich auf der Axe mC liegen. Der Abstand des Kreises K sei jetzt gleich e, derjenige des am weitesten entfernten Kreises $c + 2L$. Der oben berechnete Ausdruck gilt für einen Kreis im Abstande x von m. Sind auf der Längeneinheit $\frac{n}{2L}$ Kreise, so können wir auch jetzt annehmen, dafs auf der Länge dx sich $\frac{n}{2L}dx$ Kreise befänden; für diese im Abstande x befindlichen Kreise erhalten wir die Wirkung

$$W_{dx} = c\frac{2\,n\,mi\,\pi}{2L}\frac{R^2\,dx}{(R^2+x^2)^{3/2}}.$$

Die Wirkung der Spirale erhalten wir durch Integration nach x von $x = e$ bis $x = e + 2L$. Man überzeugt sich leicht durch Differentiation, dafs

$$\frac{R^2\,dx}{(R^2+x^2)^{3/2}} = d\frac{x}{\sqrt{R^2+x^2}}.$$

Darnach wird die Wirkung der Spirale

$$W_{2L} = c\frac{m\,ni\,\pi}{L}\left\{\frac{e+2L}{\sqrt{R^2+(e+2L)^2}} - \frac{e}{\sqrt{R^2+e^2}}\right\}.$$

Befindet sich in unmittelbarer Nähe von m ein südmagnetisches Teilchen m, welches mit dem nordmagnetischen einen kleinen Magnet von der Länge $2\,l$ bildet, so wird, wenn wir die Länge $2\,l$ so klein annehmen, dafs wir voraussetzen dürfen, der Magnet befinde sich vollständig in der Axe des Kreisstromes, dieses südmagnetische Teilchen mit derselben Kraft W von dem Strome oder der Spirale abgestofsen, als das nordmagnetische Teilchen angezogen wird. Durch die Wirkung der beiden Kräfte erhält der kleine Magnet ein Drehungsmoment

$$D = 2\,l\,W.$$

Befindet sich die Nadel unter dem Einflusse des Erdmagnetismus in dem magnetischen Meridian, und ist der Stromkreis der Ebene des magnetischen

Digitized by Google

Meridianes parallel, so sucht dieses Drehungsmoment die Nadel senkrecht zum magnetischen Meridian zu stellen. Ist die Nadel um den Winkel α abgelenkt, so ist bei der Voraussetzung, daſs l so klein ist, daſs der Magnet als ganz in der Axe liegend gedacht werden kann, daſs also die auf die Pole des abgelenkten Magnetes wirksame Kraft der Gröſse und Richtung nach durch Ablenkung der Nadel sich nicht ändert, das der Nadel vom Strome erteilte Drehungsmoment noch $D \cos\alpha = 2\,l\,W \cos\alpha$. In dieser abgelenkten Lage sucht der Erdmagnetismus die Nadel in den Meridian zurückzuführen; ist T die Horizontalkomponente desselben, so ist das zurückführende Drehungsmoment $T\,2\,l\,m \sin\alpha$.

Die beiden der Nadel erteilten Drehungsmomente halten sich das Gleichgewicht, wenn

$$T\,2\,l\,m \sin\alpha = 2\,l\,W \cos\alpha$$

$$T \operatorname{tang}\alpha = \frac{W}{m}$$

somit bei einem Kreise

$$T \operatorname{tang}\alpha = c\,\frac{2\,R^2\,\pi\,i}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

oder bei der Spirale

$$T \operatorname{tang}\alpha = c\,\frac{n\,i\,\pi}{L}\left\{\frac{e + 2\,L}{\sqrt{R^2 + (e + 2\,L)^2}} - \frac{e}{\sqrt{R^2 + e^2}}\right\} \quad . \quad . \quad (2).$$

In beiden Fällen ist die Tangente des Ablenkungswinkels der Stromstärke proportional, von dem magnetischen Momente der Nadel aber unabhängig.

Diesen Satz haben Pouillet[1]) und W. Weber[2]) zur Konstruktion der schon früher beschriebenen Tangentenbussole benutzt. Bei dieser befindet sich die Magnetnadel in dem Mittelpunkte des Kreises oder einer flachen Spirale, das heiſst einer Anzahl neben einander gewundener Kreise, wenn die Tangentenbussole zur Messung sehr schwacher Ströme benutzt werden soll.

Besteht die Tangentenbussole aus einem Kreise, so ist in Gleichung (1) $x = 0$ zu setzen, es wird

$$T \operatorname{tang}\alpha = c\,\frac{2\,R^2\,\pi\,i}{R^3}$$

$$i = \frac{R\,T}{c\,2\,\pi} \operatorname{tang}\alpha;$$

besteht sie aus n Kreisen, so ist, wenn die Nadel sich in der Mitte der Spirale befindet, da e der Abstand derselben vom ersten Kreise ist, in Gleichung (2) $e = -L$ zu setzen, es wird

$$T \operatorname{tang}\alpha = c\,\frac{n\,i\,\pi}{L}\,\frac{2\,L}{\sqrt{R^2 + L^2}} = c\,\frac{2\,n\,i\,\pi}{\sqrt{R^2 + L^2}}$$

$$i = \frac{T\sqrt{R^2 + L^2}}{c \cdot 2\,n\,\pi} \operatorname{tang}\alpha.$$

1) *Pouillet*, Comptes Rendus T. IV. p. 267. Poggend. Ann. Bd. XLII.
2) *W. Weber*, Poggend. Ann. Bd. LV.

Digitized by Google

Im letztern Falle ist also die Stromstärke der Windungszahl der Drahtkreise umgekehrt proportional, man kann demnach durch Anwendung einer grofsen Windungszahl selbst bei schwachen Strömen hinreichend grofse Ablenkungen α erhalten.

Damit also, mit der Tangentenbussole gemessen, die Ströme der Tangente des Ablenkungswinkels proportional sind, mufs zunächst der Drahtring derselben der Ebene des magnetischen Meridianes genau parallel sein; ist das nicht der Fall, bildet er mit der Meridianebene den Winkel φ, so wird bei einer Ablenkung α aus der Ebene des Meridianes nach der einen Seite der Winkel, welchen die Nadel mit der zur Kreisaxe senkrechten Richtung bildet, $\alpha + \varphi$, und die Bedingung des Gleichgewichts ist

$$T \sin \alpha = C\, i \cos (\alpha + \varphi).$$

Kehrt man dann den Strom um, so wird man jetzt eine andere Ablenkung im entgegengesetzten Sinne, α' beobachten. In dieser Lage bildet die Nadel mit der zur Kreisaxe senkrechten Richtung den Winkel $\alpha' - \varphi$, und die Gleichgewichtsbedingung ist dann

$$T \sin \alpha' = C\, i \cos (\alpha' - \varphi).$$

Ist der Winkel φ unbekannt, so kann man denselben hieraus berechnen und darnach die Stellung des Kreises korrigieren; ist der Winkel φ indes nur klein, also α von α' nur sehr wenig verschieden, so kann man ohne merklichen Fehler $^1/_2 (\sin \alpha + \sin \alpha') = \sin \frac{\alpha + \alpha'}{2}$ setzen, und dann giebt eine Addition der beiden Gleichungen

$$i = \frac{1}{C}\, T \operatorname{tang} \frac{\alpha + \alpha'}{2}.$$

Ferner darf die Länge der Nadel nur eine sehr kleine sein. Denn das Tangentengesetz beruht wesentlich darauf, dafs die Wirkung, welche der Strom auf die Pole der abgelenkten Nadel ausübt, genau gleich ist der Wirkung auf die nicht abgelenkte Nadel. Hat nun aber die Nadel eine gegen den Radius des Kreises merkliche Gröfse, so treten die Pole merklich aus der Ebene des Kreises heraus und zwar, wenn l die Länge der Nadel ist, um den Wert $l \cdot \sin \alpha$. Für die abgelenkte Nadel ist dann die Voraussetzung, dafs $x = 0$, nicht mehr zutreffend, die Wirkung auf die Pole wird also kleiner. Wie man sieht, wird die Abweichung von dem Tangentengesetze um so gröfser, je gröfser die Ablenkung α ist, je gröfser also die Intensität des durch die Tangentenbussole geleiteten Stromes ist.

Wenn die Länge der Nadel nur 0,1 bis 0,125 des Radius beträgt, ist bis $\alpha = 45^0$ nach W. Weber[1]) die Abweichung von dem Tangentengesetze unmerklich.

Um deshalb mit einer Tangentenbussole genaue Resultate zu erhalten, darf man bei derselben nur kleine Ablenkungen anwenden, indem man durch den Apparat entweder Zweigströme leitet, oder die Nadel excentrisch aufhängt, so dafs das Drehungsmoment, welches der Nadel erteilt wird, nur klein ist.

---

1) *W. Weber*, Poggend. Ann. Bd. LV.

Digitized by Google

Ein sehr einfaches Mittel, um die Tangentenbussole gleichzeitig für starke und für schwache Ströme anwendbar zu machen, ist von Obach[1]) angewandt; er macht den Drahtkreis um eine horizontale durch den Mittelpunkt des Kreises und der Nadel gehende Axe drehbar. Ist der Drahtkreis aus der vertikalen Lage um einen Winkel φ gedreht, so ist das Drehungsmoment des Kreises auf die Nadel noch $D \cdot \cos\varphi$, ist der Kreis ganz bis zur horizontalen gedreht, so wird das Drehungsmoment gleich null. Die Stromstärke wird somit, wenn der Kreis um den Winkel φ gedreht ist,

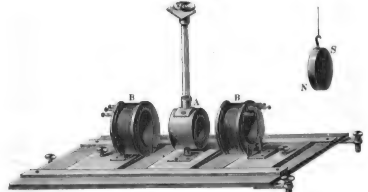
$$i = \frac{R\,T}{c \cdot 2\pi} \operatorname{tang} \alpha \frac{1}{\cos \varphi}.$$

Man darf aber in dem Falle die Nadel nicht an einem Coconfaden aufhängen oder einfach auf eine Spitze legen, sondern mufs sie mit einer festen in zwei Lagern sich drehenden Axe versehen, damit sie sich nicht aus der horizontalen Lage entfernt, da, so wie der Stromkreis nicht mehr vertikal steht, die Nadel ein Drehungsmoment um eine horizontale Axe erhält.

Bei den feinen Mefsapparaten wendet man jetzt immer nur, eventuell durch Abzweigung, sehr schwache Ströme und damit sehr geringe Ablenkungen an; um bei denselben dennoch genaue Messungen machen zu können, mufs man nach der Methode von Poggendorff und Gaufs Spiegelablesungen zu Hilfe nehmen.

Einen Apparat, welcher sehr geeignet ist genaue Resultate zu geben, hat Wiedemann konstruiert[2]). In einer dicken Hülse von Kupfer A Fig. 244 von 17 mm Wanddicke und 21 mm Länge hängt an dem am oberen

Fig. 244.



Ende der auf der Hülse befindlichen Glasröhre befestigten Coconfaden ein Stahlspiegel (SN der Nebenfigur) von 1 mm Dicke und 19 mm Durchmesser. Der Stahlspiegel ist so magnetisiert, dafs seine magnetische Axe

1) *Obach*, Carls Repertorium Bd. XIV.
2) *Wiedemann*, Poggend. Ann. Bd. LXXXIX. S. 504.

mit dem horizontalen Durchmesser des Kreises zusammenfällt. Um den Spiegel genau zu centrieren, ist durch einen seitlichen Schlitz der oberen Röhrenfassung eine Elfenbeinplatte geschoben, welche innerhalb einen kleinen Einschnitt hat, durch den der an dem kleinen Knöpfchen befestigte Coconfaden herabhängt. Die Kupferhülse mit dem Spiegel steht in der Mitte eines Schlittens, der sich durch drei Stellschrauben horizontal stellen läfst. Auf demselben lassen sich zwei Drahtspiralen *BB* hin- und herschieben, deren innerer Durchmesser so grofs ist, dafs sie gerade auf die Hülse *A* passen. Jede Spirale besteht aus zwei 60 m langen, 1 mm dicken übersponnenen Kupferdrähten, deren Enden mit besonderen Klemmschrauben verbunden sind.

Der Apparat ist so gestellt, dafs die Axe der Hülse *A* und der Spiralen *B* senkrecht zum magnetischen Meridiane ist; die Stellung des Spiegels wird wie bei dem Magnetometer durch ein Fernrohr und Skala beobachtet.

Je nach der Intensität der zu messenden Ströme kann man die Spiralen auf die Kupferhülse schieben oder mehr oder weniger von derselben entfernen[1]).

W. Weber[2]) wendet zu demselben Zwecke ein transportables Magnetometer an. Fig. 245 zeigt dasselbe in perspektivischer Ansicht. Auf ein Kugelsegment von Messing, dessen konvexe Seite in einer kugelförmig ausgearbeiteten Vertiefung der Bodenplatte des Apparates liegt, ist durch seitliche Fortsätze *i* ein elliptischer Kupferring *cc* von 80 mm Breite und 8 mm Wandstärke befestigt; in der grofsen Axe dieses Ringes schwebt die Magnetnadel.

Auf diesen Ring ist ein Rahmen von dünnem Messingblech geschoben, auf welchen in neun Lagen über einander, in jeder Lage in 80 Windungen neben einander übersponnener Kupferdraht von 0,66 Millimeter Dicke gewunden ist. Je drei Lagen sind aus einem Stücke, so dafs also eigentlich drei Drähte, jeder in drei Lagen, die Umhüllung des Rahmens ausmachen; der Anfang des ersten Drahtes ist mit der Klemmschraube *f*, das Ende mit *f'* verbunden, der Anfang des zweiten mit der von der ersten isolierten Klemme *g*, das Ende mit *g'*; Anfang und Ende der dritten mit *h* und *h'* verbunden. Man kann also nach Belieben einen Strom durch einen der Drähte, oder indem man *f'* mit *g*, *g'* mit *h* verbindet und die Zuleitungsdrähte an *f* und *h'* befestigt, den Strom nach einander durch alle Drähte gehen lassen.

Auf den Kupferring ist durch seitliche Schrauben der Rahmen *kk* befestigt, welcher oben mit einer durchbohrten Platte bedeckt ist, welche die Röhre *rr* mit dem Torsionskreise *t* trägt. Von der Mitte des Torsions-

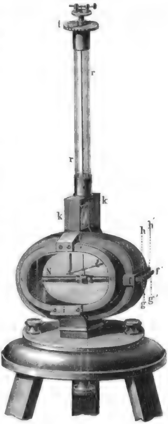
1) Andere Formen der Spiegelgalvanometer haben u. a. *Meissner* und *Meyerstein* konstruiert. Man sehe Poggend. Ann. Bd. CXIV. Ferner *W. Thomson* und *Siemens*. Die verschiedenen Formen von W. Thomson und Siemens sind von Siemens und Halske in Berlin zu beziehen; eine ziemliche Anzahl der Instrumente findet man in *Wiedemann*, Elektricitätslehre Bd. III beschrieben, hier ist es selbstverständlich unmöglich auf eine detaillierte Behandlung der Apparate einzugehen.

2) *W. Weber*, Elektrodynamische Mafsbestimmungen, insbesondere Widerstandsmessungen S. 338.

Digitized by Google

kreises hängt ein Coconfaden herab, welcher unten eine leichte, in dem Rahmen kk schwebende Metallplatte trägt. Von der Platte gehen durch zwei seitliche Ausschnitte des Kupferringes zwei schwache Stäbchen herab, welche unten, also im Innern des Ringes, zu Haken umgebogen sind. In diese Haken wird ein Magnetstab gelegt; derselbe ist zu dem Ende in seiner Mitte mit einer Hülse umgeben, an welcher sich oben ein zur Stabaxe senkrechtes Querstäbchen befindet, dessen walzenförmig auslaufende Enden in die Haken eingelegt sind.

Fig. 245.



Auf der in dem Rahmen kk schwebenden Metallplatte ist ein Spiegel mit drei Schräubchen befestigt, so dafs wie bei dem Magnetometer die Lage des Magnetstabes durch ein Fernrohr mit Skala beobachtet wird.

Das Rähmchen kk ist schliefslich aufser auf der dem Spiegel gegenüberliegenden Seite mit leichten Metallplatten verschlossen, letztere Seite, sowie die offenen Seiten des Kupferringes sind mit ebenen Spiegelplatten verschlossen.

Je nach der Stärke der zu messenden Ströme werden dieselben durch einen Draht oder durch alle drei entweder neben einander oder nach einander geführt; sind die zu messenden Ströme zu stark, so führt man nur einen Zweigstrom durch das Galvanometer.

Man beobachtet bei allen Spiegelgalvanometern direkt die Tangenten der doppelten Ablenkungswinkel; da man aber wie gesagt immer nur kleine Ablenkungen beobachtet, darf man dieselben auch den Tangenten der einfachen Ablenkungswinkel, also die Stromstärke der in Skalenteilen beobachteten Ablenkung direkt proportional setzen. Sind die Ablenkungen gleich d, so ist

$$i = kd,$$

worin k eine von der Beschaffenheit des Instrumentes, dem Abstande der Skala vom Spiegel und der horizontalen Intensität des Erdmagnetismus abhängige Konstante bedeutet.

Die Kupferhülsen bei den Apparaten von Wiedemann und W. Weber haben den Zweck, die Magnete in der abgelenkten Lage möglichst rasch zur Ruhe zu bringen. Auf die Theorie der Dämpfung werden wir im

Digitized

§. 149 noch ausführlicher eingehen, hier sei nur erwähnt, daſs man bei den neuern feinern Meſsinstrumenten die Dämpfung so stark macht, daſs der Magnet überhaupt keine Schwingungen mehr vollführt, sondern sofort in der abgelenkten Lage zur Ruhe kommt. Wir werden die dazu erforderlichen Bedingungen bei der Theorie der Dämpfung besprechen.

Den Fehler der einfachen Tangentenbussole hat Gaugain[1]) in einer andern Weise durch Anwendung eines schon früher von v. Helmholtz[2]) angewandten Princips bei der Konstruktion derselben vermieden, er hängt die Nadel excentrisch auf, so daſs der Abstand derselben von der Stromebene gleich dem halben Radius des Stromkreises ist.

Wenn die Nadel dann nur $1/_8$ des Kreisdurchmessers ist, so bleibt bei dieser Anordnung das Tangentengesetz für alle Ablenkungen gültig, wie sich leicht auf folgende Weise zeigen läſst[3]).

Wie wir sahen, ist die Wirkung des Stromes auf ein im Abstande x_1 von dem Stromkreise befindliches nordmagnetisches Molekül, vorausgesetzt, daſs wir den Abstand von der Axe vernachlässigen dürfen,

$$W = c \cdot \frac{2\pi i\, m\, R^2}{(R^2 + x_1^2)^{3/2}},$$

auf ein mit diesem ungleichnamiges, im Abstande x_2 vorhandenes südmagnetisches Molekül

$$W' = -c\,\frac{2\pi i\, m\, R^2}{(R^2 + x_2^2)^{3/2}}.$$

Denken wir uns diese beiden Moleküle zu einer Nadel von der Länge $2l$ verbunden, welche mit dem magnetischen Meridiane den Winkel α bildet, während der Stromkreis dem Meridian parallel ist, so übt der Stromkreis auf diese Nadel ein Drehungsmoment aus, welches die Nadel zu dem Meridiane senkrecht zu stellen sucht, dessen Gröſse ist

$$D = (W - W')\, l \cos\alpha.$$

Der Erdmagnetismus erteilt der Nadel dann ein entgegengesetztes Drehungsmoment, dessen Gröſse ist

$$D' = T\, 2\, lm \sin\alpha.$$

Die Nadel ist im Gleichgewicht, wenn $D = D'$, also

$$c\, 2\, \pi i\, m\, R^2\, l \cos\alpha\, \frac{(R^2 + x_1^2)^{3/2} + (R^2 + x_2^2)^{3/2}}{(R^2 + x_1^2)^{3/2}\,(R^2 + x_2^2)^{3/2}} = T\, 2 lm \sin\alpha.$$

Für die Stromstärke i ergiebt sich daraus

$$i = \frac{T \tang\alpha}{c\, R^2 \pi} \cdot \frac{(R^2 + x_1^2)^{3/2}\,(R^2 + x_2^2)^{3/2}}{(R^2 + x_1^2)^{3/2} + (R^2 + x_2^2)^{3/2}}.$$

Ist nun der Abstand des Mittelpunktes der Nadel von der Kreisebene

---

1) *Gaugain,* Comptes Rendus Bd. XXXVI p. 191. Poggend. Ann. Bd. LXXXVIII.

2) *v. Helmholtz,* nach einer Notiz von *Wiedemann,* Galvanismus. 2. Aufl. Bd. II. S. 197.

3) *Pierre,* Poggend. Ann. Bd. XCIV.

Digitized by Google

gleich x, so ist, wenn wir annehmen x_1 sei der Abstand des Nordpoles von der Kreisebene und dieser sei der Ebene zugewandt,

$$x_1 = x - l \cdot \sin\alpha; \quad x_2 = x + l \cdot \sin\alpha.$$

Setzt man diese Werte in den Ausdruck für i ein, führt die angedeuteten Potenzierungen aus, indem man aber nur bis zu den Gliedern der einzelnen Reihen aufsteigt, welche $\sin^2\alpha$ enthalten, so bekommt man nach passenden Reduktionen leicht den Ausdruck

$$i = \frac{(R^2 + x^2)^{3/2}}{c\, 2 R^2 \pi} \cdot T \cdot \operatorname{tang}\alpha \left\{ 1 + {}^3/_2\, (R^2 - 4x^2)\, \frac{l^2 \cdot \sin^2\alpha}{(x^2 + R^2)^2} \right\}.$$

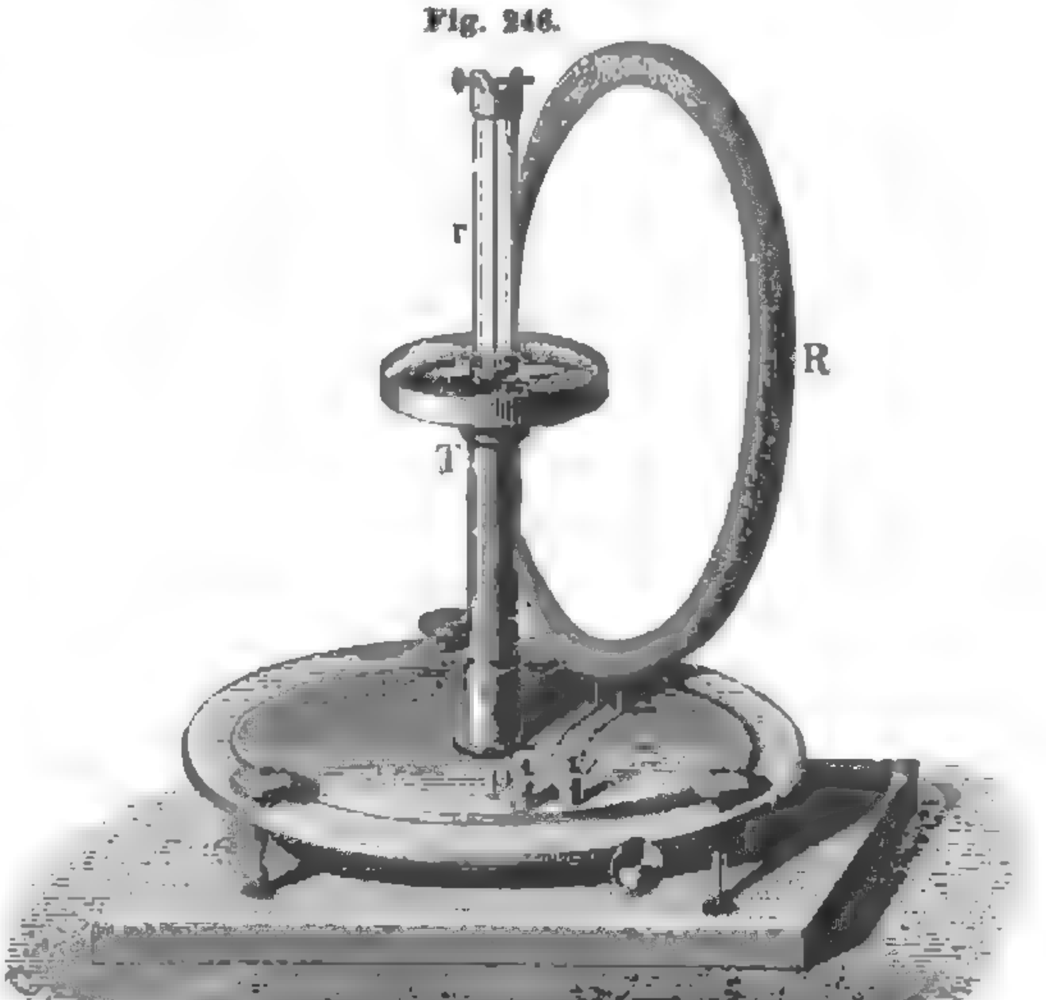
Wenn nun $R = 2x$ ist, so ist das zweite Glied in der Klammer gleich 0, und

$$i = \frac{(R^2 + x^2)^{3/2}}{c\, 2 R^2 \pi} \cdot T \cdot \operatorname{tang}\alpha = \frac{11{,}18 \cdot R T}{16 \cdot c\pi} \cdot \operatorname{tang}\alpha;$$

wie man sieht, ist also für jeden Winkel α, wenigstens wenn derselbe einem Rechten nicht sehr nahe kommt, die Stromstärke der Tangente des Ablenkungswinkels proportional.

Die Form, welche Gaugain der Tangentenbussole gab, zeigt Fig. 216. Auf einen Holzring R, dessen äufsere Fläche konisch abgedreht ist, so dafs die Oberfläche einen Teil eines Kegelmantels bildet, dessen Höhe gleich ein Viertel der Basis, dessen Öffnung also 63° 26′ beträgt, ist Kupferdraht in mehrfachen Windungen aufgerollt, dessen Anfang und Ende in den Klemmschrauben p und z liegt. Neben dem Ringe ist ein Tischchen T mit einem geteilten Kreise, dessen Mittelpunkt in der Spitze des Kegels liegt, auf dessen Mantel der Draht gewickelt ist. Über dem Kreise schwebt die Magnetnadel, an einem Coconfaden hängend, welcher in der Axe der Röhre r an dem oberen Ende derselben befestigt ist. Die Röhre r wird von der Glasplatte getragen, welche den geteilten Kreis bedeckt, um die Nadel vor Luftströmungen zu schützen.

Fig. 246.



Für den Fall, dafs $x = {}^1/_2\, R$, kommt in dem Ausdrucke für i die Länge der Magnetnadel nicht vor, es könnte daher scheinen, dafs diese bei der Gaugainschen Bussole keinen Einflufs hätte, dafs also die oben gemachte Beschränkung, nach welcher dieselbe nur ${}^1/_4\, R$ betragen dürfte

Digitized by Google

überflüssig wäre; das ist jedoch nur scheinbar, denn die Länge der Magnetnadel ist dadurch beschränkt, dafs wir in der Berechnung der Wirkung auf die einzelnen Pole annehmen, dieselben lägen in der Axe des Kreisstromes. Genauere Rechnungen von Bravais[1]), welche die excentrische Lage der Pole berücksichtigen, beweisen, dafs selbst bei der von uns vorausgesetzten Nadellänge bei Annahme des Tangentengesetzes noch ein sehr kleiner Fehler begangen wird[2]).

Die mit der Benutzung der Tangentenbussole in ihrer einfachen Form verbundene Ungenauigkeit hat früher schon Pouillet[3]) zur Konstruktion einer anderen Bussole, der Sinusbussole, veranlafst, welche später hauptsächlich von Poggendorff benutzt worden ist[4]).

Macht man nämlich bei der Tangentenbussole den Stromkreis um eine vertikale durch die Mitte der Nadel gehende Axe drehbar, und dreht denselben der abgelenkten Nadel nach, so dafs die Nadel immer in der Ebene des Stromes bleibt, so stehen die auf die Pole der Nadel wirkenden Kräfte immer senkrecht auf der Axe der Nadel. Das von dem Stromkreis der Nadel erteilte Drehungsmoment ist

$$D = c\frac{2\pi}{R}\, i\, 2\, lm.$$

Die Nadel wird dann um einen solchen Winkel α abgelenkt, dafs das von dem Erdmagnetismus derselben erteilte Drehungsmoment diesem gleich ist, dafs also

$$2lm\, T \sin\alpha = c\frac{2\pi}{R}\, i\, 2lm$$

ist. Daraus folgt

$$i = \frac{R\,T}{c\, 2\pi} \sin\alpha.$$

Die Stromstärke ist dem Sinus des Ablenkungswinkels proportional. Man hat also nur den Winkel α zu beobachten, um welchen man den Stromkreis gedreht hat, um die Stromstärke zu erhalten.

Die Einrichtung einer solchen Bussole zeigt Fig. 247. Auf einem mit Stellschrauben versehenen Fufse ist ein geteilter Horizontalkreis H befestigt. Der Drahtkreis K ist um die vertikale Axe dieses Kreises drehbar. An der Säule, welche den Drahtkreis trägt, ist eine Alhidade A mit einem Nonius befestigt, welcher die Gröfse der Drehung genau zu messen gestattet. Eine zweite Alhidade, ebenfalls fest an der den Drahtring tragenden Säule, trägt die Klemmen zur Aufnahme der Leitungsdrähte. Die Aufhängung der Nadel ist genau wie bei der eben beschriebenen Tangentenbussole. Auf dem oberen geteilten Kreise fällt der durch die Punkte 0° und 180° gelegte Durchmesser mit der Ebene des Draht-

1) *Bravais,* Comptes Rendus. T. XXXVI. p. 189. Poggend. Ann. Bd. LXXXVIII.

2) Andere Anordnungen zu demselben Zwecke sehe man *Maxwell,* a Treatise etc. Bd. II art. 714 (deutsche Ausgabe S. 443).

3) *Pouillet,* Comptes Rendus. T. IV. p. 267. Poggend. Ann. Bd. XLII.

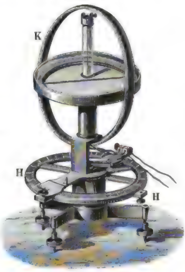
4) *Poggendorff,* Poggend. Ann. Bd. L.

Digitized by Google

ringes zusammen; man hat also den Apparat immer so einzustellen, dafs die Nadel auf die Punkte 0° und 180° zeigt[1]).

Ausser den bisher beschriebenen Mefsapparaten, welche die Intensität eines Stromes aus der beobachteten Ablenkung einer Magnetnadel zu bestimmen gestatten, müssen wir an dieser Stelle noch der Galvanometer oder Multiplikatoren erwähnen, welche weniger den Zweck haben, die Stärke von Strömen zu messen, als die Existenz sehr schwacher Ströme nachzuweisen.

Fig. 247.



Die Principien, auf welchen die Konstruktion dieser, zuerst von Schweigger[2]) und Poggendorff[3]) angegebenen Apparate beruht, sind folgende.

Da jeder Drahtkreis, welcher in demselben Sinne um eine Magnetnadel geführt wird, der Magnetnadel ein Drehungsmoment nach derselben Richtung erteilt, so wird eine Vervielfältigung der Drahtkreise schon eine Ablenkung der Nadel durch einen Strom hervorbringen, wenn ein einzelner Drahtring noch lange nicht imstande ist die Nadel abzulenken. Durch Vervielfachung der Windungen, welche um die Nadel geführt werden, wird allerdings auch die Stärke des Stromes geschwächt, es giebt deshalb eine Grenze, über welche hinaus eine Vermehrung der Windungen keine Verstärkung der Wirkung mehr zur Folge hat, da durch dieselbe die Stromstärke in einem stärkeren Verhältnisse geschwächt wird, als die ablenkende Kraft verstärkt wird. Diese Grenze hängt ab von der Natur der Elektricitätsquelle, oder vielmehr von dem Widerstande des Schliefsungsbogens aufser dem Galvanometer; wir können dieselbe leicht in folgender Weise bestimmen.

Denken wir uns eine Magnetnadel zunächst von einem einzigen dicken Kupferinge umgeben, dessen Widerstand gleich R sei, sei ferner der Widerstand des anderen Teils des Schliefsungsbogens gleich r und die elektromotorische Kraft der Kette gleich e, so ist das der Stromstärke proportionale Drehungsmoment auf die Nadel

$$D = k \frac{e}{R + r}.$$

Wird jetzt dieser Kupferring zu einem Drahte von $n$facher Länge

1) Andere Formen der Tangenten- und Sinus-Bussole sehe man: *Wiedemann*, Elektricitätslehre Bd. III. §. 251 ff.

2) *Schweigger*, Schweiggers Journal. Bd. XXXI. 1821.

3) *Poggendorff*, Gilberts Annalen. Bd. LXVII. 1821.

Digitized by Google

ausgezogen, dessen Querschnitt dadurch $\frac{1}{n}$ des Ringes ist, so wird die Stromstärke

$$i = \frac{e}{n^2 R + r},$$

wird aber der ganze Draht in n Windungen um die Nadel geführt, so würde bei gleicher Stromstärke auch das Drehungsmoment das $n$fache geworden sein, da jede Drahtwindung dann ebenso wirkt, als der Kupferring. Daraus folgt, daſs das Drehungsmoment D_1 jetzt ist

$$D_1 = \frac{n e}{n^2 R + r}.$$

Der Ausdruck auf der rechten Seite erhält nun seinen gröſsten Wert, wie eine der im §. 80 durchgeführten ganz gleiche Rechnung zeigt, wenn

$$n^2 R = r,$$

wenn also der Widerstand im Multiplikator dem sonstigen Widerstande der Kette an Gröſse gleich ist[1]).

Hat man daher eine Elektricitätsquelle, welche auſser dem Multiplikator in den Stromkreis keinen bedeutenden Widerstand bringt, so muſs man auch einen Multiplikator anwenden, dessen Widerstand nicht groſs ist, man muſs also eine beschränkte Zahl von Windungen dicken Kupferdrahtes benutzen; ist dagegen der Widerstand r sehr groſs, so muſs man auch n sehr groſs nehmen, also einen Multiplikator mit sehr vielen Windungen feinen Drahtes benutzen.

Ersteres ist z. B. der Fall bei Thermoströmen, wo die ganze Kette metallisch ist; wie wir bei Besprechung der strahlenden Wärme bereits erwähnten, wendet man bei denselben ungefähr 80 Windungen dickeren Kupferdrahtes an. Sind feuchte Leiter in dem Stromkreise von geringem Querschnitt, wie z. B. bei den physiologisch elektrischen Versuchen Du Bois-Reymonds, so wendet man Multiplikatoren von mehreren tausend, bis zu 25000 Windungen an.

Da das Drehungsmoment, welches ein Stromkreis auf die Nadel ausübt, mit dem Durchmesser des Stromkreises abnimmt, so windet man die innersten Windungen so enge, daſs nur eben die Magnetnadel in dem inneren Raume des Multiplikators Platz hat. Wie wir bereits im dritten Teile S. 161 erwähnten, wickelt man zu dem Ende den Draht um das Rähmchen Fig. 248, in dessen horizontaler Spalte ss die Magnetnadel schwebt. Der Zwischenraum zwischen den vertikalen Brettchen des Rähmchens wird mit den Windungen angefüllt, wie es Fig. 250 zeigt.

Anstatt einer einfachen Magnetnadel wendet man ferner eine astatische Doppelnadel an; dieselbe besteht aus zwei möglichst gleich stark magnetisierten feinen Nadeln von hartem Stahl, welche (Fig. 249) in ein leichtes Stäbchen von Elfenbein eingesteckt sind, so daſs sie einander parallel möglichst genau in einer Ebene und so liegen, daſs die eine ihren Nordpol dort hat, wo die andere ihren Südpol hat. Diese Nadeln

1) Man sehe auch über die Empfindlichkeit der Multiplikatoren eine Abhandlung von *Heinrich Weber*. Poggend. Ann. Bd. CXXXVII.

Digitized by Google

werden nur mit der Differenz der auf beide wirkenden Richtkraft des Erdmagnetismus in dem magnetischen Meridiane gehalten; je kleiner daher diese Differenz ist, um so leichter wird ein schwacher Strom, welcher auf beide in gleichem Sinne ablenkend wirkt, das Nadelsystem ablenken. Damit der Stromkreis auf beide Nadeln in gleichem Sinne ablenkend wirke, mufs die eine über den Windungen, die andere zwischen denselben schweben.

Fig. 248.

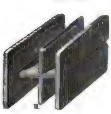


Fig. 249.

Fig. 250.

Die Anordnung dieser Teile im Galvanometer zeigt Fig. 250. Der Rahmen mit den Drahtwindungen liegt auf der Mitte einer Messingplatte *m*, welche ihrerseits auf der durch Stellschrauben horizontal zu stellenden Bodenplatte *b* des Apparates liegt. Ein in der Mitte der die Windungen tragenden Messingplatte befestigter konischer Zapfen reicht durch eine Durchbohrung der Bodenplatte hindurch, so dafs die Messingplatte *m* um die Axe des ganzen Apparates gedreht werden kann. Der Zapfen ist unten nach Art eines Triebes ausgeschnitten, in welchen eine Schraube ohne Ende *s* eingreift, welche andererseits an der Bodenplatte befestigt ist. Durch eine kleine, in der Figur nicht sichtbare, Hebelvorrichtung kann die Schraube aus dem Trieb gelöst werden, so dafs die gröfseren Drehungen mit freier Hand und die feineren mit der Schraube *s* vorgenommen werden. Die Enden der Drahtwindungen sind mit den auf einem Vorsprunge der Platte *m* befestigten Klemmschrauben *p*, *q* verbunden. An dem abgebildeten Apparate sind vier solcher Klemmen vorhanden, je

Digitized by Google

zwei stehen mit einem besonderen Drahte in Verbindung, die beiden äufseren mit einem in 80 Windungen um das Rähmchen geführten Kupferdrahte von 1 mm Dicke, die beiden inneren mit einem feineren Drahte, welcher in 12000 Windungen den Rahmen umgiebt.

Das astatische Nadelsystem hängt an einem Coconfaden, dessen oberes Ende in der Mitte des Rahmens *EFG* befestigt ist. Die Ebene dieses Rahmens ist senkrecht zur Ebene der Drahtwindungen; durch Drehung des Knopfes *K* kann das Nadelsystem etwas gehoben oder gesenkt werden, ohne dafs der Faden tordiert wird; es wird so gehängt, dafs die obere Nadel über der auf den Windungen liegenden Kreisteilung, die untere in der horizontalen von den Windungen gelassenen Spalte frei schwebt.

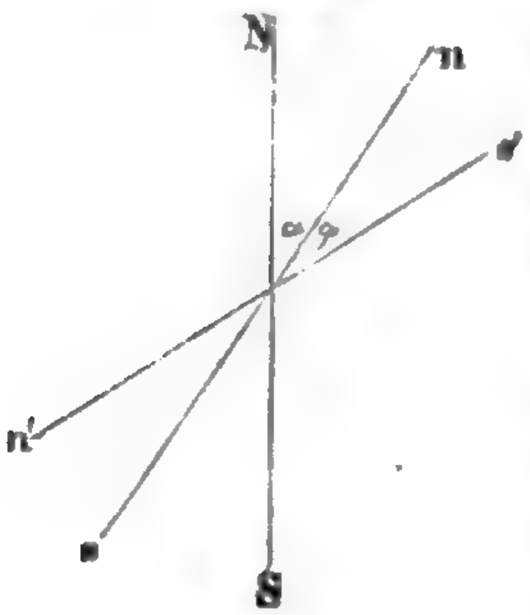
Um die Schwingungen der Nadeln etwas zu beschränken, sind an den vom Nullpunkte der Teilung auf dem geteilten Kreise um 90° entfernten Teilstrichen feine Metallstiftchen oder Glimmerblättchen vertikal befestigt.

Die Windungen mit der Nadel werden schliefslich mit einer Glasglocke bedeckt, welche oben durchbohrt ist, um den Knopf *K* hindurch zu lassen.

Das astatische System mufs möglichst leicht sein, damit sein Trägheitsmoment möglichst klein ist; es ist das deshalb notwendig, damit ein momentaner Strom eine bedeutende Ablenkung zur Folge hat.

Bei den Versuchen stellt man am besten die Ebene der Windungen der Richtung der oberen Nadel parallel; diese Richtung fällt, wenn die Astasie der Nadeln möglichst weit getrieben ist, nicht mit der Richtung des Meridianes zusammen, sondern ist eine andere. Es ist nämlich nicht möglich, die beiden Nadeln genau parallel zu stellen, so also, dafs sie in einer Vertikalebene liegen. Dann wird aber, wenn das magnetische Moment der beiden Nadeln ganz gleich ist, die durch den spitzen Winkel der beiden gelegte Vertikalebene sich senkrecht zu dem Meridiane stellen; ist das Moment der Nadeln verschieden, so werden sie irgend einen anderen Winkel mit dem Meridiane bilden. Denn bezeichnet m das magnetische Moment der einen Nadel ns Fig. 251, m' das der anderen $n' s'$ und φ den Winkel, welchen dieselben mit einander bilden, so ist die Bedingung der Gleichgewichtslage, wenn ns mit dem Meridiane NS den Winkel α bildet,

Fig. 251.



$$m \cdot \sin\alpha = m' \cdot \sin\{180^0 - (\alpha + \varphi)\},$$

woraus

$$\operatorname{tang}\alpha = \frac{m' \cdot \sin\varphi}{m - m' \cdot \cos\varphi}.$$

Es ändert sich demnach der Winkel α mit der Differenz $m - m'$, und dem Winkel φ, ist $m = m'$, so wird

$$\operatorname{tang}\alpha = \frac{\sin\varphi}{1 - \cos\varphi} = \cot\frac{\varphi}{2},$$

so dafs also dann die Ablenkung um so gröfser wird, je kleiner der

Winkel ist, welchen die Nadeln mit einander bilden. Ist $m = m'$ und $\varphi = 0$, so erhält der Ausdruck für tang α die Form $^0/_0$, wie wir sahen ist dann die Lage des Nadelsystems unbestimmt[1]).

Aufser dieser sogenannten freiwilligen Ablenkung der Magnetnadeln im Galvanometer ist noch eine andere störende Ablenkung zu erwähnen, welche eintritt, wenn $m - m'$ sehr klein ist, welche daher rührt, dafs alles Kupfer eisenhaltig ist. Die Windungen ziehen deshalb die Nadeln an; wenn die Nadeln dann in der Nulllage sich befinden, so dafs die Windungen auf beiden Seiten gleichmäfsig verteilt sind, ist das Nadelsystem in einer labilen Gleichgewichtslage, sobald es aber nach einer Seite aus dieser Lage abweicht, wird es durch die Anziehung der eisenhaltigen Windungen so weit abgelenkt, bis die noch vorhandene Direktionskraft des Erdmagnetismus der Anziehung der eisenhaltigen Windungen das Gleichgewicht hält.

Diese Ablenkung kann dadurch aufgehoben werden, dafs man durch einen kleinen am Apparate angebrachten Magnet die Anziehung der eisenhaltigen Windungen kompensiert; am besten ist dazu wohl die Methode von Du Bois-Reymond geeignet, welcher an einem kleinen vertikalen Messingstab gerade über dem Nullpunkte der Teilung einen kleinen Magnet, ein Stück einer magnetisierten Nadel etwa, anbringt[2]). Der Magnetismus des Stäbchens reicht nur eben aus, die Nulllage zur stabilen Gleichgewichtslage zu machen; sobald die Nadel durch den Strom abgelenkt ist, ist wegen der Entfernung der Pole, und da dann der Magnet auf die ungleichnamigen Pole entgegengesetzt wirkt, der Einflufs des Magnets verschwindend klein.

Eine andere Methode zu astasieren, welche von Sauerwald an dem Wiedemannschen Galvanometer und von Meyerstein an seinem Spiegelgalvanometer angewandt ist, besteht darin, dafs man unter oder über dem Magnet des Galvanometers parallel dem magnetischen Meridian einen kleinen Magnet anbringt, dessen Nordpol nach Süden, dessen Südpol nach Norden zeigt. Da die Einwirkung dieses Magnetes der Richtkraft der Erde gerade entgegenwirkt, kann man durch Regulieren des Abstandes dieses Magnetes von jenem der Bussole den letztern in beliebigem Grade astasieren, so dafs diese Form des Astasierens besonders dann den Vorzug verdient, wenn derselbe Apparat zur Messung sehr verschiedener Ströme dienen soll.

Das Galvanometer wird hauptsächlich zum Nachweise der Existenz schwacher Ströme angewandt; soll es auch zu Messungen benutzt werden, so mufs man dasselbe graduieren.

Eine Methode zu diesem Zwecke haben wir bereits im dritten Teile bei Gelegenheit der Untersuchungen über die strahlende Wärme beschrieben; aufser dieser sind noch eine ganze Reihe anderer Methoden ange-

1) *Moser*, Doves Repertorium. Bd. I. S. 259.

2) *Du Bois-Reymond*. In den Untersuchungen über tierische Elektricität sind die genauesten und ausführlichsten Untersuchungen über den Multiplikator enthalten, aus denen auch im wesentlichen die jetzige Form desselben hervorgegangen ist. Man sehe in denselben Bd. I. S. 162 und Bd. II. S. 477. Die Untersuchung über die störende Kurve siehe Bd. I. S. 179.

Digitized by Google

wandt, von denen besonders die Poggendorffsche[1]) sich durch Exaktheit auszeichnet; wir verweisen betreffs derselben auf die Originalabhandlung.

§. 128.

Messung der Stromstärken nach absolutem Mafse. Wir haben bis jetzt drei Methoden kennen gelernt, die Intensität eines galvanischen Stromes zu messen, die chemische mit dem Voltameter, die elektromagnetische mit der Tangentenbussole oder Sinusbussole und die elektrodynamische mit dem Elektrodynamometer. Bei ersterer Methode war die Stromstärke einfach der Menge der in gleichen Zeiten zersetzten Flüssigkeit, also bei dem Wasservoltameter der Menge des zersetzten Wassers proportional. Wir gelangten dabei sofort zu einer bestimmten Einheit der Stromstärke, indem wir jenem Strome die Einheit der Stromstärke beilegten, welcher in der Einheit der Zeit die Einheit der chemischen Wirkung ausübt. Von Rücksichten der praktischen Brauchbarkeit geleitet, setzten wir als Einheit der Zeit die Minute und als Einheit der chemischen Wirksamkeit die Zersetzung einer Wassermenge fest, welche ein Kubikcentimeter Knallgas bei 0^0 und 760 mm Druck liefert.

Auf diese Einheit haben wir zunächst alle Stromstärken bezogen, und so für die Stromstärken bestimmte Zahlenwerte erhalten. Die magnetischen oder elektrodynamischen Wirkungen waren dann diesen Stromstärken proportional, und wie wir sahen, konnten wir auch mit Hilfe der Tangentenbussole die Stromstärke in diesem Mafse ausdrücken, indem wir auf das Gesetz der Proportionalität gestützt für die Tangentenbussolen den Reduktionsfaktor bestimmten.

Anstatt dieser willkürlichen chemischen Einheit der Stromstärke kann man ebenso gut die elektromagnetischen oder elektrodynamischen Wirkungen benutzen, um zu einer Einheit für die Stromstärke zu gelangen, indem man mit Weber als die Einheit jene Stromstärke bezeichnet, welche unter den Normalverhältnissen die Einheit der Wirkung ausübt[2]).

Als die Einheit der Stromstärke in elektromagnetischem Mafse bezeichnet Weber die Stärke eines Stromes, welcher in einem kreisförmigen Leiter die Flächeneinheit umfliefst und einem Magnete in der Einheit der Entfernung, dessen Axe in der Ebene des Leiters liegt, ein der Einheit gleiches reduziertes Drehungsmoment erteilt.

Denken wir uns an der Stelle des Kreisstromes in diesem Falle einen Magnet, dessen magnetisches Moment der Einheit gleich ist, dessen Axe senkrecht ist zu der Ebene des Kreisstromes, so erteilt dieser Magnet dem anderen nach §. 17 ebenfalls ein der Einheit gleiches reduziertes Drehungsmoment, so dafs also der die Flächeneinheit umfliefsende Strom von der

---

1) *Poggendorff*, Poggend. Ann. Bd. LVI. Über andere Methoden siehe *Wiedemann*, Elektricitätslehre Bd. III. §. 283 ff. Die schon vorhin erwähnten Spiegelgalvanometer haben jetzt fast ganz die Multiplikatoren verdrängt. Man wendet bei denselben stets so kleine Ablenkungen an, dafs sie als Tangentenbussolen verwandt werden, und giebt ihnen eine solche Empfindlichkeit, dafs sie auch die schwächsten Ströme zu messen gestatten.

2) *Kohlrausch* und *Weber*, Elektrodynamische Mafsbestimmungen §. 1, und *W. Weber*, Elektrodynamische Mafsbestimmungen, insbesondere Widerstandsmessungen.

Digitized by Google

Stärke eins auf einen anderen Magnet gerade so wirkt, wie ein kleiner Magnet, dessen magnetisches Moment gleich der Einheit ist.

Hiernach können wir die elektromagnetische Einheit der Stromstärke auch so definieren, dafs jener Strom die Einheit der Stärke besitzt, welcher die Einheit der Fläche umfliefsend dieselbe magnetische Wirkung in die Ferne ausübt, wie ein Magnet, dessen magnetisches Moment der Einheit gleich ist, und welcher in dem Mittelpunkte des Kreisstromes senkrecht zur Ebene desselben liegt.

Wenn wir bei dieser Bestimmung dasselbe Mafs anwenden, welches Gauss bei Messung des Magnetismus anwandte, so ist dieses elektromagnetische Strommafs ebenso ein absolutes Strommafs, wie wir im ersten Abschnitt dieses Teiles das Mafs für den Magnetismus ein absolutes nannten.

Um die Intensität eines Stromes in diesem Mafse zu erhalten, haben wir das Drehungsmoment zu bestimmen, welches ein Strom in der angegebenen Lage auf einen Magnet aus grofser Entfernung ausübt; bequemer indes gelangen wir dazu, wenn wir das bereits von uns bestimmte Drehungsmoment dazu benutzen, welches ein Kreisstrom, welcher sich in der Ebene des Meridianes befindet, auf einen entfernten in seiner Axe befindlichen, dem Meridiane ebenfalls parallelen Magnet ausübt. Da nämlich der die Flächeneinheit umfliefsende Strom von der Einheit der Stärke nach aufsen so wirken soll, wie ein in seiner Mitte befindlicher zu seiner Ebene senkrechter Magnet, dessen Moment der Einheit gleich ist, so besitzt auch jener Strom die Einheit der Stärke, welcher in dieser Lage ebenso auf einen entfernten Magnet wirkt, wie ein Magnet mit der Einheit des Momentes auf einen anderen in der ersten Hauptlage (§. 17) wirkt.

Das Drehungsmoment, welches ein Kreisstrom vom Radius R auf einen Magnet, dessen Moment gleich m sei, und dessen Entfernung von dem Stromkreise gleich r ist, ausübt, ist nach dem vorigen Paragraphen

$$D = c\,\frac{2 \,.\, i \,.\, R^2 \pi \,.\, m}{r^3}.$$

Das auf die Einheit der Entfernung reduzierte Drehungsmoment somit

$$r^3 D = c \,.\, 2\,i \,.\, R^2 \pi \,.\, m$$

oder, wenn wir $i = 1$, $R^2 \pi = 1$ setzen,

$$r^3 D = c \,.\, 2\,m.$$

Das Drehungsmoment, welches ein Magnet, dessen Moment gleich eins ist, aus der Entfernung r auf einen anderen in der ersten Hauptlage ausübt, dessen Moment gleich m ist, ist

$$D = \frac{2\,m}{r^3},$$

das reduzierte also

$$r^3 D = 2\,m.$$

Da beide Drehungsmomente gleich sind, so ist

$$c.\,2\,m = 2\,m; \qquad c = 1.$$

Wenn wir also die Stromstärke nach elektromagnetischem Mafse

Digitized by Google

messen, ist die Konstante c in den Ausdrücken für die Einwirkung eines Stromelementes auf einen Magnetpol gleich 1.

Ein Strom, dessen Intensität im elektromagnetischen Mafse gleich i ist und welcher eine Fläche vom Radius R umkreist, wirkt also auf einen entfernten Magnet gerade so, wie ein unendlich kleiner im Mittelpunkte der Fläche befindlicher Magnet, dessen Axe zu der Fläche senkrecht ist, und dessen magnetisches Moment ist

$$M = R^2 \pi \, . \, i.$$

Ein Magnet vom Momente m, welcher in der Ebene des Stromkreises in einer grofsen Entfernung r von dem Mittelpunkte sich befindet, dessen Axe dem Stromkreise parallel ist, erhält daher von diesem Strome ein Drehungsmoment

$$D = \frac{R^2 \pi \, i \, m}{r^3};$$

denn dieser Magnet befindet sich in Bezug auf den den Stromkreis ersetzenden Magnet in der zweiten Hauptlage (§. 17).

Die Tangentenbussole liefert uns darnach, soweit das Tangentengesetz strenge richtig ist, die Stromstärke sofort in absolutem Mafse. Denn ist der Winkel, um welchen die Magnetnadel von einem Strome, dessen Intensität in elektromagnetischem Mafse gleich i ist, aus dem magnetischen Meridian abgelenkt wird, gleich α, und ist die horizontale Intensität des Erdmagnetismus gleich T, so ist die Gleichgewichtsbedingung der Nadel

$$T \, . \, \sin \alpha = \frac{2 \, R^2 \pi \, . \, i}{r^3} \cdot \cos \alpha,$$

woraus

$$i = \frac{r^3 \, T}{2 \, R^2 \pi} \, . \, \operatorname{tang} \alpha.$$

Befindet sich die Nadel im Mittelpunkte des Kreises, ist also $r = R$, so ist

$$i = \frac{R \, T}{2 \pi} \cdot \operatorname{tang} \alpha.$$

Bezeichnen wir den Winkel, um welchen der Strom von der Stärke eins die Nadel ablenkt, mit α', so ist

$$1 = \frac{R \, T}{2 \pi} \cdot \operatorname{tang} \alpha'.$$

$$\operatorname{tang} \alpha' = \frac{2 \pi}{R \, T}.$$

In einer Tangentenbussole vom Radius R lenkt also ein Strom, dessen Stärke der Einheit gleich ist, die Nadel um einen Winkel ab, dessen Tangente gleich ist $\frac{2 \pi}{R \, T}$.

Zur Bestimmung der Stromintensität nach absolutem Mafse bedarf es demnach der Kenntnis der horizontalen Intensität des Erdmagnetismus, deren Bestimmung indes nach dem ersten Abschnitte keiner grofsen Schwierigkeit unterliegt.

Kennt man dieselbe nicht, so ist es auch dann noch möglich, die Stromstärke nach absolutem Mafse aus der Beobachtung der chemischen

Digitized by Google

Wirkung oder dem für eine Tangentenbussole an einem bestimmten Orte bestimmten Reduktionsfaktor zu erhalten, wenn man das Verhältnis der elektromagnetischen Einheit zur chemischen Einheit kennt.

Um dieses Verhältnis zu bestimmen, hat zuerst W. Weber die Stromstärke nach absolutem Maſse genau bestimmt, welche in der Zeiteinheit, für welche Weber die Sekunde setzt, ein Milligramm Wasser zersetzt[1]). Weber leitete zu dem Ende einen Strom durch einen Wasserzersetzungsapparat und zugleich durch eine bifilar aufgehängte Drahtrolle, deren Ebene mit derjenigen des Meridianes zusammenfiel. Als Wasserzersetzungsapparat diente eine ∞förmig gebogene Glasröhre, in deren verschlossenes Ende das zu zersetzende Wasser gebracht war, während das offene Ende unter Quecksilber mündete, über welchem das entwickelte Knallgas aufgefangen wurde. Um den Strom in das Wasser zu leiten, waren Platindrähte in die Röhre nahe dem verschlossenen Ende eingeschmolzen. Die Menge des zersetzten Wassers wurde aus dem beobachteten Volumen des entwickelten Gases bestimmt.

Die Intensität des Stromes nach absolutem Maſse wurde aus der beobachteten Ablenkung der bifilaren Rolle bestimmt. Die Rolle war dem Meridiane parallel, wurde sie von dem Strome durchflossen, so strebte der Erdmagnetismus ihre Ebene zum Meridiane senkrecht zu stellen, und die Gleichgewichtslage war erreicht, wenn das Drehungsmoment infolge der Aufhängung dem der Rolle durch den Erdmagnetismus erteilten Drehungsmomente gleich war. Die Intensität in absolutem Maſse ergiebt sich daraus folgendermaſsen.

Ein Strom, dessen Intensität gleich 1 ist und welcher die Flächeneinheit umkreist, wird in Bezug auf seine magnetischen Wirkungen durch einen in seinem Mittelpunkte befindlichen, der Axe des Stromes parallelen Magnet, dessen Moment gleich 1 ist, ersetzt; ein Strom, dessen Intensität gleich J ist, und welcher die Fläche F umkreist, wird demnach in Bezug auf sein magnetisches Verhalten durch einen ebenso liegenden Magnet ersetzt, dessen Moment gleich $J \,.\, F$ ist, denn wie wir sahen, ist die magnetische Wirkung eines Stromes dem von ihm umkreisten Flächenraume und der Stromintensität direkt proportional.

Ist die Axe eines solchen Magnets senkrecht zur Ebene des Meridians, so ist die von dem Erdmagnetismus ihm gegebene Direktionskraft $J \cdot F \cdot T$, wenn T die horizontale Intensität des Erdmagnetismus bedeutet. Bildet er mit dem Meridiane den Winkel β, so ist das ihn in den Meridian führende Drehungsmoment gleich $J \cdot F \cdot T \cdot \sin\beta$.

Dieselbe Kraft, welche diesen Magnet in den Meridian zu führen strebt, sucht die mit der Meridianebene parallele Drahtrolle zum Meridiane senkrecht zu stellen; ist daher der Winkel, welchen sie mit dem Meridiane bildet, gleich α, so ist das ihr von dem Erdmagnetismus erteilte Drehungsmoment gleich

$$J \cdot F \cdot T \cdot \cos\alpha.$$

Bezeichnet D die Direktionskraft der Rolle infolge der bifilaren Aufhängung, welche die Rolle im Meridiane zu halten sucht, so ist das sie

1) *Weber*, Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins im Jahre 1840.

Digitized by Google

in den Meridian bei der Ablenkung α zurückführende Drehungsmoment gleich $D \cdot \sin \alpha$; die Gleichgewichtsbedingung ist also

$$J F T \cdot \cos \alpha = D \cdot \sin \alpha,$$

somit die Intensität J

$$J = \frac{D}{FT} \cdot \operatorname{tang} \alpha.$$

Der auf die Rolle aufgewundene Draht bildete 1130 Umwindungen, die Peripherie der Rolle betrug 164 mm, die Länge des Drahtes war 253600 mm. Der Flächeninhalt der von dem Drahte gebildeten Kreise kann für die von dem Drahte umflossene Fläche gesetzt werden; Weber berechnet dieselbe zu

4638330 Quadratmillimeter.

Um die Direktionskraft D zu erhalten, wurde zunächst nach der Gauſsschen Methode das Trägheitsmoment der Rolle bestimmt und zu

$$K = 77940000$$

gefunden, und darauf die Schwingungsdauer der Rolle, wenn sie nicht vom Strom durchflossen war, beobachtet. Die Schwingungsdauer ergab sich

$$t = 8'',0803,$$

daraus dann

$$D = \frac{\pi^2 K}{t^2} = 117817000.$$

Die absolute Intensität des Erdmagnetismus am Orte der Beobachtung wurde direkt bestimmt und ergab sich

$$T = 1,7026.$$

Die aus 5 Messungen erhaltenen Resultate sind folgende:

Zersetztes Wasser in Milligrammen	Dauer der Zersetzung ϑ''	$J. \vartheta.$
14,2346	1168″	1522,44
14,2026	1280″	1504,92
14,0872	1135″,5	1506,46
14,0182	1154″	1501,43
13,9625	1263″	1484,90.

Dividieren wir die in der Zeit ϑ zersetzte Wassermenge durch $J \cdot \vartheta$, so erhalten wir die Wassermenge, welche ein Strom, welcher nach elektromagnetischem Maſse die Stromstärke eins hat, in der Zeiteinheit, 1″, zersetzt; es ergiebt sich als Mittel aus den 5 Beobachtungen

0,009376 Milligramm.

Setzt man nun als chemische Einheit der Stromstärke jene fest, welche in einer Sekunde ein Milligramm Wasser zersetzt, so ergiebt sich als Verhältnis der chemischen und absoluten Einheit

$$\frac{1}{0,009376} = 106,66,$$

Digitized by Google

oder die so gewählte chemische Einheit ist 106,65 Mal gröfser als die elektromagnetische oder absolute Einheit.

Wir haben jene Stromstärke nach chemischem Mafse als Einheit gesetzt, welche in der Minute ein Kubikcentimeter Knallgas liefert; das Verhältnis derselben zur absoluten Einheit wird folgendermafsen bestimmt.

Die absolute Einheit zersetzt in der Minute

$$60 \cdot 0{,}009376 = 0{,}56256 \text{ Milligramme Wasser,}$$

sie liefert also in der Minute, da ein Kubikcentimeter Knallgas 0,53631 Milligramm wiegt,

$$1{,}0489 \text{ Kubikcent. Knallgas.}$$

Ein Strom, welcher in der Minute einen Kubikcent. Knallgas liefert, steht also zur absoluten Einheit im Verhältnis

$$\frac{1}{1{,}0489} = 0{,}9534.$$

Die von uns gewählte Einheit der Stromstärke ist also nur um wenig kleiner als die absolute Einheit.

Die Bestimmung von Weber ist später mehrfach wiederholt worden, von Casselmann[1]), Bunsen[2]), Joule[3]) und von F. Kohlrausch[4]), und zwar nicht allein durch Wasserzersetzung, sondern auch durch Zersetzung von Glaubersalzlösung, Kupfervitriollösung, Silbernitratlösung u. a., und neuerdings wieder von Mascart[5]), F. und W. Kohlrausch[6]), sowie Lord Rayleigh[7]) durch Zersetzung von Silbernitrat, woraus sich nach dem Faradayschen Gesetze die Wassermenge berechnen läfst, welche durch die Webersche absolute Stromeinheit zersetzt wird. Wir stellen die erhaltenen Resultate zusammen, in der ersten Kolumne die in der Sekunde zersetzte Wassermenge, in der zweiten die abgeschiedene Silbermenge in Milligrammen.

	zers. Wasser	abgesch. Silber
Casselmann	0,009331	
Bunsen	0,0092705	
Joule	0,009239	
F. Kohlrausch	0,009476	
Mascart	0,009297	0,11156
F. und W. Kohlrausch .	0,009328	0,11183
Rayleigh	0,009326	0,1118

Man sieht, die drei letzten Beobachtungen, besonders die mit äufserster Sorgfalt durchgeführte von F. und W. Kohlrausch weichen ebenso wie

1) *Casselmann,* Die Kohlenzinkkette. Marburg 1843.
2) *Bunsen.* In der Abhandlung von Reiset: Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. VIII. p. 33.
3) *Joule,* Philosophical Magazin IV. Reihe, Bd. II. 1851.
4) *F. Kohlrausch,* Nachrichten der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen 1873. Poggend. Ann. Bd. CXLIX.
5) *Mascart,* C. R. XCIII p. 50. Journal de phys. 2 Série T. I.
6) *F.* und *W. Kohlrausch,* Sitzungsber. d. phys. Ges. zu Würzburg 1884.
7) *Rayleigh* u. *Mrs Sidgwick,* Proc. Roy. Soc. v. XXXVII p. 144.

Digitized by Google

die Casselmannsche von der ersten von W. Weber kaum um $^1/_2$ Prozent ab, das Mittel aller Beobachtungen würde 0,009322; damit würde sich für unsere chemische Einheit in absolutem Mafse ergeben

0,9589.

Mit dieser Zahl sind die in chemischem Mafse wie bisher gemessenen Stromstärken zu multiplizieren, um sie in Webersche absolute Einheiten zu verwandeln, oder eine Webersche Einheit ist gleich 1,0434 unserer chemischen Einheit.

Die Webersche Einheit setzt die absoluten Mafse von Gaufs, Milligramm, Millimeter, Sekunde voraus. Um die Einheit in dem Gramm, Centimeter, Sekunde [C G S] System auszudrücken, ist es am bequemsten, zunächst die Dimensionen des elektromagnetischen Strommafses anzugeben. Wir gehen dazu davon aus, dafs das Produkt aus der Stromstärke und einer Fläche die Bedeutung eines magnetischen Momentes hat, denn eine vom Strome i umflossene Fläche F ist gleichwertig einem Magnete, dessen Moment gleich iF ist. Da die Fläche das Quadrat einer Länge ist, so ergiebt sich nach §. 17

$$i\lambda^2 = z\,[\mu^{1/2}\lambda^{5/2}\tau^{-1}],$$

somit

$$i = z\,[\mu^{1/2}\lambda^{1/2}\tau^{-1}],$$

wenn μ das Zeichen der Masse, λ das der Länge, τ das der Zeit ist. Um den im Gaufsschen System gegebenen Zahlenwert z im [C G S] System auszudrücken, haben wir nach Seite 549 des ersten Bandes zu schreiben

$$\text{mgr} = \frac{\text{Gramm}}{1000}, \qquad \text{mm} = \frac{\text{cm}}{10}$$

oder

$$i = z\left[\frac{\text{gr}^{1/2}}{\sqrt{1000}}\,\frac{\text{cm}^{1/2}}{\sqrt{10}}\,\tau^{-1}\right] = 0{,}01\,z\,[\text{gr}^{1/2}\,\text{cm}^{1/2}\,\text{sec}^{-1}].$$

Im [C G S] System werden also die Stromstärken durch Zahlen gegeben, welche ein Hundertstel der Zahlen sind, welche dieselbe Stromstärke in Weberschen Einheiten wiedergeben, die Einheit im [C G S] System ist somit das Hundertfache der Weberschen.

Wir haben schon mehrfach darauf hingewiesen, dafs man in neuerer Zeit das elektromagnetische Strommafs in die elektrotechnische Praxis eingeführt hat. Der Elektrikerkongrefs zu Paris im Herbst des Jahres 1881 hat auf den Antrag englischer Physiker, welche schon länger als praktisches Mafs das Zehnfache der Weberschen Stromeinheit benutzt und dieses Mafs als ein Weber bezeichnet hatten, diese Einheit als allgemeine Einheit acceptiert, derselben aber nicht den Namen Weber gelassen, sondern ihr den Namen Ampère gegeben. Als Grund dieser Namensänderung wurde angegeben, dafs die ursprünglich von Weber aufgestellte Einheit allgemein als Webersche Einheit bezeichnet werde, und dafs es deshalb Verwirrung geben würde, wenn man dem Zehnfachen dieser Einheit den Namen Weber gebe. Mir scheint allerdings der Grund wenig stichhaltig; sollte eine bestimmte Anzahl absoluter Einheiten mit einem Namen bezeichnet werden, so durfte es nur der Name dessen sein, der die absolute

Digitized by Google

Einheit eingeführt hatte, nicht der Name eines andern, wenn auch noch so sehr um die Elektricitätslehre verdienten Physikers. Indes da der Name in den letzten vier Jahren sich ziemlich eingebürgert hat, ist ein Rückgängigmachen dieser Namengebung kaum mehr möglich.

Das Ampère ist somit gleich 10 Weber_{em}, wenn wir das Webersche elektromagnetische Strommafs zum Unterschied der beiden andern von ihm eingeführten absoluten Strommafse durch das dem Namen Weber als Index angefügte em bezeichnen.

Das Ampère ist somit nicht die Einheit im [C G S] System, sondern 0,1 dieser Einheit, da wir sahen, dafs diese letztere Einheit gleich 100 Weber_{em} ist.

Bei der Ableitung der elektrodynamischen Grundgesetze haben wir noch eine andere Stromeinheit eingeführt; für die Wechselwirkung zweier paralleler, auf ihrer Verbindungslinie senkrechter Stromelemente erhielten wir zunächst

$$w = a \cdot \frac{i i' ds\, ds'}{r^2}.$$

Wir setzten dann die Konstante a gleich 1, wählten also jene Stromstärke zur Einheit, von welcher zwei Elemente ds und ds' durchflossen sind, wenn sie in der Abstandseinheit eine Wirkung auf einander ausüben, welche sich zur Einheit der Kraft verhält, wie das Produkt $ds\, ds'$ zur Flächeneinheit.

Um diese von W. Weber[1]) als absolute elektrodynamische bezeichnete Einheit der Stromstärke mit der elektromagnetischen zu vergleichen, benutzen wir die Entwicklungen des §. 98 über die Wechselwirkung zweier Kreisströme.

Wir erhielten dort für das Drehungsmoment, welches ein Element eines festen Kreisstromes dem Elemente eines beweglichen Kreisstromes erteilt, wenn die Ebenen der beiden Kreise auf einander senkrecht stehen, und wenn die Ebene des beweglichen Stromes jene des festen Stromes halbiert [S. 834 (2)]:

$$m = \frac{i i' ds\, ds' \cdot \varrho' \sin^2 \psi}{r^3} \cdot \varrho \sin \chi \left\{ \sin \chi - {}^3/_2 \frac{R \cos \chi - \varrho' \cos \psi \sin \chi}{r} \cdot \frac{\varrho \cos \chi}{r} \right\},$$

worin ϱ der Radius des beweglichen, ϱ' des festen Kreises, R der Abstand der Kreismittelpunkte ist, der Winkel χ die Lage des Elementes ds im beweglichen, ψ diejenige des Elementes ds' im festen Kreise bestimmt, i und i' die Stromstärken in elektrodynamischem Mafse bedeuten, und r, der Abstand der beiden Elemente, gegeben ist durch die Gleichung

$$r^2 = R^2 \left\{ 1 - 2 \frac{\varrho \sin \chi}{R} + \frac{\varrho^2 + \varrho'^2 - 2 \varrho \varrho' \cos \psi \cos \chi}{R^2} \right\}.$$

Setzen wir nun diesen Wert für r in den Ausdruck für m, indem wir zugleich die dort angedeuteten Potenzierungen ausführen, so erhalten wir eine nach fallenden Potenzen von R geordnete Reihe für m, deren erstes Glied ist

1) *W. Weber*, Elektrodynamische Mafsbestimmungen §. 9. Leipzig 1846.

Digitized by Google

$$m = \frac{i i' ds\, ds' \cdot \varrho' \sin^2 \psi\, \varrho \sin^2 \chi}{R^3} + - \cdots;$$

nehmen wir an, dafs R gegen ϱ und ϱ' sehr grofs ist, so können wir alle folgenden Glieder der Reihe vernachlässigen.

Um das Drehungsmoment zu erhalten, das der feste dem beweglichen Kreise erteilt, setzen wir $ds = \varrho\, d\chi$, $ds' = \varrho'\, d\psi$ und integrieren über beide Kreise von 0 bis 2π. Da R, ϱ und ϱ' sowie i und i' konstant sind, ist das Integral

$$M = \frac{i i' \varrho^2 \varrho'^2}{R^3} \int \sin^2 \chi\, d\chi \int \sin^2 \psi\, d\psi.$$

Bei der einen Integration ist nur χ, bei der andern nur ψ variabel. Nun ist

$$\int_0^{2\pi} \sin^2 \chi\, d\chi = \pi, \qquad \int_0^{2\pi} \sin^2 \psi\, d\psi = \pi,$$

somit wird das Drehungsmoment:

$$M = \frac{i i' \varrho^2 \pi\, \varrho'^2 \pi}{R^3}.$$

Das reduzierte Drehungsmoment ist somit

$$M R^3 = i i' \varrho^2 \pi\, \varrho'^2 \pi.$$

Ist die Intensität der Ströme in elektrodynamischem Mafse der Einheit gleich, und die von jedem der Ströme umkreiste Fläche der Einheit gleich, so wird

$$M R^3 = 1,$$

so dafs wir die elektrodynamische Stromeinheit auch dahin definieren können, dafs ein die Flächeneinheit umkreisender Strom einem andern ebenfalls die Flächeneinheit umkreisenden ein der Einheit gleiches reduziertes Drehungsmoment erteilt, wenn die Ebenen beider Ströme zu einander senkrecht sind, und die Ebene des beweglichen Stromes die des festen Stromes halbiert[1]).

Würden die Kreisflächen von einem Strome umflossen, dessen Intensität in elektromagnetischem Mafse gleich J und J' ist, so könnten wir uns jeden durch einen Magnet ersetzt denken, dessen Momente wären $J \varrho^2 \pi$ und $J' \varrho'^2 \pi$, und da die Lage der Magnete der ersten Hauptlage (§. 17) entspricht, der feste halbiert verlängert den beweglichen, so ist das reduzierte Drehungsmoment

$$M' R^3 = 2 J \varrho^2 \pi \cdot J' \varrho'^2 \pi.$$

Wird hier die Intensität in beiden der Einheit gleich und ebenso der von jedem umkreiste Flächenraum gleich 1, so wird

$$M' R^3 = 2.$$

Zwei von der elektromagnetischen Stromeinheit in dieser Weise um-

1) *W. Weber*, Elektrodynamische Mafsbestimmungen, insbesondere Widerstandsmessungen S. 261 ff.

Digitized by Google

kreiste Flächen erteilen also dem beweglichen Strome ein Drehungsmoment gleich 2; das findet ebenfalls statt, wenn die Ströme nach elektrodynamischer Einheit gemessen die Stromstärke $\sqrt{2}$ haben, denn dann wird

$$MR^3 = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2.$$

Daraus folgt also, daſs die elektromagnetische Stromeinheit $\sqrt{2}$ mal gröſser ist als die elektrodynamische, oder in elektromagnetischem Strommaſse ist die elektrodynamische Einheit

$$\frac{1}{\sqrt{2}}$$

Um die in elektrodynamischem Maſse gegebene Stromstärke auf elektromagnetische zu reduzieren, hat man sie durch $\sqrt{2}$ zu dividieren.

Hiernach sind wir imstande, die an den verschiedenen Meſsapparaten, den chemischen, elektromagnetischen oder elektrodynamischen, beobachteten und in dem jedem eigentümlichen Maſse gegebenen Stromstärken auf einander und auf absolutes Maſs zu reduzieren, also allgemein vergleichbare Resultate zu erhalten.

§. 129.

Magnetisierung durch den galvanischen Strom. Nachdem durch die Versuche von Oersted die Wechselwirkung zwischen galvanischen Strömen und Magneten festgestellt war, lag es nahe zu untersuchen, ob nicht durch solche Ströme in magnetisierbaren Substanzen Magnetismus erregt werden könne. Der Erste, welcher dahin gerichtete Versuche anstellte, war Arago[1]), und er erkannte, daſs durch den galvanischen Strom in Eisen oder Stahl ein kräftiger Magnetismus erregt werden könne. Er fand nämlich, daſs ein die Pole der Batterie verbindender kupferner Leitungsdraht sich ringsum mit Eisenfeilspänen bedeckte, als er in dieselben eingetaucht wurde, welche sofort wieder abfielen, als die Verbindung des Drahtes mit der Batterie unterbrochen wurde. Daſs man es hier in der That mit einer magnetischen Erscheinung zu thun hat, daſs diese Anziehung und Anhäufung der Eisenspäne in einer vorhergehenden Magnetisierung ihren Grund hat, ergiebt sich unmittelbar daraus, daſs sich die Erscheinung nur bei Eisen- oder Stahlspänen, nicht bei Spänen eines andern Metalles zeigt.

Noch deutlicher ergiebt sich dies aus einer genauern Betrachtung dieser Erscheinung; der in die Späne getauchte Draht umgiebt sich ringsum mit denselben, so daſs die Eisenspäne ihn gewissermaſsen als eine Röhre umgeben; diese Röhre haftet nicht an dem Drahte fest, sondern läſst sich mit Leichtigkeit auf demselben verschieben. Zugleich sieht man, daſs die Feilspäne nicht aus der Ferne gegen den Leitungsdraht sich hin bewegen, sondern daſs nur bei sehr kleinem Abstande des Drahtes von denselben die Späne sich gegen den Draht aufrichten, daſs dann gewissermaſsen die Späne an einander emporklettern und sich oberhalb des Drahtes gegen einander neigen, bis sich die Umhüllung des Drahtes ausgebildet hat, diese ganze Hülle wird bei folgendem Heben des Drahtes mit aufgehoben; einzelne Späne haften an dem Drahte nicht.

---

1) *Arago*, Annales de chim. et de phys. T. XV.

Digitized by Google

Daraus folgt, dafs der Draht als solcher die Feilspäne nicht anzieht, dafs vielmehr die ganze Erscheinung darauf beruht, dafs jedes Eisenfeilspänchen ein Magnet wird unter dem Einflufs des Stromes und dafs dieser Magnet von dem Strome nach der Ampèreschen Regel gerichtet wird. Hat sich auf diese Weise eine Kette von Magneten rings um den Draht gebildet, so können bei nachfolgendem Aufheben des Drahtes die Späne getragen werden, indem ein Eisenteilchen an dem andern haftet. Nachdem also durch die Einwirkung des Stromes die Feilspäne magnetisiert sind, trägt der Draht dieselben, wie ein durch eine Röhre gesteckter Stab die Röhre trägt.

Ebenso wie die Feilspäne wurden eiserne Nadeln in der Nähe des Stromes magnetisch, und der Magnetismus dauerte so lange als der Strom dauert; Stahlnadeln dagegen wurden dauernd magnetisch.

Nach unserer Hypothese permanenter Molekularmagnete in den magnetisierbaren Körpern, welche, wenn die Körper magnetisch werden, mehr oder weniger gleich gerichtet werden, verbunden mit der Ampèreschen Theorie, nach welcher der Magnetismus seinen Grund in galvanischen Strömen hat, welche die Moleküle der Magnete umkreisen, ist dieser Erfolg des Versuches vorauszusehen. Denn darnach sind die Moleküle des Eisens, Stahls, überhaupt der magnetischen Körper schon im natürlichen Zustande von permanenten Strömen umflossen, deren Ebenen indes alle möglichen Lagen haben, so dafs die Wirkungen nach aufsen sich aufheben. Sobald aber nun auf diese Ströme eine Kraft einwirkt, welche dieselbe in bestimmter Weise zu richten sucht, müssen diese Molekularströme, welche man natürlich ebenso beweglich annehmen mufs, wie die früher supponierten Molekularmagnete, mehr oder weniger parallel gerichtet werden[1]).

Das ist zunächst der Fall, wenn wir einer magnetisierbaren Substanz einen fertigen Magnet nähern, von dem wir wissen, dafs er auf geschlossene Kreisströme in bestimmtem Sinne drehend einwirkt, das mufs aber ebenso der Fall sein, wenn wir an einem magnetisierbaren Körper einen galvanischen Strom vorüberführen, da auch dieser geschlossene Ströme in bestimmtem Sinne zu richten sucht.

---

1) Die hier vorgeführte Theorie der Magnetisierung wird fast überall, auch in französischen Werken, als die Theorie von Ampère angeführt; ich habe in den frühern Auflagen dieses Buches bezweifelt, dafs das richtig sei, da die oft citierte Hauptabhandlung Ampères über Elektrodynamik eine andere Ansicht ausspricht. Herr Haentzschel in Berlin hat mich indes darauf aufmerksam gemacht, dafs Ampère in der That anfänglich (Journal de physique Bd. XCIII oder Recueil d'observations, Paris 1822, p. 164 und p. 174) die Magnetisierung auf drehbare Molekularströme zurückgeführt hat. Ampère hat indes diese Ansicht sehr bald aufgegeben und sich an die frühere Scheidungstheorie angeschlossen, indem er annahm, dafs durch den Akt des Magnetisierens die den Magnetismus bedingenden Molekularströme erzeugt werden. Denn Ampère sagt in dem schon mehrfach erwähnten mémoire sur la théorie etc. p. 372 sub Nr. 8: Quand l'action d'un aimant ou celle de fil conducteur établit ce mouvement autour des particules des corps, les molécules d'électricité positive et d'électricité negative, qui doivent se constituer dans l'état électrodynamique permanent d'où résultent les actions qu'il exerce alors, ... ne peuvent arriver à cet état qu'après un temps toujours très court, mais qui n'est jamais nul.

Durchgeführt ist die Theorie der drehbaren Molekularströme zuerst von *W. Weber* in den Mafsbestimmungen insbesondere über Diamagnetismus; Weber giebt als Urheber der Theorie Ampère an.

Digitized by Google

Wir können aus dieser Theorie sogar weiter ableiten, in welcher Weise wir einen Strom an der magnetischen Substanz vorüberleiten müssen, um die kräftigste magnetische Wirkung zu erhalten; es wird das der Fall sein, wenn wir den Strom in einer Spirale um den zu magnetisierenden Stab herumführen. Jede Windung derselben wirkt dann nahezu als geschlossener Kreisstrom auf die im Innern des Eisens befindlichen Molekularströme und sucht dieselben so zu stellen, dafs die Ebenen dem Strome parallel werden und die Richtung der Ströme dieselbe ist, gerade so wie ein geschlossener Kreisstrom einen andern sich selbst parallel zu stellen sucht (§. 118).

Auch die Richtung der Pole läfst sich hiernach sofort voraussagen. Befindet sich in der Spirale (Fig. 252) ein Stab *AB*, und fliefst durch

Fig. 252.

dieselbe ein Strom in der Richtung *mn*, der also, wenn man die Spirale von *A* aus ansieht, sich um dieselbe entgegengesetzt als der Zeiger einer Uhr bewegt, so werden auch die in *AB* befindlichen Molekularströme so gerichtet werden, dafs sie von *A* aus gesehen sich entgegengesetzt bewegen als der Zeiger einer Uhr. Daraus folgt, dafs das Ende *A* ein Nordpol, das Ende *B* ein Südpol wird.

Befindet sich dagegen ein Stab in der Spirale Fig. 253 und fliefst der Strom ebenfalls von *m* nach *n* durch dieselbe, so werden die Molekular-

Fig. 253.

ströme entgegengesetzt gerichtet, es wird *A* ein Südpol werden müssen, *B* ein Nordpol.

Fliefst der Strom in den Spiralen von *n* nach *m*, so mufs die Polarität der Stäbe umgekehrt werden, es mufs *B* Fig. 252 ein Nordpol, *B* Fig. 253 ein Südpol werden

Die Lage der Pole wird durch den Versuch in allen Fällen dem entsprechend gefunden.

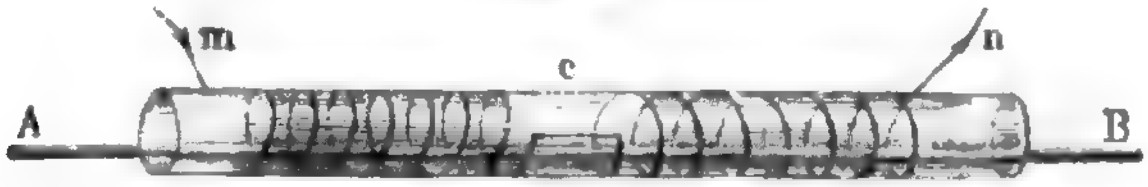
Man bezeichnet gewöhnlich die Spirale Fig. 252 als eine linksgewundene, die Spirale Fig. 253 als eine rechtsgewundene, und kann deshalb die Art der Magnetisierung kurz so aussprechen: Fliefst der Strom durch eine linksgewundene Spirale, so entsteht an der Eintrittsstelle desselben ein Nordpol, fliefst er durch eine rechtsgewundene, so entsteht an der Eintrittsstelle ein Südpol. Da die Bezeichnung rechts und links gewunden jedoch nicht immer in demselben Sinne gebraucht wird, einige das rechts, was andere links nennen, so dient am besten zur Orientierung der Art des Magnetisierens einfach die Ampèresche Regel; ein Stab wird durch den Strom immer so magnetisiert, dafs seine Pole nach dem Magnetisieren in

Digitized by Google

Bezug auf den Strom so liegen, wie ein fertiger Magnet durch den Strom gerichtet wäre. Der Nordpol liegt also immer zur Linken, wenn man im Strome schwimmt und dabei den Magnet ansieht.

Ein einfacher Magnet mit zwei Polen entsteht daher nur dann, wenn die Spirale in demselben Sinne um den ganzen Stab geführt wird; wird die Spirale, wie Fig. 254, zur Hälfte von *m* bis *c* in dem einen, zur Hälfte von

Fig. 254.



c bis *n* in dem andern Sinne gewunden, so entsteht nach der eben angeführten Regel sowohl bei *A* als auch bei *B* ein Nordpol, in der Mitte dagegen bei *c* bildet sich ein Südpol; wir erhalten also auf diese Weise einen Magnet mit einem Folgepunkte. Die Zahl der Folgepunkte können wir beliebig vermehren, indem wir mehrfach mit dem Sinne der Windungen wechseln.

Unter dem Einflufse von Strömen werden sowohl Eisenstäbe als Stahlstäbe sofort magnetisch, und der Magnetismus dauert, so lange die Stromstärke ungeändert bleibt, ungeschwächt fort. Man bezeichnet diesen Magnetismus als temporären Magnetismus. Unterbricht man den Strom, so verschwindet der Magnetismus zum Teil; den zurückbleibenden nennt man den permanenten Magnetismus; dieser ist sehr verschieden, je nach der Natur des Eisens und Stahls, bei weichem Eisen ist er nur gering, bei hartem Stahl ist er oft nur wenig von dem temporären Magnetismus verschieden. Es gilt hier dasselbe, was wir im ersten Abschnitte dieses Teiles über den dauernden Magnetismus gesagt haben, der permanente Magnetismus nähert sich dem temporären um so mehr, je gröfser die Koercitivkraft des magnetisierten Stabes ist.

Mit Hilfe kräftiger Ströme kann man sehr leicht starke Magnete erhalten; es ist dazu nicht einmal erforderlich, den zu magnetisierenden Stab mit der Spirale vollständig zu umgeben; es reicht hin, denselben nur teilweise zu bewickeln.

Um kräftige permanente Stahlmagnete herzustellen, ist die Methode von Elias[1]) sehr geeignet. Man wickelt etwa 7—8 Meter Kupferdraht von 3 mm Dicke, welcher gut mit Seide übersponnen ist, zu einem hohlen recht dicken aber kurzen Cylinder zusammen, läfst einen kräftigen Strom durch den Cylinder gehen, etwa den Strom eines nicht zu kleinen Groveschen Elementes, steckt den zu magnetisierenden Stahlstab durch den Cylinder und schiebt ihn mehrfach auf und ab von einem Ende zum andern; wenn der Stahlstab sich dann wieder mit seinem mittlern Teile im Cylinder befindet, so öffnet man den Strom. Ist der Stab hufeisenförmig gebogen, so ist es gut, ihn mit seinem Anker zu versehen, ist er gerade, so armiert man ihn füglich an seinen Enden mit weichen Eisenstücken.

Diese Magnetisierungsmethode fällt im Princip zusammen mit der Methode des Michellschen Doppelstriches, bei welcher zwei Magnete vereint

---

1) *Elias*, Poggend. Ann. Bd. LXII und LXVII.

Digitized by Google

mit ihren ungleichnamigen Polen über den zu magnetisierenden Stab hin und her geführt und von der Mitte abgehoben werden. Denn eine solche Drahtspirale verhält sich gerade wie ein Magnet, welcher nur an den Endflächen magnetisch ist, und dessen eine Endfläche nordpolar, dessen andere südpolar ist. Es werden also auch bei dieser Methode zwei einander sehr nahe aber getrennte Pole über dem zu magnetisierenden Stabe hin und her geführt.

In sehr vielen Fällen wendet man jetzt anstatt permanenter Magnete temporär magnetisierte Eisenstäbe, sogenannte Elektromagnete an, und zwar besonders dann, wenn es sich darum handelt, sehr starke Magnete zu erhalten. Der Magnetismus, welchen man einem Stabe erteilen kann, hängt nämlich, wie wir im ersten Abschnitte dieses Teiles sahen, ab von der Gröfse und Dicke des Stabes, kräftige Magnete müssen daher sehr grofs sein. Da sich nun sehr grofse Magnete nur äufsert schwierig permanent bis zur Sättigung magnetisieren lassen, so ist es im allgemeinen dann viel bequemer, grofse Eisenmassen passend mit Spiralen zu umgeben, und durch diese, so lange man den Magnetismus benutzen will, einen kräftigen Strom gehen zu lassen.

Die Formen, welche man diesen Elektromagneten gegeben hat, sind sehr verschieden[1]); die gewöhnlichste Form ist die in Fig. 255 oder Fig. 256. Ein hufeisenförmig gebogenes Eisen wird entweder wie Fig. 255 aufgehängt, dafs seine Pole nach unten hängen, oder wie Fig. 256 auf-

Fig. 255.

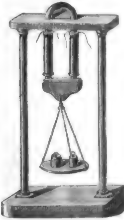


Fig. 256.

gestellt, so dafs seine Pole oben sind. Die senkrechten Schenkel des Hufeisens werden dann entweder mit auf hölzerne Rollen gewickelten Spiralen (Fig. 255), oder direkt mit übersponnenem Kupferdraht umgeben. Da die magnetisierende Kraft des Stromes mit seiner Stärke und der Anzahl Windungen, mit denen er um den Stab geführt wird, zunimmt, so mufs

1) *Niklès*, Les Electroaimants, Paris 1860, unterscheidet mehr als 80 Arten.

Digitized by Google

man möglichst dicken Draht zu den Windungen wählen, und denselben möglichst oft um den Kern herumwinden. Der grofse Elektromagnet Plückers, den Fig. 256 im wesentlichen darstellt, besteht[1]) aus einem Eisenkern, dessen Durchmesser 102 mm beträgt, welcher ein Gewicht von 84 kg hat; jeder seiner senkrecht stehenden Schenkel ist mit 4 Lagen Kupferdraht, jede aus 92 Windungen bestehend, umwickelt. Der Draht hat eine Dicke von 4,36 mm und wiegt 35 kg.

Um an so kräftigen Magneten bequem das magnetische Verhalten anderer Substanzen untersuchen zu können, versieht man die Pole mit Ankern. An dem Plückerschen Magnete bestehen dieselben aus Platten von weichem Eisen 48 mm hoch, welche auf die Polflächen aufgeschliffen sind; in der Mitte ihrer Höhe sind die Platten der Breite nach durchbohrt, und in die Durchbohrungen, die 20 mm Durchmesser haben, werden darein passende verschiebbare, an einem ihrer Enden konisch zugespitzte Cylinder von weichem Eisen geschoben und durch Schrauben festgehalten, so dafs die einander zugewandten Zuspitzungen passend von einander entfernt sind.

Häufig wendet man auch anstatt solcher Anker einfach parallelepipedische oder an einer Seite zugespitzte oder zugeschärfte Eisenstücke an.

Eine andere Form hat Rühmkorff den Elektromagneten gegeben, welche zu vielen Untersuchungen sehr bequem ist[2]); dieselbe zeigt Fig. 257. Auf einer dicken, mit zwei Spalten versehenen eisernen Bank D lassen sich zwei massive knieförmige Eisenstücke HLH, JFJ verschieben und durch zwei Schrauben s in beliebiger Entfernung von einander befestigen. Oben sind in diesen Eisenstücken zwei horizontale Eisencylinder JO, HO befestigt, deren Axen in einer geraden Linie liegen. Die Cylinder sind zu manchen Zwecken ihrer Länge nach durchbohrt. Diese Cylinder sind von den beiden, aus sehr vielen Windungen dicken Kupferdrahtes bestehenden Spiralen umgeben; durchfliefst ein kräftiger Strom dieselben in gleichem Sinne, so werden die Enden der Cylinder JO, HO, welche einander zugewandt sind, entgegengesetzte Pole erhalten. Der Strom tritt zunächst in den Rühmkorffschen Kommutator, welchen Fig. 258 im Durchschnitt zeigt; ein Elfenbeincylinder M ist um die in der Mitte durchbrochene Axe CD drehbar; der Teil C der Axe ist zunächst in leitender Verbindung mit der Klemme A, der Teil D ebenso mit der Klemme B. Auf dem Elfenbeincylinder sind auf entgegengesetzten Seiten zwei Metallwülste FF' und EE' mit Stiften befestigt, deren einer F' bis zur Axe D reicht, während ein anderer E bis zur Axe C reicht. Auf diesen Metallwülsten schleifen auf jedem eine Feder, welche mit den zur Seite des Cylinders stehenden Klemmschrauben, deren eine H Fig. 258 sichtbar ist, und welche Fig. 257 mit hk bezeichnet sind, in leitender Verbindung stehen.

Der Strom tritt in k ein, geht dann durch den Kommutator nach F, durchläuft die beiden Spiralen, indem er von der ersten Spirale über die zum Teil sichtbare Klemme q an dem Stativ her zur zweiten Spirale ge-

1) *Plücker*, Poggend. Ann. Bd. LXXII.

2) *Rühmkorff*, Comptes Rendus T. XXIII. p. 417 und 538. *Jamin*, Cours de physique T. III. p. 268.

Digitized by Google

führt wird, fliefst durch den Draht LL' zum Kommutator und verläfst denselben durch die Klemme h. Wird der Cylinder des Kommutators um

Fig. 257.

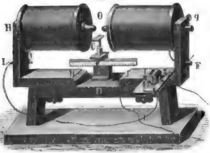
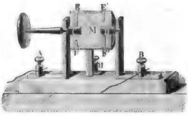


Fig. 258.



180° gedreht, so fliefst der Strom von k durch den Draht LL' in die Spiralen und kehrt durch F über h zurück.

Zwischen den Polen befindet sich ein Tischchen C, auf welches die zu untersuchenden Gegenstände gelegt werden können. Das Tischchen ist in horizontaler und vertikaler Richtung verschiebbar.

Die Pole können mit verschiedenen Aufsätzen versehen werden, welche auf den Enden der Stäbe festgeschraubt werden.

Derartige grofse Magnete sind sehr geeignet, um andere Stahlmagnete permanent zu magnetisieren, indem man entweder die zu magnetisierenden Stäbe über die Pole hinzieht, oder einfach an einen Pol ansetzt und dann mehrfach erschüttert; einen Hufeisenmagnet setzt man als Anker auf, und wenn er nicht zu grofs ist, genügt eine geringe Erschütterung, um ihn zur Sättigung zu magnetisieren.

§. 130.

Abhängigkeit des Magnetismus von der Stromstärke. Die Stärke des in einem Stabe erregten Magnetismus, d. h. die Gröfse seines temporären magnetischen Momentes, hängt ab von der Stärke des magnetisierenden Stromes, der Anzahl Windungen, in welchen derselbe den Stab umgiebt, der Weite der Windungen und schliefslich von der Gröfse und Form, sowie der Natur des Stabes.

Die ersten genaueren Versuche über die Abhängigkeit des magnetischen Momentes von den angeführten Umständen haben Jacobi und Lenz angestellt[1]). Die Methode, welche sie zur Messung des magnetischen Momentes anwandten, beruht auf Folgendem. Wenn man einen von einer geschlossenen Spirale umgebenen Eisenstab magnetisiert, so wird, wie wir im nächsten Kapitel ausführlicher nachweisen werden, im Momente des Magnetisierens in der Spirale ein elektrischer Strom erregt, welcher nur so lange dauert, als der Magnetismus erregt wird, aber aufhört, wenn der Magnetismus des Stabes vollständig ausgebildet ist. Man kann sich davon

1) *Lenz* und *Jacobi*, Poggend. Ann. Bd. XLVII.

Digitized by Google

leicht überzeugen, indem man gegen ein mit einer Spirale, deren Enden mit den Drähten eines Galvanometers in Verbindung stehen, umwickeltes Hufeisen sehr rasch einen permanenten hufeisenförmigen Magnet bewegt; im Augenblicke, wo die Pole beider Hufeisen zusammenstofsen, wird die Nadel des Galvanometers abgelenkt. Sie kehrt, wenn die beiden Hufeisen an einander liegen bleiben, in ihre Gleichgewichtslage zurück. Wird dann der Magnet von dem Hufeisen abgerissen, so wird die Nadel wieder abgelenkt, aber jetzt nach der entgegengesetzten Seite; ein Beweis, dafs der verschwindende Magnetismus in der Spirale ebenfalls einen Strom induziert, dessen Richtung aber der des vom erregten Magnetismus induzierten Stromes entgegengesetzt ist.

Wir werden nachweisen, dafs die Intensität des induzierten Stromes dem erregten oder verschwindenden magnetischen Momente proportional ist.

Umgiebt man daher einen Eisenstab aufser mit der Magnetisierungsspirale noch mit einer durch ein Galvanometer geschlossenen, von der ersten getrennten Spirale, so wird der im Galvanometer beobachtete Induktionsstrom uns Aufschlufs geben können über das im Stabe erregte magnetische Moment. Wir können indes dieses Moment dem beobachteten Strome in diesem Falle nicht einfach proportional setzen, da noch eine zweite Ursache vorhanden ist, welche in der geschlossenen Spirale einen Strom induziert; es ist der in der Magnetisierungsspirale sich ausbildende Strom. Dafs dieser Strom im Momente, in welchem er durch die Spirale zu fliefsen beginnt, einen Strom in der zweiten Spirale induziert, davon kann man sich überzeugen, wenn man den Eisenstab aus der Magnetisierungsspirale herausnimmt. Auch dann wird die Nadel des Galvanometers in dem Momente, in welchem man den Strom schliefst, abgelenkt, und zwar in demselben Sinne, in welchem sie abgelenkt wird, wenn man einen in der Spirale liegenden Stab so magnetisiert, wie ihn der in der Spirale fliefsende Strom magnetisieren würde. Dasselbe ist auch bei dem Verschwinden des Stromes der Fall; der verschwindende Strom induziert in der zweiten Spirale einen ebenso gerichteten Strom wie der verschwindende Magnetismus.

Wir werden im nächsten Kapitel den Nachweis liefern, dafs dieser Induktionsstrom der Intensität des induzierenden Stromes proportional ist.

Wenn sich demnach in der Magnetisierungsspirale der Eisenstab befindet, so wird in der zweiten Spirale ein Strom induziert, gleich der Summe der beiden erwähnten Ströme. Ist daher J die Intensität des induzierten Stromes, i diejenige des magnetisierenden, und ist M das magnetische Moment, so ist

$$J = a\,i + bM,$$

wenn a und b zwei Konstante bedeuten. Daraus folgt dann

$$M = \frac{1}{b}\,J - \frac{a}{b}\,i = c\,J - d\,i.$$

Beobachtet man den Induktionsstrom J im Momente des Schliefsens der Kette, so ist M das erregte temporäre magnetische Moment, beobachtet man dagegen den Induktionsstrom bei dem Öffnen der Kette, so ist M das verschwindende magnetische Moment, also die Differenz zwischen dem temporären und dem permanenten Momente.

Digitized by Google

Lenz und Jacobi beobachteten die letztere, da sie mit inkonstanten Ketten arbeiteten und deshalb bei dem Schliefsen die Intensität i nicht gut beobachten konnten; bei den von ihnen angewandten weichen Eisenstäben war indes das permanente Moment so unbedeutend, dafs man ohne weiteres das beobachtete Moment M für das temporäre setzen durfte.

Die Methode der Versuche ist hierin gegeben; die Eisenstäbe wurden mit einer oder auch mehreren Spiralen umgeben, durch welche der Strom der Batterie geleitet wurde, und aufserdem von einer Spirale, welche durch ein entfernt stehendes Galvanometer geschlossen war. Wenn dann der durch die Magnetisierungsspiralen fliefsende Strom konstant geworden war, wurde die Induktionsspirale geschlossen und der magnetisierende Strom unterbrochen.

Die Intensität J des beobachteten Induktionsstromes fand sich bei ein und demselben Eisenkern und ein und derselben Magnetisierungsspirale einfach der Intensität des magnetisierenden Stromes proportional. Daraus ergiebt sich, dafs auch das erregte magnetische Moment einfach der Stromstärke proportional ist. Denn setzen wir der Beobachtung gemäfs

$$J = c\,i,$$

so folgt

$$M = (ce - d)\,i = \text{const.}\,i;$$

die Stromstärke nahm bei diesen Versuchen bis auf die achtfache zu, die Dicke der Eisencylinder betrug zwischen 14 mm und 81 mm.

Nachdem dieser Satz festgestellt war, wurden um die Eisenkerne Spiralen von gleicher Windungszahl, von gleicher Weite, aber verschiedener Drahtdicke gelegt, und durch dieselben Ströme genau gleicher Intensität gesandt, es fand sich, dafs dann das magnetische Moment immer dasselbe war. Bei gleicher Stromstärke und gleicher Windungszahl ist also das erregte magnetische Moment von der Dicke des zu den Windungen genommenen Drahtes unabhängig. Dieser Satz zeigte sich noch gültig, als um den Eisenkern ein Kupferblech gelegt wurde, dessen Querschnitt 600 mal gröfser war als der des dünnsten Drahtes.

Um den Einflufs der Weite der Spiralen zu untersuchen, wurden nach und nach über ein und denselben Eisenkern 6 Spiralen, jede von 79 Windungen, geschoben, deren Durchmesser waren:

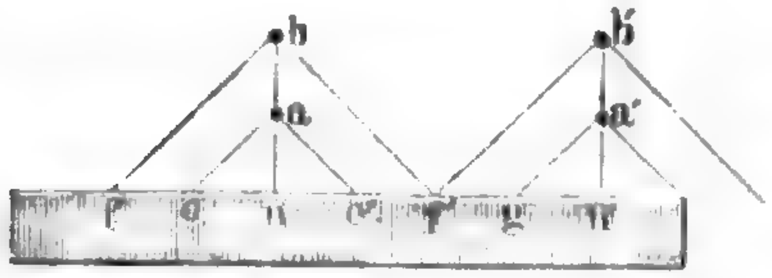
Spirale	I	II	III	IV	V	VI
Durchmesser	54 mm	62,25	70,4	78,6	89,33	99,6
Erregte Magnetism.	133	131	129	125	121	122.

Die in dem Eisenkern bei derselben Stromstärke erregten magnetischen Momente sind den in der letzten Reihe angegebenen Zahlen proportional. Es folgt daraus, dafs die erregten Magnetismen von der Weite der Spiralen nur wenig abhängig sind. Dafs bei den weiteren Spiralen die Magnetismen etwas kleiner werden, rührt daher, dafs die magnetisierende Wirkung der Spiralen an den Enden der Kerne mit der Weite abnimmt, während in der Mitte, oder überhaupt weiter vom Ende die magnetisierende Wirkung von der Weite nicht abhängt. Es ergiebt sich das schon nach der Hypothese drehbarer Molekularmagnete aus dem Biot-Savartschen Gesetze. Nach demselben ist die Wirkung eines Stromes auf

Digitized by Google

einen Magnet dem Abstande beider umgekehrt proportional. Ist nun a eine um an, b eine um bn (Fig. 259) von dem Magnet entfernte Windung, und ist der Winkel can die Grenze, innerhalb deren die Wirkung des Stromes noch merklich ist, so wird sich die Wirkung der Windung b relativ ebenso stark über die Strecke ff' erstrecken, als die Wirkung von a auf cc'. Die Wirkung der Windung a auf den Stab werden wir nun nach dem Gesetze von Biot und Savart gleich setzen können $\frac{M}{an} \cdot cc'$, die Wirkung von b dagegen gleich $\frac{M}{bn} \cdot ff'$. Da nun aber $\frac{cc'}{ff'} = \frac{an}{bn}$, so ist die Wirkung dieser beiden Windungen dieselbe, indem die entferntere Windung in demselben Verhältnisse auf eine gröfsere Zahl von Molekülen wirkt, als die Wirkung auf jedes einzelne schwächer ist.

Fig. 259.



An den Enden ist das aber nicht mehr der Fall; die Figur zeigt schon unmittelbar, dafs die Windung a' noch ihre volle Wirkung hat, während die Windung b' dieselbe nicht mehr hat. Für Spiralen, welche erheblich kürzer oder länger sind als die Kerne, würde man daraus die Unabhängigkeit der magnetisierenden Kraft von der Weite der Spiralen folgern.

Um die Abhängigkeit des magnetischen Momentes von der Windungszahl der Spiralen zu bestimmen, wurden die eben benutzten Spiralen zugleich auf den Eisenkern geschoben und der Strom in gleicher Stärke durch eine, zwei oder mehrere Spiralen geleitet. Die Resultate der Beobachtung waren folgende:

Magnetisierende Spiralen	Magnetismen
I	1333
I + II	2640
I + II + IV	3889
I + II + IV + V	5110
I + II + III + IV + V	6391
I + II + III + IV + V + VI	7610.

Beachtet man das soeben über den Einflufs der Weite der Windungen Gesagte, so ergiebt sich, dafs das in dem Stabe erregte magnetische Moment der Zahl der Windungen einfach proportional ist, denn die hier durch Einwirkung der verschiedenen Spiralen gefundenen Magnetismen sind einfach die Summen der durch die einzelnen Spiralen erhaltenen Magnetismen.

Man wird deshalb das Produkt aus der Stromstärke und der Windungszahl einer Spirale als die magnetisierende Kraft derselben bezeichnen können.

Das aus den Versuchen von Jacobi und Lenz sich ergebende Gesetz, nach welchem das temporäre magnetische Moment der Intensität des magnetisierenden Stromes proportional sein soll, ist später noch mehrfach geprüft worden. Dasselbe hat sich danach nicht als allgemein richtig er-

Digitized by Google

geben, es ist, wie sich aus den ausgedehnten Versuchen Müllers[1]) ergiebt, nur gültig für Stäbe von nicht zu kleinem Durchmesser, für dünnere Stäbe findet sich, dafs die Stärke des Magnetismus langsamer zunimmt als die Stromstärke, dafs sich das magnetische Moment einem Maximum nähert.

Die Messung des magnetischen Momentes der Stäbe vollführte Müller durch Beobachtung der Ablenkung, welche die magnetisierten Stäbe dem Magnete eines Magnetometers erteilten. Die Magnetisierungsspirale wurde senkrecht zur Richtung des magnetischen Meridianes aufgestellt und zwar westlich, ungefähr ein Meter von dem Magnetometer entfernt. Die Ablenkung des Magnetes rührte dann her von der Wirkung der Magnetisierungsspirale und von dem in dem Stabe erregten Magnetismus. Die beiden Einwirkungen wurden dadurch gesondert, dafs man zuerst die Ablenkung des Magnetometers durch die Spirale allein beobachtete, und dann, nachdem der Stab in die Spirale eingelegt war. Ist α der Ablenkungswinkel durch die Spirale allein, α_1 derjenige durch die Spirale und den eingelegten Stab, ist M das temporäre magnetische Moment des Stabes, m das der Spirale, T die Horizontalkomponente des Erdmagnetismus und R der Abstand der Magnetisierungsspirale von dem Magnetometer, so ist nach §. 127 und 128

$$2m = R^3 T \cdot \text{tang}\,\alpha; \qquad 2(m + M) = R^3 T \cdot \text{tang}\,\alpha_1,$$

$$M = \tfrac{1}{2} R^3 T (\text{tang}\,\alpha_1 - \text{tang}\,\alpha).$$

Das permanente magnetische Moment des Stabes erhält man durch eine dritte Beobachtung der Ablenkung des Magnetometers, wenn der magnetisierende Strom unterbrochen ist.

Die Stromstärke bestimmte Müller an einer Tangentenbussole, deren Reduktionsfaktor, um die Stromstärke auf chemisches Mafs zurückzuführen, gleich 70 war.

Folgende Tabelle enthält die Resultate dreier Versuchsreihen mit Stäben, deren Länge 560 mm betrug; dieselben wurden in eine Spirale von 780 Windungen gelegt, deren Länge 530 mm war, so dafs die Stäbe an beiden Seiten 15 mm aus der Spirale hervorragten.

Die erste Kolumne der Tabelle enthält die Stromstärke s in chemischem Mafse, die zweite p die magnetisierende Kraft der Spirale, das Produkt aus der Stromstärke und der Windungszahl, die dritte m die Differenz tang α_1 — tang α, welcher das magnetische Moment des Stabes proportional ist, und die vierte $\frac{m}{p}$ den mit 100000000 multiplizierten Quotienten aus dem erregten magnetischen Momente und der magnetisierenden Kraft.

---

1) *Müller*, Poggend. Ann. Bd. LXXIX, Bd. LXXXII. Bericht über die Fortschritte der Physik. Braunschweig 1849. S. 464 ff. Dafs das magnetische Moment eines Stabes sich einem Maximum nähert, ist durch Messung der Tragkraft von Magneten schon früher von *Joule* gezeigt worden. Annales of Electricity vol. IV. Philosophical Magazin IV. series vol. II.

Digitized by Google

Stabdicke 9 mm

s	p	m	$\frac{m}{p}$
35,665	27819	0,2864	1027
30,436	23740	0,2842	1197
19,933	13288	0,2627	1967
8,569	6705	0,2078	3090
3,913	3052	0,1193	3909.

Stabdicke 12 mm

35,432	27638	0,5098	1844
17,451	13612	0,4247	3120
8,596	6705	0,2954	4108
4,458	3243	0,1386	4270.

Stabdicke 15 mm

34,902	27223	0,7335	2694
21,399	16691	0,6228	3731
17,451	13618	0,5648	4147
8,596	6705	0,3092	4611
4,158	3243	0,1541	4748.

Stabdicke 44 mm, Zahl der Windungen 372

45,633	16975	1,3631	8041
25,753	9580	0,7898	8244
19,810	7369	0,5946	8069
9,093	3383	0,2730	8129
7,973	2946	0,2487	8102.

Hätte das Gesetz von Lenz und Jacobi allgemeine Gültigkeit, so müfste für ein und denselben Stab der Quotient $\frac{m}{p}$ denselben Wert bewahren; das ist indes nur für den Stab von 44 mm Durchmesser, also den dicksten der untersuchten Stäbe der Fall; für die drei dünnern Stäbe nimmt aber der Wert dieses Quotienten stets zu, je schwächer der Strom ist. Es ergiebt sich daraus, dafs das magnetische Moment langsamer wächst als die magnetisierende Kraft der Spirale. Eine einfache Beziehung zwischen Magnetismus und Stromstärke liefs sich nicht erkennen, indes gelang es Müller, die Resultate dieser Beobachtungen in einer empirischen Formel zu vereinigen, welche zugleich die Abhängigkeit des temporären Momentes von dem Durchmesser des Stabes in sich aufnimmt. Ist d der Durchmesser des Stabes und sind a und b zwei Konstanten, so ergab sich

$$p = a d^{3/2} \cdot \operatorname{tang} \frac{m}{b\, d^2} \cdot$$

Die Konstanten a und b sind, wenn die Stromstärke in chemischem Mafse (Einheit 1 ccm Knallgas in der Minute) und $m = \operatorname{tang} \alpha_1 - \operatorname{tang} \alpha$ gesetzt wird,

$$a = 220, \qquad b = 0{,}00005.$$

Vertauschen wir m mit dem magnetischen Momente M, so wird

$$b = 0{,}00005 \cdot R^3\, T,$$

Digitized by Google

und drücken wir die Stromstärke in einem andern Maſse aus, so muſs a entsprechend geändert werden.

Für schwächere Ströme ergiebt sich auch aus dieser Formel, daſs die Magnetismen den Stromstärken proportional sind, denn so lange $\frac{m}{d^2}$ nur einen kleinen Wert hat, können wir die Tangente mit dem Bogen vertauschen, und erhalten

$$p = \frac{a}{b}\, d^{3/2} \frac{m}{d^2}; \qquad p = c\,\frac{m}{\sqrt{d}},$$

und daraus

$$m = \frac{1}{c}\, p \sqrt{d}.$$

So lange also der Magnetismus der Stromstärke proportional gesetzt werden darf, würde er hiernach für verschiedene Stäbe gleicher Länge auch der Quadratwurzel aus dem Durchmesser proportional sein.

Nimmt man an, daſs diese Formel auch auſserhalb der Grenzen der Versuche, aus denen sie abgeleitet ist, ihre Gültigkeit bewahrt, so ergiebt sich aus ihr, daſs jeder Eisenstab nur bis zu einem bestimmten, von seiner Dicke abhängigen Maximum magnetisiert werden kann, welchem er sich bei stetiger Vergröſserung der magnetisierenden Kraft immer mehr annähert. Denn für $p = \infty$ muſs

$$\frac{m}{b\,d^2} = \frac{1}{2}\pi$$

$$m = \frac{1}{2}\pi\, b\, d^2$$

werden, so daſs also das Maximum des temporären Magnetismus, welches bei verschiedenen Stäben gleicher Länge erreicht werden kann, dem Quadrate des Stabdurchmessers, resp. seinem Querschnitte proportional sein würde. Setzen wir $b = c \cdot l$, worin l die Länge der Stäbe bedeuten soll, so wird

$$m = 2c \cdot \frac{1}{4}\, l\, d^2 \pi,$$

somit, da $\frac{1}{4}\, l\, d^2 \pi$ das Volumen des Stabes bedeutet,

$$m = 2\,c\,v; \qquad \frac{m}{v} = 2\,c.$$

Das erreichbare magnetische Moment ist dem Volumen des Stabes proportional, und das der Volumeinheit Eisen zu erteilende magnetische Moment ist gleich der Konstanten $2\,c$.

Eine ausführliche Prüfung und Bestätigung der Müllerschen Formel ist später von v. Waltenhofen[1]) gegeben worden. Die von ihm benutzten 10 Stäbe hatten alle die Länge von 103 mm, ihre Durchmesser waren zwischen 1,13 und 28 mm. Die Messungen wurden nach der Methode von Müller ausgeführt, welche v. Waltenhofen nur insofern verbesserte, daſs er die Ablenkung, welche die Magnetisierungsspirale allein bewirkte, dadurch aufhob, daſs er an der andern Seite des Magnets des Magnetometers eine genau ebensolche Spirale aufstellte, welche den Magnet nach der entgegengesetzten Seite ablenkte. Die letztere Spirale wurde stets so gestellt,

1) *von Waltenhofen*, Berichte der Wiener Akademie Bd. LII.

Digitized by Google

dafs der Stab des Magnetometers keine Ablenkung erhielt, bevor der zu magnetisierende Stab nicht in die Spirale gelegt war. Da man auf diese Weise nur die Ablenkung durch den Magnetismus der Stäbe beobachtete, konnte man auch die kleinen Momente, welche durch geringe magnetisierende Kräfte den Stäben erteilt wurden, mit Sicherheit erhalten.

Zur Vergleichung der Beobachtung mit der Müllerschen Formel führte v. Waltenhofen in letztere anstatt der Durchmesser der Stäbe deren Gewichte ein, da diese sich mit gröfserer Genauigkeit bestimmen lassen. Die Müllersche Formel wird dann, wenn α und β zwei Konstanten bedeuten,

$$m = \beta \gamma \operatorname{arc} \left(\operatorname{tang} = \frac{p}{\alpha \cdot \gamma^{2/3}} \right).$$

Drückt man das Gewicht γ in Grammen aus und mifst den Bogen durch die Anzahl Grade, so dafs $\frac{1}{2}\pi$ gleich 90^0 gesetzt wird, so liefsen sich die beobachteten Momente darstellen mit den Konstanten

$$\alpha = 1{,}853$$
$$\beta = 0{,}01865.$$

Die Momente des Stabes sind nach absolutem Mafse gemessen, so dafs m die Anzahl Millionen Einheiten angiebt, welche der Stab erhielt, und als Einheit der magnetisierenden Kraft p ist jene gewählt, welche der Magnetisierungsspirale, die v. Waltenhofen benutzte, ein Moment von einer Million absoluten Einheiten erteilte, das heifst dafs die Magnetisierungsspirale für sich genommen auf einen entfernten Magnet gerade so wirkte, wie ein Magnetstab, dessen magnetisches Moment gleich einer Million absoluter Einheiten ist.

In folgender Tabelle sind einige der von v. Waltenhofen erhaltenen Resultate zusammengestellt; die erste Kolumne enthält die magnetisierenden Kräfte, die folgenden die beobachteten und berechneten Momente für die Stäbe, deren Gewicht γ über denselben angegeben ist.

	$\gamma = 0{,}773$		$\gamma = 2{,}700$		$\gamma = 22{,}490$		$\gamma = 127{,}94$		$\gamma = 247{,}328$	
p	m beob.	m ber.	m beob.	m ber.	m beob.	m ber.	m beob.	m ber.	m beob.	m ber.
1	0,393	0,479	0,549	0,724	1,061	1,254	—	—	—	—
2	0,732	0,759	1,098	1,366	2,269	2,504	3,821	3,866	4,926	4,567
3	0,869	0,909	1,647	1,891	3,366	3,737	—	—	—	—
4	0,915	0,997	2,242	2.301	4,570	4,950	7,645	7,755	9,760	9,134
5	0,938	1,058	2,536	2,620	5,818	6,145	—	—	—	—
6	0,960	1,092	2,838	2,868	6,955	7,299	11,378	11,621	14,603	13,701
7	1,015	1,120	3,003	3,065	8,098	8,427	—	—	—	—
8	1,038	1,142	3,114	3,220	9,240	9,513	15,126	15,439	19,334	18,268
9	1,084	1,159	3,351	3,352	10,438	10,566	—	—	—	—
10	1,121	1,173	3,297	3,459	11,637	11,573	18,970	19,226	24,270	22,788
15	1,166	1,214	3,655	3,798	17,233	15,969	27,863	28,633	35,948	34,136

Im grofsen und ganzen zeigt sich eine befriedigende Übereinstimmung zwischen Beobachtung und Rechnung, so dafs in der That auch diese Beobachtungen mit grofser Annäherung sich durch die Müllersche Formel wiedergeben lassen. Jedenfalls folgt aus den Beobachtungen, dafs der Magnetismus des Eisens nur bis zu einem gewissen Werte gesteigert

Digitized by Google

werden kann, dem er sich mit wachsender magnetisierender Kraft allmählich nähert. Darf man die Müllersche Gleichung auch aufserhalb der Beobachtungen noch benutzen, so würde für dieses Maximum, welches dem Werte $p = \infty$ entspricht, sich ergeben

$$M = 0{,}01865 \,.\, \gamma \,.\, 90$$

oder die Gewichtseinheit Eisen, das Gramm, dieselbe als Stab gleicher Länge angewandt, könnte das Moment

$$\frac{M}{\gamma} = 1{,}6785$$

erhalten, wo die Einheit einer Million absoluten magnetischen Einheiten entspricht. Für das Milligramm Eisen ergäben sich somit 1678,5 absolute Einheiten.

Diese Zahl hat Waltenhofen später[1]) aus seinen und andern Versuchen etwas korrigiert, er findet im Mittel

$$\beta = 0{,}0236$$

$$\frac{M}{\gamma} = 2{,}124,$$

also für das Milligramm Eisen, dasselbe in Form eines Stabes gebracht, 2124 absolute magnetische Einheiten. Fromme[2]) erhält aus seinen Beobachtungen den ein wenig gröfseren Wert 2263.

Aus den Versuchen von Müller und Waltenhofen, so wie der Formel von Müller folgt, dafs bis zu gewissen magnetisierenden Kräften der Magnetismus der Stäbe annähernd den Kräften proportional ist, und dafs diese Proportionalität um so weiter geht, je dicker die Stäbe sind. Durch einen einfachen von Koosen[3]) angegebenen Versuch läfst sich dieses Verhalten der Stäbe direkt sichtbar machen.

Man leitet einen Strom durch eine Tangentenbussole und eine Magnetisierungsspirale, in welcher sich ein Eisenstab befindet. Die Magnetisierungsspirale wird so gestellt, dafs sie ebenfalls ablenkend auf die Nadel der Tangentenbussole wirkt, und dann der Strom so durch sie hindurchgeführt, und ihr Abstand von der Bussole so geregelt, dafs die Wirkung des Stromes und der den Eisenstab enthaltenden Magnetisierungsspirale auf die Nadel der Tangentenbussole sich gerade aufheben. So lange dann das magnetische Moment des Stabes der magnetisierenden Kraft proportional ist, müssen die beiden Wirkungen auf die Nadel sich bei jeder Stromstärke aufheben, und die Nadel der Tangentenbussole darf nicht abgelenkt werden, welches auch die Stromstärke ist.

Als Koosen nun einen Eisenstab von 27 mm Durchmesser in die Magnetisierungsspirale legte, zeigte sich auch keine Ablenkung, selbst als er Stromstärken anwandte, welche für sich die Nadel der Tangentenbussole um 60° ablenkten, nachdem er den Apparat so aufgestellt hatte, dafs bei einer Stromstärke, welche die Nadel der Bussole um 10° ablenkte, die Ablenkungen kompensiert waren. Bei dünnern Stäben erhielt er jedoch mit

1) *von Waltenhofen*, Poggend. Ann. Bd. CXXXVII.
2) *Fromme*, Wiedem. Ann. Bd. XIII.
3) *Koosen*, Poggend. Ann. Bd. LXXXV.

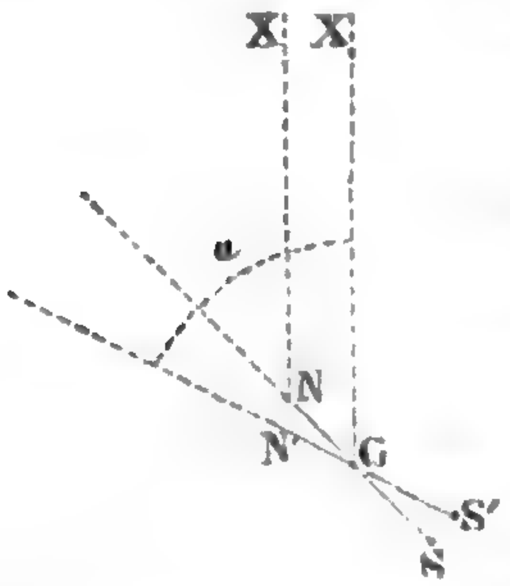
Digitized by Google

wachsender Stromstärke Ablenkungen, die zeigten, dafs das magnetische Moment des Stabes langsamer zunahm als die Stromstärke[1]).

W. Weber[2]) hat aus der Theorie der drehbaren Molekularmagnete einen Ausdruck für das magnetische Moment, welches durch irgend eine magnetisierende Kraft erregt wird, abgeleitet, welcher ebenfalls zeigt, dafs das magnetische Moment sich mit wachsender Stromstärke einem bestimmten Maximum nähert, welches erreicht ist, wenn sämtliche Moleküle des Magnets der magnetischen Axe parallel gelagert sind.

Es sei, um den Weg anzudeuten, auf welchem man zu diesem Ausdrucke gelangt, $N'S'$ (Fig. 260) die natürliche Lage eines Molekularmagnets, welcher um seinen Mittelpunkt drehbar ist; durch eine der Richtung CX parallele magnetisierende Kraft X sei derselbe um den Winkel $N'CN = \varphi$ gedreht.

Fig. 260.



Die auf den Magnet einwirkenden Molekularkräfte, von deren Vorhandensein uns die einzige Thatsache überzeugt, dafs bei dem weichen Eisen der temporäre Magnetismus fast vollständig, bei dem Stahl zum Teil verschwindet, üben auf den Magnet eine der Richtung $N'S'$ parallele Direktionskraft aus; sei dieselbe gleich D. Würde man nun annehmen dürfen, dafs diese Direktionskraft auch in dem magnetisierten Stabe dieselbe bleibt, obgleich die naheliegenden Moleküle ebenfalls eine Drehung erfahren, so würde bei einer Drehung des Magnets $N'S'$ um φ die ihn zurücktreibende Kraft $D \,.\, \sin\varphi$ sein. Das ist nun zwar wohl nicht der Fall, indes wird man unter Annahme dieses Wertes doch wohl eine dem wahren Werte der den Molekularmagnet in seine Gleichgewichtslage zurückführenden Kraft nahe kommende Voraussetzung machen, besonders bei dem Eisen, in welchem die Moleküle nach Aufhören der magnetisierenden Kraft in ihre Gleichgewichtslage zurückkehren.

Die magnetisierende Kraft X sucht den Magnet parallel CX zu stellen; ist der Winkel $N'CX$, welchen dieselbe mit $N'S'$ bildet, gleich u, so wird die in der Lage NS auf den Magnet wirkende Kraft sein

$$X \,.\, \sin(u - \varphi).$$

Ist nun NS die neue, unter Einwirkung der Kraft X erreichte Gleichgewichtslage, so ist die Bedingung derselben

$$X \,.\, \sin(u - \varphi) = D \,.\, \sin\varphi$$

$$\tang\varphi = \frac{X \,.\, \sin u}{D + X \,.\, \cos u}.$$

Ist auf diese Weise der Winkel φ bestimmt, so läfst sich daraus be-

1) Ähnlich wie bei Eisen ist auch die Abhängigkeit des magnetischen Moments von der magnetisierenden Kraft bei Nickel und Kobalt. Man sehe *Hankel*, Wiedem. Ann. Bd. I. *H. Becquerel*, Annales de chim. et de phys. 5. série T. XVI. *Rowland*, Philosoph. Magazin. 4. series vol. XLVI und vol. XLVIII.

2) *W. Weber*, Elektrodynamische Mafsbestimmungen, insbesondere über Diamagnetismus. S. 566 ff.

Digitized by Google

rechnen, um wie viel die der Richtung CX parallele Komponente des Molekularmagnets zugenommen hat. Ist m das der Axe des Molekularmagnets parallele Moment, so war in der natürlichen Gleichgewichtslage die CX parallele Komponente desselben

$$m \cdot \cos u,$$

nach der Drehung um den Winkel φ ist es dann

$$m \cdot \cos (u - \varphi),$$

folglich ist die Zunahme

$$x = m \left\{ \cos (u - \varphi) - \cos u \right\}.$$

Entwickelt man aus dem gefundenen Werte für tang φ die Werte von $\cos \varphi$ und $\sin \varphi$, so wird

$$x = m \left\{ \frac{X + D \cdot \cos u}{\sqrt{X^2 + D^2 + 2\, X D \cdot \cos u}} - \cos u \right\}.$$

Da in einem natürlichen Eisenstabe die Molekularmagnete alle möglichen Lagen haben, so ist die Summe der Komponenten parallel CX, bevor eine Magnetisierung eintrat, gleich null, und das temporäre magnetische Moment nach der Magnetisierung ist gleich der Summe aller x für die sämtlichen Elemente des Stabes.

In dem körperlichen Elemente des Stabes, dessen Mittelpunkt C ist, seien nun n solcher Molekularmagnete vorhanden; dieselben liegen im natürlichen Zustande des Stabes nach allen möglichen Richtungen des Raumes gerichtet. Die Zahl derjenigen, welche mit der Richtung CX Winkel bilden, welche zwischen u und dem davon unendlich wenig verschiedenen Werte $u + du$ liegen, verhält sich deshalb zu der gesamten Zahl n der Moleküle, wie eine Kugelzone, deren Radius $\sin u$, deren Breite du ist, zur Oberfläche der ganzen Kugel, deren Radius gleich 1 ist, also wie

$$2\pi \sin u\, du : 4\pi;$$

die Zahl derselben ist somit

$$\frac{n \sin u\, du}{2}.$$

Das Moment aller dieser Molekularmagnete ist somit

$$y = \frac{mn}{2} \left\{ \frac{X + D \cos u}{\sqrt{X^2 + D^2 + 2\, D X \cos u}} - \cos u \right\} \sin u\, du.$$

Daraus erhalten wir das Moment M_0 des ganzen körperlichen Elementes, wenn wir die Summen aller Werte y bilden für alle Werte, welche u annehmen kann, also für alle zwischen 0 und π liegenden Werte oder

$$M_0 = \frac{mn}{2} \int_0^{\pi} \left\{ \frac{X + D \cos u}{\sqrt{X^2 + D^2 + 2\, D X \cos u}} - \cos u \right\} \sin u\, du.$$

Da nun

$$\frac{mn}{2} \int_0^{\pi} \cos u \sin u\, du = \frac{mn}{2} (\sin^2 \pi - \sin^2 o) = 0,$$

Digitized by Google

so wird

$$M_0 = \frac{mn}{2}\int_0^\pi \frac{X + D\cos u}{\sqrt{X^2 + D^2 + 2DX\cos u}} \sin u\, du.$$

Diese Summe ist, wie sich bei einer Durchführung der Integration und unter Beachtung, dafs wegen

$$\sin\varphi = \frac{X\sin u}{\sqrt{X^2 + D^2 + 2DX\cos u}}$$

weil $\sin\varphi$ nur positiv sein kann, der Nenner

$$\sqrt{X^2 + D^2 + 2DX\cos u}$$

stets positiv sein mufs, da $\sin u$ stets positiv ist für alle Werte von u zwischen 0 und π, ergiebt[1])

$$M_0 = {}^2/_3\, nm \frac{X}{D}, \text{ wenn } D > X$$

$$M_0 = nm\left\{1 - {}^1/_3 \frac{D^2}{X^2}\right\}, \text{ wenn } D < X.$$

Es ergiebt sich somit, dafs die Abhängigkeit des magnetischen Momentes des betrachteten körperlichen Elementes von der magnetisierenden Kraft je nach dem Verhältnis derselben zu der molekularen Direktionskraft eine ganz verschiedene ist; so lange die magnetisierende Kraft kleiner ist als die molekulare Direktionskraft, mufs darnach das magnetische Moment des körperlichen Elementes der magnetisierenden Kraft proportional sein, wird dagegen die magnetisierende Kraft gröfser als die molekulare Direktionskraft, so wächst das magnetische Moment langsamer und nähert sich dem Werte

$$M_0 = mn,$$

wenn $X = \infty$ wird. In dem Falle sind alle Molekularmagnete des körperlichen Elementes der Richtung der magnetisierenden Kraft parallel gerichtet.

Aus dem magnetischen Momente des körperlichen Elementes erhält man das temporäre Moment des ganzen Stabes unter der Voraussetzung, dafs an allen Stellen desselben die gleiche magnetisierende Kraft thätig ist, indem man jetzt die Summe der Werte M_0 für alle Elemente des Stabes bildet. Wie man sieht, hängt deshalb das Moment des Stabes von seiner Gröfse, Dichtigkeit und Gestalt ab.

Für einen Stab, dessen Querschnitt gegen die Länge sehr klein ist, so dafs man ihn als ein Rotationsellipsoid betrachten kann, dessen Äquatorialdurchmesser gegen die Rotationsaxe verschwindend klein ist, ergiebt sich, wie im nächsten Paragraphen hervortreten wird, wenn $X > D$,

$$M = Cg\left(1 - {}^1/_3 \frac{D^2}{X^2}\right),$$

wenn g das Gewicht des Stabes und C sowie D, die Direktionskraft der Moleküle, zwei von der Natur des Stabes abhängige Konstanten sind; die Konstante C bedeutet das in der Gewichtseinheit des Stabes, unter Voraus-

1) *Röber*, Poggend. Ann. Bd. CXXXIII.

Digitized by Google

setzung der dem Stabe gleichen Form zu erreichende Maximum des magnetischen Momentes.

So lange die magnetisierende Kraft X kleiner als D, wird der Wert des Momentes in diesem Falle

$$M = \frac{2}{3} Cg \frac{X}{D}.$$

Mit dem ersten aus der Theorie von Weber abgeleiteten Ausdrucke, der für grofse magnetisierende Kräfte gilt, stimmen die Resultate einer von W. Weber angestellten Versuchsreihe recht gut überein. Weber umgab einen Eisenstab von 3,6 mm Durchmesser und 100,2 mm Länge mit einer engen Spirale, welche bedeutend länger war als der Stab, so dafs die auf denselben wirkende magnetisierende Kraft der ganzen Länge des Stabes nach als gleich angenommen werden kann; das magnetische Moment des Stabes wurde, wie von Müller, durch die Ablenkung eines Magnetometers gemessen. Um die Ablenkung des Magnetometers durch die Spirale ganz zu eliminieren, wurde das Ende des Spiraldrahtes zweimal in umgekehrter Richtung um die Mitte der Spirale in weiten Kreisen herumgewunden, so dafs der von diesen Windungen begrenzte Flächenraum dem von allen Windungen der engeren Spirale begrenzten gleich war. Dadurch wird nach §. 127 die Wirkung der Spirale auf das Magnetometer aufgehoben.

Die Stromstärke wurde mit einer Tangentenbussole nach absolutem Mafse gemessen; die magnetisierende Kraft daraus berechnet ist in folgender Tabelle unter der Kolumne X verzeichnet.

Das beobachtete, ebenfalls in absolutem magnetischen Mafse ausgedrückte magnetische Moment wurde durch das in Milligrammen ausgedrückte Gewicht des Stabes dividiert, und so das Moment eines dem untersuchten an Gestalt gleichen Stabes, dessen Gewicht der Einheit gleich ist, bestimmt. Die folgende Tabelle enthält dieses Moment unter $\frac{M}{g}$ beob.

Die dritte Kolumne enthält das nach der Weberschen Formel von Wiedemann[1]) berechnete Moment.

X	$\frac{M}{g}$ beobachtet	$\frac{M}{g}$ berechnet	
658,9	911,1	911,1	
1381,5	1424,0	1595,0	
1792,0	1547,9	1686,9	$C = 1808$
2151,0	1627,3	1721	$D = 803,8$
2432,8	1680,7	1744	
2757,0	1722,7	1757	
3090,6	1767,3	1767,3	
3186,6	1787,7	1769	
2645,6	1707,9	1742,4	
2232,1	1654,0	1730	
1918,7	1584,1	1702,2	
1551,2	1488,9	1646	
1133,1	1327,9	1404,4	
670,3	952,0	942,6.	

1) *Wiedemann*, Galvanismus 2. Aufl. II. Bd. 1. Abtlg. §. 351.

Digitized by Google

Die Konstanten C und D wurden aus dem ersten und letzten Versuche der ersten Reihe, bei aufsteigenden Stromstärken berechnet.

Die bei absteigenden Stromstärken beobachteten Werte von M zeigen, daſs das Eisen keine merkliche Koercitivkraft besaſs, daſs also von dieser das langsamere Wachsen des magnetischen Momentes nicht herrührt.

Für das Maximum des magnetischen Momentes, welches der Gewichtseinheit Eisen erteilt werden kann, ergiebt sich hiernach

$$C = 1808,$$

ein Wert, der etwas kleiner ist als der von Waltenhofen abgeleitete[1]).

Den aus der Weberschen Theorie sich ergebenden Gang der magnetischen Momente, wonach dieselben sich bis zu dem Momente $M = {}^2/_3\, Cg$ durch eine gerade Linie, dann weiter durch eine Kurve darstellen lassen, welche sich asymptotisch dem Werte $M = Cg$ nähert, hat Dub[2]) in einer Reihe von Versuchen zu prüfen unternommen. Bei dicken Stäben, von etwa 2 cm Durchmesser an, fand er den Magnetismus, soweit er bei seinen Versuchen ging, der Stromstärke proportional, bei geringeren Durchmessern dagegen ergaben sich die magnetischen Momente bis zu einer gewissen Stromstärke derselben proportional, dann aber langsamer wachsend als diese. In der That stimmen die Beobachtungen mit den Gleichungen ziemlich gut überein, wie unter anderen folgende Reihe zeigt, die an einem Stabe von 21 cm Länge und 1,3 cm Dicke gefunden wurde. Die Stromstärken X sind durch die mit 10000 multiplizierten Tangenten der Ablenkungswinkel einer Tangentenbussole, und ebenso die magnetischen Momente durch die mit derselben Zahl multiplizierten Tangenten der Winkel gegeben, um welche eine 78 cm von der Mitte des Stabes entfernt aufgehängte Nadel abgelenkt wurde.

X	M beob.	M ber.	
522	1161	1224	$\frac{M}{X} = 2,337$ (für die Werte 522 bis 2679)
875	2011	2045	
1228	2867	2870	
1583	3788	3763	
1944	4610	4543	
2309	5514	5396	$Cg = 9732$
2679	6340	6161	$D = 2776$
2776	—	6488	
3057	7099	7057	
3640	7794	7848	
4245	8391	8344	
4663	8616	8584	

Die Konstante Cg wurde aus den letzten 4 Werten und dann die Konstante D aus der Gleichung

---

1) Eine genauere Berechnung dieser Versuche, welche das Webersche Stäbchen nicht als ein unendlich gestrecktes Ellipsoid betrachtet, liefert indes für C einen mit dem Waltenhofenschen näher übereinstimmenden Wert, etwa 2300.

2) *Dub*, Poggend. Ann. Bd. CXXXIII.

Digitized by Google

$$\frac{M}{X} = {}^2/_3 \frac{Cg}{D}$$

berechnet. Wie man sieht, stimmen die mit diesen Konstanten berechneten Werte von M mit den beobachteten ziemlich gut überein.

Der Verlauf der beobachteten Werte, so lange sie nach der Gleichung der magnetisierenden Kraft proportional sein sollten, läfst indes erkennen, dafs das doch nicht in aller Strenge der Fall ist, er zeigt vielmehr, dafs die magnetischen Momente etwas rascher wachsen als die magnetisierende Kraft.

Auf diesen Verlauf der magnetischen Momente hat zuerst Wiedemann aufmerksam gemacht[1]) bei der Untersuchung des magnetischen Verhaltens einer Anzahl von Stäben verschiedener Länge und verschiedenen Querschnitts. Es zeigte sich bei denselben stets, dafs die magnetischen Momente mit steigender magnetisierender Kraft anfangs rascher wachsen als die magnetisierende Kraft, dafs sie dann aber, ohne eine Zeitlang der magnetisierenden Kraft proportional zu sein, entsprechend dem Weberschen Gesetze langsamer wachsen. Diesen Gang läfst unter anderen folgende Versuchsreihe erkennen, in welcher die Stromstärken J durch eine Wiedemannsche Tangentenbussole, und die magnetischen Momente M nach der Methode von Müller beobachtet wurden. Die Länge des Stabes war 1 Meter, die Dicke 10,3 mm.

J	M	$\frac{M}{J}$	J	M	$\frac{M}{J}$
4,60	11,63	2,500	48,03	173,1	3,602
7,86	23,42	2,982	56,04	193,2	3,446
13,96	52,82	3,639	61,31	207,6	3,310
19,49	73,24	3,758	74,91	230,9	3,072
25,89	99,82	3,807	83,10	244,0	2,935
30,1	115,8	3,845	87,78	249,7	2,844
41,7	158,4	3,798	107,3	273,9	2,553.

Bei dickern Stäben dauert das raschere Ansteigen des Magnetismus sehr viel länger als bei dünnern Stäben, es dauert dort noch bei magnetisierenden Kräften fort, bei welchen für dünnere Stäbe der Wendepunkt längst überschritten ist. Es ergiebt sich das aufser aus den Versuchen von Wiedemann aus den vorhin zum Teil angeführten Versuchen von v. Waltenhofen[2]). Je dünner die zu den Versuchen benutzten Stäbe sind und von je geringeren magnetisierenden Kräften man ausgeht, um so deutlicher tritt dieser Gang der magnetischen Momente hervor, wie unter anderen folgende drei Versuchsreihen, welche von Quintus Icilius[3]) herrühren, sehr schön erkennen lassen. Die untersuchten Stäbe waren Rotationsellipsoide, bei Nr. 1 war die Rotationsaxe 199, der Äquatorialdurchmesser 1,97 mm, bei Nr. 2 erstere 200 mm, letztere 20,41 mm und

1) *Wiedemann*, Poggend. Ann. Bd. CXVII. Auch Galvanismus Bd. II, 1. §. 311. 2. Aufl.

2) *von Waltenhofen*, Sitzungsberichte der Wiener Akademie Band LII und LXI.

3) *von Quintus Icilius*, Poggend. Ann. Bd. CXXI.

Digitized by Google

bei Nr. 3 erstere 51 mm, letzterer 19,84 mm lang. Die Kolumne $\frac{m}{X}$ giebt die Quotienten des magnetischen Momentes der Volumeinheit, dasselbe ausgedrückt in absoluten Einheiten, und der magnetisierenden Kraft. Die Stäbchen wurden nach und nach in die Mitte derselben Spirale gebracht.

Nr. 1		Nr. 2		Nr. 3	
X	$\frac{m}{X}$	X	$\frac{m}{X}$	X	$\frac{m}{X}$
2,7	27,1	2,7	3,88	28,1	0,564
6,3	33,7	6,2	4,01	68,5	0,566
16,6	52,4	18,6	4,17	135,5	0,593
38,6	70,8	37,8	4,23	230,1	0,595
63,2	73,4	68,4	4,35	285,4	0,595
74,7	73,5	74,5	4,36	377,0	0,577
94,5	70,8	95,5	4,34	418,1	0,626
235,0	47,2	188,0	4,46	767,9	0,604
364,0	32,8	260,6	4,52	983,3	0,615
		361,5	4,47	1170,5	0,629.

Wie man sieht, zeigt das dünnste Ellipsoid diesen Gang in höchst auffallender Weise, während die beiden dickern innerhalb dieser Versuchsgrenzen ein der Stromstärke nahezu proportionales magnetisches Moment zeigen.

Zu ganz ähnlichen Resultaten in Bezug auf den Gang der magnetischen Momente gelangten später Oberbeck[1]) und Stoletow[2]), Rowland[3]), Riecke[4]), Fromme[5]), Bauer[6]), H. Meyer[7]) u. a., auf deren Arbeiten wir noch an einer anderen Stelle eingehen werden; wir werden dann auch andeuten können, daſs die annähernde Proportionalität zwischen m und X bei den Stäben Nr. 2 und Nr. 3 in ihrer Form begründet ist.

Der aus den vorgeführten Versuchen für kleinere Werte von X sich ergebende eigentümliche Verlauf der magnetischen Momente läſst sich mit der Weberschen Theorie der drehbaren Molekularmagnete nur durch die Annahme vereinigen, daſs die molekulare Direktionskraft nicht von der Lage der Moleküle unabhängig ist, dass dieselbe vielmehr kleiner wird, wenn die Moleküle aus ihrer natürlichen Gleichgewichtslage herausgebracht sind. Daſs eine derartige Veränderlichkeit von D möglich ist, ergiebt sich nach Wiedemann[8]) aus der schon im ersten Abschnitte erwähnten Thatsache, daſs Erschütterungen das temporäre Moment auch eines weichen Eisenstabes, der sich unter dem Einflusse einer konstanten magnetisierenden Kraft befindet, wesentlich vermehren, so daſs die Moleküle durch eine Art Reibung der Ruhe in der Bewegung gehindert werden, welche ihnen durch die magnetisierende Kraft erteilt werden würde, und sie

1) *Oberbeck*, Poggend. Ann. Bd. CXXXV.
2) *Stoletow*, Poggend. Ann. Bd. CXLVI.
3) *Rowland*, Philosophical Magazin 4 series vol. XLVI.
4) *Riecke*, Poggend. Ann. Bd. CXLIX; Wiedem. Ann. Bd. XIII.
5) *Fromme*, Poggend. Ann. Ergänzungsbd. VII. Poggend. Ann. Bd. CLII.
6) *Bauer*, Wiedem. Ann. Bd. XI.
7) *H. Meyer*, Wiedem. Ann. Bd. XVIII.
8) *Wiedemann*, Galvanismus. Bd. II, 1. §. 328. 2. Aufl.

Digitized by Google

erst nach Überwindung dieser Reibung durch mechanische Erschütterungen völlig die magnetische Gleichgewichtslage annehmen. Es ist nun durchaus nicht unmöglich, dafs dieser eigentümliche Bewegungswiderstand abnimmt, je weiter sich die Moleküle aus der Gleichgewichtslage entfernen.

Hierzu kann noch ein zweiter Umstand kommen, indem die bereits magnetisch gerichteten Moleküle selbst auf einander und die Nachbarmoleküle in dem Sinne einwirken, dafs sie der parallelen Lage näher gebracht werden, als es allein durch die äufsere magnetisierende Kraft geschieht. So lange in dem Körper überhaupt nur wenige Moleküle gerichtet sind, so lange also etwa nach der Weberschen Gleichung die Momente den magnetisierenden Kräften proportional sein würden, mufs dann infolge dieses Umstandes das magnetische Moment ebenfalls rascher wachsen als die äufsere magnetisierende Kraft[1]).

§. 131.

Abhängigkeit des magnetischen Momentes von der Beschaffenheit der Stäbe. Wir sahen in dem ersten Abschnitte dieses Teiles, dafs der Magnetismus, welchen ein Stab unter dem Einflufse magnetisierender Kräfte erhält, wesentlich abhängt von der Beschaffenheit des Stabes, seiner chemischen oder physikalischen Natur, seiner Form und Gröfse. Wir konnten damals diese Abhängigkeit nur sehr im allgemeinen charakterisieren, da wir nicht imstande waren die magnetisierenden Kräfte exakt zu messen; in dem vorigen Paragraphen haben wir nun in Spiralen, welche von galvanischen Strömen durchflossen werden, magnetisierende Kräfte erhalten, deren Gröfse wir genau bestimmen können; wir sind daher jetzt imstande, die damals erhaltenen allgemeinen Resultate zu vervollständigen.

Was zunächst die Stärke des Magnetismus in verschiedenen Eisen- und Stahlsorten betrifft, so haben wir bereits §. 12 gesehen, dafs diese bei gleicher magnetisierender Kraft sehr verschieden sein kann.

Es gilt das nach den Versuchen Müllers[2]) sowohl von dem temporären magnetischen Momente als auch von dem permanenten, und dabei zeigt sich im allgemeinen, dafs, je gröfser das temporäre Moment ist, je vollständiger also die Magnetisierung durch eine gegebene magnetisierende Kraft ist, um so kleiner das permanente Moment ist. Müller legte in eine Spirale, durch welche ein Strom von drei doppelten Bunsenschen Elementen hindurch ging, Stäbe von 16,7 cm Länge und 6 mm Dicke, und fand nach der vorhin beschriebenen Methode

	das temporäre Moment	Bleibende Ablenkung des Magnetometers nach Unterbrechung des Stromes
Schmiedeeisen	0,490	0°
gewalztes Eisen	0,474	0°
geglühter Stahl	0,404	3,5°
angelassener Stahl	0,393	7°
harter Stahl	0,259	9°
Gufseisen	0,220	1°.

1) Man sehe über diesen Punkt auch *Stefan*, Berichte der Wiener Akademie Bd. LXIX.

2) *J. Müller* in Freiburg. Poggend. Ann. Bd. LXXXV.

Digitized by Google

Mit Ausnahme des Gufseisens also zeigt sich die eben aufgestellte Behauptung bestätigt, dafs je gröfser das temporäre Moment ist, um so kleiner der bleibende Magnetismus ist; es folgt das auch schon aus dem Wesen der Koercitivkraft, denn mit der Gröfse derselben wächst der permanente Magnetismus eines Stabes, zugleich aber auch die Kraft, mit welcher die Molekularmagnete in ihrer Gleichgewichtslage gehalten werden. Mit derselben mufs also die zur Erzielung eines bestimmten Moments erforderliche Kraft zunehmen. Damit ist auch die aus der Weberschen Theorie abgeleitete Formel in Übereinstimmung, denn die Konstante D in derselben, die Direktionskraft der Moleküle, ist eigentlich nichts Anderes als die Koercitivkraft. Je gröfser aber D ist, um so kleiner ist bei konstantem X der Wert des temporären Momentes M.

Diese Abhängigkeit des temporären Momentes von der Natur der Eisen- und Stahlstäbe erschwert die Untersuchung über die Abhängigkeit des Momentes von der Form und Gröfse der Stäbe, da man nie bei der Vergleichung zweier Stäbe sicher sein kann, dafs die molekulare Beschaffenheit der verglichenen Stäbe dieselbe ist.

Die Frage nach der Abhängigkeit des temporären Momentes von der Form und Gröfse der Stäbe bei gleicher magnetisierender Kraft kann doppelt gestellt werden, nämlich es kann entweder auf jeden Teil des untersuchten Stabes dieselbe magnetisierende Kraft wirken, oder es kann die gesamte magnetisierende Kraft dieselbe sein, wobei dann die einzelnen Teile der verschiedenen Stäbe sehr verschiedenen Kräften unterworfen sein können. Ein Beispiel wird das klar machen. Umwickeln wir zwei Stäbe gleichen Durchmessers, aber verschiedener Länge, mit Spiralen gleicher Weite, deren Längen aber gleich den Längen der Stäbe sind, und lassen durch die Spiralen Ströme gleicher Intensität fliefsen, so wirkt auf die Längeneinheit beider Stäbe die gleiche magnetisierende Kraft, die gesamten, auf beide Stäbe wirkenden magnetisierenden Kräfte verhalten sich aber wie die Längen der Spiralen. Legt man aber Stäbe verschiedener Länge in ein und dieselbe Spirale, oder besser noch, umwindet man zwei Stäbe verschiedener Länge mit einer gleichen Anzahl von Windungen, so ist die auf beide Stäbe wirkende gesamte magnetisierende Kraft dieselbe, aber die auf die Längeneinheit wirkende Kraft verhält sich umgekehrt wie die Länge der Stäbe.

Gleiches gilt, da die magnetisierende Kraft von der Weite der Windungen nicht ganz unabhängig ist, bei Anwendung von Stäben verschiedener Durchmesser.

Um nun bei diesen Untersuchungen allgemeine und unzweideutige Resultate zu erhalten, würde es notwendig sein, dafs dieselben so geführt würden, dafs bei den einzelnen Versuchen auf alle Teile der gerade benutzten Stäbe gleiche magnetisierende Kräfte wirkten; da man die Abhängigkeit des Momentes von der magnetisierenden Kraft kennt, würde man dann die beiden aufgestellten Fragen beantworten können. Man würde das, wie sich schon aus dem vorigen Paragraphen ergiebt, erreichen, wenn man stets Magnetisierungsspiralen anwenden würde, welche um ein Bedeutendes länger wären als die untersuchten Stäbe, und deren Durchmesser gegen diejenigen aller zu vergleichenden Stäbe sehr bedeutend ist, so dafs man das Verhältnis zwischen dem Durchmesser der Stäbe und der Spirale für alle als nahe-

Digitized by Google

zu gleich ansehen könnte. Dabei müfsten aber immer die Durchmesser der Spiralen gegen die Längen nur sehr klein sein[1]). Annähernd allgemein gültige Resultate würde man auch erhalten können, wenn man, immer unter Beachtung der obigen Regeln, stets die Verhältnisse zwischen den Dimensionen der Spiralen und der untersuchten Stäbe gleich wählte, da die auf die einzelnen Teile der Stäbe wirkenden Kräfte dann zwar nicht gleich, aber doch für die ähnlich liegenden Teile der Stäbe in einem konstanten Verhältnisse ständen.

Allgemein gültige Gesetze über die Abhängigkeit des magnetischen Momentes von der Gestalt und Gröfse der zu magnetisierenden Eisenkörper lassen sich selbst unter der Voraussetzung einer in allen Punkten des zu magnetisierenden Körpers ganz gleichen äufsern magnetisierenden Kraft nur für solche Körper erhalten, welche eine ganz bestimmte geometrische Gestalt haben, wie sich das unmittelbar aus der von Poisson entwickelten Theorie des Magnetismus ergiebt[2]). Eine ausführliche Besprechung dieser Theorie ist uns nicht möglich, wir können hier nur kurz den Gedankengang darlegen, welcher dieser Theorie zu Grunde liegt.

Poisson geht dabei von der älteren Ansicht aus, dafs der Akt des Magnetisierens in einer Scheidung der magnetischen Flüssigkeiten besteht, deren jedes Molekül des Eisens in unerschöpflicher Menge besitzt. Diese beiden Flüssigkeiten können durch magnetisierende Kräfte in dem Molekül getrennt werden, können aber das Molekül selbst nicht verlassen. Aufserdem setzt die Entwicklung von Poisson voraus, dafs die beiden Magnetismen nur durch die magnetisierenden Kräfte von einander getrennt erhalten werden, dafs sie nach aufhörender Wirkung der Kräfte sofort wieder zusammenfliefsen, er nimmt also den zu magnetiesierenden Körper als ohne jegliche Koercitivkraft an. Die Entwicklungen gelten also nur für weiches Eisen.

Denken wir uns ein Element eines Eisenstabes, dessen Volumen gleich v sei, und wirke auf dasselbe nach irgend einer Richtung eine magnetisierende Kraft ein, welche innerhalb des ganzen Elementes konstant und gleich P sei: es sei also etwa die magnetisierende Kraft der Erdmagnetismus; so ist das durch diese Kraft in dem Elemente parallell der Richtung der Kraft erzeugte magnetische Moment

$$k v P,$$

worin k eine nur von der Natur des Eisens abhängige Gröfse ist, welche Poisson konstant setzt, so dafs er also das erregte Moment der magnetisierenden Kraft einfach proportional setzt. Daraus folgt dann sofort, dafs das Moment des Elementes parallel einer Richtung, welche mit der der magnetisierenden Kraft einen Winkel ϑ bildet, gegeben ist durch

$$k v P \cos \vartheta.$$

Die Grundlage der Rechnungen, welche den magnetischen Zustand eines Körpers, welcher der Einwirkung irgendwelcher magnetisierenden

1) Man sehe *W. Weber*, Elektrodynamische Mafsbestimmungen, insbesondere über Diamagnetismus S. 546 ff.

2) *Poisson*, Mémoires de l'Acad. des sciences de l'Institut de France T. V und T. VI Années 1821, 1822, 1823.

Kräfte unterliegt, bestimmen, erhalten wir nun durch folgende Überlegungen. Das magnetische Moment eines Körpers erhalten wir, wenn wir das Moment seiner einzelnen Elemente als Funktion deren Lage im Innern des Körpers kennen; wir haben dann nur die Summe aller Momente für den ganzen Körper zu bilden. Es handelt sich also um die Bestimmung des Momentes irgend eines Elementes.

Man betrachtet dazu die Einwirkung der scheidenden Kräfte auf einen Punkt im Innern eines Elementes; wir können derselben drei unterscheiden. Zuerst nämlich die äufsern magnetisierenden Kräfte, welche auf den Körper einwirken. Bezeichnen wir die Potentialfunktion der äufsern Kräfte im Punkte, den wir betrachten, mit V, so ist nach der Potentialtheorie die Kraft, welche die in dem betrachteten Punkte vorhanden gedachte Einheit der magnetischen Flüssigkeiten parallel den drei Koordinatenaxen zu verschieben sucht,

$$\mp\frac{\partial V}{\partial x} \quad \mp\frac{\partial V}{\partial y} \quad \mp\frac{\partial V}{\partial z},$$

worin das obere Vorzeichen für den Magnetismus der einen, also etwa den Nordmagnetismus, der untere für den der andern Art gilt.

Durch die wirksamen äufsern Kräfte werden alle Elemente des Körpers in den polaren Zustand versetzt, dadurch wirken diese nun aber ebenfalls auf die in dem betrachteten Punkte vorhandenen Magnetismen ein, und suchen dieselben in irgend einer Art von einander zu trennen. Diese Einwirkung tritt als zweite zu der eben betrachteten hinzu. Nennen wir die Potentialfunktion der Magnetismen derjenigen Elemente, welche in endlicher Entfernung von dem betrachteten Elemente sich befinden, in dem betrachteten Punkt U, so erhalten wir die in dem betrachteten Punkte wirksamen Kräfte gerade wie eben nach der Richtung der drei Koordinatenaxen in den drei Differentialquotienten

$$\mp\frac{\partial U}{\partial x} \quad \mp\frac{\partial U}{\partial y} \quad \mp\frac{\partial U}{\partial z}.$$

Aufserdem wirken aber drittens die Magnetismen derjenigen Elemente, welche sich in molekularen Entfernungen von dem betrachteten Elemente befinden, und die in dem Elemente selbst bereits geschiedenen Magnetismen auf den betrachteten Punkt ein. Nun weist Poisson nach, dafs die in molekularen Entfernungen sich befindenden Elemente in ihren Wirkungen sich aufheben[1]); es bleiben also nur die Wirkungen der in dem Elemente selbst geschiedenen Magnetismen übrig. Diese suchen die dort vorhandenen Magnetismen zu scheiden, indem der freie Nordmagnetismus den in dem Punkte vorhandenen Südmagnetismus anzieht, den Nordmagnetismus abstöfst. Nennen wir die magnetischen Momente des Elementes, dessen Volumen gleich i sei

$$\begin{array}{lll} \text{parallel } x & \ldots & \alpha i \\ \quad\text{"}\quad y & \ldots & \beta i \\ \quad\text{"}\quad z & \ldots & \gamma i, \end{array}$$

1) Einwendungen gegen die zu diesem Resultate führenden Betrachtungen sehe man *Feilitzsch*: Galvanische Fernewirkungen. Karstens Encyklopädie Bd. XIX S. 680 ff.

Digitized by Google

so wird die hierdurch auf die in dem betrachteten Punkte gedachte Einheit des Magnetismus ausgeübte Wirkung gleich dem Produkte aus den erwähnten Momenten und diesem gedachten Magnetismus, also

$$\mp \alpha i \mp \beta i \mp \gamma i.$$

Dies sind die auf den Magnetismus des betrachteten Punktes wirkenden scheidenden Kräfte; soll nun ein konstanter magnetischer Zustand des Körpers erreicht sein, so müssen in allen Punkten des Körpers diese Kräfte sich aufheben, wir erhalten also als Gleichgewichtsbedingung folgende drei Gleichungen:

$$\frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial x} + \alpha i = 0$$

$$\frac{dV}{\partial y} + \frac{\partial U}{\partial y} + \beta i = 0$$

$$\frac{\partial V}{dz} + \frac{\partial U}{\partial z} + \gamma i = 0.$$

Wir können ebenfalls die letzten Glieder dieser Gleichungen als eine Funktion der Koordinaten darstellen. Bezeichnet φ die Potentialfunktion einer magnetisierenden Kraft, welche dem Elemente i, mit den Koordinaten x, y, z, dasselbe isoliert gedacht, das Moment αi parallel x, βi parallel y, γi parallel z erteilen würde, so können wir schreiben

$$\alpha i = k i \frac{\partial \varphi}{\partial x}; \quad \beta i = k i \frac{\partial \varphi}{\partial y}; \quad \gamma i = k i \frac{\partial \varphi}{\partial z},$$

worin k die schon vorher eingeführte Konstante ist; denn die Differentialquotienten bedeuten die parallel den betreffenden Richtungen wirkenden Kräfte, von denen wir annehmen dürfen, dafs sie in dem unendlich kleinen Raume i überall den gleichen Wert haben.

Dafs es eine solche Funktion φ unter den hier vorausgesetzten Umständen geben mufs, folgt schon aus den vorhergehenden Gleichungen, nach denen z. B.

$$\alpha i = -\left(\frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial x}\right) = -\frac{\partial (V+U)}{\partial x}.$$

Hiernach sind die drei Bedingungsgleichungen auf eine einzige zurückzuführen, dafs nämlich für alle Punkte im Innern des betrachteten Körpers

$$V + U + ki \cdot \varphi = \text{const.},$$

dafs also die Summe der drei Potentialfunktionen im Innern gleich einer Konstanten sein mufs, denn nach der Theorie der Potentiale wissen wir, dafs in einem Raum, in welchem die betreffende Potentialfunktion einen konstanten Wert hat, die Kräfte gleich null sind.

Es bedarf hiernach nur der Bestimmung der Funktion φ, um das magnetische Moment des Körpers nach irgend einer Richtung zu bestimmen. Denn ist φ bekannt, so giebt z. B.

$$ki \frac{\partial \varphi}{\partial x}$$

Digitized by Google

das Moment eines Elementes mit den Koordinaten x, y, z parallel der x-Axe; schreiben wir

$$i = dx\,dy\,dz,$$

so erhalten wir das Moment des ganzen Körpers parallel der x-Axe in der über den ganzen körperlichen Raum ausgedehnten Summe

$$M_x = \int k \frac{\partial \varphi}{\partial x} dx\,dy\,dz.$$

Zur Bestimmung der Funktion φ aus obiger Gleichung kommen noch, da V, U, φ Potentiale von Massen auf aufserhalb desselben liegende Punkte sind, die aus der Theorie des Potentials folgenden Gleichungen hinzu

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0.$$

Auch ohne auf die mathematische Behandlung der einzelnen Funktionen näher einzugehen, läfst sich schon aus den im Vorigen gegebenen Andeutungen erkennen, dafs φ und damit das magnetische Moment des magnetisierten Körpers wesentlich von der Gestalt desselben abhängig ist.

Eine Durchführung der Rechnung zur Bestimmung der Funktion φ ist bisher nur für wenige Körper gelungen; Poisson selbst hat dieselbe für die Kugel[1]), Neumann für das Rotationsellipsoid[2]), Kirchhoff für einen unbegrenzten Cylinder und für einen Ring[3]) gegeben[4]).

Für das Rotationsellipsoid kommt Neumann für φ zu der Gleichung

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = -\frac{1}{1 + kA_0}\frac{\partial V}{\partial x}; \quad \frac{\partial \varphi}{\partial y} = -\frac{1}{1 + kB_0}\frac{\partial V}{dy}; \quad \frac{\partial \varphi}{\partial z} = -\frac{1}{1 + kC_0}\frac{\partial V}{\partial z},$$

worin A_0, B_0, C_0 durch die Dimensionen des Ellipsoides bestimmte Konstanten sind.

Für das der Axe der x parallele Moment erhalten wir dann

$$M_x = -\frac{k}{1 + kA_0}\int \frac{\partial V}{\partial x} dx\,dy\,dz.$$

Wir wollen annehmen, die Axe der x sei die Rotationsaxe des Ellipsoides, und parallel derselben wirke auf das Ellipsoid eine magnetisierende Kraft, welche in der ganzen Ausdehnung des Ellipsoides konstant sei. Bezeichnen wir diese konstante magnetisierende Kraft mit X, so ist

$$-\frac{\partial V}{\partial x} = X$$

---

1) *Poisson*, Mémoires de l'Acad. des sciences T. V.

2) *Neumann*, Crelles Journal Bd. XXXVII.

3) *Kirchhoff*, Crelles Journal Bd. XLVIII. Poggend. Ann. Ergänzungsband V.

4) Man sehe auch die Berechnung von *Riecke*, Wiedem. Ann. Bd. XIII.

Digitized by Google

und es wird

$$M_x = \frac{kX}{1 + kA_0} \int dx\, dy\, dz.$$

Da nun

$$\int dx\, dy\, dz = v,$$

gleich dem Volumen des ganzen Ellipsoides ist, so wird

$$M_x = \frac{kv}{1 + kA_0} \cdot X.$$

Die Konstante A_0 hat dann nach Neumann den Wert

$$A_0 = 4\pi\sigma(\sigma^2 - 1) \left\{ {}^1/_2 \log \frac{\sigma + 1}{\sigma - 1} - \frac{1}{\sigma} \right\},$$

worin σ, wenn a die halbe Rotationsaxe, b der halbe Äquatorialdurchmesser ist, gegeben ist durch

$$\sigma^2 = \frac{a^2}{a^2 - b^2}.$$

Für einige Formen des Rotationsellipsoides erhält A_0 einen sehr einfachen Ausdruck. Schreiben wir

$$\log \frac{\sigma + 1}{\sigma - 1} = \log \left(1 + \frac{1}{\sigma}\right) - \log \left(1 - \frac{1}{\sigma}\right),$$

so ist nach Entwicklung der Logarithmen in eine Reihe, mit Vernachlässigung höherer Potenzen von $\frac{1}{\sigma}$

$$\log \frac{\sigma + 1}{\sigma - 1} = 2 \left\{ \frac{1}{\sigma} + {}^1/_3 \frac{1}{\sigma^3} \right\},$$

somit

$$A_0 = {}^4/_3 \pi \frac{\sigma^2 - 1}{\sigma^2} = {}^4/_3 \pi \frac{b^2}{a^2}.$$

Ist nun das Ellipsoid sehr lang gestreckt, also a gegen b sehr grofs, so wird A_0 sehr klein, und setzen wir $a = \infty$, so wird

$$A_0 = 0$$

$$M_x = kv\, X.$$

Ist $b = a$, wird das Ellipsoid eine Kugel, so wird

$$A_0 = {}^4/_3 \pi$$

$$M_x = \frac{kv}{1 + {}^4/_3 \pi k} \cdot X.$$

Für zwischenliegende Werte der Rotationsaxe mufs man den numerischen Wert von A_0 aus dem Axenverhältnis berechnen.

Eine einfache Beziehung zwischen den Dimensionen des Eisenkörpers und dem bei gleicher magnetisierender Kraft erreichten magnetischen Moment würde sich nur für unendlich gestreckte Ellipsoide, also für Cylinder von solcher Länge, dafs man den Durchmesser gegen die Länge als verschwindend klein betrachten kann, ergeben. Für solche ist das Moment ihrem Volumen direkt proportional, also proportional ihrer Länge

Digitized by Google

und dem Quadrate ihres Durchmessers. Auch für die Kugel ergiebt sich diese Proportionalität des Momentes mit dem Volumen, während bei den Ellipsoiden diese Proportionalität nicht mehr besteht, weil auch der Nenner des Ausdruckes für M_x die von den Dimensionen des Ellipsoides abhängige Gröfse A_0 enthält.

Die Poissonsche Theorie setzt den Magnetismus stets der magnetisierenden Kraft proportional, indem sie den Faktor k, mit dem man die auf die Volumeinheit, dieselbe isoliert gedacht, wirkende magnetisierende Kraft zu multiplizieren hat, um das magnetische Moment derselben zu erhalten, konstant setzt. Man bezeichnete deshalb diesen Faktor als die Magnetisierungskonstante. Nach der obigen Gleichung für ein unendlich gestrecktes Ellipsoid könnte man dieselbe auch als das Moment eines solchen Ellipsoides definieren, dessen Volumen der Einheit gleich ist, wenn auf dasselbe die magnetisierende Kraft Eins einwirkt.

Nach den im vorigen Paragraphen besprochenen Versuchen wächst aber für kleinere Werte von X der Magnetismus rascher, für gröfsere wächst er langsamer als die magnetisierende Kraft. Es folgt daraus, dafs k nicht konstant, sondern eine Funktion der magnetisierenden Kraft ist, dafs k also nicht als Magnetisierungskonstante, sondern als Magnetisierungsfunktion bezeichnet werden mufs.

Infolge dieser Variabilität von k sind die Poissonschen Gleichungen im allgemeinen nicht mehr richtig, für den Fall des Ellipsoides und einer auf alle Punkte des Ellipsoides gleichmäfsig wirkenden Kraft weist aber Kirchhoff[1]) nach, dafs die obigen Gleichungen noch gültig sind, nur dafs in ihnen k nicht mehr als konstant, sondern als eine Funktion der magnetisierenden Kraft aufzufassen ist.

Infolgedessen kann man die Beobachtungen an Ellipsoiden benutzen, um den Gang der Magnetisierungsfunktion kennen zu lernen, indem man aus den beobachteten Werten von M_x aus der Gleichung

$$M_x = \frac{k v X}{1 + k A_0}$$

den Wert von k für die verschiedenen magnetisierenden Kräfte X ableitet. In dieser Weise hat Kirchhoff[2]) die Beobachtungen von Weber, Stoletow[3]), seine eignen und jene von Quintus Icilius, welche im vorigen Paragraphen erwähnt wurden, berechnet, und ebenso haben Oberbeck[4]) und Riecke[5]) den Wert von k aus ihren Beobachtungen abgeleitet, Oberbeck indem er wie Quintus Icilius die Momente verschiedener Ellipsoide mafs, welche in einer Magnetisierungsspirale durch im Innern der Ellipsoide überall gleiche Kräfte magnetisiert wurden, und Riecke, indem er Ellipsoide verschiedener Form durch die horizontale oder vertikale Komponente des Erdmagnetismus magnetisierte. Ferner haben Rowland, Fromme,

1) *Kirchhoff*, Crelles Journal Bd. XLVIII.
2) *Kirchhoff*, Crelles Journal Bd. XLVIII.
3) *Stoletow*, Poggend. Ann. Bd. CXLVI. Ähnlich wie Stoletow auch *Rowland*, Phil. Mag. 4 ser. vol. XLVI.
4) *Oberbeck*, Poggend. Ann. Bd. CXXXV.
5) *Riecke*, Poggend. Ann. Bd. CXLIX. Wiedem. Ann. Bd. XIII.

Digitized by Google

Bauer, H. Meyer u. a. ihre schon S. 946 erwähnten Beobachtungen zur Bestimmung der Magnetisierungsfunktion benutzt.

Für das von Quintus Icilius benutzte Ellipsoid No. 1 ergiebt sich z. B.

$$A_0 = 0{,}00529.$$

Damit ergeben sich[1]) aus den von Quintus Icilius beobachteten Werten von

$$m = \frac{M_x}{v}$$

X	$\frac{m}{X}$	k	$\frac{X}{1 + kA_0}$
2,7	27,1	31,6	2,31
6,3	33,7	41,0	5,17
16,6	52,4	72,5	12,00
31,2	67,0	103,8	20,16
38,6	70,8	113,2	24,14
54,0	72,9	118,6	33,10
55,2	72,9	118,6	33,91
63,2	73,4	120,2	38,6
74,7	73,5	120,4	45,6
84,7	73,0	119,1	51,9
87,7	69,8	110,9	53,3
94,5	70,8	113,0	59,2
144,7	60,7	89,3	98,4
235,0	47,2	62,9	176,2
364,0	32,8	39,7	300,7.

Die letzte Kolumne giebt nach der vorhin angegebenen Bedeutung von φ und nach der Gleichung

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = -\frac{1}{1 + kA_0}\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{1}{1 + kA_0} X$$

die der äufsern magnetisierenden Kraft X entsprechende magnetisierende Kraft im Innern des Ellipsoides.

Man erkennt in der vorigen Tabelle, dafs der Gang der Magnetisierungsfunktion zunächst ein ansteigender ist, dafs dann der Wert abnimmt, und zwar geht er nach der Berechnung der Weberschen Versuche von Kirchhoff bis auf 5,7 herab. Im Folgenden sind die von Kirchhoff aus diesen Versuchen berechneten Zahlen für k und $\frac{1}{1 + kA_0} X = u$ zusammengestellt. Kirchhoff betrachtet dabei das von Weber benutzte Ellipsoid nicht als unendlich gestreckt, sondern setzt nach den Dimensionen desselben

$$A_0 = 0{,}0508.$$

Damit werden:

---

1) Die Werte habe ich zum Teil neu berechnet, da in den von Stoletow gegebenen Zahlen einige kleine Fehler vorkommen.

Digitized by Google

X	k	u	X	k	u
658,9	23,5	301	3186,6	5,6	2484
1381,5	13,5	823	2645,6	6,7	1975
1792,0	10,2	1184	2232,1	8,1	1583
2151,0	8,4	1512	1918,7	9,5	1297
2432,0	7,4	1773	1551,2	12,0	967
2757,0	6,4	2080	1133,1	16,9	612
3090,6	5,7	2397	670,3	25,0	296.

Eine specielle Angabe der von Overbeck, Stoletow aus Beobachtungen an einem Ringe, Riecke und den übrigen Beobachtern erhaltenen Werte wird überflüssig sein; im grofsen und ganzen zeigen die von den verschiedenen Experimentatoren erhaltenen Werte denselben Verlauf; bei einem gewissen Werte von u, der bei den verschiedenen Experimentatoren nicht ganz derselbe ist, hat k ein Maximum, von da ab nimmt der Wert von k sowohl mit wachsendem, als mit abnehmendem u ab, und zwar zeigt sich nach den Beobachtungen von Riecke, dafs k selbst bis zu den kleinsten Werten von u kleiner wird; als kleinsten Wert für eine verschwindende magnetisierende Kraft ergiebt sich nach den Versuchen von Bauer[1]) und Riecke[2]) etwa der Wert $k = 15$.

Nur auf einen Punkt wollen wir noch hinweisen. Wie wir im vorigen Paragraphen sahen, giebt sich in den magnetischen Momenten magnetisierter Stäbe nur bei dünnen, nicht bei dicken, dieser eigentümliche Gang der Magnetisierungsfunktion zu erkennen. Es ist das eine notwendige Folge der Theorie, nach welcher

$$m = \frac{M_x}{v} = \frac{k}{1 + k A_0} \cdot X,$$

oder auch

$$m = \frac{1}{\frac{1}{k} + A_0} \cdot X$$

ist. Je weniger gestreckt ein Ellipsoid ist, um so gröfser ist der Wert von A_0, um so mehr tritt also in dem Nenner des Faktors von X das Glied $\frac{1}{k}$ gegen A_0 zurück, um so mehr mufs sich also der Faktor von X einem konstanten Werte nähern. Für die Ellipsoide No. 2 und No. 3 von Quintus Icilius wird z. B. nach der Berechnung von Stoletow

$$A_0 = 0{,}263 \text{ für No. 2}; \qquad A_0 = 1{,}644 \text{ für No. 3},$$

und man erkennt, dafs gegen diese Werte von A_0 die Variabilität von k nur von geringem Einflufs ist.

Bei einer Kugel ergiebt sich, worauf Riecke hinweist, der Wert des Koefficienten von X also

$$p = \frac{k}{1 + \frac{4}{3} \pi k}$$

---

1) *C. Bauer*, Wiedem. Ann. Bd. XI.
2) *Riecke*, Wiedem. Ann. Bd. XIII.

fast ganz konstant; in der That, wenn k von 15 auf 115 zunähme, nimmt p nur von 0,235 auf 0,238 zu. Man sieht, dafs deshalb Kugeln und wenig gestreckte Ellipsoide nicht geeignet sind, den Gang der Magnetisierungsfunktion zu bestimmen.

Aus den im Vorigen besprochenen Sätzen über die Magnetisierung der Ellipsoide ergiebt sich schon, dafs es für begrenzte cylindrische oder anders geformte Stäbe keine allgemein gültigen Gesetze über die Abhängigkeit des magnetischen Momentes von den Dimensionen geben kann, um so weniger, wenn man die Stäbe nicht einer in allen ihren Teilen konstanten magnetisierenden Kraft unterwirft.

Alle die von den verschiedenen Experimentatoren abgeleiteten mehr oder weniger einfachen Sätze für die magnetischen Momente cylindrischer Stäbe in ihrer Abhängigkeit von den Dimensionen derselben können deshalb nur als empirische innerhalb enger Grenzen gültige Sätze aufgefafst werden. Wir begnügen uns deshalb damit, diese Sätze nur kurz vorzuführen.

Die ersten Untersuchungen über die Abhängigkeit des magnetischen Momentes verschiedener Eisenkerne von den Dimensionen derselben rühren von Lenz und Jacobi her[1]).

Um den Einflufs der Dicke von Stäben auf ihr magnetisches Moment bei Anwendung von Spiralen, welche dieselbe Länge wie die Stäbe hatten, zu untersuchen, wurden nach und nach in dieselbe Spirale Eisenkerne gelegt, deren Durchmesser von 4,5 mm bis 81 mm zunahmen, oder es wurden diese Eisenkerne unmittelbar mit Spiralen umwunden. Die temporären Momente der verschiedenen Stäbe wurden, wie bei den im vorigen Paragraphen beschriebenen Versuchen durch die Induktionsströme gemessen, welche sie in einer die Magnetisierungsspirale umgebenden Spirale, welche durch ein Galvanometer geschlossen war, erzeugten.

Aus beiden Reihen folgerten Lenz und Jacobi, dafs das temporäre Moment in Stäben verschiedener Durchmesser bei gleicher magnetisierender Kraft den Dicken der Stäbe einfach proportional sei. Die beobachteten Induktionsströme liefsen sich nämlich in beiden Versuchsreihen durch die Gleichung

$$J = a + bd$$

wiedergeben, worin a und b zwei Konstanten und d den Durchmesser der Stäbe bedeutet. Die Konstante a in der Gleichung bedeutet den Teil des Induktionsstromes, welcher von dem verschwindenden magnetisierenden Strome herrührt, bd ist dann der von dem verschwindenden Magnetismus herrührende Teil. Das magnetische Moment ist somit bd, also dem Durchmesser des Stabes proportional.

Hiergegen hat Dub jedoch eingewandt[2]), dafs der Schlufs von Lenz und Jacobi nicht berechtigt sei. Bei der ersten Versuchsreihe ist nämlich die magnetisierende Kraft nicht dieselbe, da die verschiedenen Stäbe in derselben Spirale lagen, und die Länge der Spirale nicht gröfser ist

1) *Lenz* und *Jacobi*, Poggend. Ann. Bd. LXI.

2) *Dub*, Poggend. Ann. Bd. CIV. Der Elektromagnetismus S. 208. Berlin 1861.

Digitized by Google

als die Länge der Stäbe. Nach den eigenen Versuchen von Lenz und Jacobi ist aber die magnetisierende Kraft auf einen dünneren Stab unter diesen Umständen kleiner als auf einen dickeren Stab, so daſs also die magnetischen Momente der dickeren Stäbe im Verhältnis zu denen der dünneren zu groſs sind.

Wenn die dünneren Stäbe, wie es bei den dicksten der Fall war, von den Spiralen eng umschlossen gewesen wären, so würde bei gleicher Stromstärke und gleicher Windungszahl das magnetische Moment dort gröſser gewesen sein. Die an den einzelnen Stäben erhaltenen Werte sind also nicht vergleichbar.

Ein anderer Fehler sei von Lenz und Jacobi in der Interpretation der Resultate der zweiten Reihe begangen; sie nehmen nämlich auch für diese an, daſs die Konstante a der von dem verschwindenden magnetisierenden Strome herrührende Teil des Induktionsstromes sei. Das sei unrichtig, denn der von diesem induzierte Strom ist auch bei gleicher Stromstärke in der Magnetisierungsspirale nicht konstant, weil die Magnetisierungsspirale einen verschiedenen Durchmesser, also eine gröſsere Drahtlänge hat; es sind deshalb mehr induzierende Stromelemente in den weiten Spiralen vorhanden als in den engeren, und der von den weiteren Spiralen induzierte Strom ist stärker als der von den engern Spiralen induzierte Strom. Man wird deshalb diesen Teil als eine Funktion des Durchmessers der Spirale ansehen müssen, wodurch der zweite Teil des Induktionsstromes, der von dem verschwindenden Magnetismus herrührende, dem Durchmesser nicht mehr proportional sein kann.

Dub sucht durch Rechnung bei der ersten Reihe den Magnetismus zu bestimmen, welchen die einfachen Stäbe erhalten haben würden, wenn das Verhältnis zwischen dem Durchmesser der Spirale und des Stabes immer dasselbe gewesen wäre, indem er nach den im vorigen Paragraphen angeführten Versuchen von Lenz und Jacobi annimmt, daſs der Magnetismus eines Stabes um $^1/_{12}$ schwächer wird, wenn statt einer ihn eng umschlieſsenden Spirale eine andere genommen wird, deren Durchmesser doppelt so groſs ist.

Indem er in dieser Weise die Beobachtungen von Lenz und Jacobi berechnet, findet er, daſs bei gleicher magnetisierender Kraft die temporären Momente den Quadratwurzeln aus den Stabdurchmessern proportional seien.

Dieser Satz folgt auch, wie wir sahen, aus den von Müller an einer Anzahl von Stäben angestellten Versuchen, denn die aus diesen abgeleitete Formel ergab für das magnetische Moment m, so lange es der magnetisierenden Kraft p proportional gesetzt werden kann,

$$m = \frac{1}{c} p \sqrt{d}.$$

Die Formel war aus Beobachtungen an Stäben zwischen 9 mm und 44 mm Dicke abgeleitet, also Stäbe, deren Dicke bis zum Fünffachen zunahm. Es waren allerdings auch hier die Stäbe alle in dieselbe Spirale eingelegt; da indes die Stäbe an beiden Seiten 15 mm hervorragten, so war der Einfluſs der Weite der Spirale hier bedeutend kleiner.

Dub hat endlich durch direkte Versuche dieses Gesetz nachzuweisen

Digitized by Google

versucht[1]), indem er teils Spiralen anwandte, welche die Stäbe enge umschlossen, teils sehr lange Stäbe und ebenso lange Spiralen nahm, so daſs der störende Einfluſs der verschiedenen Spiralweite gegen das magnetische Moment der Stäbe nur klein war. Die Versuche waren im übrigen wie die von Müller angestellt.

So erhielt Dub unter anderen folgende Werte des magnetischen Moments m, bei Stäben von 14,2 cm Länge und 28,4 cm Länge, während die Weite der Spirale 5,4 cm betrug.

Stablänge 14,2 cm			Stablänge 28,4 cm		
Stabdicke	m	$c\frac{m}{\sqrt{d}}$	Stabdicke	m	$c\frac{m}{\sqrt{d}}$
13,5 mm	0,0962	68	13,5 mm	0,33	24
20,25	0,114	66	20,25	0,41	24
27,0	0,15	72	27,0	0,49	24,5
40,5	0,2	81	40,5	0,63	26
54,0	0,27	95	54,0	0,77	27

Die letzte Kolumne in beiden Tabellen läſst das von Dub nachzuweisende Gesetz schon erkennen, indes weichen die Quotienten $\frac{m}{\sqrt{d}}$ noch ziemlich von der Gleichheit ab, was seinen Grund in demselben Umstande, wie in der ersten Versuchsreihe von Lenz und Jacobi hat. In den folgenden beiden Versuchsreihen wurden in der ersten den Kern eng umschlieſsende Spiralen, in der zweiten Kerne von circa 97,5 cm Länge angewandt.

Stablänge 28,4 cm			Stablänge 97,5 cm		
d	m	$c\frac{m}{\sqrt{d}}$	d	m	$c\frac{m}{\sqrt{d}}$
27 mm	0,6693	473	27 mm	0,03404	3404
54	0,9535	478	54	0,04388	3102
			108	0,0742	3710
			162	0,0890	3630.

Diese beiden Reihen lassen allerdings recht gut das von Müller aufgestellte Gesetz über den Einfluſs der Stabdicke erkennen.

Über die Abhängigkeit des temporären Momentes von der Länge der Cylinder bei gleichem Durchmesser haben ebenfalls Lenz und Jacobi[2]) Versuche angestellt; das Verfahren war das vorhin angegebene, die Stäbe waren ihrer ganzen Länge nach mit Spiralen umwunden, so daſs mit groſser Annäherung angenommen werden kann, daſs die magnetisierende Kraft für alle Teile der Stäbe dieselbe war; die gesamte magnetisierende Kraft war also der Länge der Stäbe proportional. Folgende Tabelle enthält die beobachteten Momente, jenes des kürzesten Stabes gleich 100 gesetzt.

1) *Dub*, Poggend. Ann. Bd. XC, XCIV, CIV u. CXV. Elektromagnetismus S. 204 ff.

2) *Lenz* und *Jacobi*, Poggend. Ann. Bd. LXI.

Digitized by Google

Stablänge l	Moment M	$\frac{M}{l}$	$c\frac{M}{l^2}$	$c\frac{M}{l^2\sqrt{l}}$
32,5 cm	100	100	100	100
48,75 „	285	190	127	103
65,0 „	572	286	143	101
81,25 „	970	388	155	98,1
97,5 „	1500	500	166	96,1
113,75 „	2031	580	165	88,6
138,0 „	2724	681	170	85,2.

Man sieht also, dafs unter diesen Umständen das magnetische Moment des Stabes ganz bedeutend zunimmt; aber auch, wenn die gesammte magnetisierende Kraft dieselbe, somit die auf gleiche Länge der Stäbe wirkende magnetisierende Kraft der Länge der Stäbe umgekehrt proportional ist, nimmt das magnetische Moment der Stäbe mit der Länge derselben zu, wie sich aus der dritten Kolumne ergiebt.

Die Momente M, welche durch eine der Stablänge proportionale gesamte magnetisierende Kraft oder eine für die Längeneinheit konstante Kraft erregt werden, nehmen nach der vierten und fünften Kolumne etwas rascher als dem Quadrate, etwas langsamer als der Wurzel aus der fünften Potenz der Länge proportional zu.

Dieselben Resultate hat Wiedemann[1]) bei einigen Versuchen erhalten, bei welchen die magnetischen Momente durch die Ablenkung einer entfernten Magnetnadel bestimmt wurden.

l	M	$\frac{M}{l}$	$c\frac{M}{l^2}$	$c\frac{M}{l^2\sqrt{l}}$
10 cm	100	100	100	100
20 „	545	272,5	136,5	96,5
30 „	1220	407	135,5	78,2
40 „	2300	575	144,0	91,9

Wie man sieht, wächst auch hier bei gleicher gesamter magnetisierender Kraft das Moment rascher als die Länge des Stabes, auch rascher als l^2, langsamer als $l^{5/2}$.

Dub glaubt, dafs das Moment M, also das Moment des Stabes, wenn die magnetisierende Kraft der Länge des Stabes proportional ist, in der That der Potenz $l^{5/2}$ genau proportional sei. Er schliefst das einmal aus den sofort zu besprechenden Versuchen über die Verteilung des Magnetismus in Stäben, und besonders aus einer experimentellen Bestätigung[2]) des Thomsonschen Satzes. Dieser Satz von Thomson, welchen Joule in einer Abhandlung über Elektromagnetismus[3]) mitteilt, lautet folgendermafsen: „Ähnliche Stäbe verschiedener Dimensionen, ähnlich mit Draht-

1) *Wiedemann*, Galvanismus Bd. II. §. 307. Poggend. Ann. Bd. CXVII.
2) *Dub*, Poggend. Ann. Bd. CXX.
3) *Joule*, Philosophical Transactions (London) for 1856. part. I. p. 287. Man sehe über den Thomsonschen Satz auch *Ruths*: Über den Magnetismus weicher Eisencylinder, Schulprogramm, Dortmund 1876; *H. Meyer*, Wiedem. Ann. Bd. XVIII.

Digitized by Google

längen bewickelt, welche den Quadraten der linearen Dimensionen proportional sind, und gleiche Ströme leiten, bewirken in Punkten, die zu ihnen ähnlich gelegen sind, gleiche Kräfte." Nehmen wir daher einmal einen Cylinder, dessen Durchmesser und Länge wir als Einheit wählen, und bewickeln den seiner ganzen Länge nach, und ein anderes Mal einen Cylinder, dessen Durchmesser und Länge die $n$fachen sind, und bewickeln denselben ebenfalls seiner ganzen Länge nach mit der gleichen Zahl von Windungen auf der Längeneinheit, im Ganzen also mit der $n$fachen Zahl von Windungen, so mufs der letztere Magnet in der ersten oder zweiten Hauptlage eine kleine Magnetnadel in der $n$fachen Entfernung ebenso stark ablenken, wie der erstere in der einfachen Entfernung; oder lassen wir beide Magnete aus der gleichen Entfernung auf die Nadel wirken, so mufs, vorausgesetzt dafs die Entfernung hinreichend grofs ist, das Drehungsmoment, welches der Magnet von $n$fachen Dimensionen der Nadel erteilt, das n^3fache desjenigen sein, welches der Stab von einfachen Dimensionen der Nadel erteilt.

Die Richtigkeit dieses Satzes ergiebt sich unter anderen aus folgender Versuchsreihe von Dub. Die Magnete wurden in der ersten Hauptlage (§. 17) einer Nadel in Entfernung von 62,77 cm gegenübergelegt, und die Ablenkungen α der Nadel beobachtet, wenn durch die, die Stäbe ganz bedeckenden Spiralen Ströme gleicher Stärke geführt werden.

Durchmesser der Stäbe	Längen der Stäbe	n	α	tang α	n^3	$\frac{1}{n^3} \cdot$ tang α
1,308 cm	10,46 cm	2	$2^0\,20'$	0,04075	8	509
1,962 „	15,69 „	3	$7^0\,50'$	0,1379	27	509
2,616 „	20,92 „	4	18^0	0,325	64	508
3,924 „	31,38 „	6	$47^0\,40'$	1,0977	216	508
5,232 „	41,84 „	8	69^0	2,605	512	509.

Wie man sieht, sind die Tangenten der Ablenkungswinkel sehr genau der dritten Potenz der homologen Dimensionen proportional, diese Tangenten sind aber das Mafs des der Nadel durch die Magnete erteilten Drehungsmomentes. Wie wir nun §. 17 gezeigt haben, ist das der Nadel erteilte Drehungsmoment direkt dem magnetischen Momente des ablenkenden Magnetes proportional. Es folgt demnach als eine andere Form des Thomsonschen Satzes, dafs bei ähnlichen und ähnlich bewickelten Stäben die magnetischen Momente bei gleicher Stromstärke den dritten Potenzen der homologen Dimensionen proportional sind. Nach dem Dubschen Satze über die Abhängigkeit des magnetischen Momentes von der Stabdicke soll nun das magnetische Moment der Quadratwurzel aus der Stabdicke proportional sein, es mufs demnach, wenn der Thomsonsche Satz bestehen soll, das magnetische Moment des Stabes der $^5/_2$ Potenz der Länge proportional sein. So weit demnach der erstere Satz von Dub Gültigkeit hat, ist auch nach diesen Versuchen der zweite gültig, dafs die magnetischen Momente von Stäben verschiedener Länge, auf welche eine der Länge proportionale magnetisierende Kraft wirkt, der $^5/_2$ Potenz der Länge proportional sind. Hierbei wird allerdings vorausgesetzt, dafs in den Stäben gleichzeitig beide Dimensionen in demselben Verhältnisse geändert

Digitized by Google

werden, es folgt daraus keineswegs, dafs die einzelnen Gesetze gelten, wenn nur die eine geändert wird.

Um deshalb die Richtigkeit dieser beiden einzelnen Gesetze zu prüfen, hat Dub an seine Bestätigung des Thomsonschen Satzes eine Untersuchung der Abhängigkeit des magnetischen Moments von der Stablänge allein angeschlossen und einzelne neue Versuche über den Einflufs der Dicke bei gleicher Länge angestellt. Die Versuche wurden in derselben Weise wie die eben besprochenen ausgeführt, die magnetischen Momente durch die Ablenkung einer Magnetnadel in der ersten Hauptlage gemessen. Folgende Versuchsreihe zeigt, dafs das Gesetz der Längen durch die Beobachtungen bestätigt wird. Die Magnete befanden sich in einer Entfernung von 282,5 cm von einem magnetisierten Spiegel, die Tangenten der Ablenkung wurden durch Beobachtung mit Fernrohr und Skala erhalten.

Stablänge	n	tang α	$n^2\sqrt{n}$	$\frac{1}{n^2\sqrt{n}}\cdot$ tang α
10,46 cm	2	1,1	5,656	194
15,59 „	3	3	15,6	192
23,53 „	4,5	8,25	42,9	192
31,38 „	6	16,5	86	192
47,06 „	9	45	243	185
62,76 „	12	96	499	192
94,14 „	18	267	1375	194
125,52 „	24	545	2822	193.

Für das Gesetz der Durchmesser giebt Dub unter andern folgende Zahlen, die Kerne waren ihrer ganzen Länge nach bewickelt, die Länge derselben war 31,38 cm.

Stabdicke	tang α	$W\cdot\sqrt{d}$	$\frac{\text{tang}\,\alpha}{W\cdot\sqrt{d}}$
1,308 cm	29	451	643
2,616 „	42	660	644
3,924 „	50,25	785	641
5,232 „	60	933	643
7,848 „	79,25	1230	641.

Die Kolumne $W\cdot\sqrt{d}$ enthält die Produkte aus der stets gleichen magnetisierenden Kraft der Spiralen und den Quadratwurzeln aus den Kerndurchmessern.

Wenn andere Beobachter diese Gesetze nicht genau bestätigt finden, so soll nach Dub der Grund dieser Abweichung daran liegen, dafs bei den Magneten verschiedener Dimensionen je nach ihren Dimensionen früher oder später der von ihm als Sättigung bezeichnete Zustand eintritt. Wie wir im vorigen Paragraphen erwähnten, nimmt Dub an, dafs bis zu einem gewissen Werte des magnetischen Momentes dasselbe der magnetisierenden Kraft proportional wächst, von da ab aber langsamer als letztere. Den Wert des Momentes, von welchem ab das Moment langsamer wächst als die magnetisierende Kraft, nennt Dub den Zustand der beginnenden Sättigung.

Digitized by Google

Auch in Bezug auf die Abhängigkeit des Eintretens der Sättigung von den Dimensionen der Stäbe gelangt Dub zu ähnlichen einfachen Gesetzen, welche er folgendermaſsen zusammenstellt[1]).

1) Bei gleicher Länge und ähnlicher Bewicklung der Magnetkerne ist die Stromstärke, bei welcher der Sättigungszustand auftritt, der $^3/_2$ Potenz der Durchmesser proportional.

2) Bei gleichem Durchmesser und derselben auf der ganzen Länge der Kerne proportional verbreiteten Windungszahl der Spirale ist die Stromstärke, bei welcher Sättigung auftritt, der Quadratwurzel aus den Stablängen umgekehrt proportional.

3) Bei gleichem Durchmesser und einer der Länge des Stabes proportionalen Windungszahl und Länge der Spirale ist die Stromstärke, bei welcher Sättigung auftritt, der $^3/_2$ Potenz der Längen umgekehrt proportional.

Aus dem ersten und dritten Satze ergiebt sich dann, daſs die Sättigung bei ähnlichen und ähnlich bewickelten Kernen immer bei derselben Stromstärke eintritt.

Dieser letztere Satz schon, ganz abgesehen von den vorhin vorgeführten theoretischen Erörterungen läſst erkennen, daſs, selbst wenn der Satz von Thomson ganz allgemeine Gültigkeit hat, die Sätze von Dub über die Abhängigkeit der magnetischen Momente der Stäbe verschiedener Dimensionen von den Dimensionen bei gleicher Stromstärke jedes für sich genommen nur beschränkte Gültigkeit haben.

Alle diese Untersuchungen beziehen sich auf cylindrische Stäbe, über anders geformte liegen nur wenig Untersuchungen vor[2]).

An die Untersuchung der Abhängigkeit des gesamten magnetischen Moments eines Stabes von seiner Dicke und Länge schlieſst sich diejenige über die Magnetismen der einzelnen Teile. Im ersten Abschnitte dieses Teiles haben wir gesehen, daſs nach den Versuchen von Coulomb die innern Schichten eines Stabes nicht so stark magnetisch werden als die äuſsern, daſs also der Magnetismus bei gegebenen magnetisierenden Kräften dickere Stäbe ihrer Dicke nach nicht so vollständig magnetisiere als dünnere. Daraus ergab sich die Regel, zur Herstellung kräftiger Magnete nach einer der dort angeführten Methoden Bündel kleinerer Magnete zu wählen.

Mit Hilfe der Magnetisierungsspiralen hat nun Feilitzsch[3]) den direkten Nachweis geliefert, daſs bei einer gegebenen magnetisierenden Kraft der Magnetismus nur bis zu einer gewissen Tiefe in das Innere von Eisenstäben eindringt, daſs aber die Tiefe um so gröſser ist, je gröſser die magnetisierende Kraft ist. Feilitzsch wandte zu dem Ende hohle Eisenröhren an, welche in einander eingeschoben werden konnten; die Röhren hatten alle eine gleiche Länge von 102 mm und eine Wanddicke von 0,53 mm. Der Durchmesser der äuſsersten Röhre betrug 31 mm, der der zweiten etwas mehr als 29 mm, der der dritten etwas mehr als 27 mm u. s. f., bis der Durchmesser der dünnsten Röhre, der siebenten, circa 19 mm betrug.

Diese Röhren wurden einzeln oder mehrere in einander in eine Spirale von derselben Länge und 346 Windungen Kupferdraht von 1,75 mm Dicke eingelegt. Die magnetischen Momente der Röhren wurden dadurch

1) *Dub*, Poggend. Ann. Bd. CXXXIII.

2) Man sehe *von Waltenhofen*, Wiener Berichte Bd. XLVIII und Bd. LXI.

3) *von Feilitzsch*, Poggend. Ann. Bd. LXXX.

Digitized by Google

bestimmt, daſs die Ablenkung, welche sie einer Magnetnadel erteilten, durch die Wirkung eines Magnets von bekanntem Moment kompensiert wurde. Aus dem für die Kompensation erforderlichen Abstande des letzteren Magnets ergab sich sofort das Moment der magnetisierten Röhren.

Feilitzsch verglich zunächst das Verhalten einer solchen Röhre mit einem massiven Eisenkern von demselben Durchmesser, und es fand sich, daſs bei schwachen Strömen das magnetische Moment in beiden von gleicher Gröſse war. Bei stärkeren Strömen zeigte sich jedoch das Moment des massiven Stabes gröſser, woraus folgte, daſs auch die inneren Schichten des Stabes bei gröſserer magnetisierender Kraft magnetisiert wurden.

Um die Tiefe zu bestimmen, bis zu welcher die Magnetisierung eindrang, wurde zunächst die weiteste Röhre in die Spirale geschoben und ihr Moment gemessen, dann in die weitere Röhre die nächst engere und wieder das magnetische Moment bestimmt. Die Differenz des zweiten und ersten Momentes ergab das magnetische Moment der engeren Röhre; dann wurde eine dritte Röhre eingelegt und so fort, so lange noch durch Einlegen der Röhre eine Vermehrung des Momentes eintrat. Der jedesmalige Zuwachs des Momentes nach dem Einlegen eines engeren Cylinders gab das Moment dieses Cylinders.

Die Resultate einer Anzahl Versuche enthält folgende Tabelle; die Stromstärken sind in absolutem elektromagnetischen Maſse und die magnetischen Momente ebenfalls in absolutem Maſse gegeben.

Stromstärke	Gleichzeitig eingeschobene Cylinder	Gesamtes magn. Moment	Moment der einzelnen Cylinder
0,790	1	1,748	1 = 1,748
	1, 2	1,874	2 = 0,126
	1, 2, 3	1,913	3 = 0,039
1,212	1	2,639	1 = 2,639
	1, 2	2,911	2 = 0,272
	1, 2, 3	2,971	3 = 0,060
2,975	1	4,742	1 = 4,742
	1, 2	6,604	2 = 1,961
	1, 2, 3	7,024	3 = 0,420
	1, 2, 3, 4	7,199	4 = 0,175
5,150	1	5,690	1 = 5,690
	1, 2	9,913	2 = 3,928
	1, 2, 3	11,823	3 = 2,210
	1, 2, 3, 4	12,432	4 = 0,690
	1, 2, 3, 4, 5	12,751	5 = 0,319
8,510	1	6,374	1 = 6,374
	1, 2	11,413	2 = 5,066
	1, 2, 3	15,500	3 = 4,087
	1, 2, 3, 4	18,453	4 = 2,935
	1, 2, 3, 4, 5	20,019	5 = 1,566
	1, 2, 3, 4, 5, 6	20,800	6 = 0,781
	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7	21,135	7 = 0,335

Digitized by Google

Es ergiebt sich aus diesen Versuchen ganz unzweideutig, daſs bei schwächeren magnetisierenden Kräften nur die oberflächlichen Schichten magnetisiert werden und erst bei stärkeren die tieferen Schichten. Zugleich aber folgt daraus, daſs der Magnetismus auf dem Querschnitte des Magnets sehr ungleich verteilt ist, daſs derselbe von auſsen nach innen sehr rasch an Stärke abnimmt.

Dasselbe Resultat enthalten eine Anzahl Versuche vom Kolkes, der an dem groſsen Plückerschen Magnete die Gewichte bestimmte, welche notwendig waren, um ein zugespitztes Eisenstäbchen von der Polfläche an verschiedenen Punkten abzureiſsen[1]. Die Gewichte waren am Rande am gröſsten, in der Nähe der Mitte der Polfläche am kleinsten. Die Versuche vom Kolkes bestimmen den freien Magnetismus der Endfläche, derselbe ist aber dem magnetischen Momente der betreffenden Schichten proportional zu setzen[2].

Für die Verteilung des Magnetismus nach der Länge der Stäbe haben wir früher aus den Versuchen Coulombs abgeleitet, daſs der freie Magnetismus irgend eines Querschnitts, welcher um x von der Mitte des Magnets, von der Länge $2l$, entfernt ist, durch die Gleichung gegeben ist (§. 18)

$$y = c\,(m^{-x} - m^{x}),$$

worin c und m zwei Konstanten sind. Der freie Magnetismus wurde durch die Anziehung gemessen, welche der betreffende Querschnitt des Magnets auf einen mit ihm in gleicher Höhe befindlichen Magnetpol ausübt.

Aus der Verteilung des freien Magnetismus konnten wir nach van Rees die Menge des in jedem Querschnitte erregten Magnetismus, d. h. das magnetische Moment jedes Querschnittes berechnen; für dasselbe ergab sich die Gleichung einer Kettenlinie, d. h. wurde auf der Länge des Magnetstabes als Abcissenaxe das jedem Querschnitte entsprechende Moment als Ordinate konstruiert, so lagen die Endpunkte der Ordinaten auf einer Kettenlinie, welche ihre konkave Seite der Abscissenaxe zuwandte. Wir erhielten die Gleichung

$$z = a + b\,(m^{x} + m^{-x}),$$

wo z das magnetische Moment eines um x von der Mitte des Stabes entfernten Querschnittes bedeutet.

Dieselbe Gleichung drückt, wie van Rees[3]) aus den Beobachtungen von Lenz und Jacobi[4]) abgeleitet hat, das magnetische Moment verschiedener Querschnitte von Elektromagneten aus.

Die beiden Petersburger Physiker bestimmten das magnetische Moment der verschiedenen Querschnitte von Eisenstäben in folgender Weise. Eine hohle aufgeschlitzte Messingröhre von 1,296 m Länge wurde in verschiedenen Absätzen mit einer Spirale umwunden, so daſs man durch ver-

---

1) *vom Kolke*, Poggend. Ann. Bd. LXXXI.

2) Dieses Überwiegen des Magnetismus in den oberflächlichen Schichten hat *Jamin* (Comptes Rendus T. LXXVI. p. 789. p. 1153. T. LXXVII p. 305) zur Konstruktion sehr kräftiger Magnete benutzt, indem er die Magnete aus einer groſsen Zahl Lamellen dünnen Stahlblechs (Stahlfederblech) zusammensetzt, deren jede einzelne bis zur Sättigung magnetisiert ist.

3) *van Rees*, Poggend. Ann. Bd. LXX.

4) *Lenz* und *Jacobi*, Poggend. Ann. Bd. LXI.

Digitized by Google

schiedene Stücke oder durch die ganze Spirale einen Strom gehen lassen konnte. In die Röhre wurden die zu untersuchenden Stäbe von 0,325, 0,487, 0,65 ... bis 1,296 m Länge eingelegt, und jedesmal durch den Teil der Spiralen, welcher die Stäbe umgab, der Strom geführt.

Auf der Magnetisierungsspirale wurde dann eine 27 mm breite Induktionsspirale verschoben; befand sich dieselbe über irgend einem Teil des magnetisierten Stabes, so darf man mit grofser Annäherung den beim Verschwinden des Magnetismus in der kleinen Spirale induzierten Strom dem magnetischen Momente des Querschnittes proportional setzen, welcher gerade in der Mitte der Induktionsspirale sich befindet. Indem man nun den Induktionsstrom beobachtete, wenn die Spirale nach und nach über verschiedenen Querschnitten der Magnete sich befand, erhielt man die magnetischen Momente derselben[1]). Folgende Tabelle enthält eine Anzahl Beobachtungen verglichen mit der Berechnung von van Rees. Die Abstände der untersuchten Querschnitte sind von der Mitte an gerechnet, und die Einheit derselben ist 13,5 mm.

Abstand von der Mitte = x	Magnetisches Moment m beobachtet	Magnetisches Moment m berechnet
Länge des Stabes 32,5 cm		
0	7171	7125
3	6867	6860
5	6322	6369
7	5528	5556
9	4416	4365
11	2530	2676
Länge des Stabes 65 cm		
0	20811	20711
3	20608	20504
7	19412	19495
11	17470	17602
15	14706	14692
17	12717	12790
19	10559	10546
21	7997	7911
23	4557	4868
Länge des Stabes 97,5 cm		
0	36785	36974
3	36677	36965
7	36081	36054
11	34966	34666
15	32804	32584
19	29626	29682
23	25685	25854
27	20820	20876
31	14637	14579
35	6192	6598
Länge des Stabes 129,6 cm		
0	52690	52602
3	52596	52592
7	52051	51851
11	50503	50579
15	49014	49074
19	46793	46846
23	43968	43987
27	40275	40430
31	36108	36088
35	30902	30857
39	24756	24706
43	17078	17186
47	6886	8556

1) In ähnlicher Weise, nämlich durch Abziehen einer schmalen Induktionsspirale von den verschiedenen Punkten eines Stahlmagnetes hat *van Rees*

Die als berechnet angeführten Werte von m sind nach der Formel von van Rees berechnet, indem zunächst die Konstanten a, b, m aus den Beobachtungen bestimmt wurden. Die direkt aus der Beobachtung und Rechnung sich ergebenden Zahlen sind in unserer Tabelle mit 10000 multipliziert.

Wie man sieht, stimmen die von van Rees nach seiner Formel berechneten Werte der magnetischen Momente der einzelnen Querschnitte so vollständig mit dem beobachteten überein, daſs man in der That zu dem Schlusse berechtigt ist, daſs die Gleichung der Kettenlinie die Verteilung des Magnetismus in Stäben ausdrückt. Für die Verteilung des freien Magnetismus ergiebt sich dann rückwärts die Gleichung von Biot, aus welcher van Rees die Gleichung der Kettenlinie für die Verteilung des erregten Magnetismus abgeleitet hat.

Dub leitet aus den Beobachtungen von Lenz und Jacobi andere Schlüsse ab[1]); er schlieſst daraus, daſs der in jedem Querschnitte erregte Magnetismus, wenn der ganze Stab mit einer Magnetisierungsspirale bedeckt ist, der Quadratwurzel aus der Entfernung dieses Querschnittes von dem nächsten Ende des Magnets proportional ist. Ist also l die halbe Länge des Magnets und x der Abstand des betrachteten Querschnittes von der Mitte, so soll

$$m = c \cdot \sqrt{l - x}; \quad m^2 = c(l - x).$$

Demnach würden die Endpunkte der Ordinaten, welche, auf der Länge des Magnets als Abscissenaxe konstruiert, die magnetischen Momente der einzelnen Querschnitte darstellen, auf zwei Parabeln liegen, deren Scheitelpunkte in den Enden des Magnets liegen, und welche über der Mitte, dort, wo das Moment am gröſsten ist, sich schneiden. Die magnetischen Momente werden also überhaupt nicht durch eine Kurve, sondern durch zwei dargestellt, indem jene Gleichung für jede Hälfte des Magnets, nicht für den ganzen Magnet gilt. Die nach dieser Formel berechneten Werte stimmen in der That ziemlich gut mit den beobachteten überein, wie folgende kleine Tabelle zeigt, in welcher wir die nach Dub und van Rees berechneten mit den am längsten Magnet beobachteten zusammenstellen.

Abstand von der Mitte $= x$	m beobachtet	m nach Dub	m nach v. Rees
0	52690	57109	52602
7	52051	52659	51811
15	49014	44613	49074
23	43968	41120	43987
31	36108	33707	36088
39	24756	24672	24706
43	17078	18389	17186
47	6886	8224	8556

(Poggend. Ann. Bd. LXXIV) die §. 18 erwähnten Versuche über die Verteilung des Magnetismus in permanenten Magneten ausgeführt. Wie im nächsten Kapitel hervortreten wird, ist der Induktionsstrom, welcher in der Spirale entsteht, wenn dieselbe von einer Stelle des Magnets über das nächste Ende rasch abgezogen wird, dem unter der Spirale in der Anfangsstellung vorhandenen magnetischen Moment gerade so proportional, wie wenn der Magnetismus unter der Spirale plötzlich verschwindet.

1) *Dub*, Poggend. Ann. Bd. CIV u. CXV. Elektromagnetismus S. 250 ff.

Digitized by Google

Sind auch die Abweichungen zwischen den Rechnungen von Dub und den Beobachtungen nicht zu bedeutend, so sprechen doch zwei Gründe dagegen, an der Stelle der Reesschen Gleichung jene von Dub als das Gesetz der Verteilung des Magnetismus in Stäben zu betrachten, auch abgesehen davon, dafs die Gleichung von van Rees sich den Beobachtungen doch noch besser anschliefst. Zunächst nämlich verfolgen die Abweichungen der nach Dub berechneten Werte einen regelmäfsigen Gang; für kleine x und für grofse x sind Dubs Werte gröfser, für mittlere dagegen sind sie kleiner als die Beobachtungen. Die Kurven von Dub schneiden also die beobachteten in vier Punkten, so dafs sie nur als eine erste Annäherung an diese Beobachtungen, die einzigen, welche bis jetzt vorliegen, betrachtet werden können. Zweitens aber fordert das Gesetz von Dub zwei über der Mitte des Magnets sich schneidende Kurven, so dafs also die magnetischen Momente in der Mitte eine Unterbrechung der Stetigkeit zeigen würden, was schwerlich mit der wahren Verteilung übereinstimmt[1]).

Für den freien Magnetismus der verschiedenen Querschnitte stellt Dub den Satz auf[2]), dafs derselbe proportional sei der Differenz zwischen dem in der Mitte des Stabes und dem an der betreffenden Stelle erregten Magnetismus, es soll derselbe also an der um x von der Mitte entfernten Stelle sein

$$f = c \cdot \left(\sqrt{l} - \sqrt{l - x}\right),$$

woraus sich dann der Satz ergeben würde, dafs die Summe des in einem Querschnitt erregten und freien Magnetismus konstant und gleich dem in der Mitte des Stabes erregten Magnetismus sein würde, denn

$$f + m = c \cdot \sqrt{l} = m_0.$$

Für den in der Mitte eines Stabes erregten Magnetismus m_0 würde also weiter folgen, dafs er der Quadratwurzel aus der Stablänge direkt proportional wäre, vorausgesetzt, dafs auf die verschiedenen Stäbe gleiche magnetisierende Kräfte wirken.

Auch diese Gesetze, welche Dub teils an den Versuchen von Lenz und Jacobi, teils an eigenen nachweist, scheinen nicht geeignet, als die wirklichen Gesetze der Verteilung zu gelten. Denn das Gesetz der Verteilung des freien Magnetismus stimmt nicht mit dem Gesetze der Verteilung der magnetischen Momente überein. Wie nämlich aus der Glei-

---

1) Gegen diese, auch von Wiedemann ausgesprochene Ansicht, welche auch für die folgenden Sätze und für den Satz gilt, dafs der freie Magnetismus auf Stäben verschiedener Länge der Quadratwurzel aus der Länge der Stäbe proportional sei, hat Dub, Poggend. Ann. Bd. CXV protestiert, und geglaubt, in diesen Sätzen die wahren Gesetze der magnetischen Verteilung in Stäben sehen zu können. Es ist natürlich hier nicht der Ort, auf die Polemik zwischen Wiedemann und Dub (Poggend. Ann. Bd. CXVII, Bd. CXVIII, Bd. CXX. Bd. CXXXIII) einzugehen; nur will ich hervorheben, dafs nach den vorhin gemachten Bemerkungen bei Gelegenheit von Dubs Versuchen über das Eintreten der Sättigung, Dubs Sätze über die Abhängigkeit der magnetischen Momente von den Dimensionen bei gleicher Stromstärke nur beschränkte Gültigkeit haben, und schon dadurch den Charakter empirischer innerhalb gewisser Grenzen zu benutzender Relationen tragen.

2) *Dub*, Poggend. Ann. Bd. CVI. Elektromagnetismus S. 270 ff.

Digitized by Google

chung von Biot die Formel von van Rees sich ableiten läfst, so folgt aus Dubs Gleichung für f

$$f + m = \text{const.}$$

auch eine ganz bestimmte Verteilung des magnetischen Moments m in dem Stabe.

Ist nämlich dm der Zuwachs des magnetischen Moments, wenn wir von einem um x von der Mitte entfernten Molekularmagnet zum nächstfolgenden übergehen, und dx die Länge der Molekularmagnete, so erhalten wir nach §. 9 für den freien Magnetismus f

$$f = a \cdot \frac{dm}{dx};$$

die Gleichung für f wird darnach

$$a \frac{dm}{dx} + m = m_0.$$

Daraus folgt aber, wie die Integralrechnung lehrt, für m

$$m = C e^{-\frac{x}{a}} + m_0,$$

also

$$\log (m_0 - m) = \frac{x}{a} \log e - C.$$

Es würden also die magnetischen Momente nicht einer Parabel, sondern einer logarithmischen Kurve entsprechen. Die beiden für den freien Magnetismus und für die magnetischen Momente der einzelnen Querschnitte aufgestellten Gesetze stimmen also nicht mit einander überein [1]).

§. 132.

Anziehung und Tragkraft der Elektromagnete. Als die erste Äusserung des Magnetismus erkannten wir im ersten Abschnitte dieses Teiles die Fähigkeit, weiches Eisen anzuziehen und festzuhalten. Das Gewicht, welches ein Magnet in dieser Weise tragen kann, bezeichneten wir als die Tragkraft der Magnete.

Bei der Untersuchung, ob wir dieses Gewicht als ein Mafs des an der Stelle, welche das Gewicht trägt, vorhandenen freien Magnetismus ansehen könnten, zeigten wir, dafs, wenn man die Tragkraft als Mafs des Magnetismus betrachten wolle, man den Magnetismus der Quadratwurzel aus der Tragkraft proportional setzen müsse, behaupteten aber zugleich, dafs auch dadurch ein genaues Mafs des Magnetismus nicht erreicht werden könne, da die Tragkraft wesentlich abhängig sei von der Form und den Dimensionen der angelegten Körper. Daraus ergiebt sich dann noch ein weiterer Grund dafür, dafs die Tragkraft nicht in einer einfachen Beziehung

1) Der Raum dieses Buches gestattet uns nur eine Übersicht über die wichtigsten allgemeinern Resultate zu geben und verbietet ein weiteres Eingehen auf die grofse Zahl magnetischer Untersuchungen, in welchen die Magnetisierungserscheinungen detaillierter untersucht werden, wir verweisen deshalb auf den III. Band von *Wiedemanns* Elektricitätslehre.

Digitized by Google

zu dem Magnetismus stehen kann, auch wenn man immer denselben Anker anwendet. Bei dem Abreifsen des Ankers reifst nämlich niemals zugleich die ganze Fläche ab, sondern es wird sich dieselbe immer zuerst an einer Stelle losreifsen und dann noch an einer anderen haften, dadurch ist aber die Form der angelegten Fläche und damit die Kraft, mit welcher sie festgehalten wird, geändert.

Letzterer Umstand fällt fort, wenn man den Anker nicht mit dem Magnete in Berührung bringt, sondern nur die Kraft beobachtet, mit welcher derselbe aus einiger Entfernung angezogen wird. Man bezeichnet diese Kraft zum Unterschiede von der Tragkraft als die Anziehung der Elektromagnete; die Anziehung wird daher bei Anziehung desselben Ankers dem Quadrate des an der anziehenden Stelle vorhandenen freien Magnetismus proportional sein, und somit bei Anwendung desselben Ankers als Mafs des an der anziehenden Stelle vorhandenen freien Magnetismus dienen können, wenigstens dann, wenn man den Magnetismus der Endflächen dadurch bestimmen will.

Diese Beziehungen zwischen Anziehung, Tragkraft und Stärke des Magnetismus lassen sich leicht mit Hilfe der Elektromagnete nachweisen, da wir die Stärke des Magnetismus dort nach der Gröfse der magnetisierenden Kraft bestimmen können. Wenden wir nicht zu kleine Eisenmassen an, so können wir das magnetische Moment, und mit diesem den an den Enden vorhandenen freien Magnetismus der Stäbe der magnetisierenden Kraft, oder bei Anwendung derselben Spirale einfach der Stromstärke proportional setzen. Nähert man nun dem Ende des Magnets einen Stab weichen Eisens bis auf eine geringe Entfernung, die aber bei allen Versuchen dieselbe sein mufs, so mufs die Anziehung dem Quadrate der Stromstärke proportional sein.

Die ersten Versuche, welche diesen Satz für stabförmige Elektromagnete bestätigen, rühren von Lenz und Jacobi[1]) her. Die Elektromagnete wurden unter dem Ende eines gewöhnlichen Wagbalkens vertikal aufgestellt und an den Wagbalken ein Stab weichen Eisens, oder nach Umständen auch ein anderer Elektromagnet aufgehängt und durch Gewichte auf der am anderen Ende des Wagbalkens hängenden Schale das Gleichgewicht hergestellt. Der Abstand der Endflächen des Magnets und des Eisenstabes betrug circa 3 mm und derselbe wurde auch nach Erregung des Magnetismus dadurch erhalten, dafs zwischen die beiden Endflächen eine Holzscheibe von der angegebenen Dicke eingeschoben wurde. Nach Erregung des Magnetismus wurde durch Zulegen von Gewichten auf der Wagschale der am Wagbalken befestigte Stab von dem Magnet losgerissen; das Gewicht, bei welchem die Trennung eintrat, war somit gleich der Kraft, mit welcher der Eisenstab von dem Magnet angezogen wird.

Folgende Tabelle enthält die Resultate zweier Versuchsreihen; die Stromstärke wurde an einer Tangentenbussole gemessen, die als berechnet angegebene Anziehung wurde erhalten, indem das Quadrat der Tangente der in der ersten Kolumne angegebenen Ablenkung mit einem konstanten, für jeden Magnetstab aber verschiedenen Faktor multipliziert wurde.

---

1) *Lenz* und *Jacobi*, Poggend. Ann. Bd. XLVII. S. 401.

Digitized by Google

Stromstärke	Anziehung		Stromstärke	Anziehung	
	beobachtet	berechnet		beobachtet	berechnet
Länge des Magnets 21,6 cm Dicke 4 cm, Länge des Ank. 5,4 cm			Länge des Magnets und Ankers 14,8 cm Dicke „ „ „ „ 13,5 mm		
19° 4′	13,16	13,75	15° 52′	1,46	1,64
19 [illegible]	13,32	14,03	16 2	1,46	1,67
28 48	32,45	33,44	28 52	5,65	6,16
33 8	44,13	43,05	29 2	5,81	6,42
36 27	57,45	57,51	37 42	11,49	12,10
42 26	89,10	90,34	46 37	21,16	22,68
50 35	154,10	153,1	52 44	33,81	34,99
50 48	159,20	160,2	55 30	41,97	42,89

Dasselbe Gesetz zeigte sich gültig, als sowohl der untere als der obere Stab durch den Strom magnetisiert wurden, nur war dann die Anziehung bei gleicher Stromstärke ungefähr viermal stärker, als wenn nur der eine Stab magnetisiert wurde.

Auch Dub[1]) hat durch seine Versuche dieses Gesetz bestätigt und den Satz zugleich auf die Anziehung, welche Hufeisen auf Anker ausüben, ausgedehnt[2]). Er wählte bei diesen Versuchen genau cylinderförmige Anker, welche ein auf die Pole des Hufeisens gelegtes starkes Papierblatt in einer geraden Linie berührten; die Anker wurden wie bei den Versuchen von Lenz und Jacobi an dem Ende eines Wagbalkens befestigt und durch an dem anderen Ende des Wagbalkens auf eine Wagschale gelegte Gewichte abgerissen.

Folgende Tabelle enthält einige von Dubs Versuchen.

Stromstärke	Anziehung bei Hufeisen, deren Schenkellänge betrug			
	31,5 cm	24,3 cm	14,2 cm	10,8 cm
1	1,3	0,6	0,4	0,15
2	5	2,6	1,4	0,65
3	13	[illegible]	3,7	1,7
4	20,5	9,6	6,8	2,9
5	32	14,6	10,4	4,4
6	45	22	16	7
7	—	31,5	21	9
8	—	40,2	26	12

Wie man sieht, verhalten sich in allen vier Reihen die beobachteten

1) *Dub*, Elektromagnetismus S. 123.

2) *Dub*, Elektromagnetismus S. 131. Dub nimmt bei seinen Untersuchungen über die Verteilung des Magnetismus in den Magneten dieses Gesetz nicht nur für die Endflächen, sondern auch für die Seitenflächen an, und gelangt dadurch zu den im vorigen Paragraphen mitgeteilten Sätzen über die Verteilung des Magnetismus, *Wiedemann* bemerkt dagegen (Galvanismus Bd. II. §. 347. 1. Aufl.), dafs dieses wohl nicht gestattet sei, da an den Seitenflächen der Einflufs der Anker ein anderer sei als an den Endflächen; es werden dort durch den Einflufs des angelegten Ankers die Moleküle gegen die Axe des Magnets dem Anker zugeneigt, und deshalb der Magnetismus mehr verstärkt als an den Endflächen.

Digitized by Google

Gewichte wie die Quadrate der natürlichen Zahlen, welchen letzteren die Stromstärken proportional waren.

Die Anziehung zwischen Magnet und Anker nimmt ab, wenn der Abstand des Ankers vom Magnete wächst. Nach Versuchen von Tyndall sollte von einer gewissen Entfernung an die Anziehung dem Abstande des Ankers von dem Magnete einfach umgekehrt proportional sein[1]). Nach den Versuchen von Dub kann man dagegen diesen Satz nicht als allgemeines Gesetz hinstellen, da das Gesetz der Abnahme der Anziehung wesentlich von der Gröfse der Anker abhängig ist. Folgende Versuchsresultate von Dub[2]) zeigen dieses unzweideutig. Die Entfernungen der Endflächen von Magnet und Anker wurden mit einer sphärometerähnlichen Einrichtung gemessen. Die Einheit der Entfernung ist 0,15 Millimeter.

Entfernung	Anziehung von Ankern, deren Dicke betrug			
von der Endfläche	27 mm	20,25 mm	13,5 mm	10,12 mm
1	1,1	1,25	1,4	1,6
2	0,9	0,9	0,92	0,95
3	0,71	0,77	0,65	0,65
4	0,6	0,65	0,48	0,45
8	0,38	0,36	0,23	0,194
16	0,19	0,16	0,11	0,08
32	0,08	0,063	0,05	0,032

Wie man sieht, ist das Gesetz der Abnahme für die vier Anker ein ganz verschiedenes, die dickeren Anker werden bei geringerer Entfernung schwächer, bei gröfserer stärker angezogen als die dünneren, und bei einer gewissen kleinen Entfernung werden alle Anker mit gleicher Stärke angezogen.

Wir haben die Reihe von Dub hier zugleich als Beleg für den Einflufs der Anker angeführt, indem sie deutlich zeigt, von wie grofsem Einflufs bei derselben Entfernung die Dimensionen der Anker auf die Gröfse der Anziehung sind. Es ergiebt sich daraus auf das unzweideutigste, dafs nur bei Anwendung desselben Magnetstabes und Ankers die Anziehung dem Quadrate des Magnetismus der Endfläche proportional gesetzt werden darf.

Ebenso wie die Dimensionen der Anker ist auch die Form der Endfläche des Magnets auf die Anziehung von Einflufs, so dafs z. B. Magnete mit zugespitzten Endflächen bei sonst gleichem Querschnitte eine geringere Anziehung zeigen als nicht zugespitzte Magnete.

Betreffs der Tragkraft der Magnete läfst sich nach den Versuchen von Lenz und Jacobi[3]), Müller[4]) und Dub[5]) kein allgemeiner Satz aufstellen, welcher die Abhängigkeit der Tragkraft von der Stärke der Magnete ausdrückt. Aus den Versuchen von Dub ergiebt sich nur, dafs die Tragkraft

1) *Tyndall*, Poggend. Ann. Bd LXXXIII.
2) *Dub*, Poggend. Ann. Bd. LXXX. Elektromagnetismus S. 126.
3) *Lenz* und *Jacobi*, Poggend. Ann. Bd. XLVII.
4) *Müller*, Bericht über die neuesten Fortschritte der Physik S. 530. Poggend. Ann. Bd. CV.
5) *Dub*, Poggend. Ann. Bd. LXXIV. Elektromagnetismus S. 133 ff.

Digitized by Google

langsamer wächst als das Quadrat der Stromstärke, aber rascher als die Stromstärke selbst. Auch dann, wenn man zur Vermeidung des ungleichartigen Abreifsens kugelförmige Anker anwendet, läfst sich kein weiteres Gesetz erkennen. wie unter andern folgende Beobachtungen von Dub zeigen:

Stromstärke	Tragkraft	
	Durchmesser der Kugel 40,5 mm	Durchmesser der Kugel 20,25 mm
1	0,3	0,09
2	0,7	0,21
3	1,25	0,45
4	1,6	0,65
6	2,8	0,95
8	4,6	1,5
12	7,4	2,6.

Ähnliches zeigt sich bei Anwendung anders geformter Anker, jedoch so, dafs für jeden Anker die Tragkraft einen besonderen Wert hat.

Für die Tragkraft von Hufeisenmagneten, wenn dieselben durch einen Anker verbunden werden und dieser abgerissen wird, nahm man früher an [1]), dafs dieselbe rascher zunehme als die Stromstärke oder die magnetisierende Kraft. v. Waltenhofen hat indes gezeigt [2]), dafs eine solche Zunahme der Tragkraft nur bei sehr geringen Stromstärken eintritt, dafs mit steigender Stromstärke die Tragkraft sehr bald langsamer wächst als die Stromstärke und sich einem Maximum nähert, welches schon erreicht wird, wenn nach der Bezeichnung Dubs in dem nicht mit dem Anker versehenen Magnete die beginnende Sättigung noch nicht erreicht ist. Es ergiebt sich das unter andern aus folgender Versuchsreihe an einem hufeisenförmig gebogenen Eisenstabe von 18,1 cm Länge und 1 cm Durchmesser.

Stromstärke s	Moment des ungeschlossenen Hufeisens p	$\frac{p}{s}$	Tragkraft T	$\frac{T}{s}$
16,29	3,01	0,194	1,97	0,121
28,11	5,57	0,198	4,17	0,148
35,29	6,79	0,192	4,92	0,139
89,35	17,78	0,199	10,27	0,115
130,01	24,85	0,191	11,37	0,087
246,53	51,39	0,208	14,42	0,058

Wie man sieht, nimmt schon von der zweiten Beobachtung an die Tragkraft sehr viel langsamer zu als die Stromstärke.

1) Man sehe *Dub*, Elektromagnetismus S. 137 ff. *Wiedemann*, Galvanismus Bd. II. S. 402 ff.

2) *von Waltenhofen*, Sitzungsberichte der Wiener Akademie Bd. LXI.

Digitized by Google

Dieses Verhalten der Hufeisen hat denselben Grund, wie die Erscheinung, dafs die Tragkraft eines geschlossenen Hufeisens weit gröfser ist als die Summe der Tragkräfte der einzelnen Pole. Auf diese Erscheinung hat zuerst Magnus aufmerksam gemacht[1]), indem er zeigte, dafs ein Hufeisenelektromagnet, welcher an jedem Pole für sich nur etwa ein Kilogramm tragen konnte, nach Anlegen des Ankers fast 70 Kilogramm trug. Der Grund dieser Erscheinung ergiebt sich leicht, es ist derselbe, welcher bewirkt, dafs in der Mitte eines Magnets das magnetische Moment bedeutend gröfser ist als an den Enden. In einem solchen geschlossenen Hufeisenmagnete, dessen Anker selbst magnetisch wird, ist jeder Querschnitt an beiden Seiten von magnetischen Querschnitten umgeben, und zwar nach beiden Seiten von einer gleichen Zahl, da der Magnet vollständig geschlossen ist. Wie nun in der Mitte eines Stabes infolge des Einwirkens der an beiden Seiten der Querschnitte liegenden Molekularmagnete das magnetische Moment gröfser ist als an den Enden, so mufs nach Anlegen des Ankers das Moment auch an den Enden der Schenkel zunehmen und nahezu gleich demjenigen der Mitte werden, da die Enden der Schenkel durch Anlegen des Ankers gewissermafsen zur Mitte werden.

Es nimmt also an den Anlegestellen des Ankers in der That das magnetische Moment zu und mit demselben natürlich die Tragkraft, da die Tragkraft zweier sich berührender Flächen mit dem Magnetismus der Flächen zunimmt.

Mit der Zunahme der magnetischen Momente an den Enden der Schenkel mufs das gesamte Moment des Hufeisens zunehmen, der freie Magnetismus dagegen abnehmen. Ersteres hat Poggendorff[2]) nachgewiesen, indem er nach der Methode von Lenz und Jacobi den Induktionsstrom beobachtete, welchen der entstehende Magnetismus eines Hufeisens erregte, als es keinen Anker trug und als es durch einen Anker geschlossen war. Er erhielt auf diese Weise folgende Werte für die magnetischen Momente des Hufeisens:

Magnetisierende Kraft	Magnetisches Moment des offenen	geschlossenen
1	7,36	32,10
1,25	10,23	49,66
2,33	16,06	58,87.

Dafs der freie Magnetismus auf dem Elektromagnete sehr viel geringer ist als auf dem offenen, davon kann man sich sehr leicht überzeugen, indem man dem geschlossenen Magnete eine Magnetnadel nähert; die Schwingungsdauer wird nur wenig mehr geändert als bei der Annäherung an weiches Eisen[3]).

1) *Magnus*, Poggend. Ann. Bd. XXXVIII.
2) *Poggendorff*, Poggend. Ann. Bd. LXXXV.
3) Über das Verhalten geschlossener Magnete sehe man ferner *Dub*, Elektromagnetismus. *Wiedemann*, Elektricitätslehre Bd. III. §. 688 ff.

Digitized by Google

§. 133.

Magnetische Wirkung der Reibungselektricität. Im letzten Paragraphen des zweiten Abschnittes haben wir erwähnt, dafs auch der Entladungsschlag der Leydener Flasche, oder der Strom, welcher den einen elektrisierten Konduktor ableitenden Draht durchfliefst, magnetische Wirkungen zeige. Nachdem wir in diesem Kapitel die magnetischen Wirkungen eines konstanten Stromes kennen gelernt haben, ist es leicht, die magnetischen Wirkungen der Reibungselektricität zu charakterisieren und zu zeigen, in wie weit sie mit denen der konstanten Ströme übereinstimmen, in wie weit nicht.

Die ablenkende Wirkung auf eine Magnetnadel durch einen Strom von Reibungselektricität hat zuerst Colladon[1]) nachgewiesen. Er verband das eine Ende eines Multiplikatordrahtes mit dem Konduktor, das andere mit dem Reibzeuge einer Elektrisiermaschine und erhielt dadurch Ablenkungen der Magnetnadel in dem einen oder anderen Sinne, je nachdem der Strom den Multiplikator in dem einen oder anderen Sinne durchsetzte. Die Richtung der Ablenkung war ganz der von Ampère für die Ablenkung der Nadel durch galvanische Ströme gegebenen Regel gemäfs.

Durch die gewöhnliche Entladung einer Leydener Flasche konnte Colladon keine Ablenkung der Nadel hervorbringen, da der Entladungsschlag dann nicht den Windungen des Multiplikatordrahtes folgte, sondern quer durch die Windungen ging. Es gelang ihm indes auf folgende Weise auch durch die Entladung der Batterie eine Ablenkung hervorzubringen. Das eine Ende des Multiplikatordrahtes wurde mit der äufseren Belegung einer Batterie von 30 Flaschen verbunden und das andere Ende mit einer feinen Spitze versehen. Diese wurde isoliert vorsichtig der innern Belegung genähert; als dann durch die Spitzenwirkung die Batterie aufserhalb der Schlagweite geräuschlos entladen wurde, zeigte sich die Ablenkung der Magnetnadel und zwar der Ampèreschen Regel gemäfs nach der einen oder anderen Seite, je nachdem die Batterie positiv oder negativ geladen war.

Anstatt in dieser Weise gelang es Faraday[2]) durch Einschaltung bedeutender Widerstände, einer feuchten Schnur oder einer Wasserröhre eine Ablenkung der Nadel bei der gewöhnlichen Entladung der Batterie in der Schlagweite hervorzubringen. Die Ablenkung war trotz grofser Verschiedenheit der Widerstände fast immer bei gleicher Ladung der Batterie dieselbe. W. Weber[3]) hat gezeigt, dafs es, um eine Ablenkung der Magnetnadel hervorzubringen, nicht erforderlich ist, einen feuchten Leiter in den Schliefsungsdraht einzuschalten, sondern dafs auch bei einem rein metallischen Schliefsungsbogen die Nadel abgelenkt wird. Dabei zeigte sich dann die eigentümliche Erscheinung, dafs die Ablenkung bei gleicher Ladung der Batterie viel kleiner war, als der Bogen ganz metallisch, als wenn in denselben eine feuchte Hanfschnur eingeschaltet war. Als eine

1) *Colladon*, Annales de chim. et de phys. T. XXXIII. Poggend. Ann. Bd. VIII.

2) *Faraday*, Experimental researches III. Reihe art. 363—368. Poggend. Ann. Bd. XXIX.

3) *W. Weber*, Elektrodynamische Mafsbestimmungen. §. 14. Leipzig 1846.

Digitized by Google

Batterie von vier Flaschen durch eine feuchte 4 mm dicke und 320 mm lange Hanfschnur entladen wurde, trat eine Ablenkung von 55 ein, als statt der feuchten Schnur ein 230 m langer Draht von Neusilber, dessen Dicke 0,3 mm betrug, eingeschaltet wurde, betrug die Ablenkung nur 7.

Bei Anwendung feuchter Leiter ist die Ablenkung der Magnetnadel nach den Versuchen von Faraday und Riess[1]) unabhängig von der Gröfse der eingeschalteten Widerstände, ferner unabhängig von der Dichtigkeit der entladenen Elektricität und nur abhängig von der entladenen Elektricitätsmenge, der sie nach einem Versuche Faradays proportional zu setzen ist. So fand Riess die Ablenkung eines Galvanometers stets gleich 27, mochte er die Elektricitätsmenge aus 10, aus 7 oder aus 1 Flasche entladen, mochte er eine Wasserröhre oder einen feuchten Baumwollenfaden einschalten. Es kann daher das Galvanometer zur Messung der Elektricitätsmenge, welche entladen wird, benutzt werden. W. Weber[2]) hat zu diesem Zwecke das Galvanometer bei Einschaltung feuchter Widerstände und Oettingen[3]) selbst bei einem sehr langen rein metallischen Schliefsungsbogen benutzt, für welchen Koosen[4]) nachgewiesen, dafs auch dort das oben angeführte Gesetz der Ablenkung gilt. In welcher Weise solche rasch verlaufende Ströme mit dem Galvanometer gemessen werden können, werden wir im nächsten Kapitel zeigen.

Aus der Ablenkung der Magnetnadel durch den Strom der Reibungselektricität folgt schon ohne weiteres, dafs dieser Strom auch imstande ist, Eisen oder Stahlnadeln zu magnetisieren. Die ersten unzweideutigen Beobachtungen solcher Magnetisierungen rühren von Arago[5]) und Davy[6]) her. Arago magnetisierte Stahlnadeln, indem er durch die sie umgebende Spirale eine Anzahl elektrischer Funken schlagen liefs; Davy magnetisierte dieselben durch den Entladungsschlag einer Leydener Batterie, indem er die Nadeln unter den Schliefsungsdraht und zu demselben senkrecht legte. Die Richtung der Pole war der Ampèreschen Theorie gemäfs.

Das ist jedoch, wie zuerst Savary[7]) gezeigt hat, nicht immer der Fall, weder wenn man die Nadeln nach der Methode von Davy magnetisiert, noch wenn man den Entladungsschlag der Batterie durch eine Magnetisierungsspirale gehen läfst.

Magnetisiert man die Nadeln nach der Methode von Davy, so hängt die Richtung der Magnetisierung ab von der Entfernung der Nadel von dem Strome, von der Stärke des Stromes und von der Stahlsorte, aus der die Nadeln bestehen. Liegen die Nadeln unmittelbar am Schliefsungsdrahte, so werden sie immer normal magnetisiert, in einer gewissen, von der Stärke des Stromes und der Natur der Nadeln abhängigen Entfernung fand sich dagegen sehr häufig eine der Ampèreschen Regel widersprechende Magnetisierung. So befestigte Savary 25 Nadeln derselben

---

1) *Riess*, Reibungselektricität Bd. I. §. 507 – 516.
2) *W. Weber* u. *Kohlrausch*, Elektrodynamische Mafsbestimmungen. §. 7 ff.
3) *Oettingen*, Poggend. Ann. Bd. CXV.
4) *Koosen*, Poggend. Ann. Bd. CVII.
5) *Arago*, Moniteur universel 10. November 1820. *Riess*, Reibungselektricität. Bd. I. §. 517.
6) *Davy*, Gilberts Ann. Bd. LXXI.
7) *Savary*, Annales de chim. et de phys. T. XXXVI.

Digitized by Google

Sorte einander parallel auf einer Holzleiste und befestigte diese Leiste unter einem sehr spitzen Winkel an einen Draht, welcher zu dem Schliefsungsbogen einer Batterie gehörte, so dafs die Nadeln nahezu senkrecht zum Drahte lagen, und die erste Nadel den Draht berührte, die anderen immer weiter von ihm entfernt waren. Die den Draht berührende Nadel war normal, die dann folgende nur 1 mm von dem Drahte entfernte war dagegen der Ampèreschen Regel widersprechend magnetisiert, die dritte 2 mm entfernte war unmagnetisch, die folgenden bis zu 8 mm entfernten waren wieder normal, die weiter folgenden bis zu 21 mm Abstand entgegengesetzt und die noch weiter entfernten wieder normal nach der Ampèreschen Theorie magnetisiert. Die verschiedenen Magnetisierungen treten alo gruppenweise auf; die Gruppen sind verschieden, je nach der Stahlsorte der Nadeln und nach der Stärke des Entladungsstromes.

Ebenso zeigen sich der Ampèreschen Theorie entgegengesetzte Magnetisierungen im Innern einer Magnetisierungsspirale. Die vielfachen Versuche Savarys und Hankels[1]) haben indes eine bestimmte Gesetzmäfsigkeit in der Erscheinung und somit den Grund derselben nicht aufzufinden vermocht, weshalb wir hier auf diese Untersuchungen nicht weiter einzugehen haben[2]). Die neuesten Versuche über diese Frage, welche von Liphart angestellt hat[3]), haben den Grund dieser, der Ampèreschen Theorie scheinbar ganz widersprechenden Erscheinung aufgeklärt; von Liphart hat nämlich gezeigt, dafs eine der Ampèreschen Theorie entgegengesetzte Magnetisierung nur dann auftritt, wenn der Entladungsstrom der Batterie alternierend ist. So lange die Entladung einfach ist, ist die Magnetisierung normal und das magnetische Moment der in der Spirale liegenden Nadel steigt bis zum Maximum mit der Stromstärke. Sobald aber der erste rücklaufende Strom auftritt, wird das magnetische Moment der Nadel geschwächt, sie wird dann unmagnetisch und schliefslich entgegengesetzt magnetisiert. Auf die Einzelnheiten der ausgedehnten Arbeit von Lipharts einzugehen, fehlt hier der Raum, es genüge die Bemerkung, dafs er in der angegebenen Weise gezeigt, dafs die Magnetisierungen in Spiralen ganz und gar der Ampèreschen Theorie entsprechen. Seine Untersuchungen über die Magnetisierung nach der Davyschen Methode hat von Liphart noch nicht mitgeteilt.

§. 134.

Magnetisches Verhalten nicht eisenhaltiger Körper. Diamagnetismus. Bei unseren bisherigen Untersuchungen über den Magnetismus haben wir als magnetische Substanzen nur das Eisen, eine Verbindung desselben mit Sauerstoff und seine Verbindungen mit Kohle, Stahl und Gufseisen, und aufserdem noch Nickel und Kobalt kennen gelernt. Die Versuche mit anderen Substanzen haben lange kein unzweideutiges oder meist ein negatives Resultat gegeben. Schon im vorigen Jahrhundert hatte man mehrfach auch andere Substanzen auf ihr magnetisches Verhalten untersucht, und häufig Einwirkungen der Pole auf dieselben be-

1) *Hankel*, Poggend. Ann. Bd. LXIX.
2) Man sehe darüber *Riess*, Reibungselektricität. Bd. I. §. 517 ff.
3) *von Liphart*, Poggend. Ann. Bd. CXVI.

Digitized by Google

obachtet, indes schrieb man stets die beobachteten Erscheinungen einem Eisengehalte der betreffenden Substanzen zu. Eine eigentümliche, jedoch nicht weiter verfolgte Beobachtung von Brugmanns[1]) konnte indes nicht in dieser Weise erklärt werden; er untersuchte das magnetische Verhalten der Körper, indem er dieselben in Papierschiffchen oder frei auf Wasser oder Quecksilber schwimmen liefs. Dabei zeigte sich, dafs die meisten wegen Eisengehaltes von dem Pole eines kräftigen Magnetes angezogen wurden, dafs einige sich ganz indifferent verhielten, dafs aber metallisches Wismut von beiden Polen eines Magnetes abgestofsen wurde.

Diese und viele andere Beobachtungen blieben entweder unbeachtet oder wurden, wie erwähnt, dem Eisengehalte der untersuchten Körper zugeschrieben[2]), bis Faraday im Jahre 1845 den Nachweis lieferte, dafs es wohl keinen gegen den Magnet indifferenten Körper giebt[3]). In ihrem Verhalten gegen die Magnete teilen sich die Körper nach diesen Versuchen in zwei grofse Gruppen, in die magnetischen, oder wie Faraday sie später nannte, die paramagnetischen und die diamagnetischen; erstere verhalten sich wie das Eisen, sie werden von dem Magnete angezogen, letztere verhalten sich im allgemeinen wie das Wismut bei dem Versuche Brugmanns, sie werden von dem Magnete abgestofsen.

Zur Aufstellung dieser Versuche bedarf es im allgemeinen sehr kräftiger Elektromagnete; Faraday wandte zu seinen Versuchen einen dem Plückerschen an Dimensionen ungefähr gleichen an. So bedeutender Kräfte bedarf es aber zu den Versuchen nicht, es reichen schon Eisenkerne von circa 400 mm Länge und 25 mm Dicke hin, welche durch eine Eisenplatte, auf welcher sie stehen, zu einem Hufeisenmagnete verbunden sind; dieselben werden ihrer ganzen Länge nach mit vielfachen Windungen dicken Kupferdrahtes umwunden.

Auf die nach oben gewandten Polflächen der Magnete werden dann Aufsätze gelegt, ähnlich wie die bei dem Plückerschen Magnete beschriebenen, sogenannte Halbanker, welche wie Fig. 261 an den einander zugewandten Seiten zugespitzt sind, damit die magnetische Wirkung auf die zwischen die Anker, in das sogenannte Magnetfeld gebrachten Substanzen nur vorzugsweise von den beiden Spitzen a und b ausgehe. Bei anderen Versuchen wendet man einfach parallelepipedische oder nach der einen Seite zugeschärfte Anker an. Sehr bequem zu diesen Versuchen ist auch der Rühmkorffsche Elektromagnet.

Fig. 261.

Da die magnetische Wirkung auf die meisten Substanzen sehr schwach ist, so ist es zu ihrer Wahrnehmung erforderlich, die Substanzen möglichst leicht beweglich zu machen. Man hängt sie deshalb an ungedrehten Seidenfäden, Coconfäden auf, entweder in leichte Papierschiffchen, oder besser noch, um jeden allenfallsigen Einflufs des Magnets auf die Aufhängevorrichtung zu vermeiden, indem man aus dem unteren Ende des Coconfadens eine Schlinge bildet.

1) *Brugmanns*, Magnetismus seu de affinitatibus magneticis observationes. Leyden 1778.

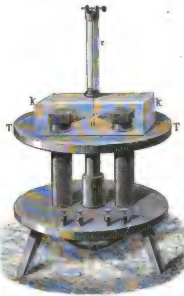
2) Man sehe *von Feilitzsch*, Galvanische Fernewirkungen §. 41.

3) *Faraday*, Experimental researches series XX. Poggend. Ann. Bd. LXIX.

Digitized by Google

Um zu verhindern, dafs Luftströmungen den untersuchten Substanzen eine Bewegung erteilen, umgiebt man das Magnetfeld mit einem Glaskasten, indem man entweder bei kleineren Apparaten den ganzen Elektromagnet in einen solchen einschliefst, oder nur die Pole mit einem solchen umgiebt. Plücker[1]) hat zu dem Ende an seinem grofsen Elektromagnete einen Tisch angebracht (Fig. 262 *TT*), welcher, an zwei Stellen durchbohrt, die Polenden des Elektromagnets durchläfst. Der Tisch ist auf dem Stative des Elektromagnets befestigt und kann höher oder tiefer gestellt werden. Auf den Tisch wird der Glaskasten *k* gestellt, so dafs die Polflächen des Magnets sich in demselben befinden. Die Deckplatte des Kastens ist durchbohrt; auf die Durchbohrung ist in einer Holzfassung eine Röhre *r* gesetzt, welche oben in einer Messingfassung befestigt einen horizontalen Stift trägt; von diesem hängt der Coconfaden herab, welcher den zu untersuchenden Körper trägt. Durch Drehung des Stiftes kann der Faden auf- und abgewunden und so die zu untersuchende Substanz gehoben und gesenkt werden.

Fig. 262.



Hängt man nun ein Eisenstäbchen *d* an den Coconfaden zwischen die zugespitzten Halbanker des Magnets, und leitet dann durch die denselben umgebenden Windungen einen Strom, so wird das Eisenstäbchen sofort zum Magnet und stellt sich so, dafs seine Längsrichtung sich in der Verbindungslinie der beiden Pole befindet. Ebenso stellt sich ein Stäbchen von Kobalt oder Nickel; sie richten sich von Pol zu Pol oder stellen sich, wie Faraday es nennt, axial.

Bringt man an die Stelle des Eisenstäbchens ein solches von Wismut, so ist die Erscheinung eine andere[2]); sobald der Magnet erregt ist, stellt sich dasselbe mit seiner Längsaxe senkrecht zur Verbindungslinie der beiden Pole, oder wie Faraday es nennt, äquatorial, und kommt nach einigen Schwingungen in dieser Lage zur Ruhe; entfernt man es aus dieser Lage, so kehrt es in dieselbe zurück. Dabei dreht sich das Stäbchen, wenn es nicht in dieser Lage ist, jederzeit so, dafs seine Enden den kleinsten Winkel beschreiben, um in diese Lage zu gelangen; jedes Ende des Stäbchens kann sich also an jeder Seite der die Pole des Mag-

1) *Plücker*, Poggend. Ann. Bd. LXXII.
2) *Faraday*, Experimental researches ser. XX. Poggend. Ann. Bd. LXIX.

Digitized by Google

nets verbindenden Linie befinden, und welches an der einen oder anderen Seite sich befindet, hängt nur von der Lage des Stäbchens vor Erregung des Magnetismus ab. Auch eine Umkehrung der Pole des Magnets bringt darin keine Änderung hervor, das Stäbchen bewegt sich immer auf dem kürzesten Wege in die äquatoriale Lage.

Aus diesem Versuche sind wir zu schliefsen berechtigt, dafs von beiden Magnetpolen auf das Wismutstäbchen eine abstofsende Kraft ausgeübt wird, wie auf das Eisen eine anziehende, denn es ergiebt sich aus demselben, dafs das Wismut sich stets möglichst weit von den Magnetpolen zu entfernen sucht, es strebt, wie Faraday sich ausdrückt, von Stellen stärkerer zu Stellen schwächerer magnetischer Wirkung sich zu bewegen. Steht das Stäbchen äquatorial, so geht die Richtung der abstofsenden Kraft durch die Drehungsaxe selbst und kann deshalb keine Drehung des Stäbchens hervorbringen.

Von dem Vorhandensein dieser abstofsenden Kraft kann man sich auch direkt überzeugen; ist nämlich die Drehungsaxe des Stäbchens in der axialen Linie, aber näher bei dem einen als bei dem anderen Pole, so stellt sich das Stäbchen ebenfalls äquatorial, zugleich aber weicht der Schwerpunkt des Stäbchens von dem Pole zurück und bleibt abgestofsen, so lange der Magnet in Thätigkeit bleibt. Genau dasselbe findet statt, wenn man das Stäbchen dem anderen Pole näher bringt.

Befindet sich der Drehpunkt des Stäbchens in der äquatorialen Linie, also gleich weit von den Polen, aber seitlich aus der axialen Linie entfernt, so stellt sich das Stäbchen ebenfalls äquatorial, zugleich wird es aber parallel derselben abgestofsen, es entfernt sich weiter von der axialen Linie, und bleibt in der abgelenkten Lage.

Wendet man anstatt des Stäbchens eine kleine Kugel oder einen Würfel von Wismut an, so kann nach dem Vorigen keine Richtung desselben eintreten, dagegen läfst sich die Abstofsung sehr leicht beobachten. Ist der Würfel einem Pole näher als dem anderen, so wird er parallel der axialen Linie abgestofsen; ist er gleich weit von beiden Polen entfernt, befindet sich aber seitlich von der axialen Linie, so wird er weiter von derselben entfernt, also im Magnetfeld seitlich verschoben. Es folgt somit, dafs er gleichzeitig von beiden Magnetpolen mit gleicher Stärke abgestofsen wird.

Man kann die Erscheinungen auch von einem einzelnen Pole erhalten, auch hier zeigt sich bei einem Stäbchen die Ablenkung in die äquatoriale Stellung, bei Kugeln die Abstofsung.

Wismut verhält sich demnach gerade entgegengesetzt wie Eisen, während letzteres von jedem genäherten Magnetpole angezogen wird, wird Wismut von demselben abgestofsen; um diese magnetische Wirkung von der bisher betrachteten zu unterscheiden, nennt Faraday sie diamagnetisch, und die Eigenschaft des Wismuts Diamagnetismus.

In ähnlicher Weise untersucht fanden Faraday[1]) und andere fast alle Substanzen magnetisch oder diamagnetisch. Von den Metallen fanden sich magnetisch:

---

1) *Faraday*, Experimental researches ser. XX. Poggend. Ann. Bd. LXIX. ser. XXI. Bd. LXX. ser. XXIII. Bd. LXXXII. ser. XXV. Ergänzungsband III.

Digitized by Google

Eisen, Nickel, Kobalt, Platin, Palladium, Titan, Mangan, Chrom, Cerium, Osmium.

Diamagnetisch und zwar mit absteigender Stärke:

Wismut, Antimon, Zink, Zinn, Kadmium, Quecksilber, Blei, Silber, Kupfer, Gold, Arsen, Uran, Rhodium, Iridium, Wolfram.

Von den festen Metalloiden sind ebenfalls diamagnetisch:

Phosphor, Schwefel, Tellur, Jod.

Die Oxyde und Salze des Eisens, Nickels und Kobalts zeigten sich mit Ausnahme des Ferrocyankaliums, welches diamagnetisch ist, magnetisch, ebenso die meisten Verbindungen des Platin, Titan, Osmium, ferner die meisten Verbindungen von Mangan und Cerium. Von Chrom ist das Oxyd magnetisch, die Säure diamagnetisch; Bleisuperoxyd und Mennige sind ebenfalls magnetisch; aufserdem Papier, Tusche, Berliner Porzellan, Flufsspat, Turmalin u. a. m.

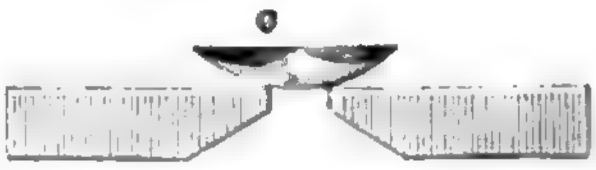
Manche Verbindungen der magnetischen Metalle sind diamagnetisch, so Platinchlorid, Ammonium-Platinchlorid, ebenso auch Palladiumchlorid, auch fast alle Oxyde und Verbindungen der diamagnetischen Metalle, aufser Silbersuperoxyd und Kupferoxyd, sind diamagnetisch; ferner Eis, eisenfreies Glas, so insbesondere Faradays Flintglas, tierische Fette, Fleisch, Holz, Elfenbein, Leder u. a. m.

Auch die Flüssigkeiten werden von den Magneten affiziert; zur Untersuchung derselben wandte Faraday eine Glasröhre von der Form Fig. 263 an, deren äquatoriale oder axiale Stellung zwischen den Magnet-

Fig. 263.

Fig. 264.

Fig. 265.



polen, nachdem der Magnetismus der leeren Röhre bestimmt war, den Diamagnetismus oder Magnetismus der eingeschlossenen Flüssigkeit nachwies. Plücker[1]) legte auf die Halbanker Fig. 264 und 265 Glimmerblätter oder Uhrgläser, in welche die zu untersuchende Flüssigkeit gebracht war.

Wenn die Flüssigkeit magnetisch war, erhoben sich über den Magnetpolen zwei Wülste *a* und *b*, während bei den diamagnetischen Flüssigkeiten sich ein Wulst zwischen den beiden Polen *c* Fig. 265 bildete. Die Bildung der Wülste ergiebt sich unmittelbar daraus, dafs die freie Oberfläche einer Flüssigkeit stets normal sein mufs zu den auf sie wirkenden Kräften.

Nach diesen Versuchen zeigt sich das Wasser ziemlich stark diamagnetisch; trotzdem sind konzentrierte Lösungen der magnetischen Verbindungen des Eisens, Eisenchlorid, Eisenchlorür, Eisenvitriol, des Nickels u. s. f. magnetisch. Sind die Lösungen verdünnt, so überwiegt der Diamagnetismus des Wassers. Die Lösungen der diamagnetischen Salze sind ebenfalls diamagnetisch; ebenso die Lösungen der Salze der Alkalien und Erden; ferner Alkohol, Äther, Schwefelsäure, Salpetersäure, Blut, Milch, geschmolzenes Wachs etc.

---

1) *Plücker*, Poggend. Ann. Bd. LXXIII.

Digitized by Google

Die soeben gemachten Angaben über den Magnetismus oder Diamagnetismus der Körper, d. h. über ihre Anziehung und Abstofsung von den Polen der Magnete gelten nur, wenn man das Verhalten derselben in der Luft untersucht, nicht aber, wenn das Magnetfeld mit einer Flüssigkeit ausgefüllt ist[1]). Befindet sich nämlich eine magnetische Substanz in einer Flüssigkeit, welche stärker magnetisch ist als sie selbst, so verhält sie sich diamagnetisch, befindet sich eine diamagnetische Substanz in einer Flüssigkeit, welche stärker diamagnetisch ist, so verhält sie sich magnetisch.

Die zu den Versuchen mit Flüssigkeiten benutzte Röhre wurde hermetisch verschlossen und dann zwischen den Magnetpolen aufgehängt. Sie stellte sich äquatorial. Dann wurde in das Magnetfeld ein mit Wasser gefülltes Gefäfs gebracht und die Röhre in das Wasser eingesenkt, indem ein Wismutwürfel an dieselbe angehängt wurde. Im Wasser stellte die Röhre sich axial.

Faraday stellte drei Lösungen von Eisenvitriol her, deren Prozentgehalt sich wie 16 zu 4 zu 1 verhielt. Drei Glasröhren wurden mit den Lösungen gefüllt, sie stellten sich axial; ebenso stellten sie sich in Wasser oder Alkohol, und zwar mit noch gröfserer Kraft axial. Anders indes, als die Röhren in die verschiedenen Eisenlösungen gesenkt wurden. Die mit 16prozentiger Lösung gefüllte Röhre war in der 1prozentigen und 4prozentigen ganz entschieden magnetisch, sie stellte sich axial. In der 16prozentigen Lösung dagegen verhielt sie sich ganz indifferent, sie nahm durchaus keine bestimmte Stellung ein. In einer Umgebung, welche ebenso stark magnetisch ist, als er selbst, verhält sich also ein Körper ganz unmagnetisch. Dasselbe zeigte sich bei den andern Röhren; in den konzentrierteren Lösungen waren sie diamagnetisch, in der gleichen indifferent, in der verdünnteren magnetisch.

Dasselbe zeigt sich, wenn man die Anziehungen oder Abstofsungen untersucht, welche eine Substanz in verschiedenen Umgebungen von einem Magnetpole erfährt. Wurde eine der Röhren so aufgehängt, dafs ihre Längsrichtung vertikal war, so wurde sie in der Luft oder im Wasser, oder in verdünnterer Lösung von dem Magnetpole angezogen, in konzentrierterer Lösung dagegen von demselben abgestofsen. Plücker[2]) hat dies sehr deutlich durch folgenden Versuch nachgewiesen. Auf den Pol seines grofsen Elektromagnets wurde ein unten durch ein Glimmerblatt verschlossenes Lampenglas gestellt, und in dieses eine mit einem Faden an einer Wage befestigte Wismutkugel gelegt. Durch auf die Wagschalen gelegte Gewichte wurde die Kugel so äquilibriert, dafs sie, wenn der Magnetismus erregt war, gerade eben das Glimmerblatt berührte. Wurde der Strom unterbrochen, so wurde, da die Abstofsung aufhörte, die Kugel schwerer, und es mufsten auf der einen Wagschale Gewichte zugelegt werden, um die Kugel wieder wie vorher zu äquilibrieren. Diese Gewichte waren, als 8 Grovesche Elemente den Magnet erregten und das Lampenglas enthielt

Luft, 785 mg; Wasser, 745 mg; Eisenchlorid, 885 mg.

1) *Faraday*, Experimental researches series XXI. art. 2362 ff. 2400 ff. Poggend. Ann. Bd. LXX.

2) *Plücker*, Poggend. Ann. Bd. LXXVII.

Digitized by Google

Diese Gewichte messen die abstofsende Kraft, sie zeigen, dafs im diamagnetischen Wasser die Abstofsung am kleinsten, in dem magnetischen Eisenchlorid am gröfsten ist. Es zeigt sich hier somit etwas dem archimedischen Princip Analoges; wie ein in Wasser getauchter Körper an Gewicht verliert, ja selbst wenn er specifisch leichter ist als das Wasser, in die Höhe getrieben werden kann, so auch verliert ein magnetischer Körper in magnetischen Flüssigkeiten an Magnetismus und kann selbst diamagnetisch werden. Ja die Analogie mit dem archimedischen Princip geht nach den Versuchen von E. Becquerel[1]) so weit, dafs die magnetische Anziehung eines Körpers in einer magnetischen Umgebung gerade so viel sich ändert, als die magnetische Anziehung oder Abstofsung der Flüssigkeit beträgt, welche er aus der Stelle drängt. Becquerel hing zwischen den Polen eines Elektromagnets Stäbchen von Wachs oder Schwefel an dem Faden einer Torsionswage auf und gab durch Torsion des Fadens dem Stäbchen eine gewisse Neigung gegen die äquatoriale Lage. Dann wurde der Magnetismus erregt und die Torsion des Fadens beobachtet, welche das Stäbchen wieder in die frühere Gleichgewichtslage brachte, wenn es sich in der Luft befand oder in verschiedenen Flüssigkeiten. Auf diese Weise ergaben sich die Abstofsungen des

	Schwefelstäbchens	Wachsstäbchens
in Luft	0,9038	0,3485
in Wasser	0,1004	— 0,2647
in konz. Lösung von Chlormagnes.	— 0,0649	— 0,3816
von schwefels. Nickel	2,6060	1,6733.

Das negative Vorzeichen bedeutet Anziehung. Ist das angegebene Gesetz richtig, so mufs die in den Flüssigkeiten beobachtete Abstofsung gleich der Differenz zwischen der Abstofsung des Körpers und des verdrängten Flüssigkeitsvolumens sein. Ist demnach A_s die Abstofsung des Schwefelstäbchens in der Luft, A_w die Abstofsung des gleichen Volumens Wasser, so ist

$$A_s - A_w = 0{,}1004; \qquad A_w = A_s - 0{,}1004.$$

So berechnet müssen, wenn das Gesetz richtig ist, die in beiden Reihen für die verschiedenen Flüssigkeiten erhaltenen Werte einander proportional sein. Dafs das in der That der Fall ist, zeigen folgende Zahlen, in welchen in jeder Reihe die Abstofsung des Wassers $A_w = 10$ gesetzt ist, es ist

	beim Schwefel	beim Wachs
A_w	10	10
$A_{magn.}$	12,06	10,91
$A_{ni.}$	— 21,19	— 21,60.

Das negative Vorzeichen bei $A_{ni.}$ beweist, dafs die Nickellösung magnetisch ist. Das Gesetz wird also durch diese Versuche bestätigt.

Zur Untersuchung, ob die Gase magnetisch oder diamagnetisch sich

1) *Becquerel*, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. XXVIII.

Digitized by Google

verhalten, müssen, wenn man die Versuche nicht in einem luftleeren Raume anstellt, ganz besondere Vorsichtsmafsregeln angewandt werden. Ist die Luft selbst magnetisch oder diamagnetisch, so wird man bei Versuchen in der Luft nach dem soeben bewiesenen Gesetze nur finden, ob die andern Gase es in einem höhern oder weniger hohen Grade sind als die Luft. Die bisher angegebenen Methoden können deshalb nicht zur Untersuchung der Gase dienen, und deshalb gelang es Faraday auch anfangs nicht, magnetische Eigenschaften bei den Gasen zu entdecken. Bald gelang es jedoch Faraday[1]) sowie Plücker[2]) zu gleicher Zeit, nachzuweisen, dafs auch die Gase magnetische Eigenschaften haben. Plücker zeigte es für farbige Gase, indem er einen Strom derselben zwischen den Polen des Elektromagnets aufsteigen liefs; waren die Gase diamagnetisch, so wurde der Strom in äquatorialer Richtung verbreitert und selbst in zwei zu beiden Seiten der axialen Linie aufsteigende Ströme geteilt. Bei Gasen, welche stärker magnetisch sind als Luft, wird der Strom in axialer Richtung verbreitert. Faraday untersuchte auch ungefärbte Gase, indem er in die Mündung der etwas unter den Polen befindlichen Röhre, aus welcher das Gas ausströmte, ein mit etwas Salzsäure befeuchtetes Fliefspapier brachte, so dafs die Gase mit ganz wenig salzsaurem Dampfe gemischt wurden. In einiger Entfernung über den Polen brachte er Fangröhren an, dünne, ungefähr fingerlange, an beiden Enden offene Röhren, welche vertikal an einem Gestelle befestigt waren, eine an jeder Seite der axialen Linie, eine in der axialen Linie. Die untern Enden der Röhren wurden mit etwas Ammoniak befeuchtet. In jenen Röhren, durch welche das Gas hindurchging, bildeten sich dann weifse Dämpfe; ist das Gas diamagnetisch, so entstehen in den seitlichen Röhren, ist es magnetisch, in der axialen Röhre die weifsen Dämpfe. Auch mit Seifenblasen lassen sich die Versuche anstellen; Seifenwasser ist schwach diamagnetisch, denn eine mit Luft gefüllte Blase wird von den Polen abgestofsen. Mit Gasen gefüllt, welche magnetischer sind als Luft, wird sie daher weniger stark, mit solchen, welche diamagnetischer sind, stärker abgestofsen als die Luftblase[3]).

Auf diese Weise untersucht, fand sich von allen Gasen nur der Sauerstoff magnetisch, also magnetischer als die Luft; alle übrigen untersuchten Gase zeigten sich diamagnetisch, auch Wasserdampf und Quecksilberdampf. Wie die Gase verhalten sich auch die Flammen. Die Flamme einer Stearinkerze z. B. so zwischen die Magnetpole gebracht, dafs die Spitzen der Halbanker mit dem Docht in gleicher Höhe sich befinden, nimmt die Gestalt Fig. 266 an, wenn man sie von der Seite, den Magnetpolen, her betrachtet. Sie wird also parallel der äquatorialen Richtung sehr stark verbreitert. Ebenso werden Flammen von Alkohol, Terpentinöl und andere parallel der äquatorialen Richtung auseinandergezogen[4]).

Fig. 266.

1) *Faraday*, Philosoph. Magazin vol. XXXI. 1847. Poggend. Ann. Bd. LXXIII.
2) *Plücker*, Poggend. Ann. Bd. LXXIII.
3) *Faraday*, Experimental researches ser. XXV. Poggend. Ann. Ergänzungsband III. *Plücker*, Poggend. Ann. Bd. LXXIII.
4) *Bankalari, Zantedeschi, Faraday, Plücker*, Poggend. Ann. Bd. LXXIII.

Digitized by Google

Aus der in diesem Paragraphen gegebenen Übersicht über die magnetischen und diamagnetischen Substanzen ergiebt sich, dafs sich bis jetzt keine allgemeinen Kennzeichen aufstellen lassen, welche von vornherein mit Sicherheit angeben lassen, welche Körper magnetisch, welche diamagnetisch sind, dafs man nicht einmal allgemein aus dem Magnetismus eines Elementes auf jene seiner Verbindungen schliefsen kann.

§. 135.

Diamagnetische Polarität. Aus den im vorigen Paragraphen mitgeteilten Erfahrungen ergiebt sich, dafs der Einwirkung eines Magnets nicht nur die wenigen sogenannten magnetischen Metalle, Eisen, Nickel und Kobalt, sondern alle Substanzen unterworfen sind, dafs sich aber die Substanzen in zwei grofse Gruppen teilen, deren eine wie das Eisen von dem Magnete angezogen wird, während die andere von demselben abgestofsen wird. Das Verhalten der ersten Gruppe, welches ganz mit dem des Eisens übereinstimmt, bedarf wohl keiner weiteren Erörterung, es hat seinen Grund einfach darin, dafs alle diese Substanzen temporär zu Magneten werden. Anders ist es mit dem Verhalten der diamagnetischen Substanzen, welche von jedem Pole des Magnets abgestofsen werden. Wenn man indes erwägt, dafs auch bei zwei Magneten sich eine Abstofsung zeigt, wenn dieselben ihren gleichnamigen Pol einander zukehren, so wird man leicht zu der Ansicht geführt, dafs die diamagnetische Abstofsung darin ihren Grund hat, dafs in den diamagnetischen Substanzen unter dem Einflusse des Magnets ebenfalls ein polarer Zustand entsteht, jedoch so, dafs der Nordpol einen Nordpol, der Südpol einen Südpol erregt. Diese Ansicht war es auch, welche Faraday[1]) sofort über die diamagnetischen Erscheinungen sich bildete, er meint, dafs beide Gruppen im Magnetfelde magnetisch würden, und jedes Teilchen seine Axe parallel der durch sie hingehenden magnetischen Resultante stelle, mit dem Unterschiede jedoch, dafs die Teilchen des magnetischen Körpers ihre Nord- und Südpole den entgegengesetzten Polen des induzierenden Magnetes zuwendeten, die Teilchen des diamagnetischen aber es umgekehrt machten.

Diese Theorie hat Faraday selbst zwar später[2]) wieder verlassen, um sie mit einer eigentümlichen, seinen Ansichten über die Elektrisierung durch Influenz analogen Theorie zu vertauschen. Indes ist die diamagnetische Polarität schon sofort nach Beobachtung der diamagnetischen Erscheinungen so deutlich und wiederholt nachgewiesen, und später von W. Weber auch theoretisch begründet worden, dafs es überflüssig sein wird, auf andere Theorieen[3]) weiter einzugehen.

Der erste Nachweis, dafs die diamagnetische Abstofsung daher rührt, dafs in den betreffenden Substanzen durch einen angenäherten Magnetpol

---

1) *Faraday*, Experimental researches ser. XXI. art. 2429. Poggend. Ann. Bd. LXX.

2) *Faraday*, Experimental researches ser. XXII. art. 2497. Poggend. Ann. Ergänzbd. III. ser. XXIII. Poggend. Ann. Bd. LXXXII. ser. XXVIII u. XXIX. Philosophical Transactions for 1852. Poggend. Ann. Ergänzbd. III.

3) Man sehe die Theorie von *v. Feilitzsch*, Poggend. Ann. Bd. LXXXII, LXXXVII und XCII.

Digitized by Google

ein gleichnamiger Pol erregt wird, ist von Reich[1]) geliefert worden. An der Drehwage, welche zu den Versuchen über die Dichtigkeit der Erde gedient hatte, wurde eine Wismutkugel aufgehängt und derselben ein Magnetpol genähert; die Kugel wurde abgestofsen. Darauf wurde der Kugel gleichzeitig und von derselben Seite ein Nordpol und ein ebenso starker Südpol genähert. Die Kugel wurde nicht mehr abgestofsen, obwohl es nur einer Kraft von 0,0001 mg an der Kugel bedurfte, um dieselbe merklich abzulenken. Eine Wiederholung dieses Versuches von Tyndall[2]) mit Elektromagneten ergab dasselbe Resultat; zwei cylinderförmige Elektromagnete wurden an dem einen Ende umgebogen, so dafs die zu Halbcylindern abgeschliffenen Enden sich fast berührten und zusammen einen Cylinder von der Dicke der Elektromagnete bildeten. Vor denselben und durch ein dünnes Glasplättchen davon getrennt, war ein Wismutstäbchen so an einem Coconfaden horizontal aufgehängt, dafs es sich um eine vertikale, durch seine Mitte gehende Axe drehen konnte, und dafs sein eines Ende gerade vor den Polen hing. Wurde nun einer der Elektromagnete oder beide so erregt, dafs die an einander liegenden Enden gleichnamige Pole erhielten, so wurde das Wimutstäbchen abgelenkt, wurden aber beide Magnete so erregt, dafs die zusammenliegenden Enden ungleichnamige Pole erhielten, so wurde es nicht abgelenkt.

Aus diesen Versuchen ergiebt sich, dafs jenes Ende eines Wismutstäbchens, welches von dem Nordpole abgestofsen wird, von dem zugleich wirkenden Südpole angezogen wird und umgekehrt. Daraus folgt, dafs der Nordpol in dem ihm zugewandten Ende des Stäbchens einen Nordpol, der Südpol einen Südpol erzeugt.

Noch direkter haben dies Poggendorff[3]) und W. Weber[4]) gezeigt. W. Weber stellte in der Nähe einer an einem Coconfaden hängenden leichten Magnetnadel einen kräftigen Hufeisenmagnet auf, so dafs die durch die Pole desselben gelegte Vertikalebene den Aufhängefaden der Nadel aufnahm. Die Nadel wurde durch die Wirkung des Magnets sehr stark abgelenkt; die Ablenkung wurde dadurch kompensiert, dafs von der andern Seite der Nadel ein Magnet genähert wurde. Darauf wurde zwischen die Magnetpole ein Stück Wismut gelegt, und die Nadel wurde wieder abgelenkt, und zwar so, als wenn der der Nadel nächste Pol verstärkt worden wäre. Auch daraus ergiebt sich, dafs die diesem Pole zugewandte Seite mit demselben die gleiche Polarität erhalten hatte. Vertauscht man das Wismutstück mit einem Eisenstück, so ist die Ablenkung der Nadel, weil das Eisen die entgegengesetzte Polarität annimmt, entgegengesetzt.

Poggendorff hat die Polarität des Wismut dadurch nachgewiesen, dafs er einem Wismutstäbchen, welches neben einem Nordpole eines kräftigen Elektromagnets in äquatorialer Lage hing, von derselben Seite her den Südpol eines Stahlmagnets näherte; es ergab sich, dafs die dem Nordpol des Elektromagnets zugewandte Seite des Stäbchens unzweideutig von dem genäherten Südpole angezogen wurde.

---

1) *Reich*, Poggend. Ann. Bd. LXXIII.
2) *Tyndall*, Philosophical Transactions for 1855.
3) *Poggendorff*, Poggend. Ann. Bd. LXXIII.
4) *W. Weber*, Poggend. Ann. Bd. LXXIII.

Digitized by Google

Aufserdem haben Plücker, Tyndall und W. Weber auch nachgewiesen, dafs ein Wismutstab in einer Magnetisierungsspirale Polarität annimmt, aber eine dem Eisen entgegengesetzte Polarität.

Plücker[1]) wand zwei gleiche hohle Spiralen von 5 mm dickem Kupferdraht, 120 mm lang und 26 mm innerem, 52 mm äufserem Durchmesser. Die beiden Spiralen wurden senkrecht über einander gestellt, in die untere ein Eisencylinder von 130 mm Länge und 5 mm Dicke gestellt, in die obere ein Wismutstab von 80 mm Länge und 15 mm Dicke hineingebracht, welcher an dem einen Arme einer Wage aufgehängt und durch auf die andere Wagschale gelegtes Schrot äquilibriert war. Wurde dann der Magnetismus des Eisens erregt, so wurde das Wismutstäbchen abgestofsen; die Abstofsung wurde dadurch aufgehoben, dafs von dem Schrot auf der andern Seite so viel fortgenommen wurde, dafs das untere Ende des Wimutstäbchens wieder wie vorher 2 mm von dem oberen Ende des Eisenstabes entfernt war. Dann wurde auch durch die den Wismutstab umgebende Spirale ein Strom geführt, und sofort war das Gleichgewicht gestört, indem der Wismutstab abgestofsen wurde, wenn der Strom in beiden Spiralen gleich gerichtet, dagegen angezogen wurde, wenn der Strom in beiden entgegengesetzt gerichtet war. Dieser Versuch beweist um so überzeugender das Vorhandensein diamagnetischer Polarität, als bei demselben die Anziehung eines Wismutstäbchens durch den Magnetpol gezeigt ist.

In ganz ähnlicher Weise hat Tyndall[2]) die Polarität eines Wismutstabes nachgewiesen, indem er den mit einer dicken Magnetisierungsspirale umgebenen Wismutstab zwischen die Pole mehrerer Elektromagnete brachte.

Die ausgedehntesten und wichtigsten Versuche sind diejenigen von W. Weber mit dem Diamagnetometer[3]), indem er das diamagnetische Moment eines Wismutstabes mit demselben zu messen imstande war. Das Diamagnetometer, in der ihm von Weber zuletzt gegebenen Form[4]), zeigt Fig. 267. In einem an der Wand des Zimmers befestigten Holzkasten $BOB'O'$ sind zwei Magnetisierungsspiralen HE, $H'E'$ befestigt. Dieselben bestehen aus zwei Lagen von je 230 Windungen Kupferdraht und haben eine Länge von 500 mm, einen lichten Durchmesser von 25 mm, einen äufsern von 35 mm. Sie sind im entgegengesetzten Sinne, die eine links, die andere rechts gewunden, auf zwei Messingröhren gewickelt, welche oben HG, $H'G'$ aus den Spiralen hervorragen. Oberhalb und unterhalb dieser Spiralen sind zwei drehbare Rollen W und W' befestigt, um welche ein endloser Faden $ss's's$ gelegt ist, welcher durch die Axen der beiden Spiralen geht. An diesem Faden sind, im Innern der Spiralen, die Stäbe mn und op von der zu untersuchenden Substanz so befestigt, dafs sie frei, und wenn beide Stäbe sich in gleicher Höhe befinden, gerade

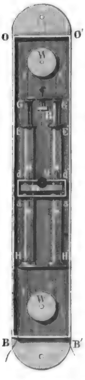
1) *Plücker*, Poggend. Ann. Bd. LXXXVI.
2) *Tyndall*, Philosophical Transactions for 1855.
3) *W. Weber*, Elektrodynamische Mafsbestimmungen, insbesondere über Diamagnetismus.
4) *Tyndall*, Philosophical Transactions for 1856. *Christie*, Poggend. Ann. Bd. CIII.

Digitized by Google

in der Mitte der Spiralen schweben. Wenn die Rollen gedreht werden, wird der eine Stab gehoben, und der andere um ebensoviel gesenkt.

Die beiden oberen Enden der Messingröhren sind durch eine Brücke GG' verbunden; von derselben hängt an der Aufhängevorrichtung R durch Coconfäden befestigt der Magnet SN herab, welcher, da die durch die Axe der beiden Spiralen gelegte Ebene jene des magnetischen Meridianes ist, der Ebene der Spiralen parallel ist. Der Magnet ist mit einem Spiegel M versehen, in welchem mit Fernrohr und Skala die Lage des Magnets beobachtet wird. Um die Richtkraft des Magnets zu verkleinern und so seine Schwingungsdauer zu vergröfsern, wird in einiger Entfernung von demselben, in derselben Höhe und in der Richtung des Meridians, ein Magnet hingelegt, welcher dem Ende des Magnets SN den gleichnamigen Pol zukehrt. Anstatt dessen verbindet Tyndall mit dem Magnete SN einen zweiten zu einem nahe astatischen System, welcher mit dem ersten in derselben Horizontalebene hinter den beiden Spiralen sich befindet. Der Abstand jedes Magnets von den beiden Spiralen ist so grofs, dafs sie in ziemlich grofsen Amplituden frei schwingen können.

Fig. 267.



Die Magnete sind von dem kupfernen Gehäuse $d a d' a'$ umgeben, dasselbe hat, wie wir im nächsten Kapitel zeigen werden, einen dämpfenden Einflufs auf die Magnete, d. h. es bewirkt, dafs die Schwingungen rasch nach einem bestimmten Gesetze kleiner werden und die Nadel so bald zur Ruhe kommt.

Führt man durch die Spiralen einen Strom, welcher durch die eine, von oben gesehen, im Sinne der Bewegung eines Uhrzeigers, durch die andere im entgegengesetzten Sinne kreist, so erteilt jede Spirale für sich dem Magnete ein Drehungsmoment, welches eins dem anderen aber entgegengesetzt ist. Ist der Apparat vollkommen konstruiert, so müssen diese Momente einander gleich sein, so dafs der Magnet nicht abgelenkt wird, wenn die Stäbe mn und op beide gleich hoch und so hängen, dafs der Magnet sich vor ihrer Mitte befindet. Das ist indes nicht zu erreichen; um aber doch den Magnet in seiner Gleichgewichtslage zu erhalten, wird der Strom noch durch eine in der Nähe des Kastens befindliche Spirale geleitet, welche so aufgehängt ist, dafs ihre ablenkende Wirkung jene der Spiralen des Diamagnetometers aufhebt.

Ist diese Kompensation erreicht, so kann man zu den Messungen schreiten. Setzen wir voraus, dafs in beiden Spiralen zwei ganz genau einander gleiche Wismutstäbe sich befinden, von etwa 100 mm Länge, so wird durch Auf- und Abschieben derselben um ihre eigene Länge die in ihnen erregte diamagnetische Polarität nicht geändert. Dreht man nun die Rolle in dem einen Sinne, so dafs etwa das untere Ende des Stabes rechts, das obere Ende desselben links mit dem Magnete NS sich in gleicher Höhe befindet, so wird der Stab durch die Wirkung der beiden

Digitized by Google

Pole der Diamagnete abgelenkt, und zwar wirken beide Pole in gleichem Sinne. Denn ist das obere Ende des Stabes rechts ein Nordpol, so ist dasselbe des Stabes links ein Südpol, das untere desselben also ein Nordpol. In der eben angegebenen Stellung zieht dann der Pol links den Magnetpol *N* an, das untere Ende des Stabes rechts stöfst den Südpol ab.

Wird die Rolle umgekehrt gedreht, so mufs die Ablenkung die entgegengesetzte werden.

Finden die Ablenkungen in dieser Weise statt, so ist das Vorhandensein der diamagnetischen Polarität bewiesen; um zu zeigen, dafs sie derjenigen des Eisens entgegengesetzt ist, kann man die Wismutstäbe mit Eisenstäben vertauschen; bei gleicher Stromesrichtung mufs die Ablenkung entgegengesetzt sein.

Um die ablenkende Kraft der Diamagnete zu messen, mufs man die neue Gleichgewichtslage des Magnets beobachten. Die Ablenkung, welche sich zeigt, wenn die Wismutstäbe in der angegebenen Lage gehalten werden, ist nur sehr klein, und deshalb ist ein kleiner Beobachtungsfehler auf das schliefsliche Resultat von bedeutendem Einflufs. Um dennoch genaue Resultate zu erhalten, wendet W. Weber zu den Beobachtungen die Multiplikationsmethode an. Dieselbe besteht in Folgendem. Ist bei der ersten Elongation des Magnets die äufserste abgelenkte Lage erreicht, so werden durch Drehung der Rolle *W* rasch die Wismutstäbe umgestellt, so dafs nach der eben angenommenen Stellung jetzt das obere Ende des rechten, das untere des linken Stabes mit den Magnetpolen in gleicher Höhe ist; dadurch wird die rückkehrende Bewegung des Stabes *SN* beschleunigt, indem jetzt der untere Nordpol des Wismutstabes links den Pol *N* abstöfst. Dadurch wird die zweite Elongation gröfser als die erste. Indem man regelmäfsig wechselt, erhält der Magnet *SN* bei jeder Elongation einen neuen Impuls, infolgedessen die Schwingungsweite wächst. Durch die Dämpfung des den Magnet umgebenden Kupfergehäuses wird aber die Schwingung nach einem bestimmten Gesetze gehemmt, so dafs die Nadel, wenn sie keine neuen Impulse erhielte, bald zur Ruhe käme. Infolge dieser beiden Wirkungen erhält die Schwingungsweite einen bestimmten Grenzwert, dem sie sich immer mehr nähert, und der erreicht ist, wenn der dämpfende Einflufs der Hülle gleich ist der Verstärkung der Schwingungen infolge der neuen jedesmaligen Impulse. Die Mitte der Schwingungen ist die Gleichgewichtslage des Magnets infolge der Abstofsung durch die Diamagnete. Dieser Grenzwert der Schwingungsweite ist aus einigen Beobachtungen zu berechnen[1]), in welcher Weise, das werden wir im nächsten Kapitel andeuten, und daraus auch die Ablenkung des Magnets durch die Wismutstäbe mit grofser Genauigkeit zu erhalten.

In der angegebenen Weise hat W. Weber gezeigt, dafs die Wismutstäbe Polarität annehmen, indem die Ablenkungen in der angegebenen Weise erfolgen; er hat ferner gezeigt, dafs die Polarität des Wismuts jener des Eisens entgegengesetzt ist, indem der Sinn der Ablenkungen des Magnets bei Anwendung des Eisens demjenigen bei Anwendung des Wis-

---

1) *W. Weber,* Elektrodynamische Mafsbestimmungen, insbesondere Widerstandsmessungen. Beilage C. 2.

Digitized by Google

muts entgegengesetzt war, und schliefslich gelang es ihm, die Polarität des Wismuts mit der eines Eisenstabes gleichen Gewichtes zu vergleichen. Die beiden zu den Versuchen benutzten Wismutstäbe waren 92 mm lang, 16 mm dick und wogen 343500 mg. Die durch dieselben hervorgebrachte Ablenkung betrug 5,17 Skalenteile. Ein ebenso langes Eisenstäbchen, welches 5,8 mg wog, lenkte den Magnet um 128,4 Skalenteile ab. Die Ablenkungen sind den magnetischen Momenten der Stäbe proportional; die durch denselben Strom diesen erteilten magnetischen Momente verhalten sich also wie

$$128{,}4 : -5{,}17,$$

oder das Moment des Eisenstäbchens ist dem 24,8fachen der Wismutstäbe entgegengesetzt gleich. Die Masse des Wismuts war 59200 mal gröfser als die des Eisens. Da das Eisenstäbchen ganz bis zur Sättigung magnetisiert war, so würde das magnetische Moment des dem Wismut an Masse gleichen Eisenstabes auch 59200 mal gröfser sein als das des angewandten Stäbchens, bei gleicher Masse würde also das Moment des Eisens 1470000 mal gröfser sein als dasjenige des Wismut. Welches Verhältnis sich daraus für die magnetischen Momente gleicher Massen Eisen und Wismut bei der Einheit der magnetisierenden Kraft ergiebt, werden wir im nächsten Paragraphen ableiten.

Nachdem auf diese Weise bewiesen war, dafs das Verhalten der diamagnetischen Körper darin seinen Grund hat, dafs diese Substanzen ebenfalls polar, aber entgegengesetzt magnetisch wie das Eisen werden, indem dort, wo durch einen Magnet oder eine Magnetisierungsspirale im Eisen ein Nordpol, im Wismut ein Südpol erregt wird, ergiebt sich die Frage, wie denn diese Erscheinung mit der Theorie des Magnetismus bestehen kann. Nach dieser Theorie werden die magnetischen Erscheinungen durch Molekularströme bedingt, welche in den Magneten nach den Gesetzen der Elektrodynamik gerichtet werden. In dieser Weise, das ergiebt sich sofort, lassen sich die diamagnetischen Erscheinungen durchaus nicht erklären. Denn mag man annehmen, dafs in den magnetischen Substanzen, wie Ampère annahm, die Molekularströme erst erregt werden, oder dafs sie schon vorhanden sind, wenn die Moleküle drehbar sind, so werden dieselben immer so gelegt werden, dafs magnetische und nicht diamagnetische Polarität entsteht, da nach den Gesetzen der Elektrodynamik immer die Molekularströme in dem Eisen parallel den erregenden Strömen gedreht werden. Aber dennoch läfst sich, wie W. Weber[1]) gezeigt hat, die Erscheinung der diamagnetischen Polarität mit der Theorie des Magnetismus vereinigen, wenn man nur die Annahme macht, dafs die Moleküle des Wismut nicht drehbar sind, dafs um die Wismutmoleküle nur in ganz bestimmten nicht drehbaren Bahnen jene Ströme bestehen können, welche, ohne Widerstand zu finden, die Moleküle dauernd und so lange umkreisen, bis eine äufsere Kraft dieselben aufhören macht.

Wie wir im nächsten Kapitel zeigen werden, erregt nämlich jeder entstehende Strom in ihm parallelen und nahen Leitern einen Strom, welcher die entgegengesetzte Richtung hat als der entstehende Strom.

1) *W. Weber*, Elektrodynamische Mafsbestimmungen, insbesondere über Diamagnetismus. §. 17 ff.

Dasselbe thut ein Strom, welchen wir einem anderen parallelen Leiter annähern. Ein verschwindender Strom oder ein von einem anderen Leiter sich entfernender Strom dagegen erzeugt in parallelen Leitern einen dem verschwindenden gleichgerichteten Strom. Diese Ströme sind in den Leitern nur von sehr kurzer Dauer, weil sie in dem Leiter einen Widerstand finden und deshalb rasch in Wärme verwandelt werden.

Wenn man demnach um einen Wismutstab eine Magnetisierungsspirale legt und dann durch diese einen Strom sendet, so mufs in den die Wismutmoleküle umgebenden, den Strömen der Spirale parallelen Bahnen durch den entstehenden Strom, oder wenn man denselben einen Magnetpol nähert, durch die genäherten Ströme ein Strom induziert werden, welcher die entgegengesetzte Richtung hat als die erregenden Ströme.

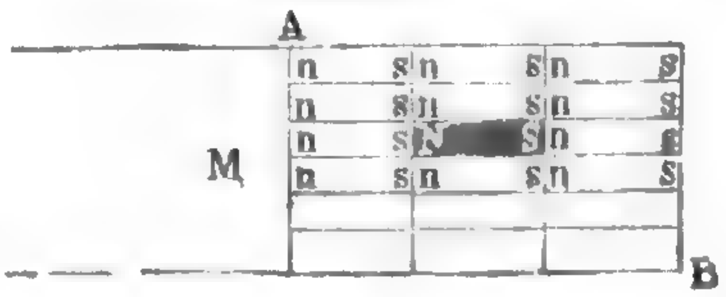
Diese Ströme dauern fort, da sie sich in widerstandslosen Bahnen bewegen, sie sind aber nicht drehbar, sondern behalten ihre ursprüngliche Richtung bei. Sie erteilen daher dem Wismutstabe Polarität, welche so lange dauert, als diese Ströme dauern, welche aber der des Eisens in der Spirale oder in der Nähe des Poles entgegengesetzt ist, da die Ströme die entgegengesetzte Richtung haben.

Die durch die genäherten Ströme erregte Polarität mufs nach dieser Theorie aber wieder verschwinden, wenn der Magnetpol entfernt wird, oder die Ströme in der Magnetisierungsspirale aufhören, denn der aufhörende oder sich entfernende Strom induziert in den Leitern einen sich gleichgerichteten von derselben Stärke, als der entstehende Strom vorher in entgegengesetzter Richtung induziert hatte. Dieser Strom mufs daher den die Wismutmoleküle umkreisenden aufheben und die Polarität desselben vernichten.

Damit stimmt es überein, dafs man bisher noch nicht imstande gewesen ist, eine dauernde diamagnetische Polarität nachzuweisen; einige Beobachtungen, welche Plücker[1]) eine solche zu beweisen schienen, lassen sich auch in anderer Weise erklären.

Der Nachweis der Polarität in den diamagnetischen Substanzen erklärt nun auch sofort die eigentümliche, im vorigen Paragraphen erwähnte Erscheinung, dafs die magnetische Anziehung oder Abstofsung einer Substanz wesentlich abhängig ist von der magnetischen Beschaffenheit des umgebenden Mittels[2]). Sei, um dieses zu zeigen, M (Fig. 268) ein Magnetpol, vor welchem in dem Mittel AB ein Stäbchen NS schwimme. Nehmen wir an, es werde in dem Stäbchen durch Einwirkung des Poles Polarität in der Richtung NS erregt, und in derselben Weise werde die Polarität in den durch die einzelnen Felder dargestellten Molekülen des Mittels erregt. An der Grenze N des Stäbchens liegt dann unmittelbar eine entgegengesetzt magnetische Schicht der Flüssigkeit an. Wenn das Ende N von dem Pole angezogen wird, so wird die Schicht oder Flüssigkeit

Fig. 268.



1) *Plücker*, Poggend. Ann. Bd. LXXXVI. Man sehe *Wiedemann*, Elektricitätslehre Bd. III. §. 960.

2) Man sehe *Wiedemann*, Elektricitätslehre Bd. III. §. 941.

Digitized by Google

abgestossen und dadurch ein Druck auf N ausgeübt. Ist die Polarität des Mittels schwächer als die des Stäbchens, so ist der infolge der Abstofsung von s auf N ausgeübte Druck kleiner als die Anziehung, deshalb wird N in der axialen Lage gehalten werden; ist die Polarität in beiden gleich, so wird der Druck gleich der Anziehung, und das Stäbchen wird gar nicht das Bestreben haben, sich zu richten, und ist schliefslich die Polarität des Mittels gröfser, so wird der Druck auf N gröfser als die Anziehung; sobald das Stäbchen daher nur wenig aus der axialen Lage gedreht ist, mufs es infolge dieses Druckes in die äquatoriale Lage sich begeben. Je nach dem magnetischen Zustande des Mittels verhält sich also das Stäbchen magnetisch oder diamagnetisch.

§. 136.

Abhängigkeit des Diamagnetismus von der magnetisierenden Kraft. Die diamagnetische Abstossung ändert sich wie die magnetische Anziehung mit der Gröfse der magnetisierenden Kraft. Während die magnetische Kraft des Eisens nicht der magnetisierenden Kraft proportional, sondern langsamer wächst, schienen die ersten Untersuchungen zu ergeben, dafs der Diamagnetismus einer Substanz der magnetisierenden Kraft proportional wächst.

E. Becquerel[1]) brachte in der schon im vorletzten Paragraphen beschriebenen Weise zwischen die Pole eines Elektromagnets Stäbchen der zu untersuchenden Substanz, indem er sie an dem Silberdraht einer Torsionswage aufhing, so dafs sie um die vertikale zu ihrer Längsrichtung senkrechte Axe frei schwingen konnten. Die Stäbchen erhielten, bevor der Magnetismus erregt wurde, durch die Torsion des Fadens eine bestimmte Gleichgewichtslage, welche mit einem Mikroskope beobachtet wurde. Wurde der Magnetismus erregt, so wurde das Stäbchen aus seiner Gleichgewichtslage abgelenkt und dann durch Torsion des Fadens in dieselbe zurückgeführt. Die Torsion des Fadens mifst somit die Stärke der magnetischen Anziehung oder Abstofsung des Stäbchens, wenn es immer in derselben Lage gegen diese Magnetpole sich befindet.

Unter der Voraussetzung, dafs das diamagnetische oder magnetische Moment der untersuchten Substanzen der magnetisierenden Kraft M proportional ist, mufs die Anziehung oder Abstofsung oder die sie messende Torsion dem Quadrate der magnetisierenden Kraft proportional, oder

$$T = A\,M^2$$

sein. Bei den gewählten Stromstärken durfte man den Magnetismus des Elektromagnets der Stromstärke proportional oder

$$M = B\,J$$

setzen, woraus dann

$$T = C\,J^2$$

folgt; das heifst die der magnetischen Anziehung oder Abstofsung entsprechende Torsion mufs dem Quadrate der den Magnet erregenden Stromstärke proportional sein. In der That ergeben die Versuche Becquerels dieses Resultat, wie unter andern folgende Zahlen zeigen.

1) *E. Becquerel*, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. XXXII.

Digitized by Google

Stab von weifsem Wachs 35 mm lang, 5 mm dick			Stab von Wismut 25 mm lang		
J	T	$\frac{T}{J^2}$	J	T	$\frac{T}{J^2}$
1,822	3,42	1,029	1,123	3,20	2,536
3,447	12,18	1,025	3,937	40,00	2,580
5,299	28,25	1,012	6,576	110,45	2,544.

Dasselbe Resultat erhielt Becquerel für magnetische Substanzen, auch für fein verteiltes Eisen, so dafs er daraus allgemein annahm, dafs in den diamagnetischen und magnetischen Substanzen das erregte magnetische Moment der magnetisierenden Kraft proportional wäre. Dafs in fein verteiltem Eisen das magnetische Moment länger der magnetisierenden Kraft proportional ist als in einem Eisenstabe, das läfst sich leicht erkennen. Wenn man z. B. gepulvertes, etwa aus chemisch niedergeschlagenem Oxyd durch Wasserstoff reduziertes Eisenpulver mit Schweineschmalz verreibt und dann der Wirkung eines Magnets aussetzt, so wird jedes Molekül nur durch die Wirkung des äufseren Magnets magnetisch, die einzelnen Moleküle wirken nicht auf einander induzierend ein; deshalb wird in diesem Falle die magnetische Sättigung nicht so rasch eintreten wie bei einem massiven Eisenstabe, und deshalb wird der Magnetismus des fein verteilten Eisens länger der magnetisierenden Kraft proportional sein müssen, als bei massivem Eisen.

Ähnliches wird allgemein für die magnetischen und diamagnetischen Substanzen, mit Ausnahme wieder des massiven Nickels und Kobalts, gelten müssen, da man bei denselben allgemein annehmen kann, dafs der gegenseitige Einflufs der Moleküle verschwindend klein ist[1]).

Die Resultate Becquerels hat Tyndall[2]) durch ganz gleichzeitige und nach fast genau derselben Methode unternommene Versuche bestätigt, auch er mafs die abstossende oder anziehende Kraft durch die Torsion eines Drahtes. Von den vielen Versuchen Tyndalls erwähnen wir folgende:

Wismut			Schwefel		
J	$\sqrt{T}$	CJ	J	$\sqrt{T}$	CJ
0,176	2,23	2,06	0,364	1,10	1,20
0,577	6,50	6,74	0,595	1,73	1,96
0,839	10,00	9,81	0,880	2,83	2,90
1,192	13,96	13,95	1,376	4,58	4,54
	$C = 11,7$			$C = 3,3$	

Der Schwefel ergab sich bei nachheriger Untersuchung eisenhaltig, er war also eigentlich ein Gemenge einer magnetischen und einer diamagnetischen Substanz; die Übereinstimmung der mit demselben erhaltenen Resultate mit dem von Becquerel abgeleiteten Gesetze beweist also, dafs innerhalb der Grenzen des Versuches dasselbe gleicherweise für die diamagnetischen wie für die magnetischen Substanzen gültig ist.

1) Man sehe *W. Weber,* Elektrodynamische Mafsbestimmungen, insbesondere über Diamagnetismus §. 20 ff.

2) *Tyndall,* Poggend. Ann. Bd. LXXXIII.

Digitized by Google

Auch einige Versuche von Reich[1]) nach derselben Methode, sowie von Christie[2]) mit dem Diamagnetometer ergeben dasselbe Resultat. So erhält Christie folgende zusammengehörige Werte der Stromstärken und der durch die Ablenkungen nach dem vorigen Paragraphen bestimmten Momente des Wismut:

J	M	$\frac{J}{M}$
16,77031	0,0015752	10646,7
26,08649	0,0023531	11090,4
34,05932	0,0030061	11376,7
46,57311	0,0043456	10729,9

Bei gröfseren Stromstärken ist indes nach den Versuchen von Plücker[3]) dieses Gesetz nicht mehr gültig, dann zeigt sich allgemein, wie beim Eisen, ein langsameres Wachsen des Diamagnetismus, so dafs auch hier Annäherung an ein Maximum eintritt. Plücker bestimmte die magnetische Anziehung oder Abstofsung pulverförmiger Substanzen, welche in Fläschchen gefüllt und zum Teil mit Schweineschmalz verrieben waren, an seinem grofsen Elektromagnete mittels einer Wage, während er seinen Magnet durch Stromstärken erregte, welche sich wie 1; 2; 3; 4; 7,43 verhielten. Für den Magnetismus seines Elektromagnets fand er dann auf einem sehr indirekten Wege, den wir hier nicht auseinandersetzen können, und der wohl nicht ganz einwurfsfrei sein möchte, die Werte 1; 2; 2,9; 3,45; 4. Die Einheit des Magnetismus ist dabei jene, welche ein Grovescher Becher in dem Elektromagnete erregt.

Die beobachtete magnetische Anziehung oder Abstofsung ist dem Produkte aus dem Magnetismus der untersuchten Substanz und dem des Elektromagnets proportional, Plücker erhielt also die den verschiedenen magnetisierenden Kräften entsprechenden Magnetismen der untersuchten Substanzen, indem er die beobachteten Anziehungen jedesmal durch die oben angegebenen Werte der Magnetismen des Elektromagnets dividierte. Als Einheit des Magnetismus gilt dann bei jeder Substanz der in ihr durch die angenommene Einheit der magnetisierenden Kraft erregte Magnetismus.

Folgende Tabelle enthält eine Zusammenstellung der in dieser Weise von Plücker erhaltenen Resultate.

Erregter Magnetismus im						
Elektromagnete	1	2	2,9	3,45	4	∞
Kobaltoxydhydrat	1	1,925	2,66	2,95	3,39	7,826
Wismut u. Phosphor	1	1,81	2,39	2,66	3,05	4,615
Nickeloxyd	1	1,715	2,14	2,28	2,54	3,516
Eisenoxyd	1	1,575	1,88	2,03	2,23	2,647
Eisen	1	1,38	1,51	1,61	1,69	1,915
Kobalt	1	1,325	1,41	1,465	1,49	1,742
Nickel	1	1,20	1,21	1,22	1,225	1,324

1) *Reich*, Poggend. Ann. Bd. XCVII.
2) *Christie*, Poggend. Ann. Bd. CIII.
3) *Plücker*, Poggend. Ann. Bd. XCI.

Digitized by Google

Wie man sieht wachsen die Magnetismen oder Diamagnetismen, wenn die magnetisierende Kraft einen gewissen grofsen Wert erreicht hat, nicht mehr proportional derselben, sondern viel langsamer; und es ist interessant zu bemerken, dafs sich dieselben mit sehr guter Übereinstimmung nach der Formel von Müller

$$m = k \text{ arc} \left(\text{tang} = \frac{M}{c} \right)$$

berechnen lassen, worin m der durch die magnetisierende Kraft M erregte Magnetismus und k und c zwei Konstanten bedeuten, welche für jede Substanz einen anderen Wert haben.

Wendet man diese Formel aufserhalb der Grenzen des Versuches an, so ergiebt sich, dafs der Magnetismus jeder Substanz sich einem gewissen Grenzwerte nähert, der erreicht wird, wenn $M = \infty$ wird; die letzte Kolumne obiger Tabelle giebt die so berechneten Grenzwerte.

Die obige Tabelle zeigt, dafs die Magnetismen sich verschieden rasch diesem Grenzwerte nähern. Das ergiebt sich noch aus einer anderen Beobachtung von Plücker[1]). Unterwirft man nämlich ein aus einer magnetischen und diamagnetischen Substanz, etwa Eisenoxyd und Wismutpulver, geformtes Stäbchen dem Einflusse eines Magnets, so stellt sich dasselbe bei starken magnetisierenden Kräften äquatorial, bei schwachen axial; während also bei schwachen Kräften die magnetische Erregung überwiegt, ist bei starken Kräften die diamagnetische die stärkere. Auch daraus ergiebt sich, dafs der Magnetismus des Eisenoxydes bei wachsender magnetisierender Kraft nicht so rasch wächst als der Diamagnetismus des Wismuts.

Die Frage, ob bei den schwach magnetischen und diamagnetischen Substanzen der Magnetismus resp. Diamagnetismus ebenso wie beim Eisen der magnetisierenden Kraft proportional sei oder nicht, ist seitdem mehrfach aufgenommen, aber verschieden beantwortet worden. Silow[2]) gelangte zu dem Resultate, dafs die Magnetisierungsfunktion einer Eisenchloridlösung ähnlich wie bei Eisen, wenn man von ganz schwachen magnetisierenden Kräften ausgehe, erst wachse bis zu einem Maximum, welches schon bei einer magnetisierenden Kraft, welche 1,8 der Horizontalkomponente des Erdmagnetismus war, erreicht sei, und dann wieder abnähme. Schumeister[3]) fand dagegen für Eisenchloridlösung bei Anwendung von magnetisierenden Kräften, die in Weberschen Einheiten von 380 bis 2500 zunehmen, stets denselben Wert für die Magnetisierungskonstante; für andere Substanzen wie Wasser, Alkohol, Schwefelkohlenstoff fand er dagegen mit wachsenden Kräften abnehmende Werte der Magnetisierungsfunktion. Eaton[4]) fand nicht nur für Eisenchloridlösungen, sondern auch für die übrigen von Schumeister untersuchten Substanzen die Magnetisierung der magnetisierenden Kraft proportional.

---

1) *Plücker*, Poggend. Ann. Bd. LXXIII. S. 616.

2) *Silow D'Almeida*, Journal de physique Bd. IX. Wiedem. Ann. Bd. XI.

3) *Schumeister*, Wiener Berichte Bd. LXXXIII.

4) *Eaton*, Wiedem. Ann. Bd. XV. Ebenso *von Ettingshausen* für Eisenchlorid, Wiedem. Ann. Bd. XVII.

Digitized by Google

Für den am stärksten diamagnetischen Körper, das Wismut, haben Becquerel[1]), W. Weber[2]), Töpler[3]) und von Ettingshausen[4]) eine Abweichung des diamagnetischen Momentes von der Gröfse der magnetisierenden Kraft nicht zu erkennen vermocht.

Nach den eben beschriebenen Methoden haben Becquerel[5]) und Plücker[6]), und nach einer wenig von der Methode Becquerels verschiedenen Faraday[7]) die Magnetismen verglichen, welche gleiche Gewichte oder gleiche Volumina der verschiedenen Substanzen bei gleicher magnetisierender Kraft annehmen. Die so bestimmten Werte für die Magnetismen der verschiedenen Substanzen, bei welchen die einer bestimmten Substanz, etwa des Eisens zur Einheit gesetzt wird, würden, wenn die Magnetismen nicht den magnetisierenden Kräften proportional sind, nur für die gewählten magnetisierenden Kräfte gelten. Da indes bei nicht zu grofsen Kräften die Magnetismen den Kräften proportional wachsen, so geben diese Zahlen doch das Verhältnis, in welchem die verschiedenen Substanzen magnetisiert werden können. Wir stellen im Folgenden einige dieser Zahlen zusammen und bemerken zu den Versuchen von Becquerel noch, dafs die magnetischen Kräfte der Flüssigkeiten in der §. 134 angegebenen Weise erhalten wurden, indem ein Glascylinder, dessen Abstofsung in der Luft untersucht war, in den verschiedenen Flüssigkeiten untersucht wurde.

Die diamagnetischen Kräfte sind mit dem negativen Vorzeichen versehen, der Magnetismus des Wassers ist gleich — 10 gesetzt, die Zahlen gelten für gleiche Volumina.

Feste Körper		Flüssigkeiten			
Wasser	— 10,00	Wasser			— 10,
Zink	— 2,5	Alkohol			— 7,89
Wachs, weifs	— 5,68	Schwefelkohlenstoff			— 13,30
Schwefel	— 11,37	Lösung von			
Werkblei	— 15,28	Kochsalz	spec. Gew.	1,208	— 11,28
Phosphor	— 16,39	Nickelvitriol	„	1,082	+ 21,60
Selen	— 16,52	Eisenvitriol	„	1,192	+ 211,16
Wismut	— 217,6	Eisenchlorür	„	1,276	+ 360,70
		desgl.	„	1,433	+ 558,13.

Hier, wo die einzelnen Moleküle nicht auf einander einwirken, sind die Magnetismen den Massen proportional zu setzen, wir erhalten daher aus diesen Zahlen die Magnetismen gleicher Gewichte, indem wir obige Zahlen durch die Dichtigkeit der betreffenden Substanz dividieren.

Den Magnetismus fein verteilten, mit Fett verriebenen Eisens gleich 1000000 gesetzt, findet Becquerel für ein gleiches Gewicht Wasser 3,1.

1) *Becquerel*, Ann. de chim. et de phys. 3. série. T. XLIV.
2) *W. Weber*, Mafsbestimmungen, insbesondere über Diagmagnetismus S. 529.
3) *Töpler* und *von Ettingshausen*, Poggend. Ann. Bd. CLX.
4) *von Ettingshausen*, Wiedem. Ann. Bd. XVII.
5) *Becquerel*, Ann. de chim. et de phys. III. Sér. T. XXXII.
6) *Plücker*, Poggend. Ann. Bd. LXXIV.
7) *Faraday*, Philosophical Magazin. IV. ser. vol. V. 1853. Poggend. Ann. Bd. LXXXVIII.

Digitized by Google

Daraus ergiebt sich für den Diamagnetismus des Wismuts bezogen auf ein gleiches Gewicht Eisen 7,5.

In der vorhin erwähnten Arbeit giebt Plücker für die Magnetismen der verschiedenen Substanzen bei gleichem Gewichte, oder nach seiner Bezeichnung die specifischen Magnetismen für die Einheit der magnetisierenden Kraft, folgende Werte:

Eisen	1000000	Eisenoxyd	759
Kobalt	1009000	Nickeloxyd	287
Nickel	465800	Wismut	23,6
Kobaltoxydhydrat	2178	Phosphor	16,5.

Diese Zahlen geben die Verhältnisse der Magnetismen der verschiedenen Substanzen, wenn sie fein verteilt sind, das Verhältnis zwischen dem Magnetismus des Wismuts und des Eisens ist ein ganz anderes, wenn man die massiven Metalle mit einander vergleicht. Es ergiebt sich das aus dem im vorigen Paragraphen erwähnten Versuche von W. Weber, in welchem das diamagnetische Moment zweier Wismutstäbe mit dem eines Eisenstäbchens verglichen wurde. Aus den bei den Versuchen angewandten Stromstärken ergab sich nach der §. 130 erwähnten Gleichung, daſs durch die Einheit der magnetisierenden Kraft in der Masseneinheit des Eisens das magnetische Moment 5,6074 in absoluten Einheiten hervorgebracht werde. Für das diamagnetische Moment der Masseneinheit Wismut berechnete sich aus den Versuchen unter der Voraussetzung, daſs der Diamagnetismus noch der Stromstärke proportional gewesen, der Wert

$$\frac{1}{434000}$$

in derselben Einheit. Demnach ist der specifische Magnetismus des massiven Eisens etwa 2,5 Millionen mal gröſser als der Diamagnetismus des massiven Wismuts.

Dieser Unterschied zwischen dem Verhalten der massiven Metalle und der fein verteilten stimmt durchaus mit der Weberschen Theorie des Magnetismus und Diamagnetismus. In dem massiven Eisen muſs wegen der Wechselwirkung der Moleküle der Magnetismus bedeutend stärker sein als in feinverteiltem, während der Diamagnetismus, der nur in den um die Moleküle erregten Strömen seinen Grund hat, in dem massiven Wismut nicht stärker sein kann wie in dem feinverteilten Metalle.

Auſser der oben angeführten Messung des Diamagnetismus des Wismuts liegen noch mehrere andere vor. Zunächst bestimmte W. Weber noch nach einer andern Methode für den Diamagnetismus des Wismuts durch die magnetisierende Kraft eins in der Masseneinheit

$$\frac{1}{471300} = 2{,}12 \cdot 10^{-6}.$$

Die Magnetisierungskonstante in der ihr im §. 131 gegebenen Bedeutung ist das magnetische Moment, welches in der Volumeinheit durch die Einheit der magnetisierenden Kraft erzeugt wird. Wir haben demnach obigen Wert mit dem specifischen Gewicht des Wismuts 9,81 zu multiplizieren, um die Diamagnetisierungskonstante des Wismuts zu erhalten. Dieselbe wird darnach

Digitized by Google

$$k = -2{,}08 \cdot 10^{-5}.$$

Christie fand bei seinen unter Leitung von W. Weber mit dem Diamagnetometer ausgeführten Versuchen[1])

$$k = -1{,}45 \cdot 10^{-5},$$

bemerkt indes, dafs das Wismut 0,064 Prozent Eisen enthalten habe.

Töpler und von Ettingshausen erhielten[2])

$$k = -1{,}505 \cdot 10^{-5},$$

und von Ettingshausen später[3]) in vier nach verschiedenen Methoden durchgeführten Versuchsreihen

$$k = -1{,}357 \cdot 10^{-5}, \quad 1{,}403 \cdot 10^{-5}, \quad 1{,}53 \cdot 10^{-5}, \quad 1{,}33 \cdot 10^{-5}.$$

Auch bei diesen Versuchen war das Wismut nicht ganz eisenfrei, indes bemerkt von Ettingshausen, dafs das Wismut mit dem gröfsten Eisengehalt 0,05 $^0/_0$ nicht den gröfsten Wert von k geliefert habe.

Alle diese Zahlen bedeuten ebenso wie die früher für Eisen angegebenen die Magnetisierungskonstante in Gauss-Weberschen Einheiten.

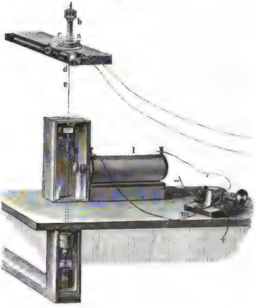
Das magnetische Verhalten einer grofsen Zahl von chemischen Verbindungen sowohl in ihren Lösungen als in fester Form hat Wiedemann[4]) genauer untersucht und daraus Beziehungen zwischen dem Magnetismus der Körper und ihrer chemischen Zusammensetzung abzuleiten versucht. Die Anordnung seiner Versuche zeigt Fig. 269. Zur Messung des Magnetismus der Salze wandte Wiedemann die Torsion eines hartgezogenen Neusilberdrahtes e an. Dieser Draht war in der Axe eines durchbohrten Messingzapfens befestigt, der in ein Messingrohr a konisch eingeschliffen war und sich in demselben mit sanfter Reibung drehen liefs. Diese Drehung konnte bewerkstelligt werden durch einen an dem Zapfen befestigten Stahlarm c, der an seinem Ende gabelarmig ausgeschnitten war und mit diesem Ende auf einem Stahlstab auflag, so dafs ein auf dem Stahlstab aufgesetzter Stift sich zwischen den Zinken der Gabel befand. Der Stahlstab wurde durch ein Messingrohr getragen, in welchem er sich nur parallel seiner Längsaxe bewegen konnte. In das aus dem Messingrohr bei d hervorragende Ende des Stahlstabes war eine feine Schraube eingeschnitten und auf diese eine schraubenförmige Mutter von 5 cm Durchmesser aufgesetzt. Die Scheibe war auf ihrem Rande ausgekehlt und in der Kehle war um die Scheibe eine seidene Schnur gelegt, deren beide Enden durch zwei Stahlringe zu dem etwa 3 m von dem Apparate entfernten Beobachter geführt waren. Durch Anziehen des einen oder andern Endes der Schnur konnte die Scheibe gedreht und damit der Stahlstab entweder vorwärts oder rückwärts bewegt werden. Um die Rückwärtsbewegung des Stabes zu sichern, wurde das andere Ende des Stahlstabes durch ein starkes Band von vulkanisiertem Kautschuk angezogen. Die Bewegung des Stahl-

1) *Christie*, Poggend. Ann. Bd. CIII.
2) *Töpler* und *v. Ettingshausen*, Poggend. Ann. Bd. CLX; obige Zahl nach der Korrektion von *v. Ettingshausen*, Wiedem. Ann. Bd. XVII, S. 232.
3) *v. Ettingshausen*, Wiedem. Ann. Bd. XVII.
4) *Wiedemann*, Poggend. Ann. Bd. CXXVI. Bd. CXXXV.

Digitized by Google

stabes bewirkte durch den Arm *c* die Drehung des Messingzapfens, welche für die hier ins Spiel tretenden Kräfte eine hinreichende Torsion des Drahtes *e* bewirkte.

Fig. 269.



Der Draht *e* trug unten einen Messingstab *hn*, der an seinem untern Ende vier Flügel besafs, welche, um die Schwingungen des Stabes zu vermindern, in Öl eingetaucht waren. Am obern Ende war an dem Stabe *h* ein Spiegel angebracht. Aufserdem trug der Messingstab eine Fassung, in welche ein horizontaler Messingarm eingesteckt wurde, welcher das zur Aufnahme der Lösung bestimmte Glaskölbchen *k* trug, und ein zweiter Arm, der ein Gewicht trug, welches das gefüllte Kölbchen contrebalancierte. Das Glaskölbchen *k* schwebte vor dem Pole des Elektromagnets *l*, so dafs die Axe des Magnets in ihrer Verlängerung genau den Mittelpunkt des Glaskölbchens traf und auf der durch diesen Mittelpunkt und den Draht *hn* gelegten Ebene senkrecht stand.

Nachdem das Kölbchen mit einer beliebigen Flüssigkeit gefüllt war, wurde zunächst der Stand des Spiegels mit Fernrohr und Skala beobachtet und dann der den Magnetismus des Elektromagnets erregende Strom geschlossen. Hierdurch wurde das Kölbchen angezogen oder abgestofsen und der Spiegel *g* gedreht. Durch Torsion des Drahtes *e*, mittels Anziehung der zum Beobachter führenden Schnüre, wurde das Kölbchen wieder in die Anfangslage zurückgeführt, was man daran erkannte, dafs der Spiegel wieder denselben Teilstrich der Skala in das Fernrohr reflek-

Digitized by Google

tierte. Darauf wurde der Strom wieder unterbrochen, worauf das Kölbchen in die durch die dem Draht erteilte Torsion bedingte Lage sich bewegte. Die Beobachtung dieser Gleichgewichtslage mit Hilfe der vom Spiegel reflektierten Skala gab die Gröfse der Torsion, welche der magnetischen Anziehung oder Abstofsung das Gleichgewicht gehalten hatte.

Nachdem Wiedemann zunächst konstatiert hatte, dafs innerhalb der von ihm benutzten Stromstärken das magnetische Moment der zu untersuchenden Flüssigkeiten der magnetisierenden Kraft direkt proportional war, verglich er zuerst die Magnetismen verschieden konzentrierter Lösungen. Dabei ergab sich, dafs sich der Magnetismus der Salzlösungen direkt durch Addition der Magnetismen des Lösungsmittels und des in demselben gelösten Salzes ergiebt, und dafs der Magnetismus des gelösten Salzes proportional ist dem in der Volumeinheit enthaltenen Gewichte desselben.

Für vier Lösungen von Eisenchlorid ergaben sich nämlich folgende auf die Einheit der magnetisierenden Kraft reduzierte der Anziehung das Gleichgewicht haltende Torsionen

	Lösung 1	Lösung 2	Lösung 3	Lösung 4
m . . .	96,94	71,62	45,17	19,19.

Das mit Wasser gefüllte Kölbchen zeigte eine Abstofsung von 5,53. Die Gehalte der Lösungen waren an Eisen in je 10 ccm der Lösung

g . . .	0,595 g	0,450 g	0,300 g	0,149 g.

Addiert man zu den beobachteten Magnetismen m die Abstofsung des mit dem Wasser gefüllten Kölbchens, so erhält man die Magnetismen des gelösten Salzes

m_1 . . .	102,47	77,16	50,70	24,72
$\frac{m_1}{g}$ . . .	172,3	170,3	169,0	165,7.

Die letzte Reihe, welche aus jeder der vier Beobachtungen den Magnetismus bestimmt, den eine Lösung haben würde, welche in 10 ccm ein Gramm Eisen enthielte, beweist, dafs die Magnetismen der gelösten Salze der in der Volumeinheit vorhandenen Menge proportional sind.

Bei der Lösung von Eisenchlorid in Wasser, Alkohol und Äther ergab sich, dafs der Magnetismus der gelösten Salze von der Natur des Lösungsmittels unabhängig ist. Es fand sich nämlich bei einer Lösung in Alkohol, bei welcher $g = 0,399$ g war, $m = 60,79$. Die Abstofsung a des mit Alkohol gefüllten Gefäfses betrug 4,85, somit war $m_1 = 65,64$ und $\frac{m_1}{g} = 164,4$. Bei einer Lösung in Äther war $m = 50,38$, $g = 0,321$, $a = 4,40$, somit $m_1 = 54,78$ und $\frac{m_1}{g} = 170,8$.

Mit steigender Temperatur nimmt der Magnetismus der gelösten Salze ab, und zwar für alle untersuchten Salze, eine Anzahl Eisensalze, Nickelsalze, Kobaltsalze und Ferricyankalium nach demselben Gesetze, so dafs für alle sich das Moment m_t darstellen liefs durch die Gleichung

$$m_t = m_0 (1 - 0,325 \cdot t).$$

Digitized by Google

Eine interessante Beziehung ergab sich bei der Untersuchung der Magnetismen verschiedener Salze zwischen den Magnetismen und den Atomgewichten. Bezeichnet man nämlich den durch die Einheit der magnetisierenden Kraft in der Gewichtseinheit eines Salzes erregten Magnetismus als den specifischen Magnetismus des Salzes, so ergiebt sich, dafs das Produkt aus dem specifischen Magnetismus der analog zusammengesetzten Salze desselben Metalles und ihrem Atomgewicht einen konstanten Wert hat. Es ist demnach der durch die magnetisierende Kraft Eins erregte temporäre Magnetismus je eines Atoms der analog zusammengesetzten Verbindungen eines Metalles mit verschiedenen Säuren stets derselbe. So findet sich für die Nickelsalze das Produkt 282, für die Kobaltsalze 616, für die Mangansalze 936, für die Ferroverbindungen wird das Produkt 1550, für die Ferridverbindungen etwa 1900. Diesen Zahlen liegen die willkürlich von Wiedemann gewählten Einheiten des Magnetismus zu Grunde, sie haben deshalb nur die Bedeutung, dafs der Molekularmagnetismus der gelösten Salze diesen Zahlen proportional ist[1]).

Fast genau denselben Wert erhielt Wiedemann für den Molekularmagnetismus der festen Salze, welcher dadurch bestimmt wurde, dafs die Salze fein gepulvert und mit geglühter Kieselsäure gleichförmig gemengt in demselben Glaskölbchen untersucht wurden, so dafs man schliefsen kann, dafs der Magnetismus der Salze im trocknen und gelösten Zustande derselbe ist.

Der Magnetismus der Gase ist nach den Untersuchungen von Plücker, Becquerel und Faraday mit Ausnahme dessen des Sauerstoffs nur sehr gering. Letzterer ist

nach Plücker	bei gleichem Gewicht,	Eisen	gleich	100000,	gleich	3500
„ Becquerel	„ „ „	„	„	„	„	3770
„ Faraday	„ „ Volumen,	Wasser	„	100,	„	17,5.

Weitere Zahlenangaben über die Magnetismen der verschiedenen Stoffe zu geben wird überflüssig sein, da denselben doch keine allgemeine Gültigkeit zukommt.

§. 137.

Magnekrystallkraft. Aus der Thatsache, dafs das verschiedene Verhalten der magnetischen oder diamagnetischen Substanzen im Magnetfelde darin seinen Grund hat, dafs die einen magnetische, die andern diamagnetische Polarität erhalten, ergiebt sich, dafs eine aus irgend einer Substanz angefertigte Kugel innerhalb des Magnetfeldes zwischen den Ankern eines Elektromagnetes durchaus nicht das Bestreben haben kann, irgend eine bestimmte Lage anzunehmen. Denn die nach einer Richtung ausgedehnteren magnetischen Körper stellen sich mit dieser Richtung axial, weil das magnetische Moment derselben parallel dieser Richtung am gröfsten, die diamagnetischen sich mit derselben äquatorial, weil das Moment parallel dieser Richtung am kleinsten ist. Bei einer Kugel indes kann das Moment

1) Genaueres über die Beziehung des Magnetismus zu der chemischen Beschaffenheit der Verbindungen sehe man *Wiedemann*, Poggend. Ann. Bd. CXXXV.

Digitized by Google

nach keiner Richtung gröfser oder kleiner sein als nach allen andern, und deshalb kann dort keine besondere Richtkraft vorhanden sein.

Das Verhalten der Krystalle stimmt jedoch mit diesem Satze nicht überein; wie Plücker[1]) zuerst gezeigt hat, können Kugeln aus Krystallen gebildet eine bestimmte Richtung zeigen, wenn man sie zwischen die Pole bringt, ja selbst nach einer Richtung ausgedehnte Krystalle stellen sich oft anders, als nach der magnetischen Beschaffenheit der Substanz erwartet werden sollte.

Plücker nahm eine grüne Turmalinplatte eines Polarisationsapparates, welche nach §. 93 des II. Teils parallel der Axe des Krystalls geschnitten ist; die Platte war annähernd rechteckig, 12 mm lang, 9 mm breit und 3 mm dick. Vor einem Magnetpole aufgehängt erwies sich die Platte magnetisch, und als sie an einem Coconfaden so aufgehängt wurde, dafs die Richtung des Fadens mit derjenigen der Axe zusammenfiel, stellte sich die Platte zwischen den Magnetpolen auch so, wie es eine gleiche magnetische Platte gethan haben würde, also so, dafs die Richtung der Fläche axial war. Dieselbe Platte wurde nun so aufgehängt, dafs die Richtung der optischen Axe senkrecht zum Aufhängefaden war, dafs die optische Axe also frei in der Horizontalebene schwingen konnte. Als magnetischer Körper hätte sich nun die Platte so stellen müssen, dafs ihre Längsrichtung, welcher die optische Axe parallel war, mit der axialen Linie zusammenfiel. Sie stellte sich aber wie ein diamagnetischer Körper, so dafs die der optischen Axe parallele Längsrichtung parallel der äquatorialen war.

Die Turmalinplatte wurde schliefslich auch so aufgehängt, dafs sie selbst in horizontaler Ebene sich frei drehen konnte; sie stellte sich wieder so, wie ein diamagnetischer Körper gleicher Form sich gestellt haben würde, die der optischen Axe parallele Längsrichtung stellte sich äquatorial, die Breitenrichtung axial.

Ein anderer Turmalinkrystall, eine sechsseitige Säule von 36 mm Länge und 4,6 mm Dicke, stellte sich, als die Polspitzen des Elektromagnets so weit genähert waren, dafs der Krystall nur eben zwischen denselben schwingen konnte, mit seiner Längsrichtung axial. Als man indes die Halbanker von einander entfernte, wurde der Krystall mit immer geringerer Kraft in dieser Lage festgehalten und wenn ihr Abstand mehr als 80 mm betrug, drehte sich der Krystall um 90^0, die Längsrichtung des Krystalls stellte sich äquatorial.

Entfernte man die Halbanker nicht von einander, hob aber statt dessen den Krystall an dem Faden in die Höhe, so zeigten sich die Erscheinungen ähnlich; in einem bestimmten Abstande über den Polen stellte sich der Krystall äquatorial.

Sehr bald nachher machte Faraday[2]) ganz ähnliche Betrachtungen an krystallisiertem Wismut, Antimon und Arsen. Wismut, in schönen kleinen Rhomboëdern krystallisiert, wurde mitten zwischen die flachen Pole des Elektromagnets gebracht; obwohl das Wismut sich als stark

1) *Plücker,* Poggend. Ann. Bd. LXXII.

2) *Faraday,* Experimental researches ser. XXII. Poggend. Ann. Ergänzungsband III.

Digitized by Google

diamagnetisch erwies, wurde es doch in dem Magnetfeld wie ein Magnet gerichtet, so dafs die krystallographische Hauptaxe sich axial stellte.

Die Axe, welche sich abweichend von dem sonstigen Verhalten der Krystalle axial oder äquatorial stellt, bezeichnet Faraday als die Magnekrystallaxe, und als die Ursache dieser Richtung sieht Faraday eine neue Kraft oder Kraftform in den Körpern an, welche er Magnekrystallkraft nennt.

Die ausgedehnten Versuche von Plücker haben ergeben, dafs bei allen nicht zum regulären Systeme gehörigen Krystallen eine solche Magnekrystallaxe vorhanden ist, welche im quadratischen und hexagonalen Systeme im allgemeinen mit der krystallographischen Hauptaxe oder der optischen Axe zusammenfällt. Anfänglich glaubte Plücker[1]), dafs sich die optische Axe immer äquatorial stelle, und nahm deshalb an, dafs aufser der magnetischen Anziehung oder diamagnetischen Abstofsung die Richtung der optischen Axe unter allen Umständen von den Magnetpolen abgestofsen würde, oder am wenigsten angezogen würde. Die eben angeführte Beobachtung Faradays, nach welcher die Magnekrystallaxe des Wismuts und Arsens sich axial stellte, zeigte jedoch, dafs dieser Satz nicht allgemein gültig sei, und darauf beobachtete auch Plücker[2]), dafs die optischen oder krystallographischen Hauptaxen der einaxigen Krystalle von den Magnetpolen sowohl angezogen als abgestofsen werden konnten. Kreisförmige Scheiben, welche der optischen Axe parallel aus Krystallen herausgeschnitten waren, konnten sich mit ihrer Axe sowohl axial als äquatorial stellen, und das sowohl, wenn die Masse der Krystalle magnetisch als wenn sie diamagnetisch war. Plücker teilte demnach anfangs die Krystalle in positive und negative, indem er als positiv jene bezeichnete, deren Magnekrystallaxe von den Magnetpolen angezogen wird, als negativ jene, deren Magnekrystallaxe von den Magnetpolen abgestofsen wird.

Besser indes bezeichnete Plücker später[3]) jene Krystalle als positiv, bei welchen die magnetische Polarität der Axe dem Sinne nach dieselbe ist wie die der ganzen Masse, wo aber diese Polarität ein Maximum ist, während man als negative jene bezeichnet, bei denen die Polarität der Axe derjenigen der ganzen Masse entgegengesetzt ist, oder wenn sie gleichgerichtet ist, den kleinsten Wert hat, so dafs diese sich infolge der Magnekrystallkraft anders stellen als nach dem magnetischen Verhalten der ganzen Masse. Darnach unterscheidet man magnetisch positive und negative und diamagnetisch positive und negative Krystalle.

In einem gleichartigen Magnetfelde stellt sich die Axe

magnetisch	positiver	Krystalle	axial
„	negativer	„	äquatorial
diamagnetisch	positiver	„	äquatorial
„	negativer	„	axial.

1) *Plücker,* Poggend. Ann. Bd. LXXII.

2) *Plücker,* Poggend. Ann. Bd. LXXVI, Bd. LXXVII, Bd. LXXVIII. *Plücker* und *Beer,* Poggend. Ann. Bd. LXXXI, Bd. LXXXII. *Plücker,* Poggend. Ann. Bd. LXXXVI, Bd. CX.

3) *Plücker*, Philosophical Transactions for 1858. p. 543.

Digitized by Google

Nach dieser Bezeichnung gehören:

1) zu den positiven magnetischen Krystallen u. a. Spateisenstein, eisenhaltige kohlensaure Magnesia, essigsaures Kalkkupfer, Uranglimmer, Skapolit;

2) zu den negativen magnetischen: Turmalin, Beryll, Dioptas, schwefelsaures Nickeloxyd;

3) zu den positiven diamagnetischen: Kalkspat, Antimon, Gelbbleierz, Arsenblei, Natronsalpeter;

4) zu den negativen diamagnetischen: Wismut, Arsen, Eis, Zirkon, Honigstein[1]).

Ein demjenigen einaxiger Krystalle ähnliches Verhalten hat Plücker bei einem schnell gekühlten Cylinder magnetischen Glases beobachtet, der sich mit seiner Axe äquatorial stellte[2]). Ebenso hat Tyndall beobachtet, dafs Würfel von Holz in einem Magnetfelde sich immer so richten, dafs die Richtung der Fasern äquatorial ist[3]). Knoblauch und Tyndall[4]) haben ferner beobachtet, dafs nach einer Richtung zusammengeprefste Körper sich meistens mit dieser Richtung äquatorial stellen. Ein Cylinder von Mehl und Gummiwasser stellte sich mit seiner längeren Axe äquatorial; als derselbe durch Pressen so weit verkürzt wurde, dafs seine Länge kleiner war als der Durchmesser, stellte sich dennoch die Axe des Cylinders äquatorial.

Auch die Krystalle, welche keine Hauptaxe haben, die Krystalle des rhombischen, klinorhombischen und klinorhomboidischen Systems werden durch Magnekrystallkraft gerichtet.

Wie aber diese Krystalle in optischer Beziehung zwei Axen haben, so kann man nach Plücker[5]) auch zwei magnetische Axen unterscheiden, welche entweder angezogen oder abgestofsen werden. Die Erscheinungen sind indes einfacher zu übersehen, wenn man die krystallographischen Axen selbst betrachtet.

Wir wollen das Verhalten in einem speciellen Falle deutlich machen. Der Arragonit krystallisiert in rhombischen Säulen, deren spitze Kanten durch die brachydiagonale Endfläche abgeschnitten sind. Die Krystallaxen sind die Axe der Säule a, die lange Diagonale l und die kurze Diagonale k des Rhombus, welchen man bei geradem Durchschneiden der Säulen erhält. Die Ebene der optischen Axen geht dann durch a und l, und a ist die erste Mittellinie. (Man sehe im zweiten Teil S. 622.) Die Masse des Arragonits ist diamagnetisch. Schneidet man nun aus einem solchen Krystall ein Parallepiped, dessen Kanten parallel den drei Krystallaxen sind, und zwar so, dafs $a < k < l$ ist, so stellt sich derselbe in dem Magnetfelde folgendermafsen ein:

---

1) *Plücker*, Philosophical Transactions for 1858.
2) *Plücker*, Poggend. Ann. Bd. LXXV.
3) *Tyndall*, Philosophical Transactions for 1855.
4) *Knoblauch* und *Tyndall*, Poggend.Ann. Bd. LXXXI.
5) *Plücker*, Poggend. Ann. Bd. LXXII und die vorher erwähnten zusammen mit Beer angestellten Untersuchungen; auch Poggend. Ann. Bd. CX. Man sehe auch *Grailich* und *von Lang*, Wiener Berichte Bd. XXXII.

Digitized by Google

Es ist vertikal die Axe	Es sind horizontal die Axen	Es stellt sich äquatorial die Axe
a	*k* und *l*	*k*
k	*a* „ *l*	*a*
l	*a* „ *k*	*a*

Obwohl also die *a* parallele Dimension die kürzeste war, stellte sich doch diese Richtung äquatorial; es ist also parallel dieser Richtung die diamagnetische Polarität am gröfsten. Am kleinsten ist die diamagnetische Polarität parallel *l*, denn diese Richtung stellt sich stets axial.

Legt man nun den magnetischen Axen eine ähnliche Bedeutung bei wie den optischen Axen, bezeichnet man also jene Richtungen als magnetische Axen, senkrecht zu welchen die magnetische Polarität nach allen Richtungen gleich ist, so ergiebt sich aus Betrachtungen, welche den in der Optik durchgeführten ganz analog sind, dafs der Arragonit zwei magnetische Axen hat, welche in der durch die Axe der gröfsten und kleinsten diamagnetischen Polarität gelegten Ebene liegen, also in der durch *a* und *l* gelegten Ebene. Senkrecht zur Richtung dieser beiden Axen ist die diamagnetische Polarität nach allen Richtungen dieselbe und zwar gleich *k*; so aufgehängt, dafs die magnetischen Axen vertikal hängen, hat also der Krystall durch Magnekrystallkraft durchaus nicht das Bestreben eine bestimmte Lage anzunehmen. Die Richtkraft des Krystalles ist im Maximum, wenn die Ebene der magnetischen Axen horizontal ist, wenn also beim Arragonit die Richtung *k* mit dem Aufhängefaden zusammenfällt[1]).

Ähnliches zeigt sich nach den ausgedehnten Untersuchungen von Plücker und Beer und Plücker allein bei allen zweiaxigen Krystallen; es ergiebt sich aus diesen Untersuchungen im allgemeinen, dafs die Ebene der magnetischen Axen entweder jene der optischen Axen ist oder darauf senkrecht steht.

Die magnetische Einstellung der Krystalle hat ihren Grund darin, dafs das magnetische Moment, welches dieselben unabhängig von ihrer Gestalt annehmen, nach verschiedener Richtung verschieden ist. Eine Kugel aus einem zweiaxigen Krystalle z. B. erhält in einem gleichartigen Magnetfelde ebenso nach den verschiedenen Richtungen ein verschiedenes magnetisches Moment infolge ihrer molekularen Beschaffenheit, wie ein dreiaxiges Ellipsoid von weichem Eisen infolge seiner Gestalt, und deshalb richtet sich eine solche Kugel ganz analog diesem Ellipsoide. Auch in einem solchen Ellipsoide finden sich zwei magnetische Axen, die so beschaffen sind, dafs, wenn man das Ellipsoid um dieselben drehbar aufhängt, dasselbe keine Richtkraft zeigt; diese Axen fallen indes nicht mit den Normalen der Kreisschnitte zusammen[2]).

Woher es indes kommt, dafs die Krystalle nach den verschiedenen Richtungen verschiedene Momente annehmen, das läfst sich nicht absehen, um so weniger, da, wie erwähnt, auch ganz amorphe Körper dadurch,

1) *Plücker*, Philosophical Transactions for 1858.

2) *Plücker*, Philosophical Transactions for 1858. Man sehe auch *W. Thomson*, Philosoph. Magazin 4. series vol. 1.

Digitized by Google

dafs sie nach einer Richtung zusammengeprefst werden, eben dieselbe Fähigkeit erhalten.

§. 138.

Drehung der Polarisationsebene durch Magnete und den Strom. Die in den letzten Paragraphen mitgeteilten Erfahrungen liefern den Beweis, dafs der Magnetismus nicht, wie man früher glaubte, auf einige wenige Substanzen beschränkt ist, sondern dafs er eine allgemeine Eigenschaft der Materie genannt werden kann. Denselben Beweis hat Faraday noch in anderer Weise geführt, indem er zeigte, dafs der Einflufs des Magnets sich über die innere Struktur der Körper erstreckt, und nachwies, dafs der Lichtstrahl in isotropen durchsichtigen Körpern, welche sich zwischen den Polen eines Magnets befinden, affiziert wird[1]). Ja diese Beobachtung war die erste, welche Faraday den Beweis lieferte, dafs der von ihm schon lange vermutete Einflufs des Magnetismus auf alle Substanzen existiere.

Vielfache von ihm früher angestellte Versuche, ob nicht ein Lichtstrahl durch den Magnet affiziert würde, hatten ein negatives Resultat gegeben; der Einflufs zeigte sich erst, als er zwischen die Magnetpole durchsichtige Substanzen brachte, welche von dem Lichte durchsetzt werden mufsten. Zwischen die Pole eines kräftigen Hufeisenmagnets wurde ein prismatisches Stück Faradayschen Glases von 54 mm Seite und 13 mm Dicke so eingesetzt, dafs es zur Hälfte über die Polebene hervorsah, und dafs es mit seiner gröfseren Ausdehnung axial stand. Durch dieses Glas wurde unmittelbar über den Polflächen ein polarisierter Lichtstrahl hindurchgeleitet, so dafs er das Glas in axialer Richtung, also der ganzen Länge von 54 mm nach durchsetzte. Der Strahl trat dann in ein Nicolsches Prisma ein, welches als Analysator diente. Das Glas hatte auf den Lichtstrahl gar keinen Einflufs; wurde die Polarisationsebene des analysierenden Nicols senkrecht zur Polarisationsebene des Lichtstrahls gestellt, so blieb der Strahl ausgelöscht, mochte das Glas sich zwischen dem polarisierenden Spiegel und dem Nicol befinden oder nicht. Wurde dann der Nicol in dieser Lage festgehalten, so dafs der Strahl ausgelöscht wurde, und nun der Magnetismus des Elektromagnets erregt, so wurde augenblicklich das Gesichtsfeld des Nicols erhellt und blieb hell so lange der Magnetismus andauerte; um das Licht wieder zum Verschwinden zu bringen, bedurfte es einer gewissen Drehung des Nicols, je nach der Polarität des Magnets, entweder zur Rechten oder Linken. Es folgt somit, dafs das Faradaysche Glas unter dem Einflufs des Magnets die Fähigkeit erhält, die Polarisationsebene zu drehen; diese Fähigkeit dauert so lange, als das Glas sich unter dem Einflufs des Magnets befindet; sobald der Magnetismus des Elektromagnets verschwunden ist, hört sie auf, dann verhält sich das Glas wieder wie jeder isotrope Körper.

Die Richtung der Drehung ist folgende; wenn der dem analysierenden Nicol nächste Pol ein Nordpol ist, so wird der Strahl rechts gedreht, das heifst der Beobachter mufs den Nicol von der Linken zur Rechten, wie den Zeiger einer Uhr drehen, damit der Strahl wieder ausgelöscht wird.

---

1) *Faraday*, Experimental researches ser. XIX. Poggend. Ann. Bd. LXVIII.

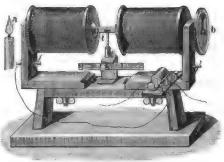
Digitized by Google

Ist der nächste Pol ein Südpol, so wird der Strahl zur Linken gedreht. Der Sinn der Drehung ist somit, wie eine einfache Überlegung zeigt, derselbe wie die Richtung der Ströme, welche nach der Ampèreschen Theorie die magnetischen Moleküle der Pole umkreisen, zwischen denen sich das Glas befindet.

Die in dieser Weise auftretende Drehung ist nur schwach, Faraday beobachtete sie bei einem dem Plückerschen an Gröfse gleichen Elektromagnete mittels fünf Paaren Grovescher Elemente. Man kann sie indes schon bei viel geringeren Kräften beobachten, wenn man den Strahl nicht nur an den Polen vorüber, sondern gewissermafsen durch die Pole hindurchgehen läfst. Becquerel[1]) versah deshalb die Pole mit durchbohrten Halbankern und brachte die Substanz, durch welche die Lichtstrahlen hindurchgehen sollten, so zwischen die Anker, dafs der Strahl die Durchbohrungen durchsetzte. Wie sehr durch diese Anordnung die Drehung zunimmt, zeigen einige Angaben von Bertin[2]). Ein und derselbe Elektromagnet brachte bei derselben Stromstärke in einem Stücke Faradayschen Glases nach der Methode von Faraday beobachtet eine Drehung von $6^0\,30'$ hervor, nach Aufsetzung der durchbohrten Halbanker eine Drehung von $25^0\,6'$.

Noch vorteilhafter zu diesen Versuchen ist der Rühmkorffsche Apparat mit durchbohrten Magnetkernen[3]). Man bringt in das Ende *a* Fig. 270 des einen Kernes einen polarisierenden Nicol, vor welchem die Lichtquelle aufgestellt wird; in das Ende *b* des andern Kernes wird der analysierende Nicol gebracht, befestigt in einem mit einem Nonius versehenen geteilten Kreise. Auf den Tisch *t* zwischen die Pole der hohlen Magnetkerne legt man die diamagnetische Substanz. Da hier der Lichtstrahl genau von Pol zu Pol geht, so ist die Drehung die stärkste, welche bei den angewandten Kräften erreicht werden kann. Um auch bei den schwachen magnetischen Kräften die Drehung deutlich wahrnehmen zu können, bringt man füglich zwischen dem polarisierenden Nicol und der drehenden Substanz eine Pouilletsche Doppelplatte an wie bei dem Soleilschen Saccharimeter (man sehe im II. Teil §. 111), welche die empfindliche Farbe giebt. Wie wir wissen, giebt dann die geringste Drehung der Polarisationsebene in dem einen oder anderen Sinne zu einer verschiedenen Färbung der

Fig. 270.



1) *E. Becquerel*, Annales de chim. et de phys. III. Sér. Tome XVII.
2) *Bertin*, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. XXIII. Poggend. Ann. Bd. LXXV.
3) *Bertin*, a. a. O.

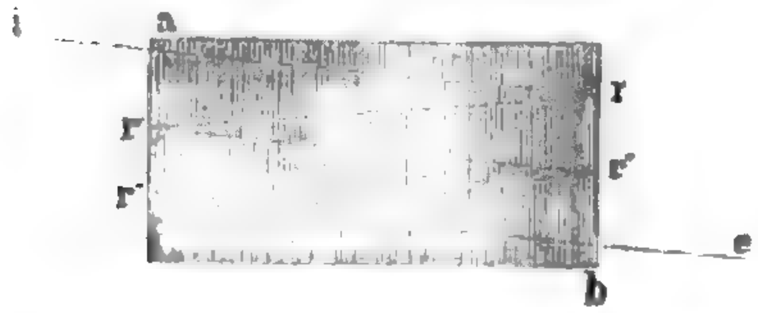
Digitized by Google

beiden Hälften der Doppelplatte Anlafs. Die Gröfse der Drehung ist gleich jener, welche man dem analysierenden Nicol erteilen mufs, damit die Doppelplatte wieder gleichmäfsig gefärbt erscheint.

Ein anderes Mittel, die Drehung der Polarisationsebene zu verstärken, ergiebt sich aus einem eigentümlichen Unterschiede, welchen die Drehung derselben durch den Magnetpol von der Drehung in doppelbrechenden Substanzen unterscheidet. Läfst man einen polarisierten Lichtstrahl durch eine rechtsdrehende Quarzplatte gehen, so wird die Polarisationsebene immer so gedreht, dafs der Beobachter den analysierenden Nicol zur Rechten zu drehen hat; es wird also die Polarisationsebene in Bezug auf die Fortpflanzungsrichtung immer in demselben Sinne gedreht. Läfst man daher einen Lichtstrahl in eine Quarzplatte eindringen und dann an der hinteren Fläche derselben reflektiert werden, so zeigt der wieder austretende Strahl keine Drehung, da die beiden Drehungen, welche er auf dem Hin- und Rückwege in der Quarzplatte erfährt, sich aufheben. Anders ist es bei der Drehung zwischen den Magnetpolen[1]); hier ist die Drehung nicht in Bezug auf die Fortpflanzungsrichtung dieselbe, wie auch der Strahl das zwischen den Magnetpolen befindliche Glas durchsetzt, sondern sie ist entgegengesetzt, wenn der Strahl vom Nordpol zum Südpol, als wenn er vom Südpol zum Nordpol sich fortpflanzt. Schreitet der Strahl vom Südpol zum Nordpol durch das Glas fort, so wird er rechts gedreht, schreitet er umgekehrt fort, so wird er links gedreht. In Bezug auf die Richtung im Raume wird also der Strahl in beiden Fällen nach derselben Seite gedreht. Läfst man daher einen Lichtstrahl in das zwischen den Polen befindliche Glas eindringen und an der Rückfläche reflektiert werden, so werden in dem vorn wieder hervordringenden Strahle die Drehungen auf dem Hin- und Rückgange sich nicht aufgehoben, sondern verstärkt haben, die Drehung wird doppelt so grofs sein, als wenn der Strahl nur einfach in dem letzten Sinne durch das Glas hindurchgegangen wäre.

Um hierdurch die Drehung zu verstärken, versilberte Faraday die Flächen des Glases, in welchen der Strahl eintritt und austritt, Fig. 271 bis auf zwei Stellen a und b, welche so lagen, dafs der Strahl i, wenn er bei a in das Glas eintrat, nach mehrmaliger Reflexion bei r, r', r'', r''' dasselbe bei b nach der Richtung be wieder verliefs. Auf den Strecken ar, $r'r''$, $r'''b$ wird der Strahl dann rechts, auf den Wegen rr', $r''r'''$ links gedreht, so dafs in dem bei e austretenden Strahle die Summe aller Drehungen beobachtet wird.

Fig. 271.



Um eine Drehung der Polarisationsebene hervorzubringen, ist es nicht erforderlich, das Glas zwischen die Pole eines Hufeisenmagnets zu legen, es genügt schon, dasselbe auf einen Pol oder neben denselben zu bringen[2]). Bertin legte auf einen Pol eines hufeisenförmigen Elektromagnets einen

1) *Faraday,* Philosophical Magazin vol. XXIX. 1846. Poggend. Annalen Bd. LXX.

2) *Faraday,* Experimental researches ser. XIX. Poggend. Ann. Bd. LXVIII.

Digitized by Google

Spiegel, setzte auf denselben ein Stück Faradayschen Glases und leitete in dasselbe mit Hilfe eines geneigten unbelegten Spiegels einen polarisierten Strahl vertikal nach unten; der Strahl wurde an dem Spiegel reflektiert, durchsetzte aufsteigend das Glas zum zweiten Mal, und seine Drehung wurde mit Hilfe einer Doppelplatte beobachtet. Es trat bei dem Versuche Bertins und unter Anwendung eines Glases von 48 mm Dicke eine Drehung von 21° ein. Dieselbe war dem Sinne nach verschieden, je nachdem der angewandte Pol ein Nordpol oder ein Südpol war[1]).

Der Sinn der Drehung läfst sich am besten nach den den Magnetpol umkreisenden Molekularströmen bestimmen, sie geschieht immer in der Richtung dieser Ströme.

Ganz dieselbe Regel ergiebt sich aus der vorhin angeführten Angabe Faradays über die Drehung zwischen den Magnetpolen, denn nach derselben geschieht z. B. in dem Rühmkorffschen Apparate die Drehung immer in dem Sinne, wie der Strom in den Spiralen die Magnetkerne umkreist.

Nachdem die Drehung der Polarisationsebene durch den Magnet nachgewiesen war, lag die Vermutung nahe, dafs auch ein elektrischer Strom dieselbe Wirkung auf das Licht ausübe, um so mehr, da man nach der Ampèreschen Theorie die magnetischen Eigenschaften als von elektrischen Strömen bedingt ansieht. Es gelang Faraday auch gleich nach der ersten Entdeckung, diese Wirkung der elektrischen Ströme nachzuweisen[2]). Man lege in eine Magnetisierungsspirale ein Prisma von Flintglas etwa 6 cm lang, dessen Endflächen geschliffen und poliert sind, und bringe an beiden Enden der Spirale Nicols an, den einen, der als Analyseur dienen soll, an einer drehbaren Alhidade in der Mitte eines geteilten Kreises befestigt; man lasse dann parallel der Axe der Spirale Licht hindurchtreten und kreuze die Nicols, so dafs das Gesichtsfeld dunkel wird. Sobald man dann durch die Spirale einen kräftigen Strom leitet, wird das Gesichtsfeld wieder beleuchtet, und man mufs den analysierenden Nicol nach der einen oder anderen Seite, je nach der Richtung des Stromes drehen, um das Gesichtsfeld wieder dunkel zu machen.

Die Polarisationsebene wird dabei immer in dem Sinne gedreht, in welchem der Strom die Spirale umkreist, d. h. der Beobachter mufs den analysierenden Nicol immer in demselben Sinne drehen, in welchem von seinem Standpunkt aus der Strom kreist.

Ebenso wie die Drehung der Polarisationsebene durch den Magnet dauert auch diejenige durch den Strom nur so lange, als der Strom das Glas umkreist.

Nicht allein das Faradaysche Glas, sondern auch viele andere, ja die meisten durchsichtigen festen und flüssigen Körper erteilen zwischen den Magnetpolen oder in einer Magnetisierungsspirale der Polarisationsebene eine Drehung; dieselbe ist mit wenigen nachher zu besprechenden Ausnahmen dem Sinne nach dieselbe, an Gröfse unter sonst gleichen Umständen aber sehr verschieden. Fast ebenso stark wie das Faradaysche Glas (kieselborsaures Bleioxyd) wirkt das borsaure Bleioxyd; ebenso ist gewöhnliches Flintglas sehr geeignet, um diese Erscheinung zu zeigen.

---

1) *Bertin*, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. XXIII.
2) *Faraday*, Experimental researches ser. XIX. Poggend. Ann. Bd. LXVIII.

Die doppeltbrechenden Krystalle zeigen keine Drehung, wenn das Licht nicht in oder doch sehr nahe der Richtung der optischen Axe durch sie hindurchgeht[1]).

Um die Drehung der Polarisationsebene in Flüssigkeiten zu zeigen, ist das Soleilsche Saccharimeter sehr geeignet, indem man die Flüssigkeitsröhre desselben mit einer Spirale umgiebt. Man findet dann, dafs fast alle Flüssigkeiten die Polarisationsebene mehr oder weniger stark drehen, Wasser, Alkohol, Äther, alle fetten und ätherischen Öle, geschmolzener Schwefel, Chlorschwefel; ebenso alle wässerigen und alkoholischen Lösungen. Faraday glaubte, dafs in diesen nur das Lösungsmittel die Drehung bewirke; nach den Versuchen von Bertin[2]) und Verdet[3]) ist das jedoch nicht der Fall. Beide Physiker fanden, dafs unter ganz denselben Umständen Lösungen oft stärker oft schwächer drehen als das Lösungsmittel allein. So fand z. B. Bertin bei Lösungen von Chlorkalcium folgende Drehungen:

Konzentrierte Lösung 13 mm dicke Schicht . . .	6° 20′
Verdünnt mit demselben Volumen Wasser . . .	4° 55′
„ „ dem 3fachen „ „ . . .	4° 40′
„ „ „ 7 „ „ „ . . .	4°
Reines Wasser	3° 40′
Salpetersaures Ammoniak	3° 45′
Wasser	4° 55′
Schwefelsaures Eisenoxyd	4° 30′
Wasser	6°

Die mit Klammern versehenen Beobachtungen sind unter sonst gleichen Umständen gemacht.

Ebenso fand Verdet, dafs alle Lösungen von Eisensalzen die Polarisationsebene schwächer drehen als Wasser.

Während Faraday eine Drehung der Polarisationsebene in Gasen nicht beobachten konnte, gelang es fast gleichzeitig H. Becquerel[4]) sowie Kundt und Röntgen[5]) dieselbe zu beobachten und zu messen, indem lange Röhren mit Spiralen umgeben wurden, durch welche ein sehr starker Strom hindurchgeleitet wurde. Becquerel liefs durch eine 3 m lange Röhre unter Anwendung des Verfahrens das Licht 9 mal hindurchgehen, Kundt und Röntgen wandten in ihren Röhren erhebliche Drucke an. Indem man die Lage der Polarisationsebene bestimmte, wenn der Strom die Spiralen in dem einen Sinne durchflofs und dann im entgegengesetzten Sinne, liefs sich die Gröfse der Drehung in den Gasen messen. Auf die Gröfse der Drehung kommen wir nachher zurück.

Wie es nach der im dritten Bande erkannten Identität von Licht und Wärmestrahlen nicht anders zu erwarten ist, wird auch die Polarisationsebene der Wärmestrahlen magnetisch gedreht. Wenn auch durch

1) *Faraday,* Experimental researches ser. XIX. *Lüdtge,* Poggend. Ann. Bd. CXXXVII.
2) *Bertin,* Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. XXIII.
3) *Verdet,* Comptes Rendus. T. XLIII. p. 529. Poggend. Ann. Bd. C.
4) *H. Becquerel,* Journal de physique Bd. VIII, Bd. IX.
5) *Kundt* und *Röntgen,* Wiedem. Ann. Bd. VI, Bd. VIII, Bd. X.

Digitized by Google

die frühern Beobachtungen von Wartmann[1]) und De la Provostaye und Desains[2]) dieser Nachweis nicht mit voller Sicherheit geführt war, so ist das doch durch die neuern Versuche von Grumnach[3]) geschehen, dem es sogar gelungen ist, die Drehung zu messen. Grumnach drehte die beiden Nicols a und b Fig. 270 um 45° gegeneinander und brachte die diamagnetische Substanz zwischen die Pole des Elektromagnets; er liefs zunächst die von einem Heliostaten reflektierten Sonnenstrahlen durch diese Kombination hindurch auf eine Thermosäule wirken, wenn der Elektromagnet nicht erregt war, und beobachtete die Ablenkung des Galvanometers. Darauf wurde der Elektromagnet erst in dem einen, dann im entgegengesetzten Sinne erregt, und es zeigte sich, dafs stets bei der Erregung im einen Sinne die Wirkung auf die Thermosäule zunahm, bei der Erregung im entgegengesetzten Sinne dagegen abnahm. Im ersten Falle wurde somit die Polarisationsebene der aus dem ersten Nicol austretenden Strahlen der Polarisationsebene des zweiten Nicols genähert, im zweiten Falle wurde sie nach der entgegengesetzten Seite gedreht, also von der Polarisationsebene des zweiten Nicols entfernt. Nennen wir die Intensität der durch die beiden Nicols dringenden Strahlen, wenn ihre Polarisationsebenen parallel sind, eins, so ist die Intensität der hindurchgehenden Strahlen, wenn sie um 45° gedreht sind, $\cos^2 45^0 = \frac{1}{2}$. Ist die magnetische Drehung δ, so wird die Intensität $\cos^2 (45^0 - \delta)$ oder $\cos^2 (45 + \delta)$, also $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sin 2\delta$ oder $\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sin 2\delta$. Da δ immer sehr klein ist, können wir demnach die infolge des Magnetismus eintretende Zunahme der Intensität oder deren Abnahme der Gröfse der Drehung proportional setzen. Die Messung der Zunahme oder Abnahme der Intensität giebt also unmittelbar das Mafs für die Gröfse der Drehung.

Die Gröfse der Drehung hängt aufser von der angewandten Substanz ab von der Dicke derselben, von der Stärke des Magnetismus oder des elektrischen Stromes und von der Neigung gegen die axiale Richtung, in welcher der Strahl die Substanz durchdringt.

Faraday glaubte, dafs die Drehung der Dicke der von dem Licht durchlaufenen Schicht sowohl als auch der Stärke des Magnetismus proportional sei[4]).

Die beiden Sätze können indes in der Allgemeinheit, wie zuerst Bertin[5]) bemerkt hat, nicht mit einander bestehen. Denn wenn die Drehung der magnetischen Kraft proportional ist, so kann sie nur dann der Dicke der durchstrahlten Substanz proportional sein, wenn dieselbe sich in einem gleichartigen Magnetfelde befindet, so dafs die auf die einzelnen Schichten wirkende magnetische Kraft dieselbe ist. Das ist aber zwischen den Magnetpolen nur an einer kleinen Stelle der Fall.

Um die Abhängigkeit der Drehung von der Dicke der durchstrahlten

---

1) *Wartmann,* Comptes Rendus T. XXII. Poggend. Ann. Bd. LXXI.

2) *De la Provostaye* und *Desains,* Ann. de chim. et de phys. III. Série. T. XXVII.

3) *Grumnach,* Wiedem. Ann. Bd. XIV.

4) *Faraday,* Experimental researches. Ser. XIX. art. 2163 u. 2164.

5) *Bertin,* Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. XXIII. Poggend. Ann. Bd. LXXV.

Digitized by Google

Schicht zu bestimmen, begann Bertin damit, den Einfluſs des Abstandes des Diamagneticums von der Polfläche zu untersuchen.

Denn denken wir uns eine Schicht von gewisser Länge an einem Magnetpole anliegend, so wird, wenn wir uns dieselbe in lauter Schichten von etwa ein Millimeter Dicke zerlegt denken, die gesamte Drehung die Summe deren sein, welche der Strahl in diesen einzelnen Schichten erhält. Die Drehung in den dem Pole nächsten Schichten wird nun jedenfalls am gröſsten sein; sie wird in den einzelnen um so kleiner sein, je weiter sie von den Polen entfernt sind, da die magnetische Kraft mit dem Abstande von den Polen abnimmt. Kennt man das Gesetz, nach welchem die Drehung in einer 1 mm dicken Schicht mit der Entfernung von den Polen abnimmt, so kann man daraus sofort das Gesetz der Dicke ableiten.

Um zu bestimmen, wie die Drehung mit der Entfernung von den Polen abnimmt, befestigte Bertin ein Stück Faradayschen Glases an einem mit einer Millimeterteilung versehenen Stativ, so daſs er es nach und nach in verschiedene Abstände von einem Pole eines Elektromagnets bringen konnte, und beobachtete bei konstanter Stärke des Magnetpoles die Drehung der Polarisationsebene in dem Glase. Das angewandte Glas hatte eine Dicke von 38,9 mm. Folgende Tabelle enthält eine von Bertins Versuchsreihen.

Abstand des Glases vom Pole = x mm	Beobachtete Drehung y	Verhältnis der auf einander folgenden Drehungen $\frac{y'}{y}$	Berechnete Drehung $y_1 = 0{,}88504\, y$	Differenz $y_1 - y'$
0	12° 30′		12° 30′	
5	11 10	0,8934	11 4	— 6′
10	9 35	0,8582	9 54	+ 19
15	8 30	0,8870	8 30	0
20	7 25	0,8762	7 31	+ 6
25	6 35	0,8876	6 33	— 2
30	5 45	0,8735	5 50	+ 5
35	5 5	0,8840	5 5	0
40	4 35	0,9016	4 31	— 4
45	4 0	0,8728	4 4	+ 4
50	3 35	0,8857	3 32	— 3

Aus dieser Versuchsreihe ergiebt sich, daſs die Drehung in einer geometrischen Reihe abnimmt, wenn die Abstände des Glases von dem Pole in einer arithmetischen Reihe wachsen; bezeichnen wir also die Drehung, welche die Polarisationsebene in dem am Pole anliegenden Glase erfährt, mit A, und mit r einen echten Bruch, so ist die Drehung im Abstande x mm

$$y = A\, r^x.$$

Die Konstante A hängt ab von der magnetischen Kraft des Poles und von der Dicke des Glases. Bezeichnet c die Drehung, welche die Polarisationsebene in einer 1 mm dicken Schicht am Pole erfährt, so wird

Digitized by Google

nach diesem Gesetze die Drehung in der zweiten ebenfalls 1 mm dicken Schicht des Glases sein, da diese Schicht zugleich 1 mm von dem Pole entfernt ist, $c \cdot r$, in der dritten Schicht $c \cdot r^2$, in der n Schicht $c \cdot r^{n-1}$; ist demnach die Dicke des Glases e mm, so ist

$$A = c\,(1 + r + r^2 + \ldots\ldots\ldots r^{e-1}) = c\,\frac{1 - r^e}{1 - r},$$

und somit die Drehung y durch ein solches Glas in irgend einem Abstande x

$$y = c\,\frac{1 - r^e}{1 - r}\,r^x.$$

Befindet sich die diamagnetische Substanz zwischen zwei Polen, so soll sich die Wirkung der beiden Pole addieren; ist dann d der Abstand der beiden Pole, so ist, wenn obiger Ausdruck die Wirkung eines Poles giebt, die des anderen

$$y' = c\,\frac{1 - r^e}{1 - r}\,r^{d - x - e},$$

demnach die Wirkung beider Pole zusammen

$$z = y + y' = c\,\frac{1 - r^e}{1 - r}\,(r^x + r^{d - x - e}).$$

In der That stimmen die hiernach berechneten Werte für die Drehung ziemlich gut mit den beobachteten überein.

Die Gröfse c, welche Bertin den Koefficienten der magnetischen Polarisation nennt, hängt ab von der Gröfse der magnetischen Kraft und von der Natur der Substanz; bestimmt man sie bei gleicher magnetischer Kraft für die verschiedenen Substanzen, so kann man sie als ein Mafs des molekularen Drehungsvermögens, welches die betreffenden Substanzen unter dem Einflufs der Magnete erhalten, betrachten. Dabei wird indes vorausgesetzt, dafs bei geänderter magnetischer Kraft der Koefficient c sich für alle Substanzen gleichmäfsig ändert. Nach Bertin soll das auch der Fall sein, und einige Versuche sprechen auch dafür, so folgende, in denen die Drehung Faradayschen Glases und Schwefelkohlenstoff bei verschiedener Stärke der magnetischen Kraft mit einander verglichen werden

Drehung in Faradayschem Glase	Drehung in Schwefelkohlenstoff	Verhältnis der Drehungen
18,3 mm dick	10 mm dick	
7° 42′	3° 18′	0,43
13° 48′	6° 0′	0,43
19	8° 18′	0,43.

Bertin hat für eine Reihe von Substanzen den Wert des Koefficienten c bestimmt; indem er ihn für Faradays Glas gleich 1 setzt, findet er ihn z. B. für gewöhnlichen Flintglas 0,53, Zinnchlorid 0,77, Schwefelkohlenstoff 0,74, Wasser 0,25, Alkohol 0,18, Äther 0,15.

Der Bertinsche Satz über den Einflufs der Dicke auf die Drehung der Polarisationsebene stimmt ebenfalls nicht mit dem Faradayschen Satze überein, nach welchem die Drehung der magnetischen Kraft proportional sein soll, denn darnach müfste die magnetische Kraft bei Entfernung vom

Digitized by Google

Pole nach demselben Gesetze abnehmen, was sie indes nicht thut; ist daher das Gesetz von Faraday richtig, so kann man das Bertinsche nur als ein angenähertes betrachten, welches innerhalb gewisser Grenzen wohl geeignet ist, die Drehung zu bestimmen.

Die Richtigkeit des Faradayschen Gesetzes ist später durch die Versuche Verdets[1]) bestätigt worden; die Methode derselben war folgende.

Die einander zugewandten Polenden der durchbohrten Cylinder eines Rühmkorffschen Elektromagnets wurden mit Platten von weichem Eisen von 50mm Dicke und 140mm Durchmesser armiert, die in der Mitte dem Kanal der Eisenkerne entsprechend durchbohrt waren. Stellte man die so armierten Magnete in passenden Entfernungen 50mm — 90mm gegenüber, so zeigte sich, dafs ein durchsichtiges Medium im Magnetfelde an allen Stellen, mit Ausnahme der unmittelbaren Nähe der Pole die Polarisationsebene gleich stark drehe. Daraus und aus direkten Messungen ergab sich, dafs das Magnetfeld gleichartig, d. h. dafs die magnetische Kraft an allen Punkten des Feldes gleich war.

Um die Magnetkraft zu messen, wandte Verdet einen aus der im nächsten Kapitel zu besprechenden Theorie der Induktion folgenden Satz an: Wenn in einem Raume von konstanter magnetischer Kraft ein kreisförmiger Leiter, dessen Ebene parallel der Richtung der Magnetkraft ist, rasch so gedreht wird, dafs seine Ebene senkrecht auf der Richtung der Magnetkraft zu stehen kommt, so wird in dem Leiter ein elektrischer Strom erregt, welcher der magnetischen Intensität proportional ist. Er brachte demnach in das Magnetfeld eine kleine Drahtspirale von 28mm äufserem Durchmesser, an einem Stativ befestigt, so dafs sie leicht um 90^0 gedreht werden konnte, und beobachtete den durch die Drehung in derselben erregten Induktionsstrom.

Darauf wurde an Stelle der Spirale die diamagnetische Substanz gebracht, die Drehung der Polarisationsebene beobachtet und dann nochmals die Substanz mit der Spirale vertauscht und die magnetische Kraft bestimmt. Das Mittel aus den beiden nur wenig von einander abweichenden Bestimmungen wurde als die magnetische Kraft während des Versuches genommen.

Als diamagnetische Substanz wandte Verdet Parallelepipede von Faradayschem Glase, von 40mm Länge, von Flintglas und von Schwefelkohlenstoff von ungefähr derselben Länge an. Die Drehung wurde mit Hilfe einer Doppelplatte bestimmt, teils für die Übergangsfarbe, teils für homogenes Licht. Letzteres wurde durch eine Lösung von schwefelsaurem Kupferoxyd-Ammoniak erhalten, welches nur blaues der Linie G entsprechendes Licht durchläfst.

Folgende Tabelle enthält einige von Verdets Beobachtungen; in der ersten Kolumne findet sich der Abstand der Polflächen, in der zweiten die zur Erregung des Magnets benutzte Anzahl Bunsenscher Elemente, die dritte enthält unter m die durch den Induktionsstrom gemessene magnetische Intensität, die vierte unter n den beobachteten doppelten Drehungswinkel.

1) *Verdet*, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. XLI. Poggend. Ann. Bd. XCII.

Digitized by Google

Faradaysches Glas 40 mm dick.

		Drehung der Übergangsfarbe			des blauen Lichts		
a	n	m	α	$\frac{\alpha}{m}$	m	α	$\frac{\alpha}{m}$
60 mm	20	143,37	9° 13,75′	3,86	157,5	16° 36′	6,32
80 „	20	115	7° 28,50′	3,90	119	13° 13′	6,66
60 „	10	112,37	7° 17,75′	3,89	109,6	11° 44′	6,42
90 „	10	63,62	3° 55,75′	3,71			

Es ergiebt sich also, dafs die Drehung der Polarisationsebene in einer durchsichtigen Substanz stets der Intensität der auf die Substanz wirkenden Kraft proportional ist, sei es, dafs die magnetische Kraft durch Veränderung des Magnetismus der Pole, sei es, dafs sie durch Veränderung des Abstandes derselben geändert wird[1]).

Dasselbe Gesetz ergiebt sich aus den Versuchen Verdets[2]), über die Abhängigkeit der Drehung der Polarisationsebene von dem Winkel, welchen der Lichtstrahl mit der Richtung der magnetischen Kraft, also mit der axialen Richtung bildet. Um diese zu untersuchen, wandte Verdet einen vertikal gestellten drehbaren Elektromagnet an. In der Drehungsaxe desselben war die durchsichtige Substanz aufgestellt, so dafs sie etwas über die Polflächen hervorsah. Der Lichtstrahl durchlief immer dieselbe Dicke der Substanz; die Neigung des Strahles gegen die axiale Richtung wurde durch Drehung des Elektromagnets um die vertikale Axe hervorgebracht. Es ergab sich, dafs die Drehung der Polarisationsebene dem Cosinus des Winkels d proportional ist, welchen der Strahl mit der axialen Richtung bildet. Es ergiebt sich das unter anderem aus folgenden Zahlen:

Faradaysches Glas 40 mm dick			Schwefelkohlenstoff 44 mm dick		
d	α	$\frac{\alpha}{\cos d}$	d	α	$\frac{\alpha}{\cos d}$
0°	8° 55,75′	535,75	0°	5° 58′	358,0
30°	7° 40,0′	531,25	30°	5° 7,75	355,25
60°	4° 28,75′	537,50	60°	2° 58,75	357,50.

Es folgt aus diesem Satze, dafs es für die Abhängigkeit der Drehung von der Dicke der durchlaufenen Schicht in einem ungleichartigen Magnetfelde kein allgemeines Gesetz geben kann, da die Änderung der magnetischen Kraft mit der Entfernung von den Polen nicht für alle Magnete dieselbe ist.

Ebenso wie die Drehung der Polarisationsebene der magnetischen Kraft proportional ist, ist sie nach den Versuchen von Wiedemann[3]) auch proportional der Stromstärke, wenn man durchsichtige Substanzen in eine vom Strom durchflossene Magnetisierungsspirale legt. Wiedemann wandte bei seinen Versuchen Flüssigkeiten an; dieselben wurden in Röhren von 210 mm Länge in Kupferdrahtspiralen gelegt, und die Drehung bestimmt,

1) Der gleiche Satz gilt nach den vorhin erwähnten Messungen Grumnachs für die Drehung der Polarisationsebene der Wärmestrahlen.

2) *Verdet*, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. XLIII.

3) *Wiedemann*, Poggend. Ann. Bd. LXXXII.

Digitized by Google

wenn der Strom in der einen oder der entgegengesetzten Richtung durch die Spirale ging. Die Stromstärke wurde an einem Zweige beobachtet, welcher durch eine Tangentenbussole ging. So erhielt Wiedemann folgende Werte für die Drehung der Fraunhoferschen Linien D, E, b, F in Schwefelkohlenstoff.

Stromstärke	D	E	b	F
260	0,7	1,1	1,1	—
325	1	1,25	—	—
364	1	1,3	1,4	1,5
394	1,2	1,7	1,75	1,9
456	1,4	1,75	2,0	2,3
521	1,5	2,2	2,25	2,5.

Die Zahlen bestätigen das angegebene Gesetz vollständig; sie zeigen außerdem, daß die Drehung von der Wellenlänge des angewandten Lichtes in derselben Weise abhängt, wie bei den doppelbrechenden Substanzen, sie nimmt zu, wenn die Wellenlänge kleiner wird.

Verdet[1]) hat später die Abhängigkeit der Drehung von der Wellenlänge genauer untersucht und gelangte zu dem Resultate, daß dieselbe dem Quadrate der Wellenlänge annähernd umgekehrt proportional sei, daß indes wenn ϱ die Drehung für die Wellenlänge λ ist, das Produkt $\varrho\lambda^2$ mit abnehmender Wellenlänge stets etwas zunimmt. Im §. 108 des zweiten Bandes sahen wir, daß die optische Drehung im Quarz und die übrigen die Polarisationsebene drehenden Substanzen in ihrer Abhängigkeit von der Wellenlänge sich nach Boltzmann durch eine Gleichung von der Form

$$\varrho = \frac{A}{\lambda^2} + \frac{B}{\lambda^4}$$

darstellen läßt. Eine ganz ebensolche Gleichung stellt die von Verdet als die genauesten betrachteten Messungen der Drehung durch den Strom in Schwefelkohlenstoff und Creosot dar. Setzen wir

für Schwefelkohlenstoff $A = 190{,}29$ $B = 1785{,}5$
„ Creosot $A = 132{,}22$ $B = 1539{,}3$

wenn für die Wellenlängen die zehntausendstel Millimeter als Einheit gesetzt werden, so ergeben sich als berechnet die in der jedesmal zweiten Reihe angegebenen Werte.

Schwefelkohlenstoff

	C	D	E	F	G
beob.	5,373	6,973	9,081	11,206	15,475
ber.	5,373	6,960	9,162	11,244	15,475

Creosot

	C	D	E	F	G
beob.	3,869	5,117	6,748	8,370	11,626
ber.	3,869	5,086	6,757	8,353	11,626

Die Zahlen geben die Drehungen für die von Verdet angewandte

1) *Verdet*, Ann. de chim. et de phys. III. Sér. T. LXIX.

Digitized by Google

Stromstärke und Röhrenlänge, sie haben somit nur eine relative Bedeutung.

Auch für die übrigen von Verdet untersuchten Substanzen, bei denen er die Drehung bezogen auf jene der Linie E gleich 1 angiebt, giebt die Boltzmannsche Gleichung die Drehungen wieder.

Man könnte daraus zu der Vermutung kommen, dafs in solchen Substanzen, welche für sich schon den Strom drehen, die magnetische Drehung für die verschiedenen Farben zu der optischen Drehung in einem konstanten Verhältnisse stehe.

Für das Terpentinöl ist das nach den Messungen Wiedemanns allerdings annähernd der Fall. Im allgemeinen gilt das aber nicht, wie das schon aus der Beobachtung Verdets sich ergiebt, dafs bei Weinsäurelösung, welche für die optische Drehung für eine in der Nähe von E liegende Wellenlänge ein Maximum hat, die magnetische Drehung mit abnehmender Wellenlänge stetig zunimmt. Die magnetische Drehung der Weinsäure läfst sich ebenso wie diejenige der übrigen Substanzen durch die Boltzmannsche Gleichung mit einem positiven Werte von B darstellen. Auch Beobachtungen von Bichat[1]) beweisen, dafs eine Beziehung zwischen der optischen und magnetischen Drehung allgemein nicht vorhanden ist.

Die Gröfse der Drehung ist für die verschiedenen Substanzen nach ausgedehnten Messungen von H. Becquerel[2]) sehr verschieden, am kleinsten ist sie bei den Gasen. Becquerel sowohl wie Kundt und Röntgen haben dieselbe mit der des Schwefelkohlenstoffs unter sonst gleichen Verhältnissen, gleicher magnetisierender Kraft und gleicher Länge der durchstrahlten Schicht verglichen. Nach Kundt und Röntgen[3]) ist die Drehung in

Wasserstoff	Sauerstoff	Stickstoff	Grubengas
$132,10^{-6}$	$109,10^{-6}$	$127,10^{-6}$	$430,10^{-6}$

von derjenigen in Schwefelkohlenstoff.

Wie vorhin bereits erwähnt wurde, hat Verdet gefunden, dafs eine Lösung von Eisensalzen die Polarisationsebene schwächer dreht als eine Wasserschicht von gleicher Dicke. Die Drehung in der Lösung wird teils von dem in der Lösung enthaltenen Salze, teils von dem Wasser bewirkt. Da nun in einem gleichartigen Magnetfelde die Drehung der Dicke der durchstrahlten Schicht proportional ist, so kann man aus dem bekannten Prozentgehalte und der Dichtigkeit der Lösung berechnen, welchen Anteil an der Drehung das Salz, welchen das Wasser hat, indem man bestimmt, wie dick die Schicht des in der Lösung enthaltenen Wassers ist. Führt man diese Rechnung bei den Eisensalzen durch, so findet man, dafs dieselben die Polarisationsebene in entgegengesetztem Sinne drehen als die bisher angeführten Substanzen. Es gelang Verdet auch, diese negative Drehung direkt an einer Lösung von Eisenchlorid in Holzgeist oder Äther

---

1) *Bichat*, Journal de physique. T. IX.

2) *H. Becquerel*, Ann. de chim. et de phys. V. Série T. XII.

3) *Kundt* und *Röntgen*, Wiedem. Ann. Bd. X. Man sehe auch *Bichat*, über das magnetische Drehungsvermögen der Flüssigkeiten und ihrer Dämpfe, Journal de physique T. IX.

Digitized by Google

nachzuweisen[1]). So fand er z. B. bei einer Lösung von 8 g Eisenchlorid in 32 g Äther eine deutliche Drehung zur Linken unter Umständen, wo Wasser und Alkohol zur Rechten drehen. Eine Lösung von 55 g Eisenchlorid in 45 g Holzgeist drehte die Polarisationsebene fast doppelt so stark zur Linken, als das Faradaysche Glas sie zur Rechten dreht.

Wie das Eisenchlorid verhalten sich fast alle Eisensalze mit Ausnahme des diamagnetischen Ferrocyankaliums. Es lag daher die Vermutung nahe, dafs die magnetischen Salze in den Lösungen sämtlich ein negatives Drehungsvermögen besitzen. Diese Vermutung zeigte sich indes nicht bestätigt[2]), da die Nickel-, Mangan- und Kobalt-Salze ein positives Drehungsvermögen, dagegen Chromsäure, chromsaures Kali, Titanchlorid u. a., die diamagnetisch sind, ein negatives Drehungsvermögen haben.

Ein ganz besonderes Interesse bietet es, dafs während die Drehung der magnetischen Eisensalze eine negative ist, in dem metallischen Eisen selbst die Drehung der Polarisationsebene positiv ist, das heifst also im Sinne der Molekularströme der Ampèreschen Theorie in den Polen, zwischen denen das Eisen sich befindet, stattfindet. Gleiches gilt für die beiden magnetischen Metalle Nickel und Kobalt.

Es gelang Kundt[3]), durchsichtige Platten dieser Metalle herzustellen, indem auf platiniertes Glas, wie es R. König in Paris zu seinen bei den akustischen Apparaten zu verwendenden rotierenden Spiegeln benutzt, die Metalle Eisen, Nickel und Kobalt in gleichmäfsigen dünnen und durchsichtigen Schichten niederzuschlagen. Indem diese durchsichtigen Metallschichten zwischen die Pole eines Rühmkorffschen Magnets gebracht wurden, liefs sich eine starke Drehung der Polarisationsebene erkennen. Um die Drehung, welche die niedergeschlagene Metallschicht allein hervorbrachte, zu bestimmen, wurde an einer eisenfreien Stelle derselben Platte zunächst die Drehung bestimmt, welche Glas und Platin allein hervorbrachten und darauf die Summe der Drehungen in Glas, Platin und Eisen. Die Differenz der beiden Beobachtungen gab die Drehung im Eisen allein. Kundt erhielt in dieser Weise Drehungen in durchsichtigen Eisenschichten bis zu $3^0\,42'$.

Die Drehung im Eisen ergab sich 32 000 — 35 000 mal gröfser als in dem zu diesen Versuchen benutzten Glase. Durch Wägung einer Glasplatte ehe und nachdem Eisen auf derselben niedergeschlagen war, ergab sich nämlich die Dicke der anscheinend ganz gleichmäfsigen Eisenschicht zu 0,000055 mm. Die Drehung für die mittlern Strahlen des Spektrums betrug durch Glas und Platin $1^0\,37'$, durch Glas, Platin und Eisen $3^0\,25'$, also durch das Eisen allein $1^0\,48'$. Die Platinschicht trägt zur Drehung fast gar nichts bei, so dafs wir die Drehung von $1^0\,37'$ als ganz von dem 1,61 mm dicken Glase erzeugt ansehen können. Obwohl also das Glas die 29 273 fache Dicke hatte, war die Drehung im Eisen die 1,11 fache. Annähernd gleich fand sich die Drehung im Kobalt, erheblich kleiner im Nickel.

---

1) *Verdet*, Comptes Rendus. T. XLIII. Poggend. Ann. Bd. C. Ann. de chim. et de phys. III. Sér. T. LIII.
2) *Verdet*, Ann. de chim. et de phys. III. Sér. T. LII.
3) *Kundt*, Wiedem. Ann. Bd. XXIII.

Digitized by Google

Abweichend von den übrigen Substanzen gab das Eisen indes eine anomale Rotationsdispersion, die roten Strahlen wurden erheblich stärker gedreht als die blauen; genauere Messungen der Rotationsdispersion konnte Kundt bisher nicht ausführen.

Die Drehung der Polarisationsebene durch den Magnetismus beziehungsweise den Strom beruht, wie Righi[1]) nachgewiesen hat, ganz ebenso wie die natürliche Drehung darauf, daſs in den durchstrahlten Substanzen der eindringende geradlinig polarisierte Strahl in zwei cirkular polarisierte zerfällt, von denen in den mit positiver Drehung begabten Substanzen der im Sinne der Ampèreschen Molekularströme schwingende sich schneller fortpflanzt. Righi lieſs das geradlinig polarisierte Licht, ehe es in eine Röhre mit Schwefelkohlenstoff eintrat, durch einen Fresnelschen Doppelspiegel in zwei Wellenzüge verwandeln, denen er entgegengesetzt cirkulare Polarisation erteilte. Nachdem die Wellenzüge durch den Schwefelkohlenstoff hindurchgegangen waren, wurden sie durch einen Nicol wieder geradlinig und parallel polarisiert und zur Interferenz gebracht. Die Interferenzfransen wurden in einer Fresnelschen Loupe mit Okularmikrometer beobachtet. Wenn nun die beiden entgegengesetzt cirkularen Strahlen durch den Einfluſs des Magnetismus im Schwefelkohlenstoff eine verschiedene Änderung ihrer Geschwindigkeit erhalten, so erhalten sie eine Phasendifferenz und es muſs somit, wenn durch die die Schwefelkohlenstoffröhre umgebende Spirale ein Strom geführt wird, eine Verschiebung der Interferenzfransen eintreten. Righi konnte diese Verschiebung beobachten und messen.

Nennen wir daher λ'' die Wellenlänge des im Sinne der Molekularströme schwingenden cirkular polarisierten Strahles, λ' die des andern, so können wir gerade wie im §. 109 des zweiten Bandes die Drehung ϱ setzen

$$\varrho = \pi d \left(\frac{1}{\lambda'} - \frac{1}{\lambda''}\right),$$

wenn d die Länge der durchstrahlten Schicht ist. Ist λ die Wellenlänge in Luft, so können wir setzen

$$\varrho = \frac{\pi d}{\lambda}(n' - n''),$$

wenn wir mit n' und n'' die Brechungsexponenten der beiden cirkular polarisierten Strahlen bezeichnen.

Kundt macht darauf aufmerksam, wie groſs das Drehungsvermögen des Eisens ist, indem sich aus seinen Beobachtungen für Eisen $n' - n'' = 0{,}1$ giebt, während von Lang (Bd. II §. 109) diese Differenz für die beiden im Quarz in der Richtung der Axe durchtretenden Strahlen nur 0,0000718 findet.

Nicht allein bei dem Durchgange durch Körper unter magnetischem Einfluſs, sondern auch bei Reflexion an solchen tritt eine Drehung der Polarisationsebene ein. Kerr[2]) hat zunächst gezeigt, daſs wenn man von

1) *Righi*, Nuovo Cimento 3 series Bd. III. Beiblätter zu Poggend. Ann. Bd. II. S. 715.

2) *Kerr*, Philos. Magazin 5. series Bd. III, Bd. V.

Digitized by Google

einem spiegelnden Magnetpol einen polarisierten Lichtstrahl senkrecht reflektieren läfst, eine Drehung der Polarisationsebene im negativen Sinne eintritt; das gleiche Resultat erhielten Gordon[1]) und Kundt[2]). Auch unter andern Einfallswinkeln und ebenso wenn das Licht von spiegelnden Seitenflächen eines Magnetes reflektiert wird, tritt im allgemeinen eine Drehung der Polarisationsebene ein, wenn der Magnet erregt wird. Ebenso erhält man eine Drehung der Polarisationsebene, wenn man Eisen- oder Stahl- oder Nickelspiegel in die Nähe eines Magnetes bringt und Licht an ihnen reflektieren läfst, Silberspiegel zeigen nach Kundt diese Erscheinung nicht. Kundt bemerkt, dafs alle diese Reflexionserscheinungen so verlaufen, wie wenn die Strahlen bei der Reflexion bis zu einer gewissen Tiefe in das Metall eindrängen und in der dünnen Schicht eine negative Drehung erhielten.

Aus der Thatsache, dafs die magnetische Drehung der Polarisationsebene auf demselben physikalischen Vorgange beruht wie die natürliche Doppelbrechung folgt, dafs durch die magnetischen Einflüsse die Moleküle der drehenden Körper in ähnliche Verhältnisse gebracht werden müssen, wie sie es bei den natürlich drehenden Körpern sind. In dieser Weise haben C. Neumann[3]) und besonders in letzter Zeit Voigt[4]) eine optisch mechanische Theorie dieser Erscheinung gegeben. Wir können hier auf diese Theorie nicht eingeheh und verweisen deshalb auf die Abhandlungen der genannten Mathematiker.

Drittes Kapitel.

Elektrische Induktion.

§. 139.

Induktion in linearen Leitern. Von den Wirkungen der galvanischen Ströme erübrigt noch eine, die elektrische; die Erregung von elektrischen Strömen in Leitern, welche sich in der Nähe anderer Ströme befinden. Auch die Entdeckung dieser Wirkungen verdanken wir dem experimentellen Scharfsinne Faradays[5]); er glaubte in dem später zu betrachtenden Rotationsmagnetismus Aragos[6]) eine elektrische Erscheinung zu erkennen, und es gelang ihm bald, die Erregung elektrischer Ströme durch andere Ströme und durch Magnete nachzuweisen. Schon bei seiner ersten Bekanntmachung teilte Faraday alle vier Arten mit, in welchen durch Ströme oder Magnete in linearen Leitern Ströme erregt werden; wir wollen sie in derselben Reihenfolge mitteilen und untersuchen.

1) *Gordon*, Physical treatise of Electricity vol. II. p. 261.
2) *Kundt*, Wiedem. Ann. Bd. XXIII.
3) *C. Neumann*, Die magnetische Drehung der Polarisationsebene des Lichts. Halle 1863.
4) *Voigt*, Wiedem. Ann. Bd. XXIII. S. 493.
5) *Faraday*, Experimental researches. Ser. I. Poggend. Ann. Bd. XXV.
6) *Arago*, Annales de chim. et de phys. T. XXVII.

Digitized by Google

Ein Kupferdraht von 62 m Länge wurde in einem Stück um eine grofse Walze von Holz gewickelt[1]), und zwischen seinen Windungen, indes durch Zwirnsfaden an jeder direkten Berührung derselben gehindert, ein zweiter ähnlicher Draht von gleicher Länge. Der eine dieser Drähte wurde mit dem Galvanometer, der andere mit einer kräftigen galvanischen Batterie verbunden. Im Moment der Verbindung des Drahtes mit der Batterie war eine plötzliche Wirkung auf das Galvanometer sichtbar, und eine ähnliche Wirkung zeigte sich, als diese Verbindung aufgehoben wurde. So lange indes der elektrische Strom fortfuhr durch den einen Schraubendraht zu gehen, konnte keine Spur von Wirkung bemerkt werden.

Die Ablenkung der Nadel war im Momente des Schliefsens derjenigen im Momente der Stromunterbrechung entgegengesetzt gerichtet; sie war im Momente des Schliefsens so, als wenn durch den entstehenden Strom in den parallelen Windungen des Schraubendrahtes ein dem entstehenden der Richtung nach entgegengesetzter Strom erregt würde, im Augenblicke des Öffnens aber ein dem verschwindenden Strome gleich gerichteter.

Um aufser durch die Ablenkung der Galvanometernadel den Nachweis zu liefern, dafs der in der ersten Spirale entstehende oder verschwindende Strom in der zweiten Spirale einen elektrischen Strom erzeuge, suchte Faraday sofort auch die übrigen Wirkungen der galvanischen Ströme nachzuweisen. Es gelang ihm, die magnetisierende Wirkung zu zeigen; denn als er, anstatt ein Galvanometer einzuschalten, die Enden der Drähte um eine Glasröhre wand und mit einander verband, wurde eine in die Glasröhre gelegte Stahlnadel magnetisiert, als er den Strom in der ersten Spirale herstellte. Ebenso, aber in entgegengesetzter Richtung wurde die Nadel magnetisiert, als er sie nach Herstellung des Stromes in der ersten Spirale in die Glasröhre einlegte, und dann den Strom unterbrach.

Andere Wirkungen nachzuweisen, gelang es zunächst bei diesem Versuche Faraday nicht. Es gelingt das indessen leicht, wenn die Induktionsströme verstärkt werden. Wie wir im nächsten Paragraphen nachweisen werden, nimmt bei einer ähnlichen Anordnung der Spiralen die Stärke des Induktionsstromes mit der Zahl der Windungen der zweiten oder Induktionsspirale zu. Um deshalb einen kräftigen Induktionsstrom zu erhalten, windet man (Fig. 272) auf eine hohle Rolle J mehrere hundert Meter feinen Kupferdraht, dessen Enden mit den Klemmen a und b in Verbindung sind. In die hohle Induktionsrolle J, welche bei dem Schlittenapparate von Du Bois-Reymond auf einem hölzernen Schlitten S, Fig. 272, horizontal befestigt ist, pafst die induzierende Rolle R, welche ebenfalls aus einem langen, um eine hohle Rolle gewickelten Kupferdrahte besteht. Durch die innere Rolle wird der induzierende Strom geleitet.

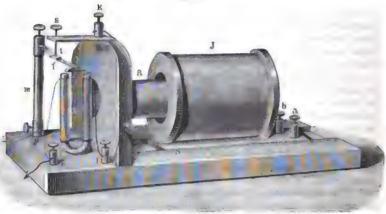
Da die in der Induktionsrolle erzeugten Ströme von äufserst kurzer Dauer sind, ist es, um die Wirkungen dieser Ströme zu zeigen, notwendig, den induzierenden Strom häufig zu schliefsen und zu unterbrechen. Zu diesem Zwecke ist an dem Apparate Fig. 272 ein selbstthätiger Unterbrecher, der von Neef beschriebene Wagnersche Hammer angebracht[2]). Derselbe besteht aus einer Feder f, welche an der Messingsäule m be-

1) *Faraday*, a. a. O.
2) *Neef*, Poggend. Ann. Bd. XLVI. S. 107.

Digitized by Google

festigt ist und an seinem freien Ende den kleinen eisernen Anker *h* trägt. In der Mitte der Feder ist auf der oberen Seite ein kleines Platinplättchen *t* befestigt, welches durch die Feder gegen die Platinspitze der

Fig. 272.



Schraube *s* gedrückt wird. Die Schraube *s* ist durch den Metallstreifen, in welchem sie sich bewegt, mit der Klemme *k* in Verbindung, an welcher das eine Ende des induzierenden Drahtes befestigt ist. Das andere Ende des induzierenden Drahtes ist mit der Klemme *l* verbunden. Von dieser Klemme führt ein Draht um den Elektromagnet *E*, dessen Schenkel vertikal stehen und dessen Polflächen sich etwas unterhalb des kleinen Ankers *h* befinden; von dort führt der Draht zu der Klemme *n*. Wird in die Öffnung *p* der Säule *m* der eine, in die Klemme *n* der andere Leitungsdraht einer Batterie eingesetzt, so fliefst durch die induzierende Rolle ein Strom, welcher, wenn *p* mit dem positiven Pole der Batterie verbunden ist, von dort durch *m* in die Feder *f*, durch *s* nach *k*, dann durch die induzierende Rolle fliefst, aus dieser zur Klemme *l* kommt, dann den Elektromagnet *E* umkreist und über *n* zur Batterie zurückkehrt. Infolgedessen wird der Elektromagnet magnetisch, zieht den Anker *h* an und unterbricht dadurch die Stromleitung bei *t*. Der Strom hört dann in der induzierenden Rolle auf; dadurch wird aber auch der Elektromagnet wieder unmagnetisch und der Anker *h* durch die Kraft der Feder wieder gehoben, bis die Platte *t* wieder die Spitze *s* berührt. Dadurch ist der Strom wieder hergestellt und das Spiel wiederholt sich wie oben[1]).

Auf diese Weise erhält man je nach der Stellung der Spitze *s* in mehr oder weniger rascher Folge einzelne, die induzierende Rolle durchlaufende Ströme, deren jeder in der Induktionsspirale bei seinem Beginne und beim Aufhören einen Strom induziert, den Schliefsungsstrom und den Öffnungsstrom. Die beiden Ströme sind einander entgegengesetzt gerichtet,

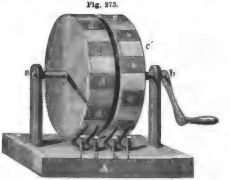
1) Eine etwas veränderte Form des Hammers giebt *Halske*, Poggend. Ann. Bd. XCVII.

Digitized by Google

so dafs in der Induktionsspirale abwechselnd hin- und hergehende Ströme vorhanden sind. Für den Nachweis, dafs die thermischen und elektrodynamischen Wirkungen der gewöhnlichen Ströme auch den Induktionsströmen zukommen, schadet das nichts, da die thermischen Wirkungen nicht von der Richtung der Ströme abhängig sind, und da, wenn man die Induktionsströme gleichzeitig durch die feste und bifilare Rolle des Dynamometers leitet, auch hier die verschiedene Richtung der Ströme ohne Einflufs ist; das Drehungsmoment, welches die feste der losen Rolle erteilt, hängt nur davon ab, ob in den beiden Rollen die Richtung des Stromes gleich oder entgegengesetzt ist; wird daher in beiden Rollen die Richtung des Stromes gleichzeitig geändert, so bleibt das Drehungsmoment dasselbe. Leitet man die Induktionsströme durch ein Dynamometer, so erhält die Bifilarrolle deshalb bald eine konstante Ablenkung, welche dem Quadrate der Stromintensität proportional ist, so dafs man das Dynamometer sehr bequem als Mefsapparat für Induktionsströme benutzen kann.

Die chemischen Wirkungen lassen sich mit diesem Apparate schon durch einen einzigen Strom nachweisen, wenn man die Enden des Drahtes auf ein mit Jodkaliumkleister bestrichenes Papier legt; unter dem positiven Drahtende wird Jod abgeschieden, welches sich durch Blaufärbung des Kleisters zu erkennen giebt. In einem Voltameter erzeugt schon ein einzelner Strom Polarisation; läfst man durch dasselbe die Ströme nur in einem Sinne gehen, also z. B. nur den Öffnungsstrom, so zeigt sich auch eine Gasentwickelung. Man kann das erreichen, wenn man den Stromkreis des Induktionsstromes durch eine dünne Luftschicht unterbricht, indem diese den Übergang, also die Ausbildung des Schliefsungsstromes verhindert, nicht aber den Übergang des Öffnungsstromes[1]). Man erhält dann also eine Reihe einzelner, sich rasch folgender gleich gerichteter Ströme, welche zur Elektrolyse benutzt werden können.

Fig. 273.



Ein anderes Mittel, um in der Induktionsspirale nur gleichgerichtete Ströme zu erhalten, ist die Einschaltung des Doveschen Disjunktors[2]) an Stelle des Hammers. Fig. 273 zeigt denselben in der Form, welche ihm Wiedemann gegeben hat. Auf die beiden Hälften einer durch eine isolierende Schicht von Elfenbein geteilten Metallaxe *ab* sind zwei Metallräder *c* und *c'* aufgesetzt, deren Ränder abwechselnd mit nichtleitenden Segmenten *d* und *e* ausgelegt sind; die Segmente *d* sind etwas breiter als *e*. Das Rad *c'* ist gegen das andere etwas verstellbar. Gegen die Räder schleifen die mit den

1) *Poggendorff*, Poggend. Ann. Bd. XCIV.
2) *Dove*, Poggend. Ann. Bd. XLIII. *Wiedemann*, Galvanismus Bd. II. §. 544.

Digitized by Google

Klemmen f, g, h, i verbundenen Federn. Die Räder c, c' werden durch eine Kurbel oder einen Schnurlauf gedreht. Schaltet man das Rad c in den Stromkreis der induzierenden, das Rad c' in den der Induktionsspirale ein, und stellt die Räder so, dafs die Federn h, i etwas früher die leitenden Metallflächen berühren, und ebenso etwas früher verlassen als die Federn f, g, so kommt in der induzierten Spirale nur der Schliessungsstrom zustande, nicht der Öffnungsstrom; stellt man die Räder so, dafs die Federn h und i die leitenden Metallflächen etwas später erreichen und später verlassen, so tritt in der Induktionsspirale nur der Öffnungsstrom auf. Wenn man aber die Räder so stellt, dafs die breiteren Metallflächen auf c' früher erreicht und später verlassen werden, so entstehen in der Induktionsspirale beide Ströme wie bei dem Wagnerschen Hammer.

Es ergiebt sich aus den angegebenen Versuchen, dafs jedesmal dann, wenn in der Nähe eines geschlossenen Leiters ein Strom entsteht oder verschwindet, in dem Leiter ein elektrischer Strom erregt wird; dieser Satz läfst sich noch weiter ausdehnen, dafs jedesmal, wenn in der Nähe eines geschlossenen Leiters die Stärke eines Stromes geändert wird, ein Strom entsteht, welcher bei Zunahme der Stromintensität dieselbe Richtung hat wie der Schliefsungsstrom, bei Abnahme derselben dagegen die Richtung des Öffnungsstromes. Man kann das sehr leicht zeigen, wenn man den Stromkreis der induzierenden Spirale mit einer Zweigleitung versieht, welche man abwechselnd öffnet und schliefst.

Aber nicht allein wenn man in einem von zwei benachbarten Stromkreisen die Intensität des Stromes ändert, entsteht in dem andern ein Induktionsstrom, sondern auch dann schon, wenn man einem geschlossenen Kreise einen von einem Strome durchflossenen Leiter nähert oder denselben von dem Stromkreise entfernt[1]). Man stelle an dem Induktionsapparate Fig. 272 die Spitze s so, dafs die Feder die Spitze und zugleich der Anker h den Elektromagnet berührt, so dafs also durch die induzierende Spirale ein konstanter Strom hindurchfliefst. Man schliefse die Induktionsspirale durch ein Galvanometer und schiebe sie rasch auf die induzierende Spirale; sofort zeigt die Nadel des Galvanometers einen Strom an, welcher gleich dem Schliefsungsstrome die entgegengesetzte Richtung hat, wie der erregende Strom. Der Strom hört auf, sobald die Induktionsspirale in Ruhe ist. Zieht man sie rasch von der induzierenden Spirale ab, so entsteht wieder ein Strom, welcher dem Öffnungsstrome gleich gerichtet ist.

Es ist indes nicht einmal erforderlich, dafs die beiden Stromkreise sich einander parallel nähern, sondern im allgemeinen entsteht schon ein Strom, wenn zwei Stromkreise ihre gegenseitige Lage ändern, welcher so lange dauert wie die Bewegung der Stromkreise. Das Gesetz dieser Stromerregungen hat Lenz[2]) gleich nach Faradays Entdeckung richtig erkannt und allgemein folgendermafsen ausgesprochen:

„Wenn sich ein metallischer Leiter in der Nähe eines galvanischen Stromes bewegt, so wird in ihm ein elektrischer Strom von solcher Richtung erregt, dafs durch die elektrodynamische Wirkung des erregenden

1) *Faraday*, Experimental researches. Ser. I.
2) *Lenz*, Poggend. Ann. Bd. XXXI.

Digitized by Google

auf den erregten Strom die dem Leiter desselben erteilte Bewegung gerade entgegengesetzt der Bewegung wäre, welche den Induktionsstrom veranlafst hat, vorausgesetzt, dafs der induzierte Leiter nur in der Richtung der erteilten Bewegung und in der entgegengesetzten beweglich wäre."

Wie dieses Gesetz den soeben beschriebenen Versuch ergiebt, sieht man sofort. Nähert man einem Strom einen ihm parallelen Leiter, so entsteht in demselben ein dem erregenden entgegengesetzter Strom; die beiden Ströme stofsen sich ab, der bewegte Draht würde also infolge der elektrodynamischen Wirkung von dem erregenden Strome sich entfernen; die infolge derselben eintretende Bewegung würde also derjenigen entgegengesetzt sein, welche den Induktionsstrom veranlafst hat.

Dies Gesetz läfst in allen Fällen die Richtung des Induktionsstromes erkennen. Verschiebt man z. B. Fig. 274 den Draht *ab* parallel sich selbst über dem Strome *cd* nach *d* hin, so entsteht in dem Drahte *ab* ein von *b* nach *a* gerichteter Strom. Dieser Strom würde durch die elektrodynamische Wirkung nach *c* hin verschoben werden; also auch hier ist durch die Bewegung ein Strom erregt, welcher infolge der elektrodynamischen Wechselwirkung der beiden Drähte dem Drahte *ab* die entgegengesetzte Bewegung erteilen würde.

Fig. 274.

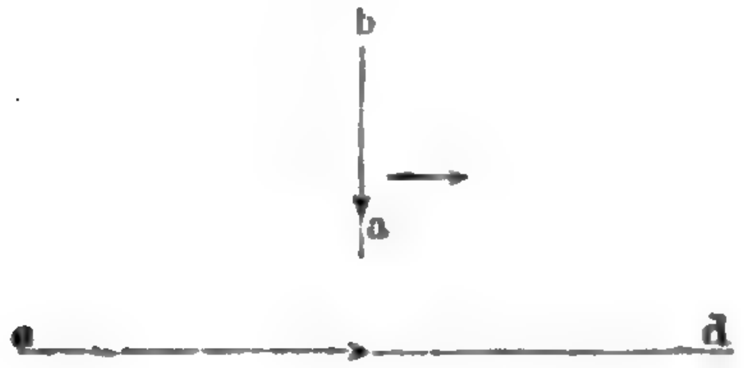
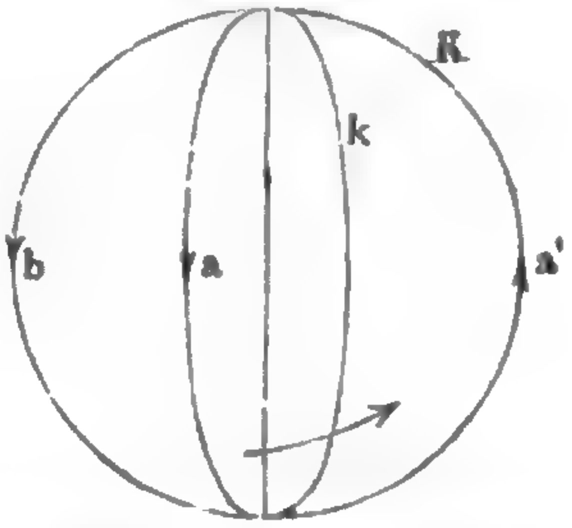


Fig. 275.



Fliefst durch den Kreis *k* (Fig. 275) ein Strom in der Richtung der Pfeilspitze, so würde derselbe durch den Strom im Kreise *K* so gedreht, dafs *a* sich gegen *b* hin bewegt. Durch Induktion entsteht in *k* ein solcher Strom, wenn man ihn nach entgegengesetzter Richtung, also so dreht, dafs *a* gegen *a'* hin bewegt wird.

Nach der Ampèreschen Theorie beruhen die Eigenschaften der Magnete darauf, dafs die Moleküle derselben von einander parallelen Molekularströmen umkreist werden; umgeben wir nun einen Eisenstab mit zu seiner Axe senkrechten Umwindungen und magnetisieren denselben dann, so mufs infolge des Magnetisierens in der Spirale ein Induktionsstrom erregt werden, der so lange dauert, als das magnetische Moment des Stabes sich ändert. Die Richtung des bei dem Magnetisieren entstehenden Induktionsstromes mufs der Richtung der Molekularströme entgegengesetzt sein, da auch, wenn wir annehmen, dafs das Magnetisieren Folge einer Drehung der Molekularströme ist, nach dem Lenzschen Gesetze die Richtung der dadurch entstehenden Ströme dieselbe ist, als wenn plötzlich im Magnet Molekularströme in zur Axe senkrechten Ebenen erregt werden.

Digitized by Google

Wenn in dem von der Spirale umgebenen Eisenstabe der Magnetismus wieder verschwindet, so mufs ebenfalls ein Strom induziert werden, welcher mit den Molekularströmen des Magnets gleich gerichtet wird.

Diese Induktion, welche Faraday zum Unterschiede von der durch elektrische Ströme bewirkten Induktion Magnetoinduktion nennt[1]), hat derselbe zuerst auf folgende Weise nachgewiesen. Ein eiserner Ring von 16 cm äufserem Durchmesser und 23 mm Dicke wurde zur Hälfte mit einer Magnetisierungsspirale umgeben; die andere Hälfte wurde mit einer ähnlichen von der ersten getrennten Spirale umwickelt, welche durch ein Galvanometer geschlossen wurde. Wurde dann durch die Magnetisierungsspirale ein Strom geleitet, so wurde die Nadel des Galvanometers momentan abgelenkt, und zwar viel kräftiger, als bei den früher beschriebenen Versuchen der Fall gewesen war, obgleich dort viel kräftigere Batterien angewandt waren. Sobald das magnetische Moment des Ringes konstant geworden war, kehrte die Nadel wieder zur Ruhelage zurück. Wurde durch Unterbrechung des Stromes der Magnetismus des Ringes aufgehoben, so zeigte sich ein neuer Induktionsstrom, dessen Richtung derjenigen des beim Magnetisieren entstandenen Stromes entgegengesetzt war.

Anstatt des eisernen Ringes kann man auch einen Elektromagnet wählen, dessen Anker mit einer Induktionsspirale umwickelt ist; durch abwechselndes Magnetisieren und Entmagnetisieren des Elektromagnets wird auch der Anker abwechselnd magnetisch und unmagnetisch, und dadurch werden in der denselben umgebenden Spirale hin- und hergehende Ströme induziert.

Anstatt Elektromagnete kann man zu diesen Versuchen auch gewöhnliche Stahlmagnete anwenden, deren Polen man dann die mit Induktionsspiralen umgebenen Anker nähert, oder von denen man die Anker entfernt. Beim Annähern werden die Anker magnetisch und infolgedessen entsteht in den Spiralen ein Induktionsstrom, beim Entfernen werden die Anker unmagnetisch und in den sie umgebenden Spiralen entsteht ein entgegengesetzter Strom.

Auch an den magnetelektrischen Strömen lassen sich alle Wirkungen der gewöhnlichen elektrischen Ströme nachweisen; man wendet zu dem Ende magnetelektrische Maschinen an, deren Einrichtung wir beschreiben werden, nachdem wir die Gesetze der Induktionsströme untersucht haben.

Wie bei der Induktion durch elektrische Ströme ein Strom auch dadurch induziert wird, dafs zwei Leiter, deren einer von einem Strome durchflossen wird, ihre Lage gegen einander ändern, so entsteht auch ein Strom, wenn ein Magnet seine Lage gegen einen Leiter ändert[2]). Um die Richtung der Ströme in allen Fällen zu bestimmen, dient auch hier das Gesetz von Lenz[3]). Der durch eine Bewegung des Magnets oder Leiters in dem letztern erregte Strom hat eine solche Richtung, dafs durch die elektromagnetische Wirkung zwischen dem erregten Strome und Magnete dem Leiter oder Magnete eine Bewegung erteilt würde, welche derjenigen, die den Strom erregt hat, entgegengesetzt wäre.

---

1) Faraday, Experimental researches. Ser. I.
2) *Faraday*, a. a. O.
3) *Lenz*, Poggend. Ann. Bd. XXXI.

Digitized by Google

Wenn man z. B. in eine Induktionsspirale einen Magnet rasch bis zur Mitte einführt, so entsteht in der Spirale ein Strom, dessen Richtung jener der die Magnetmoleküle umkreisenden Ströme entgegengesetzt ist. Diese Richtung ergiebt sich aus dem Gesetze von Lenz folgendermafsen. Nähert man einer beweglich aufgestellten, von einem Strome durchflossenen Spirale einen Magnet, dessen Axe der Axe der Spirale parallel ist, so dafs die Molekularströme des Magnets dem Strome in der Spirale parallel und gleich gerichtet sind, so wird die Spirale über den Magnet hingezogen, da die einander parallelen Ströme sich anziehen, bis sich die Spirale über der Mitte des Magnets befindet. Ist umgekehrt die Spirale fest, der Magnet beweglich, so wird der Magnet in die Spirale hineingezogen. Nähern wir der Spirale aber den Magnet so, dafs die Molekularströme desselben und der Strom der Spirale parallel, aber entgegengesetzt gerichtet sind, so stofsen Magnet und Spirale sich ab. Durch das Hineinschieben wird also ein Strom erzeugt, welcher den Magnet abstofsen würde.

Zieht man den Magnetpol aus der Spirale wieder heraus, so entsteht ein entgegengesetzt gerichteter Strom, ebenso als wenn man anstatt des einen Poles den entgegengesetzten in die Spirale schiebt. Schiebt man deshalb einen Magnet rasch durch eine Spirale hindurch, so entstehen in derselben zwei einander entgegengesetzte Ströme.

Auch die Entstehung des Induktionsstromes bei dem im vorigen Paragraphen beschriebenen Versuche von Verdet ergiebt sich hiernach unmittelbar; befindet sich ein geschlossener Stromkreis zwischen zwei Magnetpolen, so dafs seine Ebene der axialen Richtung parallel ist, so wird je nach der Richtung des Stromes der Kreis durch elektromagnetische Wirkung in dem einen oder andern Sinne so gedreht, dafs die Stromebene zur axialen Richtung senkrecht wird. Dreht man daher einen nicht von einem Strome durchflossenen Kreis, welcher der axialen Richtung parallel ist, in eine zu derselben senkrechte Lage, so entsteht ein Strom, dessen Richtung so ist, dafs der Kreis infolge desselben von der axialen Lage aus entgegengesetzt, also nach der andern Seite gedreht worden wäre.

§. 140.

Gesetze der Induktionsströme. Die ersten Versuche, um die Bedingungen festzustellen, von welchen die Stärke der Induktionsströme abhängig ist, rühren von Lenz[1]) her; sie beziehen sich auf die durch Magnetinduktion erregten Ströme.

Um zunächst zu bestimmen, in welcher Weise die Stärke des Induktionsstromes in einer Spirale, in welcher ein Stab weichen Eisens magnetisiert oder entmagnetisiert wird, mit der Zahl der das Eisen umgebenden Windungen sich ändert, wurde ein 15 m langer Draht mit einem Multiplikator verbunden, und die Mitte dieses Drahtes in mehrfachen, bei den verschiedenen Versuchen verschiedenen Windungen um einen Eisenstab gewickelt, welcher als Anker eines kräftigen Stahlmagnets diente. Der Anker wurde von dem Magnete abgerissen und der durch den verschwindenden Magnetismus erregte Induktionsstrom gemessen.

1) *Lenz*, Poggend. Ann. Bd. XXXIV.

Digitized by Google

Die Stärke dieses Induktionsstromes ergiebt sich aus der beobachteten Ablenkung der Galvanometernadel in folgender Weise. Da die Dauer des Stromes gegen die Schwingungsdauer der Magnetnadel verschwindend klein ist, so kann man die durch denselben auf die Magnetnadel ausgeübte Wirkung als einen momentanen, der augenblicklichen Bewegungsrichtung parallelen Stofs ansehen. Infolge dieses Stofses weicht die Nadel aus dem magnetischen Meridiane soweit aus, bis die ihr durch den Stofs erteilte Geschwindigkeit durch die sie in den Meridian zurückführenden Kräfte vernichtet ist, ebenso wie ein Pendel durch einen Stofs so hoch aufsteigt, bis die ihm erteilte Geschwindigkeit durch die Schwere vernichtet ist. Kehrt die Magnetnadel in den Meridian zurück, so wirken dieselben Kräfte auf die Nadel beschleunigend ein, welche in der vorigen Periode verzögernd auf sie einwirkten. Die Nadel kehrt daher nach den Pendelgesetzen in die Gleichgewichtslage mit derselben Geschwindigkeit zurück, mit welcher sie dieselbe verlassen hat. Die Geschwindigkeit v, mit welcher ein Pendel, also auch die Magnetnadel die Gleichgewichtslage passiert, ist nach §. 25 des ersten Teiles, wenn α den Ausschlagswinkel bedeutet,

$$v = C \cdot \sqrt{1 - \cos \alpha},$$

worin C eine von der Beschaffenheit des Galvanometers abhängige Konstante bedeutet.

Diese Geschwindigkeit ist gleich derjenigen, welche der Induktionsstofs der Nadel erteilt, sie ist der Stärke des Stofses, also auch der Intensitität des Induktionsstromes proportional; ist daher i die gesuchte Intensität, so ist

$$i = c' \cdot v = D \cdot \sqrt{1 - \cos \alpha} = E \cdot \sin \frac{\alpha}{2} \cdot$$

Die Stärke des Induktionsstromes ist also dem Sinus des halben Ablenkungswinkels proportional.

Da bei den verschiedenen Versuchen die Windungen eine verschiedene Länge des Ankers bedeckten, so mufste Lenz sich erst vergewissern, dafs es ohne Einflufs auf die Stärke des Induktionsstromes war, an welcher Stelle des Ankers sich eine schmale Spirale befand, ob in der Nähe der Magnetpole, oder in der Mitte des Ankers. Es zeigte sich das, wie nach den Bemerkungen über die magnetische Verteilung in geschlossenen Magneten auch zu erwarten ist, in der That bestätigt. Denn als er bei drei Versuchen eine Spirale einmal ganz an das dem Nordpol anliegende Ende des Ankers heranschob, einmal auf die Mitte des Ankers und schliefslich in unmittelbare Nähe des Südpols brachte, wurde jedesmal die Magnetnadel um $5{,}55^0$ abgelenkt.

Die Resultate der sich auf den Einflufs der Windungszahl beziehenden Versuche sind in folgender Tabelle zusammengestellt. In der ersten Horizontalreihe ist die Zahl der um den Anker gelegten Windungen und in den folgenden der jedesmalige halbe Ablenkungswinkel, dessen Sinus und der Quotient aus diesem Sinus und der Windungszahl angegeben.

Digitized by Google

Windungszahl n	2	4	8	9	10	12	14	15	16	18	20
$^1/_2\ \alpha$	2° 49′	6°	12° 27′	14° 15′	15° 54′	19° 23′	22° 51′	24° 16′	26° 33′	29° 54′	32° 1′
$\sin\ ^1/_2\ \alpha$	0,0491	0,1045	0,2156	0,2461	0,2740	0,3319	0,3883	0,4109	0,4470	0,4985	0,5594
$\frac{1}{n} \cdot \sin\ ^1/_2\ \alpha$	0,0245	0,0261	0,0269	0,0273	0,0274	0,0276	0,0277	0,0274	0,0279	0,0277	0,0279

Die fast vollkommene Übereinstimmung der Zahlen der letzten Horizontalreihe beweist, dafs die in der Spirale erregten Induktionsströme der Windungszahl der Spirale proportional sind; da nun hier für den Induktionsstrom immer dieselbe Leitung, also auch derselbe Widerstand vorhanden ist, so gilt dasselbe für die durch den verschwindenden Magnetismus in der Spirale bewirkte elektromotorische Kraft. Bei einer aus gleichen Windungen bestehenden Spirale ist also die durch Magnetoinduktion in der Spirale bewirkte elektromotorische Kraft der Windungszahl der Spirale direkt proportional.

Um den Einflufs der Windungsweite zu untersuchen, wurden auf eine in der Mitte durchbohrte Holzscheibe 10 Windungen Kupferdraht gewunden, so dafs die Weite der Windungen 177 mm betrug, und in einem zweiten Versuche um den Anker 10 Windungen von 20 mm Durchmesser gelegt. Der Anker wurde dann zwischen die entgegengesetzten Pole zweier geradliniger Magnete gebracht und die Ablenkung der Galvanometernadel beobachtet, wenn die Magnete rasch nach beiden Seiten hin entfernt wurden. Die Ablenkungswinkel betrugen dann

$$\text{für die engere Spirale } \alpha = 26^0\,15'$$
$$\text{für die weitere Spirale } \alpha = 22^0\,42'.$$

Die Leitungswiderstände waren hier nicht dieselben, sie waren in einem willkürlichen Mafse bei der engeren Spirale 701,25, bei der weiteren Spirale 876,25. Das Verhältnis der elektromotorischen Kräfte ist also

$$\frac{701{,}25 \cdot \sin(13^\circ\,7')}{876{,}25 \cdot \sin(11^\circ\,21')} = \frac{1}{1{,}0838}.$$

Bei einem zweiten Versuche, bei welchem die Durchmesser der Spiralen sich wie 1 : 38,3 verhielten, fand sich das Verhältnis der elektromotorischen Kräfte 1 : 1,0107.

In beiden Fällen war also das Verhältnis der elektromotorischen Kräfte so nahe der Einheit gleich, dafs man daraus den Schlufs zu ziehen berechtigt ist, dafs die elektromotorische Kraft der Magnetoinduktion von der Weite der Windungen unabhängig ist.

In ganz ähnlicher Weise hat Lenz gezeigt, dafs die elektromotorische Kraft der Magnetoinduktion unabhängig ist von der Dicke des zu den Spiralen angewandten Drahtes und von dem Stoffe, aus welchem derselbe gemacht ist. Er wandte bei den ersten Versuchen Drähte an, deren Querschnitte sich verhielten wie 233 : 839 : 1661, und fand für die elektromotorischen Kräfte Werte, die sich verhielten wie 1 : 1,00305 : 1,0085, deren Verhältnis also kaum von der Einheit verschieden war. Um den Einflufs des Stoffes, aus welchem der Draht besteht, zu untersuchen, ver-

Digitized by Google

glich er die in Spiralen von Platin, Eisen und Messing erregten Ströme mit solchen, die in Kupferspiralen erregt wurden. War der Widerstand derselbe, so war auch die Stromstärke dieselbe.

Diese Unabhängigkeit der elektromotorischen Kraft der Induktion von dem Stoffe der Spiralwindungen zeigt sich sogar, wenn man dieselben anstatt aus metallischen aus einem flüssigen Leiter herstellt. Dafs auch in flüssigen Leitern Induktionsströme entstehen, wenn man sie in Form von Spiralen um den Anker eines Magnetes führt, hat schon Faraday[1]) gezeigt, messende Versuche hat aber erst L. Hermann[2]) angestellt. Dafs die elektromotorische Kraft in Flüssigkeiten jener in Metallen ganz gleich ist, wies Hermann durch folgende Anordnung nach. Die Pole eines Rühmkorffschen Magnets (Fig. 257 §. 129) wurden mit cylindrischen Ankern versehen, und dann die beiden Schenkel soweit zusammengeschoben, dafs die Enden der Anker sich berührten. Es entstand so ein 55 mm langer Eisencylinder zwischen den Schenkeln des Magnets. Auf diesen Eisencylinder wurde ein Kautschuckschlauch in 6 Windungen aufgewickelt, der einen lichten Durchmesser von 7 mm besafs, und der ganz mit konzentrierter Lösung von Zinkvitriol gefüllt war. Um dieselbe in die weitere Leitung einzuschalten, waren in die Enden des Schlauches bis zur Berührung der Flüssigkeit amalgamierte Zinkdrähte eingeführt und festgeschnürt. Über diese Flüssigkeitsspirale war in ebenfalls 6 Windungen eine Spirale von Kupferdraht gewickelt. Man konnte nun in den ein Wiedemannsches Galvanometer enthaltenden Stromkreis entweder die Flüssigkeitsspirale oder den Kupferdraht allein oder beide Spiralen gleichzeitig einschalten, und zwar im letztern Falle entweder so, dafs der in beiden Spiralen induzierte Strom das Galvanometer in demselben Sinne durchlief, die Wirkung beider Induktionsströme sich also summierte, oder so, dafs der in der einen Spirale induzierte Strom die weitere Leitung in entgegengesetzter Richtung durchlief als der andere, die Wirkung beider sich also subtrahierte. Es wurde gleichzeitig dafür gesorgt, dafs der Widerstand des Stromkreises immer derselbe war.

Ist die elektromotorische Kraft der Induktion in Flüssigkeiten dieselbe, wie in dem Metalle, so mufste, wenn man den Magnet erregte, oder seinen Magnetismus verschwinden liefs, das in dem Kreise des Induktionsstromes befindliche Galvanometer in den beiden ersten Fällen, jede Spirale ist für sich eingeschaltet, die gleiche Ablenkung zeigen. Im dritten Falle, in welchem die Wirkung der Spiralen sich summiert, mufste die Ablenkung die doppelte sein und im letzten Falle durfte die Nadel nicht abgelenkt werden.

Die Versuche ergaben dies in der That; es ergab sich die Ablenkung des Galvanometers, als eingeschaltet waren

1) die flüssige Spirale allein,	zu	89,1
2) die metallische „ „	„	85,8
3) beide Spiralen gleich gerichtet	„	172,4
4) „ „ entgegengesetzt „	„	5,9.

1) *Faraday*, Poggend. Ann. Bd. XCII.
2) *L. Hermann*, Poggend. Ann. Bd. CXLII.

Digitized by Google

Wie man sieht sind die Abweichungen von den vorhin abgeleiteten Ausschlägen so gering, daſs sich mit Sicherheit der Schluſs ergiebt, daſs die elektromotorische Kraft der Induktion von der Natur des induzierten Leiters durchaus unabhängig ist.

Es ergiebt sich somit, daſs die durch Magnetoinduktion in Spiralen erzeugte elektromotorische Kraft nur von der Windungszahl der Spiralen und von der Stärke des verschwindenden Magnetismus abhängt.

Was die Abhängigkeit der elektromotorischen Kraft des Induktionsstromes von dem verschwindenden Magnetismus betrifft, so ergiebt sich schon aus den §. 130 mitgeteilten Versuchen von Lenz und Jacobi, daſs dieselbe dem verschwindenden magnetischen Momente proportional ist. Lenz und Jacobi setzten den Induktionsstrom dem magnetischen Momente des Stabes proportional, und fanden bei den dickeren Eisenkernen ihrer Versuche das so gemessene magnetische Moment der magnetisierenden Kraft der Spirale proportional. Innerhalb dieser Grenzen findet sich aber auch auf anderem Wege, durch Ablenkungsversuche gemessen, das magnetische Moment der magnetisierenden Kraft der Spirale proportional.

Über die durch die Bewegung eines geschlossenen Leiters in der Nähe eines Magnetpols erzeugten Induktionsströme hat W. Weber[1]) einige Versuche mit dem Dynamometer gemacht und gezeigt, daſs die in jedem Momente erzeugten Induktionsströme der augenblicklichen Geschwindigkeit der Bewegung proportional sind. Da die Leitungswiderstände dann immer dieselben sind, so folgt auch, daſs die elektromotorischen Kräfte in jedem Augenblicke der Geschwindigkeit der Bewegung proportional sind.

Um die Methode von W. Weber verstehen zu können, müssen wir einige mechanische Erörterungen vorausschicken.

Wenn irgend ein Körper, ein Pendel oder ein Magnetstab in Schwingungen versetzt wird, so ist die Schwingungsamplitude nicht, wie es die einfache Theorie der schwingenden Bewegung annimmt, eine konstante Gröſse, sondern sie wird allmählich kleiner. Der Grund dieser Abnahme der Amplitude liegt darin, daſs bei jeder Bewegung ein Widerstand vorhanden ist, welcher einen Teil der Geschwindigkeit vernichtet, welche der schwingende Körper durch die beschleunigende Kraft erhält. Der Körper besitzt daher bei der Zurückkunft in die Gleichgewichtslage nicht mehr die Geschwindigkeit, mit welcher er sie vorher verlieſs; er kann sich daher nach der anderen Seite nicht mehr so weit von der Gleichgewichtslage entfernen, als er an der einen Seite entfernt war, und so wird bei jeder Schwingung die Amplitude um eine gewisse Gröſse kleiner.

Das Gesetz, nach welchem die Amplitude der Bewegung abnimmt, wenn der Widerstand in jedem Momente der augenblicklichen Geschwindigkeit der Bewegung proportional ist, haben wir früher schon kennen gelernt. Wir sahen schon im §. 60 des ersten Bandes, daſs, wenn k^2 die Beschleunigung bedeutet, wenn das Bewegliche im Abstande eins von der Gleichgewichtslage sich befindet, und 2ε den Widerstand bei der Geschwindigkeit eins, die Differentialgleichung der Bewegung ist

$$\frac{d^2 y}{d t^2} = - k^2 y - 2 \varepsilon \frac{d y}{d t}.$$

1) *W. Weber*, Elektrodynamische Maſsbestimmungen. Leipzig 1846.

Rechnen wir die Zeit t von dem Augenblicke an, in welchem das Bewegliche am weitesten von der Gleichgewichtslage entfernt ist und gerade die Bewegung nach der Gleichgewichtslage hin beginnt, so wird die Gleichung der Bewegung

$$y = A e^{-\varepsilon t} \left\{ \cos t \sqrt{k^2 - \varepsilon^2} + \frac{\varepsilon}{\sqrt{k^2 - \varepsilon^2}} \sin t \sqrt{k^2 - \varepsilon^2} \right\},$$

worin A die Amplitude zur Zeit $t = 0$. Setzen wir

$$T = \frac{\pi}{\sqrt{k^2 - \varepsilon^2}},$$

so wird für

$$t = 0; \quad T; \quad 2T; \quad 3T \; \ldots \; nT$$

$$y = A; \quad A e^{-\varepsilon T}; \quad A e^{-2\varepsilon T}; \quad A e^{-3\varepsilon T} \ldots A e^{-n\varepsilon T}.$$

Die Amplituden der Schwingungen nehmen nach einer geometrischen Reihe ab, das Verhältnis zweier auf einander folgenden gröfsten Abstände des Beweglichen von der Gleichgewichtslage wird

$$q = \frac{A e^{-n\varepsilon T}}{A e^{-(n+1)\varepsilon T}} = e^{\varepsilon T}.$$

Bilden wir demnach die Differenzen zwischen den Logarithmen der auf einander folgenden Schwingungsamplituden, so sind diese Differenzen konstant; diese Differenzen oder

$$\lambda = \log \frac{1}{q} = \varepsilon \cdot T \log e$$

nennt man, wie wir damals erwähnten, nach Gauss die logarithmischen Dekremente der Schwingungen. Nehmen wir natürliche Logarithmen, so ist

$$\lambda = \varepsilon \cdot T;$$

bedeutet m den Modulus der Briggischen Logarithmen, so ist bei Benutzung dieser

$$\lambda = m \cdot \varepsilon \cdot T.$$

Es ergiebt sich also auch, dafs bei gleicher Schwingungsdauer die logarithmischen Dekremente den widerstehenden Kräften oder letztere den ersteren proportional sind.

Diesen letzten Satz wandte Weber zur Untersuchung der Induktion mit Hilfe des Dynamometers an.

Es zeigt sich nämlich, wenn man ein Pendel oder einen Magnet oder eine bifilar aufgehängte Rolle einfach in der Luft schwingen läfst, dafs die Schwingungsbogen in einer geometrischen Reihe abnehmen, so dafs daraus folgt, dafs der Widerstand der Luft bei diesen langsamen Bewegungen der jedesmaligen Geschwindigkeit proportional ist.

Beobachtet man daher das logarithmische Dekrement, wenn man eine Bifilarrolle zunächst für sich schwingen läfst, so kann man den Einflufs des Luftwiderstandes auf die Schwingungen bestimmen.

Läfst man eine Bifilarrolle, deren Enden mit einander verknüpft sind, in der Nähe eines Magnetes schwingen, so wird durch die Bewegung in derselben ein Strom induziert, wenn die Bewegung derartig ist,

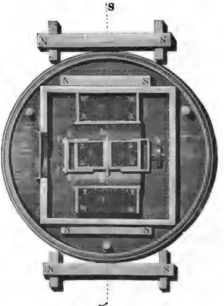
Digitized by Google

dafs der Spirale, wenn ein Strom sie durchfliefsen würde, von dem Magnete ein Drehungsmoment erteilt würde. Bewegt sich die Spirale in dem einen Sinne, so wird durch die Bewegung ein Strom induziert, so dafs durch die elektromagnetische Wirkung des Magnets auf den induzierten Strom der Spirale ein dem Sinne der augenblicklichen Bewegung entgegengesetztes Drehungsmoment erteilt wird, welches in jedem Augenblicke dem Produkte aus dem magnetischen Momente des Stabes und der Intensität des induzierten Stromes proportional ist. Da also diese elektromagnetische Wirkung zwischen dem induzierenden Magnete und dem induzierten Strome in jedem Momente der Bewegung der Bifilarrolle entgegenwirkt, so mufs durch diese die Schwingungsamplitude verkleinert werden.

Das zeigt sich auch in der That, es zeigt sich nämlich, dafs die Schwingungsweite einer Bifilarrolle, deren Enden mit einander verknüpft sind, wenn sie unter dem Einflusse eines Magnets schwingt, sehr viel rascher kleiner wird, als wenn sie schwingt, wenn kein Magnet in der Nähe ist, oder als wenn ihre Enden nicht mit einander verknüpft sind, so dafs der Induktionsstrom nicht zustande kommen kann.

W. Weber wandte zu seinen Versuchen das §. 118 beschriebene Dynamometer an; dasselbe wurde, wie Fig. 276 im Grundrifs zeigt, so aufgestellt, dafs die Bifilarrolle in der Ruhelage senkrecht zum magnetischen Meridian war. Aufserhalb des Kastens, welcher die Bifilarrolle umgab, wurden mehrere kleine Magnete teils nördlich, teils südlich hingelegt. Die Magnete lagen sämtlich senkrecht gegen den durch die Axe der Bifilarrolle gehenden magnetischen Meridian, und zwar nördlich und südlich von der Bifilarrolle symmetrisch und wie die Figur zeigt, in der N, N', S, S' die Nord- und Südpole bezeichnen, so, dafs die gleichnamigen Pole an derselben Seite lagen. Die Bifilarrolle wurde in Schwingungen gesetzt, wenn ihre Enden nicht in leitender Verbindung waren und mittels Fernrohr und Skala die Schwingungsbögen so lange beobachtet, bis sie zu klein waren, um noch mit Sicherheit bestimmt werden zu können. Aus der Vergleichung der Schwingungsbögen ergab sich das logarithmische Dekrement

Fig. 276.



$$\lambda = 0{,}002541.$$

Digitized by Google

Darauf wurden die Enden der Bifilarrolle mit einander in leitende Verbindung gebracht, so dafs die Induktionsströme zustande kommen konnten. Es fand sich, dafs die Schwingungsdauer sich nicht merklich änderte, dafs dagegen die Schwingungsbögen rascher abnahmen, und zugleich, dafs sie eine geometrische Reihe bildeten, deren logarithmisches Dekrement war

$$\lambda' = 0{,}002638.$$

Aus dieser Beobachtung ergiebt sich zunächst, dafs die Richtung der induzierten Ströme dem Lenzschen Gesetze entspricht, und ferner, dafs der in jedem Momente induzierte Strom der augenblicklichen Geschwindigkeit der Bewegung proportional ist. Denn das geometrische Gesetz der Abnahme der Schwingungsbögen beweist, dafs der Widerstand gegen die Bewegung der Geschwindigkeit derselben proportional ist. Dieser Widerstand setzt sich aus zwei Teilen zusammen, aus dem Widerstande der Luft und der elektromagnetischen Wirkung zwischen den Magneten und induzierten Strömen. Da der erstere Teil für sich der augenblicklichen Geschwindigkeit der Bewegung proportional ist, so mufs es auch der letzte Teil sein. Da die elektromagnetische Wirkung der Intensität der Induktionsströme proportional ist, so folgt, dafs auch diese Intensität der Geschwindigkeit der Bewegung proportional ist. Da der Widerstand hier immer derselbe ist, so folgt weiter, dafs die elektromotorische Kraft bei der Bewegung eines geschlossenen Leiters gegen einen Magnetpol der Geschwindigkeit der Bewegung proportional ist.

Das Mafs der elektromagnetischen Wirkung der Magnete auf die magnetelektrischen Ströme ist die Differenz der beiden logarithmischen Dekremente

$$\lambda' - \lambda = 0{,}000097.$$

Denn bezeichnen wir die von dem Widerstande der Luft herrührende verzögernde Kraft mit ε, die von der elektromagnetischen Wirkung herrührende mit ε', so ist in Briggischen Logarithmen

$$\lambda = m\varepsilon T$$

$$\lambda' = m(\varepsilon + \varepsilon')T,$$

somit

$$\lambda' - \lambda = m\varepsilon' T = \text{const}\ \varepsilon'.$$

W. Weber benutzte dieses Verfahren sogleich, um die Gesetze der elektrischen Induktion zu untersuchen, wenn ein geschlossener Leiter gegen einen andern von einem Strome durchflossenen Leiter bewegt wird. Das Verfahren war dem vorigen analog. Die Magnete am Dynamometer wurden fortgenommen und durch die feste Rolle des Dynamometers ein Strom von 3 Groveschen Elementen geleitet.

Bei offener Bifilarrolle wurden die Schwingungsbögen beobachtet und das logarithmische Dekrement bestimmt. Es fand sich

$$\lambda_1 = 0{,}002796.$$

Darauf wurde die Bifilarrolle geschlossen und wie vorhin verfahren. Die Schwingungsdauer wurde nicht geändert, die Schwingungsbögen nah-

Digitized by Google

men aber rasch ab, und wieder gehörten sie einer geometrischen Reihe an, deren logarithmisches Dekrement

$$\lambda'_1 = 0{,}005423$$

war.

Daraus folgt, dafs die Gesetze der Voltainduktion bei der Bewegung eines Leiters gegen einen Strom dieselben sind, wie die der Magnetoinduktion bei der Bewegung eines Leiters gegen einen Magnet, dafs also, wie es das Lenzsche Gesetz verlangt, eine Umkehr der Bewegung auch die Richtung der induzierten Ströme umkehrt, und dafs die elektromotorische Kraft der Induktion der Geschwindigkeit der Bewegung proportional ist.

W. Weber benutzte diese Gelegenheit zugleich, um die Magnetinduktion und Voltainduktion unter diesen Umständen zu vergleichen.

Er liefs zu dem Ende durch die Bifilarrolle einen schwachen Strom gehen und beobachtete das Drehungsmoment, welches die zu den vorigen Versuchen angewandten Magnete der Bifilarrolle erteilten, und dann das Drehungsmoment, welches die von dem zu den letzten Versuchen benutzten Strome durchflossene feste Rolle der Bifilarrolle erteilte. Diese Drehungsmomente verhielten sich wie

$$19{,}1 : 101{,}9,$$

das heifst der feste Strom erteilte der Bifilarrolle ein mehr als 5 mal so grofses Drehungsmoment als die Magnete. Da nun in beiden Fällen die Bifilarrolle von demselben Strome durchflossen war, so sind diese Zahlen zugleich das Mafs für die elektrodynamische Kraft der festen Rolle bei dem angewandten Strome und der elektromagnetischen Kraft der Magnete, wenn die Bifilarrolle von einem und demselben konstanten Strome durchflossen ist.

Ist nun die Stärke der unter den obigen gleichen Umständen induzierten Ströme einerseits dieser elektromagnetischen, andererseits dieser elektrodynamischen Kraft proportional, so müssen die induzierten Ströme sich verhalten wie

$$19{,}1 : 101{,}9.$$

Die elektromagnetischen und elektrodynamischen Wirkungen auf die schwingende induzierte Bifilarrolle, welche dem Produkte aus jenen Kräften und der Intensität der induzierten Ströme proportional sein müssen, müssen sich daher verhalten wie

$$(19{,}1)^2 : (101{,}9)^2 \text{ oder wie } 1 : 28{,}5.$$

Das Mafs dieser Wirkungen ist die Differenz der logarithmischen Dekremente, wenn die Bifilarrolle schwingt, das eine Mal mit verknüpften Enden, wenn also die Ströme zustande kommen, das andere Mal, wenn das nicht der Fall ist. Denn bezeichnen wir die den Schwingungen entgegenwirkende, vom Luftwiderstande herrührende Kraft im ersten Falle mit ε, im zweiten mit ε_1, die von der elektromagnetischen Wirkung herrührende mit ε' so ist, wie wir eben zeigten,

$$\lambda' - \lambda = \text{const } \varepsilon';$$

Digitized by Google

ist der von der elektrodynamischen Wirkung bei dem letzten Versuche herrührende Widerstand ε'_1, so ist ebenso

$$\lambda'_1 - \lambda_1 = \text{const}\,\varepsilon'_1;$$

somit

$$\frac{\lambda' - \lambda}{\lambda'_1 - \lambda_1} = \frac{\varepsilon'}{\varepsilon'_1}.$$

Diese Differenzen sind 0,000097 und 0,002627; und dieselben verhalten sich wie

$$97 : 2627 = 1 : 27{,}1.$$

Das Verhältnis der beobachteten logarithmischen Dekremente weicht von dem berechneten so wenig ab, dafs man diesen Unterschied den unvermeidlichen Beobachtungsfehlern zuschreiben darf. Dann ergiebt sich aus diesem Resultate:

1) Die durch Bewegung eines Leiters in der Nähe eines Magnets induzierten Ströme sind dem elektromagnetischen Drehungsmomente, in der Nähe eines geschlossenen Kreisstromes dem elektrodynamischen Drehungsmomente proportional, welches dem bewegten Leiter von dem Magnete oder dem Kreisstrome erteilt würde, wenn der Leiter von der Einheit der Stromstärke durchflossen wäre. Daraus folgt, dafs unter gleichen Umständen die induzierten Ströme dem magnetischen Momente der induzierenden Magnete oder der Intensität der induzierenden Ströme proportional sind.

2) Die durch Magnetoinduktion und die durch eine feste von einem konstanten Strome durchflossene Rolle in einem beweglichen Leiter induzierten Ströme sind einander gleich, wenn das elektromagnetische Drehungsmoment, welches der Magnet dem von einem konstanten Strome durchflossenen beweglichen Leiter erteilt, gleich ist dem elektrodynamischen Drehungsmomente, welches die feste Rolle dem von demselben Strome durchflossenen Leiter erteilt.

Aus den Weberschen Sätzen können wir noch weiter folgenden Satz ableiten. Wird ein Leiter aus einer Lage in der Nähe eines induzierenden Stromes oder Magnets in eine andere übergeführt, so ist die Summe der auf diesem Wege in Bewegung versetzten Elektricität unabhängig von der Geschwindigkeit der Bewegung, also immer dieselbe. Denn der gesamte durch eine solche Bewegung, die wir uns als gleichförmig denken wollen, induzierte Strom ist gleich dem Produkte aus der Anzahl der Zeitelemente, während welcher die Bewegung dauert, in den in jedem Zeitelemente induzierten Strom. Ändert sich nun die Geschwindigkeit der Bewegung, so nimmt die Intensität jedes einzelnen Elementarstromes in demselben Verhältnisse zu, als die Anzahl der Zeitelemente abnimmt. Das Produkt aus beiden ist also konstant.

Letzterer Satz ist auch durch Versuche von Felici[1]) bestätigt worden, indem er nachwies, dafs wenn man einen Leiter aus einer Lage, in welcher in ihm kein Strom induziert wird, in eine andere überführt, in demselben immer ein ebenso starker Strom induziert wird, als wenn man ihn in der

1) *Felici*, Ann. de chim. et de phys. III. Série T. XXXIV. 1852. Nuovo Cimento 1859. T. IX. p. 345.

Digitized by Google

letzteren Lage festhält und nun den induzierenden Strom öffnet oder schliefst.

Felici stellte nämlich neben einem mit einem Galvanometer verbundenen Drahtkreise *A* zwei andere beliebig geformte Drähte *B* und *C* auf, welche mit den Polen Voltascher Batterien verbunden werden konnten. Dieselben wurden so lange verschoben, dafs, wenn gleichzeitig in beiden der Strom geöffnet oder geschlossen wurde, in *A* kein Strom induziert wurde. Wenn dann nach dem Schliefsen der Ströme die beiden Drähte *B* und *C* gleichzeitig entfernt wurden, so wurde auch dadurch kein Strom erregt. Waren dagegen die Entfernungen der Rollen nicht so abgeglichen, so dafs also bei dem Öffnen und Schliefsen der Ströme *B* und *C* noch ein Strom entstand, so entstand auch bei der Entfernung der Rollen von einander immer ein Strom. Wenn also bei dem Öffnen und Schliefsen der induzierenden Ströme kein Strom entsteht, so auch nicht durch Bewegung der Leiter.

Nach dem Satze von Weber gilt dieser von Felici für die Voltainduktion bewiesene Satz sofort auch für Magnete, da wir jeden Stromkreis durch einen Magnet von gleicher elektromagnetischer Kraft ersetzen können. Damit ist die Magnetoinduktion vollständig gegeben, indem die Sätze von Lenz die Intensität der Induktionsströme beim Entstehen und Verschwinden des Magnetismus, und die Gesetze von Weber und Felici die Intensität derselben bei Bewegung des Leiters vollständig bestimmen. Nach letzteren ist die Intensität eines Induktionsstromes, der entsteht, wenn in eine Spirale ein Magnet gestofsen wird, gleich demjenigen, welcher entsteht, wenn in der Spirale ein solcher Magnet bis zu demselben Momente erregt wird; damit ist die Erregung der Induktionsströme bei der Bewegung auf die Gesetze von Lenz zurückgeführt.

Mit dem Weberschen Satze sind ferner auch schon die Gesetze der Voltainduktion gegeben, da wir nach demselben immer den Magnet durch eine Spirale ersetzt denken können, deren elektromagnetisches Moment dem magnetischen Momente der Magnete bei den Versuchen von Lenz gleich ist. Es wird deshalb auch bei der Voltainduktion die elektromotorische Kraft unabhängig sein von dem Stoffe und Querschnitte des induzierten Drahtes, sie wird bei Anwendung von Spiralen der Windungszahl der induzierten Spirale und ebenso dem Produkte aus der Stromstärke in die Windungszahl der induzierenden Spirale proportional sein.

Alle diese Folgerungen sind durch Versuche von Felici[1]) und Gaugain[2]) bestätigt wurden.

Eine ebensolche Bestätigung liefern die später noch zu besprechenden Versuche von Buff mit geradlinigen Stromleitern[3]), bei welchen er zeigte, dafs die in einem langen geradlinigen Draht durch einen kurzen ihm parallel gestellten induzierte elektromotorische Kraft dem Produkte aus der Stromstärke und der Länge des kürzeren Drahtes proportional ist, und dafs die elektromotorische Kraft unabhängig ist von der Natur und dem Querschnitt des induzierten langen Drahtes.

---

1) *Felici*, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. XXXIV.
2) *Gaugain*, Comptes Rendus T. XXXIX. p. 909 u. 1023.
3) *Buff*, Poggend. Ann. Bd. CXXVII.

Digitized by Google

Es ergiebt sich somit, dafs sowohl bei der Magnetoinduktion als auch bei der Voltainduktion die elektromotorische Kraft in einer induzierten Spirale mit der Zahl der Windungen und derselben proportional zunimmt. Damit nimmt aber die Intensität der Ströme in der Induktionsspirale nicht ebenso zu, ja wenn die Induktionsspirale in sich selbst geschlossen, also gar kein äusserer Widerstand zu überwinden ist, so kann mit steigender Windungszahl der induzierten Spirale die Stärke des induzierten Stromes sogar abnehmen. Würden die Windungen alle in einer Lage neben einander liegen, also der Durchmesser aller gleich sein, so würde die Stromstärke von der Windungszahl unabhängig sein, da in demselben Verhältnisse wie die elektromotorische Kraft wächst, auch der Widerstand zunimmt.

Werden aber die Windungen in mehreren Lagen übereinandergelegt, so nimmt die Länge des Drahtes, da die Windungen weiter werden, rascher zu als die Zahl der Windungen. Deshalb wächst der Widerstand rascher als die elektromotorische Kraft. Anders ist es jedoch, wenn ein bestimmter äufserer Widerstand zwischen den Enden der Induktionsspirale eingeschaltet ist, dann wird je nach der Gröfse des äufsern Widerstandes die Stärke des Stromes bis zu einer gewissen Grenze mit der Zahl der Windungen zunehmen[1]). Dagegen wird immer die Intensität des Induktionsstromes zunehmen, je besser die Leitungsfähigkeit des Drahtes ist; Kupfer- oder Silberdraht werden daher unter sonst gleichen Umständen die stärksten Ströme liefern.

In welcher Weise man aus einer gegebenen Kupfermasse und bei gegebener induzierender Kraft eine Induktionsspirale konstruieren mufs, um bei gegebenem äufseren Widerstande die stärksten Ströme zu erhalten, das läfst sich annähernd in derselben Weise bestimmen, wie wir die günstigste Anordnung eines Galvanometers berechnet haben. Denken wir uns eine induzierende Spirale zunächst von der gegebenen Kupfermasse in einer Windung umgeben; sei dann die elektromotorische Kraft der Induktion gleich e, der Widerstand des Kupfers gleich R, der äufsere Widerstand gleich r, so ist

$$J = \frac{e}{R + r}.$$

Wird jetzt der Ring in einen Draht von $n$facher Länge ausgezogen, dessen Querschnitt dadurch zugleich $\frac{1}{n}$ wird, und der ganze Draht in n Windungen um die induzierende Spirale geführt, so wird

$$J = \frac{ne}{n^2 R + r}.$$

Dieser Ausdruck erhält aber seinen gröfsten Wert, wenn

$$n^2 R = r,$$

wenn also der Widerstand der Spirale gleich ist dem äufseren Widerstande.

Da die Induktionsströme meistens zur Hervorrufung von Erschei-

1) *Lenz*, Poggend. Ann. Bd. XXXIV.

Digitized by Google

nungen benutzt werden, bei welchen die Widerstände r bedeutend sind, so werden die Induktionsspiralen gewöhnlich aus langen und dünnen Drähten konstruiert.

§. 141.

Extrastrom. Bevor wir die Theorie der Induktion in linearen Leitern näher betrachten, müssen wir noch einige besondere Fälle der Induktion etwas näher ins Auge fassen; wir beginnen mit der Induktion eines Stromes auf sich selbst.

Dafs ein Strom auch auf sich selbst induzierend wirkt, oder in seinem eigenen Stromkreise einen Strom induziert, ist zuerst von Jenkin[1]) und Masson[2]) beobachtet worden. Wenn man einen galvanischen Strom an einer Stelle unterbricht, so entsteht, wie wir schon früher sahen, ein Funke, der sogenannte Öffnungsfunke. Dieser Funke ist selbst bei kräftigen Strömen nur schwach, wenn der Stromkreis aus einem kurzen dicken Drahte besteht; derselbe wird aber lang, hell und klatschend wie ein aus einem geladenen Konduktor gezogener Funke, wenn die Drahtleitung des Stromes eine bedeutende Länge hat, und ganz besonders, wenn sich in dem Stromkreise eine aus vielen Windungen bestehende Spirale befindet, obwohl der Widerstand des Schliefsungskreises jetzt viel bedeutender ist als vorher.

Wenn man die beiden Enden des Leitungsdrahtes mit metallischen Handhaben versieht, und dann den Stromkreis unterbricht, indem man in jeder Hand eine der Handhaben hält, so erhält man eine Erschütterung, ähnlich wie wenn man eine Leydener Flasche durch seinen Körper entladet.

Diese Erscheinungen wurden von Faraday[3]) bestätigt und genauer untersucht; er zeigte, dafs diese Wirkung nur dann sich zeige, wenn der Stromkreis aus langen Drähten bestehe, am besten, wenn in demselben eine Spirale sich befindet. Ströme von solcher Stärke, dafs kurze dünne Drähte von demselben zum Glühen gebracht wurden, zeigten beim Unterbrechen des Stromes kaum einen Funken, während eine in denselben Stromkreis eingeschaltete Spirale, welche den Strom bedeutend schwächte, einen lebhaften Funken hervorrief.

Noch viel lebhafter wird dieser Funke oder, wenn man den Strom bei der Unterbrechung durch den Körper schliefst, die Erschütterung im Körper, wenn man in die in den Stromkreis eingeschaltete Spirale ein Stück weichen Eisens bringt.

Faraday erkannte in diesen Erscheinungen sofort einen speciellen Fall der Induktion, indem er in dem Öffnungsfunken die Ausgleichung des durch den verschwindenden Strom in der Leitung induzierten Stromes erkannte.

Betrachten wir, um diese Wirkung abzuleiten, zwei Windungen einer Spirale; schliefsen wir den Strom, so wird der in jeder Windung ent-

---

1) *Jenkin*, Faraday Experimental researches. Ser. IX. art. 1049. Poggend. Ann. Bd. XXXV.

2) *Masson*, Annales de chim. et de phys. T. LXVI.

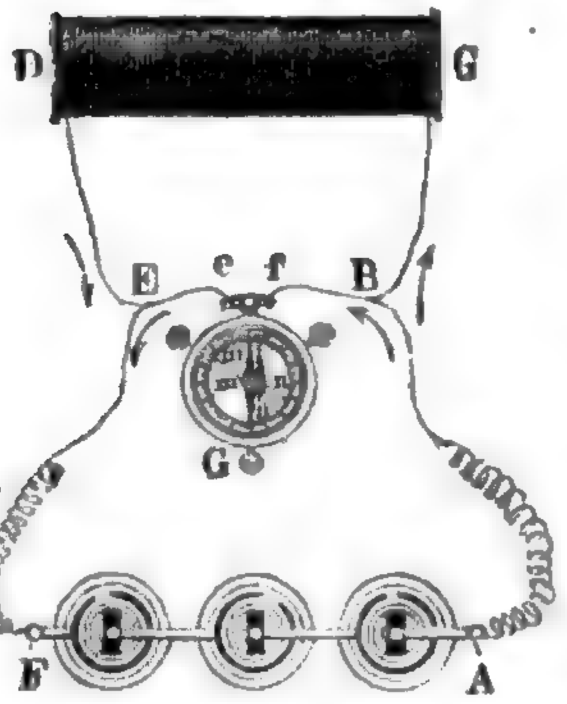
3) *Faraday*, Experimental researches. Ser. IX. Poggend. Ann. Bd. XXXV.

Digitized by Google

stehende Strom in der nebenliegenden einen Strom induzieren, dessen Richtung dem entstehenden Strome entgegengesetzt ist. Dadurch wird der beginnende Strom anfänglich geschwächt, so dafs er erst allmählich stärker werdend sich zu seiner ganzen Intensität entwickelt. Wenn man dann aber, nachdem der Strom konstant geworden ist, den Strom unterbricht, so wird in den einzelnen Windungen sehr rasch der Strom schwächer und deshalb induziert jede in den naheliegenden Teilen der Leitung einen rasch verlaufenden Strom, welcher sich dann durch die kurze Strecke der trennenden Luftschicht ausgleicht, da seine Intensität um so gröfser ist, weil seine Richtung der des verschwindenden gleich ist, beide Ströme sich also summieren. Diese in dem eigenen Stromkreise beim Schliefsen und Öffnen entstehenden Induktionsströme bezeichnet man nach Faraday als Extracurrents, Extraströme oder Gegenströme.

Es gelang Faraday, die Existenz der Extraströme auch durch die übrigen Wirkungen galvanischer Ströme nachzuweisen; er benutzte dazu die Vorrichtung Fig. 277. In den Stromkreis einer galvanischen Säule *FA* wurde eine Spirale *DG* eingeschaltet. Die zu der Spirale führenden Leitungsdrähte waren durch eine Brücke *BE* verbunden, in welcher zwischen den Enden *e*, *f*, um die Nebenleitung zu schliefsen, ein Galvanometer, oder ein dünner Platindraht, oder ein Zersetzungsapparat eingeschaltet werden konnte.

Fig. 277.



Ist bei *G* ein Galvanometer eingeschaltet, so würde die Nadel durch den durch *BE* in der Richtung der Pfeile hindurchgehenden Zweigstrom in einem bestimmten Sinne abgelenkt. An dieser Ablenkung kann man sie verhindern, indem man an der Seite, nach welcher die Nadel abgelenkt würde, einen kleinen Stift anbringt, an den dann die Nadel angedrückt wird. Unterbricht man den Strom zwischen *A* und *B*, so wird plötzlich die Nadel nach der entgegengesetzten Seite abgelenkt. Diese Ablenkung ist Folge des durch die Brücke sich ausgleichenden, in der Spirale induzierten Öffnungsextrastromes, welcher, da er in der Spirale dieselbe Richtung hat wie der induzierende Strom, in der Brücke entgegengesetzt gerichtet ist und von *E* nach *B* fliefst. Wird in die Spirale ein weicher Eisenkern gelegt oder ein Bündel von Eisendrähten, so ist, da dann beim Öffnen des Stromes auch der verschwindende Magnetismus in der Spirale einen dem ursprünglichen gleich gerichteten Strom induziert, die Ablenkung der Nadel bedeutend stärker[1]).

Auch durch den bei der Schliefsung erregten Extrastrom kann man bei der Anordnung Fig. 277 eine Ablenkung der Galvanometernadel erhalten. Man verfährt dazu folgendermafsen[2]). Die bei dem vorigen Versuche an der Nadel angebrachte einseitige Hemmung wird fortgenommen;

1) *Faraday*, a. a. O. art. 1079 ff.
2) *Faraday*, a. a. O. art. 1103.

die Nadel wird dann durch den durch BE gehenden Zweigstrom um eine gewisse Gröſse abgelenkt. In dieser abgelenkten Stellung wird die Nadel festgehalten, indem man an der Seite der Gleichgewichtslage neben ihr einen kleinen Stift befestigt. Darauf wird der Strom unterbrochen.

Bei einer darauf folgenden Schlieſsung wird die Nadel im ersten Momente, trotzdem in der abgelenkten Lage die Wirkung des Stromes auf die Nadel schwächer ist, weil sie den Windungen des Galvanometers nicht parallel ist, viel stärker abgelenkt. Diese Ablenkung ist Folge des Schlieſsungsextrastromes, welcher in der Spirale der Richtung des entstehenden Stromes entgegengesetzt gerichtet ist, in der Brücke also sich zu dem entstehenden Strome summiert.

Ersetzt man das Galvanometer in der Brücke durch einen dünnen kurzen Platindraht, so wird derselbe von dem durch die Brücke flieſsenden Zweigstrome nicht zum Glühen erhitzt; der Öffnungsstrom, besonders wenn in der Spirale ein Eisenkern sich befindet, bringt ihn zum Glühen und kann ihn selbst abschmelzen. Es ist hierbei notwendig, daſs man bei diesem Versuche die Brücke erst schlieſst, nachdem der Strom in der Spirale hergestellt ist. Auch durch den Schlieſsungsstrom kann man den Draht zum Glühen bringen, indem man einen solchen Draht wählt, daſs schon ein etwas stärkerer als der konstante Strom in der Brücke ihn zum Glühen bringt. Dann wird derselbe auch beim Schlieſsen derselben momentan zum Glühen gebracht, indem in der Brücke der entstehende und der Schlieſsungsextrastrom sich summieren[1]).

Um chemische Zersetzungen hervorzubringen, ist es notwendig, daſs die Spirale einen Eisenkern enthält. Faraday legte die Enden e und f des Brückendrahtes auf ein mit Jodkaliumlösung getränktes Papier in der Art, wie er es anwandte, um die Zersetzung durch den elektrischen Strom der Leydener Flasche zu zeigen. Diese Anordnung wurde hergestellt, als der Strom geschlossen war; es erschien an der positiven Elektrode kein Jod, so lange der Strom geschlossen blieb.

Sobald aber der Strom geöffnet wurde, erschien an der vorher negativen Elektrode ein Jodfleck, wieder ein Beweis, daſs in der Brücke der Extrastrom beim Schlieſsen dem ursprünglichen Strome entgegengesetzt gerichtet ist.

Auch durch den Schlieſsungsstrom erhielt Faraday Abscheidungen von Jod, deren Herrühren von dem Schlieſsungsstrome dadurch bewiesen wurde, daſs die Jodmenge nicht bei andauernder Schlieſsung vermehrt wurde[2]).

Indem Buff rasch nach einander eine Anzahl Öffnungsströme oder Schlieſsungsextraströme in der Nebenleitung induzierte, gelang es ihm sogar durch die Extraströme Wasser zu zersetzen[3]). Buff benutzte dazu einen dem Doveschen Disjunktor ähnlichen Apparat, den er Analysator nennt. In einer der Fig. 277 ähnlichen Anordnung, welche statt des Galvanometers ein Voltameter enthielt, wurde der Disjunktor Fig. 273 eingeschaltet, so daſs das eine Rad c den Hauptstrom schloſs, das andere c'

---

1) *Faraday*, a. a. O. art. 1081 u. 1004. *Buff*, Poggend. Ann. Bd. CXXX.
2) *Faraday*, a. a. O. art. 1088 u. 1102.
3) *Buff*, Poggend. Ann. Bd. CXXX.

Digitized by Google

dagegen die Nebenleitung von E über G nach B. Je nach der Stellung des Rades c' kann man es dann dahin bringen, dafs in der Nebenleitung nur der Schliefsungsextrastrom zustande kommt oder der Öffnungsstrom, ganz in derselben Weise, wie es S. 1024 für die Induktionsströme auseinandergesetzt wurde.

Um die Zersetzung durch den Schliefsungsstrom zu erhalten, wurde das Rad c' so gestellt, dafs der Zweig etwas früher geschlossen und auch wieder unterbrochen wurde als der Hauptstrom. Die Stromstärke wurde so gewählt, dafs bei dauernder Schliefsung des Zweiges und des Hauptstromes im Voltameter infolge der Polarisation keine merkliche Wasserzersetzung eintrat. Bei Benutzung einer Spirale von 500 Windungen trat sofort eine lebhafte Wasserzersetzung ein, als der Analysator gedreht wurde, welche etwa auf das Sechsfache stieg, als in die Spirale ein Bündel Eisendrähte gelegt wurde.

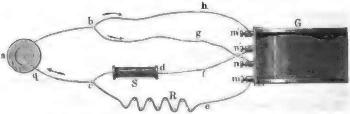
Bedeutend stärker war die Wasserzersetzung, als nur der Öffnungsstrom durch das Voltameter geführt wurde, sie betrug unter Anwendung derselben Spirale etwa das Dreifache, ein Umstand, der zum Teil darin seinen Grund hat, dafs der Schliefsungsstrom sich nur teilweise durch das Voltameter ausgleicht und besonders darin, dafs, wie Buff nachweist, die Wasserzersetzung durch den Schliefsungsstrom stärker durch die Polarisation gestört wird.

Ebenso hat Dove[1]) die Existenz des Schliefsungsextrastromes nachgewiesen; wir werden bei Erwähnung der Doveschen magnetoelektrischen Maschine auf diesen Nachweis zurückkommen.

Die quantitativen Verhältnisse der Extraströme sind vorzugsweise von Edlund, Rijke und Buff untersucht worden.

Edlund[2]) benutzte zu seinen Versuchen die Anordnung Fig. 278; der Strom einer aus drei Elementen bestehenden Groveschen Säule a teilt sich bei c in zwei Zweige ce und cf; die beiden Zweige führen derart

Fig. 278.



zu zwei Windungsreihen eines Weberschen Galvanometers (S. 907), dafs dasselbe als Differentialgalvanometer dient, dafs also der mit der Klemme m verbundene Strom das Galvanometer in entgegengesetzter Richtung durchläuft als der mit der Klemme n' verbundene. Ersterer verläfst das Galvanometer bei m' und geht über h nach b, letzterer verläfst es bei n und geht über g nach b. In dem Zweige cdn' ist eine Spirale S, in dem

1) *Dove*, Poggend. Ann. Bd. LVI.
2) *Edlund*, Poggend. Ann. Bd. LXXVII.

Digitized by Google

Zweige cem ein Widerstand R von zickzackförmig über Glasstäben ausgespannten Kupferdrähten eingeschaltet. Letzterer wird so abgeglichen, daſs der Widerstand beider Zweige genau gleich groſs ist, so daſs also die Nadel des Galvanometers durch den konstanten beide Zweige durchlaufenden Strom nicht abgelenkt wird. Ist diese Gleichheit für eine Stromstärke erreicht, so gilt sie auch für alle, so daſs die Nadel nicht abgelenkt wird, welche Änderungen man auch in dem Stammstrome bac anbringen mag.

Wenn bei q der Strom unterbrochen wird, so wird in der Spirale S der Öffnungsextrastrom induziert, welcher, wenn er dieselbe in der Richtung cd durchläuft, das Galvanometer zunächst in der Richtung $n'n$ umkreist, dann von n über b, h nach m' geht und das Galvanometer in der Richtung $m'm$, also in derselben Richtung, wie in den anderen Windungen umkreist; die Wirkung beider Windungen auf die Nadel des Galvanometers summiert sich also, die Nadel wird abgelenkt und aus der Ablenkung läſst sich die Stärke des Extrastromes bestimmen.

Sei zu dem Ende der Widerstand in dem Zweige $cdfn'ngb = r$, in dem Zweige $cemm'hb = r_1$, und sei die elektromotorische Kraft des Öffnungsstromes gleich k, sei ferner die Ablenkung, welche die Galvanometernadel erhält, wenn durch die Windungen mm' ein Strom von der Intensität eins hindurchgeht, gleich μ, wenn ein solcher durch nn' hindurchgeht, gleich ν, so ist, da wir hier die Ablenkung, welche mit Fernrohr und Skala bestimmt wird, einfach der Stromstärke proportional setzen können, die in dem Galvanometer durch den Öffnungsstrom hervorgebrachte Ablenkung

$$A = \frac{k}{r + r_1}(\mu + \nu).$$

Die Widerstände r und r_1 waren so abgeglichen, daſs die Ablenkung durch den konstanten Strom im Galvanometer sich aufhob; ist nun $\mu = \nu$, so ist auch, da in Stromzweigen sich die Stromstärken umgekehrt wie die Widerstände verhalten, $r = r_1$, denn nur dann können die Stromstärken in den beiden Zweigen gleiche Ablenkungen der Galvanometernadel hervorbringen, wenn sie einander gleich sind. Ist aber μ von ν verschieden, so daſs also die durch gleiche Ströme der Galvanometernadel von den beiden Windungen erteilten Ablenkungen nicht gleich sind, so sind die Stromstärken, welche die Windungen entgegengesetzt durchlaufend die Ablenkung der Nadel aufheben, verschieden, sie verhalten sich umgekehrt wie μ zu ν. Die Widerstände r und r_1 müssen sich dann direkt verhalten wie μ zu ν, oder es muſs

$$\frac{\mu}{r} = \frac{\nu}{r_1}.$$

In beiden Fällen ergiebt sich also

$$A = \mu \cdot \frac{k}{r}.$$

Die Ablenkung A ist der Intensität des Induktionsstromes und die elektromotorische Kraft desselben ist dem Produkte aus der beobachteten Ablenkung und dem Widerstande r proportional.

Wird der Strom bei q wieder geschlossen, so bildet sich in der

Digitized by Google

Spirale S der Schließungsextrastrom; derselbe fließt in der Spirale von d nach c und verzweigt sich dort teils nach a teils nach cm. Um die Ablenkung des Galvanometers zu erhalten, muß man die Stromstärke in den Zweigen r und r_1 bestimmen; sei dieselbe J und J_1, sei die elektromotorische Kraft des Schließungsstromes k_1 und der Widerstand des Stromes $cab = R$. Ist schließlich die elektromotorische Kraft der Kette n gleich E, die Stromstärke in $cab = J_2$, so ist nach den Kirchhoffschen Gleichungen

$$J = J_1 + J_2; \quad Jr + J_2 R = k_1 - E; \quad J_1 r_1 - J_2 R = E$$

und daraus

$$J = \frac{k_1(R + r_1) - r_1 E}{r(R + r_1) + Rr_1}, \qquad J_1 = \frac{k_1 R + rE}{r(R + r_1) + Rr_1}.$$

Die Ablenkung der Galvanometernadel ist dann, da beide Ströme die Nadel in demselben Sinne umkreisen,

$$A_1 = J\mu + J_1\nu = \frac{k_1[\mu(R + r_1) + \nu R] + E(\nu r - \mu r_1)}{r(R + r_1) + Rr_1}$$

und daraus, da $\mu r_1 = \nu r$,

$$A_1 = \frac{\mu k_1 \left\{R + r_1 + \frac{Rr_1}{r}\right\}}{r\left\{R + r_1 + \frac{Rr_1}{r}\right\}} = \mu \cdot \frac{k_1}{r}.$$

Die Ablenkung durch den Schließungsstrom ist also ebenfalls unabhängig von der Beschaffenheit des Stammes bac, sie ist der Intensität des Stromes direkt proportional; die elektromotorische Kraft desselben ist dem Produkte aus der beobachteten Ablenkung und dem Widerstande r proportional.

Nach dieser Methode hat Edlund zunächst gezeigt, daß der Öffnungs- und Schließungsstrom gleiche Intensität haben, wenn im Momente der Unterbrechung der induzierende Strom noch dieselbe Stärke hat, welche er gleich nach dem Schließen erreichte. Es ergiebt sich das unter andern aus folgenden Versuchen.

Stromstärke des induzierenden Stromes	Ausschlag der Nadel		Stärke des Öffnungsstromes		Differenz
	beim Öffnen	beim Schließen	beobachtet	berechnet	
33,8	6,93	8,60	6,93	7,32	− 0,39
42,1	9,20	11,38	9,20	9,12	+ 0,08
44,8	9,61	10,48	9,61	9,71	− 0,10
51,9	11,08	14,37	11,08	11,24	+ 0,14
54,2	12,30	12,62	12,30	11,85	+ 0,15
80,3	17,45	23,48	17,45	17,40	+ 0,05
108,4	23,76	25,86	23,76	23,49	+ 0,27
113,6	25,09	27,33	25,09	24,61	+ 0,48

Digitized by Google

Die Ablenkung der Nadel ist beim Schliefsen zwar immer etwas gröfser als beim Öffnen; der Grund dafür liegt aber offenbar darin, dafs auch bei den konstanten Ketten eine, wenn auch nur schwache Polarisation eintritt, wodurch gleich nach Schlufs der Kette der Strom etwas stärker ist als später.

Die fünfte Kolumne der obigen Tabelle, welche aus der ersten erhalten ist, indem die entsprechenden Stromstärken mit 0,21665 multipliziert sind, beweist ferner, dafs die Intensität der Extraströme derjenigen der induzierenden Ströme direkt proportional ist.

Rijke[1]) hat durch ganz ebenso angeordnete Versuche diese beiden Sätze von Edlund bestätigt, und zu denselben noch den Satz gefügt, dafs eben dieselben Gesetze noch gültig sind, wenn man in die Induktionsspirale einen Eisenkern hineinbringt, und ebenso, wenn man in der Nähe der den Extrastrom erzeugenden Spirale noch eine Induktionsspirale anbringt. Das Gleiche ergeben die vorhin erwähnten Versuche Buffs, der die chemischen Wirkungen des Extrastromes zu seinen Messungen verwandte.

§. 142.

Ströme induziert durch Reibungselektricität. Der Entladungsschlag der Leydener Flasche ist von so kurzer Dauer, dafs Beginnen des Stromes und Aufhören fast zusammenfallen; Faraday glaubte deshalb, dafs dieser Strom nicht imstande sei Induktionswirkungen auszuüben, da der Schliefsungsstrom und Öffnungsstrom so nahe zusammenfallen würden, dafs sie sich gegenseitig aufheben. Es ist das jedoch keineswegs von vornherein klar; im Gegenteil ist es sehr wohl möglich, dafs die Induktionsströme selbst nahezu so rasch verlaufen wie der Entladungschlag der Leydener Flasche; dann wird dieser zwei einander entgegengesetzte Ströme induzieren, welche zeitlich noch auseinanderfallen, also wirklich zustande kommen können. Wirkungen, welche von der Richtung der Stromes abhängig sind, würde man mit diesen Strömen allerdings nicht erzielen können, aber durch Wärmewirkungen oder physiologische Zuckungen müfsten sie mit Sicherheit nachzuweisen sein.

In der That sind diese Ströme fast gleichzeitig und unabhängig von einander von Marianini[2]) und Riess[3]) entdeckt worden, und sogar durch eine Wirkung, welche einen Strom bestimmter Richtung voraussetzt; Marianini hat nämlich eine Nadel durch einen solchen Strom magnetisiert, und Riess fand, dafs in einer Magnetisierungsspirale, welche mit einer geschlossenen Induktionsspirale umgeben war, eine Nadel stärker normal magnetisiert wurde, als durch den Entladungsschlag allein. Letztere Erscheinung ergiebt sich leicht; durch den Schliefsungsstrom wird zwar die Wirkung des induzierenden Stromes, bis derselbe sein Maximum erreicht hat, geschwächt, von dem Momente aber wird die Wirkung desselben durch den Öffnungsstrom verstärkt.

Die Beobachtung Marianinis wird durch eine Untersuchung Wiede-

---

1) *Rijke*, Poggend. Ann. Bd. CII.

2) *Marianini*, Memorie di fisica sperimentale. Modena 1838. *Riess*, Reibungselektricität. Bd. II. §. 809.

3) *Riess*, Poggend. Ann. Bd. XLVII. Reibungselektricität. Bd. II. §. 807 ff.

Digitized by Google

manns[1]) über das Magnetisieren erklärt, in welcher er gezeigt hat, dafs, wenn man eine Stahlnadel durch einen Strom von gewisser Stärke magnetisiert hat, ein entgegengesetzter Strom gleicher Stärke die Nadel nicht nur entmagnetisiert, sondern sogar schon entgegengesetzt magnetisiert.

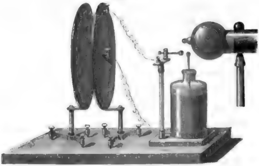
Riess hat die Existenz der Nebenströme dann in folgender Weise direkt durch das Luftthermometer nachgewiesen.

Eine Drahtspirale von 111 Windungen eines 1,3 mm dicken, 2,5 m langen Kupferdrahtes wurde in eine Glasröhre gesteckt und darauf die Glasröhre in 107 Windungen mit einem fünf Meter langen Kupferdrahte umwickelt, dessen Enden mit einem Luftthermometer verbunden waren. Jede Entladung der Batterie durch den inneren Draht brachte in dem Thermometer eine Temperaturerhöhung hervor.

Wurde an die Stelle des Thermometers eine Magnetisierungsspirale eingeschaltet, so konnten Nähnadeln magnetisiert werden.

Die physiologischen Wirkungen der Induktionsströme konnten am besten mit Induktionsscheiben erhalten werden. Dieselben bestehen aus Scheiben von trocknem Holze, in welche auf der einen Seite entweder Spiralen (Fig. 279) oder eine Anzahl konzentrischer Kreise eingeschnitten sind, welche durch Furchen mit einander verbunden sind. Der Mittel-

Fig. 279.



punkt der Scheibe ist durchbohrt und der Anfang des in die Kreise gelegten Drahtes, sowie auch das Ende durch die Scheibe hindurchgesteckt und auf der hinteren Seite durch Klemmschrauben befestigt.

Um zwei ganz gleiche Scheiben derart, deren Drahtwindungen genau parallel sind, zu erhalten, schwärzt man die Drahtwindungen der fertigen Scheibe mit Kohle und drückt sie dann auf einer zweiten Scheibe ab.

Zwei solcher Scheiben stellt man einander gegenüber, indem man entweder eine auf die andere legt mit zugewandten Drähten und durch eine Glasscheibe von einander getrennt, oder indem man die Scheiben vertikal an Glasfüfsen befestigt. Mit zwei solchen Scheiben, welche 5,4 mm von einander entfernt waren, erhielt Riess schon sehr unangenehme Schläge, wenn die Nebenspirale mit Handhaben versehen durch den Körper ge-

1) *Wiedemann*, Poggend. Ann. Bd. C u. CVI.

Digitized by Google

schlossen und durch die induzierende Spirale die Elektricitätsmenge sechs (Kugeln der Maßflasche 1,3 mm entfernt) aus vier Flaschen entladen wurde.

Die quantitativen Gesetze des Nebenstromes hat Riess hauptsächlich durch das Luftthermometer studiert. Es ergab sich, daß der Nebenstrom unter sonst gleichen Umständen mit der Stärke der Ladung nach demselben Gesetze zunimmt wie der Hauptstrom; die Erwärmung im Thermometer war dem Produkte aus der entladenen Elektricitätsmenge in die Dichtigkeit derselben proportional. Der Nebenstrom ist also der Stärke des Hauptstromes proportional.

Ebenso fand Riess, daß die in der Nebenspirale bewegte Elektricitätsmenge der Windungszahl der Hauptspirale proportional und daß sie von der Drahtdicke und der Substanz der Nebenspirale, dem Verzögerungswerte derselben unabhängig ist.

Die quantitativen Gesetze der Induktion sind also für reibungselektrische Ströme dieselben wie für galvanische Ströme.

Die Magnetisierung durch den Nebenstrom ist ebenfalls von Riess genauer untersucht worden[1]), indes läßt sich in derselben nichts Gesetzmäßiges erkennen; es würde von Interesse sein, dieselbe nach den Untersuchungen Feddersens und v. Lipharts wieder aufzunehmen, vielleicht daß sich dann gerade mit Hilfe dieser Wirkung der Nebenstrom genauer studieren ließe. Denn nach den Untersuchungen Feddersens, welcher den Hauptstrom in eine Menge oscillierender Ströme zerlegt hat, muß der Induktionsstrom des Entladungsschlages ein äußerst kompliziertes Phänomen sein, er muß aus einer ganzen Reihe hin- und hergehender Ströme bestehen.

Chemische Wirkungen lassen sich durch diese Induktionsströme nicht erhalten, es gelingt aber, wenn man in den Stromkreis des Induktionsstromes eine Luftstrecke einschaltet, indem auch hier nur der Öffnungsstrom zustande kommt; legt man die Enden der Induktionsspirale dann auf mit Jodkalium befeuchtetes Papier, so tritt Ausscheidung von Jod ein[2]).

§. 143.

Unipolare Induktion. Bei den bisher betrachteten Erscheinungen der Magnetoinduktion wurden Ströme induziert, wenn der Magnetismus erregt oder geschwächt, und wenn den Leitern Magnete genähert oder von ihnen entfernt wurden, wenn also allgemein gesprochen in Bezug auf den Leiter die Magnetkraft verstärkt oder geschwächt wird.

Eine allgemeine Anwendung des Lenzschen Gesetzes ergiebt unter gewissen Bedingungen indes auch Induktionsströme durch Magnete, wenn das nicht der Fall ist, wenn die Magnetkraft in Bezug auf die Leiter sich nicht ändert; es muß danach nämlich in allen Fällen durch mechanische Bewegung eines Magnets in der Nähe eines Leiters ein Strom erregt werden, wenn ein den Leiter durchfließender Strom dem Magnete eine entgegengesetzte Bewegung erteilen würde. Es muß demnach auch durch

1) *Riess*, Poggend. Ann. Bd. XLVII. Reibungselektricität. Bd II. §. 835 ff.

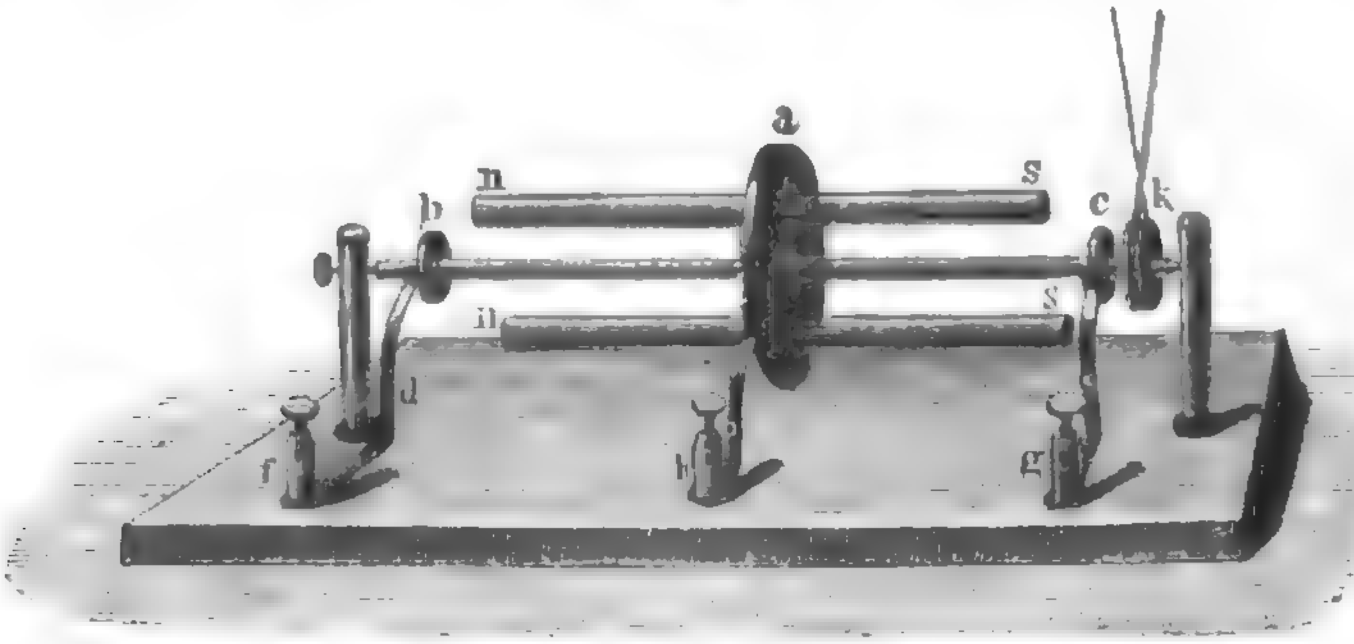
2) Die im zweiten Abschnitte ausführlicher besprochenen oscillierenden Entladungen der Batterieen können ebenfalls als Induktionserscheinungen aufgefaßt werden und zwar als die durch die Entladungen bedingten Extraströme.

Digitized by Google

Bewegungen, welche man den Magneten in der Art der elektromagnetischen Rotationen erteilt, in Leitern, welche so liegen, dafs Ströme in ihnen derartige Rotationen hervorbringen, ein Induktionsstrom erregt werden. In der That lassen sich diese Induktionsströme leicht zeigen, wenn man die in §. 125 betrachteten Rotationen mechanisch hervorbringt, wie Faraday[1]), W. Weber[2]) und Plücker[3]) ausführlich gezeigt haben.

Einen sehr hübschen Apparat, welcher die direkte Umkehr des in Fig. 240 beschriebenen Versuches bietet, und den im wesentlichen Plücker angegeben hat, beschreibt Wiedemann[4]). Zwei Magnete Fig. 280 *ns*

Fig. 280.



werden der metallischen Axe *bc* parallel in einer Kupferscheibe *a* befestigt, welche auf die Axe *bc* aufgesetzt ist. Auf derselben Axe befinden sich zwei kleine Metallscheiben *b* und *c*, auf welchen die mit den Klemmen *f* und *g* verbundenen Federn schleifen; eine ebensolche mit der Klemme *h* verbundene Feder schleift auf dem Rande der Scheibe *a*. Durch einen um die gekehlte Scheibe *k* gelegten Schnurlauf werden die metallische Axe und mit ihr die Magnete in rasche Rotation versetzt. Verbindet man entweder die Federn *f* oder *g* und *h* mit einem Galvanometer, so wird die Nadel abgelenkt, ein Beweis, dafs durch die Bewegung der Magnete in dem Stromkreise ein Strom induziert wird. Die Richtung des Stromes ergiebt sich unmittelbar aus dem Lenzschen Gesetze. Ist *h* und *f* mit dem Galvanometer verbunden und drehen sich, von *h* aus gesehen, die Magnete wie der Zeiger einer Uhr, so fliefst der Strom in der Axe von *a* nach *b*, da ein solcher Strom die Magnete in der entgegengesetzten Richtung drehen würde. Daraus ergiebt sich auch die Richtung der Ströme bei anderer Verbindung oder anderer Drehung. Werden *f* und *g* mit dem Galvanometer verbunden, so entsteht kein Strom, wie sich nach dem Lenzschen Gesetze schon aus den §§. 124 und 125 ergiebt.

W. Weber hat besonders die zuerst von Faraday beobachtete Induktion untersucht, welche eintritt, wenn ein Magnet um seine eigene Axe

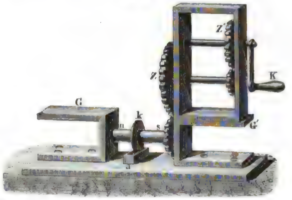
---

1) *Faraday*, Experimental researches. Ser. I u. II. Poggend. Ann. Bd. XXV.
2) *W. Weber*, Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins im Jahre 1837.
3) *Plücker*, Poggend. Ann. Bd. LXXXVII.
4) *Wiedemann*, Galvanismus. 2. Aufl. Bd. II. 2. §. 723.

Digitized by Google

gedreht wird. Den von ihm benutzten Apparat zeigt Fig. 281. Ein cylindrischer Magnet *ns* ist horizontal zwischen den beiden Stahlgabeln G, G' drehbar befestigt; es sind zu dem Ende auf seine Endflächen Spitzen aufgesetzt, welche in Vertiefungen der Gabeln liegen. Auf dem

Fig. 281.



Magnete ist nahe seinem einen Ende ein Zahnrad befestigt, in dessen Zähne die Zähne des grofsen Rades Z eingreifen. Dieses Rad sitzt auf einer gezähnten Axe, in welche die Zähne des Rades Z', welches durch die Kurbel K gedreht wird, eingreifen. Auf den Magnet ist ferner eine Kupferscheibe k aufgesetzt, welche in das Quecksilber der Rinne a taucht. Wird der Magnet in rasche Rotation versetzt, und die Gabel G und das Quecksilber mit einem Galvanometer in Verbindung gesetzt, so durchläuft dasselbe ein Strom. Dasselbe geschieht, wenn man G und a mit dem Galvanometer verbindet, nicht aber, wenn G und G' mit demselben leitend verbunden sind.

Wie man sieht ist dieser Versuch unmittelbar die Umkehr des in Fig. 242 §. 125 beschriebenen Versuches; die Richtung des Stromes ergiebt sich daher nach dem Lenzschen Gesetz folgendermafsen. Ist n der Nordpol und fliefst ein Strom von G nach a, so wird durch die nicht mit dem Magnet fest verbundenen Stromteile der Magnet von G aus gesehen wie der Zeiger einer Uhr gedreht; wird daher der Magnet durch mechanische Mittel, von G aus gesehen, wie der Zeiger einer Uhr gedreht, so wird in den nicht mit dem Magnet fest verbundenen Stromteilen ein Strom induziert, welcher durch den Magnet von a nach G fliefst. Daraus ergeben sich die anderen Fälle von selbst.

Diese Induktionserscheinungen, welche man nach Weber die unipolare Induktion nennt, kommen nur zustande, wenn die Enden des mit dem Magnete nicht fest verbundenen Stromteiles so liegen, dafs die von den Magnetpolen zu ihnen gezogenen Linien mit der Magnetaxe verschiedene Winkel bilden, dafs also nach der Bezeichnung des §. 125 S. 896

$$cm\,[(\cos\vartheta_2 - \cos\vartheta_1) - (\cos\eta_2 - \cos\eta_1)]$$

Digitized by Google

von null verschieden ist. Es entsteht daher nur ein Strom, aber auch immer dann, wenn das nicht mit dem Magnete fest verbundene Leiterstück so endigt, dafs durch die Wechselwirkung desselben mit dem Magnetpole, wenn es von einem Strome durchflossen wird, Leiter und Magnet sich gegenseitig ein Drehungsmoment erteilen, welches den einen um den anderen, oder um eine dazwischenliegende Drehungsaxe dreht.

Die unipolare Induktion durch Rotation des Magnets um seine eigene Axe ergiebt sich nach diesem Princip, wie die Rotation des Magnets um seine Axe durch einen Strom, am besten, wenn wir den Magnet als ein Bündel von Linearmagneten betrachten. Die Pole dieser Linearmagnete induzieren dann bei der Rotation in derselben Weise in dem nicht mit dem Magnete fest verbundenen Leiterteile einen Strom, wie wenn ein Magnet um eine aufser ihm liegende Axe gedreht wird.

Nach der Ampèreschen Theorie und dem Lenzschen Gesetze ist also der Sitz der elektromotorischen Kraft bei all diesen Induktionen in dem mit dem Magnete nicht fest verbundenen Leiterstücke zu suchen, gerade wie bei den Rotationen die Ursache der Bewegung in dem nicht mit dem Magnete fest verbundenen Stromteile liegt.

Eine ganz andere Anschauung von der Ursache der Induktion oder vielmehr, um es richtiger auszudrücken, von dem Sitze der elektromotorischen Kraft bei diesen Strömen, vertritt Plücker[1]). Dieselbe beruht auf einer direkten Anwendung des Biot-Savartschen Gesetzes, deren wir damals nicht erwähnt haben, und von der wir nur bemerken, dafs nach derselben ein Magnetpol nicht unmittelbar durch einen Solenoidpol ersetzt werden kann. Während nach der Ampèreschen Theorie die Wechselwirkung zwischen einem Magnetpole und einem Stromelemente dieselbe ist, wie zwischen einem Solenoidpole und dem Elemente, also die auf der durch das Element und die Verbindungslinie von Pol und Element senkrecht wirkende Kraft die Resultierende ist aus den Anziehungen und Abstofsungen, welche die einzelnen Stromelemente des Solenoids auf das betrachtete Stromelement ausüben, ist bei dieser Anwendung des Biot-Savartschen Gesetzes die Wirkung zwischen Magnetpol und Stromelement unmittelbar einem Kräftepaar gleich zu setzen, dessen Ebene senkrecht zur Ebene des Elements ist und durch die Verbindungslinie von Pol und Element geht. Während nach der ersten Theorie zwischen einem Magnetpole und mit ihm starr verbundenen Elemente keine Wechselwirkung stattfinden kann, weil durch die starre Verbindung den elementaren Anziehungen und Abstofsungen das Gleichgewicht gehalten wird, werden nach der letzteren Theorie ein Stromelement und ein mit demselben festverbundener Magnetpol, welche sich im übrigen frei bewegen können, um einander rotieren. Die bewegende Kraft hat daher nach dieser Anschauungsweise bei den elektromagnetischen Bewegungen in dem Magnete und den mit demselben festverbundenen Leiterteilen ihren Sitz[2]). Ganz ebenso ist auch der Sitz der elektromotorischen Kraft bei den zuletzt betrachteten Induktionserscheinungen nicht in den festen Leiterteilen, sondern in den mit dem Magnet bewegten, also bei der Drehung des

1) *Plücker*, Poggend. Ann. Bd. LXXXVII.
2) *Beer*, Poggend. Ann. Bd. XCIV.

Digitized by Google

Magnets um seine eigene Axe in dem Magnet selbst zu suchen. Wenn ein Magnet um seine eigene Axe sich dreht, so werden hiernach die beiden Elektricitäten in demselben geschieden; ist der Magnet isoliert, so befindet sich die eine Elektricitätsart in den Polen, die andere auf der Indifferenzzone; wird ein Pol mit der Indifferenzzone leitend verbunden, so gleichen sich in der Leitung die Elektricitäten aus[1]).

Wie man sieht liegt hierin eine Methode, um die beiden Theorien experimentell zu entscheiden; denn nach der einen mufs ein rotierender Magnet Spannungselektricität an seinen Polen und in seiner Mitte zeigen, wenn er isoliert rotiert; nach der anderen Theorie darf das nicht der Fall sein. Es ist indes bis jetzt noch kein Versuch darüber angestellt worden, ob diese Spannungselektricität vorhanden ist oder nicht[2]).

§. 144.

Induktion durch den Erdmagnetismus. Wie wir im §. 139 sahen, wird durch die rasche Drehung eines Stromkreises in der Nähe eines Magnets in dem Kreise ein Strom induziert; diese Induktion ergab sich aus dem Lenzschen Gesetze, da ein Stromkreis, welcher der magnetischen Axe des Magnets parallel ist, durch den Einflufs des Magnets so gedreht wird, dafs seine Ebene zur magnetischen Axe senkrecht steht. Da nun ein Kreisstrom ebenfalls durch den Magnetismus der Erde gerichtet wird, so mufs auch durch Drehung eines Stromkreises um eine in seiner Ebene liegende Drehungsaxe allein durch den Magnetismus der Erde ein Strom induziert werden können. Denken wir uns einen Kreisstrom um eine horizontale, zur Ebene des magnetischen Meridians senkrechte Axe drehbar, so wird sich dieser Kreis so stellen, dafs jene Ebene zur Richtung der Inklination senkrecht ist, und dafs von oben her gesehen der Strom wie der Zeiger einer Uhr kreist. Kreist der Strom umgekehrt, so befindet sich der Stromkreis in der labilen Gleichgewichtslage, und der geringste Anstofs wird bewirken, dafs sich der Stromkreis um 180° dreht. Wenn man daher einen solchen Stromkreis senkrecht zur Richtung der Inklinationsnadel hält, und ihn dann um seinen horizontalen zur Meridianebene senkrechten Durchmesser um 180° dreht, so mufs ein Strom induziert werden, welcher der eben angegebenen Richtung entgegengesetzt ist.

Auch dieser Fall der Induktion ist zuerst von Faraday[3]) beobachtet worden. Eine Spirale, deren Enden mit den Leitungsdrähten eines Galvanometers verbunden waren, wurde so gehalten, dafs ihre Längsrichtung mit der Richtung der Inklinationsnadel zusammenfiel, und dann um 180° gedreht; die Nadel des Galvanometers wurde abgelenkt. Durch Multiplikation, indem die Spirale jedesmal aus ihrer augenblicklichen Lage wieder um 180° gedreht wurde, wenn die Nadel nach der ersten Ablenkung

---

1) *Plücker*, a. a. O.

2) *Beer*, a. a. O. Man sehe auch die Abhandlungen von *Riecke*, Wiedem. Ann. Bd. I und Bd. XI, in welch letzterer Riecke zu dem Schlusse gelangt, dafs bei vollständiger Durchführung beide Theorieen zu dem gleichen Resultat führen; ferner *Lorberg*, Poggend. Ann. Erg.-Bd. VIII. S. 581.

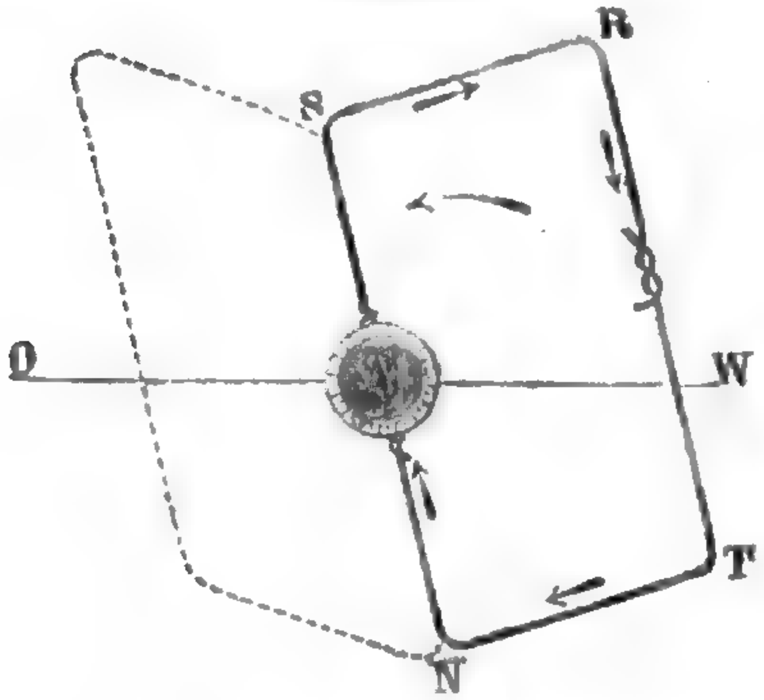
3) *Faraday*, Experimental researches Ser. II. art. 148 u. 171 ff. Poggend. Ann. Bd. XXV.

Digitized by Google

wieder zur Gleichgewichtslage zurückgekehrt war, konnte die Nadel so in Schwingungen von 80^0-90^0 versetzt werden.

Noch in einer anderen sehr einfachen Weise hat Faraday die Induktion durch den Erdmagnetismus gezeigt. Ein etwa 2 m langer Kupferdraht wurde mit seinen Enden an die Enden der Galvanometerdrähte befestigt und dann (Fig. 282) in Form eines Rechtecks *NTRS* über dem Galvanometer gebogen. Wurde das Rechteck, dessen untere Seite *NS* dem magnetischen Meridiane parallel war, schnell von der Rechten zur Linken, von *W* nach *O* bewegt, so zeigte die Ablenkung der Galvanometernadel einen Strom an, welcher in der Richtung der Pfeile das Rechteck umkreiste, also unten von Norden nach Süden ging. Diese Stromrichtung ist mit dem Lenzschen Gesetze in Übereinstimmung, denn das von einem solchen Strom durchflossene Rechteck würde durch die Vertikalkomponente des Erdmagnetismus in entgegengesetzter Richtung gedreht.

Fig. 282.



Sehr viel kräftigere Induktionsströme erhält man, wenn man zugleich den Magnetismus der Lage benutzt; ja schon allein durch denselben werden die Induktionsströme unter sonst gleichen Umständen um vieles kräftiger. Faraday steckte in die vorhin erwähnte Spirale ein Stück weichen Eisens und kehrte den Cylinder in der angegebenen Weise um; bei dreimaliger Wiederholung des Umkehrens beschrieb die Nadel bei ihren Schwingungen einen Halbkreis. Ein nicht viel schwächerer Strom wurde erhalten, als ein weicher Eisencylinder rasch in die der Induktionsrichtung parallele Spirale hineingestofsen wurde; durch mehrmaliges den Schwingungsphasen entsprechendes Einschieben und Ausziehen konnte auch so die Nadel in Schwingungen von 180^0 versetzt werden[1]).

Palmieri und Santi Linari[2]) haben später durch Anwendung mehrerer mit weichen Eisencylindern versehenen und mit einander verbundenen Spiralen so kräftige Ströme erhalten, dafs sie mit denselben Wasser zersetzen und die physiologischen Wirkungen der Induktionsströme nachweisen konnten.

Eine sehr interessante Anwendung von der Induktion durch den Erdmagnetismus hat W. Weber gemacht, nämlich die Bestimmung der Inklination[3]). Das Princip der Methode ist folgendes. Stellt man einen kreisförmigen, um eine horizontale, in seiner Ebene liegende, zur Ebene des Meridians parallele Axe drehbaren Leiter horizontal, und dreht ihn dann um 180^0, so wird durch die vertikale Komponente des Erdmagnetismus

---

1) *Faraday*, a. a. O. art. 140 ff. *Nobili* und *Antinori*, Poggend. Ann. Bd. XXIV.

2) *Palmieri* und *Santi Linari*, Poggend. Ann. Bd. LIX, Bd. LXII.

3) *W. Weber*, Poggend. Ann. Bd. XC.

Digitized by Google

in ihm ein Strom induziert, dessen Stärke der vertikalen Komponente des Erdmagnetismus proportional ist. Ist demnach T die totale Intensität des Erdmagnetismus und φ der Inklinationswinkel, so ist

$$J = a\,T \sin\varphi,$$

worin a eine von den Dimensionen des Leiters abhängige Konstante ist, welche die Stärke des durch die Einheit des Magnetismus in dem Leiter erregten Stromes bedeutet.

Wird derselbe Leiter senkrecht zur Ebene des magnetischen Meridianes um eine vertikale Axe drehbar aufgestellt und rasch um 180° gedreht, bis er also wieder zum Meridiane senkrecht ist, so wird in dem Leiter ein Strom induziert, dessen Stärke ganz ebenso der horizontalen Komponente des Erdmagnetismus proportional, also gegeben ist durch

$$J' = a\,T \cos\varphi.$$

Aus diesen beiden Gleichungen folgt

$$\frac{J}{J'} = \operatorname{tang}\varphi,$$

die Tangente des Inklinationswinkels ist dem Quotienten der durch die vertikale und die horizontale Komponente des Erdmagnetismus induzierten Ströme gleich.

Diese Methode ist viel genauer als die Bestimmung der Inklination durch Bussolen, und um so genauer, da jede einzelne Bestimmung eine viel kürzere Zeit in Anspruch nimmt, man also die Inklination für einen bestimmten Zeitpunkt zu bestimmen imstande ist. Die einzige Schwierigkeit derselben liegt in der geringen Intensität der Induktionsströme, wodurch ein kleiner, bei der Bestimmung derselben begangener Fehler auf das Resultat schon von bedeutendem Einfluſs ist. Man muſs deshalb zur Erlangung der gröſsten Genauigkeit den Induktionsstrom möglichst verstärken und zugleich den Meſsapparat so einrichten, daſs er schwache, sehr rasch verlaufende Ströme genau zu messen gestattet.

Um ersteres zu erreichen, wand Weber um eine hölzerne Rolle von 718,3 mm Durchmesser und 120,05 mm Breite einen mit Baumwolle übersponnenen und mit Guttapercha überzogenen Kupferdraht von 542,296 m Länge, dessen Gewicht 19,820 kg betrug. Ein Stück von 1 mm Länge wiegt hiernach 36,55 mg, das specifische Gewicht des Kupfers betrug 8,8178, so daſs der Querschnitt des Drahtes im Mittel 4,145 qmm war. Der Draht bildete 605 Umwindungen in 18 Lagen. Die Rolle konnte in einem starken hölzernen Rahmen so aufgestellt werden, daſs die der Ebene der Windungen parallele Umdrehungsaxe genau horizontal oder genau vertikal war. Die Ebene der Windungen war im ersten Falle genau horizontal, im andern genau vertikal und senkrecht zur Ebene des Meridians. Mittels eines Schnurlaufs konnte sie rasch um genau 180° gedreht werden.

Die Enden des Drahtes waren mit einer Multiplikatorrolle in Verbindung, welche den Magnetstab eines Magnetometers umgab; diese Rolle bestand aus zwei Kupferdrähten, jeder von 992,656 m Länge, welche jeder in 25 Lagen und 779 Windungen um einen Cylinder von 1,0274 m Durchmesser gewunden waren; das Gesamtgewicht dieser Drahtmasse war

Digitized by Google

80,642 kg, der mittlere Querschnitt 8,1682 qmm. Die Ablenkung des Magnets durch den momentanen Induktionsstrom wurde mit Fernrohr und Skala beobachtet.

Mit diesem Apparate wurden in Göttingen vom 2. bis zum 12. Aug. 1852 jeden Tag vier Bestimmungen gemacht und zwar

Morgens 1 Uhr	Nachmittags 1 Uhr
„ 7 „	„ 7 „

Es ergab sich im Mittel die Inklination

Morgens 1 Uhr 67° 20′ 37″	Nachmittags 1 Uhr 67° 20 52″
„ 7 „ 67° 18′ 1″	„ 7 „ 67° 19′ 21″

mit Abweichungen vom Mittel, welche im Durchschnitt 1—2 Minuten betrugen und im schlimmsten Falle einmal 7′ waren, ein Beweis von der aufserordentlichen Genauigkeit, welche nach dieser Methode erreicht werden kann.

Die von Weber angewandte Gröfse der Apparate ist indes zur Erreichung dieser Genauigkeit nicht erforderlich; man kann alle Dimensionen des Multiplikators ohne Nachteil auf die Hälfte verkleinern, also mit 10 kg Kupferdraht ausreichen, und dem entsprechend kann auch der Kupferdraht der Induktionsrolle auf die Hälfte verkleinert werden.

Noch in einer andern Weise hat Weber die Induktion benutzt, um die Inklination zu bestimmen, welche jedoch voraussetzt, dafs sie an einer Stelle auf anderem Wege bestimmt ist[1]).

Versetzt man einen Stromkreis um eine horizontale, dem magnetischen Meridiane parallele Axe in eine kontinuierliche Rotation, so ist auf der einen Hälfte des Weges der Strom demjenigen auf der anderen Hälfte des Weges entgegengesetzt, da der Strom immer in dem auf einer Seite der Meridianebene befindlichen Halbkreise absolut dieselbe Richtung haben, also z. B. auf der Westseite nach Norden fliefsen mufs. Würde man deshalb die Enden eines solchen Leiters mit einem Galvanometer verbinden, so könnte in demselben die Nadel nicht abgelenkt werden, da durch die schnell sich folgenden Ströme von entgegengesetzter Richtung die Ablenkung aufgehoben würde. Würde man aber im Centrum des Kreises der Rotationsaxe parallel eine Magnetnadel anbringen, so würde diese durch die in dem Kreise abwechselnd gerichteten Ströme abgelenkt werden, da in Bezug auf die Nadel die Ströme in dem Kreise immer gleichgerichtet sind; es wird eben immer in der auf der Westseite des Meridianes befindlichen Hälfte der Strom z. B. nach Norden, in der andern nach Süden gerichtet sein, so dafs eben infolge des jedesmaligen Wechsels die Nadel abgelenkt wird. Diese Ablenkung der Nadel würde zugleich einfach dem durch die vertikale Komponente des Erdmagnetismus induzierten Strom direkt proportional sein, da der Magnetismus der in ihrer Ruhelage der Drehungsaxe parallelen Nadel in dem Kreise keinen Strom induzieren kann. Die Ablenkung der Nadel wird ferner bei nicht zu kleiner Drehungsgeschwindigkeit, so lange diese selbst konstant ist, eine konstante sein, da der

1) *W. Weber*, Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins im Jahre 1837. Poggend. Ann. Bd. XLIII.

Digitized by Google

Stromkreis während der ganzen Bewegung ablenkend auf die Nadel wirkt, und zwar bei jeder Umdrehung mit derselben Kraft. Die abgelenkte Nadel wird im Gleichgewicht sein, wenn die ablenkende Kraft des von der vertikalen Komponente induzierten Induktionsstromes gleich ist der Kraft, mit welcher die horizontale Komponente die Nadel in den Meridian zurückzieht. Bedeutet M den Magnetismus der Nadel, T die totale Intensität des Erdmagnetismus, so ist die Kraft, mit welcher die Nadel in der abgelenkten Lage, in der sie mit dem Meridian den Winkel v bildet, gehalten wird,

$$a\, M\, T \sin \varphi \cos v,$$

worin a eine von den Dimensionen und der Beschaffenheit des Leiters, sowie von der Geschwindigkeit der Drehung abhängige Konstante ist. Die die Nadel in den Meridian zurückziehende Kraft ist

$$M\, T \cos \varphi \sin v,$$

somit

$$\tang v = a \tang \varphi.$$

Ist demnach φ an einem Orte bestimmt, so läfst sich für einen bestimmten Apparat und für eine bestimmte Drehungsgeschwindigkeit die Konstante a bestimmen, und damit ist man imstande mit dem gegebenen Instrumente an allen Orten die Inklination zu bestimmen.

Zur Ausführung des Apparates wandte Weber einen Kupferring an, welcher mit einer horizontalen Axe versehen war; die Axe bestand aus zwei Teilen, der eine war an dem Ringe fest und durch ein an diesem angreifendes Getriebe wurde der Ring gedreht; der andere Teil, auf welchem sich der Ring drehte, war bis zur Mitte des Ringes verlängert und trug dort die Bussole.

Für die Konstante a ergab sich aus den Versuchen, dafs sie der Umdrehungsgeschwindigkeit proportional war.

Der Apparat ist besonders geeignet, um an Stelle von Lamonts Reisetheodolit die Inklination mit grofser Schnelligkeit und bei hinreichender Vorsicht auch mit Genauigkeit an verschiedenen Orten zu bestimmen.

§. 145.

Induktionsströme höherer Ordnung. Im §. 142 haben wir nachgewiesen, dafs auch der Entladungsschlag der Leydener Batterie einen Strom induziert; dadurch ist es wahrscheinlich gemacht, dafs auch die Induktionsströme selbst wieder auf geschlossene Leiter induzierend wirken und so neue Induktionsströme erregen können. Henry[1]) hat diese Ströme nachgewiesen, indem er eine Anzahl Spiralen von bandförmigem Kupferblech und flache Drahtspiralen nach Art der Fig. 283 gegen einander gruppierte. Durch die Spirale a wurde der primäre, induzierende Strom geleitet; derselbe induzierte in der Spirale b und der mit derselben verbundenen Spirale c einen Schliefsungsstrom, und durch diesen wird wieder in der Spirale d ein Strom induziert, der am einfachsten durch die Erschütterung nachgewiesen wird, welche er dem Körper erteilt, wenn

1) *Henry*, Poggend. Ann. Ergänzungsband I. Bd. LIV.

Digitized by Google

man durch Festhalten der Handhaben den Stromkreis mit dem Körper schliefst. Henry nennt den durch den primären Strom erregten Induktionsstrom einen Strom zweiter Ordnung, und die durch diesen erregten Ströme solche dritter Ordnung.

Fig. 283.

Durch Vervielfältigung der Spiralen in ähnlicher Anordnungsweise wurden noch Ströme vierter und fünfter Ordnung erhalten, und in ähnlicher Weise durch die physiologischen Wirkungen nachgewiesen.

Die Ströme höherer Ordnung können ebensowenig als die durch den Entladungsschlag der Batterie erhaltenen Induktionsströme einfach sein, der Strom dritter Ordnung mufs doppelt, der vierter Ordnung mufs aus vier hin- und hergehenden, und der Strom fünfter Ordnung aus acht solchen Strömen bestehen. Es ergiebt sich das unmittelbar aus einer direkten Anwendung des ersten Gesetzes der Induktion. Der Strom zweiter Ordnung erzeugt bei seinem Entstehen und bei seinem Verschwinden einen Strom dritter Ordnung, deren erster dem Strome zweiter Ordnung entgegengesetzt gerichtet ist, während der zweite demselben gleichgerichtet ist. Jeder dieser Ströme dritter Ordnung erzeugt zwei Ströme vierter Ordnung. Die Richtungen dieser Ströme ergeben sich in derselben Weise; nennen wir die Richtung des primären Stromes positiv, so erhalten wir für die Induktionsströme folgendes Schema:

	beim Schliefsen	beim Öffnen
primäre Ströme	+	+
Ströme II. Ordnung	−	+
„ III. „	+ −	− +
„ IV. „	− + + −	+ − − +
„ V. „	+ − − + − + + −	− + + − + − − +

Die einzelnen Ströme höherer Ordnung nachzuweisen, ist nicht wohl möglich; es läfst sich aber auf verschiedene Weise zeigen, dafs sie in der That aus hin- und herlaufenden Strömen bestehen. Leitet man z. B. die Ströme durch ein Galvanometer, so findet keine Ablenkung der Nadel statt, wenn die Nadel sich in der Gleichgewichtslage befindet; ist aber die Nadel abgelenkt, so wird die Ablenkung vergröfsert, nach welcher Seite sie auch abgelenkt ist[1]). Daraus folgt mit Sicherheit, dafs durch das Galvanometer abwechselnd gerichtete Ströme gehen, denn diese Vergröfserung der Ablenkung ist Folge einer temporären Magnetisierung der

1) *Abria,* Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. VII.

Galvanometernadel, welche sie in jeder abgelenkten Lage erhält, und ergiebt sich folgendermafsen. Sei das ursprüngliche Moment der Nadel gleich M, und die Intensität der Ströme $+J$, wenn sie die Ablenkung der Nadel zu vergröfsern, $-J$, wenn sie dieselbe zu verkleinern streben. Der Strom J erzeuge in der Nadel das Moment m. Der Strom, der die Ablenkung der Nadel zu vergröfsern strebt, verstärkt dann auch das Moment M der Nadel um m, so dafs das Moment der Nadel $M+m$ und die ablenkende Kraft $cJ(M+m)$ wird. Der Strom $-J$ schwächt das Moment der Nadel um dieselbe Gröfse, er verwandelt es in $M-m$, die ablenkende Kraft dieses Stromes wird daher $-cJ(M-m)$. Die Differenz dieser beiden Kräfte

$$2cJm$$

vergröfsert daher unter allen Umständen die Ablenkung der Nadel[1]).

Ebenso läfst sich der Nachweis durch ein Voltameter führen; denn leitet man z. B. die Ströme III. Ordnung durch ein solches, dessen Elektroden aus Wollastonschen Spitzen bestehen, so entwickelt sich an beiden Elektroden Knallgas, und es tritt keine Polarisation derselben ein. Das ist nach Versuchen von Verdet[2]) selbst der Fall, wenn man bei häufiger Unterbrechung des primären Stromes mit Hilfe eines Disjunktors in der Induktionsspirale für die Ströme II. Ordnung nur den Öffnungs- oder Schliefsungsstrom zustande kommen läfst. Dadurch ist also bewiesen, dafs jeder einzelne Induktionsstrom zwei abwechselnd gerichtete Induktionsströme induziert, wodurch dann obiges Schema gerechtfertigt ist[3]).

§. 146.

Theorie der Induktion von F. E. Neumann. Eine Theorie der elektrischen Induktion in linearen Leitern kann in doppelter Weise erhalten werden; nach der einen sucht man gestützt auf die Grunderscheinungen der Induktion, also besonders auf das Gesetz von Lenz, welches dieselben experimentell zusammenfafst, einen allgemeinen Grundsatz, aus welchem man dann durch mathematische Deduktionen die einzelnen Fälle der Induktion ableiten und die Intensität der Ströme in jedem Falle berechnen kann. Der andere Weg geht einen Schritt weiter zurück; auf diesem sucht man selbst die ersten Thatsachen der Induktion, welche der eben angedeutete Weg zum Ausgangspunkte nimmt, aus den Gesetzen der elektrischen Anziehung und Abstofsung zu erklären, und weiter aus diesem Gesetze selbst durch mathematische Entwickelungen die einzelnen Fälle der Induktion vollständig zu bestimmen. Beide Wege sind eingeschlagen worden; der erste von Neumann, der zweite von W. Weber; wir müssen uns hier darauf beschränken, die Grundzüge dieser Theorieen anzudeuten.

Neumann[4]) geht in seiner mathematischen Theorie der induzierten

1) *Poggendorff*, Poggend. Ann. Bd. XLV. S. 349.

2) *Verdet*, Ann. de chim. et de phys. III. Sér. T. XXIX. *Masson*, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. LII.

3) Eine genauere Untersuchung der vier Ströme III. Ordnung hat *Buff* ausgeführt. Poggend. Ann. Bd. CXXXIV.

4) *Neumann*, Allgemeine Gesetze der induzierten elektrischen Ströme. Abhandlungen der Berliner Akademie 1845.

Digitized by Google

Ströme von der durch Bewegung der Leiter bewirkten Induktion aus, und legt seinen Betrachtungen außer dem Satze von Lenz, den von Weber experimentell bewiesenen Satz zu Grunde, daß die bei einer Bewegung stattfindende Induktion in jedem Augenblicke der Geschwindigkeit der Bewegung proportional sei.

Denken wir uns, daß ein Leiter A gegen einen von einem Strome durchflossenen Leiter B mit der Geschwindigkeit v bewegt werde. Wäre der Leiter A von einem Strome durchflossen, dessen Intensität wir der Einheit gleich setzen und dessen Richtung mit der des induzierten Stromes übereinstimmen soll, so würde die Längeneinheit des Leiters A der Längeneinheit des Leiters B infolge der elektrodynamischen Wechselwirkung zwischen beiden Leitern einen Bewegungsantrieb erteilen, dessen der augenblicklichen Bewegung des Leiters entgegengesetzte Komponente gleich γ sei. Zwei Elemente ds des Leiters A, $d\sigma$ des Leiters B würden sich demnach einen Antrieb

$$-\gamma\, ds\, d\sigma$$

erteilen, dem wir das negative Vorzeichen geben, um anzudeuten, daß dieser elektrodynamische Antrieb jenem, welcher der Richtung des induzierten Stromes entspricht, entgegengesetzt ist. Die Größe γ läßt sich nach den Gesetzen der Elektrodynamik aus der Lage der beiden Leiter berechnen.

Bezeichnen wir die in die Bewegungsrichtung des Elementes ds fallende elektrodynamische Wirkung des ganzen Stromes B auf die Längeneinheit des Leiters s dort wo das Element ds liegt mit C, so wird die elektrodynamische Wirkung des ganzen Stromes auf das Element ds gleich

$$-C\, ds.$$

Die durch die Bewegung des Leiters A in dem Elemente ds desselben induzierte elektromotorische Kraft setzt Neumann diesem elektrodynamischen Bewegungsantriebe proportional; da sie überdies der augenblicklichen Geschwindigkeit v, mit welcher das Element bewegt wird, proportional ist, so wird die auf das Element wirkende elektromotorische Kraft

$$E\, ds = -\varepsilon v C\, ds,$$

worin ε eine Konstante, die sogenannte Induktionskonstante ist. Da nach den vorliegenden Erfahrungen die elektromotorische Kraft der Induktion von der Beschaffenheit des induzierten Leiters unabhängig ist, so ist auch ε davon unabhängig, es ist, wie Neumann sagt, eine universelle Konstante. Wodurch der Wert derselben bedingt ist, werden wir gleich sehen. Die in dem ganzen Leiter A erregte elektromotorische Kraft erhalten wir durch Summierung obiger für das Element ds erhaltenen elektromotorischen Kraft über den ganzen Leiter, also

$$\int E\, ds = -\varepsilon \int v C\, ds.$$

Über ein allgemeines Princip der mathematischen Theorie induzierter elektrischer Ströme. Abhandlungen der Berliner Akademie 1847.

Vorlesungen über elektrische Ströme, herausgegeben von Dr. *K. Vondermühl.* Leipzig 1884.

Digitized by Google

Würde der Leiter A während der Zeiteinheit mit dieser Geschwindigkeit bewegt, so erhalten wir die Intensität des Induktionsstromes durch Anwendung des Ohmschen Gesetzes, indem wir die elektromotorische Kraft durch den Widerstand L des Leiters dividieren, es wird

$$i = -\frac{\varepsilon v}{L}\int C\,ds.$$

In diesem Ausdrucke ist die Gröfse C, wie wir wissen, der Intensität i_1 des induzierenden Stromes proportional, so dafs

$$\int C\,ds = Z i_1$$

gesetzt werden kann, wo Z eine Zahl ist, denn es ist, um Z zu erhalten, nach dem Ampèreschen Gesetze die Konstante der Wirkung zweier Ströme für die Stromstärke eins zu berechnen. Setzen wir das ein, so wird

$$i L = -\varepsilon v Z i_1$$

oder

$$L = -\varepsilon Z \frac{i_1}{i} \cdot v.$$

In dieser Gleichung ist $Z \frac{i_1}{i}$ eine Zahl, v eine Geschwindigkeit und L ein Widerstand, man sieht, der Zahlenwert der Induktionskonstanten hängt ab von den gewählten Einheiten der Länge und der Zeit und des Widerstandes. Definieren wir die Induktionskonstante als einen reinen Zahlenwert, so ist damit eine bestimmte Definition des Widerstandes gegeben, er ist gleich dem Produkte einer Zahl in eine Geschwindigkeit. Setzen wir die Induktionskonstante gleich eins, so erhalten wir ein absolutes Mafs des Widerstandes, wie es W. Weber zuerst eingeführt hat. Bei der Zurückführung der Konstanten auf absolutes Mafs kommen wir auf dasselbe zurück.

Wird der Leiter A während der unendlich kleinen Zeit dt mit der Geschwindigkeit v bewegt, so wird der in dieser Zeit induzierte Strom, resp. die in dieser Zeit in Bewegung versetzte Elektricität

$$D = -\frac{\varepsilon}{L}\int v\,dt\,C\,ds,$$

oder setzen wir $v\,dt = dw$, da dieses Produkt das Wegeelement bedeutet, durch welches der Leiter bewegt wird,

$$D = -\frac{\varepsilon}{L}\int C\,ds\,dw.$$

Der Strom D, welchen Neumann den Differentialstrom nennt, ist der in einem bestimmten Momente der Bewegung in dem Leiter vorhandene Strom, wie ihn W. Weber bei seinen Versuchen mit dem Elektrodynamometer beobachtete, aus denen er ableitete, dafs die in jedem Zeitelemente erregte elektromotorische Kraft der augenblicklichen Geschwindigkeit der Bewegung des induzierten Leiters proportional ist. Wäre der Induktionsstrom während einer mefsbaren Zeit konstant, so würde man denselben ebenfalls durch die Ablenkung einer Magnetnadel beobachten können, da diese auch die augenblickliche Stärke des sie ablenkenden

Digitized by Google

Stromes angiebt. Da indes bei der gegen den Verlauf des Induktionsstromes grofsen Schwingungsdauer der Magnetnadel die Ablenkung stets eine ziemliche Zeit erfordert, so läfst sich durch dieselbe jener Strom nicht beobachten, man beobachtet vielmehr durch dieselbe, wie durch fast alle Mittel die Wirkungen oder die Stärke des sogenannten Integralstromes, das heifst die Summe aller während einer gewissen Zeit in den einzelnen Zeitelementen erregten Ströme. Wir erhalten dieselbe, wenn wir die Summe aller innerhalb des bestimmten Zeitraums oder auf dem Wege, welchen der induzierte Leiter innerhalb desselben zurücklegt, induzierten Differentialströme bilden. Bezeichnen wir diese Summe mit Σ, so ist

$$J = -\varepsilon \sum_{w_0}^{w_1} \frac{1}{L} \int dw\, C\, ds,$$

worin w_0 und w_1 die Grenzen des vom Leiter A zurückgelegten Weges bedeuten.

Wir können diesem Ausdruck leicht eine andere Form geben, in welcher er durch eine uns bekannte Gröfse ausgedrückt wird.

Das Integral

$$\int dw\, C\, ds,$$

welches über den ganzen Leiter ds zu nehmen ist, bedeutet die elektrodynamische Wirkung des gegebenen Stromes auf den Leiter A unter der Voraussetzung, dafs letzterer von einem Strome durchflossen sei, dessen Intensität gleich eins ist, parallel der Bewegungsrichtung w multipliziert mit dem Wegeelement dw. Wie wir im §. 117 bewiesen haben, können die den drei Koordinatenaxen parallelen Komponenten der Wirkung zweier geschlossener Ströme durch die negativ genommenen partiellen Differentialquotienten nach den Koordinaten der Funktion

$$W = -\tfrac{1}{2}\, i i' \int\!\!\int \frac{\cos \varepsilon}{r}\, ds\, ds'$$

erhalten werden, so dafs W als das Potential der beiden Ströme erschien. Daraus folgt nach der Theorie des Potentials (§. 6), dafs die Komponente der Wirkung zweier Ströme nach irgend einer Richtung durch den Differentialquotienten des Potentials nach dieser Richtung gegeben ist. Daraus folgt unmittelbar, dafs

$$\int dw\, C\, ds = -dw \frac{dW}{dw} = -dW,$$

oder dafs unser Integral gleich dem Differentiale des Potentials des gegebenen Stromes auf den Leiter ist, wenn der Leiter durch das Wegeelement dw verschoben wird.

Wir erhalten demnach für den Differentialstrom

$$D = \frac{\varepsilon\, dW}{L}$$

und für den Integralstrom

$$J = \varepsilon \sum_{w_0}^{w_1} \frac{dW}{L},$$

Digitized by Google

oder wenn wir voraussetzen, dafs der Widerstand des Leiters L sich während der Bewegung nicht ändert, dafs also der Leiter A während der ganzen Bewegung derselbe bleibt,

$$J = \varepsilon \frac{W_1 - W_0}{L}.$$

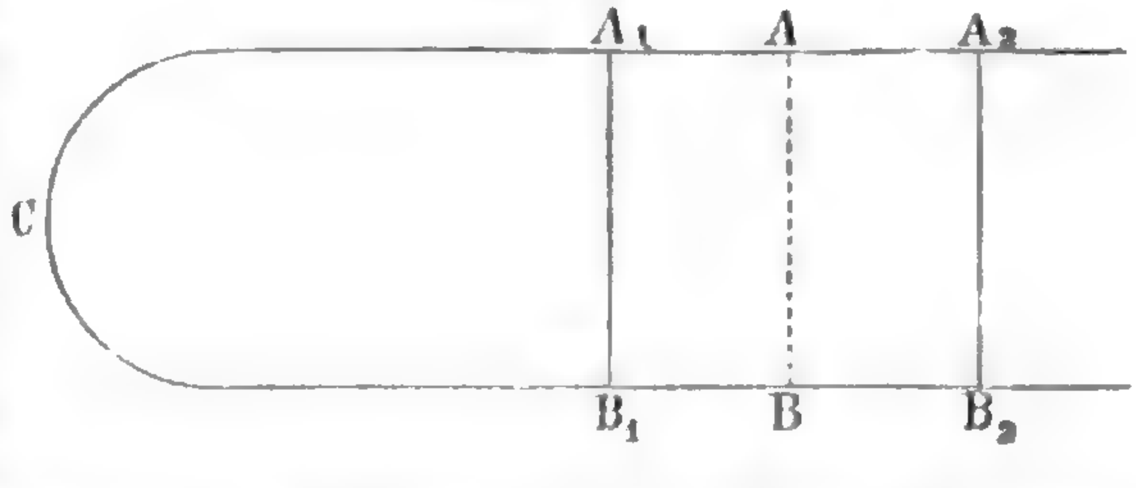
Der Integralstrom ist somit gleich dem Unterschiede der Potentiale des Stromes auf den bewegten Leiter, diesen von der Einheit des Stromes durchflossen gedacht in der Endlage und in der Anfangslage des Leiters multipliziert mit der Induktionskonstanten ε und dividiert durch den Widerstand des Leiters.

Einen Magnetpol können wir nach dem Frühern stets durch den im Endlichen liegenden Pol eines unendlichen Solenoides, dessen Fläche von einem Strome bestimmter Stärke umflossen wird, ersetzen oder auch einen vollständigen Magnet durch ein begrenztes Solenoid. Es folgt somit unmittelbar, dafs obige Ausdrücke uns auch die durch Bewegung eines Leiters in der Nähe eines Magnetes induzierten Ströme liefern, es bedeuten dann W_1 und W_0 die in gleichen Mafsen ausgedrückten Potentiale des Magnetes auf den Stromleiter.

Die im Differentialstrom oder auch im Integralstrom in Bewegung versetzte Elektricität hängt hiernach nur von der Änderung des Potentials ab, sie ist unabhängig davon, auf welchem Wege und in welcher Zeit diese Änderung eingetreten ist. In gewissem Sinne hängt aber doch die Intensität des Induktionsstromes von der Zeit ab, in welcher die Änderung vor sich geht. Je kürzer die Zeit ist, in welcher die Änderung vor sich geht, in um so kürzerer Zeit fliefst die durch die Änderung bewegte Elektricitätsmenge durch den Leiter, der Quotient aus der bewegten Elektricitätsmenge und der Zeit, welche uns bei fortdauerndem Strome die in der Zeiteinheit durch den Leiter fliefsende Elektricitätsmenge, somit die Intensität des Stromes in dem frühern Sinne geben würde, wird um so gröfser. Bei allen Wirkungen des Stromes, welche nicht nur von der Menge der fliefsenden Elektricität, sondern auch von der Zeit, in welcher sie abfliefst, abhängen, wird demnach die Dauer der Induktion von Einflufs sein.

Ebenso, wie uns obige Gleichungen die Induktion in einem bewegten Leiter in der Nähe eines ruhenden Stromes oder Magnetes liefern, geben sie uns auch ohne weiteres die Induktion, wenn in der Nähe des ruhenden Leiters ein Strom oder ein Magnet bewegt wird.

Fig. 284.



Neumann untersucht aufserdem noch im speciellen den Fall, dafs ein Leiter nur zum Teil bewegt wird, welche er als die Bewegung eines Leiters mit Gleitstellen bezeichnet. Eine solche Induktion würde z. B. gegeben sein, wenn ein Leiter ACB

in der Nähe eines Stromes gegeben wäre und nun nicht der ganze Leiter bewegt würde, sondern nur das Stück AB von $A_1 B_1$ nach $A_2 B_2$ gebracht würde; oder auch, wenn ACB ein geschlossener Strom in der Nähe eines Leiters wäre und nun in dem Strome der Teil AB von $A_1 B_1$ nach $A_2 B_2$ gebracht würde. Auch in diesem Falle ergiebt sich auf ganz denselben Grundlagen, dafs das Induktionsgesetz dasselbe ist. Das Potential des gegebenen Stromes etwa auf den Leiter $A_1 C B_1$ ist ein anderes als auf den Leiter $A_2 C B_2$, den Leiter stets von der Einheit des Stromes durchflossen gedacht. Ist trotz der eingeschalteten neuen Leiterteile der Widerstand derselbe geblieben, so ist auch jetzt der Integralstrom

$$J = \varepsilon \frac{W_1 - W_0}{L};$$

ist aber der Widerstand geändert, derselbe also ebenso wie das Potential eine Funktion des von dem Leiterteil AB zurückgelegten Weges, so wird der Integralstrom

$$J = \varepsilon \int_{w_0}^{w_1} \frac{dW}{L}.$$

Das Potential eines Stromes auf einen Leiter kann sich nicht nur durch Veränderung der gegenseitigen Lage beider ändern, sondern ebenso durch Änderung der Stromstärke. Da die frühern Entwickelungen gezeigt haben, dafs die elektromotorische Kraft der Induktion nur abhängt von der Änderung des Potentials des Stromes auf den Leiter, so werden wir auch in dem Falle einer Intensitätsänderung des Stromes die durch dieselbe im Leiter erzeugte elektromotorische Kraft dieser Änderung des Potentials proportional setzen müssen. Wird ein Leiter aus unendlicher Entfernung oder aus einer solchen Lage, in welcher das Potential des Stromes auf ihn gleich null ist, in eine Lage gebracht, in welcher das Potential W_1 ist, so ist der Integralstrom

$$J = \varepsilon \frac{W_1}{L}.$$

Befinden sich Strom und Leiter in dieser letztern Lage und ist der Strom gleich null, so ist auch dann das Potential gleich null, wächst der Strom von null bis zu einem solchen Werte i, dafs das Potential auf den Leiter, denselben von der Stromstärke eins durchflossen gedacht, gleich W_1 wird, so mufs auch dann der induzierte Integralstrom denselben Wert

$$J = \varepsilon \frac{W_1}{L}$$

haben. Ist bei fester Lage von Strom und Leiter gegen einander der Strom vor Eintritt der Intensitätsänderung ein solcher, dafs das Potential W_0 ist und geht derselbe durch Änderung der Intensität in W_1 über, so ist der induzierte Integralstrom

$$J = \varepsilon \frac{W_1 - W_0}{L}.$$

Die im §. 140 erwähnten Versuche von Felici, aus denen wir experimentell schlossen, dafs die Überführung eines Leiters aus einer Lage, in

Digitized by Google

welcher er von einem Strome nicht elektrodynamisch beeinflufst wird, in eine andere Lage denselben Strom induziert, wie wenn in der letztern Lage der Strom erst geschlossen wird, ist die unmittelbare experimentelle Bestätigung für die Richtigkeit dieser letztern Schlüsse.

Auch die Theorie des Extrastromes ist hiermit gegeben, es tritt einfach zur Bestimmung desselben an die Stelle des Potentials des Stromes auf den Leiter jenes des Stromes auf sich selbst. Entsteht ein Strom, so ist beim Beginne das Potential des Stromleiters auf sich selbst gleich null; ist der Strom entwickelt, so hat das Potential des Stromes auf sich selbst einen gewissen Wert, und hiermit berechnet sich der Integralstrom genau so wie die übrigen Induktionsströme.

Wir müssen uns hier damit begnügen, die Neumannsche Theorie so weit vorzuführen; Anwendungen auf die Berechnung einzelner Fälle können wir nicht geben, dieselben kommen immer auf die Auswertung von Potentialen heraus, welche, so einfach die Potentialformel ist, stets, selbst in den einfachsten Fällen, sehr komplizierte Rechnungen verlangen.

§. 147.

W. Webers Theorie der Induktion. W. Weber[1]) leitet in seiner Theorie der Induktionserscheinungen, wie es vor ihm in einem Falle schon Fechner[2]) versucht hatte, die experimentelle Grundlage Neumanns aus dem von ihm aufgestellten elektrischen Grundgesetze ab, nach welchem die Wirkung zweier elektrischer Massen abhängt von ihrer Gröfse, ihrer Entfernung von einander, ihrer relativen Geschwindigkeit und ihrer relativen Beschleunigung. Nach der Bezeichnung des §. 119 ist die Wirkung zweier elektrischer Massen auf einander

$$w = \frac{ee'}{r^2}\left\{1 - \frac{a^2}{16}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \frac{a^2}{8}\, r\, \frac{dv}{dt}\right\}.$$

Der einfachste Fall der Induktion ist der, in welchem ein stromloser Leiter in der Nähe eines ruhenden Stromes bewegt wird; untersuchen wir die Wirkung zweier Elemente auf einander in diesem Falle. Die Länge derselben sei ds, $d\sigma$; in dem Stromelemente $d\sigma$ befinden sich die Elektricitätsmengen $\pm e'd\sigma$ in entgegengesetzter gleich schneller Bewegung; in dem Elemente des bewegten Leiters befinden sich ebenfalls beide Elektricitäten in gleicher Menge, seien dieselben $\pm e\,ds$, so sind die vier auf einander einwirkenden elektrischen Massen

$$+ e'd\sigma, \qquad + e\,ds, \qquad - e'd\sigma, \qquad - e\,ds.$$

Die erste dieser Massen bewege sich mit der konstanten Geschwindigkeit $+ u'$ in der Richtung des Elementes $d\sigma$, welches mit der Verbindungslinie r der beiden Elemente den Winkel ϑ' bilde; die Masse $- e'd\sigma$ bewegt sich dann mit derselben Geschwindigkeit nach der entgegengesetzten Seite, sie hat also die Geschwindigkeit $- u'$. Die beiden andern elektrischen Massen werden zugleich mit dem sie tragenden Leiter fortbewegt, sie haben also dieselbe Geschwindigkeit $+ u$, welche mit der

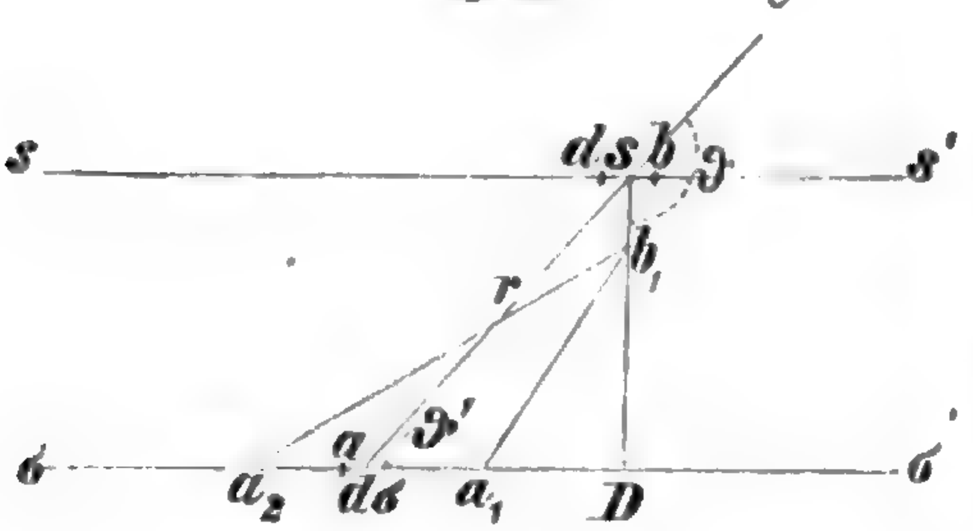
---

1) *W. Weber*, Elektrodynamische Mafsbestimmungen. Leipzig 1846.
2) *Fechner*, Poggend. Ann. Bd. LXIV.

Digitized by Google

über ds hinaus verlängerten Verbindungslinie r der beiden Elemente den Winkel ϑ bilde; die durch die Richtung dieser Bewegung und r gelegte Ebene bilde mit der durch r und $d\sigma$ gelegten Ebene den Winkel ω. Ist also Fig. 285 $\sigma\sigma$ der ruhende, ss der bewegte Leiter, $d\sigma$ das Element des Stromes, ds das des Leiters, und wird ss parallel sich selbst $\sigma\sigma$ genähert, so ist $\sigma' ab = \vartheta'$, $cbD = \vartheta$, und der Winkel $\omega = 0$, da die durch bD und r gelegte Ebene mit der durch r und $d\sigma$ gelegten zusammenfällt.

Fig. 285.



Die Anwendung des elektrischen Grundgesetzes giebt für die Wechselwirkung der vier Massen auf einander folgende allgemeine Ausdrücke

$$+e' \text{ auf } +e \cdots + \frac{e' e\, d\sigma\, ds}{r_1^2}\left\{1 - \frac{a^2}{16}\left(\frac{dr_1}{dt}\right)^2 + \frac{a^2}{8} r_1 \frac{dv_1}{dt}\right\}$$

$$-e' \quad \text{"} \quad -e \cdots + \frac{e' e\, d\sigma\, ds}{r_2^2}\left\{1 - \frac{a^2}{16}\left(\frac{dr_2}{dt}\right)^2 + \frac{a^2}{8} r_2 \frac{dv_2}{dt}\right\}$$

$$+e' \quad \text{"} \quad -e \cdots - \frac{e' e\, d\sigma\, ds}{r_3^2}\left\{1 - \frac{a^2}{16}\left(\frac{dr_3}{dt}\right)^2 + \frac{a^2}{8} r_3 \frac{dv_3}{dt}\right\}$$

$$-e' \quad \text{"} \quad +e \cdots - \frac{e' e\, d\sigma\, ds}{r_4^2}\left\{1 - \frac{a^2}{16}\left(\frac{dr_4}{dt}\right)^2 + \frac{a^2}{8} r_4 \frac{dv_4}{dt}\right\}$$

in welchen die in dem betrachteten Augenblicke sämtlich gleichen r, die Verbindungslinien der vier Massen, mit verschiedenem Index versehen sind, da sie während der Bewegung nicht gleich bleiben.

Diese vier Kräfte suchen die beiden elektrischen Massen $\pm e$ parallel der Verbindungslinie r zu verschieben; dieselben lassen sich zunächst zu zwei Kräften vereinigen, von denen die eine die Kraft giebt, mit welcher die Elektricität $+eds$ verschoben wird, während die andere die auf $-eds$ wirkende Kraft ist. Die erstere ist die algebraische Summe der ersten und vierten, die zweite jene der zweiten und dritten Wirkung; mit Berücksichtigung, dafs in dem betrachteten Zeitmomente $r_1 = r_2 = r_3 = r_4$, ergiebt sich also für

$$+e \cdots - \frac{a^2}{16} \cdot \frac{e' e\, d\sigma\, ds}{r^2}\left\{\left(\frac{dr_1}{dt}\right)^2 - \left(\frac{dr_4}{dt}\right)^2 - 2r\left(\frac{dv_1}{dt} - \frac{dv_4}{dt}\right)\right\}$$

$$-e \cdots - \frac{a^2}{16} \cdot \frac{e' e\, d\sigma\, ds}{r^2}\left\{\left(\frac{dr_2}{dt}\right)^2 - \left(\frac{dr_3}{dt}\right)^2 - 2r\left(\frac{dv_2}{dt} - \frac{dv_3}{dt}\right)\right\}.$$

Die Differenz dieser beiden Wirkungen sucht demnach die beiden Elektricitäten parallel der Verbindungslinie zu scheiden, die dem Elemente ds parallele Komponente dieser Differenz also die beiden Elektricitäten nach der Richtung des Elementes von einander zu trennen; diese Komponente ist also die elektromotorische Kraft der Induktion des Strom-

Digitized by Google

elementes $d\sigma$ auf das Leiterelement ds bei der angenommenen Bewegung. Dieselbe ist also, wenn wir sie mit Eds bezeichnen,

$$Eds = -\frac{a^2}{16}\cdot\frac{e'ed\sigma ds}{r^2}\left\{\left(\frac{dr_1}{dt}\right)^2 - \left(\frac{dr_2}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dr_3}{dt}\right)^2 - \left(\frac{dr_4}{dt}\right)^2 \right.$$

$$\left. -2r\left(\frac{dv_1}{dt} - \frac{dv_2}{dt} + \frac{dv_3}{dt} - \frac{dv_4}{dt}\right)\right\}\cdot\cos\varphi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (I)$$

wenn zugleich φ den Winkel bedeutet, welchen das Element ds mit dem verlängerten r bildet. Es läfst sich nun durch eine ganz allgemeine Behandlung dieses Ausdruckes, durch Bestimmung der relativen Geschwindigkeiten und Beschleunigungen nachweisen, dafs mit Benutzung der im §. 116 und 119 gewählten Zeichen in den Gleichungen für die elektrodynamischen Wechselwirkungen die auf die Einheit der in ds enthaltenen Elektricität wirkende Scheidungskraft wird

$$Eds = -au\cdot\frac{ds\,d\sigma}{r^2}\cdot(\cos\varepsilon - {}^3\!/_2\cos\vartheta\cos\vartheta')\cos\varphi,$$

so dafs also nach dieser Theorie das Fundament der Neumannschen, nach welchem Eds der elektrodynamischen Wirkung des Stromes auf den von der Einheit des Stromes durchflossenen Leiter und der Geschwindigkeit proportional gesetzt ist, erhalten wird[1]).

Anstatt diese Rechnungen durchzuführen, wollen wir den speciellen in Fig. 285 dargestellten Fall untersuchen und die Induktion berechnen, wenn dem Leiter $\sigma\sigma$ der Leiter ss in paralleler Lage mit der Geschwindigkeit u genähert wird.

Um die relativen Geschwindigkeiten der vier elektrischen Massen zu erhalten, müssen wir zunächst die der Verbindungslinie r parallelen Komponenten der vorhandenen Geschwindigkeiten bestimmen.

Dieselben sind parallel der Richtung ac

für $+e' \ldots u'.\cos\vartheta'$, für $-e' = -u'.\cos\vartheta'$

für $+e \ldots u\,.\cos\vartheta$, für $-e = u\,.\cos\vartheta$.

Demnach ist die relative Geschwindigkeit von $+e'$ und $+e$, da nach der Definition des Winkels ϑ gleich cbD die Komponente $u\,.\cos\vartheta$ in der Richtung nach c gegeben ist, und weil $\vartheta = 90^0 + \vartheta'$

$$\frac{dr_1}{dt} = u\cdot\cos\vartheta - u'\cdot\cos\vartheta' = -u\cdot\sin\vartheta' - u'\cdot\cos\vartheta',$$

für $-e$ und e'

$$\frac{dr_2}{dt} = u\cos\vartheta - (-u'\cos\vartheta') = -u\cdot\sin\vartheta' + u'\cdot\cos\vartheta',$$

1) Vergleichungen der Weberschen und Neumannschen Theorie und Nachweise ihrer Übereinstimmung siehe *Neumann* in der zweiten Abhandlung, *Weber* a. a. O. und elektrodynamische Mafsbestimmungen, insbesondere Widerstandsmessungen. Ferner *Schering*: Zur mathematischen Theorie elektrischer Ströme, Göttingen 1857. Poggend. Ann. Bd. CIV. Auch *Neumann*, Vorlesungen über elektrische Ströme, herausgegeben von *K. Vondermühl*. Leipzig, B. G. Teubner, 1884, worin die Theorie der Induktion, die Vergleichung der Weberschen und Neumannschen Theorie, sowie der Nachweis ihrer Übereinstimmung auch für Gleitstellen mit der Neumann eigentümlichen Klarheit und Einfachheit dargelegt ist.

Digitized by Google

von $+e'$ und $-e$

$$\frac{dr_3}{dt} = u \cdot \cos\vartheta - u'\cos\vartheta' = -u \cdot \sin\vartheta' - u'\cos\vartheta',$$

von $-e'$ und $+e$

$$\frac{dr_4}{dt} = u \cdot \cos\vartheta - (-u'\cos\vartheta') = -u\sin\vartheta' + u'\cos\vartheta'.$$

Bei der angenommenen Bewegung ändert sich in jedem Augenblicke der Winkel ϑ, welchen die Bewegungsrichtung des Leiters mit r bildet, und der Winkel ϑ', welchen r mit ds bildet. Denn, wenn ds seine Lage ändert, ändert sich auch die Richtung von r; damit ändert sich auch die relative Geschwindigkeit, wenn auch u und u' konstant sind, da mit Änderung dieser Winkel die mit r parallelen Komponenten der Geschwindigkeit sich ändern. Es ändere sich in dem Zeitelement dt der Winkel ϑ um $d\vartheta$ und ϑ' um $d\vartheta'$, dann ändert sich die Geschwindigkeit $\frac{dr_1}{dt} = v_1$ um dv_1, so dafs

$$dv_1 = (u' \cdot \sin\vartheta' - u \cdot \cos\vartheta')\, d\vartheta'$$

und

$$\frac{dv_1}{dt} = (u' \cdot \sin\vartheta' - u \cdot \cos\vartheta')\frac{d\vartheta_1'}{dt},$$

wo der untere Index an $d\vartheta'$ anzeigen soll, dafs hier die durch die relative Geschwindigkeit der elektrischen Massen $+e$ und $+e'$ eintretende Veränderung von ϑ' gemeint ist.

In derselben Weise findet man

$$\frac{dv_2}{dt} = -(u'\sin\vartheta' + u\cos\vartheta')\frac{d\vartheta_2'}{dt}$$

$$\frac{dv_3}{dt} = (u'\sin\vartheta' - u\cos\vartheta')\frac{d\vartheta_3'}{dt}$$

$$\frac{dv_4}{dt} = -(u'\sin\vartheta' + u\cos\vartheta')\frac{d\vartheta_4'}{dt},$$

und daraus

$$\left(\frac{dv_1}{dt} - \frac{dv_2}{dt} + \frac{dv_3}{dt} - \frac{dv_4}{dt}\right) = -u\cos\vartheta'\left(\frac{d\vartheta_1'}{dt} - \frac{d\vartheta_2'}{dt} + \frac{d\vartheta_3'}{dt} - \frac{d\vartheta_4'}{dt}\right)$$
$$+ u'\sin\vartheta'\left(\frac{d\vartheta_1'}{dt} + \frac{d\vartheta_2'}{dt} + \frac{d\vartheta_3'}{dt} + \frac{d\vartheta_4'}{dt}\right).$$

Wir haben nun noch die Quotienten $\frac{d\vartheta'}{dt}$ zu bestimmen; wir erhalten dieselben folgendermafsen:

In einer gewissen Zeit t ist $+e'$ um die Gröfse $u't$ nach rechts verschoben, nach a_1, e um die Gröfse ut nach unten, nach b_1. Die Länge von r_1 und der Winkel ϑ' ergeben sich dann aus den beiden Gleichungen

$$Db_1 = r_1 \sin\vartheta' = R_0 - ut$$

$$a_1 D = r_1 \cos\vartheta' = A_0 - u't,$$

worin R_0 den senkrechten Abstand der beiden Leiter und A_0 den Ab-

stand des betrachteten Elementes $d\sigma$ von D, dem Fufspunkte der von ds auf $\sigma\sigma$ gezogenen Senkrechten bedeutet.

Summieren wir die beiden Gleichungen, so wird

$$r_1(\sin\vartheta' + \cos\vartheta') = R_0 + A_0 - (u' + u)t.$$

Wächst t um dt, so ändert sich ϑ_1' um $d\vartheta_1'$ und ebenso ändert sich r_1 um dr_1, so dafs wir mit Berücksichtigung aller dieser Änderungen erhalten

$$r_1 \frac{d\vartheta_1'}{dt}(\cos\vartheta' - \sin\vartheta') + \frac{dr_1}{dt}(\cos\vartheta' + \sin\vartheta') = -u' - u.$$

Setzen wir für $\frac{dr_1}{dt}$ seinen Wert, so wird

$$r_1 \frac{d\vartheta_1'}{dt}(\cos\vartheta' - \sin\vartheta') = (u\cdot\sin\vartheta' + u'\cdot\cos\vartheta')(\cos\vartheta' + \sin\vartheta') - u' - u.$$

Führen wir die Operationen auf der rechten Seite aus, und schreiben für $u' = u'(\sin^2\vartheta' + \cos^2\vartheta')$ und ebenso für u, so wird

$$r_1 \frac{d\vartheta_1'}{dt}(\cos\vartheta' - \sin\vartheta') = u'(\cos\vartheta'\cdot\sin\vartheta' - \sin^2\vartheta') + u(\cos\vartheta'\cdot\sin\vartheta' - \cos^2\vartheta'),$$

und daraus

$$r_1 \frac{d\vartheta_1'}{dt} = u'\sin\vartheta' - u\cdot\cos\vartheta'.$$

Genau denselben Wert hat $r_3 \frac{d\vartheta_3'}{dt}$, da die negative Elektricität e ebenfalls die Geschwindigkeit $+u$ hat, und da $\frac{dr_3}{dt}$ denselben Wert hat wie $\frac{dr_1}{dt}$.

Um $\frac{d\vartheta_2'}{dt}$ zu bestimmen, haben wir die beiden Gleichungen

$$b_1 D = r_2 \sin\vartheta' = R_0 - ut; \qquad a_2 D = r_2\cos\vartheta' = A_0 + u't,$$

da die negative Elektricität die Geschwindigkeit $-u'$ hat. Verfährt man nun ganz in derselben Weise wie eben, so findet man

$$r_2 \frac{d\vartheta_2'}{dt} = -u'\sin\vartheta' - u\cos\vartheta',$$

und denselben Wert hat $r_4 \frac{d\vartheta_4'}{dt}$.

Daraus ergiebt sich, da in dem betrachteten Momente $r_1 = r_2 = r_3 = r_4$

$$r\left(\frac{d\vartheta_1'}{dt} - \frac{d\vartheta_2'}{dt} + \frac{d\vartheta_3'}{dt} - \frac{d\vartheta_4'}{dt}\right) = 4u'\sin\vartheta'$$

$$r\left(\frac{d\vartheta_1'}{dt} + \frac{d\vartheta_2'}{dt} + \frac{d\vartheta_3'}{dt} + \frac{d\vartheta_4'}{dt}\right) = -4u\cos\vartheta',$$

und weiter

$$-2r\left(\frac{dv_1}{dt} - \frac{dv_2}{dt} + \frac{dv_3}{dt} - \frac{dv_4}{dt}\right) = 8uu'\cos\vartheta'\sin\vartheta' + 8uu'\cos\vartheta'\sin\vartheta'.$$

Digitized by Google

Außerdem erhält man aber

$$\left(\frac{dr_1}{dt}\right)^2 - \left(\frac{dr_2}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dr_3}{dt}\right)^2 - \left(\frac{dr_4}{dt}\right)^2 = 8\,uu'\cos\vartheta'\cdot\sin\vartheta',$$

und daraus, indem man diese Werte summiert,

$$Eds = -\frac{a^2}{16}\cdot\frac{ee'\,ds\,d\sigma}{r^2}\cdot 24\,uu'\cos\vartheta'\sin\vartheta'\cos\varphi.$$

Bedeutet i die Stromstärke in dem Leiter $\sigma\sigma$, so ist nach §. 119

$$i = ae'u',$$

und damit wird

$$Eds = -\,{}^3\!/_2\cdot aue\cdot ds\,\frac{i\,d\sigma}{r^2}\cdot\cos\vartheta'\sin\vartheta'\cdot\cos\varphi.$$

Bezeichnet man als elektromotorische Kraft die auf die Einheit der elektrischen Masse in dem Leiter ss wirkende Kraft, so haben wir obigen Ausdruck noch durch e zu dividieren; dann wird unter Beachtung noch, daß $\varphi = \vartheta'$,

$$Eds = -\,{}^3\!/_2\,au\cdot\frac{i\,ds\,d\sigma}{r^2}\cdot\sin\vartheta'\cdot\cos^2\vartheta'.$$

Die Theorie liefert also mit der Erfahrung übereinstimmend in dem Elemente ds einen Strom, welcher die derjenigen des Stromes i entgegengesetzte Richtung hat, welcher der Geschwindigkeit u und der elektrodynamischen Wirkung der beiden Stromelemente auf einander proportional ist.

Wird der Draht nach der entgegengesetzten Seite bewegt, so geht u in $-u$ über, oder wenn wir der Geschwindigkeit u das positive Vorzeichen lassen, so wird $\vartheta = 90^0 - \vartheta'$ anstatt wie eben $90 + \vartheta'$. Setzt man diesen Wert ein, so erhält Eds einfach das negative Vorzeichen.

Der so gefundene Wert der elektromotorischen Kraft entspricht jener des von Neumann sogenannten Differentialstromes, also des Stromes, der in der unendlich kleinen Zeit dt in dem Elemente ds induziert wird, in welchem das Element gerade die Entfernung r von $d\sigma$ mit der Geschwindigkeit u passiert. Aus dieser elektromotorischen Kraft erhalten wir jene des Integralstromes, das heißt jene, welche in ds induziert wird, wenn ds eine endliche Strecke, etwa von h_1 bis h_2, wenn wir mit h_1 den senkrechten Abstand der Elemente im Beginn, mit h_2 den am Ende der Bewegung bezeichnen, gegen $d\sigma$ hin bewegt wird, leicht auf folgende Weise.

Der in der Zeit dt zurückgelegte Weg ist $u\,.\,dt$, den wir, da mit u die Geschwindigkeit bezeichnet wurde, mit welcher das Element ds (Fig. 285) nach D hin bewegt wird, gleich $-dh$ setzen müssen. Damit wird die in der Zeit dt induzierte elektromotorische Kraft

$$Eds = {}^3\!/_2\,ai\,\frac{ds\,d\sigma}{r^2}\cdot\sin\vartheta'\cdot\cos^2\vartheta'\cdot dh.$$

Um die elektromotorische Kraft des Integralstromes zu erhalten, haben wir die Summe der Differentialströme für alle Wegeelemente dh von h_1 bis h_2 zu bilden, also den Ausdruck nach h zwischen den Grenzen h_1 und h_2 zu integrieren. Dazu müßten wir zunächst ϑ' und r in ihrer

Digitized by Google

Abhängigkeit von h darstellen; bequemer ist es aber, h und r und dh durch ϑ auszudrücken und dann nach ϑ zu integrieren. Dann wird

$$\frac{h}{A_0} = \operatorname{tang} \vartheta'; \qquad dh = \frac{A_0\, d\vartheta'}{\cos^2 \vartheta'}$$

$$\frac{A_0}{r} = \cos \vartheta'; \qquad \frac{1}{r^2} = \frac{A_0^{\,2}}{\cos^2 \vartheta'},$$

somit

$$\frac{dh}{r^2} = \frac{d\vartheta'}{A_0},$$

und daraus

$$Eds = {}^3/_2 \cdot a \cdot i \cdot \frac{ds\, d\sigma}{A_0} \cdot \cos^2 \vartheta' \cdot \sin \vartheta'\, d\vartheta'.$$

Anstatt für alle Werte von h zwischen h_1 und h_2 haben wir jetzt für alle Werte ϑ' zwischen dem Werte ϑ_1, der dem Abstande h_1, und ϑ_2, der dem Abstande h_2 entspricht, den entsprechenden Ausdruck für Eds zu bilden und diese sämtlichen Ausdrücke zu summieren; damit wird die elektromotorische Kraft des Integralstromes

$$Fds = {}^3/_2 \cdot a \cdot i \cdot \frac{ds\, d\sigma}{A_0} \int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} \cos^2 \vartheta' \cdot \sin \vartheta'\, d\vartheta'.$$

Da nun der Ausdruck unter dem Integralzeichen gleich ist

$$- {}^1/_3 \left\{ \cos^3 (\vartheta' + d\vartheta') - \cos^3 \vartheta' \right\},$$

so folgt

$$Fds = - {}^1/_2\, a \cdot i \cdot \frac{ds\, d\sigma}{A_0} \left\{ \cos^3 \vartheta_2 - \cos^3 \vartheta_1 \right\}.$$

Setzen wir die Entfernung h_1 als unendlich grofs voraus, so wird auch für diese Entfernung der Abstand r der beiden Elemente unendlich grofs, und daraus folgt, dafs, so lange A_0 einen endlichen Wert hat,

$$\frac{A_0}{r} = \cos \vartheta_1 = 0$$

ist. Damit wird auch $\cos^3 \vartheta_1 = 0$, und der Ausdruck für die elektromotorische Kraft des Intregralstromes wird

$$Fds = - {}^1/_2\, a\, i\, \frac{ds\, d\sigma}{A_0} \cdot \cos^3 \vartheta_2.$$

Beachten wir schliefslich, dafs

$$\frac{A_0}{\cos \vartheta_2} = r$$

gleich dem Abstande der Elemente ist, wenn ihre senkrechte Entfernung gleich h_2 geworden ist, so wird

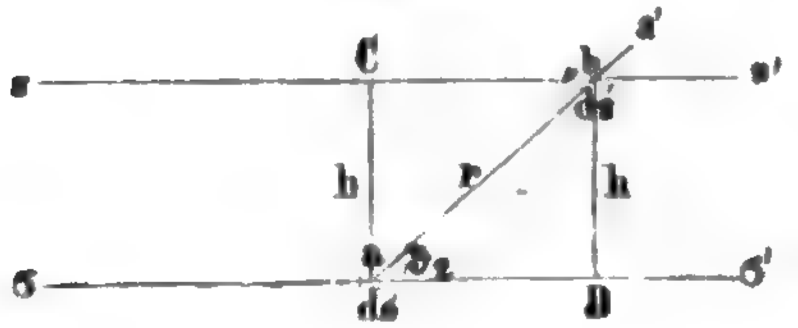
$$Fds = - {}^1/_2\, a\, i\, \frac{ds\, d\sigma}{r} \cdot \cos^2 \vartheta_2.$$

Nach §. 140 ist die Induktionswirkung eines Stromes von der Intensität i auf einen Leiter, wenn derselbe aus unendlicher Entfernung bis zu einem Abstande h_2 genähert wird, gleich jener, welche entsteht, wenn

Digitized by Google

die beiden Leiter sich in der Entfernung h_2 befinden, und nun in dem Stromleiter der Strom von der Stärke i hergestellt wird, also der Strom geschlossen wird. Der hier für die elektromotorische Kraft des Integralstromes gefundene Wert muſs also derselbe sein, wie wenn die beiden Elemente in der festen Lage gehalten werden, und nun in derselben Zeit, in welcher die Elemente einander genähert wurden, in $d\sigma$ die Stromstärke i hergestellt wurde.

Fig. 286.



Es läſst sich das auch sehr leicht aus dem Weberschen Grundgesetz ableiten; es wird genügen, die dazu notwendigen Rechnungen kurz anzudeuten, da sie im wesentlichen wie bei dem soeben ausführlich besprochenen Fall zu führen sind. Sei also jetzt Fig. 286 ss' ein fester Leiter, $\sigma\sigma'$ ein zweiter, in welchem in sehr kurzer Zeit durch Schlieſsung des Stromkreises die Stromstärke i erzeugt wird. In einem bestimmten Momente sei die Geschwindigkeit der Elektricität in der Richtung $\sigma\sigma'$ gleich u', die positive in der Richtung gegen D, die negative nach der entgegengesetzten Richtung, und in dem Zeitelemente dt gehe die Geschwindigkeit u' in $u' + du'$ über. Da das Element ds in Ruhe und von keinem Strom durchflossen ist, so ist $u = 0$. Die relativen Geschwindigkeiten der in $d\sigma$ und ds vorhandenen Elektricitäten $\pm e'$ und $\pm e$ sind daher jetzt, indem wir in den Seite 1065 und 1066 gefundenen Werten nur $u \cdot \sin\vartheta' = 0$ zu setzen haben,

$$+e' + e = \frac{dr_1}{dt} = -u'\cos\vartheta_2 = v_1$$

$$-e' - e = \frac{dr_2}{dt} = +u'\cos\vartheta_2 = v_2$$

$$+e - e = \frac{dr_3}{dt} = -u'\cos\vartheta_2 = v_3$$

$$-e' + e = \frac{dr_4}{dt} = +u'\cos\vartheta_2 = v_4.$$

Demnach ist in Gleichung (I) von Seite 1065

$$\left(\frac{dr_1}{dt}\right)^2 - \left(\frac{dr_2}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dr_3}{dt}\right)^2 - \left(\frac{dr_4}{dt}\right)^2 = 0.$$

Um die relativen Beschleunigungen zu erhalten, ist zu beachten, daſs sich durch die Bewegung der Elektricität einmal der Winkel ϑ_2 ändert und daſs gleichzeitig in der Zeit dt die Geschwindigkeit u' in $u' + du'$ übergeht. Damit wird

$$\frac{dv_1}{dt} = -\cos\vartheta_2 \frac{du'}{dt} + u'\sin\vartheta_2 \frac{d\vartheta_{21}}{dt}$$

und ebenso

Digitized by Google

$$\frac{dv_2}{dt} = +\cos\vartheta_2 \frac{du'}{dt} - u' \sin\vartheta_2 \frac{d\vartheta_{22}}{dt}$$

$$\frac{dv_3}{dt} = -\cos\vartheta_2 \frac{du'}{dt} + u' \sin\vartheta_2 \frac{d\vartheta_{23}}{dt}$$

$$\frac{dv_4}{dt} = +\cos\vartheta_2 \frac{du'}{dt} - u' \sin\vartheta_2 \frac{d\vartheta_{24}}{dt}$$

Darnach wird in Gleichung (I)

$$\frac{dv_1}{dt} - \frac{dv_2}{dt} + \frac{dv_3}{dt} - \frac{dv_4}{dt} = -4\cos\vartheta_2 \frac{du'}{dt} + u' \sin\vartheta_2 \left(\frac{d\vartheta_{21}}{dt} + \frac{d\vartheta_{22}}{dt} + \frac{d\vartheta_{23}}{dt} + \frac{d\vartheta_{24}}{dt}\right).$$

Da die positive Elektricität sich mit der Geschwindigkeit u' gegen D hin bewegt, die negative von D fort, so haben wir zur Bestimmung der Quotienten, wenn wieder $aD = A_0$ gesetzt wird,

$\frac{d\vartheta_{21}}{dt}$ und $\frac{d\vartheta_{23}}{dt}$ zu setzen $r \cdot \cos\vartheta_2 = A_0 - u't$

$\frac{d\vartheta_{22}}{dt}$ und $\frac{d\vartheta_{24}}{dt}$ „ „ $r \cdot \cos\vartheta_2 = A_0 + u't$.

Damit wird, da in der Zeit dt der Abstand r in $r + dr$ und ϑ_2 in $\vartheta_2 + d\vartheta_2$ übergeht,

$$-r\sin\vartheta_2 \frac{d\vartheta_{21}}{dt} + \frac{dr_1}{dt}\cos\vartheta_2 = -u' - t\frac{du'}{dt}$$

$$-r\sin\vartheta_2 \frac{d\vartheta_{22}}{dt} + \frac{dr_2}{dt}\cos\vartheta_2 = u' + t\frac{du'}{dt}.$$

Addiert man die beiden Gleichungen zu einander, so erhält man unter Beachtung, dafs $\frac{dr_1}{dt} = -\frac{dr_2}{dt}$,

$$r\sin\vartheta_2\left(\frac{d\vartheta_{21}}{dt} + \frac{d\vartheta_{22}}{dt}\right) = 0,$$

somit auch, da $r \cdot \sin\vartheta_2$ von 0 verschieden ist,

$$\frac{d\vartheta_{21}}{dt} + \frac{d\vartheta_{22}}{dt} = 0$$

und ganz ebenso ist die Summe

$$\frac{d\vartheta_{23}}{dt} + \frac{d\vartheta_{24}}{dt} = 0.$$

Dann wird die Gleichung (I)

$$Eds = -\frac{a^2}{16}\frac{e'e\,d\sigma\,ds}{r^2}\,8\,r\cos\vartheta_2\cos\vartheta_2\frac{du'}{dt}$$

oder, indem wir im Zähler und Nenner das Gleiche wegheben,

$$Eds = -\frac{a^2}{2}\frac{e'e\,d\sigma\,ds}{r}\cos^2\vartheta_2\frac{du'}{dt}.$$

Bezeichnen wir jetzt die in der Zeit dt stattfindende Zunahme der Stromstärke mit di, so ist

Digitized by Google

$$a\,c'\,du' = di$$

und dividieren wir, um die auf die Einheit der elektrischen Masse wirkende Kraft zu bekommen, durch e, so erhalten wir schliefslich für den in dem Zeitelemente dt in ds induzierten Differentialstrom

$$Eds = -\,{}^1\!/_2\, a\,\frac{ds\,d\sigma}{r}\cos^2\vartheta_2\,\frac{di}{dt}\,dt.$$

Die elektromotorische Kraft des Integralstromes, welche also durch Anwachsen des Stromes von 0 auf i erzeugt wird, erhalten wir durch Summation aller Differentialströme bis die Stromstärke gleich i geworden ist; diese Summe ist, da

$$\int\frac{di}{dt}\,dt = \int di = i$$

$$Fds = -\,{}^1\!/_2\, a\,i\,\frac{ds\,d\sigma}{r}\cos^2\vartheta_2,$$

ein Ausdruck, welcher mit dem vorhin für die durch die Bewegung des Leiters induzierte elektromotorische Kraft gefundenen identisch ist, der somit beweist, dafs die Webersche Theorie mit der Erfahrung übereinstimmend für beide Fälle der Induktion denselben Wert liefert.

Aus dem erhaltenen Ausdruck für die in dem Elemente ds induzierte elektromotorische Kraft können wir weiter die elektromotorische Kraft ableiten, welche in den beiden betrachteten Fällen in einem endlichen Leiter ss' induziert wird; wir haben die Summe aller für die Elemente ds soeben gefundenen Werte für den ganzen Leiter zu bilden. Nehmen wir an, das Element befände sich gerade der Mitte des Leiters gegenüber, seine senkrechte Entfernung vom Leiter sei h und der Leiter habe die Länge $2b$. Um die über den ganzen Leiter ausgedehnte Summe zu bilden, ist zu beachten, dafs mit der Lage des Elementes im Leiter sowohl r als ϑ_2 sich ändern; zur Bildung dieser Summe haben wir daher die Abhängigkeit dieser Gröfsen von einander zu bestimmen. Am bequemsten drücken wir alle Gröfsen durch ϑ aus, wenn wir um die Veränderlichkeit des Winkels anzudeuten jetzt den Index 2 fortlassen. Bezeichnen wir den Abstand des Elementes ds von dem dem Elemente $d\sigma$ gerade gegenüber liegenden Punkte C Fig. 286 mit s, so ist

$$\frac{h}{r} = \sin\vartheta \qquad r = \frac{h}{\sin\vartheta}$$

$$\frac{h}{s} = \operatorname{tang}\vartheta \qquad s = \frac{h}{\operatorname{tang}\vartheta},$$

woraus sich ergiebt

$$ds = -\frac{h\,d\vartheta}{\sin^2\vartheta}.$$

Setzen wir die so bestimmten Werte von r und ds in die Gleichung für Fds ein, so wird

$$Fds = {}^1\!/_2\, a\,i\,d\sigma\,\frac{\cos^2\vartheta}{\sin\vartheta}\,d\vartheta.$$

Diesen Ausdruck haben wir nach ϑ zu integrieren, von dem Werte ϑ an, der dem Ende des Leiters $s = -\,b$ entspricht, bis zu dem $s = +\,b$

Digitized by Google

entsprechenden Werte. Nennen wir letzteren Wert ϑ_0, so ist der erstere $180^0 - \vartheta_0 = \pi - \vartheta_0$. Wir schreiben

$$\tfrac{1}{2} a\, i\, d\sigma \frac{\cos^2\vartheta}{\sin\vartheta} d\vartheta = \tfrac{1}{2} a i d\sigma \frac{d\vartheta}{\sin\vartheta} - \tfrac{1}{2} a\, i\, d\sigma \sin\vartheta d\vartheta;$$

dann wird, da

$$\frac{d\vartheta}{\sin\vartheta} = d \cdot \log \operatorname{tang} \tfrac{1}{2}\vartheta; \quad -\sin\vartheta\, d\vartheta = d\cos\vartheta$$

$$\int_{\pi-\vartheta_0}^{\vartheta_0} \frac{d\vartheta}{\sin\vartheta} = \log \operatorname{tang} \tfrac{1}{2}\vartheta_0 - \log \operatorname{tang} \tfrac{1}{2}(\pi - \vartheta_0)$$

$$-\int_{\pi-\vartheta_0}^{\vartheta_0} \sin\vartheta\, d\vartheta = \cos\vartheta_0 - \cos(\pi - \vartheta_0).$$

Schreiben wir nun

$$\operatorname{tang} \tfrac{1}{2}(\pi - \vartheta_0) = \frac{\sin(\pi - \vartheta_0)}{1 + \cos(\pi - \vartheta_0)} = \frac{\sin\vartheta_0}{1 - \cos\vartheta_0}$$

$$\operatorname{tang} \tfrac{1}{2}\vartheta_0 = \frac{\sin\vartheta_0}{1 + \cos\vartheta_0}$$

$$\cos(\pi - \vartheta_0) = -\cos\vartheta_0,$$

so wird die induzierte elektromotorische Kraft F

$$F = \tfrac{1}{2} a\, i\, d\sigma \left\{ 2\cos\vartheta_0 - \log \frac{1 + \cos\vartheta_0}{1 - \cos\vartheta_0} \right\}.$$

Da wir die Länge des Leiters gleich $2b$ gesetzt haben und den senkrechten Abstand des Elementes vom Leiter gleich h, so ist

$$\cos\vartheta_0 = \frac{b}{\sqrt{b^2 + h^2}}$$

und damit

$$F = \tfrac{1}{2} a i d\sigma \left\{ \frac{2b}{\sqrt{b^2 + h^2}} - \log \frac{\sqrt{b^2 + h^2} + b}{\sqrt{b^2 + h^2} - b} \right\}.$$

Ist h gegen b nur sehr klein, so können wir in bekannter Weise annähernd die Wurzel ausziehen und erhalten

$$F = \tfrac{1}{2} a i d\sigma \left\{ \frac{2b}{b + \tfrac{1}{2}\frac{h^2}{b}} - \log \frac{2b + \tfrac{1}{2}\frac{h^2}{b}}{\tfrac{1}{2}\frac{h^2}{b}} \right\}.$$

In den Zählern und Nennern, in denen $\frac{h^2}{2b}$ als additives Glied vorkommt, können wir dasselbe vernachlässigen und erhalten dann schliefslich

$$F = -a i d\sigma \{\log 2b - 1 - \log h\}$$

oder in briggischen Logarithmen, wenn wir die Zahl 2,3026, mit der die

Digitized by Google

briggischen Logarithmen zur Verwandlung in natürliche multipliziert werden müssen, $= m$ setzen,

$$F = -\, a i d\sigma \{ m \log 2b - 1 - m \log h \}.$$

Ganz denselben Wert erhalten wir auch für die in dem Leiter *ss* induzierte elektromotorische Kraft, wenn wir an Stelle des Elementes $d\sigma$ einen kurzen Draht von endlicher Länge l anwenden; wir haben nur für $d\sigma$ den Wert l einzusetzen, vorausgesetzt nur, daſs der Wert l gegen b sehr klein ist. Damit wird die durch den Strom von der Länge l und der Stromstärke i in *ss* induzierte elektromotorische Kraft

$$F = -\, i\, l\, \{ c - d \log h \},$$

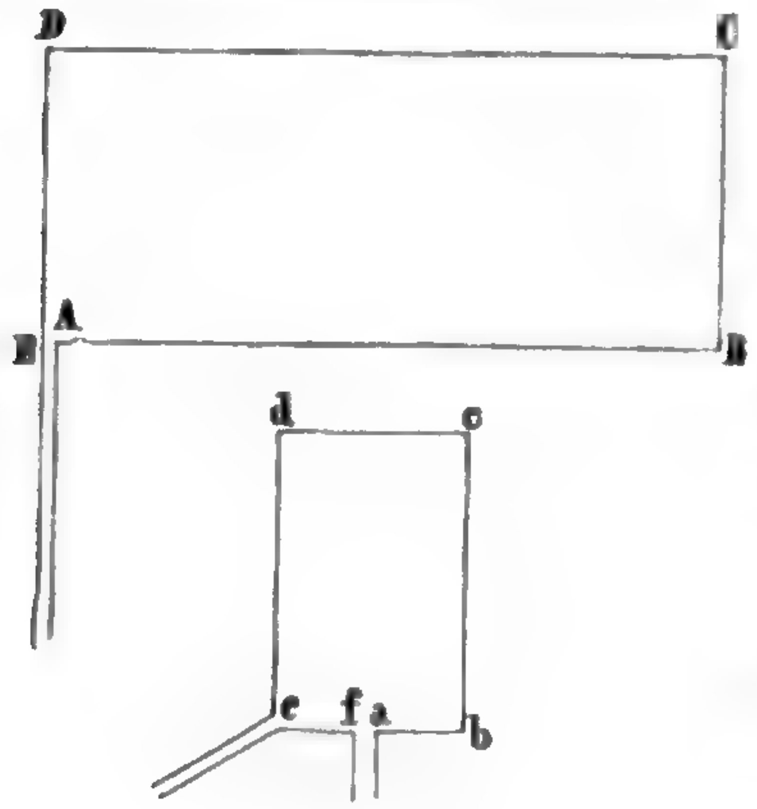
wenn wir

$$a\, (m \log 2b - 1) = c, \quad a\, m = d$$

setzen. Das konstante Glied des Ausdrucks ist die elektromotorische Kraft, welche in dem Abstande $h = 1$ in den beiden betrachteten Fällen erzeugt wird; es ergiebt sich somit, daſs die induzierte elektromotorische Kraft mit wachsendem h abnimmt, und daſs die Abnahme oder die Differenz zwischen der im Abstande eins und der im Abstande h induzierten elektromotorischen Kraft dem Logarithmus des Abstandes h proportional ist.

Zu dem gleichen Resultate gelangte Buff[1]) bei einer Experimentaluntersuchung über die elektromotorische Kraft, welche ein kurzer Leiter in einem langen, dessen Mitte der kurze in verschiedenen Abständen gegenübersteht, induziert, wenn in dem kurzen Leiter ein Strom entsteht oder verschwindet. Der Draht, auf welchen induzierend eingewirkt werden sollte, *ABCDE* Fig. 287, hatte die Gestalt eines groſsen rechtwinkligen Vierecks, dessen Höhe *BC* 2,32 Meter und dessen Länge *AB* 4 Meter betrug. Von der Ecke *A* führten zwei sehr nahe parallel geführte Drähte zu dem einen Rade des dem Doveschen Disjunktor gleich eingerichteten Analysators, auſserdem war in dem von *E* ausgehenden Drahte zur Messung der Stärke des induzierten Stromes ein Galvanometer eingeschaltet.

Fig. 287.



Als induzierender Strom diente ein zweites Drahtviereck *abcdef*, dessen Seite *dc* man eine verschiedene Länge geben konnte, und dessen Seite *cb* eine Länge von 1,58 Meter besaſs. Von *a* und *f* führten zwei Drähte zu einem Kommutator und von da zur Batterie, von der Ecke *c* führten zwei um einander gewundene Drähte zu dem zweiten Rade des Analysators. Da in den Drähten *bc* und *dc* der Strom in Bezug auf den Draht *AB* die entgegengesetzte Richtung hat, heben sich die indu-

1) *Buff*, Poggend. Ann. Bd. CXXVII.

Digitized by Google

zierenden Wirkungen dieser Drähte auf das Viereck *ABCD* auf, und wegen des grofsen Abstandes der Seite *eb* von *dc* kann die Wirkung dieser Seite aufser Acht gelassen werden, so dafs wesentlich nur die Seite *dc* zur Wirkung kommt.

Wegen der stets grofsen Länge von *AB* gegen *dc* ist ferner die Induktionswirkung auf die übrigen Teile des Induktionsvierecks so gering, dafs die gesamte Induktion sich nur wenig von derjenigen in dem Teile *AB* unterscheidet.

Der Analysator wurde so gestellt, dafs nur die Schliefsungs- oder die Öffnungsströme in *AB* zustande kamen, deren Stärke dann, wie bei den Versuchen von Lenz (§. 140 S. 1028) dem Sinus des halben am Galvanometer der Induktionsleitung beobachteten Ablenkungswinkels proportional gesetzt wurde.

Folgende Tabelle enthält die Resultate einer der verschiedenen Versuchsreihen von Buff; die senkrechte Entfernung h der beiden Leiter *cd* und *AB* ist in Centimetern gegeben, die zweite Kolumne enthält die beobachteten Ablenkungen β an dem Galvanometer als Mittel von je vier Beobachtungen.

h	β^0	$\sin {}^1/_2\,\beta$	β berechnet	Δ
1	28⁰,89	0,24945	29⁰ 6,5′	+ 13′
2	25 ,175	0,21793	24⁰ 52,5′	— 18′
4	20 ,75	0,18008	20⁰ 40,5′	— 4,5′
8	16 ,30	0,14177	16⁰ 30′	+ 12′
16	12 ,30	0,10713	12⁰ 21′	+ 3′
20	11 ,25	0,09801	11⁰ 1′	— 14′
24	10 ,00	0,08716	9⁰ 56′	— 4′

Die in der vierten Kolumne als berechnet angeführten Zahlen ergaben sich nach der empirischen Formel

$$\sin {}^1/_2\,\beta = F = 0{,}25132\,(1 - 0{,}475 \log h)$$

und die letzte Kolumne zeigt, dafs die zwischen Rechnung und Beobachtung stattfindenden Unterschiede die unvermeidlichen Beobachtungsfehler nicht überschreiten.

Als Mittel aus fünf Versuchsreihen ergab sich, dafs die beobachteten Werte sich stets durch die Gleichung darstellen liefsen:

$$F = -f\,(1 - 0{,}479 \log h),$$

worin f eine dem Produkte aus der Stromstärke und der Länge des inducierenden Drahtes proportionale Konstante bedeutet; dieselbe ist die induzierte elektromotorische Kraft, wenn $h = 1$ ist.

Zur Vergleichung mit der Theorie haben wir unsere Gleichung nur auf dieselbe Form zu bringen. Dieselbe wird dann

$$F = -a\,(m \log 2b - 1)\,i\,l\,\left(1 - \frac{m}{m \log 2b - 1} \log h\right).$$

Da die Länge des Drahtes oder $2b = 400$ cm war, so ist

$$\frac{m}{m \log 2b - 1} = \frac{2{,}303}{4{,}99} = 0{,}461$$

Digitized by Google

oder die aus der Theorie abgeleitete Formel wird

$$F = -f(1 - 0{,}461 \log h),$$

worin f dieselbe Bedeutung hat wie oben, und in der Gleichung das negative Vorzeichen beibehalten ist, um anzudeuten, dafs der induzierte Strom die entgegengesetzte Richtung hat als der induzierende. Der theoretische Wert der Konstanten f hängt natürlich wesentlich von den gewählten Einheiten der Stromstärken ab.

Die Übereinstimmung der aus der Theorie abgeleiteten und der empirischen Gleichung für F ist so vollkommen, dafs sie der beste Beweis für die Richtigkeit der Theorie und für die Genauigkeit der Versuche von Buff ist. Die Übereinstimmung der Konstanten würde noch gröfser sein, wenn wir die Wirkung des ganzen Vierecks $abcdcf$ auf das ganze Viereck $ABCDE$ berechnet hätten, dieselbe wird dann 0,478[1].

Es genüge an der ausführlichen Betrachtung dieser beiden Fälle, um zu zeigen, in welcher Weise das Webersche Grundgesetz die einzelnen Fälle der Induktion zu behandeln gestattet, und die Erscheinungen ableitet; um eine vollständige Übersicht über die Theorie zu geben, bedarf es nur, die anderen Hauptfälle der Induktion auf die einfachsten zurückzuführen.

Zunächst ist klar, dafs bei der Bewegung eines Stromes in der Nähe eines ruhenden Leiters ganz ebenso ein Strom entstehen mufs, welcher dieselbe Richtung hat, als der bei Bewegung des Leiters induzierte Strom, wenn die Bewegung des Stromes in der jener des Leiters gerade entgegengesetzten Richtung erfolgt. Denn in dem Falle ist die relative Geschwindigkeit und Beschleunigung der auf einander wirkenden elektrischen Massen genau dieselbe.

Die Magnetinduktion sowohl bei Bewegung des Magnets oder Leiters als bei dem Entstehen und Verschwinden des Magnetismus, und der Webersche Satz, dafs sie unter sonst gleichen Umständen derjenigen durch einen geschlossenen Strom ganz gleich ist, wenn die elektromagnetische Wirkung des Magnets auf den von einem Strome durchflossen gedachten Leiter gleich ist der elektrodynamischen Wirkung des geschlossenen Stromes, ergiebt sich unmittelbar aus der Anschauung der Magnete als Solenoide, wornach die Magnetinduktion in ihrem Wesen sich von Voltainduktion nicht mehr unterscheidet.

§. 148.

Induktion in körperlichen Leitern. Rotationsmagnetismus. Ebenso wie in geschlossenen linearen Leitern durch eine Änderung des elektrischen oder magnetischen Zustandes von in der Nähe befindlichen Strömen oder Magneten ein Strom induziert wird, müssen auch in ausgedehnten Metallmassen, Scheiben oder Kugeln durch ähnliche Änderungen

1) Man sehe in *Buffs* Abhandlung Poggend. Ann. Bd. CXXVII S. 96. Ich mache darauf aufmerksam, dafs die Berechnung der Induktion eines einzelnen Leiterstückes nach den Neumannschen Gleichungen nicht zulässig ist, weil wir das Potential nur für geschlossene Stromkreise, nicht für die einzelnen Elemente anwenden dürfen; da wir im schliefslichen Resultate für $d\sigma$ einfach l eingesetzt haben, berechnen wir hier die Induktion durch ein einzelnes Leiterstück.

Digitized by Google

Ströme erregt werden. So müssen z. B. in einer Metallscheibe, welche um eine vertikale Axe drehbar ist, über welche man in horizontaler Richtung einen Strom hinführt, Ströme entstehen, wenn man sie unter dem Strome in Rotation versetzt, da auch hier Leiter dem Strome genähert und von ihm entfernt werden.

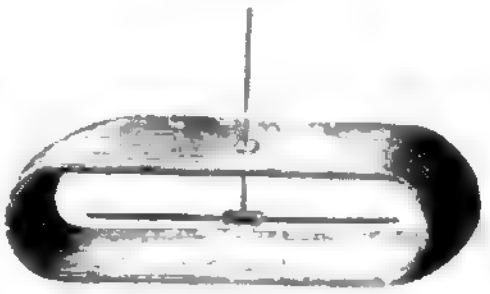
Nur werden hier die Erscheinungen dadurch kompliziert werden, dafs in solchen nach verschiedenen Richtungen ausgedehnten Metallmassen die an einer Stelle in Bewegung versetzten Elektricitäten nicht nach einer, sondern nach sehr vielen Richtungen sich bewegen können; es wird deshalb in solchen Metallmassen nicht nur ein Strom, sondern ein ganzes System von Strömen sich ausbilden müssen. Es hat sich dieses auch bei den Untersuchungen dieser Induktion von Faraday[1]), Nobili[2]), Matteucci[3]) und anderen bestätigt.

Wir betrachten von diesen Fällen nur einen etwas näher, nämlich die Induktion in Scheiben oder Hülsen, welche unter dem Einflusse eines Magnets in Bewegung versetzt werden oder in deren Nähe sich Magnete bewegen, da diese die Erklärung für die von Arago entdeckten Erscheinungen des Rotationsmagnetismus geben.

Diese Erscheinungen, wie sie von Arago[4]) beobachtet und später von anderen vervollständigt wurden, sind folgende.

Wenn man über einer Metallscheibe eine Magnetnadel aufhängt und in Schwingungen versetzt, so nehmen die Schwingungsbögen der Nadel an Gröfse sehr rasch ab, ohne dafs die Schwingungsdauer der Nadel merklich geändert wird. Diese Abnahme der Schwingungsbögen wird noch bedeutender, wenn man die Magnetnadel mit einer massiven Metallhülle, einem dicken Metallringe in der Art Fig. 288 umgiebt, so, dafs die Längenausdehnung der Metallstreifen, welche den Ring bilden, der Axe der Nadel in ihrer Ruhelage parallel ist.

Fig. 288.



Die Schnelligkeit, mit welcher die Schwingungsbögen abnehmen, wird bedeutend vermindert, wenn man statt einer massiven Metallscheibe eine vielfach in der Richtung der Radien durchbrochene Scheibe nimmt. Dieselbe ist ferner bei verschiedenen Metallen verschieden. Nach Seebeck[5]) wurde z. B. der Schwingungsbogen einer Magnetnadel über einer Kupferscheibe in 26, über einer Zinkscheibe in 71 Schwingungen, über einer mit einem Viertel ihres Gewichts Antimon legierten Kupferscheibe in 100 Schwingungen von 45^0 auf 10^0 reduziert, während sie frei in der Luft oder über einer Metallplatte erst in 116 Schwingungen ebenso weit reduziert wurde.

Es ergiebt sich aus diesen Beobachtungen, dafs Metallmassen auf in ihrer Nähe schwingende Magnetnadeln einen dämpfenden Einflufs ausüben,

1) *Faraday*, Experimental researches. Ser. I. Poggend. Ann. Bd. XXV.
2) *Nobili*, Poggend. Ann. Bd. XXVII.
3) *Matteucci*, Cours special de l'induction etc. Paris 1854
4) *Arago*, Ann. de chim. et de phys. T. XXVII, XXVIII, XXXII. Poggend. Ann. Bd. III, VII, VIII.
5) *Seebeck*, Poggend. Ann. Bd. VII.

Digitized by Google

dafs also auf die schwingende Magnetnadel eine ihrer Bewegungsrichtung entgegengesetzte Kraft wirkt. Eine genauere Beobachtung der Schwingungen beweist nun, dafs die auf einander folgenden Schwingungsbögen einer geometrischen Reihe angehören, dafs also die Differenzen zwischen den Logarithmen der auf einander folgenden Schwingungen, das logarithmische Drekrement, eine konstante Gröfse ist. Daraus folgt, wie wir §. 140 sahen, dafs die der Schwingung der Nadel entgegenwirkende Kraft der augenblicklichen Geschwindigkeit der Nadel proportional ist.

Wie eine ruhende Scheibe auf eine bewegte Magnetnadel, so wirkt auch eine bewegte Scheibe auf einen ruhenden Magnet ein. Auch diese Erscheinung hat Arago, darauf geführt durch die eben beschriebene Beobachtung, zuerst wahrgenommen. Auf einen Centrifugalapparat wurde eine Kupferscheibe gelegt, über derselben und von ihr durch eine Glasplatte getrennt, wurde eine Magnetnadel in horizontaler Ebene drehbar so aufgehängt, dafs die Drehungsaxe der Nadel mit jener der Scheibe zusammenfiel. Wurde nun die Kupferscheibe in rasche Rotation versetzt, so wurde die Magnetnadel in der Richtung der Drehung von dem Meridiane abgelenkt und kam in einer, je nach der gröfseren oder geringeren Rotationsgeschwindigkeit der Scheibe mehr oder weniger abgelenkten Lage zur Ruhe. Ist die Magnetnadel sehr leicht und wird ihre Richtkraft dadurch, dafs man dem einen Pol derselben einen Magnetstab mit gleichnamigem Pole nähert, geschwächt, so gelingt es leicht, die Nadel selbst in kontinuierliche Rotation mit der Scheibe zu versetzen, besonders wenn der Abstand der Nadel von der Scheibe nur klein ist.

Die Ablenkung der Nadel aus dem Meridiane nimmt, wie gesagt, mit der Rotationsgeschwindigkeit der Scheibe zu, und nach Versuchen von Harris [1]) ist der Sinus des Ablenkungswinkels der Rotationsgeschwindigkeit der Scheibe proportional.

Die Ablenkung der Nadel nimmt ferner zu, je näher die Nadel über der Scheibe sich befindet, und zwar ist nach Harris der Sinus der Ablenkung dem Quadrate der Entfernung umgekehrt proportional.

Bei gleicher Rotationsgeschwindigkeit und gleichem Abstande ist die Ablenkung über verschiedenen Metallscheiben verschieden, und zwar verhält sie sich bei Scheiben gleicher Dicke nahezu wie die specifischen Leitungsfähigkeiten der Metalle. So fanden Babbage und Herschel [2]) die Sinus der Ablenkungswinkel, jenen über Kupfer gleich 100 gesetzt, über Zink gleich 93, Zinn 46, Blei 25, Antimon 9, Wismut 2. Über nichtleitenden Scheiben ist keine Ablenkung zu beobachten.

Nur das Eisen macht davon eine Ausnahme, über diesem ist die Ablenkung viel bedeutender als über anderen Metallen.

Die eben angeführten Gesetze der Ablenkung gelten nur für massive Scheiben; über Scheiben, welche durchbrochen und besonders über solchen, welche mit radialen Einschnitten versehen sind, ist die Ablenkung eine viel kleinere.

Diese Versuche beweisen, dafs durch die rotierende Metallscheibe auf die Magnetnadel Kräfte wirken, welche der augenblicklichen Be-

1) *Harris,* Philosophical Transactions for 1831.
2) *Babbage* und *Herschel,* Philosophical Transactions for 1825.

Digitized by Google

wegungsrichtung der unter der Nadel hergehenden Teile parallel sind, welche also parallel der unter der Nadel an die Scheibe gelegten Tangente wirken. Aufser diesen, der Nadel ein Drehungsmoment in horizontaler Richtung erteilenden Kräften kann man noch andere nachweisen.

Wenn man von dem einen Arm eines Wagbalkens einen Magnet herabhängen läfst, so dafs sein einer Pol nahe über der Scheibe hängt, so wird der Magnet abgestofsen, er hebt sich und die ihm auf der anderen Seite das Gleichgewicht haltende Wagschale senkt sich. Von der rotierenden Scheibe wirkt also auch eine vertikal nach oben gerichtete Kraft auf den Magnet ein.

Hält man schliefslich eine Inklinationsnadel, welche sich in einer zur Meridianebene senkrechten Ebene drehen kann, welche sich also vertikal stellt, über einer rotierenden Scheibe, so wird auch diese abgelenkt, aufser wenn sie sich gerade über dem Centrum der Scheibe befindet. Nähert man sie aber dem Rande der Scheibe, so wird bis zu einem gewissen Abstande von der Mitte der Nordpol dem Mittelpunkte genähert, in einer gewissen Entfernung bleibt sie wieder vertikal hängen, und dem Rande noch näher wird der Nordpol vom Mittelpunkte entfernt.

Ebenso wie ruhende Metallmassen auf bewegte Magnete oder bewegte Metallmassen auf ruhende Magnete, wirken umgekehrt auch ruhende Magnete auf bewegte Metallmassen und bewegte Magnete auf ruhende Metallmassen ein.

Ersteres läfst sich sehr einfach dadurch zeigen, dafs man zwischen den Polen eines nicht erregten Elektromagnets an einem Faden eine Metallkugel oder einen Metallwürfel aufhängt und diesen in Rotation versetzt. Ist die Kugel nicht zu leicht, so dauert die Rotation sehr lange fort, indem der Faden erst tordiert, dann detordiert wird, dann wieder tordiert wird u. s. f.

Wenn man aber den Elektromagnet erregt, so hört die rotierende Bewegung sehr bald auf. In noch auffallenderer Weise hat Foucault diese Erscheinung an einem eigens dafür konstruierten Apparat gezeigt[1]). Zwischen den Polen eines mit Halbankern versehenen Elektromagnets kann eine Scheibe durch eine Kurbel parallel der Äquatorialebene in rasche Rotation versetzt werden. Ist der Magnet nicht erregt, so rotiert die Scheibe noch eine Zeit lang fort. Wird aber der Magnet erregt, so wird, besonders wenn die Halbanker der Scheibe recht nahe sind, die Bewegung der Scheibe fast augenblicklich gehemmt. Versucht man dann die Scheibe wieder in Rotation zu versetzen, so findet man einen sehr bedeutenden Widerstand, wie wenn die Scheibe eingeklemmt wäre. Zugleich findet man dann, dass die Scheibe sich sehr bedeutend erwärmt, wie wenn dieselbe bei der Rotation gerieben würde; bei nicht zu geringer Rotationsgeschwindigkeit tritt eine so bedeutende Temperaturerhöhung ein, dafs sie direkt durch Anfühlen wahrgenommen werden kann.

Dafs eine ruhende Scheibe durch einen rotierenden Magnet in Rotation versetzt werden kann, haben Babbage und Herschel[2]) in folgender Weise gezeigt. Ein hufeisenförmiger Stahlmagnet wurde um eine

1) *Foucault,* Comptes Rendus Bd. XLI. Poggend. Ann. Bd. XCVI.
2) *Babbage* und *Herschel,* a. a. O.

Digitized by Google

vertikale, den Schenkeln parallele und mitten zwischen denselben liegende Axe in Rotation versetzt.

Über demselben und durch eine Membran von ihm getrennt befand sich eine Kupferscheibe in ihrem Centrum auf eine Spitze gelegt, so dafs sie in horizontaler Ebene rotieren konnte. Die Scheibe folgte dem Magnete und rotierte in demselben Sinne wie der Magnet.

Alle diese Erscheinungen, welche man nach der Bezeichnung von Arago unter dem Namen Rotationsmagnetismus zusammenfafst, kommen, wie man sieht, darauf hinaus, dafs, wenn Magnete oder Metallmassen, welche einander nahe sind, sich bewegen, dieselben von dem ruhenden Teile einen ihrer Bewegungsrichtung entgegengesetzten Antrieb erfahren; wird der eine Teil in der ihm gegebenen Bewegung erhalten und ist der andere beweglich, so gerät letzterer nach dem Principe der Reaktion in eine Bewegung, welche der des bewegten gleichgerichtet ist. Nur die senkrecht von der Scheibe gerichtete Abstofsung und die dem Radius parallele Ablenkung eines über der Scheibe gehaltenen Magnets fällt nicht unter jenes allgemeine Princip.

Alle diese Erscheinungen sind Folge der in den rotierenden oder ruhenden Metallmassen erregten Induktionsströme, und als solche von Faraday[1]) gleich nach der Entdeckung der Induktion erkannt worden. Sie ergeben sich als solche unmittelbar aus dem Lenzschen Gesetze; denn nach dem Lenzschen Gesetze werden durch die relative Bewegung eines Leiters in der Nähe eines Magnets in dem Leiter Ströme erzeugt, welche so gerichtet sind, dafs durch die elektromagnetische Wirkung zwischen Magnet und Leiter die der augenblicklichen gerade entgegengesetzte Bewegung entstehen würde. Der bewegte Magnet oder die bewegte Scheibe erhalten demnach von den durch die Bewegung erzeugten Induktionsströmen einen ihrer augenblicklichen Bewegung entgegengesetzten Antrieb.

Untersuchen wir nach dieser Annahme, wie denn die Induktionsströme in den Metallmassen gerichtet sein müssen, um die beschriebenen Wirkungen zu haben. Schwingt eine Nadel *NS* über einer Scheibe (Fig. 289) so, dafs der Nordpol nach Westen sich bewegt, so mufs durch den in der Scheibe erregten Induktionsstrom der Nordpol einen Antrieb nach Osten erhalten, es müssen also an der Seite des Poles, gegen welche er sich hin bewegt, also an der Westseite Induktionsströme entstehen, welche die Nadel zurücktreiben wollen, welche unterhalb der Nadel vom Centrum zum Rande fliefsen, an der Ostseite, von welcher er sich entfernt, Ströme, welche ihn nach sich hin ziehen wollen. Das in der Scheibe entstehende Stromsystem wird also ungefähr die Richtung der Pfeile haben, da dann alle Ströme der Nadel einen ihrer Bewegungsrichtung entgegengesetzten Antrieb erteilen.

Kehrt sich die Bewegung der Nadel um, so kehrt sich auch sofort die Richtung der Ströme um.

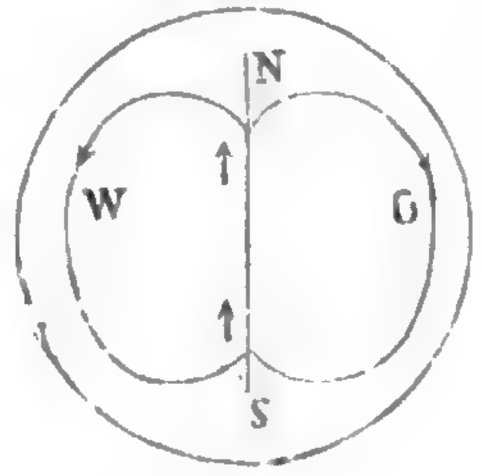
Das in Fig. 289 angedeutete Stromsystem mufs auch entstehen, wenn unter der ruhenden Nadel die Scheibe von *W* über *N* nach *O* gedreht wird, wenn also von oben gesehen die Scheibe wie der Zeiger einer Uhr gedreht wird, da dann die relative Bewegung von Scheibe und Magnet

1) *Faraday,* Experimental researches. Ser. I. Poggend. Ann. Bd. XXV.

Digitized by Google

dieselbe ist, als wenn der Nordpol der Nadel über der ruhenden Scheibe nach Westen sich bewegt. Dieses Stromsystem lenkt aber die Nadel nach Osten hin ab, also nach der Seite, nach welcher die Scheibe sich bewegt.

Fig. 289



Genau dasselbe Stromsystem erklärt auch die Beruhigung einer schwingenden oder rotierenden Metallmasse zwischen den Polen eines Magnets oder die Rotation einer Scheibe, wenn unter derselben wie bei dem Versuche von Babbage und Herschel ein Magnet in Rotation versetzt wird.

Mit dieser Theorie des Rotationsmagnetismus sind auch die Gesetze in Übereinstimmung, welche wir betreffs desselben anführten; aus den Schwingungen der Magnetnadel in der Nähe metallischer Massen und aus der Ablenkung der Nadel über der rotierenden Scheibe folgt, dafs die ablenkende Kraft der Geschwindigkeit der relativen Bewegung proportional ist. Nach den Gesetzen der Induktion ist aber der in jedem Momente induzierte Strom unter sonst gleichen Umständen der relativen Geschwindigkeit proportional, der Intensität dieses Stromes ist aber die ablenkende Kraft proportional.

Alle die Umstände, welche die Stärke des Induktionsstromes schwächen, vermindern ferner auch die Wechselwirkung zwischen dem bewegten Magnete und der Scheibe. Die Intensität des Induktionsstromes mufs unter sonst gleichen Umständen der Leitungsfähigkeit der Scheibe proportional sein, wie wir sahen ist auch die Ablenkung der Nadel der Leitungsfähigkeit der Scheibe unter sonst gleichen Umständen proportional. Über einer nichtleitenden Scheibe findet gar keine Ablenkung der Nadel statt, da in einer solchen keine Induktionsströme zustande kommen können. Die Wirkung einer rotierenden Metallscheibe wird ferner bedeutend vermindert, wenn man die Scheibe parallel den Radien mit einer grofsen Anzahl von Einschnitten versieht; der Grund dafür liegt darin, dafs durch diese Einschnitte das Zustandekommen der Induktionsströme vielfach gehindert wird, mit der dadurch bewirkten Schwächung dieser Ströme mufs auch die Wirkung zwischen der Nadel und Scheibe geschwächt werden.

Es gelang Faraday auch unmittelbar die in der Scheibe erregten Induktionsströme nachzuweisen und dadurch den Beweis für die Richtigkeit seiner Erklärung zu vervollständigen.

Zwischen den Polen eines kräftigen mit Halbankern versehenen Hufeisenmagnets wurde eine auf eine Messingaxe gesetzte Kupferscheibe der äquatorialen Ebene parallel in Rotation versetzt. Auf dem amalgamierten Rande der Scheibe, sowie auf der metallischen Axe schleiften Metallfedern, welche mit den Enden eines Galvanometers verbunden waren. Sobald die Scheibe rotierte, wurde das Galvanometer von einem Strome durchflossen, dessen Richtung geändert wurde, wenn die Richtung der Rotation sich änderte. Wenn von dem Nordpol aus gesehen die Scheibe wie der Zeiger einer Uhr rotierte, so waren in dem an den Polen vorbei passierenden Radien die Induktionsströme vom Centrum der Scheibe gegen den Rand hin gerichtet. Rotierte die Scheibe im entgegengesetzten Sinne, so dafs sie also vom Südpole aus gesehen wie der Zeiger einer Uhr kreiste, so hatte der Strom die entgegengesetzte Richtung, er flofs in den die

Digitized by Google

Pole passierenden Radien von dem Rande der Scheibe gegen das Centrum hin.

Die auf diese Weise das Galvanometer durchsetzenden Ströme sind nur Zweigströme, da nach den Gesetzen der Stromverzweigung in den nicht direkt induzierten Teilen der Scheibe die erregten Ströme sich zum Teil ausgleichen; legt man an die Scheibe keine ableitenden Federn, so gleichen sich die Ströme vollständig in der Scheibe aus. Die Wege dieser Ströme lassen sich dann dadurch finden, dafs man an verschiedenen Punkten der Scheibe das eine Ende des Galvanometerdrahtes hält und dann mit dem anderen Ende des Drahtes Punkte auf der Scheibe aufsucht, an welche man das zweite Ende des Galvanometerdrahtes anlegen kann, ohne dafs ein Strom denselben durchströmt. Die Punkte, welche man auf diese Weise bestimmt, sind Punkte gleichen elektrischen Potentials, denn weil in denselben das Potential der freien Elektricität denselben Wert hat, fliefst kein Strom von einem zum andern hin. Die Punkte gleichen elektrischen Potentials liegen auf bestimmten gegen die Magnetpole, über oder neben welchen die Scheibe rotiert, symmetrisch gelegenen Kurven; von einer so bestimmten Kurve zur anderen ändert sich der Potentialwert[1]). Die Strömungskurven sind in jedem Punkte senkrecht zu den Kurven gleichen elektrischen Potentials. In dieser Weise hat Matteucci[2]) die Strömungskurven in Scheiben bestimmt; wenn auch das Kurvensystem, welches er findet, ziemlich verwickelt ist, so bestätigen seine Versuche doch die aus den Erscheinungen des Rotationsmagnetismus und aus Faradays Versuchen abgeleiteten Resultate, dafs unterhalb der Pole die Ströme eine radiale Richtung haben, und dafs wenn die Scheibe über zwei zum Centrum symmetrisch gelegenen Polen rotiert, die Ströme von einem zum anderen Pole gerichtet sind und auf beiden Seiten der die Pole verbindenden Linie sich ausgleichen.

Die Ströme liegen jedoch nur genau symmetrisch zur Verbindungslinie der beiden Pole, wenn die Rotation der Scheibe nicht zu schnell ist; wird die Rotationsgeschwindigkeit bedeutend, so verschieben sich nach den Versuchen von Nobili[3]) und Matteucci die Strömungskurven im Sinne der Rotation, wie wenn die Ströme eine gewisse Zeit brauchten, um zustande zu kommen. Wenn so Fig. 290 die auf die einfachste Form reduzierten Strömungskurven darstellt, wenn die Scheibe im Sinne des Pfeilstriches unter den Polen NS rotiert, so liegen die Kurven bei rascher Rotation nicht symmetrisch zu der Linie NS, sondern zu der Linie ns, so dafs es den Anschein hat, als wenn die Induktion nicht sofort zustande käme.

Diese Verzögerung der Induktion oder die Verschiebung der Stromkurven erklärt nun auch sofort die zur Ebene der Scheibe senkrechte Abstofsung des über ihr befindlichen Poles; denn betrachten wir das Kurvensystem nbs in dem sich dem Pole annähernden Teile der Scheibe, über welches infolge der Verschiebung des Stromsystems der Pol N zu

---

1) Über die Berechnung dieser Ströme sehe man *Jochmann*, Crelles Journal Bd. LXIII. Poggend. Ann. Bd. CXXII.

2) *Matteucci*, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. XLIX.

3) *Nobili*, Poggend. Ann. Bd. XXVII.

Digitized by Google

hängen kommt, so erkennt man sofort, dafs dieses den Nordpol eines Magnets repräsentiert, indem die Ströme dieses Systems umgekehrt wie der Zeiger einer Uhr kreisen. Hängt deshalb der Magnet so über der Scheibe, dafs derselbe nach oben sich bewegen kann, so mufs der Nordpol von dem Stromsystem *nbs* abgestofsen werden. Ebenso mufs auch der Südpol *S*, welcher sich über dem Kurvensystem *nas* befindet, einen senkrecht von der Scheibe fort gerichteten Antrieb erhalten.

Ebenso erklärt sich durch diese Verzögerung der Induktionsströme auch die dem Radius der Scheibe parallele Komponente des Rotationsmagnetismus, und Fig. 290 läfst sofort erkennen, dafs durch die Einwirkung der Ströme *nbs* der in vertikaler Ebene drehbare Magnet, dessen Nordpol unten ist, nach der Ampèreschen Regel mit dem Nordpole nach aufsen hin, also vom Mittelpunkte fort abgelenkt werden mufs. Das Gleiche gilt von dem Südpole *S*, auch dieser wird nach der Ampèreschen Regel von den Strömen *nas* nach aufsen abgelenkt.

Fig. 290.

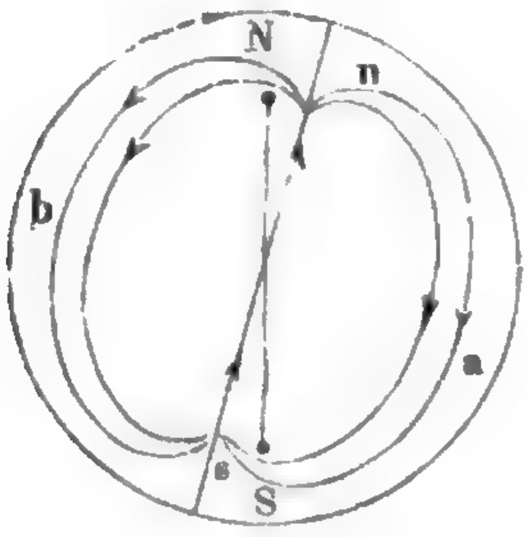
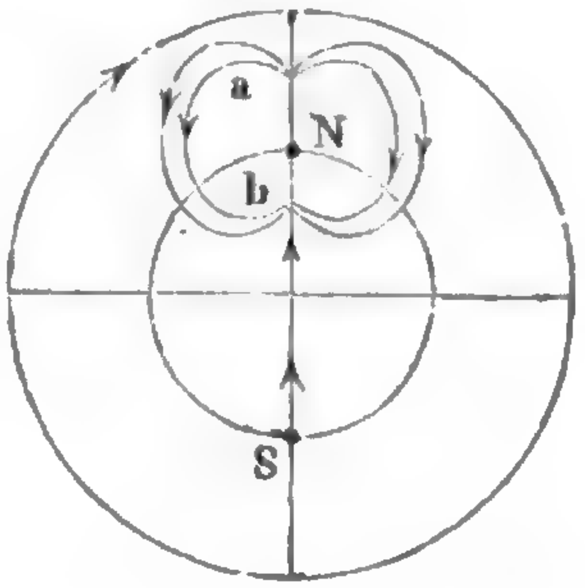


Fig. 291.



Diese letzteren Wirkungen werden andere, wenn die Pole sich näher bei der Mitte befinden, da dann die Strömungskurven einen andern Verlauf nehmen, indem sich mehrere Stromsysteme bilden. So bildet sich nach Matteucci z. B. ein dem Kurvensystem *Nab* Fig. 291 ähnliches aus, wenn die Scheibe im Sinne des Pfeils unter dem in der Hälfte des Radius befindlichen Nordpole rotiert. Werden hier die Ströme nach rechts hin verschoben, so bleibt die vertikale Komponente dieselbe wie in dem vorher betrachteten Falle, die radiale Komponente wird aber entgegengesetzt gerichtet, so dafs der Nordpol *N* gegen den Mittelpunkt der Scheibe hin abgelenkt wird.

In einem gewissen Abstande von dem Mittelpunkte, das läfst sich schon daraus schliefsen, müssen dann die Strömungskurven so beschaffen sein, dafs der Magnet weder nach der einen noch nach der anderen Seite abgelenkt wird.

§. 149.

Anwendung der Dämpfung bei der Galvanometrie. Der dämpfende Einflufs, welchen Metallmassen auf schwingende Magnetnadeln ausüben, wird in neuerer Zeit in ausgedehnter Weise bei der Galvanometrie angewandt, um die Messungen rascher und sicherer auszuführen. Denn führt

Digitized by Google

man einen Strom durch ein Galvanometer, so erhält die Nadel eine neue Gleichgewichtslage, um welche dieselbe in Schwingungen gerät; und wenn man auch die neue Gleichgewichtslage aus den Beobachtungen dieser Schwingungen ableiten kann, so ist es doch immer bequem, ja häufig, wenn die Ströme ihre Stärke schnell ändern, für genaue Messungen notwendig, dafs die Nadel in ihrer abgelenkten Lage schnell zur Ruhe kommt. Das erreicht man, indem man die Magnetnadel mit dämpfenden Metallmassen umgiebt. Je enger und je vollständiger man die schwingende Nadel mit Metallmassen einhüllt, um so stärker ist der die Bewegung der Nadel hemmende Einflufs der in den Metallmassen induzierten Ströme. Wir haben schon im §. 127 bei der Beschreibung der Galvanometer von W. Weber und Wiedemann auf diese Dämpfung hingewiesen und erwähnt, dafs man die neuern Galvanometer, welche zur Messung konstanter Ströme dienen, mit so starker Dämpfung versieht, dafs die Nadel überhaupt keine Schwingungen mehr macht, dafs sie sich zur neuen Gleichgewichtslage hin begiebt ohne dieselbe zu überschreiten. Man nennt die Bewegung der Nadel in dem Falle eine aperiodische und solche Galvanometer oft aperiodische.

Dafs eine solche Bewegung möglich ist, und unter welchen Bedingungen sie eintritt, erkennt man leicht aus der Gleichung der unter Dämpfung sich bewegenden Nadel[1]). Ist φ der Abstand der Nadel von der Gleichgewichtslage, so ist die Differentialgleichung der Bewegung, wie wir schon §. 140 erwähnten, die im §. 60 des ersten Bandes bereits behandelte Gleichung

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + 2\varepsilon\frac{d\varphi}{dt} + k^2\varphi = 0.$$

Das allgemeine Integral dieser Gleichung ist, wie wir im ersten Bande sahen (§. 60),

$$\varphi = e^{-\varepsilon t}\left\{A e^{t\sqrt{\varepsilon^2-k^2}} + B e^{-t\sqrt{\varepsilon^2-k^2}}\right\}.$$

Wie wir an jener Stelle nachwiesen, geht diese Gleichung in diejenige einer schwingenden Bewegung über, wenn $k > \varepsilon$, soweit die Exponenten in dieser Gleichung imaginär werden. Ist dagegen $\varepsilon > k$, so dafs die Exponenten reell sind, so wird die Bewegung eine aperiodische. Nehmen wir das an, und nehmen wir weiter an, dafs die neue Gleichgewichtslage der Nadel einer Ablenkung p entspreche. Da obige Gleichung uns den Abstand der Nadel von der Gleichgewichtslage zur Zeit t ergiebt, ist der Abstand der Nadel von dem Nullpunkte des Galvanometers zur Zeit t gleich dem Abstande p der Gleichgewichtslage vermehrt um φ; setzen wir den Abstand vom Nullpunkte gleich y, so wird, wenn zugleich $\sqrt{\varepsilon^2 - k^2} = m$ gesetzt wird,

$$y = e^{-\varepsilon t}\{A e^{mt} + B e^{-mt}\} + p.$$

1) Die Untersuchung der Dämpfung ist zuerst vollständig durchgeführt von *E. Du Bois-Reymond*, Monatsberichte der Berliner Akad. für 1869 und 1870; Du Bois-Reymond hat bei diesen Untersuchungen zuerst die Aperiodicität der Bewegung nachgewiesen.

Digitized by Google

Wir rechnen die Zeit von dem Augenblicke, in welchem der Strom geschlossen wird, dann ist zur Zeit $t = 0$ sowohl $y = 0$ als auch, da in dem Moment die Bewegung gegen die neue Gleichgewichtslage beginnt, die Geschwindigkeit, also $\frac{dy}{dt} = 0$.

Zur Bestimmung der Konstanten A und B erhalten wir daher die Gleichungen

$$0 = A + B + p, \qquad p = -(A + B),$$

$$\frac{dy}{dt} = -\varepsilon e^{-\varepsilon t}\{Ae^{mt} + Be^{-mt}\} + me^{-\varepsilon t}\{Ae^{mt} - Be^{-mt}\},$$

somit für $t = 0$

$$0 = -\varepsilon(A + B) + m(A - B), \qquad A - B = \frac{\varepsilon}{m}(A + B),$$

somit

$$A = -\frac{p}{2}\frac{\varepsilon + m}{m}, \qquad B = \frac{\varepsilon - m}{m}\frac{p}{2}$$

und daraus

$$y = \frac{p}{2m} e^{-\varepsilon t}\{(\varepsilon - m)e^{-mt} - (\varepsilon + m)e^{mt}\} + p,$$

$$y = \frac{p}{2m}\{(\varepsilon - m)e^{-(\varepsilon + m)t} - (\varepsilon + m)e^{-(\varepsilon - m)t}\} + p.$$

Das erste Glied des Ausdruckes für y wird mit wachsendem t stets kleiner, so dafs y sich dem Wert p immer mehr nähert, allerdings strenge gleich p erst für $t = \infty$ wird; gröfser als p kann y niemals werden, somit kann die Bewegung nicht umkehren, es können keine Schwingungen entstehen. Dasselbe zeigt die Gleichung für die Geschwindigkeit der Bewegung. Setzen wir die Werte von A und B in dieselbe ein, so wird

$$v = \frac{dy}{dt} = \frac{p(\varepsilon^2 - m^2)}{2m}\{e^{-(\varepsilon - m)t} - e^{-(\varepsilon + m)t}\}$$

ein Ausdruck, der mit wachsendem t zunächst wächst bis zu einem Maximum, das nach den Regeln des Maximums berechnet zur Zeit

$$t = \frac{1}{2m}\log \text{nat.} \frac{\varepsilon + m}{\varepsilon - m}$$

erreicht; wird von da ab nimmt die Geschwindigkeit ab und nähert sich mit wachsender Zeit asymptotisch dem Werte null.

E. Du Bois-Reymond hat gezeigt, dafs bei Anwendung starker Dämpfung in Galvanometern diese Bewegung der Magnetnadel in der That erreicht werden kann, und seitdem wird dieselbe, wie schon erwähnt wurde, vielfach zur Konstruktion der Galvanometer angewandt.

Wenn man die Intensität konstanter Ströme mifst, indem man die neue Ruhelage der Nadel beobachtet, so ist die Dämpfung nur in soweit von Einflufs, dafs die durch den Strom bedingte Ruhelage schneller erreicht wird, die Ruhelage ist für die gedämpfte Nadel dieselbe wie für die ungedämpfte. Anders ist es aber bei der Messung von Induktionsströmen, welche der Nadel nur einen Stofs geben, oder wenn man einen konstanten Strom durch die erste Elongation messen, das heifst die Ruhe-

Digitized by Google

lage aus der ersten Elongation ableiten will. Ist keine Dämpfung vorhanden, so wissen wir, dafs im letztern Falle die erste Ablenkung doppelt so grofs ist, als die der neuen Ruhelage entsprechende Ablenkung, und dafs die Stärke des Induktionsstromes dem Sinus der halben Ablenkung proportional ist. Bei Anwendung der Dämpfung sind die Verhältnisse andere[1]). Galvanometer, welche zu solchen Beobachtungen gebraucht werden, dürfen nicht aperiodisch gedämpft sein, die Nadel mufs noch eine schwingende Bewegung besitzen. Untersuchen wir zuerst den Fall, dafs die Stärke eines konstanten Stromes aus der ersten Ablenkung bestimmt werden soll, dafs also aus derselben die neue Ruhelage bestimmt werden soll. Die aus der Differentialgleichung der Bewegung für $\varepsilon < k$ sich ergebende Schwingungsgleichung ist (Bd. I. §. 60)

$$\varphi = e^{-\varepsilon t}\left\{A \cos t\sqrt{k^2 - \varepsilon^2} + B \sin t\sqrt{k^2 - \varepsilon^2}\right\},$$

worin A und B zu bestimmende Konstanten sind. Hierin ist φ der Abstand der Nadel von der durch den Strom bedingten Gleichgewichtslage, wollen wir wieder den Abstand y vom Nullpunkt der Galvanometerteilung einführen, und entspricht die Ablenkung p der neuen Gleichgewichtslage, so ist

$$y = p + e^{-\varepsilon t}\left\{A \cos t\sqrt{k^2 - \varepsilon^2} + B \sin t\sqrt{k^2 - \varepsilon^2}\right\}.$$

Ist T die Schwingungsdauer der Nadel, so wissen wir zunächst

$$T\sqrt{k^2 - \varepsilon^2} = \pi; \qquad \sqrt{k^2 - \varepsilon^2} = \frac{\pi}{T}.$$

Zur Zeit $t = 0$, im Momente des Stromschlusses, beginnt die Nadel ihre Bewegung, wir erhalten demnach als erste Gleichung zur Bestimmung von A und B, dafs für $t = 0$ auch $y = 0$, somit

$$0 = p + A; \qquad A = -p.$$

Zweitens ist für $t = 0$ auch die Geschwindigkeit gleich null; es ist

$$\frac{dy}{dt} = -\varepsilon e^{-\varepsilon t}\left\{A \cos \pi \frac{t}{T} + B \sin \pi \frac{t}{T}\right\} +$$

$$+ e^{-\varepsilon t}\left\{-A \frac{\pi}{T} \sin \pi \frac{t}{T} + B \frac{\pi}{T} \cos \pi \frac{t}{T}\right\},$$

somit, wenn $t = 0$ und $A = -p$ gesetzt wird,

$$0 = \varepsilon p + B \frac{\pi}{T}, \qquad B = -p \frac{\varepsilon T}{\pi},$$

somit

$$y = p - p e^{-\varepsilon t}\left\{\cos \pi \frac{t}{T} + \frac{\varepsilon T}{\pi} \sin \pi \frac{t}{T}\right\}.$$

Zum erstenmale wird der gröfste Ausschlag erreicht für $t = T$, denn

1) *W. Weber*, Elektrodynamische Mafsbestimmungen, insbesondere Widerstandsmessungen S. 341. Man sehe auch die Abhandlungen von *K. Schering*, über die Dämpfung in Galvanometern, Wiedem. Ann. Bd. IX, worin derselbe zeigt, dafs die Gröfse ε vom Ausschlage abhängig ist, und diese Abhängigkeit näher untersucht.

Digitized by Google

in dem Momente wird nach Beginn der Bewegung die Geschwindigkeit gleich null. Der Wert dieses gröfsten Ausschlages ist

$$y_1 = p\,(1 + e^{-\varepsilon T}).$$

Die Gleichgewichtslage aus dem ersten Ausschlage y_1 ergiebt sich also

$$p = \frac{y_1}{1 + e^{-\varepsilon T}}.$$

Für den Abstand y_2 der Nadel von der Gleichgewichtslage, wenn dieselbe nach der ersten Elongation zurückgekehrt ist, erhält man

$$y_2 = p\,(1 - e^{-2\varepsilon T}).$$

Man kann also auch aus dieser und so jeder folgenden Schwingung den Wert von p berechnen, wenn ε und T bekannt sind. Beobachtet man mehrere Schwingungen, so erhält man T direkt. Die dämpfende Kraft ε mufs direkt bestimmt werden.

Dieselbe besteht aus zwei Teilen, einem konstanten, welcher sich zeigt, wenn das Galvanometer nicht geschlossen ist und einem variabeln, von den Drähten des Multiplikators herrührenden, wenn diese zu einem Stromkreise geschlossen sind. Letzterer hängt ab von der Leitung, welche aufserdem noch in den Schliefsungsbogen eingeschaltet ist, er ist um so kleiner, je gröfser dieser Widerstand ist, da mit dem Widerstande der Leitung die Stärke der in den Windungen induzierten Ströme abnimmt. Den konstanten Teil der Dämpfung erhält man aus Beobachtungen der Schwingungsbogen, wenn die Kette, zu welcher der Multiplikator gehört, geöffnet ist. Ist dann in natürlichen Logarithmen λ' das logarithmische Dekrement der Schwingungen, und T' die Schwingungsdauer, so ist nach §. 140 S. 1032

$$\frac{\lambda'}{T'} = \varepsilon'$$

das Mafs des konstanten Teils der dämpfenden Kraft.

Zur Bestimmung des variabeln Teils der dämpfenden Kraft werden die Schwingungen beobachtet, wenn der Multiplikator in sich geschlossen ist. Ist λ'' das dann beobachtete logarithmische Dekrement, T'' die Schwingungsdauer, so ist das Mafs der gesamten dämpfenden Kraft

$$\frac{\lambda''}{T''} = \varepsilon'',$$

das Mafs des von dem Multiplikatordrahte allein herrührenden Teiles, somit

$$\varepsilon'' - \varepsilon' = \frac{\lambda''}{T''} - \frac{\lambda'}{T'}.$$

In den meisten Fällen sind T' und T'' so wenig verschieden, dafs man ihren Unterschied vernachlässigen kann, dann ist

$$\varepsilon'' - \varepsilon' = \frac{1}{T'}\,(\lambda'' - \lambda').$$

Man erhält daraus den bei Einschaltung eines äufseren Widerstandes variabeln Teil, wenn a der Widerstand des Multiplikators, b der der äufseren Leitung ist, indem man jene Differenz mit $\frac{a}{a+b}$ multipliziert, da

Digitized by Google

die Stärke der induzierten Ströme und damit die dämpfenden Kräfte sich umgekehrt wie diese Widerstände verhalten; der variable Teil ist also

$$\frac{a}{a+b}\left(\frac{\lambda''-\lambda'}{T'}\right);$$

wenn man also a einmal bestimmt hat, so ist in jedem einzelnen Falle nur mehr b zu beobachten, um sofort den variabeln Teil der Dämpfung zu erhalten. Die gesamte dämpfende Kraft ist dann

$$\varepsilon = \frac{\lambda}{T} = \frac{\lambda'}{T'} + \frac{a}{a+b}\left(\frac{\lambda''-\lambda'}{T'}\right) = \frac{a\lambda''+b\lambda'}{(a+b)T'}.$$

Ist λ nicht in natürlichen Logarithmen gegeben, so bekommt der Nenner in dem Ausdrucke für ε noch als Faktor den Modulus des Logarithmensystems.

Mit dem so bestimmten Werte von ε oder $\lambda = \varepsilon T$ erhält man aus den oben angegebenen Gleichungen die dem konstanten Strom entsprechende Gleichgewichtslage p aus den beobachteten Elongationen.

Wir wollen als zweiten Fall die Bestimmung der Intensität eines Induktionsstromes aus der durch den Stofs bewirkten Ablenkung der Nadel betrachten. Es handelt sich, wie wir früher sahen, in dem Falle darum, die Geschwindigkeit, mit welcher die Nadel die Gleichgewichtslage verläfst, aus der beobachteten ersten Elongation zu bestimmen. Die Nadel macht um die Gleichgewichtslage, welche in diesem Falle die Nulllage des Galvanometers ist, die sie zur Zeit $t = 0$ verläfst, isochrone Schwingungen, deren Dauer T sei. In der allgemeinen Gleichung

$$\varphi = e^{-\varepsilon t}\left\{A\cos\pi\frac{t}{T} + B\sin\pi\frac{t}{T}\right\}$$

haben wir demnach zur Bestimmung der Konstanten zunächst $\varphi = 0$ für $t = 0$, somit $A = 0$

$$\varphi = e^{-\varepsilon t} B\sin\pi\frac{t}{T} \quad \ldots\ldots\ldots \quad \text{(a)}$$

An Stelle der Konstanten B können wir zunächst die gesuchte Geschwindigkeit C für $t = 0$ einführen. Es ist

$$\frac{d\varphi}{dt} = -\varepsilon e^{-\varepsilon t} B\sin\pi\frac{t}{T} + e^{-\varepsilon t} B\frac{\pi}{T}\cos\pi\frac{t}{T} \quad \ldots \quad \text{(b)}$$

Für $t = 0$ wird

$$\frac{d\varphi}{dt} = C = B\frac{\pi}{T}; \quad B = \frac{T}{\pi}C,$$

somit

$$\varphi = e^{-\varepsilon t}\frac{T}{\pi}C\sin\pi\frac{t}{T}.$$

Die erste Elongation wird erreicht, wenn die Geschwindigkeit gleich null geworden ist, wir erhalten demnach die Zeit t_1, wann dies eintritt, aus Gleichung (b), indem wir dieselbe gleich null setzen,

Digitized by Google

$$0 = -\varepsilon \sin \pi \frac{t_1}{T} + \frac{\pi}{T} \cos \pi \frac{t_1}{T},$$

$$\frac{\pi}{\varepsilon T} = \frac{\pi}{\lambda} = \operatorname{tang} \pi \frac{t_1}{T}; \quad t_1 = \frac{T}{\pi} \operatorname{arc\,tang} = \frac{\pi}{\lambda},$$

weiter

$$\sin \frac{\pi}{T} t_1 = \frac{\pi}{\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}}$$

und damit für die erste Elongation

$$\varphi_1 = e^{-\frac{\lambda}{\pi} \operatorname{arc\,tang} = \frac{\pi}{\lambda}} \cdot \frac{T}{\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}} \cdot C,$$

oder für die gesuchte Geschwindigkeit

$$C = \varphi_1 \frac{\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}}{T} e^{\frac{\lambda}{\pi} \operatorname{arc\,tang} = \frac{\pi}{\lambda}}.$$

Die Ausdrücke für p und C kommen besonders zur Verwendung bei der Beobachtung nach der von W. Weber sowohl für konstante als für induzierte Ströme benutzten Multiplikationsmethode[1]). Ist ein konstanter Strom zu schwach, als dafs er durch die erste Ablenkung gemessen werden kann, so kehrt Weber in dem Momente, in welchem die Nadel die äufserste Lage erreicht hat, den Strom um, so dafs die durch den Strom bedingte Ruhelage $-p$ wird; die Nadel schwingt zurück und geht über $-p$ hinaus in eine der ersten entgegengesetzte äufserste Lage. Ist diese erreicht, so wird der Strom wieder umgekehrt, so dafs die Gleichgewichtslage $+p$ wird und die Nadel wieder auf die positive Seite hinüberschwingt; der Strom wird wieder umgekehrt, wenn dort die äufserste Lage erreicht ist, und so fort bis, was bald eintritt, die Schwingungsbogen, welche die Nadel von einer zur anderen äufsersten Lage zurücklegt, konstant werden. Die Gleichgewichtslage p, somit die Stromstärke ergiebt sich aus den schliefslich konstant gewordenen Schwingungsbogen in folgender Weise.

Rechnen wir der Bequemlichkeit wegen die Zeit t für die zweite Schwingung vom Augenblicke des Stromumlegens, wodurch die Gleichgewichtslage $-p$ wird, so wird die Schwingungsgleichung für dieselbe

$$y = -p + e^{-\varepsilon t} \left\{ A \cos \pi \frac{t}{T} + B \sin \pi \frac{t}{T} \right\},$$

worin die Konstanten sich ergeben aus der Bedingung, dafs für $t = 0$ der Abstand $y = y_1 = p(1 + e^{-\varepsilon T})$ und $\frac{dy}{dt}$, die Geschwindigkeit gleich null ist. Der äufserste Abstand y_2 wird wieder zur Zeit $t = T$ erreicht und ergiebt sich leicht

$$y_2 = -p(1 + 2e^{-\lambda} + e^{-2\lambda}).$$

Für die dritte Schwingung wird die Gleichgewichtslage wieder $+p$, die Gleichung für y wird also wieder

1) *W. Weber*, Elektrodynamische Mafsbestimmungen, insbesondere Widerstandsmessungen S. 346.

Digitized by Google

$$y = p + e^{-\varepsilon t}\left\{A \cos \pi \frac{t}{T} + B \sin \pi \frac{t}{T}\right\}$$

und es ist für $t = 0$ $y = -p(1 + 2e^{-\lambda} + e^{-2\lambda})$, ferner $\frac{dy}{dt} = 0$; es wird für $t = T$

$$y_3 = p(1 + 2e^{-\lambda} + 2e^{-2\lambda} + e^{-3\lambda})$$

und so fort.

Die Schwingungsbogen werden,

der erste $y_1 = p(1 + e^{-\lambda})$,

der zweite $y_1 + (-y_2) = p(2 + 3e^{-\lambda} + e^{-2\lambda})$,

der dritte $(-y_2) + y_3 = p(2 + 4e^{-\lambda} + 3e^{-2\lambda} + e^{-3\lambda})$,

der vierte $y_3 + (-y_4) = p(2 + 4e^{-\lambda} + 4e^{-2\lambda} + 3e^{-3\lambda} + e^{-4\lambda})$

und so fort. Die Reihe konvergiert rasch, so dafs die bald konstant werdenden Schwingungsbogen dargestellt werden können durch

$$Y = p\,\frac{4}{1 - e^{-\lambda}} - 2,$$

woraus sich p ergiebt

$$p = \frac{Y}{2}\,\frac{1 - e^{-\lambda}}{1 + e^{-\lambda}}.$$

Zur Messung der Induktionsströme wird bei der Multiplikationsmethode der Strom jedesmal umgekehrt, wenn die Nadel die Gleichgewichtslage passiert, ist also die erste Ablenkung durch den Schliefsungsstrom hervorgebracht, so wird bei der ersten Rückkehr der Nadel in die Gleichgewichtslage der Öffnungsstrom erzeugt, bei der zweiten wieder der Schliefsungsstrom u. s. f. Auch dann werden die Schwingungsbogen bald konstant. Man findet leicht, dafs die konstanten Schwingungsbogen werden

$$Y = \frac{2}{1 - e^{-\lambda}}\, e^{-\frac{\lambda}{\pi} \operatorname{arc\,tang} = \frac{\pi}{\lambda}} \cdot \frac{T}{\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}} \cdot C,$$

woraus sich die gesuchte Geschwindigkeit C beziehungsweise die Stärke des Induktionsstromes ergiebt.

§. 150.

Dauer der Induktionsströme. Wenn wir die Intensität der Induktionsströme in derselben Weise definieren wie die Intensität der konstanten Ströme, so dafs wir also die Intensität derselben der in gleichen Zeiten durch den Querschnitt des Leiters fliefsenden Elektricität proportional setzen, so hängt bei gleicher elektromotorischer Kraft und gleichem Widerstande der Leiter die Intensität der Ströme auch wesentlich von der Dauer der Ströme ab. Denn wenn auch dieselbe Elektricitätsmenge durch dieselben Leiter fliefst, so ist doch die in gleichen Zeiten durch irgend einen Querschnitt des Leiters fliefsende Elektricitätsmenge um so gröfser, je kürzer die Dauer des ganzen Stromes ist. Da wir nun früher sahen, dafs die Wirkung der galvanischen Ströme mit deren Intensität sich ändert, so wird das Gleiche auch für die Wirkungen der Induktionsströme gelten; da indes die Dauer der Induktionsströme überhaupt nur

Digitized by Google

kurz ist, so wird eben wegen dieses raschen Verlaufes die Wirkung derselben nicht unter allen Umständen mit ihrer Intensität sich ändern. Um zu erkennen, wann sich die Wirkungen mit der Intensität der Induktionsströme, dieselbe in der eben angegebenen Weise definiert, ändern, wann nicht, wird es am besten sein, die einzelnen Wirkungen der Reihe nach durchzugehen.

Zur Messung der galvanischen Ströme wandten wir entweder die elektromagnetischen oder die chemischen Wirkungen an, indem wir sahen, dafs einerseits die Ablenkung der Magnetnadel, und andererseits die in gleichen Zeiten stattfindenden chemischen Zersetzungen der Intensität der Ströme proportional sind. Diese beiden Wirkungen messen indes nicht die Intensität der Induktionsströme in der soeben angenommenen Bedeutung, sondern sie messen nur die gesamte durch die Induktion in Bewegung gesetzte Elektricität.

Die Induktionsströme verlaufen nämlich so rasch, dafs wir die Wirkung derselben auf die Magnetnadel als einen momentanen Stofs, oder als eine Reihenfolge einzelner Stöfse betrachten können, die sich so rasch folgen, dafs alle Stöfse die Nadel noch in ihrer Ruhelage treffen. Setzen wir nun voraus, dafs in einer und derselben Leitung durch dieselbe induzierende Kraft ein Induktionsstrom erregt wird, dafs aber in einem die Induktion die doppelte Zeit dauert als in dem andern, so wird in dem ersten Falle die Intensität des Stromes halb so grofs sein als in dem zweiten Falle. Die Ablenkung der Magnetnadel wird aber dennoch in beiden Fällen dieselbe sein, da in dem ersten Falle die halbe Kraft der Magnetnadel gewissermafsen zwei Stöfse versetzt, während in dem zweiten die Nadel nur einen Stofs von doppelter Stärke erhält. Die beiden Stöfse folgen sich in dem ersten Falle so rasch, dafs die Nadel sie unter denselben Umständen erhält, die Geschwindigkeit der Nadel ist also dieselbe. Daraus ergiebt sich die schon §. 146 aufgestellte Behauptung, dafs die Ablenkung der Magnetnadel nur den Integralstrom, nicht aber den Differentialstrom messe. Die Ablenkung der Magnetnadel kann uns also bei den Induktionsströmen nicht wie bei den konstanten Strömen Aufschlufs über die augenblickliche Intensität eines Stromes geben, sondern sie giebt bei den Induktionsströmen, wie die chemischen Wirkungen bei den konstanten Strömen, nur die mittlere Intensität während der ganzen Dauer des Induktionsstromes.

Dafs dasselbe von den chemischen Wirkungen gilt, bedarf wohl kaum einer besonderen Erwähnung, denn die chemischen Wirkungen liefern uns ja überhaupt nur ein Mafs für die Stromstärke, unter der Voraussetzung, dafs der Strom für die Dauer des Versuches konstant ist; die chemischen Wirkungen sind dem Produkte aus der Stromstärke in die Zeitdauer proportional. Die chemischen Wirkungen der Induktionsströme sind daher ebenfalls dem Produkte aus der mittleren Intensität in ihre Dauer proportional; ändert sich deshalb bei einem induzierten Leiter und derselben induzierenden Kraft die Dauer der Induktion, so ändert sich die chemische Wirkung nicht, da in demselben Verhältnisse wie die Dauer zunimmt, die mittlere Intensität abnimmt, das Produkt aus beiden also dasselbe ist.

Anders ist es jedoch bei den Wärmewirkungen der Induktionsströme. Wie wir sahen sind die in gleichen Zeiten von verschiedenen Strömen

Digitized by Google

entwickelten Wärmemengen den Quadraten der Stromstärken proportional; die Wärmewirkung eines Stromes innerhalb einer gewissen Zeit t ist also dem Produkte aus dieser Zeit und dem Quadrate der Stromstärke während dieser Zeit proportional. Daraus folgt dann auch, daſs bei gleicher elektromotorischer Kraft und gleichem Widerstande die Wärmewirkungen der Induktionsströme wesentlich von der Dauer derselben abhängen. Nehmen wir der Einfachheit wegen an, daſs die Intensität der Induktionsströme während ihres Verlaufes konstant sei, so wird bei doppelt so langer Dauer die Intensität des Stromes nur die Hälfte sein. Das Quadrat der Intensität ist dann 0,25, und multipliziert mit der doppelten Zeitdauer wird das die Wärmewirkung messende Produkt 0,5. Unter ganz denselben Umständen muſs also, wenn wir die Intensität der Induktionsströme während ihres Verlaufes konstant annehmen, die Wärmewirkung derselben ihrer Zeitdauer umgekehrt proportional sein. Sind die Ströme während ihres Verlaufes nicht konstant, so wird eine solche einfache Beziehung nicht existieren, aber immer wird die Wärmewirkung um so gröſser sein, je kürzer die Dauer der Ströme ist.

Gleiches gilt von den elektrodynamischen Wirkungen der Induktionsströme, wenn man z. B. einen und denselben Induktionsstrom durch die lose und feste Rolle eines Dynamometers leitet. Die dem Dynamometer erteilte Drehung ist dem Quadrate der Stromstärke proportional; bei den rasch verlaufenden Induktionsströmen wird aber gerade so wie bei dem Galvanometer die Ablenkung auch der Dauer der Induktionsströme direkt proportional sein; nehmen wir also wieder die Ströme während ihres Verlaufes als konstant an, so wird die Ablenkung der Bifilarrolle bei gleicher Gesamtstromstärke gerade wie die Wärmewirkung der Dauer der Induktionsströme umgekehrt proportional sein. Sind die Ströme nicht konstant, so wird auch dann unter sonst gleichen Umständen die Ablenkung der Bifilarrolle um so gröſser sein, je kürzer die Dauer der Ströme ist.

Auch die magnetisierende Wirkung der Induktionsströme muſs mit ihrer Dauer sich ändern. Die magnetisierende Kraft eines konstanten Stromes ist einfach seiner Intensität proportional, sie hängt nicht von der Dauer desselben ab; ja, so kurz wir auch die Dauer eines Stromes machen können, das magnetische Moment einer Stahlnadel ist immer der Intensität des magnetisierenden Stromes proportional. Deshalb wird auch unter sonst gleichen Umständen die magnetisierende Kraft der Induktionsströme abnehmen müssen, wenn die Ströme langsamer verlaufen.

Die Induktionsströme üben wegen ihres raschen Verlaufes, ähnlich wie die Entladungen der Leydner Flasche, auch physiologische Wirkungen aus, welche sich leicht durch Zuckungen in dem menschlichen Körper wahrnehmen lassen, wenn man mit demselben den Stromkreis einer Induktionsspirale schlieſst. Ein konstanter Strom übt merkbare physiologische Wirkungen nur aus, wenn er eine sehr groſse Stärke hat; zwar wenn man eine vielplattige Voltaische Säule durch den Körper schlieſst, fühlt man im Momente des Schlieſsens, sowie des nachfolgenden Öffnens eine Zuckung, um indes eine dauernde Empfindung beim Schlieſsen eines Stromes durch den Körper zu erhalten, muſs man eine Kette von 30 bis 50 Groveschen Elementen anwenden. Schwächere konstante Ströme fühlt man nur, wenn man einzelne empfindliche Teile des Körpers in den Strom-

Digitized by Google

kreis einschaltet. Daraus folgt, daſs unser Nervensystem vorzugsweise für die Veränderung seines elektrischen Zustandes empfindlich ist, und je bedeutender diese Veränderung ist, um so empfindlicher wird der Organismus davon betroffen. Daraus folgt weiter, daſs die physiologischen Wirkungen der Induktionsströme ebenfalls von der Dauer derselben abhängen, derart, daſs unter sonst gleichen Umständen die Erschütterungen des Körpers um so kräftiger werden, je rascher sie verlaufen[1]).

In den angegebenen Wirkungen haben wir demnach Mittel, den zeitlichen Verlauf der Induktionsströme, deren Gesamtintensität dieselbe ist, zu untersuchen.

Mit Hilfe derselben hat sich nun in der That gezeigt, daſs der zeitliche Verlauf der Induktionsströme sehr verschieden sein kann, und daſs mannigfache Einflüsse denselben bedingen. Daſs zunächst der zeitliche Verlauf der durch Bewegung von Leitern erzeugten Induktionsströme sehr verschieden ist, das versteht sich nach der Theorie der Induktion und nach dem durch die Erfahrung festgestellten Satze, daſs der Integralstrom nur von der Länge des von dem Leiter zurückgelegten Weges abhängt, von selbst. Aber auch die durch das Entstehen und Verschwinden von Strömen oder von Magnetismus erregten Ströme haben bei gleicher Gesamtintensität nicht gleiche Dauer. So läſst sich leicht zeigen, daſs der Induktionsstrom in einer Spirale, welcher bei dem Schlieſsen des primären Stromes entsteht, langsamer verläuft als der Öffnungsstrom, obwohl die Gesamtintensität beider Ströme dieselbe ist. Man erkennt das besonders leicht durch die Erschütterungen, welche beide Ströme dem sie schlieſsenden Körper erteilen, die durch den Öffnungsstrom bewirkten Erschütterungen sind bedeutend stärker. Der Grund dieses Unterschiedes ist leicht ersichtlich. Wenn der Strom in der primären Spirale geschlossen wird, so wird in dem Stromkreise durch den entstehenden Strom zugleich der demselben entgegengesetzt gerichtete Extrastrom induziert; derselbe schwächt während seiner Dauer den entstehenden Strom; ist er verschwunden, so nimmt der entstehende Strom an Stärke wieder zu; diese Zunahme bedingt aber einen neuen Extrastrom und so fort, so daſs notwendig eine gewisse Zeit vergeht, bis der entstehende Strom seine ganze Stärke erreicht hat. Wird dagegen der Stromkreis unterbrochen, so kann sich in demselben, wenn keine anderweitige Schlieſsung vorhanden ist, der Öffnungsextrastrom nicht ausbilden, da für denselben kein Stromkreis vorhanden ist. Der Strom muſs daher viel rascher verschwinden, als er entsteht[2]).

Derselbe Grund, welcher den Schlieſsungsstrom verzögert, muſs die Induktionsströme verzögern, wenn in der Nähe einer Induktionsspirale sich Metallmassen oder geschlossene Stromkreise befinden. Die Gesamtintensität des induzierten Stromes kann nicht geändert werden dadurch, daſs sich zwischen der induzierenden und der Induktionsspirale, oder auſserhalb

1) *E. Du Bois-Reymond,* Untersuchungen über tierische Elektricität Bd. I S. 258 ff.

2) Über den Einfluſs der Extraströme auf die Entwicklung und das Verschwinden eines durch eine konstante Stromquelle gelieferten Stromes und der Induktionsströme sehe man *v. Helmholtz,* Poggend. Ann. Bd. LXXXIII. *Felici,* Nuovo Cimento II. Reihe Bd. XII. *Cazin,* Comptes Rendus T. LIX. p. 564, T. LX. p. 738. Annales de chim. et de phys. 4. Série. T. XVII. *E. Du Bois-Reymond* in Wiedemann Elektricitätslehre Bd. IV. §. 187 ff.

Digitized by Google

derselben eine Metallhülse oder Platte befindet, aber die in diesen Metallen erregten Induktionsströme müssen in der eben entwickelten Weise verzögernd wirken. Das zeigt sich auch in den Versuchen bestätigt.

Faraday[1]) wandte als induzierende und induzierte Spirale Bandspiralen in der Weise wie Henry an und fand, dafs die Ablenkung der Galvanometernadel bei gleicher Intensität des induzierenden Stromes immer dieselbe war, mochten zwischen die auf einander wirkenden Spiralen Metallplatten gelegt werden oder nicht. Rijke[2]) umgab bei seinen Versuchen über die Extraströme die Spirale, in welcher der Extrastrom erregt wurde, mit einer zweiten Spirale; die galvanometrische Wirkung der Extraströme war dieselbe, mochte die zweite Spirale geschlossen oder geöffnet sein. Trotz dieser Gleichheit der Gesamtstromstärke war aber die elektrodynamische Wirkung in beiden Fällen sehr verschieden; die Ablenkung des Dynamometers ist viel kleiner, wenn die zweite Spirale geschlossen, als wenn sie offen ist. Mit Hilfe der thermischen Wirkungen haben Abria[3]) und Edlund[4]), und mit Hilfe der physiologischen Wirkungen Dove[5]) dasselbe für die Induktionsströme in Induktionsspiralen nachgewiesen.

Diese verzögernde Wirkung von Metallmassen erklärt auch die eigentümliche Verschiedenheit des Einflusses, welchen weiches Eisen im Innern einer Induktionsspirale ausübt, je nachdem es in massiven Cylindern oder in Form von Eisendrahtbündeln angewandt wird. Wenn man eine Induktionsspirale auf eine induzierende Spirale windet und dann in die induzierende Spirale weiches Eisen legt, so wird die Stärke des induzierten Stromes bedeutend vergröfsert, da dann nicht nur der entstehende und verschwindende Strom, sondern auch der entstehende und verschwindende Magnetismus in der Induktionsspirale einen Strom erregt. Der von letzterem herrührende Teil der elektromotorischen Kraft ist dem magnetischen Momente des in der Spirale liegenden Eisens proportional, er ist also derselbe, wenn das magnetische Moment des Eisens dasselbe ist. Dem entsprechend zeigt sich auch die mit dem Galvanometer gemessene Gesamtintensität der Induktionsströme gleich, wenn das magnetische Moment des in der Spirale befindlichen Eisens dasselbe ist, die physiologischen Wirkungen dagegen sind bedeutend gröfser, wenn das Eisen in Form von Drahtbündeln verwandt wird.

Dafs die verstärkte Wirkung in dem letzten Falle ihren Grund in der Verteilung des Eisens hat, welche das Zustandekommen der Induktionsströme verhindert, das ergiebt sich deutlich aus den Versuchen von Magnus[6]), nach welchen die stärkere physiologische Wirkung des Eisens sofort aufhört, wenn die einzelnen Eisendrähte durch ein leichtflüssiges Metall zu einem metallischen Continuum verbunden sind, oder wenn die Eisendrähte in eine ringsgeschlossene Metallröhre geschoben werden. Wird

1) *Faraday*, Experimental researches Ser. XIV. art. 1709 ff. Poggend. Ann. Ergänzungsband I.
2) *Rijke*, Poggend. Ann. Bd. CII.
3) *Abria*, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. VII.
4) *Edlund*, Poggend. Ann. Bd. CXXIII.
5) *Dove*, Poggend. Ann. Bd. XLIX.
6) *Magnus*, Poggend. Ann. Bd. XLVIII.

Digitized by Google

die Metallröhre indes der Länge nach aufgeschnitten, so tritt die stärkere physiologische Wirkung wieder hervor.

Dove hat dann auch noch direkt gezeigt[1]), dafs die stärkere physiologische Wirkung ihren Grund in dem rascheren Verlauf, also in der gröfseren Intensität des bei der Gegenwart von Eisenbündeln induzierten Stromes hat. Er wandte dazu den Differentialinduktor an; derselbe besteht aus zwei ganz gleichen hohlen Holzrollen, auf welche zunächst als induzierende Spirale eine gleiche Länge gleichen Kupferdrahtes in gleichen Windungen aufgewickelt war. Auf jede dieser Rollen war ferner eine Induktionsspirale gewickelt, beide Induktionsspiralen waren ebenfalls unter sich ganz genau gleich. Wurde durch die induzierenden Spiralen ein Strom geleitet, und wurden die beiden Induktionsspiralen entgegengesetzt mit einander verbunden, so hoben sich die Induktionsströme vollständig auf, so dafs sie weder auf die Galvanometernadel eine Wirkung äufserten, noch auch eine physiologische Wirkung zeigten. Das war auch der Fall, wenn in beide Rollen gleiche Stücke weiches Eisen gelegt wurden. Diese Gleichheit beider Wirkungen hörte indes auf, wenn die eine der Rollen einen massiven Eisencylinder, die andere ein Drahtbündel enthielt. War dann in dem Differentialinduktor die Gleichheit des galvanometrischen Effekts erreicht, d. h. fand keine Ablenkung der Galvanometernadel statt, so war noch eine kräftige physiologische Wirkung zu Gunsten der Drahtbündel vorhanden; war dagegen keine physiologische Wirkung mehr wahrzunehmen, so wurde die Galvanometernadel kräftig von dem durch den massiven Eisencylinder erregten Strom abgelenkt.

Wenn bei diesen Versuchen die Gleichheit des galvanometrischen Effektes erreicht war, so blieb die Nadel nicht einfach ruhig auf dem Nullpunkt stehen, sondern sie erhielt immer im ersten Moment eine Zuckung nach der Seite, nach welcher der von dem Drahtbündel induzierte Strom sie ablenkte, und wurde dann auf den Nullpunkt langsamer zurückgeführt; ja selbst, wenn der Strom von dem massiven Eisencylinder im Galvanometer überwog, erhielt die Nadel im ersten Momente einen Stofs nach der Seite des von dem Drahtbündel induzierten Stromes, und dann erst wurde sie durch den Nullpunkt auf die andere Seite abgelenkt. Diese Zuckung der Nadel beweist, dafs in dem ersten Momente die Intensität des von dem Drahtbündel induzierten Stromes die gröfsere ist, und dafs nur deshalb die Nadel auf die andere Seite abgelenkt wird, weil die Gesamtintensität des von dem massiven Eisen mit gröfserem magnetischen Momente induzierten Stromes die gröfsere ist; sie beweist also, dafs das massive Eisen die Induktion wie jedes massive Metall verzögert[2]).

---

1) *Dove*, Poggend. Ann. Bd. XLIX. Untersuchungen im Gebiete der Induktionselektricität. Berlin 1842.

2) Auf die den alternierenden Entladungen einer Leydener Flasche entsprechenden oscillatorischen Bewegungen der Elektricität in nicht geschlossenen Induktionsspiralen können wir hier nicht eingehen. Man sehe die betreffenden Untersuchungen von *v. Helmholtz*. Verhandl. des naturhistor. medicin. Vereins zu Heidelberg. Jahrg. 1869. Berichte der Berliner Akad. Mai 1871. *Bernstein*, Poggend. Ann. Bd. CXLII. *Blaserna*, Archives des sciences phys. et natur. Nouv. série. T. XXXVIII. 1869. *Mouton*, Journal de physique T. VI. *Cazin*, Ann. de chim. et de phys. 5. série T. I. *Schiller*, Poggend. Ann. Bd. CLII.

Digitized by Google

§. 151.

Magnetelektrische und dynamoelektrische Induktionsapparate.

Aus den in diesem Kapitel mitgeteilten Erfahrungen über die Induktion ergiebt sich, daſs man mit Hilfe derselben sehr kräftige und rasch verlaufende elektrische Ströme herstellen kann. Man hat daher vielfach elektromotorische Apparate, welche auf Induktion beruhen, konstruiert; die wichtigsten derselben sollen hier beschrieben werden.

Die Induktionsapparate zerfallen in zwei Gruppen, die magnetelektrischen und die elektromagnetischen; in den ersteren werden die Ströme durch Bewegung von Spiralen, welche mit Eisenkernen versehen sind, in der Nähe kräftiger Magnetpole erregt, in den letzteren dadurch, daſs in einer induzierenden, ein Bündel Eisendrähte enthaltenden Spirale, welche von einer Induktionsspirale umgeben ist, abwechselnd Ströme unterbrochen und geschlossen werden. In der ersteren Gruppe werden also die Ströme allein durch Magnetismus, teils durch die Bewegung der Spiralen vor den Polen, teils durch den entstehenden und verschwindenden Magnetismus der Kerne induziert; in der letzteren teils durch den entstehenden und verschwindenden Strom, teils durch den infolge dieses entstehenden und verschwindenden Magnetismus.

Der erste Induktionsapparat, welcher konstruiert wurde, war der magnetoelektrische Apparat von Pixii[1]); derselbe lieſs einen Hufeisenmagnet um eine den Schenkeln parallele Axe rotieren; vor denselben befand sich ein Anker von der Form eines kurzen Hufeisens, dessen Schenkel mit Drahtspiralen umwickelt waren, so daſs die Pole des rotierenden Magnets sich den Schenkeln des Ankers abwechselnd näherten, abwechselnd von denselben sich entfernten. Auf diese Weise konnten indes nur kleinere Maschinen konstruiert werden, da gröſsere Magnete sich nur schwierig in eine regelmäſsige Rotation versetzen lieſsen. An allen später konstruierten Apparaten, so an denen von Saxton[2]), Ritchie[3]), Clarke[4]), von Ettingshausen[5]) und anderen, wurden die Magnete deshalb festgestellt und die mit Eisenkernen versehenen Spiralen vor den Polen derselben in Rotation versetzt. Wir beschreiben von allen diesen Maschinen[6]) nur die wohl am weitesten verbreitete Maschine von Stöhrer.

An den einfachen Stöhrerschen Apparaten, Fig. 292, liegt der hufeisenförmige Stahlmagnet *NS* horizontal auf dem Kasten *K*. Der Magnet besteht aus mehreren, 5 oder 7 Lamellen, welche in der gewöhnlichen Weise zusammengelegt sind.

Zwischen den Schenkeln des Magnets und ihnen parallel befindet sich die die Anker tragende eiserne Umdrehungsaxe; dieselbe endet in

1) *Pixii*, Ann. de chim. et de phys. T. L. Poggend. Ann Bd. XXVII.

2) *Saxton*, Philosophical Magazin vol. IX. 1836. Poggend. Ann. Bd. XXXIX.

3) *Ritchie*, Philosophical Transactions for 1833. Poggend. Ann. Bd. XXXII. Poggend. Ann. Bd. XXXIX. S. 406.

4) *Clarke*, Philosophical Magazin vol. IX. 1836. Poggend. Ann. Bd. XXXIX. S. 406.

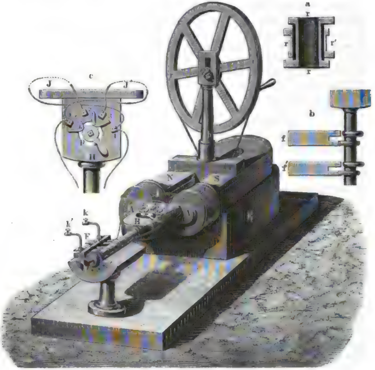
5) *v. Ettingshausen*, Gehlers Wörterbuch II. Aufl. Bd. IX. Art. Magnetoelektricität.

6) Man sehe galvanische Fernewirkungen von *v. Feilitzsch* in der Karstenschen Encyklopädie und *Wiedemann*, Galvanismus. 2. Aufl. Bd. II. §. 889 ff.

Digitized by Google

Spitzen, welche in Pfannen laufen. Auf der Axe befindet sich hinter der Säule b eine Rolle, über welche der Schnurlauf des Rades r hinreicht, durch welchen die Rotation der Anker bewirkt wird. Vor den Magnetpolen trägt die Axe den mit den Induktionsspiralen versehenen Anker;

Fig. 292.



derselbe besteht aus einer Eisenplatte AA, an welche zwei Eisenkerne angeschraubt sind, welche von den Induktionsspiralen J, J' umgeben werden. Bei den neueren Apparaten von Stöhrer sind die Enden der induzierten Drähte mit vier von einander isoliert auf dem Holzklötzchen H befestigten Kupferstücken verbunden, und zwar (siehe auch Nebenfigur c) die Enden der Spirale J' mit den Kupferstücken 1 und 3, die Enden der Spirale J mit den Kupferstücken 2 und 4; die Spiralen sind so gewunden, dafs die Enden 1 und 2 einerseits, sowie 3 und 4 immer gleichartig elektrisch werden. Wird demnach das Kupferstück 1 mit 3, und das Stück 2 mit 4 leitend verbunden, so entsteht bei der Rotation des Ankers in jeder Spirale ein Strom, der entweder durch die Spiralen von 1 nach 3 und von 2 nach 4 geht, oder bei entgegengesetzter Drehung umgekehrt. Würde man daher z. B. 1 und 2 einerseits, 3 und 4 ande-

Digitized by Google

rerseits mit ein und derselben Leitung verbinden, so würden die in beiden Spiralen erzeugten Ströme gleichzeitig diese Leitung durchströmen, ähnlich wie wenn man die Zinke zweier Elemente einerseits, die Kohlen derselben andererseits mit einer Leitung verbinden würde.

Wenn man dagegen 2 mit 3 leitend verbände und 1 mit 4 durch eine Leitung schlösse, so würde der in jeder Spirale erzeugte Strom auch die andere durchlaufen, indem der Strom der Spirale J' z. B. von 1 durch die Spirale nach 3, von dort über 2 durch die Spirale J nach 4, und dann durch die 4 und 1 verbindende Leitung weiter ginge; denselben Weg würde der Strom der zweiten Spirale einschlagen. Die letztere Verbindungsweise unterscheidet sich von der ersteren dadurch, dafs bei ihr der Widerstand in dem Elektromotor doppelt so grofs ist.

Um beide Verbindungsweisen, von denen man die erstere wählen wird, wenn die äufsere Leitung nur einen geringen Widerstand hat, herstellen zu können, dient der Pachytrop p. Derselbe besteht aus einer Kupferscheibe, welche auf einer in dem Holze H eingelassenen Elfenbeinplatte um ihren Mittelpunkt drehbar befestigt ist, und welche zwei gabelförmige Kupferstücke trägt. Die Scheibe kann so gestellt werden, dafs die eine Gabel die Kupferstücke 1 und 2, die andere die Stücke 3 und 4 berührt, oder, dafs die eine Gabel die Stücke 2 und 3 berührt, die andere aber keines der Stücke. Im letzteren Falle gehen die Ströme von 1 durch J' nach 3, von da über 2 durch J nach 4, und von dort durch die Leitung nach 1 zurück.

Die Leitung von 4 nach 1 wird durch den an dem vordern Ende der Axe befestigten Kommutator vermittelt. Derselbe besteht, wie die Nebenfigur a im Durchschnitt und b perspektivisch zeigt, aus zwei koncentrischen, von einander isoliert auf die Axe aufgesetzten Metallröhren rr und $r'\,r'$. Mit der Röhre rr ist das Kupferstück 1, mit $r'\,r'$ das Stück 4 durch einen Draht verbunden. Die Röhre rr ragt an beiden Seiten über die Röhre $r'\,r'$ hervor; die Enden der Röhre tragen kreisförmige Wülste von Metall, welche abwechselnd liegen, und zwar so, dafs wenn der erste von r (Fig. b) rechts liegt, der erste von r' links, der zweite von r' wieder rechts und der zweite von r links liegt. Auf den Metallwülsten schleifen Metallfedern f und f', welche mit Schrauben an der Seite des Fufses F befestigt sind, und von denen f mit der Klemmschraube k, f' mit der Klemmschraube k' leitend verbunden sind. Die Federn sind vorn gegabelt, so dafs jedesmal eine der Zinken jeder Feder auf dem betreffenden Metallwulst schleift. Wenn f auf dem entsprechenden Wulst von r' schleift, dann schleift f' auf dem entsprechenden Wulst von r und umgekehrt. Ist nun k und k' leitend verbunden, so fliefsen durch diese Leitung alle Ströme in derselben Richtung. Denn befindet sich J (Fig. 292) augenblicklich vor dem Nordpole, J' vor dem Südpole, so wird, wenn J sich nach oben und zum Südpole bewegt, durch den verschwindenden Südmagnetismus und den entstehenden Nordmagnetismus ein Strom induziert, der von 2 durch die Spirale nach 4 geht, und wird derselbe von 4 zur Röhre r' von dem entsprechenden Wulst zur Feder f, durch k, die Leitung kk' zu f', von da durch den entsprechenden Wulst zur Röhre r und nach 1 zurückgehen. Von 1 geht derselbe mit dem Strome der zweiten Spirale vereint durch J' nach 3, durch den

Digitized by Google

Pachytrop nach 2 und weiter wieder durch J nach 4, und so wie vorher durch die Leitung kk'. Wenn dann der Anker eine halbe Umdrehung zurückgelegt hat, so entfernt sich J nach unten vom Südpol und nähert sich darauf dem Nordpol, der in der Spirale induzierte Strom hat die entgegengesetzte Richtung, er fliefst also von 4 nach 1 und von da zur Röhre rr. Da aber diese Röhre sich jetzt ebenfalls um 180° gedreht hat, so schleift die Feder auf dem entsprechenden Wulst derselben, und der Strom geht wieder von f über k durch die Leitung nach k' u. s. w.

Der Apparat von Stöhrer liefert also in der Leitung kk' stets eine Anzahl gleichgerichteter Ströme.

Durch eine etwas andere Anordnung des Kommutators hat Dove[1]) diesen Apparat in den Stand gesetzt, auch abwechselnde Ströme zu liefern, und zugleich gelang es mit demselben auch den Anfangsextrastrom direkt und auf das unzweideutigste nachzuweisen. Wir müssen betreffs dieser interessanten Versuche auf Doves Abhandlung verweisen.

Die elektromotorische Kraft dieser Induktionsapparate hängt ab von der Anzahl der Polaritätswechsel in den Induktionsrollen, also bei einem und demselben Apparate von der Rotationsgeschwindigkeit der Anker. Durch Vermehrung der Magnete und Anker kann daher auch eine gröfsere elektromotorische Kraft bei gleicher Rotationsgeschwindigkeit erzeugt werden; man hat deshalb später die Zahl der Magnete und Anker ganz erheblich vermehrt.

Ein erheblicher Fortschritt für die magnetelektrischen Maschinen trat ein durch die neuen Konstruktionen, welche einerseits von Pacinotti[2]) und Gramme[3]), andererseits von v. Hefner-Alteneck[4]) den Ankern der Maschinen gegeben wurden, welche dieselben in den Stand setzten, fast ganz kontinuierliche Ströme zu liefern.

Der von Gramme wohl ohne Kenntnis der Konstruktion von Pacinotti angegebene und jetzt allgemein als Grammescher Ring bezeichnete Anker besteht aus einem Kreisringe von massivem Eisen oder jetzt meist aus vielen Eisendrähten, der, wie es Fig. 293 andeutet, eine grofse Zahl einzelner von dem Ringe isolierter Spiralen trägt, welche alle gleichgewickelt und deren jede mit der folgenden leitend verbunden ist, so dafs sie eine im ganzen um den Eisenring herumgehende Wickelung bilden. Der Eisenring mit der Spirale sitzt auf einer Holzscheibe und kann um eine durch seinen Mittelpunkt senkrecht zur Ebene des Ringes hindurchgehende Axe in Rotation gesetzt werden. Er rotiert zwischen den Polen eines Magnetes, welche nur ganz wenig mehr, als der äufsere Durchmesser des bewickelten Ringes beträgt, von einander entfernt sind. Von den je zwei Spiralen verbindenden Drähten gehen radiale Drähte bis zur Axe und sind dort mit von einander und von der Axe isolierten Kupferstreifen verbunden, deren auf der Axe also soviel wie Spiralen vorhanden sind. Die

1) *Dove*, Poggend. Ann. Bd. LVI.

2) *Pacinotti*, Nuovo Cimento Bd. XIX (1865). II. Reihe Bd. XII. 1874.

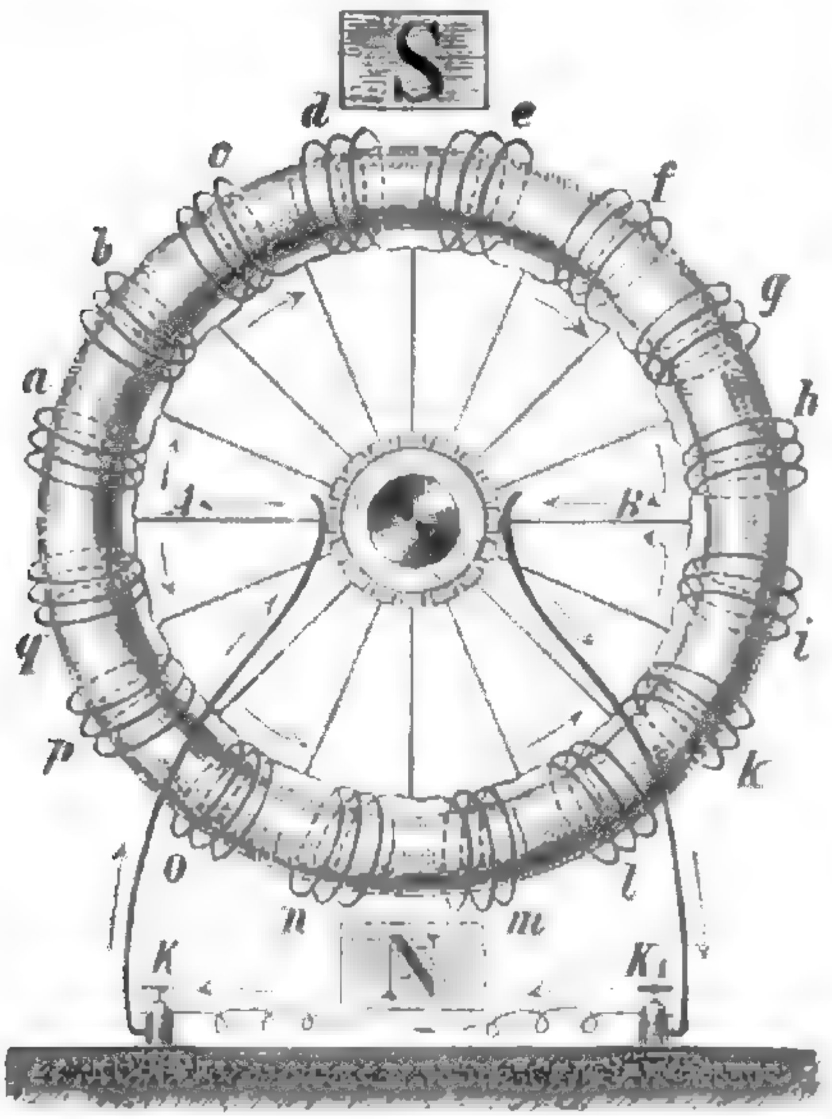
3) *Gramme*, Comptes Rendus T. LXXIII p. 175, T. LXXV p. 1497. Dinglers Journal Bd. CCII, CCVII, CCVIII.

4) Die Trommel der Siemensschen Maschinen von v. Hefner-Alteneck datiert aus dem Jahre 1872.

Digitized by Google

Kupferstreifen sind in einem Cylinder um die Axe geordnet, so dafs die mit diametral einander gegenüberliegenden Verbindungsdrähten zweier Spiralen verbundenen Kupferstreifen ebenfalls diametral einander gegenüberstehen. Zwei mit den Klemmen K und K_1 leitend verbundene Federn oder Drahtbürsten sind gegen die Rotationsaxe gedrückt, so dafs, wenn die Pole S und N vertikal übereinander stehen, jedesmal die beiden Kupferstreifen, welche die Horizontale AB passieren, mit diesen Federn resp. Bürsten zur Berührung kommen. Die Bürsten werden in der Regel, um gar keine Unterbrechung des erregten Stromes eintreten zu lassen, so gestellt, dafs der nachfolgende Metallstreifen schon die Bürsten berührt, ehe die gerade AB passierenden Streifen dieselben verlassen haben.

Fig. 293.



Um die Wirkung des Ringes zu übersehen, erwägen wir zunächst, dafs in demselben durch N ein Südpol und durch S ein Nordpol erregt wird, welche Pole immer dieselbe Lage bei N und S behalten, auch wenn der Eisenring in Rotation versetzt wird. In Bezug auf den rotierenden Ring wechseln dieselben somit stets ihre Lage, räumlich bleibt die Lage der Pole und die Verteilung des Magnetismus im Ringe dieselbe. Es ergiebt sich daraus, dafs die Induktion in den Spiralen wesentlich dieselbe ist, wie wenn der Eisenring feststände und nur die Umwickelung in Rotation versetzt würde.

Verfolgen wir eine Spirale etwa a bei ihrer Rotation, welche von A über S nach B gehe und beachten zunächst nur den Magnetismus im Eisenringe, also den unterhalb S in demselben erregten Nordpol und den oberhalb N erregten Südpol. Die Spirale a nähert sich von A aus, wo sie sich in der Indifferenzzone des ringförmigen Magnets befindet, dem Nordpole, geht über den Nordpol, indem derselbe die Axe der Spirale durchwandert, weg und entfernt sich von demselben im zweiten Quadranten der Bahn, indem sie zur Indifferenzzone bei B hinübergeht. Ist diese passiert, so nähert sich die Spirale dem Südpole des Ringmagnets, geht über denselben weg und entfernt sich auf demselben bis zur Indifferenzzone bei A.

Auf der ersten Hälfte der Bahn auf dem Wege von A über S bis B wird in der Spirale nach dem Lenzschen Gesetze ein Strom solcher Richtung induziert, dafs die im Sinne der Bewegung vordere Seite der Spirale so vom Strome umflossen wird, dafs dieselbe dem Nordpole eines Magnets entspricht, die hintere Seite dem Südpole, denn auf dem ersten

Viertel der Bahn nähert sich die vordere Seite dem Nordpole, die Induktion mufs also so sein, dafs die elektrodynamische Wirkung die Spirale abstöfst. Ist der Pol durch die Spirale hindurchgegangen, so ist die hintere Seite dem Pole zugewandt, welche sich vom Pole entfernt, die Induktion mufs also derartig sein, dafs die hintere Seite vom Pole angezogen wird, sie mufs also wie auf dem ersten Viertel der Bahn einem Südpole entsprechen. Die Wirkung, welche die Spirale auf dem Wege von *A* über *S* bis *B* erfährt, ist dieselbe, welche alle Spiralen *a* bis *h* oberhalb *AB* gleichzeitig erfahren. Alle diese Spiralen werden somit von einem Strom derselben Richtung durchflossen.

Sowie die Spirale die Indifferenzzone bei *B* passiert hat, ändert sich in derselben die Richtung des Stromes, die in der Bewegungsrichtung vordere Seite nähert sich dem Südpol, sie mufs demnach ein Südpol werden, und sie bleibt ein Südpol, bis dieselbe bei *A* ankommt. Auch dies gilt für alle unterhalb *AB* befindliche Spiralen. Die beiden Hälften der Umwicklung werden somit von entgegengesetzten Strömen durchflossen; fliefst in der oberen Hälfte der Strom von *A* über *S* nach *B*, so fliefst er in der unteren von *A* über *N* nach *B*.

Die Wirkung der Ringpole wird durch die Pole *S* und *N* des Magnets verstärkt, unter resp. über welchen die Spiralen hergehen. Man erkennt das am einfachsten, wenn man die Teile der Windungen betrachtet, welche zwischen den Polen durchgehen; der soeben abgeleitete Induktionsstrom hat eine solche Richtung, dafs der unter diesem Teile der Windung liegende Nordpol denselben der Bewegungsrichtung entgegen zurücktreibt; soll der oberhalb der Windung liegende Südpol den Strom in demselben Sinne treiben, so mufs nach der Ampèreschen Regel der Strom dieselbe Richtung haben. Nach dem Lenzschen Gesetze mufs demnach in einem zwischen einem Nordpol und einem Südpol hindurchgehenden Drahte von beiden Polen ein Strom derselben Richtung induziert werden.

Die gesamte Induktionswirkung liefert also in der oberen Hälfte der Wickelung eine in dem einen Sinne wirkende, in der anderen Hälfte eine im entgegengesetzten Sinne wirkende elektromotorische Kraft; ist der Ring nur in sich geschlossen, so kann demnach gar kein Strom zustande kommen. Der Ring verhält sich wie zwei Reihen von Elementen, in deren jeder die Elemente hinter einander verbunden sind, und bei denen weiter die Zinke der beiden ersten und die Platine der beiden letzten Elemente in den beiden Reihen mit einander verbunden sind, die also so zu einander stehen, wie die beiden Elemente bei der Poggendorffschen Stromverzweigung. Werden aber jetzt die Klemmen K und K_1 mit einander leitend verbunden, so geht der von beiden Ringhälften erzeugte Strom durch die Kontaktfedern, welche den Kupferstreifen berühren, der gerade *AB* passiert, in die Leitung hinüber, gerade so, wie wenn die Punkte, in denen die beiden Zweige der Poggendorffschen Stromverzweigung zusammenstofsen, mit einander verbunden werden. Ist E die in jeder Ringhälfte vorhandene elektromotorische Kraft, w der Widerstand der Hälfte der Spiralen, R der äufsere Widerstand von einer Kontaktfeder zur andern, so ist die Stromstärke

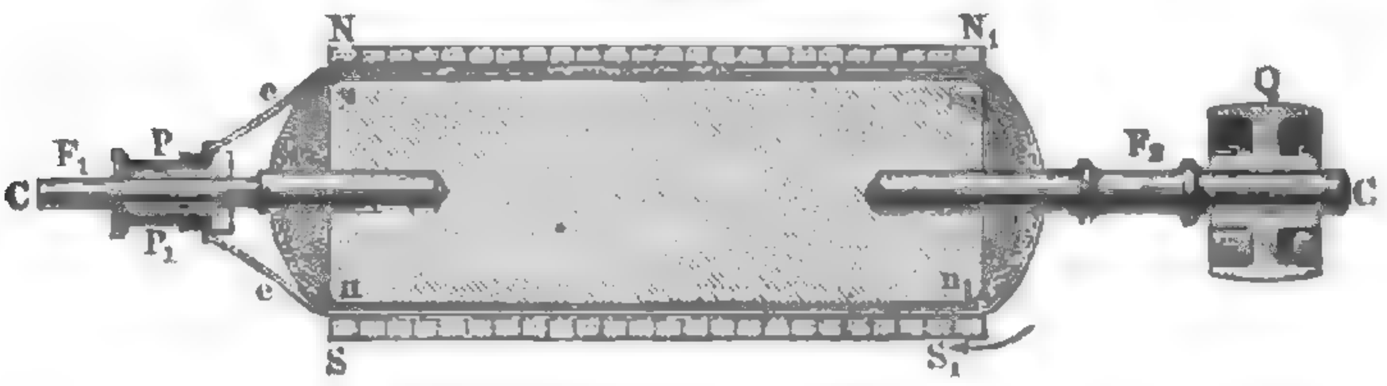
$$i = \frac{E}{R + \frac{1}{2} w}.$$

Digitized by Google

Dieser Strom ist jedesmal so lange vorhanden, als die Kontaktfedern an dem betreffenden Kupferstreifen anliegen, er wird so lange unterbrochen, als es Zeit dauert, dafs der nächstfolgende Kupferstreifen an die Kontaktfeder kommt, nachdem der augenblicklich berührende Streifen die Feder verlassen hat. Sorgt man dafür, dafs der zweite Streifen einen Augenblick früher an die Kontaktfeder kommt, ehe der erste sie verlassen hat, so tritt keine Unterbrechung, sondern nur ein kleines Schwanken des Stromes ein.

Die Trommel von v. Hefner-Alteneck ist eine Vervollkommnung des ursprünglich von Siemens konstruierten Ankers[1]), welcher die Magnetinduktion schon erheblich vollständiger ausnutzte, als es bei den früheren Ankerkonstruktionen der Fall war, welche wie bei der Stöhrerschen Maschine über den Polen fort bewegt wurden. Einen Durchschnitt der Trommel zeigt Fig. 294, welche aus Schellens Buch über die magnetelektrischen und dynamoelektrischen Maschinen[2]) entnommen ist. Siemens stellt die

Fig. 294.



induzierenden Hufeisenmagnete in eine Reihe neben einander, so dafs die Nordpole *NN* und die Südpole *SS* zwei parallele Reihen bilden. Zwischen diesen Reihen um eine denselben parallele Axe *CC* rotiert der Siemenssche Anker, beziehungsweise die Trommel. Auf der Axe *CC* sitzt ein Eisencylinder *nn*, *ss*, dessen Durchmesser nur wenig kleiner ist als der Abstand der Pole. Um diesen Eisencylinder sind Drahtspiralen gewickelt, und zwar so, dafs die Windungen parallel der Rotationsaxe um den Cylinder geführt sind. Der Siemenssche Anker hatte nur eine solche Spirale; die Hefner-Alteneckśche Trommel hat deren eine gröfsere Zahl, welche von einander isoliert sind und deren jede folgende gegen die vorhergehende um einen solchen Bruchteil des Kreisumfanges gedreht ist, als der reciproke Wert der auf den Cylinder gewickelten Spiralen beträgt. Die Enden der einzelnen Spiralen sind zu Kupferstreifen geführt, welche auf der Rotationsaxe von einander isoliert aufgesetzt sind und durch welche die Spiralen in passender Weise hinter einander geschaltet sind, so dafs zwei Zweige, wie bei dem Grammeschen Ringe gebildet werden, so dafs also stets der Strom in beiden Zweigen, wie bei dem Grammeschen Ringe, von dem die eine Kontaktbürste berührenden Kupferstreifen zu dem die andere Bürste berührenden strömt. Betreffs der Verbindungsweise der Spiralenden mit den einzelnen Kupferstreifen des Kommutators verweisen

1) *Siemens*, Poggend. Ann. Bd. CI.

2) *Schellen*, Die magnet- und dynamo-elektrischen Maschinen. Köln bei Dumont-Schauberg. 1. Aufl. 1879. 2. Aufl. 1883.

Digitized by Google

wir auf das Werkchen von Schellen, in welchem die Details der Anordnung besprochen sind.

Auch bei der Trommel werden in dem inneren Eisenkern durch die Pole *N* und *S* im Raume feststehende, somit in Bezug auf den Eisenkern ihre Lage stets ändernde Pole $s s_1$ und $n n_1$ erzeugt. Auch hier erfolgt also die Induktion im wesentlichen so, wie wenn der Eisenkern feststände und nur die Umwicklung desselben drehbar wäre. Man sieht demnach, daſs auch hier in jeder Spirale bei einer Umdrehung auf der halben Bahn ein Strom in dem einen Sinne, auf der anderen Hälfte in dem entgegengesetzten Sinne erzeugt wird. Nehmen wir etwa den Sinn der Rotation so an, daſs die in der Zeichnung jetzt untere Windung nach vorn und oben bewegt wird, so wird in der augenblicklichen Lage in der Windung ein Strom induziert, der unten von links nach rechts geht, also von vorn gesehen die Spirale umgekehrt durchläuft, wie die Bewegung des Uhrzeigers erfolgt. In Bezug auf die Richtung im Raume bleibt der Sinn des Induktionsstromes derselbe, da aber, wenn der untere Teil der Windung die Indifferenzzone passiert hat, dieser untere Teil zum oberen wird, so wird der Sinn des Stromes in Bezug auf die Spirale der entgegengesetzte. Während jetzt der Strom von dem Kupferstreifen p_1 durch die Spirale nach p flieſst, flieſst er nach der Drehung, sobald die obere Partie der Windung die Indifferenzzone passiert hat, von p durch die Spirale nach p_1. Man erkennt, daſs man durch passende Hintereinanderfügung der Spiralenden, von denen jedesmal zwei zu einem Kupferstreifen führen, eine Stromleitung erreichen kann, welche derjenigen des Grammeschen Ringes entspricht.

Daſs die Trommel die Induktion günstiger ausnutzt als der Grammesche Ring erkennt man unmittelbar daraus, daſs bei derselben stets alle vier Pole induzierend auf dieselbe Spirale wirken, während bei dem Grammeschen Ringe nur zwei Pole auf die einzelne Spirale wirken.

Eine ganz neue Zeit begann für die magnetelektrischen Induktionsapparate als Siemens[1]) und fast gleichzeitig Wheatstone[2]) die permanenten Magnete durch Elektromagnete ersetzten und den in den Maschinen erzeugten Strom selbst zur Magnetisierung der Elektromagnete benutzten; es wurde dadurch das Princip der Holzschen Maschine auf die Induktionsmaschinen angewandt. Die Verwendung dieses Princips und der neuen Anker, des Ringes und der Trommel hat die neueren Dynamomaschinen geschaffen, welche der Verwendung der elektrischen Ströme im praktischen Leben eine früher ungeahnte Verbreitung gegeben haben; diese Maschinen liefern uns durch direkte Umsetzung von mechanischer Arbeit in elektrischen Strom Ströme, welche früher gar nicht oder doch nur mit für die praktische Verwendung unerschwinglichen Kosten erzeugt werden konnten.

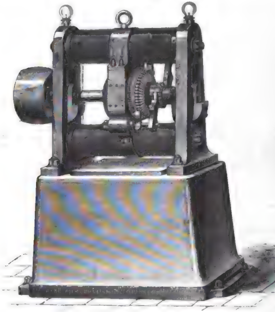
Das Princip der Dynamomaschinen ist einfach folgendes. Das Eisen ist immer etwas magnetisch oder behält doch etwas Magnetismus, wenn es einmal magnetisiert war. Man denke sich nun zwischen den Polen eines so schwach magnetischen Elektromagnets einen Grammeschen Ring

1) *Siemens*, Poggend. Ann. Bd. CXXX.
2) *Wheatstone*, Proceedings of the Royal Society of London XV. Februar 1867.

Digitized by Google

oder eine Hefner-Alteneckscho Trommel in Rotation versetzt. Sind die Kontaktbürsten durch eine Leitung verbunden, so entstehen zunächst nur äufserst schwache Ströme, selbst wenn man dem Ringe eine sehr schnelle Rotation erteilt. Diese Ströme führe man, indem man die Umwindungen desselben in die Leitung zwischen den Kontaktbürsten bringt, in einem solchen Sinne um den Elektromagnet, dafs die Magnetisierung durch diese

Fig. 295.



Ströme dem ursprünglichen Magnetismus gleich gerichtet ist, so wird der Magnetismus des Elektromagnets verstärkt. Diese Verstärkung des Magnetismus hat eine Verstärkung der Induktionsströme zur Folge, welche ihrerseits wieder das magnetische Moment des Elektromagnets vergröfsern und so fort, bis zu einem von der Beschaffenheit des Ankers und des Magnets sowie von der Rotationsgeschwindigkeit des Ankers abhängigen Maximum. Je stärker der Strom ist, um so gröfser ist nach den Induktionsgesetzen der Widerstand, der bei der Rotation des Ankers zu überwinden ist, um so gröfser also die Arbeit, welche zur Drehung zu leisten ist. Diese Arbeit ist es, welche in elektrischen Strom verwandelt wird.

Seitdem zuerst Siemens[1]), Wheatstone[2]) und Ladd[3]) schon im Jahre 1867 derartige Maschinen gebaut haben, sind dieselben zu sehr grofser

1) *Siemens*. Man sehe die Abhandlung von *Schellen* in Carls Repertorium Bd. IV.

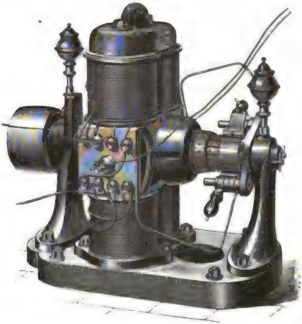
2) *Wheatstone*, a. a. O.

3) *Ladd*. Man sehe *Schellen*, a. a. O.

Digitized by Google

Vollkommenheit gediehen und in sehr verschiedenen Formen und zu den verschiedensten Zwecken der Elektrotechnik gebaut worden. Wir verweisen deswegen auf die Lehrbücher der Elektrotechnik[1]) und die verschiedenen Jahrgänge der elektrotechnischen Zeitschrift[2]). Wir geben nur in Fig. 295 die Abbildung einer Grammeschen Maschine und in Fig. 296 eine solche einer Siemensschen Maschine.

Fig. 296.



Bei beiden Maschinen sind, wie man sieht, die Magnete ringförmig geordnet und die Wicklung ist so geführt, dafs bei Gramme die Mitte der horizontalen Arme, bei der neuen Form von Siemens die Mitte der vertikalen Arme die Pole werden. Bei der Siemensschen Maschine sind die Pole so geformt, dafs sie die Trommel fast ganz einhüllen. Von den Kontaktbürsten gehen die Drähte zunächst in richtiger Führung um die Elektromagnete und dann erst zu den Klemmen, in welche die weitere Stromleitung eingeschaltet wird. Die Maschinen werden durch Dampfmaschinen oder Gaskraftmaschinen getrieben, durch Menschenkraft getrie-

1) Das schon vorher erwähnte Werk von *Schellen* giebt recht eingehende Beschreibungen einer grofsen Zahl von Maschinen; ebenso giebt der Bericht über die elektrische Ausstellung zu München viele Abbildungen von Maschinen.
2) Elektrotechnische Zeitschrift, herausgegeben von dem elektrotechnischen Verein zu Berlin seit 1880.

Digitized by Google

bene Maschinen werden kaum mehr anders als zu Unterrichtszwecken verwandt. Die zu dem Betriebe erforderliche Kraft hängt davon ab, welche elektromotorische Kraft die Maschinen liefern sollen, die verwandten Eisen- und Drahtmengen sowie die erreichte Rotationsgeschwindigkeit sind dafür mafsgebend. Soll die elektromotorische Kraft eine grofse zur Überwindung grofser äufserer Widerstände sein, so giebt man den Ankern viele Windungen relativ feinen Drahtes, für kleinere elektromotorische Kräfte wendet man dickeren Draht an. Zu Beleuchtungszwecken im direkten Betrieb mit Glühlicht darf der Widerstand der Anker nicht grofs sein.

Die im Vorigen kurz beschriebenen Maschinen mit einfacher Wickelung, bei denen die Leitung von den Kommutatorbürsten einfach um die Elektromagnete und dann zu den weiteren Teilen des Stromkreises führt, haben einen Nachteil, dafs nämlich die elektromotorische Kraft wesentlich von dem äufseren Widerstande abhängig ist, so dafs sie sobald der Widerstand eine gewisse Gröfse überschreitet, überhaupt keinen Strom liefern. Deshalb hat Edison zunächst Maschinen konstruiert, bei denen die Hauptleitung, in welcher der von der Maschine gelieferte Strom verwandt werden soll, überhaupt nicht um die Elektromagnete geführt wird, sogenannte Nebenschlufsmaschinen. Bei denselben verzweigt sich der Strom sofort von den Kommutatorbürsten an, ein Zweig führt in vielfachen Windungen dünnen Drahtes um den Magnet, der andere Zweig führt den zur Verwendung gelangenden Strom. Ist der äufsere Widerstand grofs, so ist die Stromstärke in der um den Magnet führenden Leitung, im Nebenschlufs, eine grofse, deshalb auch die elektromotorische Kraft eine grofse, ist der äufsere Widerstand kleiner, so ist auch der Strom im Nebenschlufs schwächer, somit die elektromotorische Kraft eine kleinere. Indem man in den Nebenschlufs noch regulierbare Widerstände einschaltet, kann man es dahin bringen, dafs man trotz sehr verschiedener Widerstände in der Hauptleitung fast ganz konstante Ströme erhält.

In neuerer Zeit wendet man vielfach sogenannte gemischte Wickelung an, (Compound-System), man führt den Hauptstrom um die Magnete und führt gleichzeitig einen Nebenschlufs um dieselbe. Durch diese Wickelung kann man Maschinen erhalten, deren elektromotorische Kraft annähernd von dem äufseren Widerstande der Hauptleitung unabhängig ist, indem konstante Rotationsgeschwindigkeit vorausgesetzt, Vermehrung des Widerstandes und damit Schwächung des Hauptstromes den Strom im Nebenschlufs verstärkt und umgekehrt. Man erhält so bei passender Abgleichung der Leitungen innerhalb weiter Grenzen konstantes magnetisches Moment und damit konstante elektromotorische Kraft.

Wir müssen uns hier mit diesen wenigen Andeutungen begnügen.

§. 152.

Theorie der Dynamomaschinen. Wenn auch nach den Gesetzen der Induktion die Theorie der Dynamomaschinen im allgemeinen vorliegt und ein detailliertes Eingehen in das Gebiet der Elektrotechnik gehört, wollen wir doch auf die Theorie dieser Maschinen noch etwas näher eingehen, um zu erkennen, von welchen Umständen die elektromotorische Kraft derselben abhängig ist. Nachdem schon früher Frölich eine aus-

Digitized by Google

führliche Theorie der Maschine gegeben hatte[1]), hat kürzlich Clausius durch Betrachtung aller einzelnen Vorgänge in den Maschinen eine vollständige Theorie derselben entwickelt[2]). Wir wollen das Wesentlichste der Theorie von Clausius hier vorführen.

Wir setzen eine Maschine mit einfacher Wickelung voraus, und denken uns zur Fixierung der Vorstellungen einen Grammeschen Ring. Wir verfolgen eine Spirale von der einen Kontaktbürste zur anderen; wie wir schon sahen, und wie Clausius noch specieller nachweist, dürfen wir annehmen, der drehbare Eisenring stände fest und nur die Umwickelung laufe um den Eisenring. Da die Spiralen alle unter sich verbunden sind, somit die Induktion auf geschlossene Stromkreise stattfindet, erhalten wir die elektromotorische Kraft auf die Spirale nach der Neumannschen Theorie der Induktion aus der Änderung des Potentials der gegebenen Magnetismen auf die Spirale, vorausgesetzt, in derselben kreise die Einheit des Stromes. Ist W_1 das Potential der gegebenen Magnetismen auf die betrachtete Spirale, wenn dieselbe die eine Kontaktbürste verläfst, W_2 das Potential, wenn sie die andere Kontaktbürste erreicht, so ist die auf diesem Wege erzeugte elektromotorische Kraft gleich $W_2 - W_1$, wenn wir die Mafse wählen, welche die Induktionskonstante gleich 1 werden lassen. Auf der zweiten Hälfte der Bahn ist aus demselben Grunde, da die Spirale aus der Lage, wo das Potential W_2 ist, in jene übergeht, wo es W_1 ist, die elektromotorische Kraft gleich $W_1 - W_2$, so dafs wenn die Spiralen nur in sich geschlossen sind, die elektromotorischen Kräfte sich aufheben. Dadurch aber, dafs in den Indifferenzzonen an den Kontaktbürsten die Ströme nach aufsen abgeleitet werden, ist in Bezug auf den äufseren Stromkreis die Induktionsrichtung dieselbe, so dafs auch auf der zweiten Hälfte der Bahn die elektromotorische Kraft gleich $W_2 - W_1$ zu setzen ist.

Ist τ die Dauer eines Umlaufs des Ringes, so wird diese elektromotorische Kraft in der Zeit $^1/_2\,\tau$ induziert; messen wir die mit der Maschine erzeugten Ströme nach Art der konstanten Ströme durch die Elektricitätsmenge, welche in der Zeiteinheit durch den Querschnitt des Leiters geht, so erhalten wir die elektromotorische Kraft, wie sie in der Gleichung des Ohmschen Gesetzes einzusetzen ist, indem wir $W_2 - W_1$ durch $^1/_2\,\tau$ dividieren.

Aus diesem für die einzelne Spirale erhaltenen Werte für die elektromotorische Kraft erhalten wir die für den ganzen Ring vorhandene, indem wir die für die einzelne Spirale gegebene elektromotorische Kraft mit der halben Anzahl der auf dem Ringe vorhandenen Spiralen multiplizieren. Denn wenn auch jede Spirale bei einem halben Umlaufe diese elektromotorische Kraft erhält, so ist es doch zur Ableitung des Stromes, wie wir sahen, notwendig, die eine Hälfte der Spiralen neben die andere zu schalten; ist n die Anzahl der Spiralen, so verhalten sie sich wie $\frac{n}{2}$ Doppelelemente, wie wenn also von n Elementen erst je zwei neben ein-

1) *Frölich*, Elektrotechnische Zeitschrift. Jahrg. 1881 S. 134. Jahrg. 1885 S. 128; die dynamoelektrische Maschine. Berlin bei Springer. 1886.

2) *Clausius*, Wiedem. Ann. Bd. XX.

Digitized by Google

ander verbunden wären und diese je zwei verbundenen $\frac{n}{2}$ Elemente hinter einander geschaltet wären. Die elektromotorische Kraft, welche im Ringe durch die vorhandenen Magnetismen in der Zeiteinheit induziert wird, ist somit

$$E_1 = \frac{n}{2} \frac{W_2 - W_1}{\frac{1}{2}\tau} = \frac{n}{\tau}(W_2 - W_1).$$

Statt der Umlaufsdauer führen wir deren reciproken Wert, die Umlaufszahl ein; bezeichnen wir diese mit v, so wird

$$E_1 = n(W_2 - W_1)v.$$

Die so berechnete elektromotorische Kraft wird indes durch die Induktion, welche die Spiralen infolge des in ihnen eintretenden Richtungswechsels des Stromes auf einander ausüben, etwas geschwächt; diese Induktion tritt ein, wie Clausius im einzelnen verfolgt, wenn die einzelne Spirale aus der einen Hälfte des Ringes in die andere eintritt. Dieselbe ist jedenfalls der Intensität i des in jeder Ringhälfte vorhandenen Stromes und der Umlaufszahl proportional, da dieser letztern die Zahl der Stromwechsel proportional ist. Ist demnach ϱ ein von der Konstruktion der Maschine abhängiger Faktor, so setzt Clausius diese elektromotorische Kraft

$$E_2 = -\varrho i v,$$

worin das negative Vorzeichen andeutet, daſs diese elektromotorische Kraft der ersten entgegengerichtet ist. In Bezug auf ϱ macht Clausius darauf aufmerksam, daſs dessen Wert mit der Zahl der einzelnen Spiralen abnimmt. Denn wenn auch die Zahl der Stromwechsel mit n zunimmt, so ist die Induktion einer Spirale auf sich selbst und auf die Nachbarspirale dem Quadrate der Spirallänge, somit dem reciproken Wert des Quadrates der Anzahl der Spiralen nahezu proportional. Die Summe $E_1 + E_2 = E$ giebt uns die gesamte elektromotorische Kraft

$$E = n(W_2 - W_1)v - \varrho i v.$$

Die in diesem Ausdrucke vorkommende Potentialdifferenz können wir sofort durch die Arbeit ausdrücken, welche zu dem Betriebe der Maschine aufzuwenden ist, beziehungsweise die Arbeit, welche geleistet werden muſs, um die Spiralen entgegen den elektromagnetischen Wirkungen zu bewegen. Ist W_1 das Potential der gegebenen Magnetismen auf eine Spirale an der ersten Kontaktbürste, wenn die Spirale von der Einheit der Stromstärke durchflossen ist, so ist das Potential auf dieselbe, wenn es von einem stärkern Strome durchflossen ist, gleich dem Produkte aus W_1 und dieser Stromstärke. Die Spiralen des Ringes werden stets sämtlich von einem Strome durchflossen, dessen Intensität $\frac{1}{2} i$ ist, wenn wir die Stromstärke im äuſsern Stromkreis i nennen. Es ist somit das Potential $\frac{1}{2} i W_1$. Durch die Drehung um den halben Umfang geht das Potential über in $\frac{1}{2} i W_2$. Die Arbeit, welche bei dieser Überführung von der Spirale geleistet wird, beziehungsweise zu dieser Überführung geleistet werden muſs, ist nach §. 9

$$\frac{1}{2} i (W_1 - W_2).$$

Digitized by Google

Sind n Spiralen vorhanden, so mufs für jede Spirale dieselbe Arbeit geleistet werden, da die Arbeit für die untere Hälfte des Ringes genau dieselbe ist, wie für die obere. Die Arbeit $n\,{}^1/_2\, i\,(W_1 - W_2)$ wird in der Zeit einer halben Umdrehung geleistet, somit in der Zeit ${}^1/_2\,\tau$. Die in der Zeit einer Sekunde geleistete Arbeit ist somit

$$T = n\frac{{}^1/_2\, i}{{}^1/_2\,\tau}(W_1 - W_2) = ni(W_1 - W_2)\,v,$$

oder es ist

$$n(W_2 - W_1)\,v = -\frac{T}{i}.$$

Setzen wir diesen Wert in die Gleichung für E, so wird

$$E = -\frac{T}{i} - \varrho i v.$$

Diese Arbeit T können wir durch die Magnetismen der Maschine und die magnetischen Momente der Spiralen ausdrücken, sie ist dem Produkte beider proportional. Es handelt sich demnach darum, diese Gröfsen näher zu bestimmen.

Der Magnetismus resp. das magnetische Moment M der festen Elektromagnete wird, wenn die Maschine im regelmäfsigen Gange ist, durch den die Windungen des Elektromagnetes umfliefsenden Strom von der Stärke i unterhalten. Anstatt der früher besprochenen komplizierten Beziehungen zwischen der magnetisierenden Kraft und dem erregten Magnetismus genügt es nach Messungen von O. Frölich[1]) zu setzen

$$M = \frac{Ai}{1 + \alpha i},$$

worin A und α von der nähern Konstruktion der Maschine abhängige Konstante sind.

Das magnetische Moment des festen Magnetes ist die magnetisierende Kraft für den Eisenring; derselbe erhält dadurch ein magnetisches Moment, dessen Axe mit derjenigen des Momentes des festen Magnetes zusammenfällt, und welches wir nach der Frölichschen Relation setzen müssen

$$P = \frac{CM}{1 + \gamma M},$$

wo wieder C und γ zwei Konstante bedeuten.

In Wirklichkeit fällt die magnetische Axe des Ringes nicht mit der magnetischen Axe des festen Magnets zusammen, da durch den in den Spiralen erregten Strom der Ring ebenfalls magnetisiert wird und zwar in einer zur ersten senkrechten Richtung. Nennen wir N die magnetisierende Kraft der von dem Strome i umflossenen Umwicklung, so dafs $N = Bi$ zu setzen ist, wo B eine von der Umwicklung des Ringes abhängige Konstante ist, so ist das dem Ringe durch diesen Strom erteilte Moment

$$Q = \frac{CN}{1 + \gamma N}.$$

1) *O. Frölich*, Elektrotechn. Zeitschrift Bd. II (1881) S. 139.

Digitized by Google

Aus den Momenten P und Q kann man das resultierende Moment des Eisenringes und die Lage der Axe desselben berechnen. Zur Berechnung der Arbeit kommen indes nur die Momente M und P in Betracht, da das durch den Strom in dem Ringe erzeugte Moment auf die Bewegung der Umwicklung keinen Einfluſs hat. Der Widerstand, welchen die von dem Strome i durchflossenen Spiralen in ihrer Bewegung durch den Magnetismus des festen Magnetes finden, ist dem Magnetismus M und der magnetisierenden Kraft resp. dem magnetischen Moment N der durchströmten Spiralen proportional. Wir können demnach die bei einer Umdrehung zu leistende Arbeit gleich $-hNM$ setzen, worin wir das negative Vorzeichen schreiben, um anzudeuten, daſs die Arbeit durch eine äuſsere Kraft geleistet werden muſs. Bei einer Umdrehungszahl v ist demnach die zu leistende Arbeit

$$-hNM \cdot v.$$

Ganz ebenso ist die infolge des magnetischen Moments P zu leistende Arbeit gleich

$$-kNPv$$

zu setzen, worin h und k Konstante sind. Wir erhalten somit

$$T = -hNMv - kNPv.$$

Setzen wir für P seinen Wert ein, wobei wir gleichzeitig um die Formeln, welche ja doch nur Näherungsformeln sind, nicht zu sehr zu komplizieren, im Nenner für P anstatt $1 + \gamma M$ einsetzen $1 + \beta i$, wo β eine neue Konstante ist, so wird

$$T = -MN\left(h + \frac{kC}{1 + \beta i}\right)v$$

und damit

$$Ei = MN\left(h + \frac{kC}{1 + \beta i}\right)v - \varrho i^2 v.$$

Dieser Wert für T und E ist entwickelt unter der Voraussetzung, der Eisenring nehme nicht an der Rotation teil, es wurde aber vorhin schon erwähnt, daſs das Mitrotieren des Eisenringes die Verhältnisse in soweit nicht ändert. Dagegen hat die Bewegung des Eisens einen besonders bei groſser Umlaufszahl v hervortretenden doppelten sekundären Einfluſs. Zunächst wird durch die Trägheit, welche das Eisen in Bezug auf die Änderung seines magnetischen Zustandes hat, die Lage der magnetischen Axe im Eisenringe etwas gegen die Lage der Axe im festen Magnete im Sinne der Rotation gedreht. Es tritt hierdurch nicht nur eine Änderung der Lage der Indifferenzzone ein, der man durch eine Änderung der Stellung der Kommutatorbürsten Rechnung tragen kann, sondern es tritt auch eine Vermehrung der Arbeit und eine Verminderung der erzeugten elektromotorischen Kraft ein. Ferner aber entstehen, besonders in maſsiven Eisenkernen durch die Rotation zwischen den Polen des festen Magnets die in §. 148 betrachteten Induktionsströme in körperlichen Leitern, die man jetzt Foucaultsche Ströme nennt. Auch diese bewirken eine Vermehrung der Arbeit und eine Verminderung der elektromotorischen Kraft; sie werden indes sehr geschwächt, wenn man anstatt eines massiven

Digitized by Google

Eisenringes einen aus Eisendrahtbündeln hergestellten Ring wählt. Beide Umstände haben eine Erhitzung des Ankers zur Folge, indem die ganze durch diese Umstände bewirkte Arbeit im Anker in Wärme umgesetzt wird. Ohne die Entwicklungen von Clausius in Betreff dieser Wirkungen zu verfolgen, geben wir nur das Resultat derselben. Ist η eine sich auf die Foucaultschen Ströme, ε eine auf die Lagenänderung der magnetischen Axe beziehende Konstante, so wird schliefslich

$$T = -\left[MN\left(h + \frac{kC}{1+\beta i}\right)v + kM^2\left(\eta + \frac{\varepsilon C}{1+\beta i}\right)v^2\right],$$

$$Ei = MN\left(h + \frac{kC}{1+\beta i}\right)v - \varrho i^2 v - kN^2\left(\eta + \frac{\varepsilon C}{1+\beta i}\right)v^2.$$

Ist R der Widerstand im Stromkreise, welcher von dem von der Maschine gelieferten Strome durchlaufen werden soll, so können wir $E = Ri$ schreiben; beachten wir gleichzeitig, dafs

$$M = \frac{Ai}{1+\alpha i}, \qquad N = Bi,$$

so sieht man, dafs die letztere Gleichung eine Beziehung liefert zwischen der Stromstärke i, der Umlaufszahl v, dem Widerstande R im Stromkreise und einer Anzahl der Maschine angehörigen Konstanten, welche theoretisch nicht bestimmbar sind. Die erstere Gleichung liefert die zur Erzeugung des Stromes erforderliche Arbeit.

Wir unterlassen die Ausführung dieser Rechnungen und verweisen wegen derselben auf die Abhandlung von Clausius. Eine detaillierte Behandlung der Maschine, auf etwas vereinfachter theoretischer Grundlage giebt Frölich in dem vorhin schon erwähnten Werke.

Nur sei kurz erwähnt, dafs ebenso wie wir in den Dynamomaschinen Arbeit in Strom umsetzen, ebenso auch umgekehrt Strom in mechanische Arbeit umgesetzt werden kann. Wird in den Stromkreis der Maschine der Strom i eingeleitet, so liefert die Maschine als elektromagnetischer Motor gebraucht, die Arbeit T[1]). In dieser Weise werden die Dynamomaschinen zur elektrischen Kraftübertragung verwandt. Wegen des Nähern verweisen wir auf die Werke über Elektrotechnik[2]).

1) Man sehe *Clausius*, Wiedem. Ann. Bd. XXI.

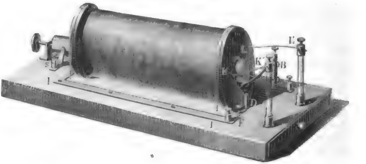
2) Ebenso verbietet es uns der Raum, an dieser Stelle auf die mannigfachen Anwendungen der dynamoelektrischen Maschinen resp. des Princips der Induktion in der Technik einzugehen. Nur kurz können wir auf das von Bell im Jahre 1877 konstruierte Telephon (Fernsprechapparat) hinweisen, welches seit der kurzen Zeit seines Bestehens eine für das praktische Leben so hohe Bedeutung gewonnen hat. Dasselbe beruht auf Magnetinduktion und ist auch deshalb physikalisch interessant, weil es zeigt, mit welcher Schärfe die Induktion jede auch noch so minimale Schwankung des Magnetismus wiedergiebt. In seiner ursprünglichen Form bestand das Telephon aus einem cylindrischen in einem Holzcylinder mit einer Schraube etwas axial verschiebbar eingesetzten Magnet. An seinem einen Ende ist der Hohlraum des Holzcylinders etwas erweitert, und in dieser Erweiterung befindet sich eine kleine Induktionsrolle aus vielen Windungen feinen Drahtes auf den Magnet aufgeschoben, so dafs das Ende des Magnets soeben über der Rolle hervorragt. Auf dem obern Rande des Holzcylinders ist eine dünne Eisenblechplatte befestigt, so dafs ihre Ebene senkrecht zur Axe des Magnets ist, und die Axe die Mitte der Platte trifft. Die Platte

Digitized by Google

§. 153.

Elektromagnetische Induktionsapparate. Induktionsapparate der zweiten Art, elektromagnetische, wurden wohl zuerst von Masson und Breguet[1]) konstruiert und später vielfach zur Benutzung der physiologischen Wirkungen zu medizinischen Zwecken verwandt. Jetzt werden die Apparate ganz vorzüglich von Stöhrer und besonders von Rühmkorff konstruiert. Den Apparat von Rühmkorff zeigt Fig. 297. Der induzierende

Fig. 297.



Draht ist auf eine Rolle von Pappe gewickelt, welche zwischen zwei dicken Spiegelglasplatten, die in ihrer Mitte ein der innern Weite der Röhre gleiches Loch besitzen, befestigt ist. Die Pappröhre ist mit einem Bündel dünner Drähte von weichem Eisen, welche einzeln gefirnifst sind, angefüllt. Das Bündel ragt an der einen Seite ein wenig aus der Röhre hervor.

wird an ihren Rändern auf dem Holzcylinder befestigt durch einen Holzring, der in seiner Mitte einen trichterförmigen Aufsatz hat, so dafs die offene Mündung des Trichters gerade gegen die Mitte der Eisenplatte zeigt. Die Enden der Induktionsrolle sind mit den Enden der Induktionsrolle eines ebensolchen Apparates verbunden, der sich in beliebiger Entfernung befindet. Spricht man gegen die Eisenplatte, so nimmt dieselbe gerade wie die Platte des Phonographen alle Schwingungen an; da jede Annäherung der Platte an den Magnet den Magnetismus verstärkt, jede Entfernung den Magnetismus schwächt, so wechselt der Magnetismus genau nach den gleichen Schwingungsperioden seine Stärke. Dadurch werden genau nach den gleichen Perioden Induktionsströme in der Induktionsrolle erzeugt, welche ihrerseits die Induktionsrolle des entfernten Apparates durchlaufend den Magnetismus des Magnets dieses Apparates nach der gleichen Periode ändern. Infolge dieser Änderung des Magnetismus gelangt die Platte des entfernten Apparates in dieselben Schwingungen wie jene des ersten Apparates und ein an den Trichter des zweiten Apparates gelegtes Ohr hört deutlich das in den ersten Apparat Hineingesprochene. Über andere Formen des Telephons sehe man *Hartlebens* elektrotechnische Bibliothek VI. Bd.: *Schwartze*, das Telephon u. s. w. II. Aufl. Wien 1883; *Wietlisbach*, die Technik des Fernsprechwesens. Wien 1886. Über die Theorie des Telephons sehe man *E. Du Bois-Reymond*, Verhandl. der physiolog. Gesellschaft zu Berlin 1877 Nr. 4.; Archiv für Physiologie 1877 S. 562; *von Helmholtz*, Wiedem. Ann. Bd. V; *Fr. Weber*, Archives des sciences physiques 3 série T. I.; *Aaron*, Widem. Ann. Bd. V; *Wietlisbach*, Wiedem. Ann. Bd. XVI.

1) *Masson* und *Breguet*, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. IV.

Digitized by Google

Der induzierende Draht hat eine Dicke von 2 — 2,5 mm und ist in circa 300 Windungen um die Röhre gewickelt.

Die induzierende Spirale ist von einer Glasröhre oder einer Röhre von hartem Kautschuk umgeben, und auf diese ist die Induktionsspirale gewickelt; dieselbe besteht aus Kupferdraht, dessen Dicke 0,25 mm nicht überschreitet, der sorgfältig mit Seide übersponnen und gefirnifst ist, und welcher in ungefähr 30000 Windungen um die Röhre geführt ist. Die einzelnen Lagen des Drahtes werden noch besonders von einander isoliert, indem jede als Ganzes nochmals gefirnifst oder mit einer Schicht Wachs oder Derartigem überzogen wird, oder indem man zwischen je zwei Lagen des Drahtes noch Wachspapier oder eine dünne Guttaperchaplatte legt. Bei den ältern Rühmkorffschen Apparaten ist das durchaus erforderlich, da dort der Draht von einem Ende der Spirale zum andern und wieder zurück gewickelt ist, so dafs die über einander liegenden Windungen zum Teil sehr weit von einander entfernten Stellen des Drahtes entsprechen. Bei der Erregung der Induktionsströme nimmt aber die elektrische Dichtigkeit in dem Drahte von der Mitte gegen die Enden hin sehr bedeutend zu, so dafs dieselbe in von einander entfernten Stücken des Drahtes sehr verschieden ist Liegen solche Stücke über einander und sind nicht sorgfältig von einander isoliert, so findet deshalb leicht ein direktes Übertreten der Elektricität von einer Lage zur andern statt. Die Enden der Induktionsspirale treten bei K und L hervor und sind mit den auf isolierenden Glasfüfsen befestigten Klemmschrauben K' und L' verbunden.

Um den induzierenden Strom beliebig zu leiten und ihn zu unterbrechen, ist in denselben ein Rühmkorffscher Kommutator und ein Wagnerscher Hammer eingeschaltet. Der Kommutator befindet sich an dem einen Ende der Spirale, in der Zeichnung links; die zu den Polen der Säule führenden Drähte werden in die seitlichen Klemmen des Kommutators, deren eine s in der Figur sichtbar ist, eingeklemmt. Das eine Stück der Axe des Kommutators ist dann mit dem einen Ende des induzierenden Drahtes in Verbindung, das andere Stück der Axe ist durch den Metallstreif ll mit der Klemme F leitend verbunden, welche mit dem unter dem Hammer des Unterbrechers stehenden Säulchen D in leitender Verbindung steht. Das andere Ende des induzierenden Drahtes ist in der Säule B eingeklemmt, welche den Hammer des Unterbrechers trägt. Wenn der Strom von s in den Kommutator, dann über ll nach F fliefst, so tritt er über D durch den Hammer in die Induktionsspirale, durchfliefst dieselbe und geht durch den Kommutator zur Säule zurück. Dadurch wird das Drahtbündel in der Spirale magnetisch, zieht den Hammer an, und der Strom wird bei D unterbrochen. Der Hammer fällt dann wieder nieder und der Strom wird wieder geschlossen.

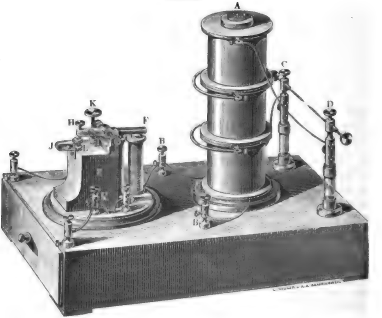
Auch bei der vorsichtigsten Isolation ist man bei dem ältern Rühmkorffschen Apparat genötigt, nur schwache induzierende Ströme anzuwenden, da sonst zu leicht ein Durchbrechen der isolierenden Schichten eintritt; deshalb hat Poggendorff[1]) den Vorschlag gemacht, die Induktionsrolle aus mehreren kleinen Stücken zusammenzusetzen, deren Enden leitend

1) *Poggendorff*, Poggend. Ann. Bd. XCIV.

Digitized by Google

verbunden werden. Diesen Vorschlag hat Stöhrer ausgeführt[1]) und dem Apparate die Form Fig. 298 gegeben. Bei demselben steht die induzierende Rolle A mit dem Drahtbündel vertikal. Auf dieselbe ist die Induktions-

Fig. 298.



rolle in drei einzelnen Teilen geschoben, deren Enden durch die Metallbügel mit einander verbunden sind; das äufsere Ende der letzten Rolle ist mit der isolierten Säule D, das innere der ersten mit der Säule C in leitender Verbindung. Die Enden der induzierenden Spirale sind mit den Klemmen B und B' verbunden. E ist der Unterbrecher; derselbe besteht aus einem Elektromagnete, der auf den Hammer GF wirkt; der um den Elektromagnet gewickelte Draht ist einerseits mit der Klemme B, andererseits mit der metallischen Axe des Hammers GF verbunden, während die Kupferfeder J, auf welche der Stift H drückt, wenn der Hammer nicht angezogen ist, mit der Klemme k in leitender Verbindung steht. Der Stift H ist an seinem untern Ende aus Platin, und unter dem Stifte auf der Feder J ist eine Platinplatte aufgelegt.

1) *Stöhrer*, Poggend. Ann. Bd. XCVIII, Auch Rühmkorff wickelt, wie er mir mitteilte, seine Induktionsrollen jetzt ähnlich aus einzelnen Stücken, indem er schmale Streifen der Rollen bis zur vollen Dicke windet, und so die ganze Rolle aus derartig schmalen Einzelrollen zusammensetzt. Besonders bei den grofsen Induktionsapparaten, deren Rollen mehr als 0,5 Meter Länge haben, ist eine derartige Wickelung unumgänglich.

Digitized by Google

An Stelle des einfachen Wagnerschen Hammers verfertigt jetzt Rühmkorff besonders für die großen Apparate eigene Unterbrecher, welche Foucault unter Ausführung eines Vorschlages von Poggendorff konstruiert hat[1]). Wie Poggendorff gezeigt hat, ist es nämlich vorteilhaft, die Unterbrechung anstatt in der Luft, in einer schlechtleitenden Flüssigkeit vor sich gehen zu lassen. Dadurch wird bewirkt, daſs der induzierende Strom rascher unterbrochen wird, und somit auch, daſs der Öffnungsstrom rascher verläuft oder dessen Intensität vergröſsert wird. Bei der Unterbrechung des Stromes in der Luft bildet sich der Öffnungsfunke, durch welchen die leitende Verbindung zwischen den getrennten Teilen der Leitung noch eine Zeitlang unterhalten wird, um so mehr, da der Öffnungsfunke durch den Extrastrom verstärkt wird. Ist nun zwischen den Trennungsstellen eine schlechtleitende Flüssigkeit eingeschaltet, so kann sich dieser Öffnungsfunke nicht bilden, deshalb wird der induzierende Strom rascher unterbrochen. Man darf als Flüssigkeit aber nicht eine den Strom gar nicht leitende Flüssigkeit, wie Terpentinöl wählen; an den Unterbrechungsstellen häufen sich nämlich infolge des Extrastromes die beiden durch denselben geschiedenen Elektricitäten an, welche sich rückwärts in der induzierenden Spirale ausgleichen würden, wenn sie an der Unterbrechungsstelle nicht übertreten könnten, und welche dann als verschwindender Strom von entgegengesetzter Richtung den induzierten Strom schwächen würden. Man nimmt deshalb als Flüssigkeit Brunnenwasser oder achtziggrädigen Alkohol.

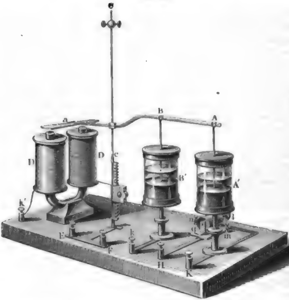
Die Einrichtung des Interruptors von Foucault zeigt Fig. 299. An einer Zahnstange befindet sich eine vertikale Kupferfeder Cc, welche einen Hebel aBA trägt; oberhalb desselben ist an der Feder ein verschiebbares Gewicht befestigt. Wird die Feder angestoſsen, so gerät sie in Schwingungen, welche je nach der Stelle, an welcher das Gewicht befestigt ist, verschiedene Geschwindigkeit haben. Der Hebel aBA trägt an dem Ende a ein Stück weichen Eisens, unter welchem der Elektromagnet DD steht; auſserdem zwei Metallspitzen BB' und AA', welche in Gläser mit metallischem Boden eintauchen. Die Gläser enthalten bis zu einer gewissen Höhe Quecksilber und über demselben eine Schicht Alkohol. Vom Boden ragen in die Gläser bis zur Höhe des Quecksilbers und gerade unter den Spitzen BB' und AA' Platinstifte, welche die herabgehende Bewegung des Hebels hemmen. Der metallische Boden des Gefäſses B' ist mit der Klemme k in Verbindung; der metallische Boden des Gefäſses A' ist einerseits mit

1) *Poggendorff*, Poggend. Ann. Bd. XCIV. *Foucault*, Comptes Rendus. T. XLIII. In der Werkstätte von Rühmkorff, jetzt Carpentier, werden Rollen verfertigt, deren Länge mehr als 0,75 Meter beträgt bei entsprechender Dicke. In dem Polytechnic Institution zu London ist ein Induktionsapparat aufgestellt, dessen Induktionsrolle aus 150 engl. Meilen Kupferdraht besteht, welche zu einer Rolle von 50 engl. Zoll Länge gewunden sind. Der Eisenkern besteht aus einzelnen dünnen Drähten von 5 engl. Fuſs Länge, sie bilden einen Cylinder von 4 Zoll Durchmesser und wiegen 123 Pfd. Der induzierende Draht ist 2,142 engl. Meilen oder 3447 Meter lang und ist in 6000 Windungen um den eisernen Kern gelegt, er wiegt 145 Pfd. Von der Induktionsrolle ist er durch eine Röhre von Ebonit getrennt, deren Wanddicke $1\frac{1}{2}$ Zoll englisch beträgt. Daſs ein solcher Apparat die später zu besprechenden Wirkungen im groſsartigsten Maſsstabe zeigt, ist leicht begreiflich. (Poggend. Ann. Bd. CXXXVI. S. 636.)

Digitized by Google

dem einen Axenstücke l des Kommutators $lmnq$, dessen anderes Axenstück q zur Klemme H führt, andererseits mit der Klemme K in leitender Verbindung. Mit der die Feder CC' tragenden Metallhülse sind die

Fig. 299.



beiden Klemmen E und F verbunden; mit derselben Hülse ist das eine Ende des den Elektromagnet umgebenden Drahtes verbunden, dessen anderes Ende zur Klemme k' führt.

Der Apparat wird durch einen eigenen Strom von einem Elemente in Bewegung gesetzt, dessen Leitungen mit den Klemmen k und k' verbunden werden. Taucht BB' in das Quecksilber, so geht der Strom von k durch $B'B$ nach c, von da zu dem Elektromagnete und über k' zur Kette zurück; dann wird a angezogen und der Strom unterbrochen, die Feder Cc schwingt dann infolge ihrer Elasticität zurück, bewirkt, dafs BB' eintaucht, und schliefst so den Strom wieder u. s. f.

Die Leitungen des induzierenden Stromes werden in die Klemmen n und m des Kommutators eingesetzt, und die Enden der induzierenden Rolle mit H und F verbunden. Taucht dann AA' in das Quecksilber, so geht der Strom etwa von l nach $A'A$, von dort über c nach F durch die induzierende Rolle nach H und über q und den Kommutator zur Batterie zurück.

Die Klemmen E und K sind mit dem Kondensator des Induktionsapparates in Verbindung. Dieser Teil des Induktionsapparates, welcher zuerst von Fizeau[1]) angewandt wurde, hat den Zweck, den Öffnungsstrom

1) *Fizeau*, Comptes Rendus. T. XXXIX. Poggend. Ann. Bd. LXXXIX.

Digitized by Google

noch rascher verlaufen zu machen, als es ohnedem geschieht; er besteht aus einer Franklinschen Tafel, in welcher statt des Glases Wachstafft verwandt ist, oder Glimmer, und welche in dem Kasten liegt, auf welchem die Induktionsrolle aufgestellt ist. Mit der einen der Belegungen ist an dem einfachen Rühmkorffschen Apparate (Fig. 297) die Säule *B*, mit der anderen die Säule *F* leitend verbunden. Bei Anwendung des Foucaultschen Interruptors sind *E* und *K* mit den Belegungen desselben in leitender Verbindung. Wie man sieht, ist so nach Unterbrechung des induzierenden Stromes durch den Hammer derselbe gewissermaſsen durch den Kondensator geschlossen, oder vielmehr stehen dann die unterbrochenen Teile der Schlieſsung mit dem Kondensator in Verbindung. Bei dem einfachen Rühmkorffschen Apparate ist das eine Ende der induzierenden Rolle direkt durch *B* mit der einen Belegung, das andere Ende durch den Kommutator, die galvanische Batterie, den Kommutator, die Leitung *ll* und die Säule *F* mit der anderen Belegung verbunden. In welcher Weise der Kondensator wirkt, ist leicht ersichtlich[1]); der bei der Unterbrechung sich bildende Extrastrom bewirkt, daſs an den Enden des Kreises sich Elektricität sehr groſser Dichtigkeit befindet, welche den Öffnungsfunken verstärkt und so noch eine Zeitlang die getrennten Teile leitend verbindet; sind nun aber diese Enden mit dem Kondensator leitend verbunden, so flieſst die Elektricität auf die Belegungen des Kondensators ab und wird dort wie auf den Belegungen der Leydener Flasche zunächst festgehalten. Dadurch wird der Öffnungsfunke viel kleiner und der Strom rasch unterbrochen. Bei der folgenden Schlieſsung entladet sich der Konduktor gerade wie eine Leydener Flasche, auf dem kürzesten Wege, und deshalb tritt dann ein kräftiger Schlieſsungsfunke auf.

Der Foucaultsche Interruptor, sowie der Kondensator, bewirken nur einen rascheren Verlauf des Öffnungsstromes, keine Vermehrung der Gesamtintensität desselben, wie Poggendorff überzeugend nachgewiesen hat; auf den Schlieſsungsstrom haben sie keinen Einfluſs.

§. 154.

Spannungserscheinungen an geöffneten Induktionsspiralen. Wenn die Induktionsrolle vollständig durch einen guten Leiter geschlossen ist, so gehen in dem Stromkreise die beiden Induktionsströme einfach hin und her, und ihre Wirkungen sind die rasch wechselnder Ströme von gleicher Gesamtintensität. Schaltet man in den Stromkreis ein Galvanometer, so beobachtet man das Phänomen der doppelsinnigen Ablenkung, in einem Voltameter entwickelt sich an beiden Elektroden Sauerstoffgas und Wasserstoffgas, und nach Aufheben des Stromes zeigt sich keine Polarisation. Feuchtes Jodkaliumpapier mit den Polen in Berührung gebracht, zeigt an jedem Pole Jodflecke von gleicher Stärke. Ein Luftthermometer wird durch die hin- und hergehenden Ströme erwärmt.

---

1) *Poggendorff*, Poggend. Ann. Bd. XCIV. Eine ausführliche Theorie und Berechnung der Wirkung der einzelnen Teile des Rühmkorffschen Apparates giebt *Börnstein*, Poggend. Ann. Bd. CXLVII. Über die Wirkung des Kondensators sehe man auch *Maxwell*, Philos. Magazin 4 series vol. XXXV.

Digitized by Google

Auf alle diese Erscheinungen ist der Kondensator, wie es auch nach der Erklärung von dessen Wirksamkeit sein mufs, ganz ohne Einflufs[1]).

Sind indes die Enden der Induktionsrolle nicht leitend verbunden, so zeigen sich an den Enden ganz andere Erscheinungen, als an den Enden einer unterbrochenen Leitung eines galvanischen Stromes, es treten Spannungserscheinungen und Funkenentladungen auf, wie an einer Elektrisiermaschine. Auch in der nicht geschlossenen Spirale werden nämlich wie in der geschlossenen die beiden Elektricitäten getrennt und gegen die Enden hin getrieben, von wo, wenn sie nicht abgeleitet werden, sie sich rückwärts im Drahte ausgleichen. Daher kommt es, dafs sogleich nach der Schliefsung und Öffnung des induzierenden Stromes in den Enden der Spirale sich Elektricität sehr grofser Dichtigkeit befindet.

Nachdem Riess schon gezeigt hatte[2]), dafs durch den Entladungsschlag der Batterie an den Enden eines ungeschlossenen Nebendrahtes Elektricität entwickelt werde, haben zuerst Masson und Breguet[3]) an den Enden einer ungeschlossenen Induktionsspirale Spannungserscheinungen wahrgenommen. Es gelang ihnen durch Anlegen der Enden an die Platten eines Kondensators denselben zu laden, indem sie nur den Öffnungsstrom oder den Schliefsungsstrom in denselben eintreten liefsen, und sie beobachteten die Funken, welche von dem einen Drahte der Rolle zu dem anderen übersprangen, als die Enden hinreichend einander genähert waren.

Bald darauf hat Sinsteden[4]) sowohl an den Enden einer geöffneten Induktionsspirale einer Magnetelektrisiermaschine, welche sorgfältig isoliert war, als an den Enden einer elektromagnetischen Induktionsspirale elektrische Spannungserscheinungen nachgewiesen, indem er durch Anlegen an ein Goldblattelektroskop die Goldblättchen zur Divergenz brachte, und elektrische Funken an jedem Ende der Spirale erhielt, wenn er demselben den Finger näherte.

Legt man an das eine Ende einer unterbrochenen Induktionsspirale ein Elektroskop eine kurze Zeit an, so läfst es sich vorher nicht bestimmen, mit welcher Elektricität dasselbe geladen wird, dieselbe ist bald positiv, bald negativ. Der Grund dafür ist klar, denn an jedem Ende treten in rascher Folge durch den abwechselnden Öffnungs- und Schliefsungsstrom beide Elektricitäten auf; jedes Ende wird daher abwechselnd positiv und negativ. Anders ist es jedoch, wenn man auf das Elektroskop aus einer auch noch so kleinen Entfernung Funken überspringen läfst, dann erscheint jedes Ende bestimmt elektrisch, und zwar so, wie es von dem Öffnungsstrome elektrisiert worden ist, so dafs also jenes Ende, aus welchem bei vollständigem Schlusse der Strom in das andere übergetreten wäre, positiv elektrisch ist. Nur durch den Öffnungsstrom wird also die Dichtigkeit der Elektricität an den Enden so grofs, dafs sie eine merkliche Schlagweite bekommt. Dafür hat Poggendorff[5]) eine Reihe von Beweisen geliefert. Versieht man die Enden der Induktionsspirale, wie bei dem Stöhrerschen Apparat, mit Spitzen, welche in nicht zu grofsem Ab-

1) *Poggendorff*, Poggend. Ann. Bd. XCIV.
2) *Riess*, Poggend. Ann. Bd. LI.
3) *Masson* und *Breguet*, Annales de chim. et de phys. III. Sér. T. IV.
4) *Sinsteden*, Poggend. Ann. Bd. LXIX.
5) *Poggendorff*, Poggend. Ann. Bd. XCIV.

Digitized by Google

stande von einander sich befinden, so geht zwischen den Spitzen ein kontinuierlicher Funkenstrom über, welcher die Schliefsung des Stromes vermittelt. Schaltet man zugleich in den Induktionsstrom ein Galvanometer ein, so zeigt die Nadel eine konstante Ablenkung nach der einen Seite; ein Voltameter zeigt einseitige Zersetzung und Polarisation; daraus folgt, dafs nach Einschaltung der Funkenstrecke nur einer der beiden Ströme zustande kommt, und die Richtung der Ablenkung sowie der chemischen Zersetzung beweist, dafs es der Öffnungsstrom ist, welcher zustande kommt. Der Grund dieser Erscheinung liegt in dem rascheren Verlaufe des Öffnungsstromes, infolgedessen die Dichtigkeit der Elektricität durch denselben an den Enden der Induktionsspirale bedeutend gröfser wird. Alles, was diesen Verlauf beschleunigt, wird daher auch die Dichtigkeit der Elektricität und ihre Schlagweite erhöhen. Das ist in der That der Fall, durch Anwendung eines Foucaultschen Interruptors und eines Kondensators wird die Schlagweite ganz bedeutend erhöht.

Es gilt das jedoch nur, wenn man den Funken in Luft oder Gasen von nicht zu kleiner Dichtigkeit überspringen läfst. Giebt man den Gasen in Geisslerschen Spektralröhren ohne kapillaren Teil eine geringe Dichtigkeit, so gehen in allen Gasen beide Induktionsströme über[1]). Bei Luft konnte ich so in einer 2 cm weiten, 1 dm langen Röhre das Hindurchgehen beider Ströme bis zu einem Druck von 50 mm, bei Sauerstoff bis etwa 40 mm, bei Wasserstoff bis etwa 80 mm erkennen[2]). Bis zu welchen Drucken beide Ströme zustande kommen, hängt indes wesentlich von den Dimensionen der Röhren ab. Läfst man den Druck des Gases kleiner werden, so dafs er nur Bruchteile des Millimeter beträgt, so geht wieder nur der Öffnungsstrom hindurch.

Untersucht man die Schlagweite der einzelnen Pole für sich, so findet man immer jene des inneren Drahtendes bedeutend kleiner als die des äufseren, da die des inneren durch Influenz in den umgebenden Metallmassen festgehalten wird. Dieser Unterschied fällt fort, wenn man das innere Ende mit einem langen dünnen Drahte verbindet und aus dessen Ende die Funken zieht.

Die Schlagweite jedes einzelnen Endes nimmt zu, wenn man das andere Ende mit der Erde ableitend verbindet, da dann die in dem Drahte enthaltene entgegengesetzte Elektricität, welche sonst in denselben zurückkehrt und eine gewisse Menge der anderen bindet, vollständig fortgenommen wird.

Die in einer Funkenstrecke überspringenden Funken des Öffnungsinduktionsstromes haben ganz die Eigenschaften gewöhnlicher elektrischer Funken, sie springen mit einem ebensolchen Geräusch über und üben dieselben Wirkungen aus. Man kann mit denselben einen Ansammlungsapparat bleibend laden, was nicht möglich ist, wenn man denselben mit einem Pole direkt in leitende Verbindung bringt. Eine Leydener Flasche ladet man daher am besten so, dafs man die eine Belegung direkt mit dem einen Ende verbindet, während man in der Verbindung der andern Belegung mit dem zweiten Ende eine kleine Funkenstrecke läfst.

---

1) *Gassiot*, Philos. Transactions for the year 1859. p. 147.
2) *Wüllner*, Poggend. Ann. Bd. CXLVII.

Digitized by Google

Betreffs der thermischen, mechanischen und chemischen Wirkungen des Funkens können wir vollständig auf das verweisen, was wir über die Wirkung der Funken einer Elektrisiermaschine oder des Entladungsfunkens der Leydener Flasche bemerkt haben, da sie ganz dieselben sind[1]), nur über die Lichterscheinungen desselben haben wir uns etwas weiter zu verbreiten, da wir im zweiten Abschnitt auf diese Stelle verwiesen haben. Wir müssen uns jedoch auf eine kurze Übersicht dieser Erscheinung beschränken.

Läfst man einen Funken zwischen zwei Spitzen überspringen, so erkennt man im Dunkeln, dafs der eigentliche Induktionsfunke, welcher als eine helle weifse Linie von Pol zu Pol erscheint, von einer Lichthülle umgeben ist, welche an dem positiven Pole rötlich und gegen den negativen Pol hin blau wird. Am deutlichsten zeigt sich das bei Betrachtung des Funkens unter dem Mikroskop; es erscheint dann am negativen Pole blaues, am positiven rotes Licht, welches von einem gelblichen Funken durchsetzt wird. Das rote Licht ist von dem blauen durch einen dunklen Raum getrennt[2]). Die Farbe der Funken ist abhängig von der Natur der Elektroden, die der Aureole, so bezeichnet man die Lichthülle, von der Natur der Gase.

Die Entstehung der Lichthülle ist erst eine Folge des überspringenden Funkens, dies ergiebt nach Robinson[3]) eine Betrachtung des Induktionsfunkens in einem rasch rotierenden Spiegel. Der Funke erscheint dann als Linie nicht in die Breite gezogen, während die Lichthülle verbreitert und im Sinne der Rotation so neben den Funken verschoben erscheint, dafs der Funke an der einen Seite das ganze Lichtbild begrenzt. Daraus folgt, dafs die Entladung mit der Bildung eines Funkens, welcher glühende losgerissene Metallteilchen mitführt, beginnt. Durch die mechanische Wirkung des Funkens wird die Luft zwischen den Polen zur Seite geschleudert, und dann fliefst durch den luftverdünnten Raum die Elektricität kontinuierlich über, bis dieselbe entladen ist.

Nur die erste den eigentlichen Funken bildende Entladung ist eine dem Entladungsschlage der Batterie analoge Entladung in der Schlagweite, die in der Lichthülle überfliefsende Elektricität gleicht sich nach Art der galvanischen Ströme aus. Das folgt aus Versuchen von Koosen[4]), nach welchen die Ablenkung eines in den Kreis des Induktionsstromes eingeschalteten Galvanometers abhängig ist, bei gleicher Schlagweite des Funkens, von den aufserdem noch in den Kreis eingeschalteten Widerständen, während bei einer Entladung nach Art der Leydener Flasche die Ablenkung von den Widerständen unabhängig ist. Zugleich ergab sich aus diesen Versuchen, dafs diese in der Lichthülle übergehende, nach Art der galvanischen Ströme sich ausgleichende Elektricitätsmenge um so gröfser wird, je kleiner die Schlagweite ist, da mit Verkleinerung der Schlagweite die Intensität des am Galvanometer gemessenen Stromes wächst.

---

1) Man sehe darüber *Wiedemann*, Galvanismus. Bd. II. §. 1036 ff.

2) *Du Moncel*, Comptes Rendus XL. p. 312. Poggend. Ann. Bd. XCV. Comptes Rendus XLIX. p. 40. Recherches sur l'étincelle d'induction, Paris 1860.

3) *Robinson*, Philosophical Magazin XVII. 1859.

4) *Koosen*, Poggend. Ann. Bd. CVII.

Digitized by Google

Dafs die elektrische Entladung in der Lichthülle viel langsamer ist als im Funken, und dafs die gröfste Menge in dieser übergeht, das läfst sich noch folgendermafsen zeigen. Bläst man gegen den Induktionsfunken, so wird der eigentliche, jedesmal nur einen Moment dauernde Funke gar nicht aus seiner Bahn abgelenkt, während die Aureole in der Richtung des Luftstromes getrieben und von dem Funken getrennt wird[1]).

Wenn man dann, nachdem die Lichthülle von dem Funken getrennt ist, in die Bahn des Funkens ein Blatt Papier oder einen mit Alkohol oder Terpentinöl befeuchteten Docht bringt, so schlägt der Funke hindurch ohne zu zünden; bringt man das Papier oder den Docht dagegen in die Lichthülle, so wird dasselbe angezündet.

Die Bildung der Lichthülle hört vollständig auf, wenn man die Polenden der Induktionsrolle mit einem besonderen Funkenmikrometer und die Teile des Funkenmikrometers zugleich mit den Belegungen einer Leydener Flasche verbindet. Dann wird die Elektricität zunächst auf den Belegungen der Flasche kondensiert, und von dort aus tritt erst die Entladung im Funkenmikrometer ein. Die Entladung geschieht dann ganz nach Art des Entladungsschlages; die Funken sind knatternder und glänzender.

Nach der Erklärung von der Entstehung der Lichthülle ergiebt sich schon, dafs durch alle Umstände, durch welche der Raum zwischen den Polen leitender gemacht wird, auch die Aureole vergröfsert wird. So ist die Aureole um so gröfser, je leichter von den Polen Teilchen losgerissen werden, oder je leichter die Elektroden verdampfen; zwischen Kohlenelektroden ist sie daher am gröfsten.

§. 155.

Entladungen durch mit verdünnten Gasen gefüllte Räume. Läfst man den Induktionsstrom oder auch den Strom einer Holtzschen Maschine durch Räume gehen, in denen die Gase unter kleinerem Drucke als dem Drucke der Atmosphäre stehen, so nimmt die Lichthülle ebenfalls an Ausdehnung beträchtlich zu. Im elektrischen Ei sieht man, wie allmählich bei zunehmender Verdünnung der Luft die Lichthülle immer gröfser wird; hat die Verdünnung einen ziemlich hohen Grad erreicht, so hört der eigentliche Funke ganz auf und es bleibt nur die Lichthülle übrig. Man kann bei passender Verdünnung die Pole des elektrischen Eies sehr weit von einander entfernen und zwischen denselben zeigt sich ein breiter zarter Lichtstrom, eine der prachtvollsten Erscheinungen, welche die Physik bietet.

Um den Induktionsstrom in Räumen, welche mit verdünnten Gasen gefüllt sind, übertreten zu lassen, wendet man die zuerst von Gassiot[2]) dargestellten, später in grofser Menge und gröfster Verschiedenheit von Geifsler in Bonn ausgeführten und nach letzterem benannten Geifslerschen Röhren an. Dieselben bestehen (Fig. 300) aus Glasröhren der verschiedensten Form, in denen an zwei von einander entfernten Stellen Drähte, meist von Aluminium, als Elektroden eingeschmolzen sind. Dieselben

1) *Du Moncel*, Poggend. Ann. Bd. XCV.
2) *Gassiot*, Athenäum 1854. p. 1177. Philosophical Magazin v. VII. 1854.

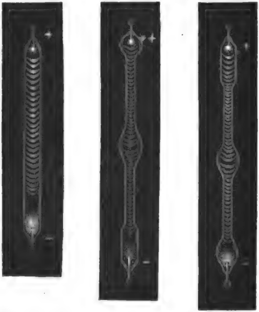
Digitized by Google

werden an einer Quecksilberpumpe mit den Gasen gefüllt, in welchen man den Strom übergehen lassen will und dann das Gas durch Pumpen auf den passenden Druck gebracht.

Läfst man in einem bis auf wenige Millimeter Quecksilberdruck ausgepumpten elektrischen Ei, oder in einer lufthaltigen Geifslerschen Röhre den Induktionsfunken übergehen, so sieht man[1]) in dem Vakuum zwei an Farbe, Lage und Gestalt verschiedene Lichter entstehen. Das eine derselben ist schön lavendelblau und umhüllt die negative Elektrode bis zu einer gewissen Entfernung, das andere je nach der Natur des in der Röhre vorhandenen Gases verschieden gefärbte geht von der mit einzelnen glänzenden Funken bedeckten positiven Elektrode aus und bildet eine ziemlich dicke Hülle, welche die Geifslerschen Röhren fast vollständig ausfüllt. Es reicht gewöhnlich nicht ganz bis zur negativen Elektrode, so dafs zwischen dem Lichte der positiven und dem blauen der negativen ein ziemlich breiter dunkler Raum bleibt.

Fig. 300.

a *b* *c*



Das positive Licht ist nicht ein homogener Lichtstrom, sondern besteht (Fig. 300 *a*, *b*, *c*) aus abwechselnden hellen und dunklen Schichten, derart, dafs es senkrecht zur Richtung des Stromes dunkel gestreift erscheint.

1) *Quet*, Poggend. Ann. Ergänzungsband IV. Die Schichtung des Lichts ist schon früher von Grove beobachtet. Philosophical Transactions for 1852. p. 1. S. 100.

Digitized by Google

In der Nähe des positiven Poles erscheinen die hellen Schichten stark gegen den negativen Pol konvex, in weiterer Entfernung von der positiven Elektrode sind die Schichten flacher.

Auch das blauviolette Licht des negativen Poles ist geschichtet. Aufser einem verwaschenen Schimmer, in welchem sich gewöhnlich das Licht des negativen Poles verläuft, und welcher sich bis mehr als anderthalb Centimeter von der negativen Elektrode erstrecken kann, erkennt man in diesem Licht zwei helle Schichten, welche durch eine dunkle getrennt sind.

In einer mit Wasserstoff gefüllten Röhre von circa 2 mm Weite und 400 mm Länge sah Plücker[1]) ungefähr 400 mal lichte Stellen mit dunkeln Intervallen ganz regelmäfsig von einem Ende der Röhre zum anderen abwechseln, vom negativen Pole durch einen breiten dunkeln Raum getrennt. In weiteren Röhren sind die dunklen Intervalle bis 5 mm breit. In den meisten Fällen machen die leuchtenden Stellen kleine Oscillationen und geben dann oft den Eindruck einer spiraligen Bewegung; oft sind sie in der Nähe des negativen Poles stationär und zeigen sich als feste Scheibchen, welche in vielen Fällen, namentlich in weiten Röhren gegen den negativen Pol stark konvex sind. Das negative Licht zeigt sich ebenfalls fein geschichtet.

Die Formen, welche die Lichterscheinung in Röhren, die mit verdünnten Gasen gefüllt sind, annimmt, hängen indes wesentlich von den Dimensionen der Röhre und dem Drucke des eingeschlossenen Gases ab, aufserdem aber noch von den Umständen, unter denen man die Entladung eintreten läfst.

Die Lichterscheinungen, beziehungsweise der Entladungsvorgang ist in den letzten Jahren Gegenstand äufserst vielfacher und ausgedehnter Untersuchungen geworden, besonders von Hittorf[2]), Crookes[3]), Goldstein[4]), E. Wiedemann[5]) und vielen anderen. Das gesammelte Material ist ein so massenhaftes, dafs der Raum uns hier ein näheres Eingehen auf dasselbe nicht gestattet[6]). Ich beschränke mich deshalb darauf, die Erscheinungen, welche die beiden vorhin schon unterschiedenen Teile der Entladungen im wesentlichen charakterisieren, hier kurz zu beschreiben. Die Schilderung des Verhaltens des positiven Büschellichtes ist nach meinen eigenen Beobachtungen[7]), ich beschränke mich auch da auf die charakteristischen Erscheinungen.

Um zunächst die Abhängigkeit des Lichtes von dem Drucke des in den Röhren eingeschlossenen Gases zu erkennen, wurde eine Röhre von

1) *Plücker*, Poggend. Ann. Bd. CIII.
2) *Hittorf*, Poggend. Ann. Bd. CXXXVI, Jubelband, Wiedem. Ann. Bd. VII, Bd. XX, Bd. XXI.
3) *Crookes*, Philosophical Transactions for 1879 part. II.
4) *Goldstein*, Berliner Monatsberichte für das Jahr 1876. Wiener Berichte Bd. LXXIV, Bd. LXXX. Berliner Monatsberichte 1880. Wiedem. Ann. Bd. XI. Untersuchungen über die elektrische Entladung in Gasen. Berlin, bei Springer. 1880. Wiedem. Ann. Bd. XII, Bd. XV.
5) *E. Wiedemann*, Wiedem. Ann. Bd. IX, X, XX.
6) Eine recht vollständige Übersicht über diese Erscheinungen giebt *Wiedemann* in seiner Elektricitätslehre Bd. IV. Abschnitt VII. S. 405—600.
7) *Wüllner*, Poggend. Ann. Jubelband.

Digitized by Google

1 cm Durchmesser und 1 dm Länge, welche in der im 2. Bande §. 49 beschriebenen Weise mit Hähnen versehen war, in den Induktionskreis eines grofsen Rühmkorffschen Apparates eingeschaltet; die Röhre war mit Luft gefüllt, und mit einer Quecksilberluftpumpe verbunden, so dafs man in der Röhre jeden beliebigen Druck herstellen konnte.

Bei einem Drucke der Luft, der weniger oder höchstens ein Millimeter beträgt, ist zunächst der ganze, die negative, 1 cm weit in die Röhre hineinragende Elektrode umgebende Raum mit dem blauen negativen Glimmlicht angefüllt. Von der positiven Elektrode dagegen strömt eine den ganzen Querschnitt der Röhre ausfüllende Lichtmasse bis zu einer Entfernung von 5 cm von der Spitze der Elektrode in die Röhre hinein. Der Zwischenraum zwischen dem positiven Büschellicht, wie ich es genannt habe, und dem negativen Glimmlicht ist ganz dunkel. Das positive Büschellicht zerfällt in 10 leuchtende Schichten, welche in der Röhre sich mit kleinen Schwingungen auf und nieder bewegen. Diese Schichten haben nicht die vorhin beschriebene und Fig. 300 abgebildete Tellerform, sondern sie erscheinen wie eine Schnur dicker Perlen, deren Dicke senkrecht zur Schnur gröfser ist als parallel der Schnur.

Beobachtet man das Licht in einem rotierenden Spiegel, dessen Rotationsaxe der Axe der Röhre parallel gestellt ist, so sieht man, dafs diese Erscheinung jedem einzelnen die Röhre durchsetzenden Induktionsstrome entspricht, dafs die Schichten mit dem Beginne des Stromes zu leuchten beginnen und mit dem Ende desselben zu leuchten aufhören, denn die Schichten erscheinen als der Rotationsrichtung parallel in die Breite gezogene Streifen. Beim Beginne der Entladung sieht man im rotierenden Spiegel sofort 6 Schichten auftreten, die gleichzeitig zu leuchten beginnen, und welche von einander ebenso weit entfernt sind, wie die oberste von der einen glänzenden Lichtpunkt zeigenden Elektrode. Die den Schichten im Spiegel entsprechenden Streifen sind gegen die positive Elektrode konvex, die Schichten steigen also zunächst gegen die positive Elektrode auf, und sinken dann rasch gegen die negative Elektrode nieder, die der positiven Elektrode näheren rascher als die entfernteren, so dafs gegen das Ende der Entladung die Schichten einander näher stehen. An der Stelle, wo die Schichten niederzusinken beginnen, tritt eine siebente und später treten noch drei weitere Schichten aus der positiven Elektrode hervor. Man erkennt somit im rotierenden Spiegel, dafs die sechs unteren in der Röhre sichtbaren Schichten sich sofort bei dem Beginne des Stromdurchganges ausbilden, und dafs die vier obern sich nach und nach und später entwickeln als die unteren.

Wächst der Druck der Luft in der Röhre über 1 mm, so werden die Schichtungen des positiven Büschellichtes zunächst in der Nähe der positiven Elektrode undeutlich und verwischt, und schon bei 1,5 mm Druck entwickeln sich nur mehr die untern Schichten, etwa 4 — 5, während darüber das positive Licht ganz ungeschichtet bleibt, bei 2,5 mm Druck zeigen sich noch 2 Schichten, und bei 4 mm Druck ist jede Schichtung verschwunden, das positive Licht reicht als eine ganz gleichförmige rötliche den ganzen Querschnitt der Röhre ausfüllende Lichtmasse bis 6 cm von der positiven Elektrode. Die nach der negativen Elektrode zu konvexe Grenze des Lichtes ist durch einen dunklen Zwischenraum von 2 cm

Digitized by Google

von der mit bläulichem Glimmlicht bedeckten negativen Elektrode getrennt. Im rotierenden Spiegel erkennt man, dafs das positive Licht während der ganzen Dauer jedes einzelnen Induktionsstromes in seiner ganzen Ausdehnung gleichmäfsig leuchtet.

Wächst der Druck des Gases weiter, so bleibt zunächst die Erscheinung im wesentlichen ungeändert, nur rückt der ganz schichtenlose positive Lichtstrom etwas mehr gegen die negative Elektrode vor und zieht sich dafür der Quere nach etwas zusammen, so dafs er nicht mehr den ganzen Querschnitt der Röhre erfüllt. Bei einem Druck von 13 mm ist das positive Licht noch etwa durch einen 1 cm breiten dunklen Zwischenraum von der negativen Elektrode getrennt. Im rotierenden Spiegel erkennt man aber, dafs die Ausdehnung des positiven Lichtes während der Dauer des Stromes nicht ganz dieselbe ist, das parallel der Rotationsrichtung in die Breite gezogene Lichtfeld ist nämlich an seiner untern Grenze gegen die negative Elektrode sehr stark konvex gekrümmt, es ist bei dem Beginne der Entladung etwa 1,5 cm, in der Mitte etwa 1 cm, am Ende etwa ein 1,7 cm von der negativen Elektrode entfernt.

Bei weiter fortschreitendem Drucke zieht sich das positive Büschellicht, ohne dafs man in demselben Schichtungen wahrnimmt, immer mehr um die Axe der Röhre zusammen, und ist der Druck auf etwa 25 mm gestiegen, so bildet es einen Cylinder in der Axe der Röhre, welcher einen Durchmesser von 2—3 mm hat. An seinem der negativen Elektrode nähern Ende zeigt dieser Cylinder eine beträchtliche Anschwellung. Im rotierenden Spiegel erkennt man, dafs diese untere Anschwellung des Lichtes eine viel gröfsere Dauer hat als das übrige positive Licht. Das dort erscheinende in die Breite gezogene Lichtfeld ist nämlich nur in seinem Beginne und an seiner untern Grenze hell, im übrigen ziemlich dunkel. Es beweist das, dafs die positive Entladung nur in ihrem Beginne die Gasmasse ihrer ganzen Länge nach hell leuchtend macht, dafs sie dann aber den gröfsten Teil der Röhre nur schwach leuchtend durchsetzt und nur an ihrer untern Grenze wieder ein helles Licht erzeugt.

Die Dicke des positiven Lichtcylinders wird bei wachsendem Drucke immer kleiner und sein Ende rückt der Spitze der negativen Elektrode immer näher, ist aber zunächst von derselben noch durch einen mehrere Millimeter breiten dunklen Zwischenraum getrennt. Zu der einen Anschwellung am untern Ende treten bald mehrere, erst eine unmittelbar unter der positiven Elektrode, dann eine dritte etwa in der Mitte u. s. f., so dafs etwa bei 40 mm Druck 4 Anschwellungen, bei 50 mm Druck 6 Anschwellungen vorhanden sind. Diese Anschwellungen haben eine längere Leuchtdauer als der Lichtcylinder, denn im rotierenden Spiegel werden nur die Anschwellungen wesentlich verbreitert, sie erscheinen dort als flatternde Lichtstreifen, die in ihrem Beginne durch einen schmalen, der Röhrenaxe parallelen Lichtstreifen verbunden sind. Nur beim Beginne der Entladung ist also das positive Licht der ganzen Länge nach leuchtend, dann aber erzeugt die positive Entladung nur mehr an einzelnen Stellen Licht, es tritt wieder eine Schichtenbildung ein, aber ganz anderer Form als bei geringerm Drucke.

Erst wenn der Druck des Gases etwa 75 mm geworden ist, reicht

by Google

das positive Licht bis zur negativen Elektrode in Form eines dünnen, mit einer grofsen Zahl Anschwellungen umgebenen Cylinders. Der rotierende Spiegel läfst erkennen, dafs die Entladung nur im ersten Momente bis zur negativen Elektrode reicht, sie wird dann einen Moment unterbrochen, dann folgt eine zweite nicht bis zur negativen Elektrode reichende Entladung, und an diese setzen sich die den Anschwellungen entsprechenden Lichtstreifen an; dieselben sind aber durch die Rotation immer weniger in die Breite gezogen, ein Beweis, dafs die Dauer der Entladung immer kleiner wird.

Läfst man dann den Druck weiter wachsen, so werden die Anschwellungen immer unbedeutender und lichtschwächer, bis sie, wenn der Druck auf 250mm gestiegen ist, ganz verschwinden. So lange der Druck kleiner als 160mm ist, zeigt der rotierende Spiegel zunächst eine mit wachsendem Drucke wachsende Anzahl von einzelnen die Elektroden verbindenden Entladungen und teils schon zwischen denselben, aber wesentlich denselben folgend, die den Anschwellungen entsprechenden Lichtfelder. Überschreitet der Druck 160mm, so beginnt die Entladung mit einem glänzenden Fünkchen von ganz weifsem Lichte, dem eigentlichen elektrischen Funken, wie er auch in der freien Luft zwischen den einander genäherten Enden der Induktionsspirale überspringt, dann folgen eine Anzahl die Elektroden verbindenden Entladungen, in der Röhre als ganz dünner Lichtcylinder sichtbar und dann die schwachen Lichtfelder den Anschwellungen entsprechend. Überschreitet der Druck 250mm, so hören, wie gesagt, die Anschwellungen ganz auf, es treten nur mehr einzelne Funken und dünne, die beiden Elektroden verbindende Lichtfäden auf, die, wenn der Druck noch stärker wird, ebenfalls verschwinden, so dafs schliefslich bei diesen Abständen der Elektroden die Entladung nur mehr in Funken stattfindet. Es entspricht das der Entladung in freier Luft, wo bei hinreichend grofsem Abstande der Elektroden ebenfalls keine Lichthülle, sondern nur Funken sich zeigen. Wir können also drei Arten des Überganges der Elektricität durch die Röhre unterscheiden, erstens Licht, welches nur bis zu einem gewissen Abstande von der positiven Elektrode reicht und eine mehr oder weniger lange Dauer hat, ich nenne es das positive Büschellicht, zweitens schmale die Elektroden verbindende Lichtcylinder, ich nenne sie Partialentladungen, und drittens eigentliche Funken.

Das positive Büschellicht ist dadurch charakterisiert, dafs es niemals bis zur negativen Elektrode reicht, und dafs es senkrecht zur Röhrenaxe immer eine gewisse je nach dem Drucke gröfsere oder kleinere Ausdehnung hat, es tritt in der angegebenen Röhre auf von äufserst kleinen, vielleicht weniger als 0,1mm betragenden Drucken bis zu einem Drucke von etwa 250mm. So lange der Druck kleiner als 1mm ist, zerfällt es in eine Anzahl von durch dunkle Zwischenräume getrennten Schichten, zwischen 1mm und etwa 4mm Druck ist diese Schichtung nur mehr an dem der negativen Elektrode zugewandten Ende des positiven Büschellichtes sichtbar, und bei einem Drucke von 4mm ist jede Schichtung verschwunden. Bis dahin füllt das Licht den ganzen Querschnitt der Röhre aus. Bei wachsendem Drucke zieht es sich um die Axe der Röhre zusammen und zeigt, nachdem die Entladung ohne jede Schichtung begonnen hat, wieder Schichtungen, die sich als Anschwellungen des Lichtcylinders

Digitized by Google

direkt und als parallel der Rotationsrichtung in die Breite gezogene Lichtwolken im rotierenden Spiegel zu erkennen geben. Bei wachsendem Drucke wächst die Zahl dieser Schichtungen, dagegen nimmt ihre Helligkeit ab, bis sie und das ganze positive Büschellicht bei einem gewissen Drucke verschwinden.

Zu diesem positiven Büschellichte treten bei einem gewissen Drucke die Partialentladungen, dann die eigentlichen Funken, welche beide Entladungen zunächst noch die Ausbildung des positiven Büschellichtes einleiten, dann allein übrig bleiben, bis schliefslich die Entladung nur mehr in Funken stattfindet.

Lässt man die Entladungen des Induktionsstromes ganz in derselben Weise durch Röhren derselben Länge, aber von 0,5 cm oder 2 cm Durchmesser gehen, so ist der Verlauf der Entladung im wesentlichen derselbe, nur reicht in der engern Röhre das Licht stets weiter in die Röhre hinein, in der weitern Röhre reicht es nicht so weit, besonders bei den geringern Drucken, in denen das Büschellicht ganz geschichtet oder ganz kontinuierlich ist. So war in der engern Röhre bei diesen Drucken der dunkle Zwischenraum zwischen dem positiven Büschellicht und der negativen Elektrode höchstens 1 cm, in der 2 cm weiten Röhre dagegen betrug er 6 cm. Entsprechend war auch, so lange das Licht ganz geschichtet war, die Zahl der Schichten in der engen Röhre 17, in der weiten Röhre 2. Die einzelnen im Vorigen beschriebenen Formen der Entladungen wiederholten sich sonst in beiden Röhren mit geringen Modifikationen.

Anders verhielt sich dagegen eine Röhre von fast 4 cm Durchmesser und gleicher Länge; bei den Drucken der eingeschlossenen Luft, bei welchen in den engern Röhren das positive Büschellicht am schönsten entwickelt ist, bleibt diese Röhre fast ganz lichtlos, es zeigt sich nur das negative Glimmlicht und an der Spitze der positiven Elektrode ein helles Fünkchen, aufserdem zeigen sich bei Drucken unter 4 mm zuweilen ganz schwache Wölkchen positiven Lichtes unmittelbar unter der positiven Elektrode. Beträgt der Druck zwischen 4 mm und 20 mm, so sind, weil Öffnungsstrom und Schliefsungsstrom die Röhre durchsetzen, beide Elektroden mit negativem Glimmlichte bedeckt, im übrigen ist die Röhre fast ganz dunkel, das in der Luft schön rote positive Büschellicht fehlt vollständig. Ist der Druck der Luft zwischen 20 mm und 50 mm, so zeigt sich eine geringe Menge positiven Büschellichtes in Form einer schwachen, bei dem günstigsten Drucke etwa 1 cm in die Röhre hineinreichenden Wolke.

Erst wenn der Druck 50 mm überschritten hat, entwickelt sich die Erscheinung ähnlich wie in den engern Röhren bei den entsprechenden Drucken. Zunächst bricht bei 50 mm Druck ein schmaler Cylinder schwachen positiven Lichtes von 3 cm Länge aus der positiven Elektrode hervor, an der eine Anschwellung auf- und niedergeht, entsprechend einer Schichtung, welche zuerst am negativen Ende des Büschellichtes entsteht, dann bis zur Elektrode aufsteigt und sich wieder etwa 1 cm von derselben entfernt. Bei wachsendem Drucke mehrt sich ganz wie bei den engern Röhren die Zahl der Anschwellungen bei abnehmender Helligkeit, bei 120 mm Druck treten die Partialentladungen hinzu und bei 150 mm die Funken.

Digitized by Google

Die Versuche zeigen, dafs zunehmende Weite bei gleicher Länge der cylindrischen Röhren die Entwicklung des positiven Büschellichtes vermindert, und dafs eine Röhre von 1 dm Länge und etwa 4 cm Weite kaum mehr dasselbe zeigt.

Während nach diesen Beobachtungen wachsender Durchmesser bei gleicher Länge der cylindrischen Röhren die Entwicklung des positiven Büschellichtes vermindert, bewirkt wachsende Länge bei gleichem Durchmesser das Entgegengesetzte; sie vermehrt die Menge des positiven Lichtes. So reichte bei der 1 cm weiten Röhre, als ihr eine Länge von zwei Decimeter gegeben wurde, das positive Licht so weit, dafs der dunkle Zwischenraum zwischen demselben und der negativen Elektrode nicht gröfser war als bei der nur 1 dm langen Röhre, bei einer 2 cm weiten, 2 dm langen Röhre war der dunkle Zwischenraum nur wenig gröfser als in der 1 dm langen Röhre, das positive Licht reichte also mehr als dreimal so weit in die Röhre als bei der geringern Länge. Im übrigen war aber der Verlauf des positiven Lichtes im wesentlichen derselbe als bei den kürzern Röhren.

Als das Rohr von 4 cm Querschnitt auf die doppelte Länge gebracht wurde, entwickelte sich in demselben eher weniger als mehr positives Licht, die Röhre blieb ebenfalls bei kleinern Drucken bis auf das negative Glimmlicht und einen Lichtfunken an der Spitze der positiven Elektrode ganz dunkel. Bei stärkern Drucken entstand wie in der kürzern Röhre ein schwacher Lichtcylinder mit kleinen Anschwellungen.

Wurde indes eine Röhre von 75 cm Länge und 5 cm Durchmesser angewandt, so trat wieder eine prachtvolle Lichtentwicklung ein; als der Druck unmefsbar klein war, füllte sich die Röhre bis zu einem Abstande von 55 cm von der positiven Elektrode mit positivem Büschellicht, welches in 18 Schichten zerfiel; die Schichten sehen aus wie eine Reihe von Sphäroiden, welche in der Richtung der Verbindungslinie von Elektrode zu Elektrode abgeplattet sind, und welche auf dem Äquator am hellsten sind. Der Abstand der hellsten Stellen der Schichten beträgt 3 cm. Die eigentümliche Form der Schichten rührt daher, dafs sie in grofsen Amplituden auf- und niederschwingen, wie eine Beobachtung im rotierenden Spiegel direkt erkennen läfst.

Bei Zutretenlassen von Luft füllt sich die Röhre, noch ehe der Druck mefsbar geworden ist, mit positivem Lichte bis zu einem Abstande von 12 cm von der negativen Elektrode; das Licht zeigt im ersten Momente an seinem untern Ende eine Menge feiner lebhaft bewegter Schichten, sind aber einige wenige Entladungen durch die Röhre hindurchgegangen, so entwickeln sich an dem negativen Ende des positiven Lichtes zwei Schichten der eben beschriebenen Form.

Wächst der Druck der Luft bis auf 1 mm, so ist der dunkle Zwischenraum zwischen dem positiven Licht und der negativen Elektrode nur mehr 2 cm breit, im übrigen ist die ganze Röhre mit schön rotem positiven Licht gefüllt, welches dann die Fig. 300 abgebildeten tellerförmigen Schichten zeigt, die indes am deutlichsten in der Nähe des negativen Endes des positiven Lichtes zu sehen sind. Die Schichten haben eine lebhafte hin- und hergehende Bewegung. Bis zu einem Drucke von 4 mm etwa bleibt die Erscheinung im wesentlichen ungeändert, geht der

Digitized by Google

Druck darüber hinaus, so zieht sich das Licht zu einem dünnern Cylinder mit einigen Anschwellungen zusammen, der indes, da er in der Röhre nicht ruhig steht, nicht scharf zu beobachten ist. Ist der Druck 20 mm geworden, so ist die Erscheinung ganz unregelmäfsig, die Entladung geht fast nur mehr über die Wände der Röhre.

So verschieden also auch das Auftreten des positiven Lichtes in den Röhren verschiedener Dimensionen ist, so können wir es doch allgemein dahin charakterisieren, dafs es von der positiven Elektrode ausgehend nur in einzelnen Partialentladungen, niemals als positives Büschellicht die negative Elektrode erreicht, dafs es meistens in einzelne Schichtungen zerfällt, welche nur in kürzern Röhren gerade bei den Drucken nicht auftreten, bei welchen das positive Büschellicht sich am vollständigsten entwickelt. Bei Annäherung an die Drucke, bei denen das Licht nicht geschichtet ist, bleiben am längsten oder treten am ersten hervor die Schichtungen in der Nähe des dunklen Zwischenraumes, also am negativen Ende des positiven Büschellichtes.

Auf die Form der Lichterscheinung in den Röhren hat ferner die Art der Entladung Einflufs, wie das zuerst Grove[1]) hervorgehoben hat. Schaltet man nämlich in den Kreis des Induktionsstromes neben der mit dem verdünnten Gase gefüllten Röhre ein Riesssches Funkenmikrometer ein, und läfst zwischen den Kugeln desselben bei möglich gröfstem Abstande den Strom in Form eines Funkens übergehen, so tritt auch in den Röhren die Entladung in Form eines fast momentanen Übersprühens der Elektricität ein, welche bei geringen Drucken, bei denen ohne Funkenmikrometer das positive Büschellicht die ganze Röhre ausfüllt, ebenfalls die ganze Röhre erfüllt, ohne nur eine Spur Schichtung zu zeigen.

Schaltet man dagegen in den Stromkreis nur eine kleinere Funkenstrecke ein, so beginnt die Entladung allerdings auch mit einem solchen Übersprühen der Elektricität von Elektrode zu Elektrode, dann folgt aber im weitern Verlaufe derselben eine Entwicklung des positiven Büschellichtes ganz in der vorhin beschriebenen Weise. So erhielt ich in einer 2 cm weiten, 10 cm langen Röhre stets nur ungeschichtetes Licht, wenn ich mit einem Funkenmikrometer eine Funkenstrecke von 3—6 cm einschaltete. Wurde indes die Funkenstrecke verkleinert, so erhielt ich das positive Büschellicht, selbst als die Funkenstrecke 2 cm betrug. Nur war die Dauer des positiven Lichtes eine etwas kürzere[2]).

Wurden dagegen die Enden des Induktionsdrahtes gleichzeitig mit den Belegungen einer Leydener Flasche verbunden, so war bei Einschaltung selbst kleiner Funkenstrecken das in der Röhre erscheinende Licht stets ohne jegliche Schichtung, es füllte bei passenden Drucken die Röhre ganz gleichmäfsig aus.

Schliefslich ist noch hervorzuheben, dafs nach De la Rives[3]) und meinen Beobachtungen die Schichtungen des Lichtes nur deutlich hervortreten, wenn das in den Röhren eingeschlossene Gas in Ruhe ist; läfst man während des Durchganges des Induktionsstromes Gas in die Röhre

1) *Grove*, Philosoph. Magazin. 4 series vol. XVI.
2) *Wüllner*, Berliner Monatsberichte Dezember 1874.
3) *De la Rive*, Poggend. Ann. Bd. CXXXI.

Digitized by Google

treten, so verschwinden die Schichtungen, treten aber dem nach Eintritt des Gases entsprechenden Druck entsprechend wieder hervor, wenn das Gas in Ruhe ist.

Geht man zu noch weitern Verdünnungen über, als die, welche den Ausgangspunkt meiner Beobachtungen bildeten, so tritt das positive Licht mehr zurück und das negative Licht wird das vorwiegende. So lange der Druck in den Röhren mehrere Millimeter Quecksilber beträgt, ist das negative Glimmlicht wesentlich auf die negative Elektrode beschränkt, welche es anfänglich nur an der Spitze, später bei abnehmendem Drucke ganz bedeckt. Gleichzeitig nimmt die Ausdehnung des Glimmlichtes in der Umgebung der negativen Elektrode zu. Wird der Druck sehr klein, so löst sich das Glimmlicht von der Kathode los, es bildet sich, während das Glimmlicht selbst immer weiter in die Röhre eindringt, zwischen der Kathode und dem Glimmlicht ein an Ausdehnung wachsender dunkler Raum. Fährt man mit dem Entleeren der Röhren immer weiter fort, so entwickelt sich an der negativen Elektrode wieder ein schwaches Lichtbündel, aus welchem kaum sichtbare Strahlen sich geradlinig und normal zur Oberfläche der Elektrode ausbreiten, welche besonders dadurch zu erkennen sind, daſs dort, wo dieselben die Glaswand der Röhre treffen, die letztere helle Phosphorescenz zeigt und zwar dieselbe Phosphorescenz, welche auch durch Belichten erzeugt wird.

Das Glimmlicht ist gegenüber dem positiven Licht wesentlich dadurch charakterisiert, daſs es sich von der negativen Elektrode aus in gerader Richtung in den Röhren verbreitet, so zwar, daſs seine Ausbreitung von der Lage der positiven Elektrode ganz unabhängig ist, wie das zuerst von Hittorf gezeigt wurde. Nimmt man eine gerade cylindrische Röhre und bringt an dem einen Ende derselben beide Elektroden nahe neben einander an, so tritt positives Licht nur an oder in unmittelbarer Nähe der positiven Elektrode auf, das negative Licht dringt indes von der Kathode aus gerade so in der Röhre vor, wie wenn die positive Elektrode sich an dem andern Ende der cylindrischen Röhre befände. Bringt man wirklich an diesem anderen Ende der Röhre auch eine Elektrode an und macht dieselbe zur Anode, so sieht man, wie das positive Licht und das negative Licht sich gegenseitig durchdringen, denn in dem mit dem negativen Lichte erfüllten Raume entwickelt sich in dem Falle das positive Licht. Nur in den dunklen Raum, der sich bei starker Verdünnung zwischen der Kathode und dem Glimmlicht bildet, kann das positive Licht nicht eindringen. Man sieht das sehr deutlich, wenn man als Kathode eine kleine Platte nimmt und unmittelbar neben derselben als Anode in gewöhnlicher Weise einen Draht. Ist die Verdünnung weit genug vorgeschritten, so bildet sich der dunkle Raum um die plattenförmige Kathode als ein sphäroidischer Raum aus. Sobald die Ausdehnung des Raumes eine solche geworden ist, daſs die positive Elektrode in denselben hineinragt, wird, soweit das der Fall ist, das positive Licht von der Elektrode fortgedrängt, so daſs es auf der Oberfläche des dunklen Raumes liegt.

Die geradlinige Ausbreitung des Glimmlichts läſst sich ferner an rechtwinklig umgebogenen Röhren erkennen. Ist der eine Schenkel des rechten Winkels nicht zu lang, so geht das positive Licht, wenn man die Elektrode am Ende des kürzern Schenkels zur positiven macht, jene am

Digitized by Google

Ende des langen Schenkels zur negativen, um die Biegung herum in den längern Schenkel hinein. Nimmt man dagegen die Elektrode im kürzern Schenkel zur negativen, so geht bei keinem Grade der Verdünnung das negative Licht um die Biegung herum in den längern Schenkel.

Das negative Licht scheint hiernach von der negativen Elektrode geradezu ausgesandt zu werden, eine Auffassung, welche auch darin eine Stütze findet, dafs wie Hittorf sich ausdrückt[1]), jeder feste oder flüssige Körper, er sei Isolator oder Leiter, welcher vor der Kathode sich befindet, das negative Licht begrenzt, welches zwischen ihm und der Kathode liegt, es findet keine Abbiegung aus der geraden Richtung statt.

Was von dem negativen Licht überhaupt gilt, das gilt in noch mehr hervortretender Weise von den bei der äufsersten Verdünnung sich zeigenden Kathodenstrahlen. Dieselben scheinen nur geradlinig und normal zur Oberfläche der Kathode auszutreten, sie werden durch jeden auf ihrem Wege befindlichen Körper aufgehalten. Die letztere Erscheinung hat Crookes an einer Anzahl sehr hübscher Versuche gezeigt. Wie erwähnt, geben die Kathodenstrahlen am deutlichsten sich dadurch zu erkennen, dafs sie die Glaswand, dort wo sie auftreffen, zu lebhafter Phosphorescenz bringen. Crookes brachte nun im Innern der Röhren in den Weg der Kathodenstrahlen mannigfach geformte Körper, so dafs diese die Kathodenstrahlen auffingen; auf der Wand der Röhren, welche in der von den Kathodenstrahlen getroffenen Fläche lebhaft phosphorescierten, erschien dann das Abbild der auffangenden Körper dunkel, gleichsam als ein von den Kathodenstrahlen geworfener Schatten. Crookes und Goldstein haben diese Versuche in der mannigfachsten Weise variiert und eine Menge sehr hübscher Erscheinungen beschrieben, welche alle die geradlinige Ausbreitung der Kathodenstrahlen und das normal zur Oberfläche der Kathoden stattfindende Austreten vorführen. Es mangelt uns hier der Raum, um auf nähere Details einzugehen.

Wir haben bisher vorausgesetzt, dafs die mit verdünnten Gasen gefüllten Röhren in den Stromkreis eines Induktionsapparates oder einer Holtzschen Maschine eingeschaltet seien; in dem Falle geht der Strom in einzelnen Stöfsen durch die Röhre hindurch. Wie zuerst Warren de la Rue und Hugo Müller[2]) und später Hittorf[3]) gezeigt haben, geht auch der Strom einer galvanischen Batterie von hinreichender elektromotorischer Kraft durch diese Röhren hindurch. Warren de la Rue und H. Müller glaubten, dafs auch in dem Falle der Strom in einzelnen Stöfsen hindurchgehe, indem, wenn die Potentialdifferenz an den Elektroden hinreichend sei, ein Ausgleich der Elektricitäten zwischen denselben stattfinde; die erste Entladung giebt eine Verminderung der Potentialdifferenz, welche indes durch den Zuflufs von der Batterie sehr bald wieder ausgeglichen wird; es folgt deshalb eine zweite Entladung und so fort. Die Zwischenräume zwischen den Entladungen sind so klein, dafs wir selbst bei schnellster Rotation eines rotierenden Spiegels, in welchem die Entladung

1) *Hittorf*, Poggend. Ann. Bd. CXXXVI. S. 8.

2) *Warren de la Rue* und *Hugo Müller*, Philosophical Transactions for the year 1878 and 1880 vol. CLXIX and CLXXI.

3) *Hittorf*, Wiedem. Ann. Bd. VII, Bd. VIII, Bd. XX, Bd. XXI.

Digitized by Google

beobachtet wird, eine Trennung der einzelnen Entladungen nicht beobachten können.

Hittorf dagegen nimmt an, daſs wenn in den Gasen der Durchgang des Stromes einmal eingeleitet sei, die Gase leitend werden, und daſs dann der Strom in den Gasen ein ebenso stetiger sei wie in festen Leitern oder Elektrolyten. Damit der Strom ein stetiger werde, ist zunächst eine gewisse elektromotorische Kraft erforderlich, weiter aber ist es notwendig, daſs der Widerstand auſserhalb der mit verdünntem Gase gefüllten Röhre ein nicht zu groſser sei, damit die Stromstärke hinreichend groſs, beziehungsweise, damit die Potentialfunktion an den Elektroden eine hinreichend groſse bleiben kann. Hittorf[1]) schaltete eine Gassäule in den Stromkreis einer Säule von 1600 Chromsäure-Elementen ein, welcher gleichzeitig ein cylindrisches Rohr enthielt, das mit einer Lösung von Jodkadmium in Amylalkohol gefüllt war. Das Rohr enthielt zwei Kadmiumelektroden, deren eine an einem verschiebbaren Stabe befestigt war, so daſs man beliebige Strecken der Jodkadmiumlösung in den Stromkreis einschalten und so den Widerstand des Stromkreises innerhalb weiter Grenzen variieren konnte. Die Elektroden der Gasröhre waren gleichzeitig mit einem Kondensator von groſser Kapacität verbunden. War der Widerstand in dem Stromkreis groſs, so ging der Strom in einzelnen Stöſsen durch die Röhre, indem sich gleichzeitig der Kondensator durch die Röhre entlud. War durch die von der Batterie herkommende Elektricität auf den Belegungen des Kondensators und an den Elektroden der Röhre die Potentialdifferenz wieder hinreichend gewachsen, so trat eine neue Entladung ein. Mit abnehmendem Widerstande folgten sich die Entladungen immer rascher, und hatte der Widerstand bis zu einem gewissen kleinen Werte abgenommen, so ging der Strom stetig durch die Röhre, der Kondensator entlud sich nicht mehr, er behielt auf seinen Belegungen eine konstante Potentialdifferenz. Man erkennt das Aufhören der Entladungen des Kondensators am Lichte der Röhre; so lange die Entladung eintritt, zeigt sich das Licht der Röhre, wie schon vorhin, bei Besprechung der Entladungen bei gleichzeitiger Einschaltung einer Leydener Flasche erwähnt wurde, ungeschichtet, sowie die Entladung aufhört, nimmt es das ausführlich beschriebene Ansehen an, es zeigt sich positives und negatives Licht. Man erkennt es weiter daran, daſs der Kondensator aufhört zu tönen. Jede Entladung des Kondensators ist nämlich von einem eigentümlichen trocknen Geräusch begleitet, welches um so stärker ist, je gröſser die Elektricitätsmenge der einzelnen Entladung ist. Bei abnehmendem Widerstande der übrigen Leitung erzeugen die schneller aufeinander in regelmäſsigen Intervallen sich folgenden Entladungen einen Ton, dessen Höhe wächst. Sowie das Licht in der Röhre stetig wird, hört das Tönen des Kondensators auf. Auch das Telephon, wenn es in den Stromkreis eingeschaltet wird, läſst das Stetigwerden des Stromes erkennen.

Einen weitern Beweis für das Stetigwerden des Stromes sieht Hittorf darin, daſs so lange die elektromotorische Kraft der Batterie eine gewisse Gröſse noch nicht erreicht hat, durch dieselbe ein stetiger Strom in den

1) *Hittorf*, Wiedem. Ann. Bd. VII.

Digitized by Google

Gasröhren nicht hervorgerufen werden kann, dafs aber, wenn der Strom durch das Hindurchführen einer Entladung durch das Gas eingeleitet ist, durch diese elektromotorischen Kräfte der Strom dauernd unterhalten werden kann. Hittorf meint, durch die erste Entladung seien die Gasmoleküle in den leitenden Zustand versetzt, und deshalb könne der Strom bei geringerer elektromotorischer Kraft dauernd werden, als jene ist, durch welche er zuerst eingeleitet werden könne. Da so ein eingeleiteter Strom durch eine elektromotorische Kraft unterhalten werden könne, welche ihn selbst nicht einleiten könne, so sei es unmöglich, dafs der von ihm als setig betrachtete Strom aus einer Reihe von Partialentladungen bestehe, welche durch wenn auch noch so kleine endliche Zwischenzeiten getrennt seien, und bei denen die Gasmoleküle abwechselnd den leitenden und nichtleitenden Zustand annähmen.

Hittorf hat durch Messung des Potentialgefälles in Gasröhren weiter den Nachweis liefern wollen, dafs in der That eine Leitung des Stromes in den Gasen stattfinde, ähnlich wie in flüssigen und festen Leitern. Um die Potentialdifferenz der Elektroden zu messen, wurden dieselben durch eine Zweigleitung von sehr grofsem Widerstande verbunden, in welche ein empfindliches Galvanometer eingesetzt war. Es waren ferner in das zu diesen Versuchen benutzte cylindrische Rohr senkrecht zur Axe seitlich eine Anzahl Elektroden eingeschmolzen, welche einige Centimeter von einander entfernt waren. Wurden je zwei dieser Elektroden durch dieselbe Zweigleitung mit grofsem Widerstande und demselben Galvanometer geschlossen, so gab der in der Zweigleitung beobachtete Strom die Potentialdifferenz an denjenigen Stellen der vom Strome durchsetzten Gassäule, an denen die Elektroden in das Gas eintauchten.

Gleichzeitig wurde die Stromstärke des das Gas durchsetzenden Stromes gemessen, welche durch Verminderung des Widerstandes unterhalb jener Grenze, bei welcher der Strom anfing stetig zu werden, innerhalb weiter Grenzen variiert werden konnte.

Bei konstanter elektromotorischer Kraft der Batterie und konstanter Gasdichte in dem mit Stickstoff von 0,6 mm Quecksilberdruck gefüllten Gasrohre fand sich bei einer Änderung des das Gas durchsetzenden Stromes bis zu seinem sechsfachen Wert die Potentialdifferenz der Elektroden ganz genau gleich, sie nahm nur sehr wenig zu, von 1 auf 1,3, als die elektromotorische Kraft verdoppelt und die Stromstärke auf den 46fachen Wert gesteigert wurde. Die Potentialdifferenz zwischen zwei in das positive Licht eintauchenden Elektroden wurde durch eine Änderung der Stromstärke und der elektromotorischen Kraft der Batterie gar nicht geändert. Wir teilen im Folgenden einige der von Hittorf[1]) angegebenen Potentialdifferenzen mit. Die Elektroden der Gasröhre hatten einen Abstand von 38,7 cm; die erste in das positive Licht eintauchende Elektrode *b* war von der Anode *a* 3,32, die zweite *d* von der ersten *b* 4,33 und die dritte *c* von *d* 4,62 cm entfernt. Es fand sich die Potentialdifferenz

1) *Hittorf*, Wiedem. Ann. Bd. XX.

Digitized by Google

bei einer Stromstärke				2,44	12,82	70,00	111,9
zwischen	Anode	und	Kathode	133	133,5	157	173
"	"	"	*b*	22	22	21	21
"	*b*	"	*d*	14	13	12	12,25
"	*d*	"	*e*	13	13	13,5	12,5.

Hittorf schliefst aus diesen Versuchen, dafs das Leitungsvermögen der positiven Gasstrecke proportional der Stromstärke zunimmt, wenn die Dichtigkeit des Gases ungeändert bleibt.

Ich kann mich der Deutung, welche Hittorf seinen Versuchen giebt, nicht anschliefsen, gerade die von Hittorf gegebenen Messungen der Potentialdifferenzen scheinen mir den Beweis zu liefern, dafs von einer Leitung der Gase keine Rede sein kann. Es findet nur ein Übergang der Elektricität von Elektrode zu Elektrode statt, wobei vielleicht als sekundäre Elektrode die Glaswand der Röhre eine Rolle spielt. Dieser Übergang findet statt, wenn die Potentialdifferenz der Elektroden einen gewissen Wert erhalten hat, und er wird ein ganz kontinuierlicher, wenn von der Elektricitätsquelle der Zuflufs der Elektricität so schnell erfolgt, dafs trotz des Abflusses der Elektricität eine Verminderung der Potentialdifferenz nicht eintritt. Der kontinuierliche Strom verhält sich gewissermafsen wie der Strahl einer Feuerspritze, welcher vollkommen kontinuierlich wird, sobald man durch hinreichend schnelles Pumpen dafür sorgt, dafs im Windkessel der Druck nicht kleiner wird. Dafs der kontinuierliche Strom bei geringerer Differenz der Potentialfunktion an den Elektroden fortdauern kann, ist kein Beweis für die Leitung der Gase, wie Hittorf annimmt; wissen wir doch, dafs die Entladung der Leydener Flasche aus einzelnen Partialentladungen besteht, welche der ersten Partialentladung folgen, welche entsteht, wenn die Potentialdifferenz der Elektroden so grofs geworden ist, dafs der Funke ihren Abstand überspringen kann, trotzdem mit jeder Entladung die Potentialdifferenz der Belegungen abnimmt. Auch in den Gasröhren entsteht durch die einleitende Entladung gewissermafsen der Funkenkanal, dem mehr oder weniger folgend die Elektricität bei hinreichendem Zuflufs das Gas durchsetzt.

Hiernach ist keineswegs der ganze Querschnitt der Gasröhre als die stetig durchflossene Strombahn anzusehen und alle die Folgerungen, welche man aus dieser Anschauung zieht, kann ich nicht für berechtigt halten. Man hat daraus gefolgert, dafs die Temperatur der Entladungen eine äufserst niedrige wäre, dafs das Leuchten der Gase in den Röhren keine Glüherscheinung, sondern eine Phosphorescenz oder Fluorescenz-Erscheinung sei. Ich kann bisher die dafür beigebrachte Begründung bei der angegebenen Auffassung der Entladung nicht für stichhaltig ansehen.

Auf die vielen Versuche eine Erklärung der eigentümlichen Entladungserscheinungen in verdünnten Gasen, der positiven Büschelentladung mit ihrer Schichtung, des negativen Lichtes mit seinem dunklen Raume und den Kathodenstrahlen zu geben, gehe ich hier nicht ein. Trotz der vielen Versuche, die Entladungserscheinungen aus dem sonstigen Verhalten elektrischer Bewegungen abzuleiten, ist es bisher noch nicht gelungen, dieselben unter einem einheitlichen Gesichtspunkt zusammenzufassen. Wir verweisen deshalb wegen dieser Erklärungsversuche

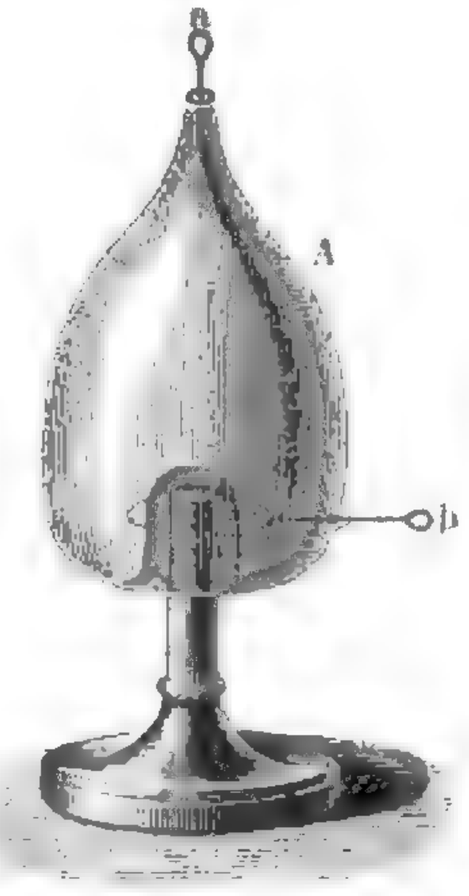
Digitized by Google

auf die verschiedenen, in diesem Paragraphen bereits erwähnten Abhandlungen[1]).

§. 156.

Einflufs des Magnets auf das elektrische Licht. Wir haben im §. 154 erwähnt, dafs in der Lichthülle die Elektricität nach Art des galvanischen Stromes übergeht, wie das die Versuche von Koosen beweisen. Daraus läfst sich schliefsen, dafs die Lichthülle dem Einflusse des Magnets unterworfen sein, dafs sie wie jeder andere Stromleiter abgelenkt werden mufs. Dafs der Davysche Flammenbogen, das elektrische Licht zwischen Kohlenspitzen nach dem Ampèreschen Gesetz abgelenkt wird, wenn man einen Magnet auf denselben wirken läfst, hat schon Davy selbst beobachtet[2]), dafs aber auch die Lichthülle des Induktionsfunkens in derselben Weise dem Einflusse des Magnets unterliegt, hat wohl zuerst A. de la Rive[3]) im elektrischen Ei wahrgenommen und in einem sehr hübschen Versuche gezeigt. Sehr bequem läfst sich dieser Versuch mit dem Apparate Fig. 301 von Geissler zeigen. In das flaschenförmige Gefäfs *A* ist oben an der Spitze ein Platindraht *a* eingeschmolzen, und ebenso ein Platindraht *b* seitlich, welcher die in das ovale Gefäfs unten eingeschmolzene, oben geschlossene Glasröhre in Form eines Ringes umgiebt. Das Glasgefäfs ist nicht ganz so weit wie eine Geisslersche Röhre luftleer gepumpt. In die unten in das Gefäfs eingeschmolzene Glasröhre ist von unten ein Stab weichen Eisens eingeführt und festgekittet. Verbindet man nun die beiden Drähte *a* und *b* mit den Enden einer Induktionsspirale, so geht der Lichtstrom in der vorher beschriebenen Weise von dem oberen Drahte zu einem Punkte des unteren Ringes. Stellt man den Apparat auf den Pol eines kräftigen Elektromagnets, so dafs der Eisenstab magnetisch wird, so rotiert der Lichtstrom um den Magnet wie jeder andere bewegliche Leiter es thun würde. Die Rotationsrichtung ist ganz den elektrodynamischen Gesetzen entsprechend, sie ist verschieden, je nach der Polarität des Eisens und nach der Richtung des Stromes in dem Gefäfse.

Fig. 301.



Wie diese Rotation zustande kommt, ist leicht ersichtlich; in dem Gefäfse geht der erste Induktionsfunke als Lichthülle über, diese wird durch die Wirkung des Magnets abgelenkt; der zweite Induktionsfunke

1) Man sehe auch eine Abhandlung von *Lehmann*, Wiedem. Ann. Bd. XXII. Eine Übersicht der verschiedenen Theorien der Entladung in verdünnten Gasen giebt *Wiedemann* in seiner Elektricitätslehre Bd. IV S. 476 ff.

2) *Davy*, Philosophical Transactions of London R. soc. for 1821 part. II. Gilberts Annalen Bd. LXXI.

3) *De la Rive*, Poggend. Ann. Bd. CIV. Comptes Rendus T. LXVI. p. 674. *De la Rive* und *Sarrasin*, Comptes Rendus T. LXXIV. p. 1114. Ann. de chim. et de phys. IV. Sér. T. XXIX.

Digitized by Google

findet nun in der abgelenkten Lichthülle eine Strombahn, welche besser leitet als alle übrigen Luftschichten des Apparates, deshalb geht er jetzt in der Richtung der abgelenkten Lichthülle über; diese wird dann wieder abgelenkt und so fort, so daſs die Rotation durch die sich rasch folgenden Ablenkungen der einzelnen Lichthüllen zustande kommt.

Die Ablenkung der Lichthülle des in der Luft überspringenden Induktionsfunkens ist besonders von Du Moncel[1]) und Plücker[2]) untersucht und in ihren mannigfachen Formen gezeigt worden. Läſst man den Induktionsfunken zwischen den Polen eines kräftigen Elektromagnets in äquatorialer Richtung überspringen, so wird, während der Funke nicht abgelenkt wird, die Lichthülle in Form eines Bogens Fig. 302 (in welcher man sich die Pole vor und hinter der Zeichnungsebene zu denken hat) zwischen den Elektroden p und n abgelenkt. Ist p die positive, n die negative Elektrode des Induktionsstromes, so ist der Lichtbogen nach oben gekrümmt; wenn sich der Nordpol vor der Ebene der Zeichnung

Fig. 302.

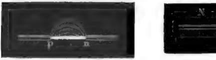


Fig. 303.

befinden würde. Bringt man die Enden der Induktionsdrähte in axialer Richtung über die Pole der Magnete (Fig. 303), so wird die Lichtfläche eine *S*förmige, in horizontaler Ebene liegende Kurve, welche von dem in gerader Linie überspringenden Funken in der Mitte begrenzt wird.

Auch diese Erscheinungen lassen sich aus den elektromagnetischen Gesetzen der Einwirkung von Magneten und Strömen ableiten[3]), und, wie schon §. 126 besprochen wurde, an dünnen Platindrähten darstellen[4]).

Sehr interessant ist die Einwirkung der Magnete auf das Licht in den Geisslerschen Röhren, welche Plücker[5]) mit der gröſsten Sorgfalt untersucht hat. Von den mannigfaltigen Erscheinungen, welche Plücker dabei beobachtet hat, wollen wir nur diejenige in einer längeren Geisslerschen Röhre beschreiben, welche axial auf die Pole eines Elektromagnets gelegt ist.

Die Lichterscheinung in einer solchen Röhre, ohne daſs sie auf den Polen des Magnets liegt, ist Fig. 304 abgebildet. Um die negative Elektrode herum bildet sich das blaue Glimmlicht, in dem anderen Teile der Röhre zeigt sich die Schichtung des positiven Lichtstromes.

---

1) *Du Moncel*, Recherches sur l'étincelle d'induction. Paris 1860.
2) *Plücker*, Poggend. Ann. Bd. CXIII.
3) Man sehe *Plücker*, a. a. O.
4) *Le Roux*, Ann. de chim. et de phys. III. série. T. LIX.
5) *Plücker*, Poggend. Ann. Bd. CIII, CIV, CV, CVII und CXIII. Man sehe auch *Hittorf*, Poggend. Ann. Bd. CXXXVI. Über den Einfluſs des Magnets auf die Schichtung und Entwicklung des positiven Lichtes. *Wüllner*, Poggend. Ann. Jubelband; ferner die im vorigen Paragraphen erwähnten Arbeiten von *Goldstein, Crookes, E. Wiedemann;* eine Übersicht der mannichfachen Erscheinungen giebt *G. Wiedemann* in seiner Elektricitätslehre Bd. IV. S. 552 ff.

Digitized by Google

Legt man diese Röhre mit ihrem engeren Teile, Fig. 305, auf die Pole *SN* eines Elektromagnets, so gehen die Schichten in einen schmalen, doppelt gekrümmten Lichtstreif über, indem, wenn der Strom von dem Nordpole zum Südpole geht, über dem Nordpole der Streifen nach hinten, über dem Südpole nach vorn hin abgelenkt wird. Über der Trennungsstelle der Pole erscheint ein leuchtender Bogen, der die Streifen mit einander verbindet. Wie man sieht ist die Ablenkung ganz der Ampèreschen Regel entsprechend.

Fig. 304.

Fig. 305.

Fig. 306.

Verschiebt man die Röhre so, daſs die negative Elektrode sich über der Trennungsstelle der Magnetpole befindet, Fig. 306, so wird das negative Glimmlicht zu einer Fläche zusammengezogen, welche die Gestalt der magnetischen Kurven hat, der Kurven, welche Eisenfeilspäne zwischen den Magnetpolen annehmen würden. Das negative Glimmlicht verhält sich also nicht wie das positive Licht, d. h. es wird nicht nach den elektromagnetischen Gesetzen abgelenkt, sondern es verhält sich so, als wenn es aus einzelnen magnetischen Partikeln bestände.

Schaltet man mit der Geisslerschen Röhre in den Kreis des Induktionsstromes zugleich eine Leydener Flasche ein, etwa so, daſs man das eine Ende mit der innern Belegung der Flasche verbindet, das andere mit der äuſsern, und in diese Leitung zugleich die Geisslersche Röhre einschaltet, Fig. 307, so gehen durch die Röhre in rascher Folge Ströme nach entgegengesetzter Richtung. Der Öffnungsstrom ladet nämlich dann die Leydener Flasche, nach Aufhören desselben, wenn der Schlieſsungsstrom sich bildet, entladet sie sich, und der Entladungsstrom verbunden mit dem Schlieſsungsstrom durchsetzen die Röhre nach entgegengesetzter Richtung. Dann zeigt sich in der Röhre (Fig. 307) an beiden Elektroden das negative blaue Glimmlicht, und zwischen denselben die Schichtung. Die Schichten sind gar nicht oder nach beiden Seiten gekrümmt.

Digitized by Google

Legt man nun diese Röhre auf die Pole des Elektromagnets (Fig. 308), so werden die Schichten in zwei Lichtstreifen getrennt, von denen jeder einzelne dem Streifen Fig. 305 entspricht, die aber entgegengesetzt abgelenkt werden, da zwei entgegengesetzte Ströme in ihnen fliefsen.

Fig. 307.

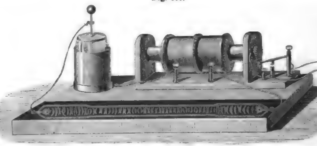
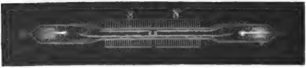


Fig. 308.



Dadurch sind die Geifslerschen Röhren, besonders in Verbindung mit Magneten, ein vorzügliches Mittel, um alternierende Ströme zu beobachten, und mit Hilfe derselben hat Paalzow[1]) den §. 61 erwähnten Nachweis geliefert, dafs unter den Umständen, unter welchen Feddersen auf andere Weise es erkannt hatte, die Entladungen der Leydener Flasche alternierende sind. Dadurch ist in vielen Fällen die Untersuchung der Entladungserscheinungen eine viel bequemere geworden, da man hierin ein sehr einfaches Mittel hat, um zu entscheiden, wann die Entladung einfach, wann sie alternierend ist. Die früher erwähnten Untersuchungen Oettingens und Lipharts sind meist mit diesem Hilfsmittel angestellt.

§. 157.

Zurückführung der elektromotorischen Kraft und des Widerstandes auf absolutes Mafs. Es erübrigt uns noch eine Anwendung der Induktionsgesetze zu erläutern, nämlich die Zurückführung der Konstanten des galvanischen Stromes auf absolutes Mafs. Die im dritten Abschnitte angenommenen Einheiten für die elektromotorische Kraft und den Widerstand waren willkürliche, von keiner anderen Einheit oder nur von der ebenfalls willkürlich gewählten Einheit der Stromstärke abhängig. Wir setzten nämlich jene elektromotorische Kraft der Einheit gleich, welche in einem Stromkreise, dessen Widerstand der Einheit gleich ist, die

1) *Paalzow*, Poggend. Ann. Bd. CXII.

Digitized by Google

Einheit der Stromstärke giebt. Die Einheit der Stromstärke lieferte uns die chemische Wirkung des Stromes, die Einheit des Widerstandes die Längeneinheit eines Drahtes von der Einheit des Querschnittes und von einem bestimmten Metall, Kupfer oder Silber oder dem schlieſslich allgemein angenommenen Quecksilber. Durch Annahme dieser Einheiten war die der elektromotorischen Kraft nach dem Ohmschen Gesetze eindeutig bestimmt.

Auch als wir im §. 128 die Stromstärke in absolutem elektromagnetrischen oder elektrodynamischen Maſse, das heiſst durch das reduzierte Drehungsmoment maſsen, welches der die Flächeneinheit umkreisende Strom einem die Einheit des magnetischen Momentes besitzenden Magnete erteilt, blieb das Maſs des Widerstandes oder der elektromotorischen Kraft noch willkürlich, beziehungsweise, da wir die Siemenssche Quecksilbereinheit als Widerstandsmaſs beibehielten, war die Einheit der elektromotorischen Kraft gegeben als jene, welche in einem Stromkreise vom Widerstande der Quecksilbereinheit die absolute Einheit der Stromstärke hervorruft.

W. Weber[1]), dem wir überhaupt die Einführung der absoluten Maſse in die elektrischen Messungen verdanken, hat indes gezeigt, daſs wir auf Grund der Induktionsgesetze die elektromotorische Kraft in absolutem Maſse, das heiſst ebenso wie den Magnetismus in einem Maſse ausdrücken können, welchem die Maſse der Mechanik zu Grunde liegen. Weber wandte als Maſse das Milligramm, Millimeter, Sekunde an. Derselbe stellte drei absolute Maſse auf.

Das erste derselben beruht auf den Gesetzen der Magnetinduktion[2]), führt also zu dem absoluten Maſse durch Vermittelung des absoluten Maſses des Magnetismus. Wie wir im §. 127 und 128 sahen, ist das reduzierte Drehungsmoment, welches ein Kreisstrom einem in seiner Axe befindlichen der Stromebene parallelen Magnete oder welches der Magnet dem Strome erteilt, bei Anwendung des absoluten elektromagnetischen Strommaſses, gleich dem doppelten Produkte aus dem magnetischen Momente des Magnetes und dem Produkte aus der Stromstärke und der vom Strome umkreisten Fläche. Die elektromagnetische Wirkung des Stromes ist einfach gleich derjenigen eines Magnetes, dessen Moment gleich dem Produkte aus der Stromstärke und der umkreisenden Fläche ist. Die eben vorausgesetzte Lage von Strom und Magnet entspricht aber, wenn wir uns den Magnet parallel dem magnetischen Meridiane gelegt und den Strom östlich oder westlich aufgestellt denken, der ersten Hauptlage. Der Magnet sucht in dem Falle den Strom so zu drehen, daſs die Axe der Stromebene jener des Magnetes parallel wird. Bringt man den Magnet und den Stromkreis in die zweite Hauptlage, legt also den Magnet ost-westlich und bringt den Stromkreis nördlich oder südlich, so daſs seine Axe senkrecht ist zur magnetischen Axe des Magnets, so sucht auch dann der Magnet den Strom so zu drehen, daſs die Axe der Stromebene der Axe des Magnetes parallel wird.

Wenn man deshalb einen Stromkreis vor einem Magnete so aufstellt, daſs die Ebene des Kreises mit der Axe des Magnetes zusammenfällt oder

1) *W. Weber,* Elektrodynamische Maſsbestimmungen, insbesondere Widerstandsmessungen.

2) *W. Weber,* a. a. O.

zu ihr parallel ist und dann schnell den Stromkreis um 90^0 dreht, so dafs die Axe der Stromebene mit der Richtung der magnetischen Axe parallel wird, so wird in dem Kreise ein Strom induziert, dessen elektromotorische Kraft nach den Induktionsgesetzen dem Flächeninhalt des Kreises und dem magnetischen Moment des Magnetes direkt proportional ist.

Dadurch gelangt Weber zu dem absoluten Mafs der elektromotorischen Kraft. Ein Stromkreis schliefse die Flächeneinheit ein und befinde sich in einer solchen Lage zu einem Magnete, dass ihm, wenn er von der Einheit des Stromes umflossen würde, durch den Magnet ein der Einheit gleiches Drehungsmoment erteilt würde; wird er dort aus der der Richtung der magnetischen Kraft parallelen Lage in der Zeit einer Sekunde in die zur Richtung der magnetischen Kraft senkrechte Lage gebracht, so wird in ihm die Einheit der elektromotorischen Kraft induziert.

Der Erdmagnetismus erteilt einem in horizontaler Ebene drehbaren Magnete, dessen magnetisches Moment der Einheit gleich ist, in der zum Meridian senkrechten Lage das Drehungsmoment T; ganz dasselbe Drehungsmoment erhält ein dem Meridiane paralleler Stromkreis, dessen Flächeninhalt gleich der Einheit ist, wenn wir uns denselben von der Einheit der Stromstärke umflossen denken. Wird deshalb ein die Flächeneinheit umfliefsender Stromkreis einmal in der Sekunde um eine vertikale Axe aus der dem Meridiane parallelen in die zu dem Meridiane senkrechte Lage gedreht, so ist die in demselben induzierte elektromotorische Kraft ebenfalls gleich T; geben wir der Fläche die Gröfse F, so wird die elektromotorische Kraft gleich FT.

Die Einheit des Widerstandes im absoluten elektromagnetischen Mafssystem ist durch die Einheit der Stromstärke und der elektromotorischen Kraft gegeben; der Widerstand eines geschlossenen Kreises ist der Einheit gleich, wenn die Einheit der elektromotorischen Kraft in diesem Kreise die Einheit der Stromstärke erzeugt. Ist deshalb E die elektromotorische Kraft etwa einer Kette im absoluten elektromagnetischen Mafse gemessen, J die Stromstärke, welche E in dem die Kette schliefsenden Stromkreise erzeugt, so ergiebt sich der Widerstand W, in absoluten Einheiten ausgedrückt, aus dem Ohmschen Gesetz

$$J = \frac{E}{W}; \quad W = \frac{E}{J}.$$

Kennt man den Widerstand W einer Kette in absolutem Mafse, so erhält man aus Beobachtung der Stromstärke J in ebenfalls absolutem Mafse die elektromotorische Kraft der Kette in dem gleichen Mafse aus der Gleichung

$$E = JW.$$

Wie erwähnt legte Weber bei seiner Mafsbestimmung die absoluten Einheiten von Gaufs, Milligramm, Millimeter, Sekunde zu Grunde; um das Verhältnis der $[CGS]$ Einheit zur Weberschen zu bestimmen, suchen wir zunächst die Dimensionen der elektromotorischen Kraft und des Widerstandes auf.

Die durch den Erdmagnetismus T in einer Fläche F induzierte elektromotorische Kraft ist, wenn die Fläche in t Sekunden einmal aus der zum Meridian senkrechten in die dem Meridian parallele Lage gebracht

Digitized by Google

wird, gleich $\frac{FT}{t}$. Die Dimension einer Fläche ist das Quadrat einer Länge, für die Dimension von T fanden wir S. 107

$$T = z\,[\mu^{1/2}\,\lambda^{-1/2}\,\tau^{-1}],$$

somit ist

$$\frac{FT}{t} = z\,[\mu^{1/2}\,\lambda^{3/2}\,\tau^{-2}].$$

Da

$$Mgr = \frac{gr}{1000} \qquad Mm = \frac{cm}{10},$$

so wird bei dem Übergange zum $[GCS]$ System die elektromotorische Kraft

$$\frac{FT}{t} = z\left[\frac{gr^{1/2}}{\sqrt{1000}} \qquad \frac{cm^{3/2}}{\sqrt{1000}}\,\tau^{-2}\right] = 0{,}001\,z\,[gr^{1/2}\,cm^{3/2}\,sec^{-2}]$$

oder die elektromotorische Kraft wird durch eine Zahl angegeben, welche ein tausendstel derjenigen ist, die uns dieselbe elektromotorische Kraft nach Weberschen Einheiten giebt. Die Einheit im $[GCS]$ System ist somit die tausendfache der Weberschen Einheit der elektromotorischen Kraft.

Dafs wir in dieser Weise die Dimensionen der elektromotorischen Kraft richtig bestimmt haben, können wir noch auf einem anderen Wege zeigen. Wie wir wissen giebt uns das Produkt aus der Stromstärke und der elektromotorischen Kraft die in dem Stromkreise in der Zeiteinheit von dem Strome gelieferte Arbeit (§. 93). Somit hat das Produkt Ei multipliziert mit der Zeit t die Dimension einer Arbeit, welche gleich dem Produkte einer Kraft in eine Länge ist. Wir erhalten demnach

$$Eit = z\,[\mu\,\lambda^2\,\tau^{-2}].$$

Für die Stromstärke erkannten wir §. 128

$$i = z\,[\mu^{1/2}\,\lambda^{1/2}\,\tau^{-1}],$$

somit folgt für E, wie oben, indem wir durch it dividieren,

$$E = z\,[\mu^{1/2}\,\lambda^{3/2}\,\tau^{-2}].$$

Aus den Dimensionen der elektromotorischen Kraft und der Stromstärke ergeben sich jene des Widerstandes

$$W = \frac{E}{i} = z\,[\lambda\,\tau^{-1}].$$

Die Dimension des Widerstandes im elektromagnetischen System ist somit einfach diejenige einer Geschwindigkeit, der Quotient einer Länge dividiert durch die Zeit. Da die Einheit der Länge im $[CGS]$ System das zehnfache der Gausschen Einheit ist, so folgt, dafs die Einheit des Widerstandes auch die zehnfache ist.

Es entspricht das den Angaben für die anderen Einheiten, nach welchen im $[CGS]$ System die Einheit der elektromotorischen Kraft die tausendfache, die der Stromstärke die hundertfache der Weberschen Einheiten ist; darnach mufs die Einheit des Widerstandes die zehnfache sein.

Digitized by Google

Im §. 128 haben wir erwähnt, dafs der Pariser Elektriker-Kongrefs als praktische Einheit der Stromstärke den zehnfachen Wert der Weberschen absoluten elektromagnetischen Einheit oder den zehnten Teil der absoluten Einheit im $[CGS]$ System unter dem Namen Ampère angenommen habe. Weiter haben wir schon erwähnt, dafs als praktische Einheit der elektromotorischen Kraft das Volt und als solche des Widerstandes das Ohm bestimmt sei. Von den beiden letzteren Gröfsen wurde das Ohm als 10^{10} Webersche, somit als 10^9 Einheiten des Widerstandes im $[CGS]$ System definiert. Da das Volt nach dem Ohmschen Gesetze dahin definiert werden mufs, dafs es als elektromotorische Kraft in einem Stromkreise wirkend, der einen Widerstand eines Ohm hat, die Stromstärke ein Ampère erzeugt, so folgt, dafs das Volt 10^8 Einheiten der elektromotorischen Kraft des $[CGS]$ Systems hat. Es ist somit

Einheit des Stromes, 1 Ampère,	$= 0{,}1\ [gr^{1/2}\ cm^{1/2}\ sec^{-1}]$
„ des Widerst., 1 Ohm,	$= 10^9\ [cm\ sec^{-1}]$
„ der elektrom. Kraft, 1 Volt,	$= 10^8\ [gr^{1/2}\ cm^{3/2}\ sec^{-2}]$

Aufser diesen Einheiten hat man auch noch Einheiten der Elektricitätsmenge und der Kapacitäten eines Kondensators eingeführt. Als Einheit der Elektricitätsmenge bezeichnet man jene, welche in der Sekunde durch den Querschnitt eines Leiters geht, in welchem die Stromstärke eines Ampère vorhanden ist, und nennt dieselbe ein Coulomb. Da die Stromstärke uns die in der Zeiteinheit durch den Leiterquerschnitt fliefsende Elektricität im elektromagnetischen Mafse giebt, so liefert uns das Produkt aus der Stromstärke und der Zeit die überhaupt durch den Stromkreis fliefsende Elektricität. Wir erhalten demnach in diesem Produkte das Mafs der Quantität. Demnach ist die Quantität Q in Coulombs gegeben durch

$$Q = z\ 0{,}1\ [gr^{1/2}\ cm^{1/2}].$$

Die Dimension des Quantitätsmafses der Elektricität ist somit im elektromagnetischen Mafssystem sowohl in Bezug auf Masse wie auch als Länge von der Potenz ein halb.

Als Einheit der Kapacität wird diejenige eines Kondensators bezeichnet, welcher durch die Quantität eines Coulomb zur elektromotorischen Kraft resp. zur Potentialfunktion ein Volt geladen ist. Man nennt diese Kapacität, nach dem Namen Faradays, ein Farad. Wird demnach ein Kondensator durch die Quantität Q zu p Volts geladen, so ist seine Kapacität gleich $\frac{Q}{p}$. Zur Bestimmung der Dimensionen der Kapacität erhalten wir daher[1])

$$C = \frac{Q}{p} = z\ \frac{0{,}1\ [gr^{1/2}\ cm^{1/2}]}{10^8\ [gr^{1/2}\ cm^{3/2}\ sec^{-2}]} = z\ 10^{-9}\ [cm^{-1}\ sec^2].$$

Wenn auch die im absoluten elektromagnetischen Mafssystem ursprünglich definierten Gröfsen die Stromstärke und die elektromotorische

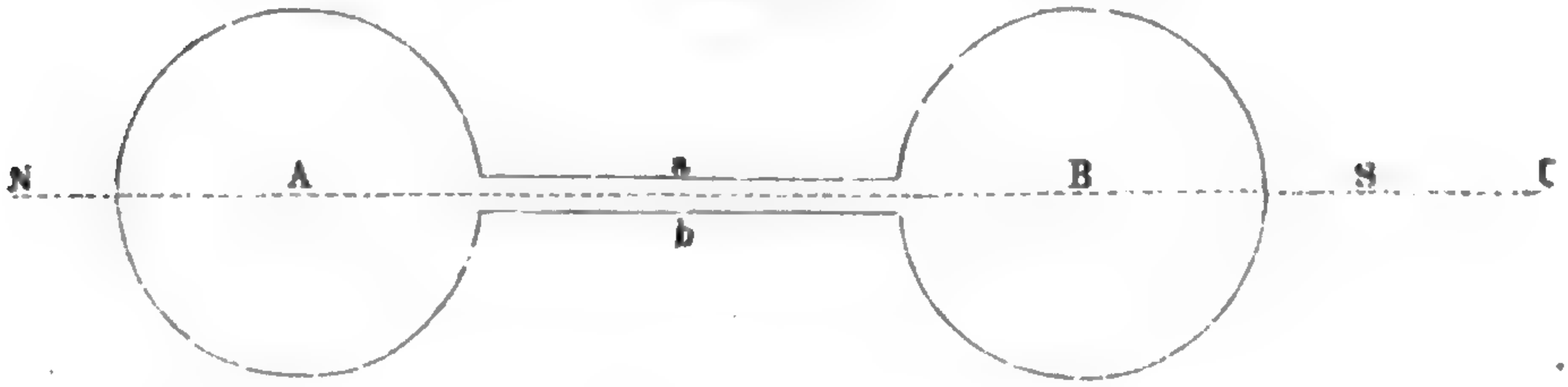
1) Auf die Verschiedenheit in den Dimensionen derselben Gröfsen im magnetischen und elektrischen Mafssystem kommen wir bei Besprechung des letztern noch zurück.

Digitized by Google

Kraft sind, und der Widerstand die aus beiden abgeleitete Gröſse ist, so ist es doch am bequemsten mit Hilfe des in absoluten Einheiten bekannten Widerstandes eines Stromkreises und der leicht zu messenden Stromstärke die elektromotorische Kraft und die übrigen Gröſsen in absolutem Maſse zu bestimmen. In der Siemensschen Quecksilbereinheit haben wir nämlich einen stets und zuverlässig zu reproduzierenden Widerstand, mit welchem wir nach den im §. 84 und §. 85 ausführlich besprochenen Methoden leicht jeden andern Widerstand vergleichen können. Kennen wir den Widerstand der Quecksilbereinheit in Ohms, so haben wir nur den in Quecksilbereinheiten gemessenen Widerstand mit der betreffenden Zahl, dem Verhältnisse des Ohms zur Quecksilbereinheit, zu multiplizieren, um den Widerstand in absolutem Maſse zu bestimmen. Es ist deshalb in den letzten Jahren von einer groſsen Zahl von Physikern das Verhältnis der Quecksilbereinheit zum Ohm, beziehungsweise der Widerstand der Quecksilbereinheit in absolutem Maſse bestimmt worden.

Die ersten Methoden zur Messung von Widerständen in absolutem Maſse sind von W. Weber angegeben worden[1]). Die einfachste derselben schlieſst sich unmittelbar an die Definition der elektromotorischen Kraft. Ein Drahtkreis wird in einer gemessenen Zeit τ aus der dem magnetischen Meridiane parallelen in die zum Meridian senkrechte Lage gedreht, die in dem mit dem Drahtkreise verbundenen Stromkreise erzeugte Stromintensität nach absolutem Maſse gemessen, und nach dem Ohmschen Gesetze aus der durch die Dimensionen des Drahtkreises und der Horizontalkomponente des Erdmagnetismus gegebenen elektromotorischen Kraft und der Stromstärke der Widerstand des Stromkreises bestimmt.

Fig. 309.



Denken wir uns, um die nach dieser Methode nötigen Messungen auseinanderzusetzen, als Erdinduktor einen dem Meridiane parallelen Kreis A (Fig. 309), welcher durch zwei parallele Drähte a und b mit einem zweiten ebensolchen Kreise verbunden ist, daſs die beiden Kreise mit den Drähten eine geschlossene Kette bilden. In C befinde sich eine kleine Magnetnadel, deren magnetisches Moment gleich m sei.

Die Radien beider Kreise seien gleich r und r_1. Wird der Kreis A in der Zeit τ aus der dem Meridiane parallelen in die senkrechte Lage gedreht, so wird durch die horizontale Komponente T des Erdmagnetis-

1) *W. Weber*, Elektrodynamische Maſsbestimmungen, insbesondere Widerstandsmessungen; ferner: Zur Galvanometrie. Abhandl. der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften. Bd. X. Göttingen 1862.

Digitized by Google

mus in demselben eine elektromotorische Kraft induziert, welche in der gewählten Einheit ist

$$E = \frac{\pi r^2}{\tau} T.$$

Durch diese Kraft wird in beiden Kreisen A, B und in den Drähten a, b ein Strom erregt, dessen Intensität in absolutem elektromagnetischen Maſse i sei. Nehmen wir an, daſs der Kreis A soweit von der Magnetnadel C entfernt sei, daſs er nicht auf dieselbe einwirke, so wird die Nadel C von dem zweiten Kreise ein Drehungsmoment erhalten, welches, wenn R der Abstand der Nadel von dem Mittelpunkte des Kreises ist, nach §. 128 gleich ist

$$\frac{r_1^2 \pi}{R^3} i m.$$

Ist K das Trägheitsmoment der Nadel, so ist die der Nadel hierdurch erteilte Beschleunigung

$$\frac{r_1^2 \pi}{R^3} \frac{i m}{K}$$

und die der Nadel in der Zeit τ erteilte Geschwindigkeit

$$\frac{r_1^2 \pi}{R^3} \frac{i m}{K} \tau.$$

Ist t die Schwingungsdauer der Nadel, so erhalten wir, wenn sie ohne Dämpfung schwingt, die gröſste Elongation α der Nadel, indem wir die Geschwindigkeit mit t multiplizieren und durch π dividieren, so daſs

$$\alpha = \frac{r_1^2}{R^3} \frac{i m}{K} \tau t.$$

Die Schwingungsdauer t der Nadel ist

$$t = \pi \sqrt{\frac{K}{m T}},$$

woraus

$$\frac{m t}{K} = \frac{\pi^2}{t T}$$

$$\alpha = \frac{r_1^2 \pi^2}{R^3} \frac{i \tau}{t T}, \qquad i = \frac{\alpha R^3}{\pi^2 r_1^2} \frac{t}{\tau} T.$$

Nun ist, wenn W den gesamten Widerstand der Kette bedeutet,

$$i = \frac{E}{W}; \qquad W = \frac{E}{i},$$

somit

$$W = \frac{\pi^3 r^2 r_1^2}{\alpha R^3 t},$$

so daſs es also zur Bestimmung von W der Beobachtung von α und der Bestimmung von r, r_1 R und t bedarf.

Nach diesem einfachen Schema können allerdings die Versuche nicht durchgeführt werden, da der Wert α zu klein sein würde, um scharf gemessen zu werden. Man wird die Magnetnadel zunächst in den Mittelpunkt des

Digitized by Google

Kreises B bringen und als solches ein empfindliches Galvanometer anwenden, welches auf absolutes Strommaſs geaicht ist. Da ein solches immer mit Dämpfung begabt ist, wird man die im §. 149 besprochene Multiplikationsmethode benutzen, um die durch den Induktionsstoſs erteilte Geschwindigkeit aus der konstant gewordenen Elongation zu berechnen. Schlieſslich wird auch als Drahtkreis A nicht ein einfacher Draht, sondern ein mit vielfachen Windungen bewickelter Induktor genommen. Die Bestimmung der Fläche, welche von dem Drahtkreis eingeschlossen wird, ist in dem Falle nicht ganz leicht, da eine direkte Ausmessung nur schwierig ganz genaue Resultate giebt. F. Kohlrausch[1]) und Himstedt[2]) haben deshalb ausführlich eine Methode behandelt, welche aus der elektromagnetischen Wirkung des Induktors, der von einem Strom bekannter Stärke umflossen wird, die Gröſse der vom Strom umflossenen Fläche zu bestimmen gestattet. Daſs das möglich ist, ergiebt sich aus dem bei Einführung des absoluten Strommaſses bereits benutzten Satze, daſs das Produkt aus der umströmten Fläche und der Stromstärke das elektromagnetische Moment des betreffenden Induktors ist.

Nach dieser Methode, wegen deren Details wir auf die Arbeiten Webers verweisen, haben G. Wiedemann[3]), Mascart[4]) und F. Kohlrausch[5]) den Widerstand der Quecksilbereinheit in absolutem Maſse bestimmt.

Aus der Arbeit von Kohlrausch erwähnen wir nur die von Weber angegebene sinnreiche Methode, um das empfindliche zu den Versuchen benutzte Galvanometer auf absolute Stromstärke zu aichen. Es geschieht das durch Beobachtung der Dämpfung im Galvanometer, einmal wenn dasselbe offen ist und darauf, wenn dasselbe mit dem Induktor zu einem Stromkreise verbunden ist. Aus der Beobachtung der Dämpfung und der durch den Induktionsstoſs bewirkten Ablenkung ergiebt sich unmittelbar der Widerstand des Stromkreises in absolutem Maſse.

Die Gleichung für die gedämpften Schwingungen ist (§. 149)

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + 2\varepsilon\frac{d\varphi}{dt} + \varkappa^2\varphi = 0.$$

Ist t die Schwingungsdauer der gedämpften Schwingungen und λ das logarithmische Dekrement, so ist

$$t\sqrt{\varkappa^2 - \varepsilon^2} = \pi \qquad \varepsilon = \frac{\lambda}{t}.$$

Mit Hilfe der aus dem beobachteten λ und t sich ergebenden Gröſse ε läſst sich die Beziehung zwischen der absoluten Stromstärke und der Ab-

1) *Fr. Kohlrausch*, Wiedem. Ann. Bd. XVIII. Schon früher haben *Bosscha* (Poggend. Ann. Bd. XCIII) und *Maxwell* (Treatise on Electricity etc. erste Aufl. Bd. II S. 354) ähnliche Methoden vorgeschlagen.

2) *Himstedt*, Wiedem. Ann. Bd. XVIII.

3) *G. Wiedemann*, Abhandl. der Berliner Akad. 1884. Wiedemanns Messungen haben die von *W. Weber* und *Zöllner* (Berichte der Königl. Sächs. Gesellsch. der Wissensch. zu Leipzig 1880) begonnenen Versuche zum Abschluſs gebracht.

4) *Mascart, de Nerville* und *Benoit*, Experiences sur la determination de l'Ohm. Paris (Gauthier Villars) 1884. Ann. de chim. et de phys. 6. Sér. T. VI.

5) *Kohlrausch*, Poggend. Ann. Ergänzungsbd. VI.

Digitized by Google

lenkung der Magnetnadel im Multiplikator geben, ohne daſs man die Dimensionen der Drahtwindungen zu kennen braucht.

Nennen wir q das Drehungsmoment, welches der durch die Windungen des Galvanometers hindurchgehende Strom, dessen Stärke nach absolutem Maſse gleich eins ist, der Galvanometernadel, wenn sie den Windungen parallel ist, erteilt, Kohlrausch nennt diese Gröſse den Empfindlichkeitskoefficienten des Galvanometers, so ist nach den Induktionsgesetzen $-q\frac{d\varphi}{dt}$ die elektromotorische Kraft, welche die Galvanometernadel in den Windungen des Galvanometers induziert, wenn sie die Parallelstellung mit den Windungen mit der Geschwindigkeit $\frac{d\varphi}{dt}$ passiert. Ist w der Widerstand des ganzen Stromkreises, von welchem das Galvanometer einen Teil bildet, bei diesen Messungen also des Galvanometers und des Induktors, so ist der in diesem Momente induzierte Strom gleich $-\frac{q}{w}\frac{d\varphi}{dt}$. Durch diesen Strom erhält die Galvanometernadel das ihrer Bewegungsrichtung entgegengesetzte, also das dämpfende Moment $-\frac{q^2}{w}\frac{d\varphi}{dt}$.

Zu dieser Dämpfung kommen noch andere dämpfende Ursachen, wie Luftwiderstand etc., welche ebenfalls der Geschwindigkeit proportional sind, und welche wir, wenn c eine Konstante ist, schreiben können $-c\frac{d\varphi}{dt}$.

Wenn, was die Differentialgleichung der Schwingungen voraussetzt, die Schwingungen nur klein sind, und die Gleichgewichtslage die den Windungen parallele Lage der Nadel ist, können wir das die Nadel gegen die Gleichgewichtslage durch Wirkung des Erdmagnetismus und die Torsion des Fadens bei einer Ablenkung φ zurücktreibende Drehungsmoment setzen $-D\varphi$, und erhalten so, wenn K das Trägheitsmoment der Nadel ist, als Differentialgleichung der schwingenden Bewegung

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{1}{K}\left(\frac{q^2}{w} + c\right)\frac{d\varphi}{dt} + \frac{D}{K}\varphi = 0.$$

Man erkennt, daſs in dieser Gleichung

$$\frac{D}{K} = \varkappa^2, \qquad \frac{1}{K}\left(\frac{q^2}{w} + c\right) = 2\varepsilon,$$

somit da $2\varepsilon = \frac{2\lambda}{t}$

$$\frac{1}{K}\left(\frac{q^2}{w} + c\right) = 2\frac{\lambda}{t},$$

eine Gleichung, aus welcher q erhalten wird, wenn c bekannt ist. Diese Gröſse erhält man aus der Dämpfung λ_0 und der Schwingungsdauer t_0, wenn die Nadel des Galvanometers schwingt, ohne daſs der Stromkreis geschlossen ist

$$\frac{c}{K} = 2\frac{\lambda_0}{t_0}.$$

Damit wird

Digitized by Google

$$q^2 = 2wK\left(\frac{\lambda}{t} - \frac{\lambda_0}{t_0}\right)$$

oder

$$q^2 = 2\,\frac{wK}{t_0}\left(\lambda\,\frac{t_0}{t} - \lambda_0\right) = 2\,\frac{wK}{t_0}\left(\lambda\sqrt{\frac{\pi^2 + \lambda_0^2}{\pi^2 + \lambda^2}} - \lambda_0\right)\cdots(1)$$

Man hat somit nur die Gröſse w zu bestimmen, um das von einem Strom von der Stärke i erteilte Drehungsmoment $q\,.\,i$ zu erhalten.

Bei den Versuchen von Kohlrausch handelt es sich gerade um die Messung von w; das geschieht durch Beobachtung des Induktionsstoſses, wenn der Induktor in der kleinen Zeit τ aus der zum Meridian senkrechten Lage um 90° oder aus der dem Meridian parallelen Lage um 180° gedreht wird. Ist F die von den Windungen des Induktors umflochtene Fläche, T die Horizontalkomponente des Erdmagnetismus, so ist $2\,\frac{FT}{\tau}$ die elektromotorische Kraft, wenn der Induktor um 180° gedreht wird, somit $2\,\frac{FT}{\tau w}$ die Stromstärke und weiter $2q\,\frac{FT}{\tau w}$ das während der Zeit τ wirkende Drehungsmoment; die der Nadel in der Zeit τ erteilte Geschwindigkeit C wird demnach

$$C = 2\,\frac{q}{K}\,\frac{FT}{\tau w}\,\tau = 2\,\frac{q}{K}\,\frac{FT}{w} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

Diese Geschwindigkeit C ergiebt sich nach den §. 149 angegebenen Methoden entweder aus der ersten Elongation oder nach der Multiplikationsmethode oder der Zurückwerfungsmethode. Aus Gleichung (2) ergiebt sich

$$q = \frac{C}{2}\,\frac{Kw}{FT},$$

und aus den Gleichungen (1) und (2)

$$w = \frac{1}{C^2}\,\frac{8F^2T^2}{t_0 K}\left(\lambda\sqrt{\frac{\pi^2+\lambda_0^2}{\pi^2+\lambda^2}} - \lambda_0\right).$$

Es bedarf demnach bei dieser Beobachtungsweise keiner Ausmessung der Windungen des Galvanometers, um aus den Beobachtungen den Widerstand des Stromkreises in absolutem Maſse zu erhalten.

Wenn man das magnetische Moment der im Galvanometer schwingenden Magnetnadel bestimmt, und aus den Dimensionen des Multiplikators das Drehungsmoment berechnen kann, das ein Strom von der Stärke eins der Magnetnadel in der den Windungen parallelen Lage erteilt, so läſst sich, wie wieder Weber[1]) zuerst gezeigt hat, lediglich aus der Beobachtung der Dämpfung der Widerstand des das Galvanometer schlieſsenden Stromkreises aus Gleichung (1) ableiten.

Besteht der Multiplikator des Galvanometers aus n kreisförmigen Windungen vom Radius R, welche eine Spirale von der Länge L bilden, in deren Mittelpunkt sich eine gegen R sehr kurze Nadel vom magnetischen Moment M befindet, so ist nach §. 127 das Drehungsmoment,

1) *W. Weber*, Elektrodynamische Maſsbestimmungen, insbesondere Widerstandsmessungen Art. 12, 15 und Anl. *D*.

Digitized by Google

welches ein Strom von der Stärke eins der Nadel, wenn sie den Windungen parallel ist, erteilt,

$$q = \frac{2 n \pi M}{\sqrt{R^2 + L^2}}.$$

Mit Benutzung der Gleichung (1) ergiebt sich dann

$$q^2 = 2 \frac{w K}{t_0} \left(\lambda \sqrt{\frac{\pi^2 + \lambda_0^2}{\pi^2 + \lambda^2}} - \lambda_0 \right) = \frac{4 (n \pi M)^2}{R^2 + L^2},$$

und daraus

$$w = 2 \frac{t_0}{K} \frac{(n \pi M)^2}{R^2 + L^2} \frac{1}{\lambda \sqrt{\frac{\pi^2 + \lambda_0^2}{\pi_2 + \lambda^2}} - \lambda_0}.$$

Mit Hilfe der beobachteten Schwingungsdauer t_0 kann man auſserdem noch das Trägheitsmoment K nach den Schwingungsgleichungen fortschaffen, indem für dasselbe die Horizontalkomponente des Erdmagnetismus eintritt.

Nach dieser, wir wollen sie die zweite Webersche Methode nennen, haben Fr. Weber[1]), Wild[2]) und Dorn[3]) den Wert der Siemens-Einheit in Ohms bestimmt. Auch hier verweisen wir wegen der Details auf die Originalarbeiten.

Noch eine dritte Methode hat W. Weber angegeben, die Rotation eines Stromkreises in der §. 144 besprochenen Weise um eine vertikale oder horizontale Axe und Beobachtung der hierdurch in dem Kreise induzierten Stromstärke an einer im Mittelpunkte des Kreises befindlichen Magnetnadel, welche, wie wir damals sahen, bei hinreichend rascher Rotation eine konstante Ablenkung erhält[4]). So einfach diese Methode zu sein scheint, so schwierig ist doch dieselbe, da in diesem Falle zu der Induktion durch den Erdmagnetismus diejenige des Magnetismus der Nadel auf den Induktor hinzukommt und auſserdem die in dem Induktor entstehenden Extraströme nicht auſser Acht gelassen werden dürfen.

Nach dieser Methode sind die Messungen der British Association zur Feststellung des Etalons (§. 83), der ein Ohm sein sollte, ausgeführt worden[5]), und später haben Lord Rayleigh und Schuster[6]), sowie Lord Rayleigh allein[7]) nach der gleichen Methode Messungen ausgeführt. Auſserdem hat H. Weber[8]) diese Methode angewandt, wobei er den Induktor

1) *Fr. Weber*, Absolute elektromagnetische und kalorimetrische Messungen. Zürich 1878.

2) *Wild*, Memoiren der Petersburger Akademie 1884. Wiedem. Ann. Bd. XXIII.

3) *Dorn*, Wiedem. Ann. Bd. XVII. Bd XXII.

4) *W. Weber*, Zur Galvanometrie S. 12.

5) Report of the British Association 1862, 1863, 1864, 1865. Man sehe auch die Kritik dieser Versuche von *F. Kohlrausch*, Poggend. Ann. Ergzsbd. VI.

6) *Lord Rayleigh* und *Schuster*, Proceedings of the Royal Soc. of London. T. XXXII (1881).

7) *Lord Rayleigh*, Philosophical Transactions for the year 1882 part. 2.

8) *H. Weber*, Der Rotationsinduktor. Leipzig, B. G. Teubner. 1882.

Digitized by Google

um eine horizontale Axe rotieren lieſs und, um die Induktionswirkung der Nadel zu eliminieren, die Rotationsaxe des Induktors der Axe der abgelenkten Magnetnadel parallel stellte. Hier sind auſser der Induktion durch den Erdmagnetismus nur die Extraströme in Betracht zu ziehen. Wir gehen auf diese Methode nicht näher ein, sondern verweisen auf die namhaft gemachten Originalabhandlungen.

Den Widerstand eines Stromkreises in absolutem Maſse kann man ferner direkt erhalten durch Messung der Stärke eines Induktionsstromes in einem Stromkreise von bekannten Dimensionen, welcher erregt wird durch einen Strom von ebenfalls bekannten Dimensionen, so daſs man das Potential der beiden Stromkreise berechnen kann. Wie wir bei Besprechung der Induktionstheorie von Neumann sahen, erhält der Widerstand die Dimension einer Geschwindigkeit, also diejenige im Weberschen elektromagnetischen System, wenn wir die Induktionskonstante als einen reinen Zahlenwert definieren, er wird einfach gleich einer Geschwindigkeit, wenn wir die Induktionskonstante gleich eins setzen.

Nun seien zwei Stromkreise gegeben, deren Potential auf einander, wenn beide von der absoluten Einheit des Stromes durchflossen sind, gleich W_1 sei. Durch den einen werde ein Strom von der Stärke J gesandt oder, wenn er in demselben vorhanden war, unterbrochen. Die elektromotorische Kraft bei dem Schlieſsen oder Öffnen des Stromes im zweiten Stromkreis ist dann gleich $J W_1$, und der erzeugte Induktionsstrom

$$i = \frac{J W_1}{w},$$

wenn w der Widerstand im zweiten Stromkreise im absoluten Maſse ist. Wir erhalten demnach

$$w = \frac{J W_1}{i}.$$

Gleiches gilt, wenn man durch Bewegen eines Stromkreises in der Nähe eines festen, von dem Strome J durchflossenen einen Strom induziert.

Auch durch die Voltainduktion sind vielfache Messungen zur Bestimmung des Wertes der Quecksilbereinheit in Ohms gemacht worden, wir erwähnen die von Rowland[1]), Glazebrook[2]), Fr. Weber[3]), Mascart[4]), Roiti[5]), Himstedt[6]), welche den durch Entstehen und Verschwinden eines Stromes erzeugten Induktionsstrom maſsen, und Lorenz[7]), welcher in besonders sinnreicher Weise die durch Bewegung eines Leiters, einer kreisförmigen Metallscheibe im Innern einer der Scheibe konzentrischen Spirale, induzierten Ströme benutzt. Die Methode von Lorenz wurde ebenfalls

---

1) *Rowland*, Silliman Journal 3. series Bd. XV. Jahrg. 1878.

2) *Glazebrook* und *Sargent*, Philosoph. Transactions for the year 1883 part. I.

3) *Fr. Weber*, Absolute elektromagnetische und kalorimetrische Messungen. Zürich 1878.

4) *Mascart*, *de Norville*, *Benoit*, a. a. O. Annales de chim. et de phys. 6 Série T. VI.

5) *Roiti*, Beiblätter zu den Annalen der Physik. Bd. VI S. 815. Bd. VIII S. 724. Nuovo Cimento 3. Reihe Bd. XV.

6) *Himstedt*, Wiedem. Ann. Bd. XXII. Bd. XXV.

7) *Lorenz*, Poggend. Ann. Bd. CXLIX. Wiedem. Ann. Bd. XXV.

Digitized by Google

von Lord Rayleigh und R. Lenz zur Auswertung der Quecksilbereinheit in Ohm angewandt[1]).

Im Folgenden stellen wir die hauptsächlichsten Bestimmungen des Wertes der Quecksilbereinheit in Ohm nach einer von Wiedemann gegebenen Tabelle[2]) unter Hinzufügung der neuesten Angaben von Lorenz und Himstedt zusammen.

Tabelle der Werte des Widerstandes der Quecksilbereinheit in Ohm

Jahr der Messung	Beobachter	Wert der Q.-E. in Ohm	Wert des Ohm in Q.-E.	Methode der Messung
1874	F. Kohlrausch	0,9442	105,91 cm	Erste Methode von Weber
1884	Mascart	0,9406	106,32	" " " "
1884	G. Wiedemann	0,9417	106,19	" " " "
1882	Dorn	0,9482	105,46	Zweite " " "
1883	Wild	0,9431	106,03	durch Dämpfung
1884	Fr. Weber	0,9500	105,26	" "
1882	Rayleigh	0,9410	106,28	Dritte Methode von Weber
1882	H. Weber	0,9421	106,14	
1878	Rowland	0,9453	105,79	Voltainduktion
1882	Glazebrook	0,9408	106,30	"
1884	Mascart	0,9406	106,32	"
1884	Fr. Weber	0,9490	105,37	"
1883	Rayleigh	0,9412	106,24	"
1884	Lenz	0,9422	106,13	"
1885	Lorenz	0,9440	105,93	"
1884	Roiti	0,9443	105,90	"
1885	Himstedt	0,9436	105,98	"

Die Werte des Ohm in Cent. Quecksilber schwanken, mit Ausnahme der von Dorn und Fr. Weber erhaltenen sehr wenig um 106 beziehungsw. der Wert der Quecksilbersäule in Ohm um den Wert 0,9434. Man ist deshalb übereingekommen, bis auf weiteres für die Messungen

$$1 \text{ Ohm} = 1{,}06 \text{ Siem. Einh.} = 106 \text{ cm Quecks.}$$

zu setzen, wie wir bereits §. 83 erwähnten.

Nach Messung des Widerstandes und der Stromstärke in absolutem Mafse können wir sofort auch die elektromotorischen Kräfte beliebiger Elemente in absolutem elektromagnetischem Mafse angeben. Ist die Stromstärke i in absolutem Mafse, in Ampères gegeben, der Widerstand w in Quecksilbereinheiten, so ist die elektromotorische Kraft in Volts

$$E = 0{,}9434\, w \cdot i.$$

Wir sahen weiter im §. 128, dafs die von uns früher eingeführte che-

1) *Lord Rayleigh*, Philosoph. Transact. for 1883 p. 1. *Lenz* nach der Angabe von *Wiedemann*, Elektricitätslehre Bd. IV. S. 969. Wiedemann giebt eine etwas eingehendere Übersicht über die zuletzt erwähnten und noch eine Anzahl andere Methoden. Elektricitätslehre Bd. IV §. 1320 ff.

2) *Wiedemann*, Elektricitätslehre Bd. IV. S. 972.

Digitized by Google

mische Einheit gleich 0,9589 Weberscher Einheit, somit gleich 0,09589 Ampères ist. Wenn demnach die Stromstärke i in chemischen Einheiten, der Widerstand w in Quecksilbereinheiten gegeben ist, so ist in Volts

$$E = 0{,}09586 \cdot 0{,}9434\, wi = 0{,}09046\ E_{ch},$$

wenn wir die in unsern frühern Einheiten gegebenen elektromotorischen Kräfte mit E_{ch} bezeichnen. Nach Waltenhofen ist in E_{ch} die elektromotorische Kraft des Daniellschen Elementes rund gleich 12, so dafs für dieselbe in Volts sich der Wert 1,085 ergeben würde. Wie wir schon sahen, ist die elektromotorische Kraft des Daniell von der Konzentration und Reinheit der Flüssigkeiten nicht ganz unabhängig, aufserdem ist das Element nicht ganz polarisationsfrei. Der gröfste Wert ist wohl der von Kittler erhaltene 1,195 Volts[1]).

§. 158.

Absolutes elektrodynamisches Mafs der Konstanten. Wir haben bis jetzt, um zu einem absoluten Mafse der elektromotorischen Kraft und des Widerstandes zu gelangen, die elektromagnetischen Gesetze zu Hilfe genommen; es ist das nicht durchaus erforderlich, sondern ebenso, wie wir zu einer absoluten Einheit der Stromstärke durch die elektrodynamischen Wirkungen gelangen konnten, können wir auch aus denselben die elektromotorischen Kräfte und den Widerstand in absolutem Mafse erhalten[2]). Wir gelangen dazu auf folgende Weise.

Im §. 128 stellten wir als die elektrodynamische Einheit der Stromstärke die Stärke des Stromes auf, welcher die Einheit der Fläche umkreisend einem andern, welcher mit derselben Stärke die Einheit der Fläche umkreist, und dessen Ebene auf jener des erstern senkrecht stehend dieselbe halbiert, ein der Einheit gleiches reduziertes Drehungsmoment erteilt. Dieses Mafs verhält sich zu dem elektromagnetischen wie $1 : \sqrt{2}$.

Sei nun der bewegliche Leiter nicht von einem Strome umkreist; drehen wir denselben dann, so dafs seine Ebene der des festen Stromes parallel wird, so wird in demselben ein Strom induziert; die elektromotorische Kraft dieses Stromes, wenn die Geschwindigkeit der Drehung der Einheit gleich ist, wenn ferner die Intensität des festen Stromes sich zur Einheit verhält, wie die dritte Potenz des Abstandes beider Ströme zu eins, ist gleich der absoluten Einheit der elektromotorischen Kraft in elektrodynamischem Mafse.

Die Einheit des Widerstandes ist dann jener einer Kette, in welchem die soeben definierte Einheit der Kraft die der Einheit gleiche Stromstärke erzeugen würde.

Das Verhältnis dieser Einheiten zu den elektromagnetischen Einheiten ergiebt sich auf folgende Weise. Würde an der Stelle des festen Stromes ein Magnet sich befinden, dessen Moment sich zur Einheit verhält wie die dritte Potenz der Entfernung zu eins, so würde derselbe einem an der Stelle des beweglichen Leiters befindlichen, mit der Einheit des

1) *Kittler*, Wiedem. Ann. Bd. XVII.

2) *W. Weber*, Elektrodynamische Mafsbestimmungen, insbesondere Widerstandsmessungen. §. 26.

magnetischen Momentes begabten Magnete ein Drehungsmoment gleich 2 erteilen; die von diesem Magnete in dem gedrehten Leiter induzierte elektromotorische Kraft würde also in elektromagnetischem Mafse gleich 2 sein. Der Magnet könnte nach §. 128 durch einen Strom ersetzt werden, welcher die Einheit der Fläche umkreisend die Intensität $R^3 \cdot \sqrt{2}$ in elektrodynamischem Mafse hätte, wenn R den Abstand des Magnets vom Leiter bedeutet. Ein Strom, dessen Intensität R^3 ist, induziert die elektrodynamische Einheit der elektromotorischen Kraft; in elektromagnetischem Mafse ist dieselbe daher gleich $\frac{2}{\sqrt{2}}$ oder gleich $\sqrt{2}$. Die elektrodynamische Einheit der elektromotorischen Kraft ist also $\sqrt{2}$ mal gröfser als die elektromagnetische.

Das Verhältnis der Widerstände erhalten wir folgendermafsen. Sei $[W]$ die elektrodynamische Einheit des Widerstandes, $[E]$ jene der elektromotorischen Kraft, $[J]$ der Intensität, so ist

$$[W] = \frac{[E]}{[J]}.$$

Sei $[R]$ die elektromagnetische Einheit des Widerstandes, $[K]$ jene der elektromotorischen Kraft, $[S]$ der Stromstärke, so ist

$$[R] = \frac{[K]}{[S]},$$

somit ist

$$\frac{[W]}{[R]} = \frac{[E]}{[K]} \frac{[S]}{[J]}.$$

Nun ist $[E] = [K] \sqrt{2}$ und nach §. 128 $[S] = [J] \sqrt{2}$, somit ist

$$[W] = 2\,[R].$$

Aus diesem Verhältnis der Einheiten folgt, dafs wenn J irgend eine Stromstärke, W den Widerstand des Leiters bedeutet, in welchem die Stromstärke J vorhanden ist, das Produkt $J^2 W$ durch dieselbe Zahl ausgedrückt wird, einerlei ob wir die Stromstärke und den Widerstand durch elektromagnetisches oder elektrodynamisches Mafs messen. Denn bedeuten z und z_1 Zahlen, so ist

$$J = z[J] = \frac{z}{\sqrt{2}}[S], \qquad W = z_1[W] = 2z_1[R],$$

$$J^2 W = z^2 z_1 [J][W] = z^2 z_1 [S][R].$$

Bedeuten demnach J und W Stromstärke und Widerstand in elektrodynamischen, S und R in elektromagnetischen Einheiten, so können wir unmittelbar allgemein schreiben

$$J^2 W = S^2 R.$$

Die Dimensionen des elektrodynamischen Mafssystems sind, da die Einheit der Stromstärke aus qualitativ derselben Wirkung, Erteilung eines Drehungsmomentes abgeleitet sind, dieselben wie diejenigen des elektromagnetischen Mafssystems. Es folgt das auch aus der Grundformel der Elektrodynamik, nach welcher zwei Elemente, deren Länge ds und ds_1 ist,

Digitized by Google

und welche sich in der Entfernung r einander parallel und senkrecht zur Verbindungslinie r befinden, wenn sie von Strömen i und i_1 durchflossen werden, sich mit einer Kraft anziehen gleich

$$\frac{i i_1 \, ds \, ds_1}{l^2}.$$

Setzen wir $i = i_1$, $ds = ds_1$, so folgt, dafs das Quadrat einer Stromstärke multipliziert mit dem Quadrat einer Länge und dividiert durch das Quadrat einer Länge eine Kraft ist, daraus folgt, dafs das Quadrat der Stromstärke die Dimensionen einer Kraft hat, oder

$$i^2 = z[\mu \lambda \tau^{-2}], \qquad i = z[\mu^{1/2} \lambda^{1/2} \tau^{-1}],$$

und das ist auch die Dimension von i im elektromagnetischen System.

§. 159.

Absolutes mechanisches Mafs der Konstanten. Noch eine dritte Methode hat W. Weber[1]) vorgeschlagen und zum erstenmale mit R. Kohlrausch[2]) gemeinsam durchgeführt, um ein absolutes Mafs für die Konstanten des elektrischen Stromes zu erhalten, das mechanische Mafs. Dasselbe ist strenge genommen das ursprünglichste Mafs, indem wir die Stärke des elektrischen Stromes bei Ableitung der Strombildung aus den Gesetzen der Elektrostatik in diesem Mafse erhielten. Ist an den beiden Enden eines überall gleich beschaffenen Leiters von der Länge L die Potentialdifferenz ΔV, ist q der Querschnitt des Leiters und k die Elektricitätsmenge in elektrostatischem Mafse gemessen, welche durch das Potentialgefälle eins in der Zeiteinheit durch die Querschnittseinheit des Leiters getrieben wird, so bedeutet die Stromstärke

$$e = kq \frac{\Delta V}{L} = \frac{\Delta V}{\left(\frac{L}{kq}\right)} = \frac{\Delta V}{W}$$

die in elektrostatischen Einheiten gemessene Elektricitätsmenge, welche in der Zeiteinheit durch den Leiterquerschnitt hindurchgeht. Die elektrostatische Einheit der Elektricität ist demnach die Einheit der Stromstärke im mechanischen Mafse, das heifst jene Stromstärke ist gleich eins, bei welcher die Geschwindigkeit, mit der die im Leiter befindliche Elektricität bewegt wird, eine solche ist, dafs in der Zeiteinheit die elektrostatische Einheit den Querschnitt des Leiters durchströmt. W. Weber definiert diese Einheit dahin, dafs er als Einheit der Stromstärke jene bezeichnet, bei welcher die Einheit der positiven nach der einen, die der negativen Elektricität nach der entgegengesetzten Richtung den Leiterquerschnitt durchfliefst. Die Webersche Einheit ist also die doppelte der vorhin definierten. Da in dem Weberschen elektrischen Grundgesetz die Geschwin-

1) *W. Weber*, Elektrodynamische Mafsbestimmungen; insbesondere Widerstandsmessungen. §. 27.

2) *W. Weber* und *R. Kohlrausch*, Elektrodynamische Mafsbestimmungen, insbesondere Zurückführung der Stromintensitätsmessungen auf mechanisches Mafs.

Digitized by Google

digkeiten der einzelnen Elektricitäten vorkommen, da er weiter ausdrücklich den Strom als bestehend aus gleichen Mengen beider Elektricitäten ansieht, ergab sich naturgemäfs als Mafs die Menge eins der positiven Elektricität, zu welcher die Menge eins der negativen in entgegengesetzter Richtung fliefsenden Elektricität zugehört, während nach der allgemeinen Definition die Einheit der Menge eins der überhaupt durch den Querschnitt fliefsenden Elektricität entspricht, also bei Festhalten der Anschauung des Stromes als eines Doppelstromes der Menge $^1/_2$ positiver und $^1/_2$ in entgegengesetzter Richtung fliefsender negativen Elektricität.

Als elektromotorische Kraft erscheint in diesem System direkt die Differenz der Potentialfunktion an den Enden des Leiters, die Einheit der elektromotorischen Kraft wirkt also zwischen zwei Punkten eines Leiters, wenn an denselben die Differenz der Potentialfunktion gleich eins ist.

Damit ist die Einheit des Widerstandes gegeben, es ist der Widerstand eines Leiters, in welchem eine an seinen Enden vorhandene, der Einheit gleiche Differenz der Potentialfunktion die Einheit der Elektricität im elektrostatischen Mafse in der Zeiteinheit durch den Querschnitt des Leiters führt.

Im mechanischen oder elektrostatischen Mafse sind die Dimensionen der Einheiten ganz andere, wie im elektromagnetischen Mafse. Die Einheit der Stromstärke ist Quotient einer Elektricitätsmenge und einer Zeit. Da nach §. 31 die Dimension der Elektricitätsmenge gegeben ist durch

$$e = \varepsilon[\mu^{1/2}\lambda^{3/2}\tau^{-1}],$$

so ist die Stromstärke gegeben durch

$$i = \frac{e}{t} = \varepsilon[\mu^{1/2}\lambda^{3/2}\tau^{-2}].$$

Die elektromotorische Kraft hat die Dimensionen der Potentialfunktion, dieselbe ist als Quotient einer Elektricitätsmenge und einer Länge, wie wir schon früher sahen,

$$\frac{e}{l} = E = \varepsilon[\mu^{1/2}\lambda^{1/2}\tau^{-1}].$$

Der Widerstand ist Quotient aus elektromotorischer Kraft und Stromstärke, somit

$$W = \varepsilon[\lambda^{-1}\tau],$$

er erscheint somit in diesem System als der reciproke Wert einer Geschwindigkeit.

Fügen wir gleich die Dimensionen der Kapacität hinzu; dieselbe ist gleich der Elektricitätsmenge, welche eine gegebene Fläche zum Potentialwert eins ladet, sie ist somit der Quotient aus einer Menge und einer Potentialfunktion, oder

$$C = \varepsilon[\lambda].$$

Wir finden also wie früher, dafs die Dimension der Kapacität eine Länge ist.

Stellen wir die Dimensionen der verschiedenen Konstanten nach dem elektromagnetischen und elektrostatischen System zusammen, so ergiebt sich

Digitized by Google

	elektromagnetisch	elektrostatisch
Stromstärke	$[\mu^{1/2}\lambda^{1/2}\tau^{-1}]$	$[\mu^{1/2}\lambda^{3/2}\tau^{-2}]$
Elektrom. Kraft	$[\mu^{1/2}\lambda^{3/2}\tau^{-2}]$	$[\mu^{1/2}\lambda^{1/2}\tau^{-1}]$
Widerstand	$[\lambda\tau^{-1}]$	$[\lambda^{-1}\tau]$
Elektricitätsmenge	$[\mu^{1/2}\lambda^{1/2}]$	$[\mu^{1/2}\lambda^{3/2}\tau^{-1}]$
Kapacität	$[\lambda^{-1}\tau^{2}]$	$[\lambda]$.

Eine Stromstärke elektrostatisch gemessen ist demnach gleich der elektromagnetisch gemessenen multipliziert mit einer gewissen Geschwindigkeit, denn der Unterschied zwischen den Dimensionen der beiden Mafse hat die Dimension $[\lambda\tau^{-1}]$, die Dimension der Geschwindigkeit. Die Geschwindigkeit, mit welcher die elektromagnetisch gemessene Stromstärke multipliziert werden mufs, um dieselbe Stromstärke elektrostatisch auszudrücken, ist jene, mit welcher die Elektricität in dem Leiter bewegt werden mufs, damit in der Zeit einer Sekunde jene Elektricitätsmenge den Querschnitt des Leiters durchströmt, welche in der elektromagnetischen Einheit der Stromstärke strömt. Wir können sie auch der Anzahl elektrostatischer Einheiten gleich setzen, welche durch den Querschnitt des Leiters in der Sekunde fliefsen mufs, damit der Strom im elektromagnetischen Mafs die Stärke eins hat. Bezeichnen wir die elektrostatische Einheit der Stromstärke mit $[J_e]$, die elektromagnetische mit $[S]$, jene eben definierte Geschwindigkeit mit v, so folgt

$$v[J_e] = [S].$$

Eine elektromotorische Kraft elektrostatisch gemessen, ist gleich einer elektromagnetisch gemessenen dividiert durch eine gewisse Geschwindigkeit, und ein Widerstand elektrostatisch gemessen gleich dem elektromagnetisch gemessenen dividiert durch das Quadrat einer Geschwindigkeit. Da nun nach dem Ohmschen Gesetz der Quotient aus der elektromotorischen Kraft und dem Widerstande stets die Stromstärke liefern mufs, so folgt, dafs die Geschwindigkeit, durch welche die elektromagnetisch gemessene elektromotorische Kraft oder durch deren Quadrat der Widerstand dividiert werden mufs, um diese Gröfsen in mechanischem Mafse zu erhalten, eben jene Geschwindigkeit v sein mufs, mit welcher die elektromagnetisch gemessene Stromstärke multipliziert werden mufs, um sie in mechanischem Mafse auszudrücken. Ist $[E_e]$ die Einheit der elektromotorischen Kraft mechanisch gemessen, $[K]$ diejenige elektromagnetisch gemessen, so folgt daraus

$$\frac{[E_e]}{v} = [K],$$

und wenn $[W_e]$ die mechanische, $[R]$ die elektromagnetische Einheit des Widerstandes bedeuten,

$$\frac{[W_e]}{v^2} = [R].$$

Auch hier ergiebt sich, dafs das Produkt aus dem Quadrate der Stromstärke und dem Widerstande durch dieselbe Zahl ausgedrückt wird, wenn das mechanische Mafs angewandt wird, oder das elektromagnetische.

Digitized by Google

Ist J irgend eine Stromstärke, W der Widerstand des Leiters, in welchem dieselbe vorhanden ist, so ist

$$J = z[J_e] = \frac{z}{v}[S]; \qquad W = z_1[W_e] = z_1 v^2 [R],$$

$$J^2 W = z^2 z_1 [J_e][W_e] = z^2 z_1 [S][R].$$

Es ist deshalb bei Bildung des Produktes ganz gleichgültig, welches der drei absoluten Mafssysteme wir wählen.

Um das mechanische Strommafs mit dem elektromagnetischen zu vergleichen, handelt es sich darum, die Gröfse v zu bestimmen, indem man jene Anzahl elektrostatischer Einheiten der Elektricität aufsucht, welche in der Sekunde durch den Querschnitt des Leiters fliefsen müssen, damit ein Strom entsteht, der in elektromagnetischem Mafse der Einheit gleich ist.

W. Weber und R. Kohlrausch mafsen deshalb erstens die Ablenkung, welche eine Magnetnadel erhält, wenn eine nach mechanischem Mafse gemessene Elektricitätsmenge Q durch ein Galvanometer entladen wird.

Sie bestimmten zweitens die Zeit τ, während welcher ein konstanter Strom von der Stärke eins im elektromagnetischen Mafse geschlossen sein mufs, damit die Magnetnadel dieselbe Ablenkung erhält. Vorausgesetzt, dafs diese Zeit τ gegen die Schwingungsdauer der Nadel so klein ist, dafs wir den Antrieb der Magnetnadel als einen momentanen Stofs ansehen können, folgt, dafs in der Zeit τ in dem konstanten Strom genau dieselbe Elektricitätsmenge Q fliefst, welche wir entladen haben. Dividieren wir demnach die entladene Elektricitätsmenge Q durch die Zeit τ, so erhalten wir die in der Sekunde durch den Querschnitt des Leiters, in dem die elektromagnetische Stromstärke eins vorhanden ist, fliefsende Elektricitätsmenge in elektrostatischem Mafse.

W. Weber bezeichnete die Hälfte dieser Elektricitätsmenge als jene, welche im konstanten Strom fliefst; in der Auffassung des Stromes als eines Doppelstromes fliefst bei der Entladung der Menge Q nur die Menge $\frac{1}{2} Q$ durch den Draht ab, die andere Hälfte wird dadurch neutralisiert, dafs die Menge $\frac{1}{2} Q$ entgegengesetzter Elektricität zu der innern Belegung der Leydener Flasche, aus welcher etwa die Menge Q entladen wird, hinströmt. Wird also die Menge Q positiver Elektricität entladen, so fliefst die Menge $\frac{1}{2} Q$ positiver Elektricität ab. Da Weber in seinem elektrischen Grundgesetz die positive und die negative Elektricität gesondert in Rechnung zieht, setzt er v gleich der Menge positiver Elektricität, welche in der elektromagnetischen Einheit des Stromes fliefst. Anstatt

$$v = \frac{Q}{\tau} \quad \text{setzt somit W. Weber} \quad v = \frac{Q}{2\tau}.$$

Um eine bestimmte, nach mechanischem Mafse gemessene Elektricitätsmenge entladen zu können, wandten Kohlrausch und Weber eine Leydener Flasche an, deren Ladung sie auf eine überaus sinnreiche Weise nach mechanischem Mafse bestimmten. Eine Leydener Flasche, deren äufsere Belegung mit der Erde leitend verbunden war, wurde geladen, und der Knopf der Flasche mit einem Sinuselektrometer verbunden. Das

Digitized by Google

Sinuselektrometer mafs das Potential der Elektricität am Knopfe der Flasche, welchem die in der Flasche vorhandene Elektricitätsmenge proportional ist. Die Zuleitung zum Sinuselektrometer wurde dann isoliert abgehoben und der Knopf der Flasche mit einer grofsen, aber isolierten Kugel berührt. Da die äufsere Belegung der Flasche mit der Erde leitend verbunden ist, so teilt sich die Ladung der Flasche mit der Kugel, so dafs $\frac{1}{n}$ der in die Flasche geführten Elektricität auf die Kugel übergeht, $1 - \frac{1}{n}$ in derselben zurückbleibt. Legt man dann wieder den Draht des Sinuselektrometers an den Knopf der Flasche an, so beobachtet man das Potential der noch in der Flasche gebliebenen Ladung, welches dieser letzteren proportional ist. Sind nun die beiden beobachteten Potentiale S und S', so ist

$$\frac{S}{S'} = \frac{S}{1 - \frac{1}{n}} = \frac{n}{n-1},$$

und daraus

$$n = \frac{S}{S - S'}; \qquad \frac{1}{n} = \frac{S - S'}{S}.$$

Man erhält also das Verhältnis, in welchem sich die Elektricität zwischen Flasche und Kugel geteilt hat. Nun wird die auf die Kugel übergegangene Elektricitätsmenge nach der §. 33 auseinandergesetzten Methode in der Torsionswage gemessen. Daraus erhält man auch in dem angeführten Mafse die noch in der Flasche vorhandene Elektricitätsmenge. Dieselbe wird durch ein Galvanometer entladen und die Elongation der Nadel beobachtet; der erste Teil der Aufgabe ist damit gelöst, man kennt die magnetische Wirkung einer bestimmten in sehr kurzer Zeit entladenen Elektricitätsmenge.

Es bedarf jetzt noch der Bestimmung der Zeit τ, während deren der konstante Strom von der Stärke der elektromagnetischen Einheit geschlossen sein mufs, um der Nadel dasselbe Drehungsmoment zu erteilen. Es bedarf dazu keines neuen Versuches, wenn die Konstanten des Galvanometers bekannt sind, welches zu der ersten Beobachtung benutzt wurde; die Zeit τ ergiebt sich dann unmittelbar aus der durch die Entladung der Elektricitätsmenge Q hervorgebrachten Ablenkung. Um das zu erkennen, nehmen wir der Einfachheit wegen an, das benutzte Galvanometer sei ein Drahtkreis vom Radius r parallel dem Meridiane aufgestellt, und im Abstande R in der Richtung des Meridians befinde sich eine Magnetnadel vom magnetischen Moment m. Das Drehungsmoment, welches der durch den Drahtkreis gehende Strom von der elektromagnetischen Stärke eins der Nadel erteilt, ist nach dem Frühern

$$\frac{r^2 \pi}{R^3} m.$$

Ist K das Trägheitsmoment der Nadel, so ist die Beschleunigung der Nadel infolgedessen

$$\frac{r^2 \pi}{R^3} \cdot \frac{m}{K},$$

Digitized by Google

und die in der Zeit τ erteilte Geschwindigkeit

$$\frac{r^2\pi}{R^3}\cdot\frac{m}{K}\tau.$$

Ist t die Schwingungsdauer der Nadel, so ist die mit dieser Geschwindigkeit erreichte Elongation

$$\alpha=\frac{r^2}{R^3}\cdot\frac{m}{K}\tau t;$$

ist also α die durch die Entladung der Elektricitätsmenge Q bewirkte Ablenkung, so würde die Zeit τ, während welcher der Strom von der elektromagnetischen Stärke eins zur Erzeugung derselben Ablenkung α geschlossen sein müfste,

$$\tau=\alpha\frac{K}{m}\cdot\frac{R^3}{r^2}\cdot\frac{1}{t}.$$

Ist so τ bestimmt, dann hat man alle Erfordernisse, um v zu berechnen.

Mit zu Grundelegung der von Weber stets angewandten Einheiten ergiebt sich aus den Versuchen von Weber und Kohlrausch[1])

$$\frac{Q}{2\tau}=15557\cdot10^7\qquad\frac{Q}{\tau}=31114\cdot10^7.$$

Die Einheiten sind, da v eine Geschwindigkeit ist, Millimeter und Sekunde; in dem $[CGS]$ System, welches das Centimeter zur Einheit wählt, wird somit an Stelle der siebenten die sechste Potenz von 10 treten. Die elektromagnetische Stromstärke eins im $[CGS]$ System wird demnach durch $31114\cdot10^6$ elektrostatische Einheiten erzeugt. In der Stromstärke ein Ampère ist der zehnte Teil dieser elektrostatischen Einheiten vorhanden. Man findet das auch leicht durch direkte Vergleichung der Einheiten.

Die Gröfse v steht in direkter Beziehung zu der Geschwindigkeit c des Weberschen elektrischen Grundgesetzes, jener relativen Geschwindigkeit zweier mit konstanter Geschwindigkeit gegen einander bewegter elektrischer Teilchen, bei welcher dieselben nicht mehr auf einander einwirken. Wir setzten §. 119 die Stromstärke in elektrodynamischem Mafse

$$i=aeu$$

und zeigten, dafs jene Geschwindigkeit $c=\frac{4}{a}$. Es ist hierin eu die elektrostatisch gemessene Elektricitätsmenge, welche in der elektrodynamisch gemessenen Stromstärke i in der Sekunde den Querschnitt des Leiters durchströmt. Die in der elektrodynamischen Einheit fliefsende Elektricitätsmenge ist demnach

$$\frac{eu}{i}=\frac{1}{a}=\frac{c}{4},$$

die in der elektromagnetischen Einheit fliefsende Elektricitätsmenge ist $\sqrt{2}$ mal gröfser, es folgt somit

---

1) Die Zahlen sind nach einer Berechnung von *Voigt*, Wiedem. Ann. Bd. II. S. 476 korrigiert.

Digitized by Google

$$v = \sqrt{2} \cdot \frac{c}{4}$$

$$c = 4\, v \sqrt{1/_2},$$

worin v im Weberschen Sinne zu nehmen ist, somit wenn wir jetzt v ein für allemal auf die gesamte strömende Elektricität beziehen

$$c = v \sqrt{2} = 44002 \cdot 10^7 \frac{mm}{Sek.}.$$

Mit dieser Geschwindigkeit, nahezu der anderthalbfachen Geschwindigkeit des Lichtes müssen sich demnach zwei Elektricitätsteilchen gegen einander bewegen, damit sie nicht mehr auf einander einwirken.

Die Messung der Gröfse v ist seitdem mehrfach und nach verschiedenen Methoden wiederholt worden. Wir können diese Methoden kurz folgendermafsen charakterisieren. Man mifst die Potentialdifferenz einer Säule, indem man den einen Pol derselben mit der Kollektorplatte eines Kondensators, den anderen Pol und die Kondensatorplatte mit der Erde verbindet, nach den im zweiten Abschnitt zur Messung der Potentialfunktion angegebenen Methoden in absolutem mechanischen Mafse, also etwa indem man die Anziehung zweier Kondensatorplatten mifst. Ist die Potentialfunktion der Kollektorplatte V, die Fläche der Platten gleich F, ihr Abstand gleich δ, so ergiebt sich für die Anziehung der Platten nach §. 49 S. 309

$$A = \frac{F}{8\pi} \frac{V^2}{\delta^2}.$$

Wir erhalten somit, wenn δ in Centimetern, A in absolutem Mafse der Kraft gemessen wird, V in absolutem Mafse aus

$$V = \sqrt{\frac{8\pi\,\delta^2}{F} \cdot A}.$$

Man bestimmt darauf die elektromotorische Kraft der Säule im absoluten magnetischen Mafse, indem man die Stromstärke nach absolutem Mafse in einem Strome von bekanntem Widerstande mifst. Die Vergleichung der elektromotorischen Kräfte giebt hiernach die Gröfse v.

Diese Methode ist, allerdings im einzelnen mannigfach modifiziert, von Maxwell[1]), W. Thomson[2]), sowie dessen Schülern M' Kichan und King[3]) und Shida[4]), ferner von Ayrton und Perry[5]) und F. Exner[6]) angewandt worden.

Klemenčič[7]) hat nach einer von Boltzmann angegebenen Méthode durch Widerstandsmessungen den Wert von v bestimmt. Ein Kondensator, dessen Kapacitat C sei, wird in der Sekunde $n$mal von einer Batterie, deren elektromotorische Kraft in mechanischem Mafse E_e sei, geladen und

1) *Maxwell*, Philosophical Transactions for 1868; Philos. Magazin 4 series vol. XXXVI.
2) *W. Thomson*, Report of the British Association for 1869.
3) *M'Kichan*, Philosoph. Mag. 4 series vol. XLVII.
4) *Shida*, Philosoph. Mag. 5 series vol. X.
5) *Ayrton* und *Perry*, Philosoph. Mag. 5 series vol. VII.
6) *F. Exner*, Wiener Berichte Bd. LXXXVI.
7) *Klemenčič*, Wiener Berichte Bd. LXXXIII. Bd. LXXXIX.

Digitized by Google

durch ein Galvanometer entladen. Die Zahl n wird so grofs genommen, dafs das Galvanometer die konstante Ablenkung α bekommt. Nach § 82 ist dann die in der Sekunde entladene Elektricitätsmenge

$$Q = n\,C E_e = N\alpha,$$

worin N eine Konstante des Galvanometers, welche, wenn bekannt, die Stromstärke aus den Angaben des Galvanometers in mechanischem Mafse angeben würde.

Man läfst durch dasselbe Galvanometer mit Einschaltung passender Widerstände den konstanten Strom derselben Batterie gehen und beobachtet die von demselben bewirkte Ablenkung φ. Die Stromstärke ist in mechanischem Mafse

$$i = N\varphi \cdot$$

Ist W_e der Widerstand des Stromkreises in mechanischem Mafse, so ist

$$i = N\varphi = \frac{E_e}{W_e}$$

somit

$$W_e = \frac{1}{nC}\,\frac{\alpha}{\varphi}.$$

Ist R der Widerstand des Stromkreises in Einheiten des elektromagnetischen Mafses, so ist

$$W_e = \frac{R}{v^2},$$

somit

$$v = \sqrt{nCR\,\frac{\varphi}{\alpha}}.$$

Es bedarf demnach der Beobachtung von φ und α, sowie der Zählung der Anzahl n, sowie der Bestimmung der Kapacität des Kondensators und des Widerstandes R, um v zu erhalten.

Die von den verschiedenen Experimentatoren erhaltenen Werte schwanken noch innerhalb beträchtlicher Grenzen, den kleinsten Wert erhält *W.* Thomson, nämlich $27880\,10^6$ in Cent. und Sekunde, den gröfsten Klemenčič, nämlich $30188 \cdot 10^6$, die Zahlen schwanken somit um $30000 \cdot 10^6$ oder um

$$v = 300000 \text{ Kilometer}.$$

Dafs bisher eine gröfsere Übereinstimmung noch nicht erreicht worden ist, liegt zum grofsen Teil an der Schwierigkeit besonders der erforderlichen elektrostatischen Messungen und der Kapacitätsbestimmungen. Soviel ergiebt sich aber aus den Messungen, dafs der Wert von v mit grofser Annäherung gleich der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes ist.

Diese sehr annähernde Übereinstimmung des Wertes von v und der Geschwindigkeit des Lichtes ist eine der Hauptstützen der elektromagnetischen Theorie des Lichtes, welche das Licht als sich fortpflanzende elektrische Störungen ansieht. Diese hauptsächlich von Maxwell[1]) entwickelte Theorie kommt nämlich zu dem Resultate, dafs die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes resp. der dasselbe darstellenden elektrischen

1) *Maxwell,* A Treatise of Magnetisme and Electricity Bd. II. Cap. XX.

Digitized by Google

Störungen im freien Äther gleich der Gröfse v, in einem Dielektricum gleich der Gröfse v dividiert durch die Quadratwurzel aus der Dielektricitätskonstante des betreffenden Mediums sein mufs. Daraus ergiebt sich auch der im zweiten Abschnitt erwähnte Satz, dafs das Quadrat des Brechungsexponenten eines Dielektricum gleich der Dielektricitätskonstanten sein soll.

Wir begnügen uns mit dieser Andeutung um so mehr, da, wie wir gesehen haben, die letztere Beziehung sich noch keineswegs in den Beobachtungen bestätigt hat. Allerdings kann das daran liegen, dafs die Werte der Dielektricitätskonstanten noch nicht sicher genug bestimmt sind. Indes nach meinen im §. 50 mitgeteilten Beobachtungen über die Änderung der Dielektricitätskonstanten mit der Zeit, resp. die mit der Zeit wachsende Influenz ergeben sich für die Zeit $t = 0$, also für die Dielektricitätskonstante der Theorie, Werte der Influenz, welche ganz erheblich kleiner sind als das Quadrat der Brechungsexponenten. Die elektromagnetische Lichttheorie mufs noch sicherer begründet sein, ehe wir sie, so interessant sie auch ist, in diesem Buche behandeln können[1]).

§. 160.

Vergleichung der Arbeiten des Stromes mit der mechanischen Wärmetheorie. Nachdem wir in den letzten Paragraphen die elektromotorischen Kräfte und den Widerstand auf die Mafse der Mechanik zurückgeführt haben, können wir schliefslich auch die Arbeitsleistungen des Stromes in demselben Mafse messen, und durch Vergleichung dieser Arbeiten mit mechanischen Arbeiten die Übereinstimmung der Mafssysteme nachweisen.

Bei der Untersuchung der Wärmewirkungen des galvanischen Stromes haben wir schon den Nachweis geliefert, dafs, wenn in dem Strome keine Arbeit geleistet wird, dafs dann der ganze Arbeitsvorrat als Wärme in dem Stromkreise auftreten mufs, und mit diesem Satze konnten wir im §. 92 und 93 die Wärmemenge berechnen, welche in einem Leiterstücke von dem Widerstande R entwickelt werden mufs. Wir leiteten dort die Wärmewirkung aus dem Satze her, dafs die durch die strömende Elektricität in einem Leiter geleistete Arbeit gleich ist der Differenz der Potentialwerte der auf dem Leiter vorhandenen freien auf die durch den Leiter strömende Elektricität im Anfange und am Ende des Leiters. Bezeichnen wir die Menge der in der Zeiteinheit durch den Leiter strömenden Elektricität mit q und die Werte des Potentials im Anfange des Leiters mit V_1, am Ende mit V_2, so ist die geleistete Arbeit

$$L = q \cdot (V_1 - V_2).$$

Ist J_e die Stromstärke in mechanischem Mafse, welche durch t Sekunden unterhalten wird, so ist $q = J_e\, t$; ist W_e der Widerstand in mechanischem Mafse, so ist

1) Man sehe über die elektromagnetische Lichttheorie auch *Tumlirz*, Die elektromagnetische Lichttheorie. Leipzig, B. G. Teubner, 1883, der in diesem Buch auch die Arbeiten von *Lorenz, von Helmholtz, Boltzmann, Lorentz* aufgenommen hat.

Digitized by Google

$$J_e = \frac{V_1 - V_2}{W_e},$$

somit

$$L = t J_e^2 W_e$$

oder die in der Sekunde geleistete Arbeit

$$\frac{L}{t} = J_e^2 W_e.$$

Wie wir bereits sahen ist das Produkt $J^2 W$, wenn J die Stromstärke, W den Widerstand in einem der absoluten Mafssysteme bedeutet, dasselbe, welches der Mafssysteme wir auch wählen. Am bequemsten wählen wir das elektromagnetische; wir haben in den letzten Paragraphen die in diesem Mafse gemessene Stromstärke mit S, den Widerstand mit R bezeichnet. Behalten wir diese Bezeichnung bei, und setzen die in der Sekunde geleistete Arbeit gleich l, so erhalten wir

$$l = S^2 R$$

für die von einem Strome, der im elektromagnetischen Mafse die Stärke S hat, in der Zeit einer Sekunde in einem Widerstande, der im elektromagnetischen Mafse die Gröfse R hat, geleistete Arbeit. Setzen wir das $[CGS]$ System voraus, so ist die Arbeit gemessen in Krafteinheiten, deren jede $\frac{1}{g}$ Gramm ist, und in Centimetern.

Wenden wir die in der Praxis eingeführten Einheiten, das Ampère und das Ohm an, setzen den in Ampères gemessenen Strom gleich σ, den in Ohm gemessenen Widerstand gleich ϱ, so wird, da das Ampère ein Zehntel der elektromagnetischen Stromeinheit ist, das Ohm gleich 10^9 Widerstandseinheiten

$$l = 0{,}01\, \sigma^2 \cdot 10^9 \varrho = 10^7 \sigma^2 \varrho.$$

Wollen wir die Arbeit in dem gewöhnlichen Mafse der Mechanik, in Meterkilogrammen messen, so haben wir obigen Ausdruck durch $10^7 \cdot 9{,}81$ zu dividieren, wenn wir für g den bei uns giltigen Wert in Metern 9,81 einsetzen, denn

$$\frac{1}{981} \text{ Gramm Centim.} = \frac{1}{981 \cdot 1000 \cdot 100} \text{ Meterkilogramm} = \frac{1}{9{,}81 \cdot 10^7} \text{ M.K.}$$

Ist A die in Meterkilogramm ausgedrückte Arbeit, so wird demnach

$$A = \frac{\sigma^2 \varrho}{9{,}81} \text{ oder allgemein } \frac{\sigma^2 \varrho}{g \text{ Meter}}.$$

Wir können demnach $\sigma^2 \varrho$ auch als die im absoluten Systeme Kilogr., Meter, Sekunde gemessene Arbeit bezeichnen. Gerade das ist auch der Grund, dafs man Ampère und Ohm als Einheiten gewählt hat, dafs das Produkt $\sigma^2 \varrho$ ohne weitern Faktor in diesem absoluten System die Arbeit darstellt.

Wird in dem betrachteten Leiter keine andere Arbeit geleistet, so wird die gesamte Arbeit in Wärme verwandelt; nennen wir den hundertsten Teil derjenigen Wärmemenge, welche das Gramm Wasser von 0^0 auf 100^0 erwärmt, die Wärmeeinheit, so ist nach §. 54 des dritten Bandes das mechanische Wärmeäquivalent im $[CGS]$ System

Digitized by Google

$$4189 \cdot 10^4,$$

für die in einem Leiter vom Widerstande ϱ durch den Strom σ in der Zeit einer Sekunde entwickelte Wärmemenge ergiebt sich somit

$$w = \frac{l}{4189 \cdot 10^4} = \frac{1}{4,189}\,\sigma^2\varrho = 0,2387\,\sigma^2\varrho.$$

v. Quintus Icilius hat in einer sehr sorgfältigen Experimentaluntersuchung, in welcher er die Stromstärken sowie die Widerstände der Drähte, deren Erwärmung untersucht werden sollte, nach absolutem elektromagnetischen Maſse bestimmte, diese Folgerung der Theorie zu prüfen[1]) unternommen.

Die Bestimmung der Stromstärken nach absolutem Maſse geschah dadurch, daſs ein kreisförmiger Rahmen von Holz, der mit mehreren Windungen Kupferdraht umwickelt war, so daſs ein kreisförmiger Multiplikator von bekanntem Flächeninhalt und bekannter Windungszahl entstand, westlich von einem Magnet aufgestellt wurde. Die Fläche des Multiplikators war dem magnetischen Meridiane parallel, und die Axe desselben traf gerade die Mitte der Nadel; mit dem an derselben Stelle bestimmten Werte der horizontalen Intensität des Erdmagnetismus und den bekannten Dimensionen des Apparates konnte dann in ähnlicher Weise, wie wir es §. 128 besprochen haben, die Stromstärke nach absolutem Maſse erhalten werden. Der Widerstand der zu erwärmenden Drähte wurde durch Vergleichung mit einem von W. Weber nach absolutem elektromagnetischem Maſse bestimmten Etalon erhalten, und durch direkte Beobachtung die Abhängigkeit dieser Widerstände von der Temperatur bestimmt, damit dieselbe bei den Erwärmungsversuchen, bei welchen die Temperatur der zu erwärmenden Drähte sich änderte, in Rechnung gezogen werden konnte. Bei der Untersuchung der Widerstände ergab sich eine Schwierigkeit, welche in die schlieſsliche Berechnung des Resultates eine kleine Unsicherheit eintreten läſst. Es fand sich nämlich, als die Widerstände der zu den Erwärmungsversuchen benutzten Drähte nach Beendigung der Versuche neu bestimmt wurden, der Widerstand nicht unerheblich gröſser als vorher, ein Umstand, auf den wir schon §. 111 hinwiesen. Um diesem Umstande Rechnung zu tragen, setzte v. Quintus Icilius als den Widerstand der Drähte das Mittel aus dem bei gleichen Temperaturen vor und nach den Versuchen gefundenen Widerstand ein.

Die Drähte wurden auf Rähmchen von Elfenbein in einem kupfernen Kalorimeter aufgespannt, welches mit Wasser, Alkohol oder Terpentinöl gefüllt war. Das Kalorimeter selbst war in einem gröſseren Cylinder von Kupfer aufgehängt, welcher seinerseits wieder rings von Wasser umgeben war, um so die Umgebung des Kalorimeters auf einer konstanten Temperatur zu erhalten. Dadurch konnte die Wärmestrahlung des Kalorimeters in Rechnung gezogen werden, indem man bei mehreren Versuchen nach Beendigung der Erwärmung die Erkaltungsgeschwindigkeit beobachtete. Die Erwärmung selbst dauerte jedesmal etwa eine Stunde und während der ganzen Zeit wurde das Thermometer von zwei zu zwei Minuten und der Stand des vom Strome abgelenkten Magnetes von

1) *v. Quintus Icilius*, Poggend. Ann. Bd. CI.

Digitized by Google

zwölf zu zwölf Sekunden beobachtet. Ein gleichzeitig in den Stromkreis eingeschalteter Rheostat gestattete den Strom während der ganzen Dauer jedes Versuches konstant zu erhalten.

Auf die Details der Versuche und der Berechnungen einzugehen, dazu ist hier, da besonders die Berechnungen wegen der notwendigen Berücksichtigung aller Umstände ziemlich weitläufig sind, nicht der Raum, wir verweisen deshalb auf die Abhandlung selbst. Aus sechs Versuchen, bei denen das Kalorimeter Wasser enthielt, und deren jeder mit Ausnahme des ersten aus fünf Beobachtungsreihen bestand, ergiebt sich für die entwickelte Wärmemenge der Ausdruck

$$w = 0{,}2551\, \sigma^2 \varrho.$$

In den einzelnen Reihen schwankte der Wert der Konstanten zwischen 0,2409 und 0,2784.

Nimmt man die mit Alkohol und Terpentinöl beobachteten Erwärmungen hinzu, so ergiebt sich als Mittel

$$w = 0{,}2596\, \sigma^2 \varrho,$$

und die extremsten beobachteten Werte der Konstanten sind 0,2361 und 0,2913.

Für das mechanische Wärmeäquivalent würde sich hieraus ergeben

$$\frac{1}{0{,}2596} \cdot 10^7 = 3852 \cdot 10^4,$$

oder in Meterkilogramm 399,6. Der Wert ist allerdings nur 0,92 des direkt bestimmten; der Grund dieser Abweichung ist indes ohne Zweifel der, daſs v. Quintus Icilius für den Widerstand des von ihm benutzten Drahtes einen zu kleinen Wert in Rechnung gezogen hat. Fr. Weber[1]) hat in der Beziehung darauf aufmerksam gemacht, daſs v. Quintus Icilius seine Widerstände nach einem Jacobischen Etalon maſs, dessen Widerstand W. Weber zu 0,598 Ohm bestimmt hatte, während W. Siemens den Widerstand des Jacobischen Etalons zu 0,632 Ohm bestimmte. Nehmen wir den Siemensschen Wert des Jacobischen Etalons, so ergeben die Versuche von v. Quintus Icilius im Wasserkalorimeter

$$w = 0{,}2413\, \sigma^2 \varrho,$$

also einen dem theoretischen sehr nahe kommenden Wert.

Aus ganz ähnlichen Versuchen erhielt Joule[2])

$$w = 0{,}2375\, \sigma^2 \varrho,$$

oder für das mechanische Wärmeäquivalent

$$4211 \cdot 10^4 \text{ abs. Einh.} = 429{,}3 \text{ Meterkilogr.}$$

Joule setzte indes bei diesen Versuchen die Einheit der British Association gleich 1 Ohm, während dieselbe kleiner gleich 0,987 Ohm ist; auf richtige Ohm korrigiert wird deshalb

---

1) *Fr. Weber*, Elektromagn. und kalorimetr. Messungen. Zürich 1878. Beiblätter zu den Annalen Bd. II. S. 499.

2) *Joule*, Report of the British Association 1867. p. 512.

Digitized by Google

$$w = 0{,}2406\, \sigma^2 \varrho,$$

und das mechanische Wärmeäquivalent

$$4156 \cdot 10^4 \text{ abs. Einh. oder } 423{,}7 \text{ Meterkilogr.}$$

Fr. Weber[1]) hat später diese Versuche mit grofser Sorgfalt wiederholt und leitet aus denselben für das mechanische Wärmeäquivalent den Wert 428,15 ab. Fr. Weber setzt dabei aber den absoluten Wert der Quecksilbereinheit gleich 0,956 Ohm. Rechnen wir dagegen die Quecksilbereinheit gemäfs §. 157 gleich 0,943 Ohm, so wird aus diesen Versuchen

$$w = 0{,}2413\, \sigma^2 \varrho,$$

und das mechanische Wärmeäquivalent

$$4144 \cdot 10^4 \text{ abs. Einh. oder } 422{,}5 \text{ Meterkilogr.}$$

Die aus diesen Versuchen sich ergebenden Werte der Konstanten in dem Ausdruck für die Wärmeentwicklung beziehungsw. die Werte für das mechanische Wärmeäquivalent stimmen so nahe mit den auf andern Wegen abgeleiteten Werten, dafs sie die schönste Bestätigung der Theorie liefern.

Ist R der Widerstand des ganzen Stromkreises in Ohms, W die im ganzen Stromkreise entwickelte Wärmemenge und E die elektromotorische Kraft des Elementes in Volts, so ist

$$W = 0{,}2387\, \sigma^2 R = 0{,}2387\, \sigma E$$

oder

$$E = \frac{W}{\sigma} \cdot \frac{1}{0{,}2387} = \frac{W}{\sigma} \cdot \frac{4189 \cdot 10^4}{10^7}.$$

Die elektromotorische Kraft einer Stromquelle in Volts ist somit gleich dem mit 10^7 dividierten Arbeitswerte der durch den Strom von der Stärke ein Ampère in dem die Stromquelle schliefsenden Stromkreise entwickelten Wärmemenge. Wie sich unmittelbar ergiebt, da das Ampère ein Zehntel der elektromagnetischen Stromeinheit, das Volt 10^8 der elektromagnetischen Einheit der elektromotorischen Kraft ist, ist der oben aufgestellte Satz nur eine andere Form des Satzes, dafs die elektromotorische Kraft eines Elementes gleich dem Arbeitswerte der Wärmemenge ist, welche der Strom in einem Kreise erzeugt, in welchem das Element die Einheit der Stromstärke hervorruft.

Fr. Weber hat die Richtigkeit dieser Folgerung bestätigt; derselbe mafs die Wärmeentwicklung in einem Drahte und bestimmte das Verhältnis des Widerstandes des Drahtes zu dem des ganzen Stromkreises. Ist w die im Drahte entwickelte Wärmemenge, r der Widerstand des Drahtes, r_1 die des übrigen Stromkreises, W die im ganzen Stromkreise entwickelte Wärmemenge, so ist

$$w : W = r : r + r_1; \qquad W = w\left(1 + \frac{r_1}{r}\right),$$

somit

$$w\left(1 + \frac{r}{r_1}\right) \frac{4189 \cdot 10^4}{\sigma \cdot 10^7} = E.$$

1) *Fr. Weber,* a. a. O.

Andrerseits wurde auf galvanischem Wege die elektromotorische Kraft eines Daniellschen Elements, in welchem das Zink in Schwefelsäure, eines Daniellschen, bei welchem das Zink in Zinkvitriol stand, und eines Bunsenschen Elementes bestimmt, indem der Widerstand des Stromkreises und die Stromstärke in absolutem Maſse gemessen wurden. Weber fand die elektromotorischen Kräfte in Volts

	Bunsen	Daniell (H_2SO_4)	Daniell ($ZnSO_4$)
nach der entwickelten Wärme	1,9017	1,1301	1,0954
„ galvanischer Methode	1,9927	1,1831	1,1451,

Zahlen, die ganz vortrefflich übereinstimmen.

Wir haben bereits im §. 92 erwähnt, daſs man aus dem Princip der Erhaltung der Kraft nicht nur geschlossen habe, daſs die Quelle der von dem Strom gelieferten Arbeit die durch die chemischen Prozesse in der Kette erzeugte Wärme sei, sondern auch, daſs die chemisch in der Kette erzeugte Wärme einfach gleich der in dem Strome entwickelten Wärme sei. Nimmt man diesen Schluſs als richtig an, so gelangt man sofort zu dem Satze, daſs die elektromotorische Kraft eines Elementes gleich dem Arbeitswert jener Wärmemenge ist, welche durch die chemischen Prozesse in der Kette erzeugt werden, die der Einheit der Stromstärke in absolutem Maſse entsprechen. Wird also durch die absolute Stromeinheit in der Sekunde die Menge z Zink aufgelöst und ist w die Wärmemenge, welche in dem Element erzeugt wird, wenn die Gewichtseinheit Zink aufgelöst wird, so ist in absolutem Maſse

$$E = 4189 \cdot 10^4\, z w,$$

oder in Volts nach dem auf der vorigen Seite abgeleiteten Satze

$$E = 4{,}189\, z w.$$

In dieser Form ist der Satz zuerst von W. Thomson ausgesprochen[1]).

Wir haben ebenfalls in §. 92 bereits erwähnt, daſs F. Braun[2]) hervorgehoben habe, daſs es keineswegs aus dem Principe der Erhaltung der Arbeit gefolgert werden müsse, daſs die Stromarbeit gleich dem Arbeitswert der durch die chemischen Prozesse in der Kette erzeugten Wärme sei, daſs es vielmehr theoretisch durchaus möglich sei, daſs ebenso wie Wärme bei jedem Prozesse, welcher Wärme in mechanische Arbeit umsetze, nur zum Teil in Arbeit umgesetzt werden könne, daſs ebenso Wärme auch nur zum Teil in elektrische Energie verwandelt werden könne. Wird also durch chemischen Prozeſs in der Kette die Wärmemenge Q erzeugt, so ist die in elektrische Energie umgesetzte Wärme nur ein Bruchteil von Q. Dieser Bruchteil von Q ist keineswegs für alle chemischen Prozesse der gleiche, er hängt vielmehr mit der absoluten Temperatur T zusammen, welche durch den chemischen Prozeſs erzeugt wird, und derjenigen ϑ des Elementes. Der Zusammenhang ist nach der Auffassung Brauns gegeben durch den zweiten Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie. Wird also in einem Daniellschen Elemente, dessen

1) *W. Thomson*, Philosophical Magazin 4 series vol. II.
2) *F. Braun*, Wiedem. Ann. Bd. V.

Digitized by Google

Stromkreis geschlossen ist, ein Atom Zink aufgelöst und mit SO_4 vereinigt, so erhitzt sich dasselbe durch die entstandene Wärmemenge auf die Temperatur T. Indem das Molekül sich dann auf die Temperatur ϑ abkühlt, verbreitet sich die Wärmemenge q in dem Elemente und die in elektrischen Strom umgesetzte Wärme ist höchstens wie bei dem Carnotschen Kreisprozeſs

$$Q - q = Q\left(1 - \frac{\vartheta}{T}\right).$$

Die Temperatur T läſst sich nicht näher angeben, es ist indes keinenfalls die sogenannte Verbindungstemperatur, welche man aus der Wärmemenge Q und der specifischen Wärme der betreffenden Substanzen berechnet.

Braun sieht diesen Prozeſs, bei welchem chemische Energie in elektrischen Strom verwandelt wird, für umkehrbar an; derselbe Strom, der durch Auflösung des Atoms Zink eine gewisse Zeit hindurch erhalten wird, scheidet in umgekehrter Richtung durch das Element geführt in derselben Zeit ein Atom Zink aus $ZnSO_4$; dazu wird die Wärmemenge q aus der Lösung entnommen und, indem die Wärmemenge $Q - q$ aus elektrischer Energie entsteht, die zur Zersetzung erforderliche Wärmemenge Q beschafft. Es geht somit bei Umkehr des Prozesses ebensoviel elektrische Energie verloren, es wird ebensoviel Strom verbraucht, als durch die Auflösung des Metalles in der Säure gewonnen wird.

Der Bruchteil $1 - \frac{\vartheta}{T}$ hängt bei gegebener Temperatur ϑ wesentlich von der Temperatur T ab, welche sich wie gesagt nicht näher angeben läſst.

In den konstanten Ketten gehen stets zwei solcher Prozesse in entgegengesetztem Sinne vor sich, so in der Daniellschen die Auflösung von Zink und die Abscheidung von Kupfer. Ist Q_1 die bei Auflösung des Zinks in Strom umgesetzte, Q die überhaupt erzeugte Wärme, T_1 die für das Zinkmolekül bei der Auflösung entstehende Temperatur, und bedeutet Q_2 beziehungsw. Q' und T_2 dasselbe für die Auflösung des Kupfers in Schwefelsäure, so ist die in der Daniellschen Kette in Strom umgesetzte Wärme

$$Q_1 - Q_2 = Q\left(1 - \frac{\vartheta}{T_1}\right) - Q'\left(1 - \frac{\vartheta}{T_2}\right),$$

wenn ϑ die absolute Temperatur des Elementes ist, oder

$$Q_1 - Q_2 = Q - Q' - \vartheta\left(\frac{Q}{T_1} - \frac{Q'}{T_2}\right).$$

Es kann demnach je nach dem Vorzeichen des letzten Gliedes $Q_1 - Q_2$ gröſser, kleiner oder gleich $Q - Q'$ sein; es kann somit die elektromotorische Kraft eines Elements gröſser sein als der Arbeitswert der durch den chemischen Prozeſs erzeugten Wärme, oder kleiner oder gleich.

Braun[1]) hat zur Prüfung seiner Auffassung eine groſse Zahl von Kombinationen verschiedener Metalle und verschiedener Flüssigkeiten auf ihre elektromotorischen Kräfte untersucht und dieselben mit den meist

1) *F. Braun*, Wiedem. Ann. Bd. XVI.

Digitized by Google

den Untersuchungen von J. Thomson entnommenen chemisch durch die in den Ketten stattfindenden Prozesse entwickelten Wärmemengen verglichen. Braun fand in der That eine ganze Anzahl Ketten, bei welchen sich die elektromotorische Kraft gröfser ergab als der Arbeitswert der in den Ketten chemisch erzeugten Wärme. Wir verweisen wegen der Details auf die Abhandlung von Braun[1]).

In seiner Abhandlung über die Thermodynamik chemischer Vorgänge gelangte v. Helmholtz[2]) zu dem gleichen Resultate und leitet weiter den Satz ab, dafs in Elementen, in welchen nur ein Teil der chemisch entwickelten Wärme in Strom umgesetzt werde, mit steigender Temperatur die elektromotorische Kraft abnehmen, in solchen dagegen, in denen mehr Wärme in Strom umgesetzt werde, als die chemischen Prozesse in Summa liefern, die sich also durch ihren eigenen Strom abkühlen müssen, die elektromotorische Kraft mit steigender Temperatur wachsen müsse. Zu dem gleichen Resultate gelangt van 'T Hoff in seinen Etudes de dynamique chimique[3]).

Wir können diesen Satz auch unmittelbar aus der Braunschen Auffassung der Verhältnisse ableiten. Setzen wir $Q_1 - Q_2$ als die der elektromotorischen Kraft entsprechende Wärmemenge gleich W_1, $Q - Q'$, die chemisch erzeugte Wärmemenge gleich W, so dafs

$$W_1 = W - \vartheta\left(\frac{Q}{T_1} - \frac{Q'}{T_2}\right),$$

so sieht man sofort, dafs wenn $W_1 < W$, somit der Koefficient von ϑ positiv ist, die elektromotorische Kraft mit steigender Temperatur abnimmt; dafs dagegen, wenn $W_1 > W$, somit der Koefficient von ϑ negativ ist, die elektromotorische Kraft mit steigender Temperatur zunimmt. Differentiieren wir obige Gleichung nach ϑ, so wird

$$\frac{dW_1}{d\vartheta} = -\left(\frac{Q}{T_1} - \frac{Q}{T_2}\right);$$

drücken wir W_1 durch die in Volts gegebene elektromotorische Kraft des Elements aus, so wird, wenn t die Zeit ist, während welcher der Strom von der Stärke σ geschlossen sein mufs, damit etwa in einem Daniellschen Elemente ein Molekül Zink aufgelöst, bezw. ein Molekül Kupfer niedergeschlagen wird,

$$W_1 = 0{,}2387\,\sigma\,t\,E,$$

somit

$$\frac{dW_1}{d\vartheta} = 0{,}2387\,\sigma\,t\,\frac{dE}{d\vartheta}.$$

Setzen wir das in die Gleichung für W_1 ein, so wird

$$W_1 - W = 0{,}2387\,\sigma\,t\,\frac{dE}{d\vartheta}\cdot\vartheta,$$

oder die Wärmemenge, welche zum Konstanthalten der Temperatur aus

1) *F. Braun*, Wiedem. Ann. Bd. XVI. Es sei hier bemerkt, dafs Wiedemann (Elektricitätslehre Bd. II. S. 892 ff.) mehrere Bedenken gegen die Art, in welcher Braun die chemisch entwickelte Wärme berechnet, erhebt.

2) *v. Helmholtz*, Berichte der Berliner Akademie 1882. S. 22 und 825.

3) *van 'T Hoff*, Etudes de dynamique chimique. Amsterdam 1884. p. 202 ff.

Digitized by Google

einem Elemente durch den Strom in der Zeit, in welcher ein Molekül des positiven Metalles aufgelöst wird, fortgeführt werden mufs, ist dem Differentialquotienten der elektromotorischen Kraft multipliziert mit der absoluten Temperatur des Elementes proportional.

Diesen Satz hat zunächst Czapski[1]) durch eine sehr sorgfältige Untersuchung der elektromotorischen Kräfte und ihrer Abhängigkeit von der Temperatur geprüft. Das Resultat der Versuche war, dafs stets, wenn die elektromotorische Kraft mit steigender Temperatur zunahm, W_1 auch gröfser als W, wenn sie dagegen abnahm, auch $W_1 < W$ war. Eine zahlenmäfsige Übereinstimmung der aus der Änderung der elektromotorischen Kraft einerseits und der aus der beobachteten elektromotorischen Kraft und den chemischen Prozessen andrerseits berechneten Wärmemengen war allerdings nicht vorhanden und zwar nach Czapskis Ansicht wegen der Unsicherheit der thermochemischen Daten. In der That sind die thermochemischen Bestimmungen nur selten unter genau denselben Verhältnissen gemacht, welche in der Kette vorhanden sind, so dafs eine zahlenmäfsige Prüfung des Helmholtzschen Satzes nicht möglich war.

Zu ganz ähnlichen Resultaten wie Czapski gelangte Gockel[2]), der im Laboratorium von Braun ebenfalls die Abhängigkeit der elektromotorischen Kraft einer Anzahl Elemente von der Temperatur aufsuchte und unter Zugrundelegung der Zahlen von J. Thomson aus Messung der elektromotorischen Kraft der Elemente die Differenz der chemisch entwickelten und der im Strom umgesetzten Wärme bestimmte. Auch Gockel fand qualitativ stets Übereinstimmung, zahlenmäfsig erhielt er eine solche nicht. Gockel schliefst sich indes nicht der Ansicht Czapskis an, dafs diese Nichtübereinstimmung der Unsicherheit der thermochemischen Daten zuzuschreiben sei.

In einer während des Drucks dieses Bandes erschienenen Arbeit, deren Resultate ich bei der Korrektur noch beifügen konnte, hat indes Jahn[3]) nicht nur die qualitative Übereinstimmung des v. Helmholtzschen Satzes mit der Erfahrung gezeigt, sondern auch nachgewiesen, dafs die aus der Änderung der elektromotorischen Kraft berechnete Differenz zwischen der chemisch entwickelten und der aus der elektromotorischen Kraft sich ergebenden im Strom umgesetzten Wärme so nahe gleich sind, dafs die Unterschiede innerhalb der unvermeidlichen Unsicherheit verbleiben.

Jahn bestimmte die chemisch entwickelte Wärmemenge selbst, indem er die Elemente in ein Eiskalorimeter brachte; er mafs demnach diese Wärme unter den Umständen des Versuches. Das in dem Eiskalorimeter befindliche kleine Element war durch eine aufserhalb des Kalorimeters befindliche Leitung geschlossen, welche ein auf absolutes Mafs geaichtes Galvanometer enthielt, das die Stromstärke in dem das Element schliessenden Stromkreise mafs. Von zwei Punkten dieses Stromkreises, deren Abstand von den Polen des Elementes nur klein ist, wurde ein zweiter Stromkreis von so grofsem Widerstande abgezweigt, dafs der Strom in dem ersten Kreise nicht erkennbar geändert wurde, wenn man den zweiten

1) *Czapski*, Wiedem. Ann. Bd. XXI.
2) *Gockel*, Wiedem. Ann. Bd. XXIV.
3) *H. Jahn*, Wiedem. Ann. Bd. XXVIII S. 21 und 491.

Digitized by Google

Stromkreis öffnete oder schlofs. Der zweite Stromkreis enthielt ebenfalls ein Galvanometer, das auf absolutes Mafs geaicht war; der Widerstand dieses zweiten Stromkreises war genau in Ohms bestimmt. Das Produkt aus der im zweiten Stromkreise gemessenen Stromstärke und dem Widerstande des zweiten Stromkreises gab somit die Differenz der Potentialfunktion an den Abzweigungspunkten des ersten Stromkreises in Volts. Sei dieselbe gleich Δ. Es war ferner scharf der Widerstand von den Polen des im Eiskalorimeter befindlichen Elementes bis zu den Abzweigungsstellen des zweiten Stromkreises bestimmt. Sei derselbe gleich ϱ und sei σ die im ersten Stromkreise gemessene Stromstärke in Ampères.

Die chemisch in dem Elemente entwickelte Wärmemenge W ergiebt sich in folgender Weise. Die im Innern des Eiskalorimeters entwickelte Wärme C wird in bekannter Weise direkt beobachtet. Zu dieser ist hinzuzufügen die in dem ersten Stromkreise entwickelte Wärmemenge. Ist der Strom während t Sekunden geschlossen, so ist die in dem von den Polen bis zu den Verzweigungspunkten entwickelte Wärmemenge $0{,}2387\,\sigma^2 \varrho t$. Da Δ die Differenz der Potentialfunktion an den Enden des übrigen Teiles des Stromkreises ist, so ist die in diesem entwickelte Wärmemenge gleich $0{,}2387\,\sigma\,\Delta\,t$. Demnach ist

$$W = C + 0{,}2387\,\sigma\,t\,(\Delta + \sigma\varrho).$$

Im Falle die elektromotorische Kraft des untersuchten Elementes zu klein war, wurde in den ersten Stromkreis noch ein konstantes Element eingeschaltet, um in demselben den Strom zu verstärken und so den Versuch in kürzerer Zeit beenden zu können. Wie dann die Berechnung der Wärmemenge W zu führen ist erkennt man leicht, man mufs die vom Strom des zweiten Elementes nach dem Jouleschen Gesetze entwickelte Wärme in Abzug bringen[1]).

Die elektromotorische Kraft des Elementes wurde direkt bestimmt, indem der erste Stromkreis geöffnet und im zweiten Stromkreise die Stromstärke gemessen wurde, einmal ohne, ein zweites Mal nach Einschaltung eines bekannten Widerstandes.

Der Temperaturkoefficient $\frac{dE}{d\vartheta}$ der untersuchten Elemente wurde durch Messung der elektromotorischen Kraft nach der Fechnerschen Methode bestimmt, indem das zu untersuchende Element nach und nach auf verschiedene Temperaturen gebracht, und als zweites Element ein auf der Temperatur 0^0 gehaltenes Normalelement benutzt wurde.

Nach §. 128 zersetzt der Strom von der Stärke ein Ampère in der Sekunde 0,09322 mg Wasser; zur Zersetzung von 1 Molekül, 18 mg Wasser mufs derselbe 193,09 Sekunden geschlossen sein. Werden die Moleküle der in den Elementen aufgelösten Metalle nach Milligrammen gemessen, so mufs deshalb nach dem Faradayschen Gesetze zur Lösung eines Moleküles eines zweiwertigen Metalles oder dessen äquivalenter Menge eines andern Metalles das Produkt σt stets gleich 193,09 sein. Unsere

---

1) Man sehe die Abhandlung von *Jahn*, sowie auch dessen Abhandlung in Wiedem. Ann. Bd. XXV, worin derselbe neuerdings die Richtigkeit des Jouleschen Gesetzes für Flüssigkeiten nachgewiesen hat.

Digitized by Google

Gleichung für die Differenz zwischen der chemisch entwickelten und der in Strom umgesetzten Wärmemenge für ein Molekül aufgelösten positiven Metalles wird demnach

$$W_1 - W = 46{,}09\, \vartheta \frac{dE}{d\vartheta};$$

worin E die elektromotorische Kraft in Volts, somit

$$W_1 = 46{,}09\, E$$

ist. Da Jahn die Differenz $W_1 - W$ bei der Temperatur des schmelzenden Eises bestimmte, können wir noch $\vartheta = 273$ setzen, und erhalten

$$W_1 - W = 12580 \frac{dE}{d\vartheta}.$$

In dieser Weise erhielt Jahn z. B. für das Daniellsche Element im Mittel aus drei Versuchen $W = 50{,}110$ Wärmeeinheiten; für E fand er 1,0962 Volt; somit $W_1 = 50{,}525$

$$W_1 - W = 0{,}415; \qquad \frac{dE}{d\vartheta} = 0{,}000033.$$

Im Daniellschen Element wäre demnach die Stromwärme etwas gröſser als die chemisch entwickelte, die elektromotorische Kraft müſste für jeden Grad der Temperaturerhöhung um 0,000033 Volts zunehmen. In der That fand Gockel als Temperaturkoefficienten des Daniellschen Elementes 0,000034.

Für das Element Kupfer in Kupferacetat, Blei in Bleiacetat fand Jahn $E = 0{,}47643$ Volts, somit $W_1 = 21{,}96$; für W fand er 16,523. Demnach ist

$$W_1 - W = 5{,}437; \qquad \frac{dE}{d\vartheta} = 0{,}0004321.$$

Gockel hatte für den Temperaturkoefficienten gefunden 0,000385, aus welchem sich $W_1 - W = 4{,}844$ ergeben würde.

Jahn erhielt auſserdem für 6 weitere Elemente folgende Resultate:

Bezeichnung des Elementes	E	W_1	W	$\frac{dE}{d\vartheta}10^6$	$W_1 - W$ beob.	$W_1 - W$ ber.
$Ag, AgCl \mid Zn, ZnCl_2 + 100\, H_2O$	1,0306	47,506	52,17	— 409	— 4,66	— 5,148
$Ag, AgCl \mid Zn, ZnCl_2 + 50\, H_2O$	1,0171	46,896	49,082	— 210	— 2,186	— 2,644
$Ag, AgCl \mid Zn, ZnCl_2 + 25\, H_2O$	0,9740	44,908	47,147	— 202	— 2,239	— 2,54
$Ag, AgBr \mid Zn, ZnBr_2 + 25\, H_2O$	0,8409	38,772	39,936	— 106	— 1,164	— 1,334
$Ag, AgNO_3 \mid Pb(NO_3)_2, Pb$	0,932	42,98	50,87	— 632	— 7,95	— 7,89
$Ag, AgNO_3 \mid Cu(NO_3)_2, Cu$	0,458	21,12	30,04	— 708	— 8,92	— 8,92

Wie man sieht ist die Übereinstimmung zwischen Theorie und Beobachtung eine fast vollkommene.

Hiernach kann der Thomsonsche Satz nicht mehr aufrecht erhalten werden, es ist vielmehr das Verhältnis der Stromarbeit zu dem Arbeitswert der durch die chemischen Prozesse entwickelten Wärmemenge ab-

Digitized by Google

hängig von den einzelnen Prozessen, welche in den Elementen verlaufen, ja es ist selbst möglich, daſs ein und derselbe Prozeſs unter verschiedenen Umständen bei gleicher chemisch entwickelter Wärme einer verschiedenen elektromotorischen Kraft entspricht. So macht Braun darauf aufmerksam, daſs das Bunsensche Chromsäureelement eine gröſsere elektromotorische Kraft hat, als wenn man in demselben die Kohle durch Platin ersetzt; es ist nicht unmöglich, daſs infolge der bessern Leitungsfähigkeit des Platin die maſsgebende Temperatur T dort weniger hoch ist.

Eine Berechnung des Bruchteils der Wärmemenge, welche in Strom umgesetzt wird, ist noch nicht möglich und überhaupt mit groſsen Schwierigkeiten verknüpft, es bedarf noch weiterer Untersuchungen, um dahin zu gelangen.

Wird in dem galvanischen Strome keine andere Arbeit geleistet, so tritt die gesamte Arbeit wieder als Wärme auf, wird anderweitig Arbeit geleistet, so tritt die dem Wärmewert dieser Arbeit entsprechende Wärmemenge weniger auf. In dem Stromkreise kann zunächst durch die Elektrolyse Arbeit geleistet werden.

Wird demnach in den Stromkreis eine Zersetzungszelle eingeschaltet, so muſs die in dem gesamten Stromkreise entwickelte Wärmemenge um jene Wärmemenge kleiner sein, welche der zur Elektrolyse verwandten Wärmemenge gleich ist. Diese Folgerung hat Favre[1]) durch mehrere Versuche mit dem Quecksilberkalorimeter direkt bestätigt. In das Quecksilberkalorimeter Fig. 133 des 3. Bandes wurden mehrere Glasröhren O eingeführt, in fünf derselben durch Eingieſsen verdünnter Schwefelsäure und Einsenken von amalgamierten Zinkplatten und Platinplatten galvanische Elemente hergestellt, welche durch dicke Drähte zu einer Säule verbunden wurden. Der Strom wurde eine gewisse Zeit geschlossen gehalten und die durch denselben erzeugte Wärmemenge gemessen, dieselbe fand sich gleich 18 796 Wärmeeinheiten. Darauf wurde in ein sechstes Glasrohr verdünnte Säure eingegossen, zwei Platinplatten eingesenkt, der Strom durch die Säure geführt, und die entwickelten Gase aufgefangen. Die in dem Kalorimeter entwickelte Wärmemenge betrug jetzt 11 769 W. E. Aus der Menge des entwickelten Knallgases ergab sich die Verbindungswärme desselben zu 6892 W. E. Die Summe dieser und der im Kalorimeter entwickelten ist 18 661, also fast genau gleich der, welche durch den Strom entwickelt wurde, als er keine Arbeit leistete. Ganz entsprechende Resultate gaben andere Versuche, in denen Kupfervitriol zersetzt wurde.

Wir haben im §. 91 als einen Beweis dafür, daſs das Joulesche Gesetz der Erwärmung auch für Flüssigkeiten gilt, Versuche von Joule und Becquerel[2]) angeführt, nach welchen die in der Flüssigkeit entwickelte Wärme gleich der bei gleichem Widerstande in einem Metalldraht erzeugten weniger der zu den chemischen Prozessen verbrauchten sei. Wir haben damals auf diesen Paragraphen verwiesen. Nach der soeben dargelegten Theorie scheinen diese Versuche der Theorie zu widersprechen, indem der Wärmeverbrauch sich nicht nur an der Stelle zeigen muſs, an der die

1) *Favre*, Comptes Rendus T. XLVII. p. 599.

2) Man sehe auch die vorhin schon erwähnten Versuche von *Jahn*, Wiedem. Ann. Bd. XXV.

Digitized by Google

Zersetzung stattfindet, sondern im ganzen Stromkreise. Die Übereinstimmung der Versuche mit der Theorie hat indes Bosscha nachgewiesen[1]). In der Gleichung von Becquerel, welche wir S. 638 aufstellten,

$$W = w \,.\, r J^2 \,.\, t - N q$$

bedeutet r den Widerstand eines Metalldrahtes, durch dessen Einschaltung der Strom auf dieselbe Stärke reduziert wird, wie durch Einschaltung des flüssigen Leiters. Diese Gleichheit der Stromstärke ist aber nicht dadurch erreicht, dafs der Widerstand des Drahtes gleich dem der Flüssigkeit ist, sondern dadurch, dafs ein in dem Mafse längerer Draht eingeschaltet ist, als der Strom durch die in der Zersetzungszelle eintretende Polarisation geschwächt ist. Nennen wir in beiden Fällen die Stromstärke i, die elektromotorische Kraft des Stromes E, den Widerstand des Drahtes r, den des sonstigen Stromkreises R, so ist bei Einschaltung des Drahtes

$$i = \frac{E}{R + r} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1).$$

Ist der Widerstand der Zersetzungszelle f, die elektromotorische Kraft der Polarisation p, so ist ebenso

$$i = \frac{E - p}{R + f} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2).$$

Nehmen wir absolute Mafse und setzen $0{,}2387 = a$, so ist die in dem Drahte entwickelte Wärmemenge nach dem Jouleschen Gesetze in der Zeiteinheit

$$W = a \,.\, i^2 r,$$

die in der Zersetzungszelle entwickelte

$$W_1 = u \,.\, i^2 f.$$

Entwickeln wir f aus (1) und (2), so wird

$$f = r - \frac{p}{i}$$

$$W_1 = a \,.\, i^2 \,.\, r - u\, i\, p,$$

$$W - W_1 = i \,.\, a\, p$$

Es folgt somit, dafs der Betrag, um welchen die in der Flüssigkeitszelle entwickelte Wärmemenge kleiner sein mufs, als in einem Drahte, der an Stelle der Flüssigkeit eingeschaltet den gleichen Strom liefert, für die Stromstärke eins gleich derjenigen ist, welche der elektromotorischen Kraft der Polarisation entspricht, also gleich der Wärmemenge, welche in einem Stromkreise entwickelt würde, in welchem die Polarisation die Stromstärke eins erzeugen würde. Demnach ist auch $i a p$ diejenige Wärmemenge, welche durch die Stromstärke i in einem Stromkreise durch die elektromotorische Kraft der Polarisation erzeugt wird. Die elektromotorische Kraft der Polarisation ist aber, auch nach den letzten Sätzen, dem Arbeitswert der Wärme proportional, welche den durch die

1) *Bosscha*, Poggend. Ann. Bd. CI.

Digitized by Google

Einheit der Stromstärke bedingten chemischen Prozessen in der Zersetzungszelle entspricht[1]).

Aufser den Arbeiten, welche der Strom in dem Stromkreise selbst leistet, kann er auch solche aufserhalb des Stromkreises leisten. Betrachten wir von demselben noch in aller Kürze die Induktionswirkungen. Wird ein Strom in der Nähe eines geschlossenen Stromes hergestellt oder unterbrochen, so wird in dem geschlossenen Leiter ein Strom induziert, dessen Arbeitswert sofort aus der Wärme sich ergiebt, welche durch den induzierten Strom in der Induktionsspirale entwickelt wird. Genau um diese Wärmemenge mufs deshalb die in dem primären Strome entwickelte Wärme kleiner sein, wenn ein Strom induziert wird, als wenn der Strom ohne Induktionswirkung verläuft.

Diesen Schlufs hat Edlund[2]) durch eine ausgedehnte Versuchsreihe bestätigt, er beobachtete die Wärmeentwickelung in einer induzierenden Spirale, wenn der Strom durch ein Blitzrad, welches mit konstanter Geschwindigkeit eine Zeitlang hindurch gedreht wurde, in rascher Folge häufig geschlossen und unterbrochen wurde, einmal wenn die zur induzierenden Spirale gehörende Induktionsspirale in sich geschlossen und dann wenn sie geöffnet war. Die entwickelte Wärmemenge wurde aus der Temperaturerhöhung eines in den Stromkreis eingeschalteten Platindrahtes abgeleitet, welche durch ein an den Platindraht angelegtes Thermoelement bestimmt wurde. Bei gleicher Stromstärke fanden sich die Erwärmungen bei geschlossener Spirale kleiner als bei geöffneter, wie folgende kleine Tabelle, welche die Resultate einer Versuchsreihe darstellt, zeigt.

	Wärmeentwickelung bei offener Induktionsspirale	Wärmeentwickelung bei geschlossener Induktionsspirale
	190,1	180,0
	193,6	185,2
	184,8	171,1
	188,6	176,5
	187,1	173,5
Mittel	188,84	177,26.

Die Differenz beträgt 11,58. Damit wurde nun die Erwärmung der Induktionsspirale verglichen, dieselbe fand sich in denselben Einheiten gleich 12,66. Bei einer zweiten Versuchsreihe waren die Zahlen respektive 12,36 und 13,21, und bei einem dritten Versuche 9,63 und 9,52. In jedem Falle fand sich also die in der induzierten Spirale entwickelte Wärmemenge dem Verlust an Wärme in der induzierenden Spirale an Gröfse fast genau gleich, so dafs also der in der Induktionsspirale geleisteten Arbeit ein an Gröfse genau gleicher Verlust in der induzierenden Spirale entspricht.

Wie wir sahen kann in einem geschlossenen Leiter auch dadurch ein Strom induziert werden, dafs man ihn in der Nähe eines konstanten Stromes bewegt. Diese Bewegung ist eine äufsere Arbeit, welche man

1) Weiteres über die mechanische Theorie der Elektrolyse sehe man *Bosscha*, Poggend. Ann. Bd. CI, CIII, CV, CVIII.

2) *Edlund*, Poggend. Ann. Bd. CXXIII.

Digitized by Google

leistet, indem den elektrodynamischen Wirkungen, welche der geschlossene Strom auf den induzierten Strom ausübt, entgegen der Leiter bewegt wird. Vergleicht man also bei dieser Art der Induktion die in der Induktionsspirale entwickelte Wärmemenge mit jener in der induzierenden, so mufs sich entsprechend der aufgewandten äufsern Arbeit ein Gewinn an Wärme zeigen, es mufs also die in der Induktionsspirale entwickelte Wärmemenge gröfser sein als der in der induzierenden Spirale eintretende Verlust. Auch diesen Schlufs hat Edlund experimentell geprüft. Als induzierender Strom wurde eine Spirale benutzt, welche auf einem kreisförmigen Rahmen aufgerollt war, ähnlich wie die feste Rolle eines Weberschen Elektrodynamometers. In dem festen Rahmen befand sich konzentrisch mit dem erstern ein etwas kleinerer mit Draht bewickelter Rahmen, der um eine in der Ebene des Kreises liegende Axe in rasche Rotation versetzt werden konnte. Die Enden des Drahtes der beweglichen Rolle waren an zwei von einander isolierte Stücke der Axe befestigt, so dafs ein in der beweglichen Rolle induzierter Strom durch auf der Axe schleifende Federn gerade wie bei den Magnetinduktionsapparaten fortgeführt werden konnte. Wird die feste Rolle von einem Strome durchflossen, so würde die ebenfalls von einem Strome durchflossene bewegliche Rolle sich so stellen, dafs ihre Ebene jener der festen Rolle und die Ströme einander parallel und gleichgerichtet wären. Wird deshalb die drehbare Rolle aus der parallelen Stellung so gedreht, dafs ihre Ebene zu der der festen Rolle senkrecht steht, so wird in ihr ein dem induzierenden gleichgerichteter, wird sie aus der senkrechten in die parallele Stellung gedreht, so wird ein dem induzierenden entgegengesetzter Strom erregt. Die Wärmeentwickelung wurde von Edlund in der vorhin angegebenen Weise beobachtet, bei dem geschlossenen Strom, wenn die drehbare Rolle nicht gedreht und wenn sie gedreht wurde, und bei dem Induktionsstrome. Folgende Tabelle enthält die Resultate einer Versuchsreihe, bei welcher die feste Rolle stets von demselben Strome durchflossen wurde. Die für die Wärmeentwickelung im Induktionsstrom angegebenen Zahlen sind nach der Angabe Edlunds mit 0,26 zu multiplizieren, um sie mit den andern vergleichbar zu machen.

	Wärmeentwickelung im	
Induktionsstrome	Hauptstrome	
	ohne Induktion	mit Induktion
48,0	166,0	163,0
47,0	169,0	161,0
50,0	167,0	160,0
51,0	164,0	171,0
49,0	162,0	164,0
51,0	171,0	168,0
49,0	166,0	172,0
—	168,0	176,0
Mittel 49,3	166,6	166,9.

Wie man sieht ist die im Hauptstrom entwickelte Wärmemenge dieselbe bei der Induktion und ohne Induktion. Dasselbe Resultat gaben die übrigen Reihen.

Digitized by Google

Es ergiebt sich hiernach, daſs in diesem Falle die Induktion nicht als eine Arbeit des Hauptstromes aufzufassen ist, daſs sie vielmehr als das Resultat der äuſsern geleisteten Arbeit erscheint. Den innern Grund in dem verschiedenen Verhalten erkennt man leicht, er liegt eben in der Rückwirkung des Induktionsstromes auf den Hauptstrom. Gehen wir in dem zuletzt besprochenen Falle von der Parallelstellung der beiden Scheiben aus, so hat auf der ersten Hälfte der Bahn der induzierte Strom dieselbe, auf der zweiten die entgegengesetzte Richtung, die Ströme verlaufen im übrigen ganz gleich; wenn deshalb der eine den Hauptstrom schwächt, muſs der andere ihn verstärken, und da die Schwächung genau so lange dauert als die Verstärkung, muſs sogar die Wärmewirkung, welche in jedem Momente dem Quadrate der Stromstärke proportional ist, etwas gröſser sein als ohne Induktion. In dem ersten Falle überwiegt dagegen die Schwächung, welche der verschwindende Induktionsstrom bewirkt, die Verstärkung durch den entstehenden, wie Edlund im einzelnen nachgewiesen hat[1]).

Es genüge an der Betrachtung dieser einzelnen Fälle, welche wir ohne Überschreitung der hier zulässigen Grenzen nicht vermehren können, um den Beweis zu liefern, daſs auch in den elektrischen Erscheinungen das Princip von der Erhaltung der Kraft als das alle Naturerscheinungen beherrschende sich bewährt[2]).

1) Man sehe *Edlund*, Poggend. Ann. Bd. CXXIII.

2) Ebenso würde es sachlich wie räumlich die hier zulässigen Grenzen weit überschreiten, wollten wir auf die neuerdings gemachten Versuche zu einer Theorie der elektrischen Erscheinungen oder einer Erklärung des Wesens der Elektricität zu gelangen, eingehen, so interessant auch besonders die Theorie von Maxwell, auf welche wir schon bei Besprechung der Influenz hinwiesen, ist, welche die elektrischen Erscheinungen ohne Annahme einer Fernewirkung ableitet. Wir verweisen deshalb auf die kurze Darlegung dieser Theorieen von *Wiedemann* im IV. Bande seiner Elektricitätslehre, theoretisches Schluſskapitel, und auf die betreffenden Originalabhandlungen, wie *Maxwells* Treatise on Electricity and Magnetism, *Hankel*, Poggend. Ann. Bd. CXXVI. Bd. CXXXI. *Edlund*, Théorie des phénomènes électriques. Aus den Abhandlungen der Königl. Schwedischen Akademie der Wissenschaften Bd XII.

Digitized by Google

Sachregister.

Die Bandzahl ist mit römischen, die Seitenzahl mit arabischen Ziffern angegeben.

A.

Abbildung leuchtender Punkte durch kugelförmige brechende Flächen II. 219; durch Prismen II. 95.
Aberration des Lichtes II. 8.
— sphärische, bei Spiegeln II. 78.
— sphärische, bei Linsen II. 254.
Ablenkung des Lichtes in Prismen II. 89.
— doppelsinnige, der Galvanometernadel IV. 1057.
— freiwillige, der Galvanometernadel IV. 914.
Absorptiometer I. 500.
Absorption der Gase durch feste Körper I. 494; bei der Elektrolyse IV. 713.
— der Gase durch Flüssigkeiten I. 498.
— des Lichtes in festen und flüssigen Körpern II. 267; in Gasen II. 275; in farbigen Flammen II. 278; der chemisch wirksamen Strahlen II. 351; der fluorescierenden Strahlen II. 323.
— des Lichtes. Theorie nach Helmholtz II. 308; von Wrede II. 436.
— der Wärme III. 190 ff. 205 ff. 254.
Absorptionskoefficient der Gase I. 499.
— des Lichtes II. 129. 270. 310.
Absorptionsgesetz für Licht II. 269; für Wärme III. 194.
Absorptionsvermögen für Licht II. 269; für Wärme III. 256.
— Beziehung zum Emissionsvermögen für Licht II. 280. 311; für Wärme III. 261.
Abstossung, elektrische IV. 166. 186.
— magnetische IV. 44.
Abweichung, monochromatische u. chromatische, des Auges II. 366.
— der Magnetnadel IV. 128. 131.
Accommodation II. 364.
Accorde, einfache I. 702; mehrfache I. 703.
Accumulatoren IV. 778.
Achromasie II. 213.
Achromatische Linsen II. 257.
— Prismen II. 214.
Adhäsion fester Körper I. 251.
— flüssiger Körper an festen I. 304. 312.
Adiabatisch III. 423.
Adiatherman III. 190.
Äquivalent, elektrolytisches IV. 706.
— elektrochemisches des Wassers IV. 920.
— endosmotisches I. 367.
— kalorisches III. 820.
— mechanisches, der Wärme III. 387. 392. 397. 403. 481.
Aggregatzustände I. 193; ihre Veränderung III. 606. 644.
Agone IV. 154.
Akline IV. 154.
Aktinoelektricität IV. 181.
Alkoholometer I. 302.
Allotropie I. 189.
Amalgam, Kienmaiersches IV. 168.
Ampère (Strommafs) IV. 922.
Ampèresches Gestell IV. 800.
Ampèresche Regel der Nadelablenkung durch den Strom IV. 799.
Amplitude der Pendelbewegung I. 115. Korrektion wegen derselben I. 123.
— schwingender Bewegungen I. 560.
Anelektrisch IV. 167.
Aneroidbarometer I. 413.
Anion IV. 696.
Anker, magnetischer IV. 59; Siemensscher an magnetoelektrischen Maschinen IV. 1102.
Anode IV. 696.
Anomale Dispersion II. 106. 169. Theorie derselben II. 120 ff.
Ansammlungsapparat, elektrischer IV. 363.
Antrieb der Kraft I. 73.
Anziehung, allgemeine, der Massen I. 148. 152.
— der Masseneinheiten I. 176.
— elektrische IV. 169. 189.
— magnetische IV. 40. 59. 969.
— zweier Ströme IV. 803.
Aplanatisch II. 255.
Araeometer, Nicholsonsches I. 295.
— für Flüssigkeiten I. 301.

Digitized by Google

Arbeit der Kraft I. 73.
— Princip der Erhaltung derselben I. 74.
— Umsetzung in Wärme III. 403.
— innere III. 408; bei Gasen III. 524; äussere III. 408; Trennung der innern u. äussern bei Gasen III. 504; bei festen und flüssigen Körpern III. 554.
Arbeit des elektrischen Stromes IV. 1161.
Armatur, magnetische IV. 58.
Astatisch IV. 912.
Atmosphäre I. 399.
— Druck einer I. 417. 555.
Atom I. 183; atomistische Theorie I. 183. 190.
Atomgewicht I. 192; Beziehung zur specifischen Wärme III. 576; bei den Gasen III. 597.
Atomwärme III. 577.
Auflösung I. 350.
Auftrieb I. 279. 292.
Auge, das menschliche II. 353; Gang der Lichtstrahlen in demselben II. 356.
Aureole des Induktionsfunkens IV. 1120.
Ausbreitung von Flüssigkeiten auf festen Körpern I. 349; auf flüssigen I. 355.
Ausdehnung, isotroper, fester Körper III. 24; der Krystalle III. 42; des Quecksilbers III. 54; des Wassers III. 71; anderer Flüssigkeiten III. 82; der Gase III. 87; kubische, fester Körper III. 85; elektrische IV. 334; durch den galvanischen Strom IV. 653.
Ausdehnungskoefficient III. 24 ff.; der Gase bei konstantem Volumen und konstantem Druck III. 100. 104 ff.
Ausfluss der Flüssigkeiten I. 370; durch kapillare Röhren I. 382.
Ausflussmenge der Flüssigkeiten I. 375.
Ausflusswinkel des Lichtes II. 38; der Wärme III. 238.
Auslader, allgemeiner elektrischer IV. 384.
Ausserordentlicher Strahl II. 483. 569. 573.
Ausströmen der Gase I. 504.
— durch kapillare Röhren I. 517.
Axe, freie I. 143.
— magnetische IV. 64; der Erde IV. 160.
— sphärischer brechender Flächen II. 219. 226; der Linsen II. 238; der Spiegel II. 63.
— optische, in einaxigen Krystallen II. 581.
— optische, in zweiaxigen Krystallen II. 605. 610. 615.
— sekundäre, in zweiaxigen Krystallen II. 605 615.
— thermische, der Ausdehnung in Krystallen III. 46.
Axenwinkel optisch zweiaxiger Krystalle II. 615.
— Messung desselben II. 665.

B.

Barometer I. 402; Gang desselben I. 414.
Bäuche an Wasserstrahlen I. 393.
Batterie, elektrische IV. 371.
— galvanische IV. 493.
Beschleunigung I. 49. 555; beim freien Fall I. 58. 124. 132. 154. 163.
Beugung der Wellen II. 440.
Beugung des Lichtes II. 440. 444. 450 ff.
— der strahlenden Wärme III. 224.
Beugungserscheinungen, Fresnelsche II. 444; Fraunhofersche II. 450; durch eine Oeffnung II. 453; durch mehrere Oeffnungen II. 459; bei durchsichtigen Schirmen II. 469.
Beugungsspektra des Lichtes II. 467; der Wärme nach Langley III. 226.
Bewegung I. 47; gleichförmige I. 47; ungleichförmige I. 48. 75; gleichmässig beschleunigte I. 48. 56. 67; geworfener Körper I. 69; durch Kapillarität I. 347.
Bewegung, drehende I. 76.
— schwingende I. 559.
— Einfluss derselben auf die Tonhöhe I. 829.
Bewegungsgrösse I. 72.
Bifilare Aufhängung I. 520.
Bifilarmagnetometer IV. 147.
Bilder in ebenen Spiegeln II. 49; in Konvexspiegeln II. 77; in Hohlspiegeln II. 73.
— durch Brechung des Lichts in kugelförmigen Flächen II. 224. 226 ff.
— durch Brechung in Linsen II. 237 ff.
— elektrische IV. 260.
Bildpunkte in Kugelspiegeln II. 69.
Blasinstrumente I. 769.
Brechung des Lichtes II. 81; durch Prismen II. 89; durch krumme Flächen II. 217; in einem System zweier kugelförmiger Flächen II. 226; in einem centrirten System beliebig vieler Kugelflächen II. 250.
— des polarisierten Lichtes II. 507.
— des Lichtes, doppelte II. 567 ff.
— des Schalles I. 817.
— der Wärmestrahlen III. 173 ff.
— der Wellen I. 615.
Brechungsexponent II. 84; absoluter II. 85; Bestimmung desselben II. 149; Abhängigkeit vom Einfallswinkel II. 132. 551; von der Körperdichte II. 176; von Mischungen und Lösungen II. 183; der Gase II. 189; Bestimmung desselben durch totale Reflexion II. 204.
— der Wärmestrahlen III. 176. 184; Abhängigkeit von der Wellenlänge III. 187.
Brechungsgesetz I. 617; II. 84; Ableitung desselben aus der Undulations-

Digitized by Google

theorie nach Cauchy II. 113; nach Helmholtz II. 119, 123, 132; aus der Emissionshypothese II. 136; Vergleichung beider Theorien II. 139.
Brechungsvermögen, specifisches II. 138. 177.
Brennfläche II. 68.
Brennlinie II. 64.
Brennpunkt von Spiegeln II. 71.
— von kugelförmigen brechenden Flächen II. 220.
Brennpunkte von Linsen II. 238.
Brennspiegel III. 151.
Brennweite II. 238.
Brücke, Wheatstonesche IV. 538. 564. 565
Büschel, elektrische IV. 437.
Büschellicht, positives IV. 1124.

C.

Die hier unter C fehlenden Artikel stehen nun unter K.

Camera obscura II. 388.
Centrifugalkraft I. 140.
Centrifugalmaschine I. 142.
Centripetalkraft I. 140.
Chemische Wirkungen des Lichtes II. 341.
— Wirkungen des galvanischen Stromes IV. 695 ff.
— Wirkungen der Reibungselektricität IV. 734.
Cirkularpolarisation bei totaler Reflexion II. 522.
— im Bergkrystall II. 680.
— in Flüssigkeiten II. 686 ff.
Contractio venae I. 378.
— Coulomb (Elektricitätsmafs) IV. 1142.
Cylinder, elektrodynamischer IV. 878.

D.

Daguerreotyp II. 344.
Dämpfung der Schwingungen der Magnete IV. 1077; aperiodische IV. 1084; Anwendung bei Galvanometern IV. 1083 ff.
Dampf III. 644; Dichtigkeit III. 738; Dichtigkeit gesättigter Dämpfe III 748.
— Eigenschaften desselben III. 657.
— Spannkraft desselben III. 661.
— Messung der Spannkraft III. 666.
— Beziehung zwischen der Spannkraft und der Temperatur III. 682. 794.
— specifische Wärme desselben III. 729; gesättigter Dämpfe III. 734.
Dampfelektrisiermaschine IV. 850.
Dampfmaschine III. 406.
Daniellsches Element IV. 499.
Dauer der Lichtwirkung im Auge II. 373.
Deklination der Magnetnadel IV. 128. 131. 161.
Deklinationsbussole von Gambey IV. 132.
Dekrement, logarithmisches I. 255.
Diamagnetismus IV. 977 ff.; Abhängigkeit von der magnetisierenden Kraft IV. 992.
Diamagnetische Polarität IV. 985.
Diamagnetometer IV. 987.
Diaphragmenströme IV. 785.
Diatherman III. 190.
Diathermansie III. 190.
Dichtigkeit I. 112.
— der Dämpfe III. 738; der gesättigten Dämpfe III. 748; nach der mechanischen Wärmetheorie III. 753.
— elektrische IV. 225.
— fester Körper I. 294. I. 473. III. 146.
— flüssiger Körper I. 298. III 147.
Dichtigkeit der Gase III. 148.
— der Erde I. 165. 171. 173.
Dichtigkeitsbestimmung III. 122.
Dichtigkeitsmaximum fester Körper III. 38. 63.
— des Wassers III. 74.
Dielektrikum IV. 286; Leitung in denselben IV. 319.
Dielektricitätskonstante IV. 292; ihre Messung durch Kapacitätsbestimmungen IV. 295; durch Anziehung einer dielektrischen Kugel IV. 300; durch Messung der Anziehung zweier Kondensatorplatten im Dielektricum IV. 305; Werte derselben IV. 311; der Gase, Messung derselben IV. 312; Beziehung zum optischen Brechungsexponenten IV. 295.
Differentialgalvanometer IV. 562.
Differentialthermometer III. 153.
Differenzen, elektrische IV. 443. 451.
Diffraktion. Siehe Beugung.
Diffusion der Flüssigkeiten I. 357.
— der Gase I. 526; Theorie I. 530.
— des Lichtes II. 266.
— der Wärmestrahlen III. 217.
Dimensionen der abgeleiteten Mafse I. 548 ff.
Direktionskraft von Magneten IV. 68. 70.
Disgregation III. 567.
Disjunktor, Dovescher IV. 1023.
Dispersion des Lichtes II. 98; anomale II. 206; partielle II. 210; totale II. 210.
— Theorie derselben von Cauchy II. 114, von Christoffel II. 117, von Briot II. 119; von v. Helmholtz II. 121. 123.
— der Wärmestrahlen III. 177. 182.
Dispersionstheorie, Prüfung derselben II. 156 ff.; bei anomaler Dispersion II. 162.
— Ausdehnung derselben auf die Wärmestrahlen III 183 ff.
Dissonanz I. 702; Theorie derselben I. 845.

Digitized by Google

Doppelbrechung des Lichtes II. 482. 567. physikalische Erklärung derselben II. 583; in zweiaxigen Krystallen II. 604; in gepressten und gekühlten Gläsern II. 668.
— der Wärme III. 227 ff.
Doppelstrich IV. 55.
Drehung der Polarisationsebene durch Reflexion II. 512; durch Brechung II. 514; im Quarz II. 672; Abhängigkeit von der Wellenlänge II. 673; in verschiedenen Krystallen II. 686; Theorie derselben von Reusch u. Sohnke II. 685. in Flüssigkeiten II. 687; durch Magnetismus IV. 1006 ff.; durch den elektrischen Strom IV. 1015.
Drehungskonstante des Zuckers II. 693.
Drehungsmoment I. 78. 551.
— reduziertes, zweier Kreisströme IV. 835; zweier Magnete IV. 105.
Drehungsvermögen, molekulares II. 689.
Drehwage I. 166. IV. 65.
Dreiklang I. 703.
Druck, hydrostatischer I. 276.
— hydraulischer I. 375.
— strömender Gase I. 519.
— gleichmässige Fortpflanzung in Flüssigkeiten I. 261.
Durdreiklang I. 704.
Dynamoelektrische Maschine IV. 1103; Theorie derselben IV. 1106.

E.

Ebbe I. 176.
Ebene, schiefe I. 64.
Echo I. 815.
Ei, elektrisches IV. 438. 1135.
Einaxige Krystalle II. 580.
Einfallsebene I. 614. II. 48.
Einfallslot I. 614. II. 38.
Einfallswinkel I. 614. II. 38.
Eisen, passives IV. 649.
Eisenviolinc I. 740.
Eiskalorimeter von Lavoisier und Laplace III. 452; von Bunsen III. 454.
Elasticität I. 195; durch Biegung I. 228; durch Torsion I. 216; durch Zug I. 196.
— der Flüssigkeiten I. 264. 273.
Elasticitätskoefficient I. 199. 553.
Elasticitätsgrenze I. 241.
Elasticitätsfläche einaxiger Krystalle II. 587.
Elasticitätsfläche zweiaxiger Krystalle II. 606.
Elastische Nachwirkung I. 233.
Elektricität IV. 165; positive und negative IV. 167; Erkennung derselben IV. 168; Erregung derselben durch Reibung IV. 175; durch Schaben und Feilen IV, 178; durch Druck IV. 179; durch Wärme IV. 179. 618; durch chemische Prozesse IV. 182. 796; durch Kontakt IV. 181. 443 ff.; durch Influenz IV. 207; durch Kontakt zweier Metalle IV. 441 ff.; durch Kontakt von Metallen und Flüssigkeiten IV. 461; durch Kontakt zweier Flüssigkeiten IV. 479; durch Kontakt von Metallen und Gasen IV. 483.
Elektricität, Dichtigkeit derselben IV. 225.
— Entladung derselben IV. 374; Dauer der Entladung IV. 388; Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Entladung IV. 401; oscillierende Entladung IV. 396; Wärmewirkung der Entladung IV. 417; mechanische Wirkung derselben IV. 431; Lichtwirkung derselben IV. 434; chemische Wirkungen IV. 438. 734; physiologische Wirkungen IV. 439; elektrische Wirkungen IV. 439. 1045; magnetische Wirkungen IV. 439. 975.
— Gesetze der Anziehung und Abstofsung IV. 185.
— Leitung und Mitteilung IV. 171.
— Mafs derselben IV. 182.
— Sitz derselben IV. 221.
— Verteilung auf Leitern IV. 227; auf der Kugel IV. 230; Ellipsoid IV. 230; kreisförmiger Platte IV. 232; mehreren mit einander verbundenen Leitern IV. 240.
— auf getrennten Leitern IV. 257.
— auf parallelen leitenden Flächen IV. 245.
— auf zwei konzentrischen Kugeln IV. 276.
— auf zwei parallelen Ebenen IV. 248.
— auf zwei konzentrischen Cylindern IV. 253.
— in mit Hohlräumen versehenen Leitern IV. 255.
— Zerstreuung derselben IV. 197.
Elektricitätsmenge, Messung in der Torsionswage IV. 193.
Elektrisiermaschine IV. 346.
Elektrisierungskonstante IV. 293.
Elektrische Verteilung oder Influenz IV. 207.
— in nichtleitenden Körpern IV. 285.
— in nichtleitenden Flüssigkeiten IV. 320.
— in nichtleitenden festen Körpern IV. 332.
Elektrisches Grundgesetz Webers IV. 844. Einwürfe gegen dasselbe IV. 851.
Elektrode IV. 696.
Elektrodynamik IV. 799.
Elektrodynamisches Grundgesetz IV. 809; Bestimmung der Konstanten desselben IV. 813 ff.; Webers Prüfung desselben IV. 831.

Digitized by Google

Elektrodynamometer IV. 836.
Elektrolyse IV. 695; binärer Verbindungen IV. 695; von Lösungen IV. 698; der Sauerstoffsalze IV. 699 ff.; zusammengesetzter Verbindungen IV. 717; von Lösungsgemischen IV. 731.
— sekundäre Wirkungen bei derselben IV. 710.
— des Wassers IV. 711.
— Theorie derselben IV. 737.
— mechanische Theorie derselben IV. 1174.
Elektrolyt IV. 696.
Elektrolytisches Gesetz IV. 705.
Elektromagnetismus IV. 880.
Elektromagnete IV. 925; Anziehung und Tragkraft derselben IV. 969.
Elektromagnetische Rotationen IV. 891 896.
Elektrometer von Hankel IV. 284.
— von Kohlrausch IV. 269. 272.
— von W. Thomson IV. 276 ff. 310.
Elektromotorische Kraft IV. 445.
— der Elemente IV. 608 ff.
— ihre Bestimmung IV. 597.
— der Gassäulen IV. 613.
— der Thermoketten IV. 631.
— absolute Mafse derselben IV. 1139; elektromagnetisches IV. 1140; elektrodynamisches IV. 1151; mechanisches IV. 1153.
Elektromotorisches Gesetz IV. 477. 607.
Elektrooptische Erscheinungen IV. 339.
Elektrophor IV. 334.
Elektrophormaschine oder Influenzmaschine IV. 359.
Elektroskop IV. 166; Behrenssches IV. 170.
Elemente, galvanische IV. 493.
— — konstante IV. 498.
Emission des Lichtes II. 284; Abhängigkeit von der Dicke und Dichte der strahlenden Schicht II 291; von der Temperatur II. 300; Verhältnis zur Absorption II. 280.
— der Wärme III. 237; Verhältnis zur Absorption III. 261.
— Abhängigkeit von der Temperatur III. 245; 350 ff.
Emissionsgesetz für Wärme von Stefan III. 249. 361.
Emissionshypothese des Lichtes II. 39.
Emissionsvermögen für Licht II. 280.
Emissionsvermögen für Wärme III. 239.
— absoluter Wert desselben III. 364.
— Beziehung zum Absorptionsvermögen III. 261.
Endosmose I. 365.
— elektrische IV. 724.
Entladung der Elektricität. Siehe Elektricität.
Energie eines Körpers III. 408.
— elektrische IV. 235.
Erde, Dichtigkeit derselben I. 170.
— Magnetismus derselben IV. 128.
— Variationen des Magnetismus IV. 160.
— magnetisches Moment derselben IV. 160.
— magnetischer Zustand derselben IV. 152.
Erdinduktor IV. 1053.
Erdstrom IV. 864.
Erhaltung der Kraft, Princip der I. 74. III. 381.
Erhaltung der Pendelebene I. 146.
— der Rotationsebene I. 142.
Erkalten III. 351.
Erkaltungsgeschwindigkeit III. 246. 351.
Erkaltungsgesetze III. 353 ff.
Erkaltungsmethode zur Bestimmung der specifischen Wärmen III. 459.
Erstarren III. 607.
Erstarrungstemperatur III. 607.
Extraordinärer Strahl II. 483. 569. 573.
Extrastrom IV. 1039.

F.

Fall der Körper I. 58.
Fallmaschine I. 52.
Farad (Mafs der elektrischen Kapacität) IV. 1142.
Farben II. 98; komplementäre II. 105. 373.
— der Körper II. 266.
— dünner Blättchen II. 407.
— dünner Blättchen von einaxigen Krystallen II. 644; von zweiaxigen Krystallen II. 656.
— dicker Platten II. 423.
Farbenkurven in senkrecht zur Axe geschnittenen einaxigen Krystallen II. 633; in parallel der Axe geschnittenen einaxigen Krystallen II. 646; in gekreuzten Platten II. 650; in Quarzplatten II. 670. 679.
— in zweiaxigen Krystallen II. 658; in geprefsten oder gekühlten Gläsern II. 668.
Farbenmischung II. 373.
Farbenringe, Newtonsche II. 407.
— Newtonsche im durchgelassenen Licht II. 411. 420.
— Newtonsche im polarisierten Licht II. 465.
— in einaxigen Krystallen II. 633.
Fernewirkung I. 153.
— elektrische, Faraday-Maxwellsche Theorie derselben IV. 341.
Fernpunkt II. 365.
Fernrohr II. 384; astronomisches II. 385; terrestrisches II. 386; Galileisches II. 386; katoptrisches II. 387.

Digitized by Google

Fernsichtigkeit II. 366.
Festigkeit I. 244.
Feuchtigkeit, wässerige, des Auges II. 354.
Flammen zur Analyse des Klanges I. 725.
Flasche, Leydener IV. 370.
Fluorescenz II. 314.
— Versuche einer Theorie derselben II. 329.
Fluorescenzlicht, Spectrum desselben II. 322.
Flüssigkeit I. 194. 260.
Flüssigkeiten, Bestimmung ihrer Ausdehnungskoefficienten III. 54 ff.
Flut I. 176.
Fortpflanzung des Druckes in Flüssigkeiten I. 261.
— des Lichtes II. 4.
— des Schalles I. 784.
— der Wärme durch Strahlung III. 155; durch Leitung III. 275.
— der Wellen in Punktreihen I. 564.
— der Wellen in Punktsystemen I. 600. 604. 609.
Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes II. 8. 15. 18.
— des Schalles I. 785. 795. 804. 810. 813.
— der Wellenbewegung I. 576.
— der Elektricität im Entladungsstrom IV. 401.
Fundamentalversuche, Voltasche IV. 443 ff.
Funke, elektrischer IV. 453.
— beim Öffnen der Ketten IV. 683.
— bei Induktionsströmen IV. 1118 ff.
Funkenmikrometer IV. 377.
Fufs I. 11.

G.

Galvanismus, Entdeckung desselben IV. 441.
— Theorieen desselben IV. 790 ff.
Galvanometer IV. 901. 912.
Gase, Beschaffenheit I. 194. 397.
— Kondensation zu Flüssigkeiten I. 492. III. 773. 777.
— dynamische Theorie derselben I. 439.
— Gröfse der Moleküle I. 535.
— Kritische Temperatur III. 777.
— Wegelängen der Moleküle I. 441.
— — absolute Werte derselben I. 535.
— Zustandsgleichung derselben III. 103.
Gassäule, elektrische IV. 484.
Gefälle der Elektricität IV. 513.
Gefässbarometer I. 406.
Gefrierpunkt III. 607.
Geräusch I. 695.
Geschwindigkeit I. 47. 549; virtuelle I. 82.
Gesetze, physikalische I. 5; Ableitung aus Messungen I. 9.
Gesichtsempfindung II. 370.
Gesichtsfeld II. 355.
Gesichtswahrnehmung II. 374.
Gesichtswinkel II. 375.
Gewicht I. 12. 544. 548. 550.
— specifisches I. 112; Bestimmung desselben I. 294. 298. III. 144.
Gewicht, specifisches, fester und flüssiger Körper III. 146; der Gase und der Luft III. 148.
Gewichtsthermometer III. 15.
Gitter zur Beugung des Lichtes II. 467.
Gitterspektrum II. 468.
Glaskörper im Auge II. 354.
Gleichgewicht eines Punktes I. 68.
— eines Systems I. 90.
— einer Flüssigkeit unter Wirkung beliebiger Kräfte I. 286.
— schwimmender Körper I. 293.
— indifferentes, labiles, stabiles I. 95.
Gleichgewichtsfiguren von Flüssigkeiten I. 352.
Glimmlicht, negatives in Geisslerschen Röhren IV. 1123. 1130.
Glocken I. 652. 740.
Glühen, elektrisches IV. 433.
— galvanisches, von Drähten IV. 677.
— galvanisches, der Kohlenspitzen IV. 686 ff.
Goldblattelektroskop IV. 166.
Gramm I. 12.
Grenze der Hörbarkeit I. 720.
Grenzwinkel der totalen Reflexion II. 201. 517.

H.

Hahn, Babinetscher I. 480.
— Grassmannscher I. 482.
Halblinsen von Billet II. 406.
Halbleiter der Elektricität IV. 173.
Halbschatten II. 5.
Halbschattenapparate (Saccharimeter) II. 698.
Hammer, Wagnerscher IV. 1021.
Härte I. 245.
Hauchbilder I. 495.
Hauptbrennpunkte II. 220.
Hauptbrennweiten II. 220; von Linsen II. 241.
Hauptebene II. 230.
Hauptgleichung, erste der mechanischen Wärmetheorie III. 407.
— zweite der mechanischen Wärmetheorie III. 427.
Hauptlagen, magnetische IV. 102. 104.
Hauptpunkte II. 230.
Hauptsatz, erster, der mechanischen Wärmetheorie III. 407.
— zweiter, der mechanischen Wärmetheorie III. 413.
Hauptschnitt bei Krystallen II. 482. 567.
Hebel I. 78.
Hebelarm I. 80.
Heberbarometer I. 410.

Digitized by Google

Heliostat II. 54.
Heliotrop II. 56.
Höhenmessung, barometrische I. 461.
Hohlspiegel II. 73.
Hörbarkeit, Grenze der I. 720.
Horopter II. 377.
Huyghenssche Konstruktion des doppelt gebrochenen Lichtes II. 570; Vergleich derselben mit der Erfahrung II 575.
Huyghenssches Princip I. 604.
Hydraulische Presse I. 284.
Hygrometer von Daniell III. 768.
— von Regnault III. 769.

I.

Identische Netzhautpunkte II. 377.
Idioelektrisch IV. 167.
Indifferenzzone, magnetische IV. 41.
Induktion, elektrische IV. 1020.
— in linearen Leitern IV. 1021.
— in körperlichen Leitern IV. 1076.
— magnetelektrische IV. 1025.
— durch den Erdmagnetismus IV. 1051.
— durch Reibungselektricität IV. 1045.
— unipolare IV. 1047.
— Theorie derselben von Neumann IV. 1057.
— Theorie derselben von Weber IV. 1063.
— photochemische II. 346.
Induktionsapparate, magnetelektrische IV. 1096.
— elektromagnetische IV. 1112.
Induktionsgesetz, von Lenz IV. 1024.
Induktionsinklinatorium IV. 1053.
Induktionsströme, ihre Dauer IV. 1090.
— ihre Gesetze IV. 1024. 1027.
— höherer Ordnung IV. 1055.
Induktionsvermögen, specifisches IV. 287 ff.
Influenz, elektrische IV. 207; auf Nichtleitern IV. 285. 319; Theorie derselben IV. 215; von Faraday IV. 285. 341.
Influenzelektricität der ersten und zweiten Art IV. 210.
Influenzmaschinen IV. 359.
Inklination der Magnetnadel IV. 129. 138. 161.
Inklinatorium IV. 139.
Intensität des Schalles I. 696. 784.
— des Lichtes II. 30.
— des gebeugten Lichtes II. 446. 453 ff.
— des polarisierten Lichtes II. 486.
Intensität des reflektierten und gebrochenen Lichtes II. 502. 507. 510.
— des Erdmagnetismus IV. 130. 144. 148. 163.
Interferentialrefraktor II. 428.
Interferenz des Lichtes II. 392 ff.
— Bedingungen derselben II. 403.
Interferenz bei grofsen Gangunterschieden II. 430.
— des polarisierten Lichtes II. 490. 626.
— des Schalles I. 832. 836.
— der Wärme III. 222.
— der Wellen I. 577 ff.
Interferenzprisma II. 405.
Interferenzspiegel II. 393.
Interferenzstreifen II. 394.
Interruptor IV. 761; von Foucault IV. 1116.
Intervalle der Töne I. 702.
Jodsilber, Ausdehnung desselben III. 53.
Ionen IV. 696; Wanderung derselben IV. 721.
Irradiation II. 368.
Isodynamen IV. 153.
Isogonen IV. 153.
Isoklinen IV. 153.
Isolator der Elektricität IV. 172.
Isotherme Fläche III. 310.
Isothermische Kurve III. 424.
Isotrop I. 601.

K.

Kaleidophon I. 670.
Kaleidoskop II. 61.
Kalibrieren der Thermometer III. 13.
Kalkspatprisma, achromatisiertes II. 593.
Kalorimeter III. 436. 453. 454.
Kalorimotor, Hares IV. 497.
Kältemischungen III. 642.
Kante, brechende II. 89.
Kapacität elektrische IV. 229.
Kapillarelektrometer IV. 784.
Kapillarröhren I. 316.
Kapillaritätskonstanten I. 332.
Kapillarwirkungen, Bewegung durch dieselben I. 347.
Kathetometer I. 24.
Kathode IV. 696.
Kathodenstrahlen IV. 1130.
Kation IV. 696.
Kehlkopf I. 772.
Kernschatten II. 5.
Ketten, konstante galvanische IV. 498.
Kilogramm I. 12.
Klang I. 696.
— Analyse desselben I. 722, Apparat zur Analyse desselben von König I. 725.
Klänge, longitudinal schwingender Stäbe I. 732.
— der Saiten I. 734; des Klaviers I. 736; der Geige I. 737.
— transversal schwingender Stäbe I. 738.
Klänge schwingender Platten I. 740.
— gedeckter Pfeifen I. 743; offener Pfeifen I. 749; der Zungenpfeifen I. 759. 767.

Digitized by Google

Klänge der Blasinstrumente I. 769.
Klangfiguren, Chladnische I. 647 ff.
Knoten in Wasserstrahlen I. 393.
Knotenlinien I. 647.
Knotenpunkte in schwingenden Punktreihen I. 584.
— in schwingenden Stäben I. 624. 644.
— in schwingenden Saiten I. 684.
— optische, bei Linsen II. 235.
Koercitivkraft IV. 47.
Kohäsion I. 194; bei Flüssigkeiten I. 304.
— specifische I. 342.
Kohlenlicht IV. 684; seine Intensität IV. 689 ff.
Körper, feste I. 194.
— flüssige I. 260.
— gasförmige I. 397.
— schwimmende I. 292.
Kollektorplatte IV. 364.
Kombinationstöne I. 841.
Kommunizierende Röhren I. 282.
Kommutator IV. 803. 931.
Komparator I. 13.
Kompensationspendel III. 141.
Kompensationsmethode zur Bestimmung der elektromotorischen Kraft IV. 598.
Kompensator von Babinet II. 524.
Komplementärfarben II. 105. 373.
Kompressibilität der Flüssigkeiten I. 264.
Kompressionskoefficient, kubischer, fester Körper I. 209.
— der Flüssigkeiten I. 265. 273.
Kompressionspumpe I. 489.
Kondensation der Gase I. 492. III. 773. 777.
Kondensator, elektrischer IV. 366.
— bei Induktionsapparaten IV. 1116.
Kondensatorplatte IV. 364.
Konische Refraktion II. 620.
Konsonanz I. 702.
— Theorie derselben I. 845.
Konstanten, optische, der Krystalle, ihre Bestimmung II. 661.
Kontaktelektricität IV. 441.
Kontakttheorie IV. 791.
Kontraktion von Flüssigkeitsgemischen I. 351.
Kontraktion von Salzlösungen I. 350.
Kontrastfarben II. 374.
Konvexspiegel II. 71.
Korrektion der Thermometer für den herausragenden Faden III. 375.
Kraft I. 50. 544. 548. 550.
— brechende II. 138.
— elektromotorische IV. 367.
— Erhaltung derselben I. 74. III. 881.
— lebendige I. 73.
— Messung derselben I. 51. 72. 544. 548. 550.
Kräfteparallelogramm I. 62.
Krystalle, einaxige II. 580.
Krystalle zweiaxige II. 604. 624.
— Anwendung derselben als Polarisationsapparate II. 593.
— — zur Photometrie II. 598.
Krystalllinse, im Auge II. 354.
Kurve, adiabatische III. 424.
— isothermische III. 424.
Kurven, isochromatische, in einaxigen Krystallen II. 636. 646; in zweiaxigen Krystallen II. 658.
Kurzsichtigkeit II. 365.

L.

Labialpfeifen I. 742 ff.
Ladungsapparat, elektrischer IV. 369.
Ladungsflasche IV. 369.
Ladungsplatte, Franklinsche IV. 370.
Ladungsstativ IV. 386.
Längsschwingungen. Siehe Schwingungen, longitudinale
Leiter der Elektricität IV. 172.
Leitungsfähigkeit, elektrische IV. 172.
— Einfluss der Temperatur IV. 173.
— der Gase IV. 174; des leeren Raumes IV. 174.
—, galvanische, Bestimmung derselben bei festen Körpern IV. 557. 562; bei flüssigen Körpern IV. 582 ff.
— fester Körper IV. 575; Abhängigkeit von der Temperatur IV. 578; der Legierungen IV. 576; Verhältnis zur Wärmeleitungsfähigkeit IV. 580.
— flüssiger Körper IV. 568; Theorie derselben IV. 751.
— für Wärme, äussere III. 281; innere III. 280.
— für Wärme fester Körper III. 286 ff.
— für Wärme der Flüssigkeiten III. 312.
— für Wärme der Gase III. 327. 343.
— — — Theorie derselben III 536.
— für Wärme der Krystalle und Hölzer III. 309.
Leitungswiderstand, elektrischer IV. 515; Einheiten desselben IV. 548. 1140. 1152. 1154.
Leydener Flasche IV. 369.
Licht II. 3; Ausbreitung desselben II. 4; Fortpflanzungsgeschwindigkeit II. 8. 15. 18.
— elektrisches IV. 434.
— durch den galvanischen Strom IV. 682. 684.
— des Induktionsfunkens IV. 1120.
— elektrisches, des Induktionsfunkens, in Geisslerschen Röhren IV. 1121.
— elektrisches, des Induktionsfunkens, in Geisslerschen Röhren, Schichtung desselben IV. 1123 ff.
— elektrisches, Einfluss des Magnets auf dasselbe IV. 1135.
— ultraviolettes II. 321.

Digitized by Google

Lichtäther II. 43.
Lichtbogen, galvanischer IV. 686.
— galvanischer, elektromotorische Kraft desselben IV. 693.
— galvanischer, Widerstand desselben IV. 692.
Lichtstärke II. 30; Abnahme derselben mit der Entfernung II. 34.
Lichtwirkungen, chemische II. 341.
Linien, Fraunhofersche II. 146.
— — im Wärmespectrum III. 181 ff.
— Talbotsche II. 435.
Linsen II. 237.
— achromatische II. 257.
— aplanatische II. 255.
Linsenbilder II. 244.
Linsenkombination II. 256.
Liter I. 12.
Longitudinalschwingungen. Siehe Schwingungen, longitudinale.
Longitudinaltöne. Siehe Klang.
Luftballon I. 402.
Luftdruck I. 402. 417. 555.
Luftpumpe I. 474. 481. 484.
Luftthermometer III. 21; nach Magnus III. 92; nach Jolly III. 95.
— Vergleichung derselben III. 120.
— elektrisches IV. 418.
Luftwiderstand I. 542.
Lupe II. 380.

M.

Mafse, die in der Physik gebräuchlichen I. 11.
— abgeleitete I. 548.
— — Dimensionen derselben I. 548 ff.
— absolute I. 544. 548.
Mafs der Elektricität IV. 184.
— absolutes, der elektromotorischen Kraft, elektromagnetisches IV. 1140; elektrodynamisches IV. 1151; mechanisches IV. 1154.
— absolutes, des Magnetismus IV. 106.
— absolutes, des Widerstandes, elektromagnetisches IV. 1140; elektrodynamisches IV. 1151; mechanisches IV. 1154.
— absolutes elektromagnetisches, der Stromstärke IV. 916.
— absolutes elektrodynamisches, der Stromstärke IV. 923.
— chemisches, der Stromstärke IV. 527. 920.
— der Wärme III. 137.
Mafsflasche, Lanesche IV. 386.
Mafssystem, relatives I. 544.
— absolutes I. 547.
Magnekrystallkraft IV. 1001.
Magnet, seine Konstitution IV. 47.
— seine Direktionskraft IV. 48. 63; Messung derselben IV. 70.
Magnet, seine Fernewirkung IV. 84 ff.
— seine Tragkraft IV. 59.
— Verfertigung desselben IV. 54.
Magnetbündel IV. 57.
Magneteisenerz IV. 40.
Magnetisieren IV. 54.
— durch den galvanischen Strom IV. 925 ff.
Magnetisierende Kraft IV. 934.
Magnetisierungskonstante IV. 954.
Magnetisierungsfunktion IV. 954.
Magnetisierungsspirale IV. 927.
Magnetismus IV. 40.
— Verteilung in Magneten IV. 108.
— Einflufs mechanischer Kräfte IV. 113.
— Einflufs der Torsion IV. 115; der Biegung IV. 121.
— Einflufs der Wärme IV. 121; des Lichtes IV. 126.
— in Elektromagneten, Abhängigkeit von der Stromstärke IV. 931; von der Beschaffenheit der Stäbe IV. 947 ff.; von der Form der Stäbe IV. 949; Theorie von Poisson, Neumann, Kirchhoff IV. 949 ff.; Verteilung desselben IV. 963.
Magnetismus der Erde IV. 128.
— der Lage IV. 130.
— Theorie desselben von Ampère IV. 926.
— specifischer IV. 997. 999.
Magnetnadel, Ablenkung durch den Strom IV. 880; durch einen Kreisstrom IV. 901.
Magnetoinduktion IV. 1025.
Magnetoinduktionsapparate IV. 1096.
Magnetometer IV. 73.
Magnetpol IV. 43. 68.
Manometer I. 463.
— von Desgoffe I. 284.
— von Regnault I. 466.
Mariottesches Gesetz I. 418.
— Ableitung desselben aus der dynamischen Gastheorie I. 452.
— Abweichung der Gase von demselben I. 426. 432.
Masse, ihre Definition I. 59. 548.
Materie, ihre Beschaffenheit I. 182.
Maximumthermometer III. 133 ff.
Meridian, magnetischer IV. 43. 64. 153.
Metacentrum I. 293.
Metallthermometer III. 136.
Meter I. 11.
Mikrometer von Rochon II. 596.
Mikrometerschraube I. 15.
Mikroskop, einfaches II. 380; zusammengesetztes II. 382.
— objektives II. 381.
Milligramm I. 12.
Millimeter I. 11.
Minimumthermometer III. 133.
Mischung von Flüssigkeiten I. 350.

Digitized by Google

Mischungsmethode zur Bestimmung der specifischen Wärme III. 430; 434 ff.
Mittellinie, optische, in zweiaxigen Krystallen II. 611.
Mittelpunkt paralleler Kräfte I. 86.
Modulus der Metalle und Metalloide für die Wärmeentwicklung durch chemische Prozesse III. 821.
Molekül I. 190.
Moleküle, Gröfse und Zahl derselben bei Gasen I. 537.
— mittlere Wegelängen derselben I. 441. 535.
— Geschwindigkeit derselben I. 458.
Molekularkräfte I. 194.
— Gröfse ihrer Wirkungssphäre I. 343.
Molekularmagnetismus IV. 1001.
Molekularwirkungen zwischen festen und flüssigen Körpern I. 304. 311. 349.
— zwischen festen Körpern und Gasen I. 494 ff.
— zwischen flüssigen Körpern und Gasen I. 498 ff.
Molldreiklang I. 705.
Moment, magnetisches IV. 69.
— statisches I. 78.
— der Trägheit I. 96.
Monochord I. 700.
Multiplikator III. 161. IV. 912.
— Graduierung desselben III. 165. IV. 915.

N.

Nachbilder, positive II. 373; negative II. 373.
Nachwirkung, elastische I. 233 ff.
Nadeln, astatische IV. 912.
Nahepunkt II. 366.
Netzhaut II. 354.
Netzhautbilder II. 355.
Netzhautpunkte, identische II. 377.
Neutraler Punkt (bei Thermoströmen) IV. 625.
Nichtleiter für Elektricität IV. 172.
Nicolsches Prisma II. 594.
Niveauflächen in Flüssigkeiten I. 277.
— des Potentials IV. 15.
Nonius I. 21.
Nordpol, magnetischer der Erde IV. 160.
Normaldruck bei Flüssigkeiten I. 307.
Nullpunkt der Thermometer III. 9.
— absoluter, der Temperatur III. 108.

O.

Oberflächenspannung bei Flüssigkeiten I. 307.
Objektiv für Fernrohre II. 384.
— für Mikroskope II. 382.
Oeffnungsstrom IV. 1021.
Ohm, das (Mafs des Widerstandes) IV. 1142.
Ohmsches Gesetz IV. 507.
— Experimentelle Bestätigung desselben durch Kohlrausch IV. 520.
— Experimentelle Bestätigung desselben durch Messung der Stromstärke IV. 525.
Ohr I. 825.
Oktave I. 703.
Okular II. 384; terrestrisches II. 386.
Ordinärer Strahl II. 483. 567.
Orgelpfeife, gedeckte I. 743; offene I. 749.
Oscillationen. Siehe Schwingungen.
Oscillierende Entladung IV. 396.
Ozon IV. 712.

P.

Papinscher Topf III. 656.
Paradoxon, hydrostatisches I. 278.
Parallaxe der Sonne II. 14.
Parallelogramm der Kräfte I. 62.
— der Drehungen I. 82.
Parallelepipedon, Fresnelsches II. 524.
Partialentladung IV. 388.
Passivität der Metalle IV. 780.
Pauke I. 740.
Pause, elektrische IV. 435.
Peltiersches Phänomen IV. 651 ff.
Pendel I. 114.
Pendel, Ableitung seiner Schwingungsdauer I. 116.
— mathematisches I. 120.
— physisches I. 120.
— physisches, Anwendung bei Uhren I. 136.
Pendelgesetze I. 116.
— experimentelle Bestätigung derselben I. 121.
— allgemeine Anwendung derselben I. 137.
Pendelversuch, Foucaultscher, I. 146.
Pfeifen, gedeckte I. 743; offene I. 749.
— kubische I. 753.
Pfeifentöne I. 743 ff.
Pfund I. 12.
Phase der Schwingung I. 560.
Phonautograph I. 663.
Phonograph I. 822.
Phosphorescenz II. 334.
Phosphoroskop II. 337.
Photographie II. 343.
Photometer von Bunsen II. 32.
— Glan II. 601.
— Ritchie II. 32.
— Rumford II. 31.
— Wild II. 654.
— Zöllner II. 600.
Physik, Aufgabe und Inhalt I. 1.
— Methode derselben I. 2.
Piezometer I. 266.

Digitized by Google

Pol, analoger und antiloger elektrischer, bei Krystallen IV. 180.
Pole, magnetische IV. 4. 68.
— magnetische der Erde IV. 160.
— der Solenoide IV. 874.
Polarisation des Lichtes II. 481.
— des Lichtes durch Doppelbrechung II. 482.
— des Lichtes durch einfache Brechung II. 498.
— des Lichtes durch Reflexion II. 495.
— des Lichtes, Wesen derselben II. 487.
— cirkulare, des total reflektierten Lichtes II. 522.
— cirkulare, im Bergkrystall II. 680.
— elliptische, des total reflektierten Lichtes II. 529.
— elliptische, des Lichtes bei Metallreflexion II. 547.
— elliptische, des Lichtes bei gewöhnlicher Reflexion II. 559.
— der Wärme III. 227.
— galvanische IV. 759 ff.
Polarisationsapparate II. 593. 634. 696. 698. 700.
Polarisationsbüschel II. 485.
Polarisationsebene II. 485.
— Drehung derselben im Quarz II. 670; in andern Körpern II. 686.
— Drehung derselben durch den galvanischen Strom und Magnete IV. 1006.
Polarisationsphotometer II. 600. 601. 654.
Polarisationswinkel II. 497.
Polaristrobometer II. 696.
Polarität, diamagnetische IV. 985.
Porösität I. 193.
Potential, IV. 30.
— einer gegebenen Menge auf sich selbst IV. 34.
— zweier gegebener Mengen auf einander IV. 31.
— zweier geschlossenen Ströme auf einander IV. 827.
— magnetisches, der Erde IV. 158.
Potentialfunktion IV. 1.
— einer homogenen Kugel IV. 11.
— Niveauflächen derselben IV. 15.
— Bedeutung des zweiten Differentialquotienten IV. 18.
— und ihre Differentialquotienten in einer Fläche IV. 21.
Presse, hydraulische I. 284.
Prim I. 702.
Princip, Archimedisches I. 290; bei Gasen I. 400.
— der Erhaltung der Kraft I. 74. III. 381.
— der Gleichheit von Aktion und Reaktion I. 78.
— der virtuellen Geschwindigkeiten I. 81.
Princip, Huyghenssches der Fortpflanzung der Wellen I. 604.
Prisma, Brechung des Lichtes durch dasselbe II. 89.
— achromatisches II. 216.
— geradsichtiges II. 217.
— Foucaultsches II. 595.
— Nicolsches II. 594.
— Sénarmontsches II. 593.
— Wollastonsches II. 602.
Prüfungskörper IV. 236.
Psychrometer III. 770.
Punkte, fixe, am Thermometer III. 9.
Punktsystem, isotropes I. 601; homogenes I. 601.
— Schwingungen desselben I. 601 ff.
Pyknometer I. 297.
Pyrheliometer III. 370.
Pyroelektricität IV. 179.
Pyrometer III. 137.

Q.

Quadrantenelektrometer IV. 277 ff.
Quarte I. 703.
Quartsextaccord I. 705.
Quarz, Drehung der Polarisationsebene in demselben II. 670.
— rechtsdrehender und linksdrehender II. 671.
Quecksilber, Ausdehnung desselben III. 58.
Quecksilbereinheit, Siemenssche IV. 551; Absoluter Werth derselben IV. 1150.
Quecksilberkalorimeter III. 816.
Quecksilberluftpumpen I. 484 ff.
Quecksilberthermometer III. 6. 16.
— Vergleichung derselben III. 128.
Quellen der Wärme III. 369. 800.
Querkontraktion I. 200 ff.
Querschwingungen im polarisierten Lichte II. 487; Nachweis derselben II. 489.
Quinte I. 703.

R.

Raum, schädlicher, in d. Luftpumpe I. 473.
Reaktionsrad I. 280.
Reduktion der Wägungen auf den luftleeren Raum III. 141.
Reduktionsfaktor der Tangentenbussole IV. 530.
Reflexion des Lichtes II. 47.
— des Lichtes, Ableitung des Reflexionsgesetzes II. 50.
— des Lichtes an krummen Flächen II. 62.
— des Lichtes, diffuse II. 266.
— des Lichtes, totale II. 200. 515.
— des polarisierten Lichtes an durchsichtigen Medien II. 498 ff. 559.
— des polarisierten Lichtes an stark absorbierenden Medien II. 531.

Digitized by Google

Reflexion des polarisierten Lichtes an Metallen II. 546.
— des Schalles I. 814.
— der Wärme III. 171.
— der Wärme, diffuse III. 217.
— der Wellen I. 609.
Reflexionsgoniometer II. 57.
Reflexionstheorie von Cauchy nach Beer II. 532.
— von Fresnel II. 498.
— von Ketteler II. 506. 540.
— von Neumann II. 504.
Refraktion. Siehe Brechung.
— konische II. 620.
Reibung fester Körper, äussere I. 252; innere I. 253.
— der Flüssigkeiten I. 379; äussere I. 380; innere I. 381.
— der Gase I. 511; Theorie derselben I. 512.
Reibungskonstante bei Flüssigkeiten, innere I. 381; ihre Bestimmung I. 384.
— bei Gasen I. 516; ihre Bestimmung I. 517.
Reibungselektricität. Siehe Elektricität.
Reihe, elektrochemische, der Elemente IV. 741.
Reisetheodolith IV. 136.
Resonanz I. 819.
Resonator I. 724.
Reversionspendel I. 132.
Rheochord IV. 554.
Rheostat IV. 553.
Röhren, kommunicierende I. 282.
— Geifslersche II. 293. IV. 1121.
Rotationen, elektrodynamische IV. 807.
— von Strömen unter dem Einflufs der Magnete. IV. 891.
— von Magneten unter dem Einflufs von Strömen IV. 896.
Rotationsapparat Bohnenbergers I. 143.
— von Fessel I. 144.
Rotationsebene, Erhaltung derselben I. 142.
Rotationsmagnetismus IV. 1076.
Rückschlag, elektrischer IV. 440.
Rückstand, elektrischer, in der Batterie IV. 405.
— Theorie desselben IV. 408.

S.

Saccharimeter von Dubosq II. 700.
— von Laurent II. 699.
— von Wild II. 696.
Saccharimetrie II. 694.
Saiten, Schwingungen derselben I. 628 ff.
— Klänge derselben I. 734 ff.
Salzlösung, Siedetemperaturen III. 650.
— Wärmeverbrauch bei Herstellung III. 635.
Säule, Voltasche IV. 486.
— trockene IV. 491.
Schall, Ursache desselben I. 693.
— Qualität desselben I. 695.
— Ausbreitung in der Luft I. 783.
Schallgeschwindigkeit in der Luft I. 785 ff.
— indirekte Messung derselben I. 795.
— in festen Körpern I. 804.
— in Flüssigkeiten I. 810.
Schatten II. 4.
Schichtung von Flüssigkeiten I. 350.
— des positiven Lichtes in Geisslerschen Röhren IV. 1123 ff.
Schlag, elektrischer IV. 439.
Schlagweite IV. 376.
Schliessungsstrom IV. 1021.
Schmelzen III. 606.
— Volumänderung bei demselben III. 610.
Schmelzpunkt III. 606.
— Änderung desselben durch Druck III. 627.
— von Legierungen und Lösungen III. 632.
Schmelztemperatur III. 606.
Schmelzwärme III. 617.
— Beziehung zur specifischen Wärme III. 623.
— zum Elasticitätskoefficienten III. 624.
— Änderung derselben mit der Schmelztemperatur III. 625.
Schwächungskoefficient bei Absorption des Lichts II. 273.
Schwere, Dasein und Richtung I. 52; Identität mit der allgemeinen Anziehung I. 154.
Schwerpunkt I. 93.
Schwimmen der Körper I. 292.
Schwingung des Pendels I. 114 ff.
— eines Punktes I. 559. 560 ff.
— einer Punktreihe I. 564. 568.
— eines Punktsystems I. 600.
— fester Körper I. 618.
Schwingungen, drehende, von Drähten I. 220. 254; von Stäben I. 654.
— elliptische I. 585 ff.
— longitudinale I. 567.
— longitudinale, fester Körper I. 620 ff.
— longitudinale, von Flüssigkeiten und Gasen I. 672 ff.
— stehende I. 581 ff.
— transversale I. 567.
— transversale, in Flüssigkeiten I. 680 ff.
Schwingungen, transversale, von Platten I. 647 ff.
— transversale, von Saiten I. 628 ff.
— transversale, von Stäben I. 641 ff.
— Zusammensetzung mehrerer, gleicher Richtung und Periode I. 577. 581.

Digitized by Google

Schwingungen, Zusammensetzung mehrerer, verschiedener Richtung und gleicher Periode I. 585 ff.
— Zusammensetzung mehrerer, verschiedener Periode I. 592 ff.
— zusammengesetzte, fester Körper I. 658 ff.
Schwingungskurven I. 666 ff.
Schwingungsdauer des Pendels I. 116 ff.
— der Punkte einer schwingenden Punktreihe I. 576.
— drehend schwingender Stäbe I. 657.
— longitudinal schwingender Stäbe I. 622 ff.
— transversal schwingender Saiten I. 633 ff.
— transversal schwingender Stäbe I. 642 ff.
Schwingungsdauer der Schallwellen I. 718.
Schwingungsebene des polarisierten Lichtes II. 488.
Schwingungsknoten I. 584.
Schwingungsphase I. 560.
Schwingungspunkt I. 121.
Schwingungsweite des Pendels I. 115.
— schwingender Punkte I. 560.
Schwingungszahl, absolute, der Töne I. 718.
Sehen II. 355.
— in verschiedener Entfernung II. 362.
Sehweite, deutliche II. 365.
Seitendruck I. 280.
Sekunde I. 703.
Sekundäre Axen in zweiaxigen Krystallen II. 605. 615.
Sekundenpendel I. 136. 164.
Septime I. 705.
Sext I. 702.
Sextaccord I. 705.
Sieden III. 644; Erklärung desselben III. 662.
Siedepunkt III. 644; Änderungen bei konstantem Druck III. 645.
— Abhängigkeit vom Druck III. 654.
— von Salzlösungen III. 650.
— am Thermometer III. 9.
— absoluter III. 789.
Sinusbussole IV. 910.
Sinuselektrometer IV. 272.
Sirene I. 697.
Solenoid IV. 867.
Sonnenmikroskop II. 381.
Sonnenwärme III. 369.
Spannkraft der Dämpfe III. 661.
— Maximum derselben III. 661.
— Messung derselben III. 666.
Spannkraft der Wasserdämpfe III. 677.
— der Dämpfe aus Salzlösungen III. 687.
— der Dämpfe von verschiedenen Flüssigkeiten III. 690.
Spannkraft der Dämpfe von Flüssigkeitsgemischen III. 697.
— der Dämpfe in Gasen III. 701.
— der flüssigen Gase III. 776
— der Dämpfe, theoretische Gleichungen für dieselben III. 793.
Spannung, elektrische IV. 227.
Spannungserscheinungen an geöffneten Induktionsspiralen IV. 1117.
Spannungsgesetz, elektrisches IV. 451.
Spannungsreihe, galvanische, der Metalle IV. 450.
— galvanische, der Metalle in Flüssigkeiten IV. 471.
— reibungselektrische IV. 177.
— thermoelektrische IV. 620.
Specifisches Gewicht I. 112; Bestimmung desselben I. 294 ff. III. 144.
Specifische Wärme. Siehe Wärme.
Spektralanalyse II. 284.
Spektralapparat II. 147. 148. 289.
Spektrometer II. 151.
Spektrophotometer II. 601.
Spektrum des Sonnenlichtes II. 99. 146.
— glühender Gase II. 292.
— Abhängigkeit desselben von der Dicke und Dichte der strahlenden Schicht II. 291.
— Abhängigkeit desselben von der Temperatur II. 300.
— der Metalle II. 290.
— der Sonnenwärme III. 181. 224.
— verschiedener Wärmequellen III. 181, 252.
Sphärometer I. 22.
Spiegel, ebene II. 49.
— rotierender II. 58.
— sphärisch konkave II. 73.
— sphärisch konvexe II. 71.
Spiegelablesung II. 57.
Spiegelgalvanometer IV. 905.
Spiegelsextant II. 58.
Spiegelteleskop II. 387.
Spiegelung, elektrische IV. 260.
Spiegelversuch, Fresnelscher II. 393.
Spitzen, elektrische Eigenschaften derselben IV. 264.
— Wollastonsche IV. 438. 709.
Sprache, die menschliche I. 776.
Sprachrohr, I. 816.
Stabilität I. 96.
Staubfiguren, akustische I. 652.
— Lichtenbergsche IV. 356.
Steifigkeit, Einfluſs derselben bei Schwingungen von Saiten I. 638.
Steighöhe in Kapillarröhren I. 320 ff.
Stereometer I. 468.
Stereoskop II. 378.
Stimme, die menschliche I. 772.
Stimmbänder I. 773.
Stimmgabel I. 719.

Digitized by Google

Stimmritze I. 773.
Stofs, gerader I. 246; schiefer I. 249.
— der Luft I. 542.
Stöfse bei Tönen I. 837.
Strahl in Krystallen II. 572. 592.
Strahlung der Sonne III. 369.
Strahlungsvermögen. Siehe Emissionsvermögen.
Streichinstrumente I. 737.
Streifen, Talbotsche II. 435.
Strohfideln I. 740.
Strom, galvanischer IV. 471. 507.
— in ungeschlossenen Leitern IV. 540.
— Wärmewirkung desselben IV. 633 ff.
— chemische Wirkungen IV. 695 ff.
— mechanische Wirkungen IV. 782 ff.
— elektrodynamische Wirkungen IV. 799 ff.
— magnetische Wirkungen IV. 880 ff.
— elektrische Wirkung desselben IV. 1020 ff.
Stromstärke IV. 515.
— chemisches Mafs derselben IV. 527.
— absolutes elektromagnetisches Mafs IV. 916.
— absolutes elektrodynamisches Mafs IV. 923.
— absolutes mechanisches IV. 1153.
— Maximum derselben IV. 532.
Strömungsströme IV. 785.
Stromverzweigung IV. 534.

T.

Tabelle der Absorptionskoefficienten der Gase I. 503.
— der Atomgewichte der Elemente I. 192.
— der Ausdehnungskoefficienten fester Körper nach Fizeau III. 38.
— der Ausdehnungskoefficienten fester Körper nach Matthiesen III. 39.
— der Ausdehnungskoefficienten fester Körper nach Lavoisier und La Place, Roy, Troughton, Dulong und Petit, Regnault III. 41.
— der Ausdehnung des Quecksilbers nach Regnault III. 66.
— der Ausdehnung des Quecksilbers nach Wüllner III. 70.
— der Ausdehnung des Wassers nach Jolly III. 75.
— der Ausdehnung des Wassers nach Kopp, Jolly, Pierre, Hagen, Matthiesen III. 76.
— der Ausdehnung des Wassers nach Rosetti III. 77.
— der Ausdehnung des Wassers unter 0° nach Weidner, Despretz, Pierre III. 78.
— der Ausdehnung verschiedener Flüssigkeiten III. 83.
Tabelle der Ausdehnungskoefficienten der Gase nach Magnus, Jolly, Regnault III. 101.
— der Barometerstände in verschiedenen Breiten I. 416.
— der Brechungsexponenten verschiedener Gläser II. 157.
— der Brechungsexponenten verschiedener Flüssigkeiten II. 158.
— der Brechungsexponenten der Gase II. 193. 194. 197.
— der Deklinationen zu Paris von 1580—1851 IV. 161.
— der Dichtigkeit der Dämpfe III. 746.
— der Dichtigkeit der Gase III. 155. 447.
— der Dielektricitätskonstanten einiger fester und flüssiger Körper IV. 311. 312.
— — der Gase IV. 319.
— der Dispersion des Lichtes II. 210; des Verhältnisses der partiellen und totalen Dispersion verschiedener Substanzen II. 212.
— der Elasticitätsgrenzen I. 244.
— der Elasticitätskoefficienten I. 200.
— der endosmotischen Aequivalente I. 368.
— der Elektricitätsleiter und Nichtleiter IV. 173.
— der elektrischen Leitungsfähigkeit der Metalle IV. 575.
— der elektrischen Leitungsfähigkeit einiger Flüssigkeiten IV. 586.
— der elektrischen Leitungsfähigkeit von Zinkvitriollösungen IV. 588.
— — der verdünnten Schwefelsäure IV. 594.
— — der Salpetersäure IV. 594.
— — der Chloride der Alkalien IV. 595.
— der elektrischen Widerstandseinheiten IV. 552.
— der elektromotorischen Kraft der konstanten Elemente IV. 611.
— der Farben dünner Blättchen II. 408.
— der Farbenmischungen II. 373.
— der Festigkeit der Metalle I. 244.
— der Fluorescenzen II. 318.
— der Geschwindigkeit des Schalles in festen Körpern I. 805.
— der Geschwindigkeit des Schalles in flüssigen Körpern I. 812.
— der Geschwindigkeit des Schalles in Gasen I. 804.
— der Geschwindigkeit der Wasserwellen I. 685.
— der Inklinationen zu Paris von 1661 bis 1851 IV. 161.
— der Kapillarkorrektion bei Barometern I. 410.
— der Kapillaritätskonstanten I. 339. 341.

Digitized by Google

Tabelle der Kompressibilität der Flüssigkeiten I. 273.
— der verschiedenen Maſse I. 11.
— der musikalischen Intervalle I. 707.
— der optischen Konstanten des Auges II. 356.
— der optischen Konstanten einaxiger Krystalle II. 582. 583.
— der Reibungskoefficienten der Gase I. 525.
— der Schmelzpunkte einiger Körper III. 609.
— der Schwingungsverhältnisse der Tonleiter I. 713.
— der reinen und temperierten Schwingungsverhältnisse der Tonleiter I. 717.
— der Schwingungszahlen kreisförmiger Platten I. 650.
— der Schwingungszahlen transversal schwingender Stäbe I. 645.
— der Siedepunkte einiger Flüssigkeiten III. 645.
— der Siedepunktserhöhungen durch gelöste Salze III. 650.
— der Spannkraft der Wasserdämpfe III. 685. 687.
— der Spannkraft der Dämpfe verschiedener Flüssigkeiten III. 691.
— der Konstanten der Spannkraftsformeln der Dämpfe verschiedener Flüssigkeiten III. 693.
— der specifischen Gewichte der Alkoholgemische I. 303.
— der specifischen Gewichte verschiedener fester und flüssiger Körper I. 473. III. 146.
— der specifischen Wärme und Atomwärmen der dem Dulongschen Gesetze folgenden Elemente III. 579.
— der specifischen Wärmen und Atomwärmen der dem Dulongschen Gesetze nicht folgenden Elemente III. 581.
— der specifischen Wärmen und Atomwärmen verschiedener Verbindungen III. 586.
— der specifischen Wärmen der Gase bei konstantem Druck III. 498.
— der specifischen Wärmen der Gase bei konstantem Volumen III. 509.
— der Verhältnisse der beiden specifischen Wärmen der Gase III. 523.
— der specifischen Wärmen einiger Flüssigkeiten III. 553. 561.
— der specifischen Wärme der Dämpfe III. 731. 732.
— der specifischen Wärme des Wassers III. 470. 473. 478. 479.
— der Temperaturangaben verschiedener Thermometer III. 131.
— der Variationen des Erdmagnetismus in München IV. 162.
Tabelle der Verdampfungswärmen des Wassers III. 716. 722.
— der Verdampfungswärmen anderer Flüssigkeiten III. 726.
— der Verbrennungswärmen nach Dulong III. 803; nach Andrews III. 805; nach Favre und Silbermann III. 808.
— der Wärmeentwicklung bei Herstellung von Chlorverbindungen III. 815.
— der Wärmeentwicklung durch verschiedene chemische Prozesse nach Favre und Silbermann III. 819. 820.
— der Wärmeleitungsfähigkeiten der Flüssigkeiten III. 323. 326.
— der Wärmeleitungsfähigkeiten der Gase III. 334. 343.
— der Wärmeleitungsfähigkeiten der Metalle III. 295. 304. 305. 309.
— der Weglängen der Gasmoleküle I. 536.
— der Wellenlängen des Lichtes II. 159. 480.
— — — der dunklen Wärmestrahlen III. 188.
Tangentenbussole IV. 527. 903.
— von Wiedemann IV. 905.
— von Weber IV. 907.
— von Gaugain IV. 908.
Teilbarkeit I. 182.
Teilmaschine I. 15.
Teleskop II. 387.
Temperatur III. 3.
— absolute III. 103.
— kritische III. 781.
— musikalische I. 714.
— ihre Berücksichtigung bei Längenmessungen III. 139.
— ihre Berücksichtigung bei Wägungen III. 141.
— der Sonne III. 374.
Temperaturerhöhung durch Kompression der Flüssigkeiten III. 563.
Terz I. 702.
Terzsextaccord I. 705.
Theodolith I. 28.
— magnetischer, von Lamont IV. 136.
Thermochrose III. 161.
Thermometer III. 6.
— nach Celsius III. 9.
— nach Réaumur III. 12.
— nach Fahrenheit III. 12.
— Vergleichung derselben III. 120. 128.
— Korrektion für den herausragenden Faden III. 375.
Thermomultiplikator III. 162.
Thermoreihe IV. 620.
Thermosäule III. 160.
Thermoskop III. 6.
Thermoströme IV. 618.
— ihre elektromotorische Kraft IV. 631.

Digitized by Google

Thermoströme, ihre Theorie IV. 665.
Timbre I. 696.
Ton I. 695. Siehe auch Klang.
Tonhöhe I. 701.
Tonintervalle I. 702.
Tonleiter I. 705 ff.
Torsionskoefficient I. 219.
— Verhältnis desselben zum Elasticitätskoefficienten I. 223.
Torsionselasticität I. 216.
Torsionselektrometer IV. 160.
Torsionstöne I. 741.
Trägheit I. 51.
Trägheitsmoment I. 96.
Turmalinzange II. 596.

U.

Übergangswiderstand IV. 759.
Undulationstheorie II. 43.
Unipolare Induktion IV. 1047.

V.

Vaporhäsion III. 211.
Verbrennungswärme III. 800.
Verdampfen III. 657.
Verdampfungswärme III. 706.
Verdünnung durch die Luftpumpe I. 478.
Vergröfserung der Fernrohre II. 386.
— der Lupen II. 380.
— der Mikroskope II. 382.
Verstärkungszahl des elektrischen Ansammlungsapparates IV. 364.
Verteilung, elektrische IV. 207.
Verzögerung I. 49.
Verzögerungskraft, elektrische IV. 425.
Vibrationsmikroskop I. 665.
Vibrationstheorie II. 43.
Vokal I. 776.
Volt (Mafs der elektromotorischen Kraft) IV. 1142.
Voltameter IV. 526.
Volumänderung durch die Wärme III. 4.
— beim Schmelzen III. 610.
Volumenometer I. 468.
Volumeter I. 301.

W.

Wage I. 102 ff.; Prüfung derselben I. 109.
Wägung, Methode derselben I. 109.
— Reduktion auf den luftleeren Raum III. 142.
Wärme III. 3.
— Mafs derselben III. 137.
— Absorption derselben III. 194. 254.
— Emission derselben III. 237.
— — Abhängigkeit von dem umgebenden Medium III. 273.
— — Abhängigkeit von der Temperatur III. 350.
Wärme, Emission, Absolute Werthe derselben III. 364.
— Fortpflanzung durch Leitung III. 275 ff.
— Fortpflanzung durch Strahlung III. 155 ff.
— mechanische Theorie derselben III. 379.
— Hypothesen über deren Natur III. 379.
— Umsetzung in mechanische Arbeit III. 403.
— specifische III. 430.
— specifische, Bestimmung derselben nach der Mischungsmethode III. 430. 434 ff.; nach der Methode des Eisschmelzens III. 451; nach der Methode des Erkaltens III. 459.
— specifische, fester und flüssiger Körper III. 544; Abhängigkeit von der Temperatur III. 547.
— specifische, fester und flüssiger Körper bei konstantem Volum III. 556.
— specifische, fester Körper, Beziehung zum Atomgewichte III. 576; Dulongsches Gesetz III. 576; Neumannsches Gesetz III. 577; physikalische Bedeutung des Dulong-Neumannschen Gesetzes III. 583.
— specifische, der Gase III. 481.
— specifische, der Gase, Abhängigkeit derselben von Druck und Temperatur III. 499.
— specifische, der Gase bei konstantem Volumen III. 504. 510.
— specifische, der Gase, Verhältnis derselben bei konstantem Druck und konstantem Volum nach der Theorie III. 509; aus den Versuchen nach der Methode von Clement und Desormes III. 512 ff.; aus der Messung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles III, 520.
— specifische, der Gase, Beziehung zum Atomgewicht III. 597.
— specifische, der Dämpfe III. 729.
— specifische, von Mischungen und Lösungen III. 592.
Wärmeäquivalent, mechanisches III 387. 392. 397. 403. 481.
Wärmeerzeugung durch chemische Prozesse III. 813.
— durch d. Verbrennungsprozefs III. 800.
— durch den Lebensprozefs III. 823.
— durch mechanische Arbeit III. 386.
— durch den elektrischen Strom IV. 417. 428.
— durch den galvanischen Strom IV. 638. 639. 647. 1162.
Wärmefarbe III. 177. 183.
Wärmekapacität, wahre, der Gase III. 504.

Digitized by Google

Wärmekapacität, wahre, fester und flüssiger Körper III. 566.
Wärmeleitung III. 275.
Wärmeleitungsfähigkeit, innere III. 280.
— äussere III. 281.
Wärmequellen III. 800. Siehe Wärmeerzeugung.
— Sonne III. 369.
Wärmestrahlen III. 155.
— ihre ungestörte Ausbreitung III. 167.
— Fortpflanzungsgeschwindigkeit III. 167.
— Abnahme der Intensität mit der Ausbreitung III. 168.
— Reflexion und Brechung III. 171.
— Spektrum derselben III. 177.
— Ausdehnung der Dispersionstheorie auf dieselben III. 183.
— Durchgang durch Körper III. 189.
— diffuse Reflexion III. 217.
— Interferenz und Beugung III. 222.
— Polarisation und Doppelbrechung III. 227.
— ihre Identität mit Licht III. 235.
Wärmeverbrauch beim Schmelzen III. 617.
— beim Auflösen von Salzen III. 635.
— beim Verdampfen III. 706.
Wasserdampf, Spannkraft desselben III. 677.
— Dichtigkeit desselben in der Luft III. 763.
Wasserstrahlen, ihre Gestalt I. 391 ff.
Wasserwellen I. 680; Ursache derselben I. 686.
— Geschwindigkeit derselben I. 683.
— Durchkreuzung und Reflexion derselben I. 689.
Wasserzersetzung, galvanische IV. 711.
Wegelänge, mittlere der Gasmoleküle I. 441.
— ihre absoluten Werte I. 535.
Weitsichtig II. 366.
Wellen in Punktreihen, Entstehung derselben I. 564.
— Fortpflanzung mehrerer nach gleicher Richtung sich ausbreitender I. 577.
— Fortpflanzung mehrerer nach entgegengesetzter Richtung sich ausbreitender I. 581.
— des Lichts, Fortpflanzung derselben in Krystallen II. 571 ff.
— longitudinale, in Flüssigkeiten und Gasen I. 672.
Wellen, stehende I. 581.
— stehende, in Flüssigkeitscylindern I. 678.
— transversale, in Flüssigkeiten I. 680.
Wellenbewegung I. 566; Fortpflanzungsgeschwindigkeit derselben I. 576.
Wellenfläche in isotropen Mitteln I. 494.
— in einaxigen Krystallen II. 570.
— in einaxigen Krystallen, ihre Ableitung II. 591.
— in zweiaxigen Krystallen II. 612.
Wellenlänge I. 566.
Wellenlänge des Lichtes, Methoden ihrer Messung II. 476.
— des Lichtes, Werte derselben II. 480.
Wellenrinne I. 250.
Werk und Wärme III. 407.
Widerstand, elektrischer IV. 515.
— elektrischer, absolute Mafse desselben IV. 1140. 1152. 1154.
— elektrischer, Einheiten desselben IV. 548.
— der Luft I. 542.
Windrose, barometrische I. 416.
Winkel, brechender II. 89.
Winkelgeschwindigkeit I. 77.
Winkelspiegel II. 60.
Wippe, Poggendorffsche IV. 763.
Wirkungsfunktion III. 408.
Wurfbewegung I. 69.

Z.

Zerstreuung der Elektricität IV. 197.
— des Lichtes II. 98.
— anomale II. 106.
— Theorie derselben nach Cauchy II. 114, nach Helmholtz II. 121. 123.
— Prüfung der Theorie derselben II. 159 ff. III. 183.
— der Wärmestrahlen III. 178.
Zerstreuungskoefficient, elektrischer IV. 200.
Zerstreuungsvermögen, optisches II. 210.
Zugelasticität I. 196.
Zungen, harte I. 759; weiche I. 767.
Zungenpfeifen I. 759.
Zusammendrückbarkeit der Flüssigkeiten I. 264 ff.
— kubische, der festen Körper I. 208 ff.
Zusammensetzung der Schwingungen I. 577 ff.

Digitized by Google

Namenregister.

Die Bandzahl ist mit römischen, die Seitenzahl mit arabischen Ziffern angegeben.

A.

Aaron. Theorie des Telephon IV. 1112.
Abbe. Spektrometer II. 151. Bestimmung von Brechungsexponenten mittels totaler Reflexion II. 207.
Abney. Spectrum der Sonnenwärme III. 182.
Abria. Induktionsströme höherer Ordnung IV. 1056. Dauer der Induktionsströme IV. 1094.
Academia del Cimento. Kompression der Flüssigkeiten I. 265.
Aepinus. Magnetisierungsmethode IV. 55. Influenz auf Nichtleitern IV. 212.
Airy. Dichtigkeit der Erde I. 173. 181. Wellenbewegung I. 618. Theorie der Newtonschen Ringe II. 411. Talbotsche Linien II. 435. Elliptische Polarisation bei gewöhnlicher Reflexion II. 560. Newtonsche Farbenringe in polarisiertem Licht II. 565. Farbenringe in einaxigen Krystallen II. 637. Cirkularpolarisation II. 658. Unterscheidung positiver und negativer einaxiger Krystalle II. 663. Farbenkurven im Quarz II. 679. Cirkularpolarisation im Bergkrystall II. 680.
d'Alembert. Mafs der Kraft I. 179.
Amagat. Kompression der Flüssigkeiten I. 274. 275. Mariottesches Gesetz I. 432. Abweichung der Gase vom Mariotteschen Gesetze bei hohem Druck I. 437. Ausdehnung der Gase III. 114. 118.
Amaury und *Descamps.* Kompression der Flüssigkeiten I. 274 siehe Jamin.
Amici. Geradsichtige Prismen II. 217.
Ampère. Doppelbrechung in zweiaxigen Krystallen II. 620. Natur der Wärme III. 380. Theorie der Elektrolyse IV. 739. Ablenkung der Magnetnadel durch den Strom IV. 799. Elektrodynamische Apparate IV. 800. Anziehung und Abstofsung zweier Ströme IV. 803. Elektrodynamische Rotationen IV. 807. Elektrodynamisches Grundgesetz IV. 809. 811. 814. 816. Richtung der Ströme unter dem Einflufs der Erde IV. 864. Verhalten der Solenoide IV. 867 ff. 878. Theorie des Magnetismus IV. 888. Rotationen von Strömen unter dem Einflufs der Magnete IV. 891. Rotationen von Magneten unter dem Einflufs von Strömen IV. 898. Theorie der Magnetisierung IV. 926.
Andreeff. Specifisches Gewicht einiger verflüssigter Gase I. 493.
Andrews. Ausdehnung der Gase III. 109. 110. 117. Kondensation der Gase III. 777. Kritische Temperatur III. 781. Verbrennungswärmen III. 803. Wärmeerzeugung durch andere chemische Prozesse III. 814. 822.
— und *Tait.* Dichtigkeit des Ozons IV. 712
Angot. Quadrantenelektrometer IV. 284.
Ångström. Absorption des Lichtes in Gasen II. 277. Dessen Ansprüche auf den Kirchhoffschen Satz der Gleichheit von Emission und Absorption II. 279. Spektralanalyse II. 288. Spektra glühender Gase II. 296. 300. Sonnenspektrum II. 308. Messung der Wellenlängen des Lichtes II. 477. 480. Polarisation des Lichtes II. 489. Wärmeleitung fester Körper III. 299; des Quecksilbers III. 316.
Antinori. Siehe *Nobili.*
Apjohn. Specifische Wärme der Gase III. 493.
Appunn. Harmonium mit reiner Stimmung I. 717.
Arago und *Biot.* Wert von *g* in Paris I. 58. 132. 180.
Arago und *Dulong.* Mariottesches Gesetz I. 422.
Arago, Bouvard, Gay-Lussac, Humboldt, Matthieu, Prony. Geschwindigkeit des Schalles in der Luft I. 787.

Digitized by Google

Arago. Brechungsexponenten der Gase II. 189. Dispersion der Gase II. 194. und *Fresnel.* Gesetze der Interferenz des polarisierten Lichtes II. 490. 626. Farben in einaxigen Krystallen II. 644. Farben in zweiaxigen Krystallen II. 657. Drehung der Polarisationsebene im Quarz II. 670. und *Biot.* Dichtigkeit der Gase III. 148. und *Dulong.* Messung der Spannkraft der Wasserdämpfe III. 669. Magnetisierung durch den galvanischen Strom IV. 925. Magnetische Wirkung der Reibungselektricität IV. 976. Rotationsmagnetismus IV. 1077 ff.

Archimedes Hebelgesetze I. 179.

Armstrong. Dampfelektrisirmaschine IV. 351. Mechanische Wirkung des elektrischen Stromes IV. 727. Chemische Wirkung der Reibungselektricität IV. 735.

Arndtsen. Drehung der Polarisationsebene in Lösungen II. 692. 693. Einfluſs der Temperatur auf den elektrischen Leitungswiderstand IV. 578.

Arzberger. Spannkraft der Dämpfe III. 669.

Atwood. Fallmaschine I. 52.

Aubuisson, de. Ausströmen der Gase I. 508.

Auerbach. Vokale I. 781. 782. Phonograph I. 824.

August. Spannkraft der Wasserdämpfe III. 681. Psychrometer III. 770.

Avenarius. Verdampfungswärme III. 727. Kritische Temperatur bei Flüssigkeiten III. 788. Thermoströme IV. 624. 626. Theorie der Thermoströme IV. 673.

Ayrton und *Perry.* Dielektricitätskonstanten der Gase IV. 318. Elektrische Differenzen zwischen Metallen IV. 459. Zwischen Metallen und Flüssigkeiten IV. 465. Absolutes mechanisches Maſs der Stromkonstanten IV. 1159.

B.

Babbage und *Herschel.* Induktion in körperlichen Leitern IV. 1079 ff.

Babinet. Luftpumpenhahn I. 480. Polarisation des Lichtes II. 489. Kompensator II. 524.

Babo, von. Spannkraft der Dämpfe aus Salzlösungen III. 687.

Baco von Verulam. Hypothese über die Natur der Wärme III. 380.

Baden Powel. Brechungsexponenten II. 156. 158.

Baeyer. Barometrische Höhenmessungen I. 462.

Baille. Dichtigkeit der Erde I. 170. 181.

Baily. Dichtigkeit der Erde I. 170. 181.

Bankalari. Diamagnetismus der Flamme IV. 984.

Barklay. Dielektricitätskonstanten IV. 300.

Barlow. Magnetische Karten IV. 153.

Bartholinus. Doppelbrechung II. 570.

Barus. Siehe Strouhal.

Bauer. Scheinbarer Ort eines Punktes in einem andern Medium II. 86.

Baumgartner, A. Magnetismus und Licht IV. 127.

Baumgartner. Specifische Wärme des Wassers III. 494.

Baumhauer, von. Specifische Gewichte der Alkoholgemische I. 302.

Baur. Magnetismus und Wärme IV. 123. Abhängigkeit des Magnetismus von der Stromstärke IV. 946. Magnetisierungsfunktion IV. 956.

Becker. Elektrische Leitung der Flüssigkeiten IV. 583.

Becquerel. Einfluſs der Wärme auf den Magnetismus IV. 123. Erregung der Elektricität durch Druck IV. 179. Elektricität bei Berührung von Metallen und Flüssigkeiten IV. 463. Leitungswiderstand IV. 562. Thermoströme IV. 621. 623. 629. Zersetzung zusammengesetzter Verbindungen IV. 718.

Becquerel, Edm. Emission des Lichtes II. 285. 303. Phosphorescenz II. 334 ff. Phosphoroskop II. 337. Intensität des Phosphorescenzlichtes II. 339. Chemische Lichtwirkungen II. 341. 350. Leitungswiderstand, elektrischer IV. 562. Leitungsfähigkeit der Metalle IV. 575; geglühter Drähte IV. 577. Einfluſs der Temperatur auf die galvanische Leitungsfähigkeit IV. 578. Leitungsfähigkeit der Flüssigkeiten IV. 583. Elektromotorische Kraft des Bunsenschen Elementes IV. 612. Wärmeentwicklung durch den galvanischen Strom IV. 634. 638. Diamagnetismus IV. 983. Diamagnetismus und magnetisierende Kraft IV. 983. 992. 996. Drehung der Polarisationsebene durch den Magnetismus IV. 1007.

Becquerel, H. Magnetismus des Nickel und Kobalt IV. 940. Magnetische Drehung der Polarisationsebene in Gasen IV. 1010. 1017.

Bède. Kapillarität I. 322. 334. 341. Specifische Wärme fester Körper, abhängig von der Temperatur III. 547.

Beek, van, Moll und *Kuytenbrouwer.* Geschwindigkeit des Schalles in der Luft I. 787.

Beer. Wellenbewegung I. 618. Photometrie II. 39. Abhängigkeit der Brech-

Digitized by Google

ungsexponenten vom Einfallswinkel II. 132. und *Kremers*. Brechungsexponenten von Salzlösungen II. 188. Absorptionsgesetz des Lichtes II. 270. Abhängigkeit der Absorption von der Dichte II. 271. Unpolarisiertes Licht II. 495. Totalreflexion II. 519. Reflexion des Lichtes an Metallen II. 534. 537. 538. Elliptische Polarisation bei gewöhnlicher Reflexion II. 561. Bestimmung der Schwingungsrichtung des ausserordentlichen Strahles II. 580. Einaxige Krystalle II. 581. Doppelbrechung in zweiaxigen Krystallen II. 607. 619. 620. Konische Refraktion II. 621 ff. Zweiaxige Krystalle II. 626. Verteilung der Elektricität auf einem Leiter IV. 229; auf getrennten Leitern IV. 259. Theorie der unipolaren Induktion IV. 1050. Siehe auch *Plücker*.

Beetz. Leitungswiderstand der Kohle IV. 582. Leitungsfähigkeit von Zinkvitriollösungen IV. 587. Messung der elektromotorischen Kraft IV. 606. Elektromotorisches Gesetz IV. 609. Elektromotorische Kraft des Groveschen Elementes IV. 611; der Gassäulen IV. 613. Bestimmung des Leitungswiderstandes in den Elementen IV. 615. Bericht über die elektrische Ausstellung zu München IV. 682. Bildung von Superoxyden bei der Elektrolyse IV. 715. Polarisation, galvanische IV. 762. 774. 777. Passivität des Eisens IV. 781 ff. Theorie des Galvanismus IV. 795.

Behrens. Elektroskop IV. 169. Trockene Säulen IV. 491.

Beilstein. Diffusion von Flüssigkeiten I. 362.

Bell. Telephon IV. 1113.

Bellati. Siehe Naccari.

Belli. Elektrische Polarisation in Isolatoren IV. 285.

Benoist. Elektrischer Leitungswiderstand IV. 579.

Benoit. Fizeaus Methode zur Messung der Ausdehnung fester Körper III. 33. Ausdehnung des Platin-Iridium III. 38.

Bérard. Polarisation der Wärme III. 227. Siehe auch *Delaroche*.

Bergmann. Pyroelektricität IV. 179.

Bernard. Absorptionsgesetz des Lichtes II. 270. Polarisationsphotometer II. 599.

Bernoulli. Theorie der Gase I. 440.

Bernstein. Galvanische Polarisation IV. 772. Oscillierende Bewegung der Elektricität in nichtgeschlossenen Induktionsspiralen IV. 1095.

Berthelot. Refractionsäquivalente II. 185. Verbrennungswärme III. 808. 812. 814. 822. Elektrolyse des Wassers IV. 713.

Bertin. Drehung der Polarisationsebene durch den Magnet IV. 1007 ff. 1011 ff.

Berzelius und *Dulong*. Dichtigkeit der Gase III. 150. Zersetzung der alkalischen Erden IV. 698. Zersetzung der Sauerstoffsalze IV. 703. Theorie der Elektrolyse IV. 740. Elektrochemische Reihe IV. 741.

Bessel. Sekundenpendel I. 128. 131. 132. Reversionspendel I. 134. Dioptrik II. 261. Kalibrieren der Thermometer III. 13. Dichtigkeitsbestimmung III. 144.

Bétancourt. Spannkraft der Dämpfe III. 667; der Alkoholdämpfe III. 690.

Bettendorff. Siehe *Wüllner*.

Betti. Fortpflanzung des elektrischen Potentials IV. 851.

Bezold, von. Theorie des Elektrophors IV. 356. 358. Rückstand in der Batterie IV. 410. Elektromotorische Kraft des galvanischen Lichtbogens IV. 695.

Bianchi. Teilmaschine I. 16.

Bichat. Drehung der Polarisationsebene durch Magnetismus IV. 1017.

Bidone. Gestalt der Wasserstrahlen I. 391.

Bindseil. Akustik I. 735.

Billet. Halblinsen zur Interferenz II. 406. Traité d'Optique physique II. 620.

Bineau. Dichtigkeit der Dämpfe III. 748.

Biot und *Arago*. Wert von *g* in Paris I. 58. 132. 180. Schallgeschwindigkeit in festen Körpern I. 804. Emissionshypothese des Lichtes II. 39. Brechungsexponenten der Gase II. 189. Positive und negative einaxige Krystalle II. 582. Farben in einaxigen Krystallen II. 644. Drehung der Polarisationsebene im Quarz II. 672; in Flüssigkeiten II. 688. 689. Molekulares Drehungsvermögen II. 689. 690. Abhängigkeit des molekularen Drehungsvermögens von der Natur des Lösungsmittels II. 690. Saccharimetrie II. 695. und *Arago*. Dichtigkeit der Gase III. 148. Wärmeleitung III. 278. 282. Spannkraft der Wasserdämpfe III. 683. Verteilung des Magnetismus in Magneten IV. 102. Magnetischer Zustand der Erde IV. 155. Zerstreuungskoefficient der Elektricität IV. 200. Elektricität an der Voltaschen Säule IV. 488. und *Savart*. Ablenkung der Magnetnadel durch den Strom IV. 881.

Black. Specifische Wärme III. 434. Bestimmung durch Schmelzen des Eises III. 452. Schmelzwärme III. 617.

Digitized by Google

Blaserna. Oscillierende Bewegung der Elektricität in nichtgeschlossenen Induktionsspiralen IV. 1095.
Bleekrode. Abhängigkeit der elektromotorischen Kraft der Elemente von der Temperatur IV. 630. Elektrolyse IV. 741. 742.
Blondlot. Mechanische Wirkung des Stromes IV. 784.
Bohnenberger. Reversionspendel I. 132. 180. Rotationsapparat I. 143. Erhaltung der Rotationsebene I. 180. Geographische Ortsbestimmungen II. 60.
Boisgiraud. Anziehung der Magnetnadel durch den Strom IV. 884.
Bois Reymond, du, der ältere. Bildung der Vokale I. 781.
Bois Reymond, du, E. Geschichte des Galvanismus IV. 443. Rheochord IV. 554. Bestimmung der elektromotorischen Kraft IV. 602. Peltiersches Phänomen IV. 660. Uebergangswiderstand IV. 760. Unpolarisierbare Elektroden IV. 777. Multiplikator IV. 915. Schlittenapparat IV. 1021. Theorie der Dämpfung speciell der aperiodischen IV. 1084. Physiologische Wirkung der Induktionsströme IV. 1093. Einflufs der Induktion auf die Entstehung des Stromes IV. 1094. Theorie des Telephon IV. 1112.
Bois Reymond, du, P. Ausbreitung von Flüssigkeiten I. 355.
Boltzmann. Elastische Nachwirkung I. 236. 240. Geschwindigkeit der Gasmoleküle I. 459. Reibung der Gase I. 512. Drehung der Polarisationsebene im Quarz II. 678. Wärmeleitung der Gase III. 537. Mechanische Bedeutung des zweiten Hauptsatzes der mechanischen Wärmetheorie III. 573. Specifische Wärme und Atomgewicht bei den Gasen III. 603. Zerstreuung der Elektricität IV. 206. Bestimmung der Dielektricitätskonstante IV. 289. 298. 311. Anziehung einer dielektrischen Kugel IV. 300. 304. Dielektricitätskonstanten von Krystallen IV. 305. Messung der Dielektricitätskonstanten der Gase IV. 312 ff. Methode zur Messung der Stromkonstanten nach absolutem mechanischen Mafse IV. 1159.
Borda. Bestimmung von *g* I. 124. 132. 180. Ausdehnung fester Körper III. 31.
Borgmann. Leitungswiderstand der Kohle IV. 582.
Börner. Brechungsexponenten von Lösungen II. 187.
Börnstein. Theorie der Rühmkorffschen Induktionsapparate IV. 1117.
Bosscha. Ausdehnung des Quecksilbers III. 66. Vergleichung der Thermometer III. 130. Bestimmung des elektrischen Leitungswiderstandes IV. 559. Bestimmung der elektromotorischen Kraft IV. 601. Elektromotorische Kraft des Daniellschen Elementes IV. 608. Wärmeentwicklung durch den galvanischen Strom IV. 642. Ausmessung einer Spirale auf magnetischem Wege IV. 1145. Mechanische Theorie der Elektrolyse IV. 1173 ff.
Böttger. Bildung von Superoxyden bei der Elektrolyse IV. 715.
Bourdon. Metallbarometer I. 413.
Bouchardat. Drehung der Polarisationsebene des Lichtes II. 687. 688.
Boussignault und *Dumas.* Dichtigkeit der Gase III. 150.
Bouty. Elektrische Leitungsfähigkeit der Flüssigkeiten IV. 593. Thermoströme IV. 630. Peltiersches Phänomen IV. 660. Elektrische Leitung der Flüssigkeiten und Reibung IV. 753.
Bouvard. Siehe *Arago.*
Boyle. Mariottesches Gesetz I. 418. Farben dünner Blättchen II. 407. Natur der Wärme III. 380.
Bradley. Aberration des Lichtes II. 8.
Brandes. Barometrische Höhenmessungen I. 462.
Brandt. Zusammensetzung der Klänge I. 730.
Branly. Quadrantenelektrometer IV. 284.
Braun. Schwingungen steifer Saiten I. 637. Graduierung der Kirchhoff-Wheatstoneschen Brücke IV. 567. Beziehung zwischen der im Element chemisch und der durch den Strom entwickelten Wärme IV. 646. 1166 ff.
Brauner. Fluorescenz II. 328.
Bravais. Barometerkorrektion I. 409. und *Martins.* Geschwindigkeit des Schalles in der Luft I. 788. Tangentenbussole IV. 910.
Breda, van. Elektrisches Licht IV. 687. und *Logemann.* Mechanische Wirkung des Stromes IV. 727.
Breguet. Metallthermometer III. 136.
Brewster. Grenze der Hörbarkeit I. 721. Kaleidoskop II. 61. Absorption des Lichtes in Gasen II. 275. 276. 277. Absorptionslinien durch feste Körper II. 277. Abhängigkeit der Absorption von der Temperatur der absorbierenden Körper II. 304. Fluorescenz II. 314. Stereoskop II. 378. Farben dicker Platten II. 423. Polarisationswinkel II. 497. Drehung der Polarisationsebene durch Reflexion und Brechung II. 513. Elliptische Polarisation bei

itized by Google

Reflexion II. 531. Reflexion des Lichtes an Metallen II. 546. Elliptische Polarisation bei gewöhnlicher Reflexion II. 559. Farbenringe in einaxigen Krystallen II. 636. Farbenringe in gepressten und gekühlten Gläsern II. 668. 669. 670.
Briot. Theorie der Dispersion des Lichtes II. 119 ff. Potentialtheorie IV. 20.
Brix, A. F. Lehrbuch der Statik I. 178.
Brix, W. Verdampfungswärme III. 709.
Broch. Lehrbuch der Mechanik I. 178. Drehung der Polarisationsebene im Quarz II. 674.
Brongersma. Ueber Faradays Influenztheorie IV. 287. Specifisches Verteilungsvermögen IV. 288.
Brücke. Endosmose I. 366. Konsonanten I. 782. Räumliches Sehen II. 377. Diathermansie des Auges III. 236.
Brühl. Brechungsexponenten organischer Verbindungen II. 185.
Brugmanns. Diamagnetismus des Wismuts IV. 978.
Bruhns. Bestimmung von *g* I. 181.
Brunner. Kapillarität I. 322. 340. 341.
Brunner. Spektrometer II. 151.
Budde. Theorie der Thermoströme IV. 674.
Buff. Gestalt der Wasserstrahlen I. 393. Elektricität bei Berührung von Metallen und Flüssigkeiten IV. 462; von Metallen und Gasen IV. 483; bei Berührung zweier Isolatoren IV. 486. Daniellsches Element IV. 501. Elektromotorische Kraft der Elemente IV. 610. 611. 612. Elektrolytisches Gesetz IV. 708. Leitung der Flüssigkeiten IV. 709. Elektrolyse zusammengesetzter Verbindungen IV. 718; von Gemischen IV. 734; durch Reibungselektricität IV. 735. Theorie der Elektrolyse IV. 742. Elektromotorische Kraft der Polarisation IV. 773. Tonerregung durch den galvanischen Strom IV. 784. Gesetze der Induktionsströme IV. 1036. Extrastrom IV. 1041. Induktionsströme höherer Ordnung IV. 1057. Induktion zweier geradliniger Leiter IV. 1074.
Buignet. Drehung der Polarisationsebene II. 688. Siehe *Bussy*.
Bunge. Wagen I. 108.
Bunsen. Absorption der Gase I. 498. Ausströmen der Gase I. 509. Diffusion der Gase I. 526. 540. Photometer II. 32. Absorption des Lichtes II. 268. Absorptionsgesetz II. 271. Absorption des Lichtes in den Salzen des Erbium, Terbium und Didym II. 277. und *Kirchhoff*. Spektralanalyse II. 282. Entdeckung des Cäsium und Rubidium II. 291. und *Roscoe*. Chemische Wirkung des Lichtes II. 344 ff. Absorption des Lichtes bei chemischer Wirkung II. 351. Eiskalorimeter III. 454. Mittlere specifische Wärme des Wassers III. 477. Specifische Wärme einiger Elemente III. 580. Dichtigkeit des Eises III. 615. Schmelzwärme des Wassers III. 619. Änderung der Schmelztemperatur mit dem Druck III. 631. Bestimmung der Dampfdichten III. 744. Kondensation der Gase III. 773. Galvanisches Element IV. 504. Konstantes Element mit einer Flüssigkeit IV. 506. Elektrisches Licht IV. 689. Zersetzung der Chlorverbindungen IV. 696. Zersetzung von Lösungen IV. 692. Elektrochemisches Äquivalent des Wassers IV. 921.
Bunten. Barometer I. 413.
Burg. Mechanik I. 178.
Bussy und *Buignet*. Specifische Wärme von Mischungen III. 592.
Buys-Ballot. Diffusion der Gase I. 530. Einfluſs der Bewegung auf die Tonhöhe I. 830.
Byström. Specifische Wärme fester Körper III. 549.

C.

Cagniard la Tour. Querkontraktion I. 201. Schwingungen von Saiten I. 638. Sirene I. 697. Töne durch schwingende Flüssigkeitssäulen I. 756. Kritische Temperatur bei Flüssigkeiten III. 786.
Cahours. Dampfdichten III. 749.
Caille, La. Siehe *Cassini*.
Cailletet. Kompression der Flüssigkeiten I. 274. Kompression der Gase I. 435. 436. Kondensation der sogenannten permanenten Gase III. 790.
Canton. Kompressibilität der Flüssigkeiten I. 265. Pyroelektricität IV. 179. Elektr. Influenz IV. 207.
Carl. Kalibrieren der Thermometer III. 16. Influenzmaschinen IV. 359.
Carlisle. Elektr. Zersetzung des Wassers IV. 695.
Carnot, S. Kreisprozesse III. 414. Temperaturfunktion III. 426.
Carstaedt. Abnahme der Lichtstärke mit Entfernung von der Lichtquelle II. 36.
Cartesius. Maſs der Kraft I. 179. Brechungsgesetz des Lichtes II. 85.
Casselmann. Elektrisches Licht IV. 686. 689. Rotation des Lichtbogens IV. 894. Elektrochemisches Äquivalent des Wassers IV. 921.
Cassini, Maraldi, La Caille. Geschwindigkeit des Schalles in der Luft I. 786.

Digitized by Google

Cauchy. Elasticität I. 196. Querkontraktion I. 203. Transversalschwingungen von Stäben I. 643. Undulationstheorie II. 43. Theorie der Dispersion II. 114. Abhängigkeit der Brechungsexponenten vom Einfallswinkel II. 132. Dispersion der Gase II 194. Polarisation des Lichtes II. 489. Reflexion an Metallen II. 533. Verschwindende Strahlen II. 537. Elliptische Polarisation bei gewöhnlicher Reflexion II. 561.

Cavalier-Coll. Pfeifentöne I. 752.

Cavendish. Dichtigkeit der Erde I. 165. 181. Ausdehnung des Quecksilbers III. 58.

Cazin. Specifische Wärme der Gase bei konstantem Volumen III. 517. Specifische Wärme der gesättigten Dämpfe III. 737. Elektrodynamisches Grundgesetz IV. 844. Einfluſs der Induktion auf die Entstehung der Ströme IV. 1093. Oscillierende Ströme in nichtgeschlossenen Induktionsspiralen IV. 1095.

Celsius. Thermometerskala III. 11.

Chladni. Transversale Schwingungen von Stäben I. 646. Klangfiguren I. 650. Drehende Schwingungen I. 658. Tonleiter I. 706. Longitudinaltöne I. 732. Klänge der Saiten I. 734; transversal schwingender Stäbe I. 738. Töne schwingender Platten I. 740. Torsionston I. 741.

Christian. Spannkraft der Dämpfe III. 669.

Christiansen. Anomale Dispersion II. 107. 169.

Christie. Diamagnetische Polarität IV. 987. Diamagnetismus und magnetisierende Kraft IV. 994. Diamagnetismus des Wismut IV. 998.

Christoffel. Dispersionstheorie II. 117. Prüfung der Dispersionsformel II. 163 und 349.

Clairaut. Theorem der Abplattung I. 165.

Clapeyron. Querkontraktion I. 201. Verdampfungswärme III. 717.

Clark. Strömungsströme IV. 787.

Clarke. Magnetelektrische Maschine IV. 1096.

Clausius. Theorie der Gase I. 440. Mittlere Weglänge der Gasmoleküle I. 441. Mariottesches Gesetz I. 453. 454. Diffusion der Gase I. 530. Zustandsgleichung der Gase III. 115. 118. Emission der Wärme III. 272. Molekularbewegung der Wärme in festen und flüssigen Körpern III. 385. Mechanisches Wärmeäquivalent nach den Versuchen von Hirn III. 406. Wärme und Werk III. 407. Energie III. 408. Ableitung der ersten Hauptgleichung III. 413. Zweiter Grundsatz der mechanischen Wärmetheorie III. 421. Zweiter Hauptsatz III. 426. Zweite Hauptgleichung III. 430. Wahre Wärmekapacität III. 504. Verhältnis zwischen der Energie der fortschreitenden Bewegung und jener der Bestandteile bei den Gasen III. 507. Wärmeleitung der Gase III. 536. Specifische Wärme fester und flüssiger Körper bei konst. Volum. III. 560. Wahre Wärmekapacität fester und flüssiger Körper III. 566. Disgregation III. 567. Mechanische Bedeutung des zweiten Hauptsatzes der mechanischen Wärmetheorie III. 573. Specifische Wärme und Atomgewicht bei Gasen III. 597. Änderung der Schmelzwärme mit der Temperatur III. 626; der Schmelztemperatur mit dem Druck III. 627. Theorie des Verdampfens III. 665. Verdampfungswärme nach der mechanischen Wärmetheorie III. 717. Specifische Wärme der gesättigten Dämpfe III. 734. 736. Dampfdichte III. 753. Kontinuität des gasförmigen und flüssigen Zustandes III. 782. Theoretische Bestimmung der Dampfspannung III. 796. 799. Potentialtheorie IV. 1. 2. Satz über die zweiten Differentialquotienten des Potentials IV. 20. Potentialfunktion in einer Fläche IV. 25. Bestimmung der Arbeit aus dem Potential IV. 35. Verteilung der Elektricität auf einer Platte IV. 233. Theorie des Rückstandes IV. 408. Wärmeerregung durch die elektrische Entladung IV. 428. Ableitung des Jouleschen aus dem Ohmschen Gesetze IV. 648. Theorie des Peltierschen Phänomens IV. 660, der Thermoströme IV. 666. 668. Galvanisches Glühen von Drähten IV. 682. Theorie der Elektrolyse IV. 749. Fortpflanzung des elektrischen Potentials IV. 851. Elektrisches Grundgesetz IV. 861. Theorie der Dynamomaschine IV. 1107. 1111.

Clebsch. Elasticität I. 196. Torsionskoefficient und Elasticitätskoefficient I. 223. Biegung I. 232.

Clement u. *Desormes.* Specifische Wärme der Gase III. 481; bei konstantem Volumen III. 513. Verdampfungswärme III. 712.

Clerget. Drehungskonstante des Zuckers II. 693.

Clifton. Elektrische Differenzen zwischen Metallen IV. 457. Zwischen Metallen und Flüssigkeiten IV. 465. 471.

Digitized by Google

Coddington. Reflexion des Lichtes II. 81. Brechung des Lichtes II. 261.
Colladon und *Sturm.* Kompression der Flüssigkeiten I. 268. Fortpflanzungsgeschwindigkeit longitudinaler Wellen im Wasser I. 675. Schallgeschwindigkeit im Wasser I. 811. Magnetische Wirkung der Reibungselektricität IV. 975.
Colley. Galvanische Polarisation IV. 769.
Configliachi. Elektrische Polarisation in Isolatoren IV. 285.
Cooke. Absorption des Lichtes in Gasen II. 277.
Cooper. Benutzung der Kohle in galvanischen Elementen IV. 504.
Cornu. Dichtigkeit der Erde I. 170. 181. Querkontraktion I. 207. Biegung I. 233. und *Mercadier.* Tonleiter I. 713. Empfindlichkeit des Ohres I. 828. Messung der Lichtgeschwindigkeit II. 18. 22. Reflexion des polarisierten Lichtes II. 499. Halbschattenapparat (Saccharimeter) II. 698.
Corti. Gehörorgan I. 827.
Cotes. Fernewirkung I. 153.
Coulomb. Torsionselasticität I. 219. 227. Reibung I. 253. Reibung der Flüssigkeiten I. 386. Drehwage IV. 65. Magnetische Direktionskraft IV. 67 u. 70. Magnetische Fernewirkung IV. 85. Verteilung des Magnetismus in Magneten IV. 108. Einfluſs der Wärme auf den Magnetismus IV. 124. Gesetz der elektrischen Anziehung und Abstoſsung IV. 185. 189. Zerstreuung der Elektricität IV. 197. Abfluſs der Elektricität über isolierende Stützen IV. 201. Influenzelektricität IV. 210. Sitz der Elektricität IV. 222. Verteilung der Elektricität auf Leitern IV. 235 ff. Verteilung der Elektricität auf sich berührenden Leitern IV. 243.
Courtepée. Siehe *Masson.*
Craffts Thermometrie III. 132.
Cramer. Accommodation II. 365.
Crawford. Specifische Wärme III. 434; der Gase III. 481. Verbrennungswärme III. 801.
Crighton. Siehe *Southern.*
Crookes. Spektralanalyse II. 291. Erscheinungen in Geiſslerschen Röhren IV. 1123. Einfluſs des Magnets auf dieselben IV. 1136.
Crosse. Elektrisches Licht IV. 683.
Crova. Temperatur der Sonne III. 375. Elektrom. Kraft des Groveschen Elementes IV. 611. Galvanische Polarisation IV. 769. 778.
Cruikshank. Trogapparat IV. 494. Zersetzung des Wassers IV. 696.
Cumming. Thermoströme IV. 623.
Cuneus. Leydener Flasche IV. 370.
Czapski. Beziehung zwischen der elektromotorischen Kraft eines Elementes und der chemisch entwickelten Wärme IV. 1169.

D.

Daguerre. Daguerreotypie II. 344.
Dale und *Gladstone.* Abhängigkeit der Brechungsexponenten von der Körperdichte II. 176. 178.
Dalton. Diffusion der Gase I. 526. Spannkraft der Dämpfe III. 667; von verschiedenen Flüssigkeiten III. 690. Spannkraft der Dämpfe in Gasen III. 701. Dichtigkeit der Dämpfe in der Luft III. 764. Verbrennungswärme III. 801.
Daniell. Hygrometer III. 767. Galvanisches Element IV. 499. Elektrisches Licht IV. 684. Elektrolyse von Sauerstoffsalzen IV. 700. 704. Faradaysches Gesetz IV. 708. Anwendung des elektrolytischen Gesetzes auf die galvanischen Elemente IV. 710. und *Miller.* Zersetzung zusammengesetzter Verbindungen IV. 718. Wanderung der Ionen IV. 723. Theorie der Elektrolyse IV. 743. Elektromotorische Kraft der Polarisation IV. 773.
Davy. Natur der Wärme III. 380. Umsetzung der Arbeit in Wärme III. 387. Elektrischer Lichtbogen IV. 684. Zersetzung des Wassers IV. 696. Zersetzung der Alkalien IV. 698. Elektrolyse zusammengesetzter Verbindungen IV. 718. Galvanische Rotation von Flüssigkeiten IV. 894. Magnetische Wirkung der Reibungselektricität IV. 976. Einfluſs des Magnets auf das elektrische Licht IV. 1135.
Dehms. Siemenssche Quecksilbereinheit IV. 551.
Delambre. Verfinsterung der Jupitertrabanten II. 17.
Delaroche. Diathermansie III. 203. Emission der Wärme III. 247. und *Bérard.* Specifische Wärme der Gase III. 482 ff.
Delaunay. Mechanik I. 178.
Deleuil. Luftpumpe I. 482.
Dellmann. Elektrometer IV. 269.
Desains. Kapillarität I. 316. 322. Farbenringe II. 410. Spektrum der Sonnenwärme III. 180. Polarisation der Wärme III. 230. Siehe auch *de la Provostaye.*
Descamps. Siehe *Amaury.*
Descloiseaux. Zweiaxige Krystalle II. 626. Polarisationsapparat II. 635. Messung der Axenwinkel II. 665. Drehung der

Digitized by Google

Polarisationsebene im Zinnober und schwefelsauren Strychnin II. 686.

Desgoffe. Manometer I. 285.

Desormes. Siehe *Clement.*

Despretz. Mariottesches Gesetz I. 421. Grenzen der Hörbarkeit I. 720. 722. Ausdehnung des Wassers III. 74. 77; von Salzlösungen und Alkoholgemischen III. 82. Wärmeleitung fester Körper III. 292; der Flüssigkeiten III. 313. Schmelzen III. 606. Gefrieren des Wassers III. 608. Verdampfungswärme III. 709. Verbrennungswärme III. 801. Tierische Wärme III. 824. Elektrisches Licht IV. 685. 687. Leitung der Flüssigkeiten IV. 708.

Deville und *Troost.* Bestimmung der Dampfdichten III. 744.

Dewar. Änderung des Schmelzpunktes durch Druck III. 630.

Ditscheiner. Gang des Lichtes durch Prismen II. 97. Wellenlängen des Lichtes II. 159. Messung der Wellenlängen des Lichtes II. 477. Tabelle der Wellenlängen II. 480.

Döbereiner. Hygrometer III. 769.

Donders. Vokale I. 781.

Donny. Siedetemperaturen III. 647.

Doppler. Einfluſs der Bewegung auf die Tonhöhe I. 829.

Dorn. Strömungsströme IV. 787. Bestimmung des Ohm IV. 1148.

Dove. Barometerstände I. 416. Farben der Körper II. 269. Stereoskopisches Sehen II. 378. Polarisiertes Licht II. 494. Polarisationsapparat II. 635. Cirkularpolarisation II. 658. Unterscheidung positiver und negativer optisch einaxiger Krystalle II. 662. Messung der Axenwinkel II. 665. 667. Doppelbrechung in gepreſsten Gläsern II. 668. Bewegung der Magnetnadel durch den Strom IV. 886. Disjunktor IV. 1023. Extrastrom IV. 1042. Dauer der Induktionsströme IV. 1094. Magnetelektrische Maschine IV. 1099.

Draper. Emission des Lichtes II. 285. Abhängigkeit von der Temperatur II. 303. Spektrum der Sonnenwärme III. 181. Emission der Wärme III. 250. Abhängigkeit der Wärmeemission von der Temperatur III. 360.

Drecker. Specifische Wärme der Flüssigkeiten bei konstantem Volumen III. 560. Temperaturerhöhung durch Kompression der Flüssigkeiten III. 564. Specifische Wärme von Flüssigkeitsgemischen III. 596.

Drion. Kritische Temperatur von Flüssigkeiten III. 789.

Dronke. Spannkraft der Dämpfe von Alkohol III. 695.

Dub. Abhängigkeit des Magnetismus in Elektromagneten von der Stromstärke IV. 944; von der Stabdicke IV. 957. Thomsonscher Satz IV. 960. Abhängigkeit des Magnetismus von der Stablänge IV. 962. Sätze über die magnetische Sättigung IV. 963. Sätze über die magnetische Verteilung IV. 967 ff. Anziehung und Tragkraft der Elektromagnete IV. 971 ff.

Duclaux. Kapillarität I. 343.

Dühring. Gesetz betreffend Spannkraft der Dämpfe verschiedener Flüssigkeiten III. 696.

Dufour. Siedetemperaturen III. 647. Magnetismus und Wärme IV. 124. Mechanische Wirkung des Stromes auf die durchströmten Leiter IV. 783.

Duhamel. Magnetisierungsmethode IV. 54.

Duhamel. Mechanik I. 178. Einfluſs der Steifigkeit der Saiten I. 639. Graphische Darstellung von Schwingungen I. 663. Bestimmung der Schwingungszahl der Töne I. 699.

Dulong. Kathetometer I. 24. Mariottesches Gesetz (mit *Arago*) I. 421. Pfeifentöne I. 746. Geschwindigkeit des Schalles I. 795. 802. Brechungsexponenten der Gase II. 191. und *Petit.* Ausdehnung fester Körper III. 33. 37. 41. Ausdehnung des Quecksilbers III. 59 ff. Kubische Ausdehnung III. 86. und *Berzelius.* Dichtigkeit der Gase III. 150. und *Petit.* Gesetze des Erkaltens III. 350 ff. Bestimmung der specifischen Wärme III. 434; nach der Erkaltungsmethode III. 460. Specifische Wärme der Gase bei konstantem Volumen III. 523. Specifische Wärme fester Körper III. 547. Gesetz über die Beziehung der specifischen Wärmen der Elemente zum Atomgewicht III. 576. und *Arago.* Spannkraft der Dämpfe III. 669. Verbrennungswärmen III. 802. Tierische Wärme III. 824.

Dumas, W. Ångströms Methode zur Bestimmung der Wärmeleitungsfähigkeit III. 299.

Dumas und *Boussignault.* Dichtigkeit der Gase III. 150. Bestimmung der Dampfdichten III. 741.

Duperrey. Magnetische Karten IV. 153.

Dupré. Specifische Wärme der gesättigten Dämpfe III. 787.

Duprée und *Page.* Specifische Wärme von Alkoholgemischen III. 592.

Duter. Elektrische Ausdehnung IV 834.

Dutirou. Brechungsexponenten II. 156. 157.

Dutrochet. Endosmose I. 366.

Dvořák. Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in Flüssigkeiten I. 813. Schlierenmethode II. 264.

E.

Eaton. Diamagnetismus IV. 995.

Eckhard. Endosmose I. 368.

Edelmann. Quadrantenelektrometer IV. 284.

Edison. Phonograph I. 822. Glühlampe IV. 682.

Edlund. Specifische Wärme fester Körper bei konstantem Volumen III. 562. Peltierscher Versuch IV. 654. 655 Theorie desselben IV. 661. Widerstand und elektromotorische Kraft des galvanischen Lichtbogens IV. 692 f. Ausdehnung von Drähten durch den galvanischen Strom IV. 783. Strömungsströme IV. 787. Extrastrom IV. 1042. Dauer der Induktionsströme IV. 1094. Arbeitsleistung der elektrischen Ströme bei der Induktion IV. 1174. Theorie der Elektricität IV. 1176.

Egen. Formeln für die Spannkraft der Wasserdämpfe III. 681. Elektrische Abstofsung IV. 188.

Eisenlohr, Fr. Minimum der Ablenkung des Lichtes durch Prismen II. 92. Polarisation des Lichtes II. 489. Totalreflexion II. 519. Reflexion an Metallen II. 532. Elliptische Polarisation bei gewöhnlicher Reflexion II. 562.

Eisenlohr, W. Messung der Wellenlängen des Lichtes durch Beugung II. 477.

Elias. Magnetische Tragkraft IV. 63. Magnetisierung durch den Strom IV. 928.

Elster. Strömungsströme IV. 787.

Encke. Sonnenparallaxe II. 14.

Ermann, A. Volumänderung beim Schmelzen III. 610. Magnetische Karten IV. 153.

Ermann, P. Leitungsfähigkeit des leeren Raumes für die Elektricität IV. 174. Trockene Säulen IV. 498. Ohmsches Gesetz IV. 521.

Esselbach. Talbotsche Linien II. 435. Wellenlängen des ultravioletten Lichtes II. 480. Brechungsexponenten der ordentlichen Strahlen im Quarz III. 187.

Ettingshausen, von. Elliptische Polarisation bei gewöhnlicher Reflexion II. 562. Magnetelektrische Maschine IV. 1096.

Ettingshausen von C. Ablenkung des Stromes in seinem Leiter durch Magnete IV. 900. Diamagnetismus und magnetisierende Kraft IV. 995. 996. Diamagnetismus des Wismut IV. 998.

Euler. Theorie der Wage I. 179. Schwingungen von Saiten I. 630. Undulationstheorie II. 43.

Ewing. Phonograph I. 824.

Exner, F. Dichtigkeitsmaximum des Wassers III. 74. Elektrische Differenzen zwischen Metallen IV. 459. Galvanische Polarisation IV. 769. 772. 774. Mechanische Wirkung des Stromes IV. 784. Chemische Theorie des Galvanismus IV. 797. Absolutes mechanisches Mafs der Stromkonstanten IV. 1159.

F.

Fabry. Kapillarität I. 322.

Fahrenheit. Thermometerskala III. 12. Gefrieren III. 607.

Fairbairn und *Tate.* Dampfdichten III. 754.

Faraday. Akustische Staubfiguren I. 658. Verflüssigung der Gase I. 493. III. 773. 774. Magnetismus von Chrom und Mangan IV. 40. Einflufs der Wärme auf den Magnetismus IV. 124. Reibungselektrische Spannungsreihe IV. 176. Elektricitätserregung durch Reibung IV. 177. Influenz auf Nichtleitern IV. 212. Influenzwirkung durch influenzierte Leiter IV. 215. Sitz der Elektricität IV. 223. Elektrisierte Körper in Hohlräumen IV. 256. Elektrische Polarisation in Isolatoren IV. 285. Elektrische Verteilung in krummen Linien IV. 286. Specifisches Verteilungsvermögen IV. 287. 288. Dielektricitätskonstanten der Gase IV. 312. Theorie der elektrischen Influenz und Fernewirkung IV. 341 ff. Dampfelektrisiermaschine IV. 351. Elektrische Schlagweite IV. 385. Elektrischer Rückstand in der Batterie IV 407. Licht des elektrischen Funkens IV. 436 f. Spannungsreihe der Metalle in Flüssigkeiten IV. 476. Verschiedene Formen der Voltaschen Säule IV. 497. Ströme in isolierten Telegraphenleitungen IV. 544. Leitungsfähigkeit fester Körper IV. 574. Thermoströme IV. 630. Nomenclatur bei der Elektrolyse IV. 696. Elektrolyse geschmolzener Oxyde IV. 698; von Lösungen IV. 699. Elektrolytisches Gesetz IV. 706 ff. Leitung der Flüssigkeiten IV. 708. Elektrolyse zusammengesetzter Verbindungen IV. 717 f. Chemische Wirkung der Reibungselektricität IV. 735. Passivität des Eisens IV. 781. Theorie des Galvanismus IV. 797. Abstofsung der einzelnen Teile eines Stromes IV. 806. Rotationen von Strömen durch Magnete IV. 894. Ro-

Digitized by Google

tationen von Magneten durch Ströme IV. 897. Magnetische Wirkung der Reibungselektricität IV. 975. Diamagnetismus IV. 978 ff. Diamagnetische Polarität IV. 985. Diamagnetismus und magnetisierende Kraft IV. 996. Magnekrystallkraft IV. 1002 ff. Drehung der Polarisationsebene des Lichtes durch den Magnet IV. 1006 ff. 1011 ff. Elektrische Induktion IV. 1020. 1024. Magnetoinduktion IV. 1026. Induktion in flüssigen Leitern IV. 1030. Extrastrom IV. 1039 ff. Unipolare Induktion IV. 1048. Induktion durch den Erdmagnetismus IV. 1051. Induktion in körperlichen Leitern IV. 1077. 1080. Dauer der Induktionsströme IV. 1094.

Favre und *Silbermann*. Verbrennungswärmen III. 805. 811. Wärme durch andere chemische Prozesse III. 813. 815. 817. 822. Quecksilberkalorimeter III. 816. Wärmeentwicklung durch den galvanischen Strom IV. 641. 651. Wärme und Arbeit des Stromes IV. 1172.

Faye. Sonnenparallaxe II. 14.

Fechner. Atomenlehre I. 191. Empfindung der Lichtstärke II. 371. Nachbilder II. 374. Influenzelektricität IV. 216. Theorie der Voltaschen Fundamentalversuche IV. 467. Spannungsreihe der Metalle in Wasser IV. 476. Elektricitätserregung bei Berührung zweier Flüssigkeiten IV. 479; bei Berührung von Metallen und Isolatoren IV. 486. Voltasche Säule IV. 488. Experimentelle Bestätigung des Ohmschen Gesetzes durch Messung der Stromstärken IV. 525. Bestimmung der elektromotorischen Kraft IV. 603. Wärmeerregung durch den galvanischen Strom IV. 633. Theorie der Elektrolyse IV. 740. Polarisation und Übergangswiderstand IV. 759. 765. Passivität des Eisens IV. 782. Theorie des Galvanismus IV. 795. Theorie der Induktion in linearen Leitern IV. 1063.

Feddersen. Partialentladungen IV. 390. Dauer der elektrischen Entladung IV. 392. Mechanismus der Entladung IV. 394 ff. Oscillierende Entladung IV. 396.

Feilitzsch, von. Abstofsung zweier Teile desselben Stromes IV. 806. Elektromagnetische Rotationsapparate IV. 894. Ablenkung des Stromes durch Magnete in seinem Leiter IV. 900. Einwürfe gegen Poissons Theorie der Magnetisierung IV. 950. Verteilung des Magnetismus in Elektromagneten IV. 963. Theorie des Diamagnetismus IV. 985. Magnetelektrische Maschinen IV. 1096.

Felici. Gesetze der Induktion IV. 1036. Einflufs der Induktion auf die Entwicklung der Ströme IV. 1093.

Fessel. Rotationsapparat I. 144.

Feussner. Newtons Farbenringe II. 410.

Fick. Diffusion von Flüssigkeiten I. 357. 361. Irradiation II. 368.

Fischer. Absolute Schwingungszahl des a_1 I. 719.

Fischer. Elektrolyse IV. 715.

Fizeau. Geschwindigkeit des Lichtes II. 18. Interferenz des Lichtes II 406; bei grofsen Gangunterschieden II. 430. 431 ff. Änderung der Brechungsexponenten fester Körper mit der Temperatur II. 434. Ausdehnung fester Körper III. 33. 37; der Krystalle III. 46 ff.; des Jodsilbers III. 53. und *Foucault*. Interferenz der Wärmestrahlen III. 223. 224. Elektrisches Licht IV. 690. Kondensator an Induktionsapparaten IV. 1116.

Flaugergues. Specifische Wärme des Wassers III 468.

Forbes. Brechung der Wärmestrahlen III. 173. Polarisation der Wärme III. 230. Doppelbrechung der Wärme III. 233. Wärmeleitung fester Körper III. 295.

Fortin. Barometer I. 407.

Forster. Phosphorescenz II. 334.

Forster und *Fritz*. Brachyteleskop II. 388.

Foucault. Pendelversuch I. 146. 180. Erhaltung der Rotationsebene I. 180. Lichtgeschwindigkeit II. 18. 24. Lichtgeschwindigkeit in verschiedenen Medien II. 140. Schlierenmethode II. 261. Entstehung der Fraunhoferschen Linien II. 278. Interferenz des Lichtes bei grofsen Gangunterschieden II. 430. Polarisationsprisma II. 595. Rotationsmagnetismus IV. 1079. Interruptor IV. 1115. Siehe auch Fizeau.

Fourier. Emission des Lichtes und der Wärme II. 42. III. 170. Wärmeleitung III. 278. 287.

Frankenheim. Kapillarität I. 334. 341. Ausdehnung des Wassers III. 74. Peltierscher Versuch IV. 653.

Frankland. Kontinuierliches Spektrum der unter hohem Druck brennenden Wasserstoffflamme II. 306.

Franklin. Hypothese eines elektrischen Fluidums IV. 214. Ladungsplatte IV. 370.

Franz. Spektrum der Sonnenwärme III. 178. Diathermanität III. 193. Diathermansie des Auges III. 236. Siehe auch Wiedemann.

Fraunhofer. Linien im Sonnenspektrum II. 146. Bestimmung der Brechungsexponenten II. 150. Brechungsexponenten fester und flüssiger Körper II. 157. 158. Wellenlängen des Lichtes II. 159. Totale und partielle Dispersion II. 210. Chromatische Abweichung des Auges II. 367. Beugung des Lichtes II. 450. 461. Messung der Wellenlängen II. 477. Licht des elektrischen Funkens IV. 435.

Fresnel. Wellenbewegung I. 618. Undulationstheorie II. 43. Reflexionsgesetz II. 50. Brechungsgesetz II. 113. Spiegelversuch II. 393. 396. 401. Messung der Wellenlängen des Lichts II. 400. Interferenzprisma II. 405. Farbenringe II 411. Beugung des Lichtes II. 440 ff. 445 ff.; in durchsichtigen Schirmen II. 470. Polarisation des Lichtes II. 488. 491. 495. und *Arago.* Gesetze der Interferenz des polarisierten Lichtes II. 490. 626. Reflexion des polarisierten Lichtes II. 498 ff. Folgerungen aus der Reflexionstheorie II. 510. Drehung der Polarisationsebene II. 513. Totale Reflexion II. 515 ff. Elliptische Polarisation bei totaler Reflexion II. 521. Theorie der Doppelbrechung II. 587. Doppelbrechung in zweiaxigen Krystallen II. 606. 620. Farben in parallel der Axe geschnittenen Platten einaxiger Krystalle II. 644. Farben in zweiaxigen Krystallen II. 657. Cirkularpolarisation im Bergkrystall II. 680. Doppelbrechung im Bergkrystall parallel der Axe II. 683.

Fröhlich. Zum elektrischen Grundgesetz von Clausius IV. 862.

Frölich. Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Elektricität IV. 404. Widerstand und elektromotorische Kraft im elektrischen Flammbogen IV. 694. Theorie der Dynamomaschine IV. 1107. 1109.

Fromme. Elektromotorische Kraft des Groveschen Elementes IV. 611; des Bunsenschen Elementes IV. 612. Galvanische Polarisation IV. 772. 778. Maximum des Magnetismus im Eisen IV. 939. Abhängigkeit des Magnetismus von der Stromstärke IV. 946.

Fuchs. Bestimmung von Leitungswiderständen durch Messung von Potentialdifferenzen IV. 562.

G.

Galilei. Fallgesetze I. 179. Pendelgesetze I. 179.

Galvani. Entdeckung der Kontaktelektricität IV. 441.

Gambey. Deklinationsbussole IV. 131.

Garibaldi. Diathermansie der feuchten Luft III. 212.

Gassiot. Funken an der galvanischen Batterie IV. 684. Elektrisches Licht IV. 688. Durchgang beider Induktionsströme durch mit verdünnten Gasen gefüllte Räume IV. 1119. Induktionsstrom in luftverdünnten Räumen IV. 1121.

Gaugain. Influenz in nichtleitenden Substanzen IV. 319. Schlagweite der elektrischen Entladung IV. 379. Thermoströme IV. 624. Tangentenbussole IV. 908. Gesetze der Induktionsströme IV. 1036.

Gauss. Wert von *g* in Göttingen I. 58. Mafs der Masse I. 60. Torsion von Seidenfäden I. 223. Innere Reibung I. 255. Kapillarität I. 310. 316. Bifilaraufhängung I. 520. Heliotrop II. 56. Spiegelablesung II. 57. Dioptrische Untersuchungen II. 230. 261. Potentialtheorie IV. 2. Satz über die zweiten Differentialquotienten der Potentialfunktion IV. 20. Magnetometer IV. 73. Messung der magnetischen Direktionskraft IV. 76. Bestimmung der Trägheitsmomente von Magneten IV. 79. Absolute Einheit des Magnetismus IV. 83. 107. Magnetische Fernewirkung IV. 91. 102. Bestimmung der Deklination IV. 135; der Inklination IV. 142. Intensität des Erdmagnetismus IV. 147. Bifilarmagnetometer IV. 147. 152. Magnetische Karten IV. 153. Magnetischer Zustand der Erde IV. 156.

Gay-Lussac. Kohäsion der Flüssigkeiten I. 305. Kapillarität I. 322. Barometer I. 412. Ausdehnung der Gase III. 87. und *Welter.* Specifische Wärme der Gase bei konstantem Volum III. 513. Änderung der Siedetemperatur III. 646. Messung der Spannkraft der Dämpfe III. 669. Spannung der Dämpfe in Gasen III. 702. Bestimmung der Dampfdichten III. 739.

Geissler. Quecksilberluftpumpe I. 454. und *Plücker.* Ausdehnung des Wassers III. 74. Geisslersche Röhren IV. 1121.

Gerland. Elektrischer Kondensator IV. 453. Elektrische Differenzen der Metalle IV. 457. Elektromotorische Kraft zwischen Metallen und Wasser IV. 468 und 478.

Gerling. Netzhautbilder II. 355.

Gernez. Drehung der Polarisationsebene in Flüssigkeiten II. 688. 694.

Gerosa. Specifische Wärme des Wassers III. 474.

Gerstner. Biegungselasticität I. 229.

Digitized by Google

Geuther. Elektrolyse zusammengesetzter Verbindungen IV. 718.
Gibson. Dielektricitätskonstanten IV. 300. 311.
Giese. Elektrischer Rückstand IV. 412. Graduierung der Kirchhoff-Wheatstoneschen Brücke IV. 567.
Gilbert. Elektricität IV. 165.
Girard. Ausströmen der Gase I. 509.
Gladstone. Siehe *Dale.* Refraktionsäquivalente II. 185. Sekundäre Elemente IV. 779.
Glan. Abhängigkeit der Absorption des Lichtes von der Dichte der absorbierenden Substanz II. 272. von der Temperatur der absorbierenden Substanz II. 305. Spektrophotometer II. 601.
Glatzel. Ausdehnung von festen Körpern durch die Wärme III. 31.
Glazebrook. Bestimmung des Ohm IV. 1149.
Gmelin. Chemische Wirkung des Lichtes II. 341.
Gockel. Beziehung zwischen der elektromotorischen Kraft eines Elementes und der chemisch entwickelten Wärme IV. 1169.
Goldstein. Erscheinungen in Geisslerschen Röhren IV. 1123. Kathodenstrahlen IV. 1131. Einfluſs des Magnets auf die Erscheinungen in Geisslerschen Röhren IV. 1136.
Gordon. Messung von Dielektricitätskonstanten IV. 300. 311. 312. Magnetische Drehung der Polarisationsebene bei Reflexion IV. 1020.
Gore. Elektrolyse IV. 742.
Graetz. Wärmeleitung der Flüssigkeiten III. 326; der Gase III. 340. 348. Absoluter Wert des Strahlungsvermögens mit Zugrundelegen des Stefanschen Gesetzes III. 364.
Graham. Diffusion von Flüssigkeiten I. 357. Ausfluss der Gase durch kapillare Röhren I. 511. Diffusion der Gase I. 527. 539. Absorption des Wasserstoffs durch Palladium bei der Elektrolyse IV. 713.
Grailich. Zweiaxige Krystalle II. 626. und *von Lang*, zweiaxige Krystalle II. 626. Magnekrystallkraft IV. 1004.
Gramme. Dynamoelektrische Maschine IV. 1099. 1104.
Grassi. Kompression der Flüssigkeiten I. 272.
Grassmann. Luftpumpenhahn I. 482. Vokaltheorie I. 782. Elektrodynamik IV. 822.
S'Gravesande. Elasticität I. 198.
Green. Reflexionstheorie des Lichtes II. 565. Potentialtheorie IV. 1. Greenscher Satz IV. 26. Theorie des Magnetismus IV. 113. Verteilung der Elektricität auf Leitern IV. 229; auf getrennten Leitern IV. 259.
Greiner. Heberbarometer I. 412.
Grimaldi. Interferenz des Lichtes II. 392. Beugung des Lichtes II. 445.
Grinwis. Verteilung der Elektricität auf getrennten Leitern IV. 259.
Gross. Elektrische Pausen IV. 435.
Groth. Zweiaxige Krystalle II. 626. Polarisationsmikroskop II. 635. Messung der Axenwinkel in zweiaxigen Krystallen II. 665. Rechts und links drehende Krystalle II. 672. Drehung der Polarisationsebene im überjodsauren Natron II. 686.
Grotrian. Reibung der Flüssigkeiten I. 389. Dichtigkeit gesättigter Dämpfe (mit Wüllner) III. 758. Leitungsfähigkeit der Flüssigkeiten IV. 591. 593 und Reibung IV. 752.
Grotthuss. Theorie der Elektrolyse IV. 737.
Grove. Sieden des Wassers III. 648. Gaselement IV. 483 ff. Galvanisches Element IV. 502. Galvanisches Glühen von Drähten IV. 681. Chemische Wirkung der Reibungselektricität IV. 735. Schichtung des elektrischen Lichtes IV. 1129.
Grunmach. Vergleichung der Quecksilberthermometer III. 130. Drehung der Polarisationsebene der Wärme durch den Strom IV. 1011.
Guillemin. Beziehung zwischen Magnetismus und Biegung IV. 121. Ströme in ungeschlossenen Leitern IV. 541. In isolierten Telegraphenleitungen IV. 544.
Guthrie. Kapillarität I. 337. Wärmeleitung in Flüssigkeiten III. 313.

H.

Hadley. Spiegelsextant II. 58.
Haecker. Tragkraft der Magnete IV. 59. 63.
Haga. Diathermansie der feuchten Luft III. 213. Strömungsströme IV. 787.
Hagen. Kapillarität I. 315. 341. Ausfluss durch kapillare Röhren I. 384. Ausdehnung des Wassers III. 72.
Hagen, E. B. Spannkraft des Quecksilberdampfes III. 692.
Hagen, O. Absorptionsgesetz des Lichtes II. 270.
Hagenbach. Reibung der Flüssigkeiten I. 372. 383. Fluorescenz II. 323 ff. 328. Phosphorescenzlicht II. 341.

Digitized by Google

Haidinger. Polarisationsbüschel II. 485. Polarisationsebene II. 489. Elliptische Polarisation bei Reflexion an stark absorbierenden Medien II. 531.
Hajech. Brechung des Schalles I. 817.
Haldat. Hydrostatischer Apparat I. 278.
Hällström. Stösse, akustische I. 837. Ausdehnung des Quecksilbers III. 58; des Wassers III. 71.
Hall. Ablenkung des Stromes in seinem Leiter durch Magnete IV. 900.
Halley. Magnetische Karten IV. 153.
Halske. Stromunterbrecher IV. 1022.
Hamilton. Konische Refraktion II. 620. 622.
Handl. Siehe *Pribram.*
Hankel. Pyroelektricität IV. 180 ff. Elektricität der Flamme IV. 182. Verteilung der Elektricität auf getrennten Leitern IV. 259. Elektrometer IV. 284. Elektromotorische Kraft zwischen Metallen IV. 457. Elektromotorische Kraft zwischen Metallen und Wasser IV. 468. Leitungsfähigkeit der Flüssigkeiten IV. 585. Thermoelekt. Spannungsreihe IV. 620. Thermoströme IV. 624. Magnetismus des Eisen und Kobalt IV. 940. Magnetische Wirkung der Reibungselektricität IV. 977. Theorie der Elektricität IV. 1176
Hansemann siehe Kirchhoff.
Hansen. Sonnenparallaxe II. 14.
Hansteen. Magnetische Fernewirkung IV. 91. Magnetische Karten IV. 153. Magnetischer Zustand der Erde IV. 156.
Hare. Kalorimotor IV. 497.
Harms. Philosophische Einleitung in die Physik I. 191.
Harting. Mikroskop II. 383.
Harris. Schlagweite der Batterie IV. 376. 384. Rotationsmagnetismus IV. 1078.
Haughton. Dichtigkeit der Erde I. 175.
Hauy. Kapillarität I. 349. Elektricität durch Druck IV. 179.
Haycraft. Specifische Wärme der Gase III. 491.
Hefner Alteneck von. Induktionstrommel der Dynamomaschine IV. 1099.
Heintz. Schmelzpunkte III. 633. Elektricität durch Reibung IV. 177.
Helmert. Bestimmung von *g* I. 181. Lichtgeschwindigkeit II. 23.
von Helmholtz. Naturauffassung I. 8. Reibung der Flüssigkeiten I. 379. Ausfluss durch kapillare Röhren I. 383. Vibrationsmikroskop I. 664. Schwingung der Saiten I. 667 ff. Klang I. 696. Tonleiter I. 713. Musikalische Temperatur I. 717. Grenze der Hörbarkeit I. 720. 721. Analyse des Klanges I. 723. 730. Saitenklänge I. 735. Theorie der Pfeifentöne I. 754. Klang der Pfeifen I. 755. Theorie der Zungenpfeifen mit weichen Zungen I. 767. Bildung der Vokale I. 776 ff. Geschwindigkeit des Schalles in Röhren I. 799. Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in Flüssigkeiten I. 813. Resonanz I. 820. Gehörorgan I. 827. Stösse I. 839. Kombinationstöne I. 842 ff. Theorie der Konsonanz und Dissonanz I. 845. Theorie der Brechung, Dispersion und Absorption II. 121 ff. Abhängigkeit der Brechungsexponenten von der Körperdichte II. 178. Brechung des Lichtes in kugelförmigen Flächen II. 226. Das menschliche Auge II. 353. Konstanten des Auges II. 356. Sehen in verschiedenen Entfernungen II. 363. Accommodation II. 364. Monochromatische Abweichung des Auges II. 366. Irradiation II. 368. Gesichtsempfindungen II. 370. Perception der Farben II. 372 ff. Nachbilder II. 374. Gesichtswahrnehmungen II. 374. Identische Netzhautpunkte II. 377. Polarisationsbüschel II. 485. Natur der Wärme III. 381. Princip der Erhaltung der Kraft III. 381. Tierische Wärme III. 824. Bestimmung der Arbeit aus dem Potential IV. 35. Anziehung zweier elektrisierter Körper in einem Dielectrikum IV. 305. Entladungsstrom der Leydener Flasche IV. 376. Oscillierende Entladung IV. 399. Wärmeerregung durch die elektrische Entladung IV. 428. Elektromotorische Kraft IV. 445. Gesetz der Spannungsreihe IV. 460. Wärmeentwicklung durch den galvanischen Strom IV. 640. Mechanische Wirkung des Stromes IV. 731. Galvanische Polarisation IV. 769. 770. Elektrolytische Konvektion IV. 770. 772. Wirkung des Stromes auf Kapillarität IV. 785. Theorie der Strömungsströme und der elektrischen Fortführung; elektrische Doppelschichten IV. 789. Theorie des Galvanismus IV. 791. Einwürfe gegen Webers elektrisches Grundgesetz IV. 854. 858. Theorie der Elektrodynamik IV. 860 f. Rotation von Strömen unter dem Einflusse von Magneten IV. 895. Tangentenbussole IV. 908. Einfluſs der Induktion auf die Entstehung der Ströme IV. 1093. Bewegung der Elektricität in nichtgeschlossenen Induktionsspiralen IV. 1095. Theorie des Telephon IV. 1112. Beziehung zwischen der elektromotorischen Kraft eines

Digitized by Google

Elementes und der chemisch entwickelten Wärme IV. 1168.
Henke. Accommodation II. 365.
Henrichsen. Specifische Wärme des Wassers III. 474.
Henrici. Ausdehnung des Wassers III. 74.
Henry. Absorption der Gase I. 498.
Henry, J. Induktionsströme höherer Ordnung IV. 1055.
Hermann, L. Induktion in flüssigen Leitern IV. 1030.
Hermann und *Pfister.* Sphärometer I. 24.
Herschel. Interferenz des Schalles I. 832. Emissionshypothese II. 39. Reflexion des Lichtes II. 81. Brechung des Lichtes II. 138. Aplanatische Linsen II. 255. Absorptionsgesetz des Lichtes II. 269. Fluorescenz II. 314. Farben dicker Platten II. 424. Doppelbrechung in zweiaxigen Krystallen II. 620. Farbenringe in einaxigen Krystallen II. 640 Farbenkurven in zweiaxigen Krystallen II. 658. Rechts- oder linksdrehende Bergkrystalle II. 671. Spektrum der Sonnenwärme III. 177. 181. Passivität des Eisens IV. 780. Siehe auch *Babbage.*
Hertz. Methode von Clement und Desormes zur Bestimmung des Verhältnisses der beiden specifischen Wärmen der Gase III. 512. Spannkraft des Quecksilberdampfes III. 692. Theoretische Gleichung für die Spannkraft der Dämpfe III. 795.
Herwig. Absolute Maſse I. 542. Spannkraft der Dämpfe III. 703. Ausdehnungskoefficient der Dämpfe III. 751. Dichtigkeit gesättigter Dämpfe III. 754. Elektrisches Licht IV. 687. Galvanische Polarisation IV. 769. Zu v. Helmholtz Theorie der Elektrodynamik IV. 861. Rotation von Strömen unter dem Einflusse von Magneten IV. 895.
Hess. Schmelzwärme des Wassers III. 619. Verbrennungswärme III. 811. 822.
Himstedt. Ausmessung einer Spirale auf magnetischem Wege IV. 1145. Bestimmung des Ohm IV. 1149.
Hirn. Ausdehnung des Wassers III. 78; verschiedener Flüssigkeiten III. 83. Umsetzung von Arbeit in Wärme III. 394 ff., von Wärme in Arbeit III. 406. Bestimmung der specifischen Wärme nach der Erkaltungsmethode III. 465. Specifische Wärme des Wassers III. 471. Specifische Wärme der Gase bei konstantem Volum III. 513. Specifische Wärme von Flüssigkeiten III. 558. Specifische Wärme der gesättigten Dämpfe III. 737. Dampfdichten III. 749.
Hittorf. Allotropie des Selens I. 189. und *Plücker.* Spektra glühender Gase II. 295 ff. 301. Elektrolyse von Lösungen IV. 701. Faradaysches Gesetz IV. 708. Elektrolyse zusammengesetzter Verbindungen IV. 718. Wanderung der Ionen IV. 723. Elektrolyse von Lösungsgemischen IV. 733. Theorie der Elektrolyse IV. 740. 741. 744. Entladung des Induktionsstromes in gasverdünnten Räumen IV. 1123. Negatives Licht IV. 1131. Durchgang des konstanten Stromes durch Gase IV. 1131. Leitung der Gase IV. 1132. Einfluſs des Magnets auf die Entladungen in Geisslerschen Röhren IV. 1136.
Hoek. Brechungsexponenten II. 177. 184.
van T'Hoff. Beziehung zwischen der elektromotorischen Kraft eines Elementes der chemisch entwickelten Wärme IV. 1168.
Hoffmann. Brechungsexponenten II. 189.
Hofmann, A. W. Dampfdichtebestimmung III. 744.
Hofmann. Sonnenspektrum II. 148.
Hofmann. Geradsichtiges Prisma II. 217.
Holtz. Influenzmaschinen IV. 359.
Holtzmann. Polarisation des Lichtes II. 489. Thermometerkorrektion III. 377.
Holzmann. Metallthermometer III. 136.
Hooke. Elasticität I. 198. Farben dünner Blättchen II. 407.
Hoorweg. Diathermansie der feuchten Luft III. 213. Elektrische Differenzen zwischen Metallen IV. 459. Elektromotorische Kraft IV. 602. Peltiersches Phänomen IV. 660.
Hopkins. Pfeifentöne I. 746. Interferenz des Schalles I. 832. Änderung der Schmelztemperatur mit dem Drucke III. 632.
Hopkinson. Messung von Dielektricitätskonstanten IV. 300. 311.
Horsford. Leitungsfähigkeit der Flüssigkeiten IV. 582.
Horstmann. Dampfdichten III. 749.
Hübener. Reibung der Flüssigkeiten I. 389.
Hurion. Anomale Dispersion der Gase II. 195.
Huyghens. Pendelgesetze I. 179. Centrifugalkraft I. 179. Stoſsgesetze I. 246. Princip der Fortpflanzung der Wellen I. 604. 618. Undulationstheorie II. 43. Reflexionsgesetz II. 50. Brechungsgesetz II. 113. Polarisation des Lichtes durch Doppelbrechung II. 482. Doppelbrechung des Lichtes II. 570.

Digitized by Google

J.

Jacobi, *C. G. J.* Mechanik I. 179.

Jacobi. Widerstandseinheit IV. 550. Rheostat IV. 552. 555. Elektromotorische Kraft des Groveschen Elementes IV. 611. Elektrisches Licht IV. 683. Siehe auch *Lenz*.

Jacobson. Ausfluss durch kapillare Röhren I. 383.

Jacques. Zusammensetzung der von glühenden Körpern ausgestrahlten Wärme III. 252.

Jaeger. Trockene Säulen IV. 493.

Jahn. Beziehung zwischen der elektromotorischen Kraft eines Elementes und der chemisch entwickelten Wärme IV. 1169 ff.

Jamin. Brechungsexponenten, Abhängigkeit von der Temperatur II. 176. 429. Farben dicker Platten II. 424. Interferenzialrefraktor II. 428. Polarisation des Lichtes II. 489. Totale Reflexion II. 524. Reflexion an Metallen II. 549. 553. Elliptische Polarisation bei gewöhnlicher Reflexion II. 560. Doppelbrechung im Bergkrystall parallel der Axe II. 684. und *Masson*. Diathermanität III. 190. und *Amaury*. Specifische Wärme des Wassers III. 471. Elektrodynamisches Grundgesetz IV. 814. Elektromagnetische Rotationsapparate IV. 894. Lamellenmagnete IV. 965.

Jannetaz. Wärmeleitung in Krystallen III. 311.

Jannsen. Absorption des Lichtes in Gasen II. 276. 277. Diathermansie des Auges III. 236.

Janssen. Kritische Temperatur des Stickoxydul III. 781.

Jellet. Halbschattenapparat (Saccharimeter) II. 698.

Jenkin. Extrastrom IV. 1039.

Jenkin, *F.* Phonograph I. 824. Widerstandseinheiten IV. 550. Absolute elektrische Widerstandsmessungen IV. 1148.

Jerichau. Endosmose I. 366.

Ingenhouss. Wärmeleitung III. 291.

Jochmann. Mariottesches Gesetz I. 431. Beugung des Lichtes in durchsichtigen Schirmen II. 473. Reflexion an Metallen II. 555. Induktion in körperlichen Leitern IV. 1082.

Johannisjanz. Diffusion I. 364.

Jolly. Abnahme der Schwere mit der Höhe I. 162. Dichtigkeit der Erde I. 170. 181. Mechanik I. 179. Endosmose I. 366. Quecksilberluftpumpe I. 486. Ausdehnung des Wassers III. 74; der Gase III. 94. 101. Elektricitätsentwicklung beim Ausströmen von Kohlensäure IV. 353.

Joule. Theorie der Gase I. 440. Umsetzung von Arbeit in Wärme III. 388 ff. 392. 397. Umsetzung der Wärme in Arbeit III. 404. und *W. Thomson*. Innere Arbeit bei Ausdehnung der Gase III. 525. Temperaturerhöhung der Flüssigkeiten durch Kompression III. 563. Wärmeerregung durch Magnetisieren IV. 126. Elektromotorische Kraft des Groveschen Elementes IV. 611. Gesetz der Wärmeentwicklung durch den galvanischen Strom IV. 633. 637. Elektrochemisches Äquivalent des Wassers IV. 921. Abhängigkeit des Magnetismus von der magnetisierenden Kraft IV. 935. Thomsonscher Satz über Elektromagnete IV. 960. Messung der im elektr. Strom entwickelten Wärme nach absolutem Maſse IV. 1164.

Isenkrahe. Fernewirkung I. 153.

Jullien. Mechanik I. 179.

Jürgensen. Mechanische Wirkung des Stromes IV. 729.

K.

Kaiser. Geschwindigkeit des Schalles in Röhren I. 801.

Kämtz. Meteorologie I. 411. Spannkraft der Dämpfe III. 669.

Kater. Bestimmung von *g* I. 133. 136.

Keir. Passivität des Eisens IV. 780.

Keppler. Gesetze der Planetenbewegungen I. 149. 181.

Kerr. Elektrooptische Doppelbrechung IV. 339. Magnetische Drehung der Polarisationsebene durch Reflexion IV. 1018.

Ketteler. Dispersion des Lichtes II. 121. Abhängigkeit der Brechungsexponenten vom Einfallswinkel II. 132. Messung der Brechungsexponenten anomal dispergierender Medien II. 155. Prüfung der Dispersionstheorie II. 164. Brechungsexponenten von Cyaninlösungen II. 170. Abhängigkeit der Brechungsexponenten von der Körperdichte II. 178. Dispersion der Gase II. 194. 429. Theorie der Absorption des Lichtes II. 314. Farben dicker Platten II. 427. Wellenlängen des Lichtes II. 481. Theorie der Reflexion des Lichtes II. 506., der Totalreflexion II. 519., der Reflexion an absorbierenden Medien II. 540. 562.

King und *M'Kichan* absolutes mechanisches Maſs der Stromkonstanten IV. 1159.

Kiessling. Interferenz des Schalles I. 834.

Kirchhoff. Elasticität I. 196. Querkontraktion I. 203. 206. Schwingungen von Platten I. 647 ff. Geschwindig-

Digitized by Google

keit des Schalles in Röhren I. 799. Sonnenspektrum II. 148. Absorption des Lichtes in Flammen II. 278. Satz der Gleichheit der Emission und Absorption des Lichtes II. 280. Erklärung der Fraunhoferschen Linien II. 281. Beschaffenheit der Sonne II. 284. Emission des Lichtes II. 285. Zur Geschichte der Spektralanalyse II. 288. und *Bunsen*. Spektralanalyse II. 289. Abhängigkeit des Emissionsvermögens von der Temperatur II. 304. Satz über Emission und Absorption der Wärme III. 262 ff. und *Hansemann*. Wärmeleitung fester Körper III. 302. Wirkungsfunktion III. 408. Quadrantenelektrometer IV. 284. Entladung der Leydener Flasche IV. 376. Oscillierende Entladung IV. 399. Licht des elektrischen Funkens IV. 436. Ohmsches Gesetz IV. 507. 520. Stromverzweigung IV. 586. Modifikation der Wheatstoneschen Brücke IV. 565. Messung kleiner Widerstände IV. 573. und *Hansemann*. Beziehung zwischen den Leitungsfähigkeiten für Wärme und Elektricität IV. 581. Magnetismus eines unbegrenzten Cylinders und eines Ringes IV. 952. Theorie der Magnetisierung IV. 954. Berechnung der Magnetisierungsfunktion IV. 955.

Kleist. Leydener Flasche IV. 369.

Klemenčič. Dielektricitätskonstanten der Gase IV. 318. Absolutes mechanisches Mafs der Stromkonstanten IV. 1159.

Knoblauch. Spektrum der Sonnenwärme III. 178. Diathermansie III. 196. 200. Verhalten des Steinsalzes und Sylvins III. 201 ff. Diffuse Reflexion der Wärme III. 221. Wärmefärbung der Metalle III. 222. Interferenz der Wärmestrahlen III. 223. Beugung der Wärme III. 224. Polarisation der Wärme III. 228. 229. Doppelbrechung der Wärme III. 232. Interferenz der polarisierten Wärme III. 233. Emission der Wärme III. 241. 242. 250. 255. Leitungsfähigkeit der Hölzer für Wärme III. 312. und *Tyndall*. Magnekrystallkraft IV. 1004.

von Kobell. Härteskala I. 245.

Koch. Ausströmen der Gase I. 508.

Köhler. Pyroelektricität IV. 180.

Kohlrausch, R. Bestimmung des specifischen Gewichtes III. 144. Dichtigkeit der Luft III. 153. Thermoelektricität IV. 179. und *Weber*. Absolutes Mafs der Elektricität IV. 184. Messung der Elektricität nach absolutem Mafs IV. 197. Torsionselektrometer IV. 269. Sinuselektrometer IV. 273. Kondensator IV. 367. Elektrischer Rückstand IV. 406 ff. Elektrische Spannungsreihe IV. 452. 457. Elektromotorische Kraft zwischen Metallen und Flüssigkeiten IV. 464. 465. Prüfung des Ohmschen Gesetzes IV. 521. Theorie des Galvanismus IV. 791. Absolutes Mafs der Stromstärken IV. 916. und *Weber*. Absolute mechanische Mafse der elektromotorischen Kraft und des Widerstandes IV. 1153.

Kohlrausch, F. und *Loomis*. Torsionselasticität I. 228. Elastische Nachwirkung I. 233 ff. 238. 240. Bestimmung von Brechungsexponenten durch totale Reflexion II. 206. Specifische Wärme der Gase bei konstantem Volumen III. 518. Theorie der Bifilarsuspension IV. 147. Messung kleiner Widerstände IV. 573. Elektrische Leitungsfähigkeit von Zinkvitriollösungen IV. 588; der Flüssigkeiten IV. 591. 592. und *Nippoldt* der Flüssigkeiten IV. 591. und *Grotrian* der Flüssigkeiten IV. 591; des Wassers und Alkohols IV. 596. Elektromotorische Kraft des Groveschen Elementes IV. 611. Theorie der Thermoströme IV. 674. Elektrolytische Leitung der Flüssigkeiten IV. 709. Zur Theorie der Elektrolyse IV. 750. Theorie der elektrischen Leitung der Flüssigkeiten IV. 753 ff. Specifische und molekulare Leitungsfähigkeit IV. 755. Galvanische Polarisation IV. 772. Elektrochemisches Äquivalent des Wassers IV. 921. Ausmessung einer Spirale auf magnetischem Wege IV. 1145. Bestimmung des Ohm IV. 1145.

Kohlrausch, W. Elektrische Leitungsfähigkeit von Flüssigkeiten IV. 593. Elektrochemisches Äquivalent des Wassers IV. 921.

Kolbe. Elektrolyse IV. 715. 716.

Kolke, vom. Verteilung des Magnetismus in Elektromagneten IV. 965.

Kölliker. Ohr I. 827.

Kommission, amerikanische. Messung der Spannkraft der Dämpfe III. 672.

Kommission der British Association for advancement of science zur Bestimmung des Ohm IV. 1148.

König. Phonautograph I. 663. Apparat zur Analyse des Klanges I. 725. Empfindliche Flammen I. 728. Vokale I. 779. Interferenz des Schalles I. 833. Stöfse I. 838. Kombinationstöne I. 843. Elektrische Leitungsfähigkeit der Flüssigkeiten IV. 591.

Konowalow. Spannkraft der Dämpfe von Flüssigkeitsgemischen III. 699. 700.

Koosen. Abhängigkeit des Magnetismus

von der Stromstärke IV. 939. Magnetische Wirkung der Reibungselektricität IV. 976. Galvanische Leitung der Lichthülle IV. 1120.
Kopp. Atomistik I. 189. Volumenometer I. 471. Ausdehnung des Wassers III. 74; anderer Flüssigkeiten III. 83. Thermometerkorrektion III. 376. Bestimmung der specifischen Wärmen III. 447. Specifische Wärmen allotroper Modifikationen III. 546. Atomwärmen III. 578. Specifische Wärme der Elemente III. 579. 581. Neumannsches Gesetz III. 585. Satz über die Atomwärmen von Verbindungen III. 589. Volumänderungen beim Schmelzen III. 610. Siedepunktsdifferenzen III. 693.
Korteweg und *Julius.* Elektrische Ausdehnung IV. 336.
Kötteritsch. Elektrostatik IV. 229.
Krause. Menschliches Auge II. 315.
Krebs. Siedeverzüge III. 648.
Krecke. Drehung der Polarisationsebene in Flüssigkeiten II. 694.
Krönig. Konstitution der Gase I. 440. Mariottesches Gesetz I. 453.
Kundt. Reibung der Gase (mit Warburg) I. 517. 520. 525. Schwingungen von Luftplatten I. 680. Zusammengesetzte Schwingungen I. 661. Schallgeschwindigkeit I. 796; in festen Körpern I. 805. und *Lehmann.* Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in Flüssigkeiten I. 813. Anomale Dispersion II. 108 ff. Brechungsexponenten bei anomaler Dispersion II. 169. Anomale Dispersion der Gase II. 195. Wärmeleitung der Gase III. 334. Specifische Wärme des Quecksilberdampfes III. 524 und *Röntgen.* Magnetische Drehung der Polarisationsebene in Gasen IV. 1010. 1017; in Metallen IV. 1018 ff.; durch Reflexion IV. 1019.
Kupfer. Einflufs der Wärme auf den Magnetismus IV. 122. 124.
Kurz. Elliptische Polarisation bei gewöhnlicher Reflexion II. 565.
Kuytenbrouwer. Siehe *van Beek.*

L.

Ladd. Dynamoelektrische Maschine IV. 1104.
Lallemand. Polarisation des Lichtes II. 489.
Lamansky. Fluorescenz II. 828. Spektrum der Wärmestrahlen III. 180 ff. Diathermanität III. 191. 193.
Lambert. Sprachrohr I. 816. Photometrie II. 39. Ausdehnung der Gase III. 87. Intensität der Wärmestrahlen III. 168 Magnetische Direktionskraft IV. 67.
Lamé. Elasticität I. 196. Querkontraktion I. 201. 203. Kubische Kompressibilität I. 211. 215.
Lamont. Handbuch des Magnetismus IV. 40. Magnetischer Reisetheodolith IV. 136. Bestimmung der Inklination IV. 143. Variationen des Erdmagnetismus in München in den Jahren 1853 bis 1871. IV. 162.
Lamy. Spektralanalyse II. 214.
Landolt. Abhängigkeit der Brechungsexponenten von der Körperdichte II. 179. Brechungsexponenten von Mischungen II. 185. Refractionsäquivalente II. 185. Drehung der Polarisationsebene in Flüssigkeiten II. 688. 690. Drehungskonstante des Zuckers II. 693. Saccharimetrie II. 700. 704. Spannkraft der Dämpfe homologer Verbindungen III. 694. Ammoniumamalgam IV. 715.
Lane. Mafsflasche IV. 386.
Langberg. Wärmeleitung fester Körper III. 292.
Lang, von. Reibung der Gase I. 512. Brechungungsexponenten der Luft bei verschiedener Temperatur II. 190. Elliptische Polarisation bei gewöhnlicher Reflexion II. 562. 565. Zweiaxige Krystalle II. 626. Messung der Axenwinkel in zweiaxigen Krystallen II. 665. Drehung der Polarisationsebene im Quarz II. 678. Doppelbrechung im Bergkrystall parallel der Axe II. 684. Drehung der Polarisationsebene im schwefelsauren Äthylen-Diamin II. 687. Wärmeleitung in Krystallen III. 311. Wärmeleitung der Gase III. 536. Magnekrystallkraft IV. 1004.
Lange. Apparat zur Demonstration der Stöfse I. 338.
Langsdorf. Widerstandseinheit IV. 551.
Langenbeck. Accommodation II. 365.
Langley. Spectrum der Sonnenwärme III. 182. Brechungsexponenten und Wellenlängen der Wärmestrahlen III. 183. Wärmemaximum im Sonnenspectrum III. 183. Beugungsspectrum der Wärmestrahlen III. 226. Temperatur der Sonne III. 375.
La Place. Ebbe und Flut. I. 178. 181. Kapillarität I. 306. 310. 316. 347. Höhenmessung mit dem Barometer I. 462. Ableitung des Verhältnisses der beiden specifischen Wärmen der Gase aus der Geschwindigkeit des Schalles III. 521. Siehe auch *Lavoisier.*
Lasch. Dichtigkeit der Luft III. 153.
Laspeyres. Polarisationsmikroskop II. 635.

Digitized by Google

Laurent. Halbschattenapparat (Saccharimeter) II. 698.
Lavoisier und *La Place*. Ausdehnung fester Körper III. 27. 41; des Quecksilbers III. 58. Bestimmung der specifischen Wärme durch Schmelzen von Eis III. 452. Specifische Wärme der Gase III. 481. Wärmeverbrauch beim Schmelzen III. 619. Verbrennungswärme III. 801.
Lecher und *Pernter*. Diathermansie der feuchten Luft III. 274. Emission der Wärme III. 254.
Legrand. Siedepunkt von Salzlösungen III. 650.
Lehmann. Siehe *Kundt*. Durchgang der Elektricität durch Gase IV. 1135.
Lehnebach. Messung des Emissionsvermögens III. 367.
Leibnitz. Mafs der Kraft I. 179.
Lenz. Stromverzweigung IV. 536. Bestimmung des Leitungswiderstandes IV. 558. Leitungsfähigkeit der Metalle IV. 575. Einflufs der Temperatur auf die galvanische Leitungsfähigkeit IV. 578. und *Saveljew*. Elektromotorische Kraft des Groveschen Elementes IV. 611. Wärmeentwicklung durch den galvanischen Strom IV. 634. Peltierscher Versuch IV. 652. und *Saveljew*. Galvanische Polarisation IV. 762. Polarisation und Übergangswiderstand IV. 766 ff. und *Jacobi*. Abhängigkeit des Magnetismus von der Stromstärke IV. 931; von der Stabdicke IV. 957; von der Stablänge IV. 959. Verteilung des Magnetismus in Elektromagneten IV. 965. Anziehung und Tragkraft der Elektromagnete IV. 970 f. Grundgesetz der elektrischen Induktion IV. 1024; der Magnetinduktion IV. 1026. Gesetze der Induktionsströme IV. 1027 ff.
Lenz, R. Elektrischer Widerstand des Quecksilbers IV. 577; von Flüssigkeiten IV. 593; von alkoholischen Lösungen IV. 596. Bestimmung des Ohm IV. 1150.
Le Roux. Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles I. 787. 793. Anomale Dispersion des Joddampfes II. 107. Dispersion der Gase II. 194. 195. Thermoströme IV. 629. Temperaturänderung an Lötstellen IV. 657. 667. Theorie der Thermoströme IV. 669. Biegung von Strömen durch Magnete IV. 899. Einflufs des Magnetes auf das elektrische Licht IV. 1136.
Leslie. Volumenometer I. 468. Differentialthermometer III. 158. Intensität der Wärmestrahlen III. 169. Emission der Wärme III. 170. 240. Absorption der Wärme III. 259.
Leverrier. Sonnenparallaxe II. 14.
Levy. Ausdehnung des Quecksilbers III. 69.
Libes. Elektricitätserregung durch Druck IV. 142.
Lichtenberg. Elektricitätserregung durch Reibung IV. 176. Elektrische Staubfiguren IV. 356.
Lindig. Abhängigkeit der elektromotorischen Kraft der Elemente von der Temperatur IV. 630.
Liouville. Elektrodynamisches Grundgesetz IV. 809.
Liphart, von. Magnetische Wirkung der Reibungselektricität IV. 977
Lippich. Kaleidophon I. 670. Polarisirtes Licht II. 495.
Lippmann. Bestimmung von Leitungswiderständen durch Messung von Potentialdifferenzen IV. 562. Kapillarelektrometer IV. 784
Liscovius. Pfeifentöne I. 745. 755.
Lissajous. Wellenbewegung I. 618. Schwingungskurven I. 672.
Listing. Dimensionen des Erdkörpers II. 14. Optische Knotenpunkte II. 237. Reduziertes Auge II. 360. Lage der Netzhautbilder II. 362.
Littrow. Dioptrik II. 388.
Lloyd. Konische Refraktion II. 621. 622. Geschichte der Optik II. 47. 636. Bestimmung der Inklination IV. 142.
Lockyer. Hypothese über die mehrfachen Spektra der Gase II. 301.
Logemann. Magnete IV. 63. und *van Breda*. Mechanische Wirkung des Stromes IV. 727.
Lommel. Theorie der Dispersion II. 121. Näherungsgleichung für die Brechungsexponenten II. 167. Theorie der Absorption des Lichtes II. 314. Fluorescenz II. 324. 327. Theorie der Fluorescenz II. 330. Theorie der Doppelbrechung II. 584.
Long. Diffusion I. 364. Elektrische Leitungsfähigkeit von Flüssigkeiten IV. 593.
Loomis. Siehe *Kohlrausch, F.*
Lorberg. Wärmeleitung der Flüssigkeiten III. 324. Zum elektrischen Grundgesetz von Clausius IV. 862. Unipolare Induktion IV. 1051.
Lorenz. Abhängigkeit der Brechungsexponenten von der Körperdichte II. 182. Brechungsexponenten von Gasen und Dämpfen II. 195. 199. Polarisation des Lichtes II. 489. Wärmeleitung fester Körper III. 305. Beziehung zwischen den Leitungsfähigkeiten für

Digitized by Google

Wärme und Elektricität IV. 581. Bestimmung des Ohm IV. 1149.
Lorentz. Abhängigkeit der Brechungsexponenten von der Körperdichte II. 182. Brechungsexponenten von Mischungen und chemischen Verbindungen II. 187.
Loschmidt. Diffusion der Gase I. 527. Gröfse der Gasmoleküle I. 538.
Lubarsch. Fluorescenz II. 326. 328.
Lubimoff. Galileisches Fernrohr II. 387.
Luc, de. Ausdehnung fester Körper III. 33. Ausdehnung der Gase III. 87. Specifische Wärme des Wassers III. 468. Überkälten des Wassers III. 608. Schmelzwärme III. 617.
Ludwig. Endosmose I. 368. Physiologie I. 775. 782. Räumliches Sehen II. 376.
Lüdtge. Ausbreitung von Flüssigkeiten I. 357.
Lundquist. Theorie der Reflexion II. 532. 537. Reflexion an stark absorbierenden Medien II. 554. Wärmemaximum im Sonnenspectrum III. 183; 227. Wärmeleitung von Flüssigkeiten III. 816.

M.

Macaluso. Galvanische Polarisation IV. 778.
Mac Cullagh. Theorie der Reflexion II. 531.
Mach. Brechung des Schalles I. 819. Hallsches Phänomen IV. 900.
Macfarlane. Elektrische Schlagweite IV. 385.
Maggi. Graduierung der Kirchhoff-Wheatstoneschen Brücke IV. 567.
Magnus, G. Rotationsapparat I. 180. Gestalt der ausfliefsenden Strahlen I. 391. 394. Ausdehnung der Gase III. 89. 91. 101. Vergleichung der Thermometer III. 130. Maximumthermometer III. 135. Verhalten des Steinsalzes und Sylvins gegen Wärmestrahlen III. 201. Diathermanität der Gase III. 204; der feuchten Luft III. 206. Vaporhäsion III. 211. Emission der Wärme III. 243. Leitungsfähigkeit der Gase für Wärme III. 328. Temperatur der Dämpfe aus siedenden Salzlösungen III. 653. Sieden III. 663. Messung der Spannkraft der Dämpfe III. 672. Spannkraft der Wasserdämpfe III. 678. 681; von Flüssigkeitsgemischen III. 697; der Dämpfe in Gasen III. 702. Tierische Wärme III. 824. Sitz der Elektricität IV. 224. Leitungsfähigkeit der Kohle IV. 574. Thermoströme IV. 629. 630. Sekundäre Wirkung bei der Elektrolyse IV. 714. Wanderung der Ionen IV. 723. Elektrolyse von Lösungsgemischen IV. 732. Theorie der Elektrolyse IV. 739. 742. 743. Tragkraft von Hufeisenmagneten IV. 974. Dauer der Induktionsströme IV. 1094.
Magnus, L. J. Elasticitätsfläche zweiaxiger Krystalle II. 607.
Malus. Polarisation des Lichtes II. 486. Polarisation durch Reflexion II. 495; durch Brechung II. 498. Doppelbrechung II. 579. Einaxige Krystalle II. 582.
Maraldi. Siehe *Cassini.*
Marangoni. Ausbreitung von Flüssigkeiten I. 357.
Marbach. Drehung der Polarisationsebene in regulären Krystallen II. 686.
Marcet. Siedetemperatur III. 646. 649. Siehe auch *De la Rive.*
Marianini. Induktion durch Reibungselektricität IV. 1045.
Marignac. Specifische Wärme von Lösungen III. 595.
Mariotte. Stofsapparat I. 247. Mariottesches Gesetz I. 418. Wärmestrahlung III. 157. Reflexion der Wärme III. 171.
Martins. Geschwindigkeit des Schalles in der Luft I. 788.
Marx. Einaxige Krystalle II. 582. Turmalinzange II. 596.
Mascart. Brechungsexponenten des Lichtes II. 156. Wellenlängen des Lichtes II. 159. Brechungsexponenten der Gase II. 195. 199. Photographie des Sonnenspektrums II. 349. Brechungsexponenten der ultravioletten Strahlen II. 350; III. 187. Messung der Wellenlängen des Lichtes II. 477. Polarisation des Lichtes II. 489. Elektrostatik IV. 259. Quadrantenelektrometer IV. 284. Elektrochemisches Aequivalent des Wassers IV. 921 mit *de Nerville* und *Benoit.* Bestimmung des Ohm IV. 1145. 1149.
Maskelyne. Dichtigkeit der Erde I. 171. 181.
Masson. Kubische Pfeifen I. 754. und *Jamin.* Diathermanität III. 190. und *Courtepée.* Emission der Wärme III. 242. Specifische Wärme der Gase bei konstantem Volumen III. 513. Licht des elektrischen Funkens IV. 435. 436. Extrastrom IV. 1039. Induktionsströme höherer Ordnung IV. 1057 und *Breguet* Elektromagnetische Induktionsapparate IV. 1112. Spannungserscheinungen an geöffneten Induktionsspiralen IV. 1118.
Matteucci. Magnetismus und Torsion IV. 115. Elektricität bei Berührung von Metallen und Gasen IV. 483. Wider-

Digitized by Google

stand im galvanischen Lichtbogen IV. 692. Induktion in körperlichen Leitern IV. 1077. 1082.
Matthiessen. Ausdehnung fester Körper III. 31. 37. 42; des Wassers III. 73. Elektrische Widerstandseinheit IV. 551. Leitungsfähigkeit der Metalle IV. 575; des Kupfers IV. 576; der Legierungen IV. 576. Abhängigkeit von der Temperatur IV. 578. Leitungswiderstand der Kohle IV. 582. Darstellung der Leichtmetalle durch Elektrolyse IV. 697.
Matthieu. Siehe *Arago.*
Mauritius. Magnetismus und Wärme IV. 123.
Maxim. Glühlampe IV. 682.
Maxwell. Theorie der Gase I. 440. Geschwindigkeit der Gasmoleküle I. 452. Reibung der Gase I. 512. Methode zur Bestimmung der Reibungskoefficienten I. 520. 524. Diffusion der Gase I. 530. 542. Absolute Maſse I. 549. Wärmeleitung der Gase III. 536. Specifische Wärme und Atomgewicht bei den Gasen III. 601. Theoretische Bestimmung der Dampfspannung III. 796. Theorie der Prüfungskörper IV. 236. Verteilung der Elektricität auf getrennten Leitern IV. 252. Thomsons Methode der elektrischen Bilder IV. 260. 264. Elektrometer von W. Thomson IV. 282. Faraday-Maxwellsche Theorie der elektrischen Fernewirkung IV. 342. Elektrische Verschiebung IV. 343. Theorie des elektrischen Rückstandes IV. 414. Galvanische Polarisation IV. 769. Tangentenbussolen IV. 910. Kondensator an den Induktionsapparaten IV. 1117. Ausmessung einer Spirale auf magnetischem Wege IV. 1145. Absolutes mechanisches Maſs der Stromkonstanten IV. 1159. Elektromagnetische Lichttheorie IV. 1160. Theorie der Elektricität IV. 1176.
Mayer, A. M. Einfluſs der Bewegung auf die Tonhöhe I. 831. Wärmeleitung in Krystallen III. 310.
Mayer, R. Natur der Wärme III. 381. Princip der Erhaltung der Kraft III. 381.
Mayer, T. Ausdehnung der Gase III. 87. Bestimmung der specifischen Wärme nach der Erkaltungsmethode III. 460. Magnetischer Zustand der Erde IV. 155.
Meidinger. Galvanisches Element IV. 501. Elektrolyse des Wassers IV. 713.
Meissner. Areometrie I. 304.
Meissner, A. Horopter II. 377. und *Meyerstein.* Spiegelgalvanometer IV. 906.
Melde. Stehende Schwingungen von Saiten I. 685. Kaleidophon I. 670.
Melloni. Thermomultiplikator III. 163. Graduierung des Multiplikators III. 165. Abnahme der Intensität der Wärmestrahlen mit der Entfernung III. 168. Einfluſs des Ausstrahlungswinkels III. 170. Reflexion der Wärme III. 171. Brechung der Wärme III. 172. Spektrum der Sonnenwärme III. 178. 181. Diathermansie III. 196. 200. 201. 202. Diffuse Reflexion der Wärme III. 217. Polarisation der Wärme III. 230. 232. Diathermansie des Wassers III. 237. Emission der Wärme III. 240. 241. Absorption der Wärme III. 256. 258. Verhältnis der Emission und Absorption III. 270.
Mendelejeff. Specifisches Gewicht von Alkoholgemischen I. 302. Kapillarität I. 334. Mariottesches Gesetz I. 432. Kritische Temperatur bezw. absoluter Siedepunkt III. 789.
Mercadier. Siehe *Cornu.*
Meyerstein. Heliostat II. 55. Spektrometer II. 151. Inklinatorium IV. 139. Siehe auch *Meissner.*
Meyer, H. Abhängigkeit des Magnetismus von der Stromstärke IV. 946. Thomsonscher Satz über ähnlich bewickelte Magnete ähnlicher Dimensionen IV. 960.
Meyer, O. E. Pendelschwingung I. 132. Elastische Nachwirkung I. 240. Reibung der Flüssigkeiten I. 379. Bestimmung der Reibungskonstanten I. 386. 388. Geschwindigkeit der Gasmoleküle I. 452. Reibung der Gase I. 512. 517. Reibungskonstante der Luft I. 520; anderer Gase I. 524. 525. Diffusion der Gase I. 530. Wärmeleitung der Gase III. 536. 541.
Meyer, V. Methode zur Bestimmung der Dampfdichten III. 744.
Michell. Magnetisieren IV. 55.
Michelson. Messung der Lichtgeschwindigkeit II. 18. 29.
Militzer. Ausdehnung des Quecksilbers III. 62.
Miller. Absorption des Lichtes in Gasen II. 275. Einaxige Krystalle II. 582. Zweiaxige Krystalle II. 624. Siehe auch *Daniell.*
Miller, W. A. Absorption des Lichtes in Gasen II. 275.
Mitscherlich, A. Spektralanalyse II. 291.
Mitscherlich, E. Ausdehnung der Krystalle III. 43.
Möbius. Mechanik I. 172. Dioptrik II. 261.
Mohl, von. Mikroskop II. 383.

Digitized by Google

Mohs. Härteskala I. 245.
Moll. Siehe *van Beek.*
Moncel, du. Licht des Induktionsfunkens IV. 1120. Ablenkung der Aureole IV. 1121; durch den Magnet IV. 1136.
Morichini. Magnetismus und Licht IV. 126.
Moritz. Spannkraft der Wasserdämpfe III. 683.
Morin. Reibung I. 253.
Morren. Absorption des Lichtes in Gasen II. 276.
Moser. Hauchbilder I. 495. und *Riess.* Einfluſs der Wärme auf den Magnetismus IV. 124. 125; des Lichtes auf den Magnetismus IV. 127. Freiwillige Ablenkung der Magnetnadel IV. 915.
Mosotti. Elektrische Polarisation in Isolatoren IV. 285.
Mousson. Kapillarität I. 310. 316. Thermometerkorrektion III. 377. Änderung der Schmelztemperatur mit dem Druck III. 630. Elektrische Leitungsfähigkeit IV. 577.
Moutier. Randwinkel I. 316.
Mouton. Spectrum der Sonnenwärme III. 182. Messung von Brechungsexponenten und Wellenlängen von ultraroten Strahlen III. 184. Zusammensetzung der von glühendem Platin ausgesandten Wärme III. 251. Oscillierende Ströme in nicht geschlossenen Induktionsspiralen IV. 1095.
Müller, Johannes. Menschliche Stimme I. 772 ff. Hören I. 826.
Müller in Freiburg. Photographie des Sonnenspektrums II. 348. Isochromatische Kurven in einaxigen Krystallen II. 646. 649. Spektrum der Sonnenwärme III. 178. Reduktionsfaktor der Tangentenbussole IV. 530. Elektromotorische Kraft des Daniellschen Elementes IV. 609. Galvanisches Glühen von Drähten IV. 678. Elektrischer Lichtbogen IV. 686. Polarisationswippe IV. 763. Abhängigkeit des Magnetismus von der Stromstärke IV. 935. Abhängigkeit des Magnetismus von der Beschaffenheit der Stäbe IV. 947. Anziehung und Tragkraft der Elektromagnete IV. 972.
Müller in Hamburg. Glühlampe IV. 682.
Müller in Wesel. Rheostat IV. 555. Abhängigkeit des Leitungswiderstandes von der Temperatur IV. 578. 579.
Müller, H. Galvanisches Element IV. 505.
Müller, Worm. Elektricitätserregung bei Berührung zweier Flüssigkeiten IV. 483.
Münchhausen, von. Specifische Wärme des Wassers III. 473.
Münchow. Zusammensetzung des weiſsen Lichtes II. 104.
Munk. Uebergangswiderstand IV. 760.
Munke. Ausdehnung des Wassers III. 74. Natur der Wärme III. 381. Änderung der Siedetemperatur III. 646.
Munk af Rosenschöld. Elektrische Spannungsreihe IV. 450.
Murphy. Verteilung der Elektricität auf getrennten Leitern IV. 259.
Musschenbroek. Mariottesches Gesetz I. 421. Ausdehnung III. 27. Leydener Flasche IV. 370.

N.

Naccari und *Bellati.* Thermoströme IV. 629.
Nägeli und *Schwendner.* Mikroskop II. 383.
Narr. Wärmeleitung der Gase III. 330. Gesetze des Erkaltens III. 358.
Natterer. Abweichung der Gase vom Mariotteschen Gesetz I. 434. Kompressionspumpe I. 492. Kondensation der Gase III. 773.
Naudet. Metallbarometer I. 414.
Naumann. Specifische Wärme der Gase III. 602. Verbrennungswärme III. 822.
Navier. Querkontraktion I. 201.
Neef. Wagnerscher Hammer IV. 1021.
Neesen. Elastische Nachwirkung I. 240.
Neumann, C. Fortpflanzung des elektrischen Potentials IV. 851. Zum Weberschen elektrischen Grundgesetz IV. 860; von Helmholtz Theorie der Elektrodynamik IV. 861. Magnetische Drehung der Polarisationsebene IV. 1020.
Neumann, F. Ausbreitung von Flüssigkeiten I. 356. Ausfluſs der Flüssigkeiten durch kapillare Röhren I. 383. Wellenbewegung I. 618. Polarisation des Lichtes II. 489. Reflexion des polarisierten Lichtes II. 498; an Metallen II. 531. 546. Doppelbrechung in zweiaxigen Krystallen II. 620. Farbenkurven in zweiaxigen Krystallen II. 661; in gekühlten Gläsern II. 669. Wärmeleitung fester Körper III. 298. Bestimmung der specifischen Wärme III. 444; nach der Erkaltungsmethode III. 460. Specifische Wärme des Wassers III. 468. Gesetz über die Beziehung der specifischen Wärme zu dem Atomgewicht fester Verbindungen III. 577. Specifische Wärme der Elemente III. 579. Verteilung des Magnetismus in Magneten IV. 118. Elektromotorische Kraft der Thermoströme IV. 632. Potential zweier ge-

Digitized by Google

schlossener Ströme auf einander IV. 830. Verhalten der Solenoide IV. 871. Magnetismus des Rotationsellipsoides IV. 952. Theorie der Induktion IV. 1057 ff. 1065.

Newton. Allgemeine Massenanziehung I. 149. Fernewirkung I. 153. Principien der Mechanik I. 179. Emissionshypothese II. 39. Reflexion des Lichtes II. 53. Zerstreuung des Lichtes II. 99 ff. Zusammensetzung des weifsen Lichtes II. 102. Theorie der Brechung und Zerstreuung II. 138. Farben dünner Blättchen II. 407. ff. Farben dicker Platten II. 423. Polarisation des Lichtes II. 487. Totale Reflexion II. 520. Hypothese über die Natur der Wärme III. 380.

Nicholson. Aräometer I. 295. Elektrisches Licht IV. 683.

Nicol. Polarisationsprisma II. 594.

Niess. Siehe *Winkelmann.*

Niklès. Formen der Elektromagnete IV. 929.

Nippoldt. Elektrische Leitungsfähigkeit der Flüssigkeiten IV. 591. Elektrolytische Leitung der Flüssigkeiten IV. 709.

Nobili. Thermosäule III. 160. Elektricität bei Berührung zweier Flüssigkeiten IV. 479. und *Antinori.* Induktion durch den Erdmagnetismus IV. 1052. Induktion in körperlichen Leitern IV. 1077. 1082.

Nollet. Leydener Flasche IV. 370.

Nordenskiöld. Verbrennungswärme III. 812.

Nörrenberg. Interferenz des Schalles I. 832. Polarisation des Lichtes II. 489. Polarisationsapparat II. 634.

Nowak und *Romich.* Dielektricitätskonstanten IV. 304.

O.

Obach. Tangentenbussole IV. 905.

Oberbeck. Abhängigkeit des Magnetismus von der Stromstärke IV. 946. Magnetisierungsfunktion IV. 954.

Obermaier, von. Reibung der Gase I. 518. 524. 525.

Oersted. Kompression der Flüssigkeiten I. 266. Mariottesches Gesetz I. 421. Galvanisches Element IV. 496. Ablenkung der Magnetnadel durch den Strom IV. 798.

Oettingen, von. Kalibrieren der Thermometer III. 16. Schlagweite der elektrischen Batterie IV. 382. Oscillierende Entladung IV. 400. Magnetische Wirkung der Reibungselektricität IV. 976.

Ohm. Klang I. 696. Analyse des Klanges I. 722. Gesetz der Stromstärke IV. 507. 521. 525. Stromverzweigung IV. 534. 536. Bestimmung des Leitungswiderstandes IV. 558. Leitungswiderstände IV. 575. Bestimmung der elektromotorischen Kraft IV. 597. Wärmeerregung durch den galvanischen Strom IV. 633. Polarisation und Übergangswiderstand IV. 760. Theorie des Galvanismus IV. 791.

Okatow. Querkontraktion I. 207.

Olszewski. Siehe *Wroblewski.*

P.

Paalzow. Wärmeleitung in Flüssigkeiten III. 313. Oscillierende Entladung IV. 401. Elektrische Leitungsfähigkeit der Flüssigkeiten IV. 589. Vergleichung der elektrischen Leitungsfähigkeit mit der Leitungsfähigkeit für Wärme bei Flüssigkeiten IV. 591. Bewegungserscheinungen im Stromkreise IV. 784. Beobachtung alternierender Ströme mit Geisslerschen Röhren IV. 1138.

Pacinotti. Induktionsring der magnetelektrischen Maschine IV. 1099.

Paets van Trostwyk. Chemische Wirkung der Reibungselektricität IV. 735.

Page siehe *Duprée.*

Palmieri und *Santi Linari.* Induktion durch den Erdmagnetismus IV. 1052.

Pape. Drehung der Polarisationsebene des Lichtes in unterschwefelsauren Salzen II. 687. Leitungsfähigkeit der Krystalle III. 312. Bestimmung der specifischen Wärme nach der Methode von Neumann III. 444. Neumannsches Gesetz III. 585.

Papin. Topf III. 656.

Parrot. Wärmeleitung der Flüssigkeiten III. 313. Chemische Theorie des Galvanismus IV. 796.

Pasteur. Drehung der Polarisationsebene in Lösungen von Traubensäure II. 687.

Paterson. Platiniertes Eisen IV. 498.

Patry. Unpolarisierbare Elektroden IV. 777.

Pattinson. Dampfelektrisiermaschine IV. 351.

Péclet. Wärmeleitung III. 287. Elektricität durch Reibung IV. 177. Spannungsreihe der Metalle IV 450. Elektromotorische Kraft zwischen Metallen und Flüssigkeiten IV. 464.

Pellat. Elektrische Differenzen zwischen Metallen IV. 459; zwischen Metallen und Flüssigkeiten IV. 471.

Pelouze. Elektrolyse IV. 742.

Peltier. Wärmewirkung des galvanischen Stromes an Lötstellen IV. 651.

Digitized by Google

Mechanische Wirkung des Stromes IV. 783.
Perkins. Kompression der Flüssigkeiten I. 266.
Pernet. Thermometrie III. 132.
Person. Erhaltung der Rotationsebene I. 180. Specifische Wärme verschiedener Aggregatzustände III. 554; des Phosphors III. 531; von Lösungen III 594. Schmelzwärme des Eises III. 619; anderer Körper III. 621. Beziehung zwischen der Schmelzwärme und der specifischen Wärme III. 623. Zwischen der Schmelzwärme und dem Elasticitätskoefficienten bei Metallen III. 624. Änderung der Schmelzwärme mit der Schmelztemperatur III. 625. Wärmeverbrauch beim Auflösen von Salzen III. 638 ff.
Peters. Bestimmung von g I. 181.
Petit. Siehe *Dulong.*
Petterson. Specifische Wärme des Quecksilbers III. 553. Abhängigkeit der Schmelzwärme von der Temperatur III. 627.
Pfaff. Elektrische Spannungsreihe IV. 450. Elektricität bei Berührung zwischen Metallen und Flüssigkeiten IV. 462. 463. Theorie der Voltaschen Fundamentalversuche IV. 467. Theorie des Galvanismus IV. 795.
Pfaff, Fr. Ausdehnung der Krystalle III 45.
Pfaundler und *Platter.* Specifische Wärme des Wassers III. 471. 474.
Pfeiffer. Elektrische Leitungsfähigkeit von Flüssigkeiten IV. 593.
Pictet. Strahlende Wärme III. 168.
Pictet, R. Kondensation der permanenten Gase III. 790. Theoretische Gleichung für die Spannkraft der Dämpfe III. 795.
Pierre, J. Ausdehnung des Wassers III. 74. 77; verschiedener Flüssigkeiten III. 83.
Pierre, V. Metallbarometer I. 414. Fluorescenz II. 323. Tangentenbussole IV. 908.
Pincus. Konstantes galvanisches Element IV. 505.
Pisko. Fluorescenz II. 317.
Pixii. Magnetelektrische Maschine IV. 1096.
Place. Daniellsches Element IV. 501.
Plana. Verteilung der Elektricität auf getrennten Leitern IV. 259.
Planck. Theoretische Gleichungen für die Dampfspannung und die Verdampfungswärme III. 798.
Planté. Sekundäre Elemente IV. 779.
Plateau. Wirkungssphäre der Molekularkräfte I. 343. Gleichgewichtsfiguren I. 352. Irradiation II. 368. Nachbilder II. 374.
Platter. Siehe *Pfaundler.*
Plücker. Erhaltung der Rotationsebene I. 180. Spektralanalyse II. 289. Gasspektra II. 294 ff. und *Geissler.* Ausdehnung des Wassers III. 74. Elektromagnet IV. 930. Diamagnetismus IV. 979 ff. Diamagnetische Polarität IV. 987. 991. Diamagnetismus und magnetisierende Kraft IV. 994 ff. Magnekrystallkraft IV. 1002 ff. und *Beer.* Magnekrystallkraft IV. 1003. Unipolare Induktion IV. 1048 ff. Licht des Induktionsstromes in Geisslerschen Röhren IV. 1123. Einwirkung der Magnete auf das Licht in Geisslerschen Röhren IV. 1136.
Poggendorff. Erhaltung der Rotationsebene I. 180. Quecksilberluftpumpe I. 486. Influenzmaschinen IV. 359. Spannungsreihe der Metalle in verdünnter Schwefelsäure und Cyankalium IV. 476. Elektromotorisches Gesetz IV. 477 u. 607. Stellung des amalgamierten Zink und Blei in der Spannungsreihe IV. 497. Zweckmäfsigste Kombination mehrerer Elemente IV. 532. Stromverzweigung IV. 536. 539. Rheochord IV. 554. Bestimmung der elektromotorischen Kraft IV. 598. Elektromotorische Kraft der konstanten Ketten IV. 611 ff. Abhängigkeit der elektromotorischen Kraft der Elemente von der Temperatur IV. 633. Wärmeentwickelung des galvanischen Stromes IV. 640. Wippe IV. 763. Polarisation und Übergangswiderstand IV. 765. 768. 774. 778. Theorie des Galvanismus IV. 795. Rotation von Flüssigkeiten durch den Strom IV. 894. Sinusbussole IV. 910. Muliplikator IV. 911. Graduierung des Multiplikators IV. 916. Geschlossene Magnete IV. 974. Diamagnetische Polarität IV. 986. Zersetzung durch den Induktionsstrom IV. 1023. Doppelsinnige Ablenkung der Magnetnadel IV. 1057. Induktionsspiralen IV. 1113. Unterbrecher IV. 1115. Kondensator an Induktionsapparaten IV. 1117. Spannungserscheinungen an geöffneten Induktionsspiralen IV. 1118 ff.
Poinsot. Kräftepaare I 89. Mechanik I. 179. Erhaltung der Rotationsebene I. 180.
Poiseuille. Ausflufs durch kapillare Röhren I. 384.

Digitized by Google

Poisson. Anziehung über einer Hochebene I. 159. Mechanik I. 179. Elasticität I. 196. Querkontraktion I. 201. Kapillarität I. 310. 311. 315. 316. Barometrische Höhenmessungen I. 462. Longitudinalschwingungen fester Körper I. 621; von Saiten I. 632. 638. Transversalschwingungen von Stäben I. 643. 646; von Platten I. 647. Drehende Schwingungen I. 657. Fortpflanzungsgeschwindigkeit longitudinaler Wellen in Flüssigkeiten und Gasen I. 676. Theorie der Farben dünner Blättchen II. 411. Wärmeleitung III. 277. Ableitung des Verhältnisses der specifischen Wärme der Gase aus der Schallgeschwindigkeit III. 521. Theorie des Magnetismus IV. 51. Verteilung des Magnetismus in Magneten IV. 113. Verteilung der Elektricität auf Leitern IV. 229. Verteilung der Elektricität auf getrennten Leitern IV. 259. Theorie der Magnetisierung IV. 949 ff. Magnetismus IV. 952.

Porret. Elektrische Endosmose IV. 725.

Pouillet. Mariottesches Gesetz I. 424. Strahlung der Sonne III. 369. Specifische Wärme des Platin III. 549. Schmelztemperaturen III. 619. Magnetismus von Chrom und Mangan IV. 40. Elektricität der Flamme IV. 182. Elektricität beim Verdampfen IV. 351. Ohmsches Gesetz IV. 526. Tangentenbussole IV. 527. Widerstandseinheit IV. 551. Bestimmung des Leitungswiderstandes IV. 562. Leitungsfähigkeit IV. 577. Elektromotorische Kraft der Thermoströme IV. 631. Bewegung der Magnetnadel durch den Strom IV. 886. Tangentenbussole IV. 903. Sinusbussole IV. 910.

Powalky. Sonnenparallaxe II. 14.

Prechtl. Dioptrik II. 388. Schmelzpunkte von Legierungen III. 632.

Prevost. Strahlende Wärme III. 157. Emission und Absorption III. 270.

Preyer. Grenzen der Hörbarkeit I. 721.

Pribram und *Handl.* Reibung der Flüssigkeiten I. 389.

Provostaye, de la. und *Desains.* Farbenringe II. 410. Verhalten des Steinsalzes gegen Wärmestrahlen III. 201. Polarisation der Wärme III. 229. 231. Emission der Wärme III. 243. 249. 251. Absorption der Wärme III. 259. 261. Gesetze des Erkaltens III. 357. Schmelzungswärme des Eises III. 619. Drehung der Polarisationsebene der Wärme durch Magnetismus IV. 1011.

Prytz. Brechungsexponenten und Körperdichte II. 183. Brechungsexponenten von Gasen und Dämpfen II. 195. 199.

Puluj. Reibung der Gase I. 524. 525. Mechanisches Wärmeäquivalent III. 397.

Q.

Quanten, von. Vokale I. 782.

Quet. Schichtung des elektrischen Lichtes IV. 1122.

Quincke. Oberflächenspannung I. 308. Kapillarität I. 316. 334. 337. 338. 340. Specifische Kohäsion I. 342. Wirkungssphäre der Molekularkräfte I. 345. Ausbreitung von Flüssigkeiten auf festen Körpern I. 349. Oberflächenspannung einer Flüssigkeit in einer andern I. 351. Ausbreitung von Flüssigkeiten auf Flüssigkeiten I. 355. 356. 357. Absorption der Gase an festen Körpern I. 495. Interferenz des Schalles I. 833. Kombinationstöne I. 843. Interferenz des Lichtes II. 393. Farben dicker Platten II. 424. Beugung des Lichtes in durchsichtigen Schirmen II. 470. 473. Polarisation des Lichtes II. 489. Totale Reflexion II. 521. 524. Reflexion an Metallen II. 549. 555. Brechung des Lichtes in Metallen II. 557. Elliptische Polarisation bei gewöhnlicher Reflexion II. 561. 568. Messung von Dielektricitätskonstanten IV. 298. Durch Messung der Anziehung von Platten in einem Dielektricum IV. 305. 312. Elektrische Ausdehnung IV. 335. 336. Elektrooptische Erscheinungen IV. 339. Elektrolytische Leitung der Flüssigkeiten IV. 709. Elektrische Endosmose IV. 725. Mechanische Wirkung des Stromes IV. 727 f. Elektrolyse von Lösungsgemischen IV. 732. Theorie der Elektrolyse IV. 746. 750. Wirkung des Stromes auf Kapillarität IV. 784. Diaphragmenströme IV. 785. 786.

Quintus Icilius, von. Emission der Wärme III. 274. Magnetischer Zustand der Erde im Jahre 1880 IV. 162. Peltiersches Phänomen IV. 653. Änderung der Leitungsfähigkeit durch den galvanischen Strom IV. 784. Abhängigkeit des Magnetismus von der Stromstärke IV. 945. Wärmeerzeugung durch den galvanischen Strom IV. 1163.

R.

Radau. Sonnenparallaxe II. 14. 620.

Radicke. Handbuch der Optik II. 620.

Ramsay. Kritische Temperatur von Flüssigkeiten III. 788.

Digitized by Google

Rankine. Specifische Wärme der gesättigten Dämpfe III. 736.
Raoult. Wärmeentwicklung durch den Strom IV. 643.
Rayleigh. Elektrochemisches Aequivalent des Wassers IV. 921. Bestimmung des Ohm IV. 1148. Andere Methode IV. 1150.
Réaumur. Thermometerskala III. 12.
Recknagel. Ausdehnung des Quecksilbers III. 66. Vergleichung der Thermometer III. 130.
Redtenbacher. Mechanik I. 179. Hypothese über die Art der Bewegung der Wärme III. 382.
Rees, van. Verteilung des Magnetismus in Magneten IV. 50. 111; in Elektromagneten IV. 965. 966.
Regnauld, J. Bestimmung der elektromotorischen Kraft IV. 604. Elektromotorische Kraft des Groveschen Elementes IV. 611; der Thermoströme IV. 632.
Regnault, E. V. Allotropie des Selens I. 189. Kubische Kompressibilität fester Körper I. 210. Kompression der Flüssigkeiten I. 270. Mariottesches Gesetz I. 424. 431. Manometer I. 465. Volumenometer I. 468. Geschwindigkeit des Schalles in der Luft I. 786. 788; in andern Gasen I. 794. Gewichtsthermometer III. 21. Ausdehnung III 41; des Quecksilbers III. 63; der Gase III. 89. 97. 101. Abhängigkeit vom Druck III. 107. 118; von der Temperatur III. 124. Vergleichung der Luftthermometer mit einander III. 124; mit dem Quecksilberthermometer III. 130. Dichtigkeit der Gase III. 151 ff. Thermometerkorrektion III. 376. Bestimmung der specifischen Wärme nach der Mischungsmethode III. 435; nach der Erkaltungsmethode III. 460. 464. Specifische Wärme des Wassers III. 468; der Gase III. 493 ff.; innere Arbeit bei Ausdehnung der Gase III. 525. 536. Specifische Wärme fester Körper III. 544. 547; flüssiger Körper III. 552; verschiedener Aggregatzustände III. 554. Dulongsches Gesetz über die Atomwärmen III. 578. Specifische Wärme der Elemente III. 579. Neumannsches Gesetz III. 585. Specifische Wärme von Verbindungen III. 586; von Legierungen III. 589. Schmelzungswärme des Eises III. 619. Temperatur der Dämpfe aus Salzlösungen III. 652. Messung der Spannkraft der Dämpfe III. 674. Spannkraft der Wasserdämpfe III. 678. 683; verschiedener Flüssigkeiten III. 691; von Flüssigkeitsgemischen III. 698; in Gasen III. 703. Verdampfungswärme III. 711. 713. 722. Specifische Wärme der Dämpfe III. 730. Bestimmung der Dampfdichten III. 743. Dampfdichten III. 751. Hygrometrie III. 765. Hygrometer III. 769. 771. Spannkraft kondensierter Gase III. 776. Thermoströme IV. 623.
Reich. Dichtigkeit der Erde I. 169. 181. Spektralanalyse II. 291. Diamagnetische Polarität IV. 986. Diamagnetismus und magnetisierende Kraft IV. 994.
Reis, von. Specifische Wärme von Flüssigkeiten III. 553.
Rellstab. Ausflufs durch kapillare Röhren I. 389.
Rennie. Reibung I. 253.
Reusch. Reflexion an Kugelspiegeln II. 81. Gang des Lichtes durch Prismen II. 97. Brechung in krummen Flächen II. 226. Brechung des Lichtes in Linsen II. 250. Theorie der Drehung der Polarisationsebene im Quarz II. 685.
Reuss. Elektrische Endosmose IV. 725. Mechanische Wirkung des Stromes IV. 729.
Richer. Änderung von g I. 181.
Richter. Spektralanalyse II. 291.
Riecke. Elektromotorische Kraft des Groveschen Elementes IV. 611. Zu v. Helmholtz Theorie der Elektrodynamik IV. 861. Zum elektrischen Grundgesetz von Clausius IV. 863. Biegung von Strömen durch Magnete IV. 899. Abhängigkeit des Magnetismus von der Stromstärke IV. 946. Magnetisierungsfunktionen IV. 952. 954. Unipolare Induktion IV. 1051.
Riemann. Fortpflanzung des elektrischen Potentials IV. 851.
Riess. Siehe *Moser.* Elektroskop IV. 169. Leitungsfähigkeit für Elektricität IV. 172. 173; des leeren Raumes IV. 174. Elektricitätserregung durch Reibung IV. 177. Pyroelektricität IV. 180. Mafs der Elektricität IV. 182. Elektrische Influenz IV. 207. Influenz auf Nichtleiter IV. 212. 288. Verteilung der Elektricität auf Leitern IV. 237 ff. Eigenschaften der Spitzen IV. 265. Eigenschaften von glimmenden Körpern und Flammen IV. 268. Elektrisiermaschine IV. 346. Theorie des Elektrophors IV. 354. Theorie der Influenzmaschine IV. 361. Elektrische Batterie IV. 371. Schlagweite der Batterie IV. 377 ff. Ladungsstativ IV. 386. Mafsflasche IV. 387. Partialentladungen IV. 389 ff. Elektrisches

Luftthermometer IV. 419. Wärmeerregung durch die elektrische Entladung IV. 420. 427. Mechanische Wirkung der Entladung IV. 432. Elektrische Pausen IV. 435. Chemische Wirkung der Reibungselektricität IV. 735. Magnetische Wirkung der Reibungselektricität IV. 976. Induktion durch Reibungselektricität IV. 1045. Spannungserscheinungen an geöffneten Induktionsspiralen IV. 1118. Schichtung des elektrischen Lichtes IV. 963.

Righi. Elektrische Ausdehnung IV. 336. Magnetische Drehung der Polarisationsebene IV. 1019.

Rijke. Schlagweite der elektrischen Batterie IV. 381 f. Extrastrom IV. 1045. Dauer der Induktionsströme IV. 1094.

Rink. Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles I. 792.

Ritchie. Photometer II. 32. Emission und Absorption der Wärme III. 270. Magnetelektrische Maschine IV. 1096.

Ritter. Thermoströme IV. 630. Elektrolyse IV. 715. Polarisation und Übergangswiderstand IV. 760.

Rive, de la und *Decandolle.* Leitungsfähigkeit der Hölzer für Wärme III. 312. und *Marcet.* Bestimmung der specifischen Wärme nach der Erkaltungsmethode III. 460. Specifische Wärme der Gase III. 492; fester Körper III. 546. Theorie der Voltaschen Fundamentalversuche IV. 466. Leitung der Flüssigkeiten IV. 709. Theorie der Elektrolyse IV. 740. Polarisation und Übergangswiderstand IV. 759. Polarisation IV. 778. Tonerzeugung durch den galvanischen Strom IV. 784. Theorie des Galvanismus IV. 796. und *Ampère.* Abstofsung der Teile eines Stromes IV. 805. Richtung der Ströme unter dem Einflufs der Erde IV. 866. Rotation von Flüssigkeiten unter dem Einflusse des Stromes IV. 894. Licht des Induktionsstromes in mit verdünnten Gasen gefüllten Räumen IV. 1129. Rotation des elektrischen Lichtes durch Magnete IV. 1135 und *Sarasin.* Einflufs des Magnets auf das elektrische Licht IV. 1135.

Röber. Abhängigkeit des Magnetismus von der Stromstärke IV. 942.

Roberts Zink-Eisen-Kette IV. 498.

Roberts und *Wrightson.* Volumänderung beim Schmelzen III. 616.

Robinson. Galvanische Polarisation IV. 778. Elektrisches Licht IV. 1120.

Robison. Mariottesches Gesetz I. 421.

Rochon. Mikrometer II. 597.

Rodwell. Ausdehnung der Haloidsalze des Silbers durch Wärme III. 54.

Roget. Anziehung der Teile eines elektrischen Stromes IV. 804.

Roiti. Ablenkung des Stromes im Leiter durch Magnete IV. 901. Bestimmung des Ohm IV. 1149.

Römer. Geschwindigkeit des Planetenlichtes II. 15.

Röntgen. Kapillarität I. 336. Diathermansie der Gase III. 215. Emission der Wärme III. 247. Wärmeleitung in Krystallen III. 310. Specifische Wärme der Gase bei konstantem Volumen III. 517. Elektrische Ausdehnung IV. 336. Elektrooptische Doppelbrechung IV. 338. 340. Magnetische Drehung der Polarisationsebene in Gasen IV. 1010.

Roscoe. Siehe *Bunsen.*

Rose, H. Phosphorescenz II. 341.

Rose, G. Pyroelektricität IV. 180.

Rosetti. Ausdehnung des Wassers III. 74. 76. Abhängigkeit der Strahlung von der Temperatur III. 362. Temperatur der Sonne III. 375. Schlagweite der elektrischen Batterie IV. 379. Temperatur des elektrischen Flammbogens IV. 688.

Roth. Zustandsgleichung der Gase III. 113.

Rowland. Magnetisierungsfunktion IV. 806. Vergleichung der Quecksilberthermometer III. 130. Mechanisches Wärmeäquivalent III. 398. Specifische Wärme des Wassers III. 474. Zu v. Helmholtz Theorie der Elektrodynamik IV. 861. Magnetismus des Eisen und Kobalt IV. 940. Abhängigkeit des Magnetismus von der Stromstärke IV. 946. Magnetisierungsfunktion IV. 954. Bestimmung des Ohm IV. 1149.

Roy. Ausdehnung fester Körper III. 29. 41.

Rudberg. Zu Wredes Absorptionstheorie II. 439. Einaxige Krystalle II. 582. Zweiaxige Krystalle II. 624. Ausdehnung der Gase III. 89. Schmelzungswärme einiger Körper III. 621. Siedetemperaturen III. 646. 649. 651. Temperatur der Dämpfe aus Salzlösungen III. 651.

Rüdorf. Schmelzpunkt und Erstarrungspunkt von Fetten III. 608. Gefrierpunkte von Lösungen III. 633. Kältemischungen III. 643.

Rühlmann. Barometrische Höhenmessungen I. 462. Brechungsexponenten des Wassers II. 180.

Rühmkorff. Elektromagnet IV. 930. Elektromagnetische Induktionsapparate IV. 1112 ff.

Rumford. Photometer II. 31. Differentialthermometer III. 158. Wärmeleitung in Flüssigkeiten III. 313. Natur der Wärme III. 380. Umsetzung von Arbeit in Wärme III. 387. Verdampfungswärme III. 709. Verbrennungswärme III. 801.

Rutherford. Maximum- und Minimumthermometer III. 134.

Ruths. Thomsonscher Satz über ähnlich bewickelte Magnete ähnlicher Dimensionen IV. 960.

S.

Sachs. Chemische Wirkung des Lichtes II. 341. 351.

Saint-Venant. Biegung I. 232. u. *Wanzel*. Ausströmen der Gase I. 509.

Sajotschewski. Kritische Temperatur von Flüssigkeiten III. 788.

Salet. Spektra der Gase II. 296. Spektrum des Joddampfes II. 299.

Sarasin. Siehe *de la Rive* und *Soret*.

Sargent. Bestimmung des Ohm IV. 1149.

Saussure. Absorption der Gase durch feste Körper I. 494.

Savart, *F*. Torsionselasticität I. 227. Gestalt der Wasserstrahlen I. 393 ff. Longitudinalschwingungen I. 620. Akustische Staubfiguren I. 652. Drehende Schwingungen I. 658. Zusammengesetzte Schwingungen I. 658. Bestimmung der Schwingungszahl von Tönen I. 699. Grenze der Hörbarkeit I. 720. 721. Torsionston I. 741. Pfeifentöne I. 755. Resonanz I. 821. Polariskop II. 654. Siehe auch *Biot*.

Savart, *N*. Schwingungen steifer Saiten I. 639.

Savary. Magnetisierung durch den Entladungsstrom der Leydener Batterie IV. 976.

Saveljew. Siehe *Lenz*.

Saxton. Magnetelektrische Maschine IV. 1096.

Say. Stereometer I. 468.

Scheele. Reflexion der Wärme III. 171.

Scheibler. Bestimmung der Schwingungszahl der Töne I. 701. Schwingungszahl des a_1 I. 719. Bestimmung der absoluten Schwingungszahl der Töne durch Stöfse I. 839.

Scheiner. Scheinerscher Versuch II. 295.

Schell. Mechanik I. 179.

Schellen. Dynamoelektrische Maschinen IV. 1102.

Schering. Vergleichung der Neumannschen und Weberschen Induktionstheorie IV. 1065.

Schering, *K*. Theorie der Dämpfung in Galvanometern IV. 1086.

Schiller. Dielektricitätskonstanten IV. 310. Zu v. Helmholtz Theorie der Elektrodynamik IV. 861. Oscillierende Ströme in nicht geschlossenen Induktionsspiralen IV. 1095.

Schleiermacher. Kapillarität I. 336.

Schmidt, *E. E*. Meteorologie I. 417.

Schmidt, *G*. Ausströmen der Gase I. 508. Messung der Spannkraft der Dämpfe III. 667.

Schmidt, *L*. Elektricitätserregung bei Berührung zweier Salzlösungen IV. 482.

Schmidt, *W*. Endosmose I. 367. Leitungsfähigkeit der Flüssigkeiten für Elektricität IV. 583.

Schmidt, *P. M*. Innere Reibung I. 259.

Schmitz. Drehung der Polarisationsebene des Lichtes in Zuckerlösungen II. 691.

Schneebeli. Querkontraktion I. 207. Geschwindigkeit des Schalles in Röhren I. 799.

Schneider. Drehung der Polarisationsebene des Lichtes in Apfelsäure II. 691.

Schönbein. Spannungsreihe der Metalle in konzentrierter Salpetersäure IV. 476. Elektromotorische Kraft zwischen Metallen und Gasen IV. 483 ff. Ozon bei Zersetzung des Wassers IV. 712 ff. Elektrolyse der Salpetersäure IV. 718. Passivität des Eisens IV. 780 f. Theorie des Galvanismus IV. 797.

Schoop. Dampfdichte III. 762.

Schouw. Abhängigkeit des Barometerstandes von der geographischen Breite I. 416.

Schrauff. Abhängigkeit der Brechungsexponenten von der Körperdichte II. 178. Refraktionsäquivalente II. 185.

Schreiber. Wagebarometer I. 413.

Schröder van der Kolk. Mariottesches Gesetz I. 431. Geschwindigkeit des Schalles I. 788. Bestimmung des Leitungswiderstandes IV. 559.

Schubring. Tonleiter I. 713.

Schüller. Specifische Wärme von Flüssigkeiten III. 552; von Flüssigkeitsgemischen und Salzlösungen III. 593. 594.

Schuhmeister. Diffusion I. 364. Diamagnetismus und magnetisierende Kraft IV. 995.

Schuller und *Wartha*. Eiskalorimeter III. 455. 458. Mittlere specifische Wärme des Wassers III. 477. Verbrennungswärme des Wasserstoffs III. 808.

Schumann. Spannkraft der Dämpfe verschiedener Flüssigkeiten III. 693. 696.

Schulz-Sellack. Peltiersches Phänomen IV. 660.

Digitized by Google

chuster. Spektra der Gase II. 295. 296. Bestimmung des Ohm IV. 1148.
Schwartze. Telephon IV, 1112.
Schwedoff. Wärmeerregung durch die elektrische Entladung IV. 430. 431.
Schweigger. Multiplikator IV. 911.
Schwendner. Siehe *Nägeli*.
Schwendsen. Mariottesches Gesetz I. 421.
Schwerd. Wellenbewegung I. 618. Beugung des Lichtes II. 452.
Scoresby. Einfluſs der Wärme auf den Magnetismus IV. 122.
Secchi. Absorption des Lichtes in Gasen II. 277.
Seebeck, Ad. Geschwindigkeit des Schalles in Röhren I. 794.
Seebeck, Aug. Schwingung steifer Saiten I. 640. Transversalschwingungen von Stäben I. 643. Zusammengesetzte Schwingungen I. 660. Klang. I. 696. 722. Menschliche Stimme I. 774. Einfluſs der Bewegung auf die Tonhöhe I. 830 Interferenz des Schalles I. 834. Polarisationswinkel II. 497. Elliptische Polarisation bei gewöhnlicher Reflexion II. 560. Beugung der Wärme III. 225.
Seebeck, Th. Farbenringe in einaxigen Krystallen II. 636. Farbenringe in gekühlten und gepreſsten Gläsern II. 668. Drehung der Polarisationsebene in Flüssigkeiten II. 688. Spektrum der Sonnenwärme III. 178. Einfluſs der Wärme auf den Magnetismus IV. 122. Elektrische Spannungsreihe IV. 450. Thermoelektricität IV. 619. 629. Zersetzung der Alkalien durch den Strom IV. 698. 699. Bildung von Ammonium IV. 715. Induktion in körperlichen Leitern IV. 1077.
Seewarte, deutsche. Magnetische Karten IV. 153.
Sellmeier. Theorie der anomalen Dispersion II. 120.
Sénarmont, de. Einaxige Krystalle II. 582. Kalkspatprisma II. 593. Wärmeleitung der Krystalle III. 310; in komprimierten Gläsern III. 312.
Shelford Bidwell. Ablenkung des Stromes in seinem Leiter durch Magnete IV. 901.
Shida. Absolutes mechanisches Maſs der Stromkonstanten IV. 1159.
Sieben. Brechungsexponenten anomal dispergierender Lösungen. II. 169.
Siemens, C. W. Abhängigkeit des elektrischen Leitungsvermögens von der Temperatur IV. 579.
Siemens, W. Dielektricitätskonstanten IV. 298. 311; der Gase IV. 312. Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Elektricität IV. 403. Erwärmung des Isolators bei Entladung der Batterie IV. 431. Daniellsches Element IV. 501. Ströme in ungeschlossenen Leitern IV. 541; in isolierten Telegraphenkabeln IV. 544. Widerstandseinheit IV. 551. 552. Widerstandskasten IV. 555. Leitungsfähigkeit geglühten Kupfers IV. 578; der Kohle IV. 582. Glühlampe IV. 682. Galvanometer IV. 906. Anker der magnetelektrischen Maschinen IV. 1102. Princip der Dynamomaschinen IV. 1103. Dynamoelektrische Maschine IV. 1104 ff.
Silbermann. Siehe *Favre*.
Siljeström. Mariottesches Gesetz I. 482.
Silow. Messung von Dielektricitätskonstanten IV. 298; durch Messung der Anziehung in einem Dielektricum IV. 305. 311. Diamagnetismus IV. 995.
Simmler. Siehe *Wild*.
Simon. Kapillarität I. 322.
Sinsteden. Sekundäre Elemente IV. 778. Spannungserscheinungen an geöffneten Induktionsspiralen IV. 1118.
Sirks. Bestimmung des elektrischen Leitungswiderstandes IV. 560. Elektrische Leitungsfähigkeit der Flüssigkeiten IV. 584.
Smeaton. Ausdehnung durch die Wärme III. 27.
Smee. Galvanisches Element IV. 498.
Snellius. Brechungsgesetz des Lichtes II. 85.
Sohnke und *Wangerin*. Newtons Farbenringe II. 410. Drehung der Polarisationsebene im Quarz II. 678. Theorie der Drehung der Polarisationsebene im Quarz II. 685.
Soleil. Saccharimeter II 700.
Sommerville, Miss. Einfluſs des Lichtes auf den Magnetismus IV. 127.
Sondhaus. Kubische Pfeifen I. 754.
Sonreck. Erregung des Schalles in Orgelpfeifen I. 743.
Soret. Anomale Dispersion II. 108. und Sarrasin. Drehung der Polarisationsebene im Quarz II. 678. Temperatur der Sonne III. 375. Elektrolytisches Gesetz IV. 708.
Sorge. Kombinationstöne I. 841.
Southern. Spannkraft der Dämpfe III. 667. Verdampfungswärme III. 709. 712.
Sprengel. Luftpumpe I. 487.
Springmühl. Reibung der Gase I. 518.
Sprung. Reibung der Flüssigkeiten I. 389.
Stamo, Marie. Specifische Wärme des Wassers III. 473.
Stefan. Scheinbare Adhäsion I. 252. Diffusion I. 364. Reibung der Flüssigkeiten I. 379. Reibung der Gase I. 512.

Digitized by Google

Reibung der Gase I. 525. Diffusion der Gase I. 529. 530. 542. Schallgeschwindigkeit in festen Körpern I. 806. Wellenlängen des Lichtes II. 159. Änderung der Brechungsexponenten fester Körper mit der Temperatur II. 176. Talbotsche Linien II. 435. Messung der Wellenlängen II. 479. 480. Unpolarisiertes Licht II. 495. Doppelbrechung in zweiaxigen Krystallen II. 620. Wellenmessung durch Beobachtung der Interferenz in Krystallplatten II. 645. Drehung der Polarisationsebene im Bergkrystall II. 674; in Flüssigkeiten II. 692. Abhängigkeit der Wärmestrahlung von der Temperatur III. 249. 358. 361. 368. Wärmeleitung der Gase III. 331. Verdampfung von Flüssigkeiten an freier Luft III. 764. Elektrodynamisches Grundgesetz IV. 809. 823. Potential zweier geschlossener Ströme auf einander IV. 830. Abhängigkeit des Magnetismus von der Stromstärke IV. 947.

Steinhauser. Stereoskop II. 378.

Stephan. Elektrische Leitungsfähigkeit von Flüssigkeiten IV. 598. Leitung der Flüssigkeiten und Reibung IV. 752.

Stöhrer. Magnetelektrische Maschine IV. 1096. Elektromagnetischer Induktionsapparat IV. 1114.

Stokes. Reibung der Flüssigkeiten I. 379. Zum Kirchhoffschen Satz der Gleichheit von Emission und Absorption II. 280. Emission des Lichtes II. 288. Theorie der Apsorption II. 308. Fluorescenz II. 316 ff. Spektrum des Fluorescenzlichtes II. 320 ff. Ultraviolettes Licht II. 321. Theorie der Fluorescenz II. 329. Zu Wredes Absorptionstheorie II. 439. Polarisation des Lichtes II. 489. Totale Reflexion II. 521. Elliptische Polarisation bei Reflexion an stark absorbierenden Medien II. 531.

Stoletow. Abhängigkeit des Magnetismus von der Stromstärke IV. 946. Magnetisierungsfunktion IV. 954.

Strecker. Specifische Wärme der Gase bei konstantem Volumen III. 524.

Strehlke. Transversalschwingungen von Stäben I. 645; von Platten I. 648 ff.

Streintz. Innere Reibung I. 259. Mechanische Wirkung des Stromes IV. 783. 784.

Strouhal. Schallerregung I. 694. 743 und *Barus* Magnetismus und Wärme IV. 124. Graduierung der Kirchhoff-Wheatstoneschen Brücke IV. 567.

Struve. Fresnels Spiegelversuch II. 403.

Sturgeon. Ampèresches Gestell IV. 801.

Sturm. Siehe *Colladon.*

Suermann. Specifische Wärme der Gase III. 498.

Sulzer. Mariottesches Gesetz I. 421. Elektricitätserregung bei Berührung von Metallen IV. 441.

Sundell. Peltiersches Phänomen IV. 657.

Svanberg. Bestimmung des Leitungswiderstandes IV. 565. 568. Galvanische Polarisation IV. 774.

Swan. Glühlampe IV. 682.

Symmer. Elektrische Fluida IV. 214.

Szily. Mechanische Bedeutung des zweiten Hauptsatzes der mechanischen Wärmetheorie III. 573. Theoretische Berechnung der Dampfspannungen III. 795.

T.

Tait. Siehe *Andrews.* Thermoströme IV. 629. Theorie der Thermoströme IV. 674. Galvanische Polarisation IV. 774. Einwürfe gegen das Webersche elektrische Grundgesetz IV. 851.

Talbot Interferenzstreifen II. 435.

Tate. Siehe *Fairbairn.*

Taupenot. Auskochen der Barometer I. 405.

Terquem und *Tannin.* Bestimmung von Brechungsexponenten durch totale Reflexion. II. 206.

Thalén. Elasticitätsgrenze I. 242. Sonnenspektrum II. 308.

Than, von. Verbrennungswärme III. 808.

Thénard. Wärmeentwickelung durch Zersetzung III. 813.

Thiesen. Vergleichung der Thermometer III. 130. 132.

Thilorier. Kompressionsapparat I. 492.

Thomsen, J. Specifische Wärme von Lösungen III. 595. Verbrennungswärme III. 808. 812 Wärmeerzeugung durch chemische Prozesse III. 814. 822. Wärmeentwickelung durch den galvanischen Strom IV. 643. Polarisationsbatterie, elektrische IV. 773.

Thomson, J. Änderung der Schmelztemperatur mit dem Druck III. 627. Kontinuität des gasförmigen und flüssigen Zustandes III. 784.

Thomson, W. Anspruch auf den Kirchhoffschen Satz für Stokes II. 280. Energie eines Körpers III. 408. Innere Arbeit der Gase III. 525. und *Joule.* Innere Arbeit der Gase III. 525 ff. Temperaturerhöhung von Flüssigkeiten durch Kompression III. 563. Änderung der Schmelztemperatur durch Druck III. 629. Verteilung der Elektricität auf getrennten Leitern IV. 259. Methode der elektrischen Bilder IV. 259 ff. 264. Quadrantenelektrometer IV. 276. Absolutes

ized by Google

Elektrometer IV. 310. Faradays Theorie der elektrischen Influenz und Fernewirkung III. 342. Entladung der Leydener Flasche IV. 376. Oscillierende Entladung IV. 399. Elektricitätserregung bei Berührung von Metall und Wasser IV. 471. Bestimmung des elektrischen Leitungswiderstandes IV. 569. Thermoströme IV. 624. 629. Theorie der Thermoströme IV. 668. 669. und *Tait*. Einwürfe gegen das Webersche elektrische Grundgesetz IV. 851. Galvanometer IV. 906. Satz über den Elektromagnetismus ähnlicher und ähnlich bewickelter Stäbe IV. 966. Magnekrystallkraft IV. 1005. Absolute mechanische Maſse der Stromkonstanten IV. 1159. Arbeitsleistungen des galvanischen Stromes IV. 1166.

Tidblom. Thermoströme IV. 629.

Todd. Lichtgeschwindigkeit II. 30.

Tollens. Drehung der Polarisationsebene des Lichtes in Zuckerlösungen II. 691.

Töpler. Luftpumpe I. 486. Bunsensches Photometer II. 33. Kardinalpunkt eines optischen Systems II. 237. Schlierenmethode II. 261. Influenzmaschine IV. 359. Diamagnetismus des Wismut IV. 996. 998.

Toricelli. Ausfluſs der Flüssigkeiten I. 370.

Tralles. Alkoholometer I. 303.

Tribe. Sekundäre Elemente IV. 779.

Troost. Siehe *Deville*.

Troughton. Ausdehnung fester Körper III. 41.

Tuchschmid. Drehung der Polarisationsebene in Flüssigkeiten II. 694.

Tumlirz. Elektromagnetische Lichttheorie IV. 1161.

Tyndall. Diathermansie III. 198; Verhalten des Steinsalzes gegen Wärmestrahlen III. 202. Diathermansie der Gase III. 204. 207 ff.; der feuchten Luft III. 211; von Dämpfen III. 212. Polarisation der Wärme III. 232. Emission der Wärme III. 241. 248. Emission und Absorption III. 271. Wärmeleitung von Hölzern III. 312. Anziehung von Elektromagneten IV. 972. Diamagnetische Polarität IV. 986 ff. Diamagnetismus und magnetisierende Kraft IV. 993 ff. Magnekrystallkraft IV. 1004. und *Knoblauch*. Magnekrystallkraft IV. 1004.

Tyrtow. Elektrisches Licht IV. 688.

U.

Ulrich. Drehung der Polarisationsebene im überjodsauren Natron II. 686.

Ure. Messung der Spannkraft der Dämpfe III. 665. Spannkraft der Dämpfe verschiedener Flüssigkeiten III. 691. Verdampfungswärme III. 709.

V.

Varley. Galvanische Polarisation IV. 769.

Velten. Specifische Wärme des Wassers III. 475.

Verdet. Brechungsexponenten des Schwefelkohlenstoffs I. 156. 158. 181. Unpolarisiertes Licht II. 495. Ableitung des zweiten Hauptsatzes der mechanischen Wärmetheorie III. 426. Innere Arbeit bei Ausdehnung der Gase III. 525. Drehung der Polarisationsebene des Lichtes durch den Magnet IV. 1010. 1014. 1016. 1018. Induktionsströme höherer Ordnung IV. 1057.

Vierordt. Endosmose I. 366. Abhängigkeit der Apsorption des Lichtes von der Dichte der absorbierenden Substanz II. 272.

Villari. Zusammensetzung der von den Körpern bei 100° ausgestrahlten Wärme III. 251.

Violle. Absorption der Wärme in der Luft III. 216. Temperatur der Sonne III. 375. Specifische Wärme des Platin III. 549. Palladium, Iridium III. 550. Schmelztemperaturen III. 609. Schmelzwärmen III. 622. Siedepunkt des Zink III. 645.

Vogel, H. Photographie II. 344.

Vogel, H. C. Einfluſs der Bewegung auf die Tonhöhe I. 831.

Vogt, C. Abhängigkeit der Leitungsfähigkeit der Metalle für Elektricität von der Temperatur IV. 578.

Voigt. Magnetische Drehung der Polarisationsebene IV. 1020. Absolutes mechanisches Maſs der Konstanten des Stromes IV. 1158.

Voit. Diffusion I. 364.

Volkmann. Monochromatische Abweichung des Auges II. 366.

Volkmann. Kapillarität I. 336. Ausdehnung des Wassers III. 76. Dichtigkeit des Quecksilbers III. 147.

Voller. Thermoströme IV. 630.

Volta. Elektricitätserregung durch Schaben IV. 178. Elektrophor IV. 354. Kondensator IV. 366. Fundamentalversuche der Kontaktelektricität IV. 443 ff. Elektrische Spannungsreihe der Metalle IV. 450. Gesetz der Spannungsreihe IV. 451. Elektromotorische Kraft zwischen Metallen und Flüssigkeiten IV. 461. Säule IV. 486. Tassensäule IV. 493.

Digitized by Google

Vorsselmann de Heer. Wärmeerregung durch die elektrische Entladung IV. 427; durch den galvanischen Strom IV. 633. Polarisation und Übergangswiderstand IV. 765. Polarisation IV. 778.

W.

Waals, van der. Theorie der Gase I. 446. Abweichung der Gase vom Mariotteschen Gesetz I. 454. Gröfse der Gasmoleküle I. 537. Zustandsgleichung der Gase III. 106. Innere Arbeit bei Ausdehnung der Gase III. 530. Kontinuität des flüssigen und gasförmigen Zustandes III. 781. Kritische Temperatur III. 782.

Wagner. Stromunterbrecher IV. 1021.

Waidele. Hauchbilder I. 496.

Walferdin. Thermometer III. 135.

Walker. Rotation des Lichtbogens IV. 894.

Wallis. Stofsgesetze I. 245.

Waltenhofen, von. Elektromotorische Kraft der konstanten Elemente IV. 610. 611. 612. Bestimmung des Leitungswiderstandes in den Elementen IV. 615. Peltierscher Versuch IV. 653. Abhängigkeit des Magnetismus von der Stromstärke IV. 935. 945. Maximum des Magnetismus in der Gewichtseinheit des Eisens IV. 939. Magnetismus nicht cylindrischer Stäbe IV. 963. Tragkraft der Hufeisenmagnete IV. 973.

Wangerin. Siehe *Sohnke.*

Wanzel. Siehe *Saint-Venant.*

Warburg. Torsionselasticität I. 221. 223. Elasticitätsgrenze I. 243. Innere Reibung I. 259. Ausflufs der Flüssigkeiten durch kapillare Röhren I. 390. Reibung der Gase I. 517. 520. 524. Geschwindigkeit des Schalles in festen Körpern I. 806 und *Kundt* Wärmeleitung der Gase III. 334 ff. Specifische Wärme des Quecksilberdampfes III. 524. Zerstreuung der Elektricität IV. 200. Abflufs der Elektricität über isolierende Stützen IV. 203.

Warren, de la Rue und *H. Müller.* Konstantes galvanisches Element IV. 505. Durchgang des Stromes einer galvanischen Batterie durch Gase IV. 1131.

Wartha. Siehe *Schuller.*

Wartmann. Drehung der Polarisationsebene der Wärme durch Magnete IV. 1011.

Waszmuth. Magnetismus und Wärme IV. 123.

Watson. Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Elektricität IV. 401.

Watt. Spannkraft der Dämpfe III. 667. Verdampfungswärme III. 709. 711.

Weber, Fr. Diffusion I. 364. Fresnels Interferenzversuch II. 401. Wärmeleitung fester Körper III. 304; der Flüssigkeiten III. 323. Specifische Wärme des Kohlenstoffs III. 550; des Bor und Silicium III. 551. Beziehung zwischen den Leitungsfähigkeiten für Wärme und Elektricität IV. 580. Theorie des Telephon IV. 1112. Bestimmung des Ohm IV. 1148. 1149. Messung der im Strome entwickelten Wärme nach absolutem Mafse IV. 1164. 1165.

Weber, G. Saitenklänge I. 735.

Weber, H. Wärmeleitung fester Körper III. 301. Multiplikator IV. 912. Bestimmung des Ohm IV. 1149.

Weber, W. und *E. H.* Schwingungen von Saiten I. 631 ff. Untersuchungen über Flüssigkeitswellen I. 680 ff.

Weber, W. Elastische Nachwirkung I. 233. 240. Zusammengesetzte Schwingungen I. 660. Zungenpfeifen I. 760 ff. Interferenz des Schalles I. 834. Theorie des Magnetismus IV. 54. Reduziertes Drehungsmoment zweier Magnetstäbe IV. 105. Bestimmung der Deklination IV. 134; der Inklination IV. 144; der erdmagnetischen Intensität IV. 145. 152. Absolutes Mafs der Elektricität IV. 184. Messung der Elektricität in absolutem Mafse IV. 197. Tangentenbussole IV. 528. Stromverzweigung IV. 536. Jacobis Widerstandseinheit IV. 552. Bestimmung des Leitungswiderstandes IV. 574. Prüfung des elektrodynamischen Grundgesetzes IV. 831 ff. Elektrodynamometer IV. 836. Elektrisches Grundgesetz IV. 844 ff. Beziehung desselben zum Princip von der Erhaltung der Energie IV. 853. Erwiderung auf die Einwürfe von Helmholtz gegen das elektrische Grundgesetz IV. 857. 859. Ablenkung der Magnetnadel durch einen Kreisstrom IV. 904. Tangentenbussole IV. 903. 906. Messung der Stromstärke nach absolutem Mafse IV. 916. Elektrochemisches Äquivalent des Wassers IV. 919. Absolute elektrodynamische Einheit IV. 923. Theorie der Magnetisierung IV. 926. Abhängigkeit des Magnetismus von der magnetisierenden Kraft IV. 940. Magnetisierende Kraft der Spiralen IV. 949. Magnetische Wirkung der Reibungselektricität IV. 975. Diamagnetische Polarität IV. 986. Diamagnetometer IV. 987. Diamagnetismus und magnetisierende Kraft IV.

itize Google

993. 996. Gesetze der Induktionsströme IV. 1031 f. Unipolare Induktion IV. 1048. Induktion durch den Erdmagnetismus IV. 1052. Theorie der Induktion IV. 1063ff. Anwendung der Dämpfung bei Galvanometern IV. 1086 ff. Absolute Maſse der elektromotorischen Kraft und des Widerstandes IV. 1139. Methoden zur Messung des Widerstandes in absolutem elektromagnetischem Maſse IV. 1143. 1147. 1148. Bestimmung des Ohm IV. 1145. Absolutes elektrodynamisches Maſs IV. 1151. Absolutes mechanisches Maſs 1153.

Weidner. Ausdehnung des Wassers unter 0° III. 77.

Weinhold. Tönen der Mundhöhle I. 781. Pyrometrie III. 137. Specifische Wärme des Platin III. 549.

Weinstein. Vergleichung der Luftthermometer III. 128.

Weisbach. Ausströmen der Gase I. 508. Specifische Wärme der Gase bei konstantem Volumen IV. 513. 516.

Welcker. Irradiation II. 369.

Welter. Verbrennungswärme III. 801. Siehe auch *Gay-Lussac.*

Wernicke. Abhängigkeit der Brechungsexponenten vom Einfallswinkel II. 132. Theorie der Reflexion II. 532. Absorptionskoefficienten der Metalle II. 554.

Wertheim. Elasticität I. 197. Elasticitätskoefficienten I. 200. Volumänderung beim Ziehen I. 200. Querkontraktion I. 205. Kubische Kompressibilität I. 214. Torsionselasticität I 217. 227. Elasticitätsgrenze I. 243. Festigkeit I. 244. Kapillarität I. 316 Drehende Schwingungen I. 658. Torsionston I. 742. Pfeifentöne I. 745 ff. Teilweise gedeckte Pfeifen I. 752. Töne in Flüssigkeitspfeifen I. 756. Schallgeschwindigkeit in der Luft I. 796; in festen Körpern I. 805. 808; in Flüssigkeiten I. 811. Beziehung zwischen Magnetismus und Torsion IV. 115. Magnetismus und Biegung IV. 121. Einfluſs des galvanischen Stromes auf die Festigkeit der Leiter IV. 783.

Wheatstone. Kaleidophon I. 670. Vokale I. 776. Stereoskop II. 378. Dauer der elektrischen Entladung IV. 392. Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Elektricität IV. 402. Licht des elektrischen Funkens IV. 435. Ströme in isolierten Telegraphenleitungen IV. 544. 547. Rheostat IV. 553. Bestimmung des elektrischen Leitungswiderstandes mit der Brücke IV. 564. Bestimmung der elektromotorischen Kraft IV. 604. 607. Elektromotorische Kraft der Thermoströme IV. 632. Elektromotorische Kraft der Polarisation IV. 773. Dynamoelektrische Maschine IV. 1108.

Wiebe. Thermometrie III. 132.

Wiedemann, G. Elasticitätsgrenze I. 243. Drehung der Polarisationsebene in Flüssigkeiten II. 692. und *Franz.* Wärmeleitungsfähigkeit fester Körper III. 292. Einfluſs mechanischer Kräfte auf den Magnetismus IV. 114. Beziehung zwischen Magnetismus und Torsion IV. 115. 118. Einfluſs der Wärme auf den Magnetismus IV. 122. 123. 125. Elektrische Leitungsfähigkeit der Flüssigkeiten IV. 583. Elektromotorische Kraft des Bunsenschen Chromsäure-Elementes IV. 613. Thermoströme IV. 622. 623. Elektrisches Licht IV. 683. Elektrolyse von Lösungen IV. 701. Sekundäre Wirkungen bei der Elektrolyse IV. 716. Zersetzung zusammengesetzter Verbindungen IV. 718. Elektrische Endosmose IV. 725 ff. Theorie der Elektrolyse IV. 741. 745. Theorie der Leitung der Flüssigkeiten IV. 751. 752. Tangentenbussole IV. 905. Abhängigkeit des Magnetismus von der Stromstärke IV. 943. 945. 946. Abhängigkeit des Magnetismus von der Stablänge IV. 960. Archimedisches Princip bei diamagnetischen Substanzen im Magnetfelde IV. 991. Magnetismus der Salze und ihrer Lösungen IV. 998 ff. Drehung der Polarisationsebene durch den Strom IV. 1015. Unipolare Induktion IV. 1048. Bestimmung des Ohm IV. 1145.

Wiedemann, E. Bestimmung von Brechungsexponenten mittels totaler Reflexion II. 206. Hypothese über die mehrfachen Spectra der Gase II. 301. Reflexion an stark absorbierenden Medien II. 554. Specifische Wärme der Gase III. 502. Volumänderung beim Schmelzen III. 616. Specifische Wärme der Dämpfe III. 732. Elektrische Lichterscheinungen in gasverdünnten Räumen IV. 1123. Einfluſs des Magnets auf dieselben IV. 1136.

Wietlisbach. Telephon IV. 1112.

Wild. Komparatoren I. 13. Intensität des polarisierten Lichtes II. 486. Reflexion des Lichtes von Metallen II. 555. Photometer II. 655. Prüfung des Malusschen Gesetzes II. 655. Drehung der Polarisationsebene in Zuckerlösungen II. 693. Polaristrobometer II. 696. Elektricitätserregung bei Berührung zweier Flüssigkeiten IV. 481. Thermoströme zwischen Flüssigkeiten IV. 631

Elektromotorische Kraft der Thermoströme IV. 632. Peltiersches Phänomen IV. 660. Bestimmung des Ohm IV. 1148.

Wild und *Simmler*. Diffusion der Flüssigkeiten I. 359.

Wilde. Geschichte der Optik II. 101.

Wilhelmy. Kapillarität I. 334. 338. 341.

Wilke. Specifische Wärme III. 434. Schmelzungswärme des Eises III. 618. Pyroelektricität IV. 179.

Willigen, van der. Brechungsexponenten II. 156. Wellenlängen des Lichtes II. 159. Brechungsexponenten des Wassers II. 163. Messung der Wellenlängen II. 477. Wellenlängen des Lichtes II. 480. Reflexion an stark absorbierenden Medien II. 554.

Willis. Bildung der Vokale I. 776.

Wimmel. Schmelzpunkt und Erstarrungspunkt von Fetten III. 608.

Winkelmann. Wärmeleitung in Flüssigkeiten III. 316. Wärmeleitung der Gase III. 334. 341. Abhängigkeit der Wärmeleitung der Gase von der Temperatur III. 343 ff. Specifische Wärme des Quecksilbers III. 553. Specifische Wärme von Lösungen III. 595. und *Nies*. Schmelztemperaturen III. 609. Volumänderungen beim Schmelzen III. 615. Wärmeverbrauch beim Auflösen von Salzen III. 638. Koppsches Gesetz der Siedepunktdifferenzen III. 695. Verdampfungswärme des Wassers III. 721; anderer Flüssigkeiten III. 728. Formel für die Spannkraft der Dämpfe von Flüssigkeiten III. 793.

Witkowski. Galvanische Polarisation IV. 772.

Wolff. Kritische Temperatur von Flüssigkeiten III. 789.

Wollaston. Reflexionsgoniometer II. 57. Fraunhofersche Linien II. 146. Bestimmung der Brechungsexponenten durch totale Reflexion II. 204. Farbenringe in einaxigen Krystallen II. 636. Chemische Wirkung der elektrischen Entladung IV. 438. Galvanische Säule IV. 495. Chemische Wirkung der Reibungselektricität IV. 735. Theorie des Galvanismus IV. 796.

Woods. Wärmeentwickelung durch chemische Prozesse III. 822.

Wrede, von. Theorie der Absorption des Lichtes II. 308. 437. Geschwindigkeit der Wärmestrahlen III. 167.

Wren. Stofsgesetze I. 246.

Wroblewski, von und *Olszewski*. Erstarrungstemperatur III. 609. Kondensation der permanenten Gase III. 790. 792.

Wüllner. Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in verschiedenen Gasen und bei verschiedenen Temperaturen I. 802. Prüfung der Dispersionstheorie II. 163 ff. Genauigkeitsgrenzen bei Bestimmung von Brechungsexponenten II. 164. Annähernde Gleichung für die Brechungsexponenten aus der Theorie von Helmholtz II. 167. Abhängigkeit der Brechungexponenten von der Körperdichte II. 180. Brechungsexponenten von Mischungen II. 186; von Lösungen II. 187. Entstehung der Fraunhoferschen Linien II. 282. Abhängigkeit der Spektra von der Dicke und Dichte der strahlenden Schicht II. 292 ff. Spektrum des Joddampfes in Flammen II. 292. Spektra der Gase II. 295. Erklärung der Spektra der Gase verschiedener Ordnung II. 297 ff. Abhängigkeit des Emissionsvermögens von der Temperatur II. 305. Kontinuierliche Spektra der Gase II. 306 ff. Menschliches Auge II. 356. Zur Theorie der Absorption von Wrede II. 439. Beugung des Lichtes II. 453. Ausdehnung des Quecksilbers III. 69. Ausdehnung der Dispersionstheorie auf die ultraroten Strahlen III. 183 f. Korrektion der Thermometer für den herausragenden Faden III. 377. Bestimmung d. specifischen Wärme III. 450. Specifische Wärme des Wassers III. 473. Specifische Wärme der Gase bei konstantem Volumen III. 522. Wärmeleitung der Gase III 543. und *Bettendorff*. Specifische Wärme allotroper Modifikationen III. 546; einiger Elemente III. 579. 581. Temperatur der Dämpfe siedender Salzlösungen III. 652. Spannkraft der Dämpfe von Salzlösungen III. 687; von verschiedenen Flüssigkeiten III. 695; von Flüssigkeitsgemischen III. 699. Änderung der Dampfspannung durch Kompression III. 704. Methode zur Bestimmung der Dichten gesättigter und nicht gesättigter Dämpfe III. 754. und *Grotrian*. Dichte gesättigter Dämpfe III. 758. Dielektricitätskonstanten IV. 311. Influenz in nichtleitenden Flüssigkeiten IV. 325 ff.; in nichtleitenden festen Körpern IV. 332. Elektrischer Rückstand in der Batterie IV. 411. 413. Peltiersches Phänomen IV. 663. Durchgang beider Induktionsströme durch gasverdünnte Räume IV. 1119. Elektrische Lichterscheinungen in gasverdünnten Räumen IV. 1123. 1129. Einflufs des Magnetes auf das elektrische Licht IV. 1136.

Wünsch. Wärmespektrum der Sonnenstrahlen III. 178.

Y.

Young. Galvanische Säule IV. 496.
Young, Th. Elasticität I. 198. Oberflächenspannung I. 380. Randwinkel I. 316. Reflexion und Brechung der Wellen I. 618. Undulationstheorie II. 43, 45. Empfindung der Farben II. 373. Interferenz des Lichtes II. 392. Theorie der Farben dünner Blättchen II. 411. Polarisation des Lichtes II. 488. Natur der Wärme III. 380. Reibungselektrische Spannungsreihe IV. 176.

Z.

Zamboni. Trockne Säulen IV. 491.
Zamminer. Kubische Pfeifen I. 754. Konische Pfeifen I. 768.
Zantedeschi. Diamagnetismus der Flamme IV. 984.
Zech. Farbenkurven in zweiaxigen Krystallen II. 658.
Zeuner. Ableitung der ersten Hauptgleichung der mechanischen Wärmetheorie III. 413. Ableitung des zweiten Hauptsatzes III. 426; der zweiten Hauptgleichung III. 430. Specifische Wärme fester oder flüssiger Körper bei konstantem Volumen III. 561. Formeln für die Spannkraft der Dämpfe einiger Flüssigkeiten III. 693.
Ziegler. Messung der Spannkraft der Dämpfe III. 666.
Zöllner. Photometrie II. 89. Abhängigkeit der Absorption des Lichtes von der Dichte der absorbierenden Substanz II. 272. Abhängigkeit der Emission des Lichtes von der Dicke und Dichte der strahlenden Schicht II. 286. 287. 301. Abhängigkeit der Emission des Lichtes von der Temperatur II. 307. Polarisationsphotometer II. 599. Galvanisches Glühen von Drähten IV. 678. Strömungsströme IV. 787. Zu von Helmholtz Theorie der Elektrodynamik IV. 861. Zum elektrischen Grundgesetz von Clausius IV. 862. Rotation von Strömen unter dem Einflusse von Magneten IV. 895. Bestimmung des Ohm IV. 1145.

Digitized by Google

Berichtigungen zum 1., 2., 3. und 4. Bande[1]).

1. Band.

Seite	98	Zeile	14	von	u.	lies	Radius a	anstatt	Durchmesser a.
„	99	„	1	„	„	„	$2\frac{p}{Ma}$	„	$2\frac{P}{Ma}$.
„	117	„	6	„	„	„	$Pz\alpha$	„	Pza.
„	147	„	21	„	„	„	DBO	„	ABO.
„	204	„	2	„	o.	„	$D(1+\mu\delta_1)$	„	$(1+\mu\delta_1)$.
„	204	„	6	„	u.	„	$k\delta_2 + Kv = k\delta_3 + Kv$.		
„	230	„	18	„	o.	„	rsN	anstatt	rmN.
„	258	„	15	„	u.	„	$\operatorname{tang} mt = -\frac{m}{\varepsilon}$	„	$\operatorname{tang} mt = -\frac{\varepsilon}{m}$.
„	451	„	14 u. 20	„	o.	„	Weg $x \cdot l$	„	Weg x.
„	451	„	22	„	„	„	$lxNe^{-\alpha x}\alpha dx$.		
„	451	„	14	„	u.	„	$l\int_0^\infty xNe^{-\alpha x}\alpha dx$.		
„	451	„	12	„	„	„	$l\frac{N}{\alpha}$.		
„	451	„	9	„	„	„	$l\frac{N}{\alpha} = Nl;\ \alpha = 1$.		
„	458	„	1	„	„	„	$1 + 0{,}00367t$	anstatt	$1 + 0{,}00367$.
„	466	„	24	„	„	„	Röhre ED	„	CD.
„	528	„	17	„	o.	„	q^{qcm}	„	^{qcm}.
„	533	„	2	„	„	„	$v_1 - v_1' + v_2 - v_2'$	anstatt	$v_1 - v_1' + v_2' - v_2'$.
„	542	„	12	„	u.	„	dem Quadrate der Geschwindigkeit des bewegten Körpers.		
„	563	„	15	„	o.	„	$\alpha\frac{2\pi}{T}\cos 2\pi\frac{t}{T}$	anstatt	$\frac{2\pi}{T}\cos 2\pi\frac{t}{T}$.
„	565	„	17	„	u.	„	Abstande, von α bis η	anstatt	Abstande von α bis η.
„	571	„	11	„	„	„	$(y - dy' - y) - \cdots$	anstatt	$(y - dy - y)$.
„	575	„	4	„	o.	„	$y = -\alpha \sin 2\pi\frac{t}{T}$	anstatt	$x = -\alpha \sin 2\pi\frac{t}{T}$
„	581	„	3 u. 4	„	„	„	$\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$	„	$\left(\frac{t}{T} - \frac{\pi}{\lambda}\right)$.
„	582	„	12	„	„	„	c und c'	„	c und c.
„	582	„	13	„	u.	„	$2\alpha\cos\pi \cdots$	„	$2\cos\pi \cdots$.
„	598	„	14	„	o.	„	$\left(\frac{t}{T} - \frac{x-d}{\lambda}\right)$	„	$\left(\frac{t}{Y} - \frac{x-d}{\lambda}\right)$.
„	641	„	13	„	u.	„	$bb' = \frac{4}{E}\frac{gPl^3}{\beta h^3}$	„	$bb' = \frac{E}{4}\frac{gPl^3}{\beta h^3}$.
„	840	„	1	„	„	„	$x' = x\sqrt[12]{2}$	„	$x' = x\sqrt[2]{2}$.

1) Durch die Freundlichkeit der Herren L. Zehnder in Berlin und stud. E. Schultz in Stettin bin ich in der Lage, zu den bereits in den einzelnen Bänden mitgeteilten noch folgende Berichtigungen für die ersten drei Bände angeben zu können.

Digitized by Google

2. Band.

In den Berichtigungen lies anstatt Seite 161 etc. Seite 162 Zeile 8 von o. Ferner mufs das erste Glied des berichtigten Ausdrucks heifsen $\lambda^2\left(\frac{n_0^2}{n^2}-1\right)^2$ anstatt $\lambda^2\left(\frac{n_0}{n^2}-1\right)^2$.

Seite	125	Zeile	4	von	u.	lies	Gleichung (1) anstatt Gleichung (I).
„	129	„	3	„	„	„	$n^2 = \dots$ „ $n = \dots$
„	129	„	2	„	„	„	$\varkappa^2 = \dots$ „ $\varkappa = \dots$
„	131	„	9	„	o.	„	im Zähler des letzten Gliedes β_2^2 anstatt β_2.
„	131	„	13	„	„	„	im Nenner $(\lambda^2-\lambda_m^2)^2$ anstatt $(\lambda^2-\lambda_m)^2$.
„	170	„	16	„	u.	„	im Nenner $(\lambda^2-\lambda_m^2)^2$ „ $(\lambda^4-\lambda_m^2)^2$.
„	172	„	1	„	„	„	$4\{(\lambda^2-\lambda_{m2}^2)^2+\alpha^2\lambda^2\}$ „ $4\{(\lambda^2-\lambda_m^2)+\alpha^2\lambda^2\}$.
„	206	„	14	„	„	„	undurchsichtige Körper „ durchsichtige Körper.
„	236	„	2	„	o.	„	Qh' anstatt Qh_1.
„	240	„	7	„	u.	„	im Zähler $(n-1)\nu r'd$ anstatt $(n-1)rr'd$.
„	242	„	9	„	„	„	$\dots\left.\frac{n-1}{n\nu r'}\right) d$ anstatt $\dots\left.\frac{n-1}{n\nu r'}\cdot d\right)$.
„	262	„	24	„	„	„	m_1 „ m'.
„	262	„	23	„	„	„	n_1 „ n'.
„	262	„	21	„	„	„	L_1 „ L'.
„	406	„	8	„	o.	„	dafs die durch „ dafs sie durch.
„	415	„	7	„	„	„	$\varrho^{2n-2}\sin\cdots$ „ $\varrho^n\sin\cdots$
„	415	„	8	„	„	„	$\varrho^{2n-2}\sin\dots$ „ $\varrho^n\sin\dots$
„	415	„	9 u. 8	„	„		ist das Vorzeichen des zweiten Gliedes negativ, also + in — zu verwandeln.
„	416	„	11	„	o.	lies	im Zähler $(r-r^3)$ anstatt (r^3-r).
„	417	„	3	„	u.	„	$\frac{4a^2r^2}{(1+r^2)^2}$ anstatt $\frac{4ar^2}{(1+r)^2}$.
„	421	„	13	„	„	„	$\left(\frac{2BC}{\lambda'}-\frac{BE}{\lambda}\right)2\pi=\eta$ anstatt $\left(\frac{2BC}{\lambda'}-\frac{BE}{\lambda}\right)=\eta$.
„	422	„	11	„	o.	„	im Nenner $4\varrho^2\sin^2\frac{1}{2}\eta$ „ $2\varrho^2\sin^2\frac{1}{2}\eta$.
„	455	„	6	„	„	„	$\frac{kh}{m}\sin mb$ anstatt $\frac{ka}{m}\sin mb$.
„	463	„	13	„	„	„	$1-\cos ma+\cos(p-1)ma-\cos ma$.
„	463	„	14	„	„	„	im Zähler $1-\cos ma+\cos(p-1)ma-\cos ma$.
„	463	„	5	„	u.	„	im Nenner $2(\cos ma-1)$.
„	474	„	5	„	„	„	J_p anstatt Jp.
„	475	„	5	„	o.	„	J_p anstatt Jp.
„	534	„	6	„	u.	„	$u\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{y\sin i}{\lambda}-\frac{\delta_p}{\lambda}\right)$ anstatt $u\,2\pi\left(\frac{t}{T}\cdots\right.$
„	534	„	4	„	„	„	$\nu\sin r=\sin i$ anstatt $\nu\sin r=i$.
„	616	„	13	„	o.	„	$\frac{A^2b^2\sin^2 Z_1}{A^2c^2}$ „ $\frac{A^2b^2\sin Z_1}{A^2c^2}$.
„	632	„	2	„	„	„	in der Klammer $-\frac{OD}{\lambda}$ anstatt $-\frac{JD}{\lambda}$.
„	632	„	7	„	u.	„	in der Klammer $\frac{x+x'}{\lambda}$ „ $\frac{x}{\lambda}$.

Digitized by Google

3. Band.

Seite 124 Zeile 14 von o. lies in der mittleren Spalte 204, 43 anstatt 240, 43.
„ 245 „ 1 „ u. und ebenso Seite 246 Zeile 11 und 15 von oben lies $\frac{SE}{Pc}$ anstatt $\frac{Pc}{SE}$.
„ 301 „ 3 „ „ „ $k = 0{,}1479$ anstatt $h = 0{,}1479$.
„ 538 „ 3 „ „ „ in der Klammer $E - c \frac{dT}{dz} \xi \cos \vartheta$.
„ 538 „ 1 „ „ „ l_1 anstatt b_1.
„ 560 „ 3 „ o. „ $A = \frac{1}{425,5}$ anstatt $A = \frac{1}{425}$.
„ 568 „ 5 „ u „ TdZ anstatt Tdz.
„ 575 „ 10 „ o. „ $\frac{1}{A} \sum \frac{1}{2} md(v^2) + \cdots$ anstatt $\frac{1}{A} \sum md(v^2)$.
„ 575 „ 20 „ u. „ $\frac{1}{A} \sum \frac{1}{2} md(v^2)$ „ $\frac{1}{A} \sum md(v^2)$.
„ 585 „ 15 „ „ „ $K c_p'$ anstatt $K c_p$.
„ 683 „ 8 „ „ „ $t = 50^\circ C$ „ $= 50^\circ C$.
„ 694 „ 7 „ o. „ Essigsäure $C_2 H_4 O_2$ anstatt $C_2 H_4 O_3$.
„ 694 „ 8 „ „ „ Propionsäure $C_3 H_6 O_2$ „ $C_3 H_4 O_3$.
„ 704 „ 15 „ u. „ an den Wänden „ an den Dämpfen.
„ 725 „ 20 „ o. „ $P\varkappa \left(\frac{\vartheta + \vartheta'}{2} - t\right)$ „ $P\varkappa \left(\frac{\vartheta + \vartheta'}{2}\right)$
„ 725 „ 15 „ u. „ $\varkappa \left(\frac{\vartheta + \vartheta'}{2} - t\right)$ „ $\varkappa \left(\frac{\vartheta - \vartheta'}{2} - t\right)$.
„ 752 „ 5 „ „ „ im Nenner $p - t \left(\frac{dp}{dt}\right)_v$ anstatt $p - \left(\frac{dp}{dt}\right)_v$.
„ 754 „ 5 „ o. „ $A = \frac{1}{425{,}5}$ anstatt $A = 425{,}5$.
„ 766 „ 18 „ u. tilge v_0 am Schlusse der Zeile und setze es vor $(1 + \beta t)$ im Beginne der folgenden Zeile.
„ 780 in der Figur ist an der Curve $21^\circ{,}5$ anstatt $21^\circ{,}1$ zu setzen.
„ 795 Zeile 2 von o. lies $\text{const} = \log m_1$ anstatt $\text{const} = m_1$.
„ 799 „ 1 „ u. ist die rechte Seite der Gleichung mit A zu multiplizieren.
„ 810 „ 12 „ o. ist die Verbrennungswärme des Metamylen in beiden Spalten gleich 10928 anstatt 11928 zu setzen.

4. Band.

Seite 14 Zeile 8 v. o. lies $-\frac{\partial V_a}{\partial x}$ anstatt $\frac{\partial V_a}{\partial x}$.
„ [illegible]2 in der Überschrift der letzten Spalte der Tabelle lies $\log a$ anstatt $\log \alpha$.
„ 221 Zeile 20 v. o. lies positiver anstatt positer.
„ 231 „ 16 „ u. „ Tangentialebenen anstatt Tangentialbenen.
„ 250 „ 15 „ o. „ wird anstatt wir.
„ 304 „ 6 „ o. „ $\frac{4\pi\varepsilon}{3 + 4\pi\varepsilon} b^3 \frac{E}{r^2}$ anstatt $\frac{4\pi\varepsilon}{3 + 4\pi\varepsilon} b^3 \frac{\varepsilon}{r^2}$.
„ 309 „ 4 „ o. „ $2\pi h(R - x) - 2\pi h \left(1 - \frac{\delta}{R}\right)(R - x + \delta)$.
„ 316 „ 8 „ u. „ $4\pi h\delta \frac{1}{D}$ anstatt $4\pi h\delta \frac{1}{D_1}$.
„ 431 „ 7 „ o. „ Wie wir „ Wir wir.
„ 548 „ 11 „ u. „ im letzten Gliede des Zählers $e^{\alpha(l-x)}$ anstatt $e^{\alpha(l-x)}$.
„ 571 „ 1 „ u „ . . . . $w_4 w_3)\}$ anstatt . . . . $w_4 w_3\}$.

Seite 576 Zeile 2 v. u. lies $c = \frac{v_1 c_1 + v_2 c_2}{v_1 + v_2}$ anstatt $\frac{v_1 c_1 + v_2 c_2}{v_1 + {}_2}$.

„ 602 „ 18 „ o. „ $K = E \frac{e}{e_1}$ anstatt $E = E \frac{e}{e_1}$.

„ 610 „ 12 „ u. „ 1,157 Ampères anstatt 11,57 Ampères.

„ 610 „ 12 „ u. „ 1,157 $\frac{1}{1{,}06}$ anstatt 11,57 $\frac{1}{106}$.

„ 708 „ 11 „ u. „ eine zersetzbare Flüssigkeit anstatt eine Flüssigkeit.

„ 709 „ 16 „ o. „ die zersetzbaren Flüssigkeiten „ die Flüssigkeiten.

„ 714 „ 11 „ o. „ Messung anstatt Mischung.

„ 741 „ 11 „ o. „ Kalium „ Kation.

„ 750 Anmerkung lies $-\frac{dV}{dx} = \frac{E}{e + L}$ anstatt $-\frac{dV}{dx} = \frac{\varepsilon}{e + L}$.

„ 769 Zeile 2 v. o. lies wachsender „ wechselnder.

„ 788 „ 15 „ u. „ w anstatt W.

„ 829 „ 8 „ o. vor dem Integralzeichen lies $-\frac{1}{2} i i'$ anstatt $-\frac{1}{2} i' i'$.

„ 850 „ 1 „ o. lies Konstanten a anstatt Konstanten α.

„ 869 „ 11 „ o. streiche nach Sn den Doppelpunkt.

„ 873 „ 12 „ o. lies $(z' - z)^2$ anstatt $z' - z)^2$.

„ 1011 „ 3 u. 4 v. o. und Anmerkung lies Grunmach anstatt Grumnach.

Digitized by Google

Digitized by Google

UNIVERSITY OF MICHIGAN
3 9015 06693 7163

Digitized by Google

Digitized by Google